

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA

SECCION DE POST-GRADO Y SEGUNDA ESPECIALIZACION



**ANALISIS Y PREDICCIÓN DEL FENÓMENO DE
GOLPETEO EN UN TORNO DE EJE HORIZONTAL**

TESIS

**PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN CIENCIAS CON
MENCION EN INGENIERIA MECANICA - DISEÑO DE MAQUINAS**

WILSON JOSE SILVA VASQUEZ

PROMOCION 2001-II

LIMA-PERU

MARZO DEL 2009

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.01:	Torno convencional de eje horizontal	14
Figura 1.02:	Forma idealizada del proceso de corte ortogonal bidimensional.	16
Figura 1.03:	Corte ortogonal con una herramienta en forma de cuña.	16
Figura 1.04:	Corte oblicuo con una herramienta en forma de cuña.	17
Figura 1.05:	Simulación numérica de la deformación y calentamiento en la zona de corte ortogonal, en un acero AISI 1045.	18
Figura 1.06:	Diagrama de estabilidad típico para el proceso de corte.	20
Figura 2.01:	Modelamiento de un sistema de 1 GDL.	22
Figura 2.02:	Solución correspondiente a la vibración libre sin amortiguamiento.	23
Figura 2.03:	Solución correspondiente a la vibración libre subamortiguada.	24
Figura 2.04:	Solución correspondiente a la vibración libre con amortiguamiento crítico.	25
Figura 2.05:	Solución correspondiente a la vibración libre sobreamortiguada.	25
Figura 2.06:	Componentes de solución no homogénea y homogénea.	27

Figura 2.07:	Solución general de un movimiento vibratorio amortiguado y forzado.	27
Figura 2.08:	Módulo y fase de la función transferencia	28
Figura 2.09:	Estabilidad de sistema dinámico de orden 2, mediante el diagrama de fase.	31
Figura 2.10:	Sistemas dinámicos (a) estables y (b) inestables	32
Figura 2.11:	Modelamiento del torno mecánico de eje horizontal con un grado de libertad.	36
Figura 2.12:	Superficies maquinadas a) sin golpeteo y b) con golpeteo.	37
Figura 2.13:	Comparación de la imprecisión para diferentes niveles de golpeteo en un proceso de taladrado.	38
Figura 2.14:	Corte regenerativo.	39
Figura 2.15:	Corte interrumpido.	40
Figura 2.16:	La fuerza de corte en los procesos de maquinado estable e inestable.	40
Figura 3.01:	Modelamiento del golpeteo en dos direcciones.	43
Figura 3.02:	Esquema del modelamiento unidimensional del proceso de corte.	45
Figura 3.03:	Esquema del diagrama de cuerpo libre del modelamiento unidimensional .	46
Figura 3.04:	Diagrama de estabilidad con modelamiento unidimensional y lineal.	50
Figura 3.05:	Diagrama de estabilidad con modelamiento unidimensional y lineal.	50
Figura 3.06:	Modelamiento de la herramienta y una pieza de trabajo durante el torneado	51

Figura 3.07:	Gráfica de estabilidad (Diagrama de Lobe) para un conjunto de parámetros en el torneado: $\mu = 1$	56
Figura 3.08:	Utilización del diagrama de estabilidad para la Predicción del golpeo en las Operaciones de Maquinado.	58
Figura 3.09:	Resultados de maquinado en condiciones de estabilidad e inestabilidad al variar la velocidad	58
Figura 4.01:	Esquema donde se muestra los puntos de simulaciones numéricas del modelamiento no lineal.	60
Figuras 4.02 al 4.31	Espectros de Posición con modelamiento unidimensional para diferentes casos	61 al 76
Figura : 4.32	Puntos donde se hará la comparación de las soluciones numéricas para los modelos lineales y no lineales.	77
Figuras 4.33 al 4.38 :	Comparación de las soluciones numéricas para los modelos lineales y no lineales.	78 al 83

LISTA DE TABLAS

Tabla A1-01: Las cinco primeras frecuencias naturales correspondientes al análisis en la estructura de una máquina herramienta

LISTA DE SÍMBOLOS

A:	Amplitud de onda
AB:	Zona primaria de corte.
C:	Es el coeficiente de amortiguamiento del sistema
c_c :	Coeficiente de amortiguamiento crítico
DDE:	Ecuaciones diferenciales con retardo
ED:	Ecuaciones Diferenciales
F_x, F_c:	Fuerza de corte
F:	Espesor o avance en el proceso de corte.
FFT:	<i>Transformada rápida de Fourier</i>
FRF:	Funciones de Respuesta en Frecuencia
$f(x,t)$:	Es la fuerza externa aplicada al sistema
GDL:	<i>Grado de Libertad.</i>

H:	Constante o factor en varias ecuaciones, usado también como exponente
I:	Subíndice utilizado para identificar la secuencia de operaciones
k:	Constantes de rigidez correspondientes a la interacción entre útil y pieza. Estas son utilizadas en los modelamientos
H(w):	Es La función de transferencia entre la fuerza de corte y el desplazamiento del útil
K:	Constante utilizada en el modelamiento de la fuerza de corte depende de las características de los materiales del elemento a maquinarse.
LDV :	Lasser doppler vibrometry
m:	Es la inercia o masa del sistema
M:	Matriz de inercia
MAV:	Maquinado a alta velocidad
M-H:	Máquina – herramienta
Omega:	Parámetro que depende de las condiciones de corte.
OF:	Filo de la herramienta
P:	Posición
Q:	En el diagrama es el factor de calidad que depende del amortiguamiento (modelo de Balachandran)
r_c :	Razón de espesor de viruta y profundidad de corte.
RPM:	Revoluciones por minuto
t:	Tiempo
T:	Tiempo normalizado
t_o, h_o, s_o :	Profundidad de corte
t_c, h_c, s :	Espesor de la viruta
V_c, V :	velocidad de corte
w:	Ancho de la herramienta

$x_g^h(t)$:	Componente general de la solución de la parte homogénea.
$x_p^{nh}(t)$	Componente particular de la solución de la parte no homogénea.
w_i :	Autovalores,
$\{x_{ij}\}$:	Autovectores
w_n :	Frecuencia natural del sistema
$x=x_0$:	Vecindad de
X_0 :	Condiciones iniciales
$x(t)$:	Es el desplazamiento de la inercia del sistema
γ :	Angulo de ataque
μ :	Factor de traslape
η :	Angulo con la normal que se forma en el corte oblicuo.
ζ :	Relación de amortiguamiento
ϕ :	Angulo del plano de corte
ϕ :	Angulo de fase
$[\Phi]$:	Matriz de autovectores

RESUMEN

En la presente tesis se proponemos realizar el análisis y predicción del fenómeno del golpeteo que se presenta en el proceso de corte en un torno de eje horizontal como una función de las condiciones de corte.

El análisis y la predicción ha sido realizado utilizando los modelos dinámicos unidimensionales, estos según Kalmar – Moon y Balachandran respectivamente. Mediante los análisis de los tipos de solución son obtenidos los límites de estabilidad y no estabilidad conocidos como diagramas de estabilidad, los cuales son utilizados como elementos de predicción.

La Validación del análisis y de la predicción del golpeteo es hecha mediante simulaciones numéricas a partir de los modelos dinámicos lineales y no lineales mencionados.

Palabras claves.- Golpeteo en tornos mecánicos, análisis del golpeteo, predicción del golpeteo, estabilidad en los procesos de corte, modelamiento unidimensional del golpeteo.

ABSTRACT

In this thesis is proposed the analysis and prediction of chatter phenomenon in the cutting process in a lathe machine, which are functions of the different conditions of the cutting process.

The analysis and prediction was performed using the one-dimensional dynamic models, these are the Kalmar - Moon and Balachandran models respectively. Using the different types of the solutions of these models is obtained the stability diagram. This diagram is used as prediction chart of the chatter.

The Validation of analysis and prediction of the chatter are made using numerical simulations of the linear and non linear dynamic models.

Key words.- Chattering in tool machines, chattering analysis, Chattering prediction, stability of the cutting process, one-dimensional model of the chattering.

PRÓLOGO

Esta tesis está orientada a ayudar a resolver problemas de optimización del uso de las máquinas herramienta direccionada principalmente a los tornos mecánicos de eje horizontal; al preparar este trabajo nos enfrentamos a grandes problemas sobre todo al modelamiento del proceso de corte, vibraciones mecánicas en la máquina herramienta, imprecisión en el maquinado debido a la vibración de la máquina herramienta, estabilidad en el proceso de maquinado. Los cuales son explicados en los siguientes capítulos: correspondientes al proceso de

En la introducción, se define al maquinado en alta velocidad; también, se tiene en cuenta la motivación por que la industria requiere optimizar el proceso de corte, tal que se obtenga altos índices de remoción de material sin deteriorar la precisión, ni causar daños a la máquina herramienta; así mismo, se plantea y se formula el problema buscando el origen de la estabilidad o inestabilidad que se presenta en el proceso de corte. Se plantea el objetivo de la investigación, el cual es analizar y predecir el fenómeno del golpeteo; también, se restringe al modelamiento unidimensional.

En el capítulo 1, presentamos el estado del arte, concerniente a la teoría de corte, al fenómeno del golpeteo en un torno mecánico de eje horizontal y la presentación del diagrama de estabilidad. Todos estos antecedentes en base a la revisión bibliográfica de 47 principales corte

publicaciones, donde se investigan temas relacionados al fenómeno de golpeteo y sus efectos.

En el capítulo 2, se hace una introducción a la teoría general de vibraciones mecánicas lineales y no lineales con un grado de libertad, además, el análisis de estabilidad de los sistemas dinámicos en el dominio del tiempo. Descripción de los diferentes tipos de vibraciones presentados en los tornos mecánicos de eje horizontal. Descripción del fenómeno del golpeteo en los tornos. Así como también la variación de la fuerza de corte como consecuencia de la variación del espesor de corte de la pasada anterior y de la vibración en la máquina herramienta.

El capítulo 3, desarrolla los fundamentos del análisis y la predicción del fenómeno de golpeteo en un torno mecánico de eje horizontal, según los modelos de Kalmar-Moon y de Balachandran. En primer lugar se modela la fuerza de corte y su variación. Luego son determinadas las ecuaciones de los modelos dinámicos correspondientes al proceso de corte con espesor variable para observar el fenómeno de golpeteo. Estos modelos pueden ser lineales y no lineales. En base a los análisis de las características de las soluciones de estos modelos son determinados los diagramas de estabilidad. Estos diagramas de estabilidad (Diagrama de Lobe o lóbulos de estabilidad) utilizados para predecir la aparición del fenómeno de golpeteo para las diferentes condiciones de corte en el torno mecánico y así optimizar el proceso de corte con altos índices de remoción de material.

En el capítulo 4, se hacen las simulaciones numéricas de los modelos lineal y no lineal con el objeto de validar la predicción obtenida de los diagramas de estabilidad. Estas simulaciones son obtenidas en el dominio del tiempo, luego son hechas las comparaciones para el modelamiento lineal y no lineal en las diferentes condiciones de corte en particular.

Las conclusiones son planteadas en base a los resultados de los análisis y simulaciones de los modelos dinámicos correspondientes. Estos son la obtención del diagrama de estabilidad y su utilización en la predicción de la aparición del fenómeno de golpeteo para las diferentes condiciones de corte.

Las recomendaciones son propuestas para la implementación de un sistema de mediciones y experimentos que permitan determinar adecuadamente las constantes involucradas en los modelos dinámicos descritos.

La revisión bibliográfica, para desarrollar esta tesis se ha revisado cuarentisiete autores y el soporte técnico del asesor Msc. Rolando Pérez Ñaupá especialista en vibraciones.

En los apéndices se incluyen los programas desarrollados en matlab que han permitido mostrar la obtención del diagrama de estabilidad; así como las simulaciones numéricas de los modelos lineal y no lineal. Asimismo, se presentan algunos temas relacionados con la elaboración de este trabajo.

CONTENIDO

	Página
Carátula	I
Mensaje	II
Dedicatoria	III
Agradecimientos	IV
Lista de figuras	V
Lista de tablas	XI
Lista de símbolos	XII
Resumen	XV
Abstract	XVI
Prólogo	XVII
Contenido	XX

INTRODUCCION

Definición del Maquinado a Alta Velocidad (MAV)	1
Motivación del trabajo	1
Formulación del problema	2
Objeto de estudio	3
Objetivo de la Investigación	4
Alcances de la investigación	4
Justificación de la investigación	4
Hipótesis	5
Método de investigación	5
Tipo de la investigación	6
Nivel de la investigación	6
Novedad científica	6

1. ESTADO DEL ARTE DEL FENOMENO DEL GOLPETEO EN UN TORNO MECÁNICO DE EJE HORIZONTAL

1.1.	Estado del Arte	7
1.2.	Torno Mecánico de eje horizontal	13
1.2.1	Movimientos del trabajo en operaciones del torneado	14
1.3	La Teoría de Corte	15
1.4	Tipos de corte con el torno mecánico de eje horizontal	16
1.4.1	Corte octogonal	16
1.4.2	Corte oblicuo	17
1.5	Formación de viruta	18
1.6	Estabilidad en los procesos de corte con el torno mecánico de eje horizontal	19

2. VIBRACIONES APLICADAS A LOS TORNOS MECANICOS DE EJE HORIZONTAL Y MODELAMIENTO DEL FENOMENO DEL GOLPETEO

2.1	Introducción	21
2.2	Vibraciones Lineales	21
2.4		
2.2.1	Vibraciones Lineales con 1 GDL	21
2.2.1.1	Vibraciones Lineales y libres con 1 GDL	22
2.2.1.2	Vibraciones Lineales forzadas con 1 GDL	26
2.3	Vibraciones No Lineales	29
2.3.1	Análisis de estabilidad en el dominio del tiempo de los Sistemas vibratorios no lineales	30
2.4	Las vibraciones en el torno mecánico de eje horizontal	33
2.4.1	Tipos de vibraciones en los tornos mecánicos de eje Horizontal	33

	2.4.1.1	Vibraciones externas a los tornos mecánicos de eje Horizontal	33
2.6			
2.7	2.4.1.2	Vibraciones causadas por el torno mecánico de eje Horizontal	34
	2.4.1.3	Vibraciones debido a la falta de homogeneidad de la pieza	34
	2.4.1.4	<i>Vibraciones causadas por el golpeteo propiamente</i>	35
	2.4.2	Modelamiento de las vibraciones en el torno mecánico de eje horizontal con 1 GDL	36
		El Fenómeno del golpeteo en el proceso de corte	36
	2.5.1	El Fenómeno del golpeteo	36
		Clasificación del golpeteo de tipo regenerativo	38
2.7	2.6.1	Golpeteo de tipo regenerativo causado por la variación del espesor del material a ser removido	38
	2.6.2	Golpeteo de tipo regenerativo causado por corte Interrumpido	39
		Variación de la fuerza de corte con golpeteo	40

3.- ANALISIS Y PREDICCON DEL FENOMENO DEL GOLPETEO EN UN TORNO

MECANICO DE EJE HORIZONTAL

3.1	Introducción	42
3.2	Análisis y predicción del golpeteo según el Modelo Kalmar-Moon	44
3.2.1	Modelamiento de la fuerza de corte	44
3.2.2	Análisis del Modelo Dinámico del golpeteo	44
3.2.3	Predicción del golpeteo a partir del Modelo Dinámico	48
3.2.3.1	Obtención del Diagrama de estabilidad para el Modelo Lineal	48
3.3	Análisis del golpeteo según el Modelo de Balachandran	51
3.3.1	Modelamiento de la fuerza de corte	51
3.3.2	Análisis según el Modelo del proceso de Corte	52
3.3.3	Predicción según el Modelo de Balachandran	53
3.4	. Diagrama de Lobe como elemento de predicción en un Proceso de corte	56
4.- VALIDACION DE LOS RESULTADOS		
4.1.	Soluciones numéricas correspondientes al Modelo No Lineal	60
4.2.	Comparación de las soluciones Lineales y No Lineales	76
CONCLUSIONES		
TEMAS ABIERTOS		
BIBLIOGRAFÍA		
APENDICE		

INTRODUCCION

DEFINICIÓN DEL MAQUINADO A ALTA VELOCIDAD (MAV)

Según las referencias [19] y [32], dependiendo de las características particulares de cada proceso de corte, el maquinado a alta velocidad **(MAV)** es definido como:

- Elevada velocidad de corte
- Elevada velocidad de rotación en el maquinado
- Elevado avance en el maquinado.
- Elevada productividad en el maquinado.

MOTIVACIÓN DEL TRABAJO

La competencia intensa en la industria, especialmente en las aeronáutica y automotriz han hecho que se desarrolle la tecnología del maquinado y se diseñen nuevas soluciones. El Maquinado a alta velocidad (MAV) es una de las soluciones planteadas. Esta asegura altos índices de remoción de material, elevada productividad y reduce o elimina la utilización de refrigerante [32].

La industria metal-mecánica nacional, sigue siendo tradicional, no se utilizan las técnicas del maquinado a alta velocidad y consecuentemente los costos de producción son altos.

Cada vez es mayor la exigencia de que las máquinas herramientas sean diseñadas según el enfoque del (MAV). Entre una de sus características del (MAV), aplicables a la máquina – herramienta tradicional como el torno mecánico de eje horizontal obliga a tener altos índices de remoción de material en los proceso de corte. Trayendo como consecuencia, el incremento de la velocidad y/o la profundidad de corte.

El presente trabajo busca optimizar el proceso de corte, de tal manera que se obtengan altos índices de remoción de material sin decaer la precisión, ni causar daños a la máquina herramienta.

FORMULACION DEL PROBLEMA

En el proceso de mecanizado en un torno mecánico de eje horizontal, al incrementarse la velocidad y/o la profundidad de corte con aplicación del maquinado a alta velocidad (MAV), se genera problemas que vienen a ser las vibraciones perjudiciales a la máquina-herramienta, a la pieza de trabajo y/o al útil de corte.

Las vibraciones (golpeteo o retemblado) se producen como resultado de las excitaciones dinámicas ocasionadas por los incrementos de los parámetros mencionados. Estas vibraciones generan movimientos relativos entre la herramienta y la pieza de trabajo que influye en la precisión de la superficie de maquinado, tornándose perjudiciales. Cuando éstas son relativamente grandes, pueden provocar daños a la máquina herramienta.

Las vibraciones que se producen por el incremento de parámetros ligados al corte según el (MAV), pueden ser ([1], [8], [9], [10], [28] y [42]):

- Vibración de tipo no regenerativo: Debido, propiamente a la excitación provocada por la fricción entre la herramienta y la pieza maquinada o también entre el útil de corte y la viruta removida.
- Vibración de tipo regenerativo, conocido como **chatter** (golpeteo o retemblado); ocasionado debido a las irregularidades presentadas en la superficie de maquinado correspondientes a la pasada anterior.

De estos dos tipos de vibración, el más negativo y peligroso es el de tipo regenerativo. Ya que el de tipo no regenerativo es controlada a límites deseados desde el proceso en que se planifica la fabricación de la pieza mecanizada, evitando el golpeteo o retemblado.

Por ello en la presente tesis, utilizando dos Modelos Dinámicos de **Kalmar- Moon** y **Balachandran** se analiza y predice el golpeteo o retemblado en el torno mecánico de eje horizontal.

A través de un análisis científico y tecnológico a los Modelos de **Kalmar- Moon**, el cual utiliza el corte perpendicular al eje y al Modelo de **Balachandran** que lo hace paralelo al eje; se proyecta una predicción del golpeteo o retemblado, considerando modelos lineales y no lineales para el caso de **Kalmar- Moon**, y modelos lineales para el caso de **Balachandran**, ambos con un grado de libertad o unidimensional.

Esta predicción permitirá definir o controlar que el corte sea regular y que el material que se está cortando no presente ondulaciones o distorsiones en la superficie maquinada.

OBJETO DE ESTUDIO

El objeto de estudio es aumentar los índices de remoción de material, por incremento de la velocidad de corte, y/o incremento del avance

en el maquinado, y/o profundidad de corte, evitando el golpeteo o retemblado en el torno mecánico de eje horizontal.

OBJETIVO DE LA INVESTIGACION

El objetivo de tesis es analizar el fenómeno del golpeteo en un torno mecánico de eje horizontal para aumentar la productividad en el proceso de corte. Utilizando los resultados del análisis se puede optimizar el proceso de corte, es decir maquinar según los métodos del maquinado en alta velocidad. También, para ciertas condiciones de corte optimizadas predecir la posibilidad de golpeteo en la máquina herramienta.

ALCANCES DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación abarcará a las máquinas herramientas, los cuales serán modelados unidimensionalmente en el proceso de corte ortogonal. Los cuales se aplicarán a los tornos mecánicos de eje horizontal.

La predicción de las condiciones de golpeteo se desarrollará mediante las simulaciones numéricas obtenidas con la utilización adecuada de los modelos unidimensionales.

JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.

La industria metal mecánica nacional necesita reducir sus costos de producción en los procesos de maquinado; una solución viable es la aplicación de los métodos de maquinado en alta velocidad (MAV). Actualmente en nuestro país, ninguna empresa metal mecánica aplica esta tecnología. Tampoco contamos con suficiente información y experiencia sobre el maquinado en alta velocidad.

Por lo que, con el presente trabajo de investigación se espera que en la Facultad de Ingeniería Mecánica (FIM) de la Universidad Nacional de Ingeniería (UNI) se inicie una nueva línea de investigación en este campo.

HIPÓTESIS

- Es posible realizar el análisis del fenómeno del golpeteo o retemblado que se presenta en el proceso de corte con un torno mecánico de eje horizontal, mediante la utilización de un modelo dinámico lineal o no lineal de un grado de libertad.
- Con el análisis del fenómeno de golpeteo o retemblado que se da en el proceso de maquinado, se puede establecer los límites entre las zonas estables (sin golpeteo) y zonas inestables (con golpeteo).
- Para una condición de corte predeterminada, en el caso específico del torno mecánico de eje horizontal, se puede predecir la aparición del golpeteo en un proceso de maquinado.

METODO DE INVESTIGACIÓN

La presente tesis tiene carácter analítico, en su desarrollo, se utilizan técnicas de modelamiento de sistemas dinámicos. Específicamente de sistemas vibratorios de 1 GDL con modelos lineal y no lineal.

La obtención de los resultados se basa en las soluciones técnicas y simulaciones numéricas, considerando los límites de la estabilidad sin golpeteo, haciendo uso del diagrama de estabilidad (lobe) para un torno mecánico de eje horizontal en el cual se aproxime al corte ortogonal.

TIPO DE INVESTIGACIÓN

Esta tesis, se ubica como una investigación académica y tecnológica en ciencias de la ingeniería, por la serie de características que la vinculan en *forma natural* con el proceso de innovación tecnológica.

La innovación es un proceso complejo que tiene como bases el análisis, la predicción y el trabajo para obtener resultados de nuevos diseños, procesos y/o servicios.

Como investigación tecnológica en las ciencias de la ingeniería, se designa un ámbito de producción de conocimiento tecnológico validado, que incluye tanto el producto cognitivo, teorías, técnicas y tecnologías.

NIVEL DE INVESTIGACIÓN

Por el nivel de conocimientos que se adquieren se trata de una investigación exploratoria, investigación que se realiza con el propósito de *destacar los aspectos fundamentales de una problemática* determinada y descubrir los procedimientos adecuados para la solución del problema. Es importante desarrollar este tipo de investigación porque permitirá aperturar líneas de investigación en beneficio de la industria y del país.

NOVEDAD CIENTIFICA

En el país por primera vez se hace una investigación en esta línea científico-tecnológica del análisis del golpeteo y su aplicación en los procesos de maquinado en alta velocidad MAV. Asimismo, se aplicarán estos resultados del análisis para optimizar el proceso de corte que influenciará en el costo del proceso de la producción y demostrar que es posible trabajar por encima de la asíntota de los lóbulos, lo cual no es considerado en la teoría hasta ahora existente.

CAPÍTULO I

1. ESTADO DEL ARTE DEL FENOMENO DEL GOLPETEO EN UN TORNO MECÁNICO DE EJE HORIZONTAL

1.1. ESTADO DEL ARTE

Dentro de las investigaciones realizadas acerca del tema se citan a continuación:

Pasko [27] y **Sandvick** [32], hacen un estudio del maquinado a alta velocidad (MAV). Este es definido como un proceso de corte tal que se obtenga una elevada productividad, destacando la elevada velocidad de corte, así como el elevado avance en el maquinado, estos investigadores solo analizan el proceso de corte incidiendo en los problemas que presentan las vibraciones, tales como el acabado superficial y el desgaste prematuro de la herramienta.

Tobías [42] y **Balachandran** [1], describen el fenómeno de vibración en la herramienta golpeteo (*chatter vibration*). Este es ampliamente conocido en el mundo científico ligado a las maquinas-herramientas y en la industria ligada a los proceso de manufactura por corte, específicamente en los procesos de corte a alta velocidad (MAV). El golpeteo se presenta por el

aumento de la velocidad de corte y/o el aumento de la velocidad de avance [42] y [1]. Adicionalmente se menciona la problemática del golpeteo en la literatura especializada ([4], [5], [8]....[12], [15] [16], [18], ..., [31], [36]). Tobías [42], (en 1961) es el primer autor que analiza el fenómeno de golpeteo (chatter) en las máquinas-herramientas. En sus análisis del proceso de corte, modela a la herramienta de corte de masa discreta con 1 y/o 2 grados de libertad. Uno de los principales aportes de estos investigadores en sus análisis del golpeteo (vibración de tipo regenerativo) es el **diagrama de estabilidad** (conocido también como *stability lobes*). Pero, Tobías [42] y Balachandram [1], no establecen la utilidad práctica del diagrama de lobe; sin embargo, para poder establecer las zonas estables e inestables, se examina esta propuesta.

Kalhor [19], Es un investigador que considera al problema del golpeteo como modelado de diferentes maneras. Así en la mayoría de casos es modelado como vibración discreta con 1 GDL lineal y no lineal ([22], [29], [41], ... y [46]). También, se puede encontrar modelamientos con 2 GDL Insperger [15], Warminski [44], Wiercigroch [45] y Kalmar [18]), y raramente con 3 GDL [18]. Por lo general, cuando es modelado con 2 GDL se considera la vibración friccionante y la vibración regenerativa ([15], [42], [44] y [45]). En todos estos modelamientos los resultados se obtienen mediante métodos numéricos adecuados. En los modelamientos del proceso de corte con 1 GDL se considera que la excitación es una función retardada ([15], [16], [18], [19], [22], [27], [32], [37], [41], ... y [46]). El retardo puede ser considerado constante o variable, en este último caso es denominado de retardo perimétrico. Este simula el proceso regenerativo. Estos investigadores sólo hacen el modelamiento genérico del proceso de corte utilizando

técnicas de elementos finitos; pero consideran la influencia de los factores geométricos y de la temperatura en la formación de la viruta; dicho en otras palabras la información obtenida en estas fuentes son genéricas.

Litack [22], determina que la vibración regenerativa puede provocar vibraciones: periódicas, cuasi periódicas y caóticas. En forma similar **Szalai** [41] menciona que el *golpeteo* puede provocar vibraciones *period-two* y *quasi-periodic vibrations*. Considero que el más adecuado el propuesto por **Litack** [22].

Lacerda [21], y **Faassen** [8], muestran la importancia de la predicción del *golpeteo* por vibración, sugieren la predicción del estado del *golpeteo* mediante la evaluación de las fuerzas de corte interactuantes entre herramienta y pieza de trabajo utilizando un algoritmo.

Cohelo [5], en el artículo: "Evaluación experimental de los parámetros de las fuerzas aplicado al mecanizado del modelo de corte ortogonal", plantea lineamientos para la investigación experimental en una máquina herramienta fresadora, teniendo en cuenta los arreglos de sensores a utilizarse para la medición de la fuerza en el corte ortogonal.

Garitaonandia [13], propone una metodología para obtener un modelo reducido que representa el comportamiento dinámico del proceso de corte en una rectificadora. Este es obtenido mediante la conjunción de la dinámica de la máquina (obtenida mediante elementos finitos y análisis modal experimental) con los datos experimentales de condiciones de corte en el *golpeteo*.

Faassen [8], [9] y [10], propone la predicción del *golpeteo* (*chatter*) mediante el modelamiento y análisis de la máquina herramienta (taladro). Esta predicción se base en un modelo

de la dinámica de la máquina-herramienta y características del material a maquinarse. Este investigador predice a partir de datos experimentales, y da lineamientos para la implementación de un sistema de control que evite el *golpeteo* en la máquina herramienta [9] y [10].

Schimitz [34], afirma la predicción del *golpeteo* considerando la dinámica de la máquina herramienta con el método de la subestructuración. Este investigador para predecir el fenómeno del *golpeteo* combina el método de la subestructuración dinámica y las características de la máquina herramienta.

Nicolescu [22], sostiene que el acabado de la superficie y la aparición del *golpeteo* dependen de la dinámica de la máquina-herramienta y de los parámetros de corte. Este investigador solo da lineamientos para utilizar el análisis modal experimental de la máquina herramienta conjuntamente con la geometría del corte para detectar y predecir el fenómeno del *golpeteo*.

Dohner [7], sostiene que la utilización del control activo de la estructura de la máquina herramienta tal que se permita modificar las características dinámicas de la estructura de la máquina con el fin de evitar el *golpeteo* y/o aumentar la tasa de remoción de material. Pero no reporta mayor información de la forma de controlar la calidad de la superficie mecanizada ya que depende de las características dinámicas de la estructura de la máquina.

Pratt [28], propone un sistema de control de vibración para la reducción del *golpeteo* en tornos, haciendo un modelamiento lineal del proceso de taladrado con 1 GDL y sugiere un sistema de control de vibración. Pero no está claro en lo referente al

uso de los lóbulos de estabilidad por que trabaja en la zona convencional.

Ganguli [12] y [13], este autor describe y modela el fenómeno del golpeteo en taladros, también identifica los parámetros para proponer la predicción rápida del fenómeno del golpeteo utilizando sensores, quedando un poco difuso el modelamiento.

Riviere [31], plantea la detección del estado de golpeteo en el taladrado mediante micrófonos. Esta detección lo hace mediante tres métodos. 1.- Observando el nivel de la señal obtenida en la medición. 2.- En el contenido frecuencial de la señal. 3.- En la varianza de la señal obtenida. El autor lo presenta como un trabajo experimental, pero no esta claro la interpretación de las señales obtenidas.

Sims [36], luego de modelar el maquinado, describe el control del *golpeteo* mediante control activo de vibraciones con la utilización de actuadores y sensores; el modelo es usado para predecir la curva de estabilidad debajo de la cual se produce el proceso de maquinado. No aclara el comportamiento del maquinado considerando el efecto del amortiguamiento.

Rantatalo [30], desarrolla el análisis modal teórico y experimental en un taladro. El análisis teórico lo realizó considerando un sistema rotativo mediante el método de los elementos finitos. El análisis experimental lo ejecutó utilizando sensores sin contacto LDV (laser doppler vibrometry) . Los datos obtenidos sugieren su utilización en la predicción del golpeteo, quedando algunas inconsistencias respecto a las frecuencias de rotación y los efectos que se producen en el husillo de la máquina herramienta.

Norman [26], muestra la metodología para monitorear las fuerzas y la vibración en los procesos de corte y luego aplicar a la predicción, monitoreando a un taladro en el proceso de maquinado. Este investigador también realiza la medición de la vibración con sensores sin contacto con LDV (*laser doppler vibrometry*) y con la intención de no modificar las características inerciales, monitoriando el *golpeteo* para utilizar la máquina herramienta en su máxima capacidad y da sugerencias como controlar el *golpeteo*.

Caulfield [4], propone y diseña un actuador electromecánico para determinar previamente las características del *golpeteo*. Así este componente sería utilizado para determinar los parámetros de corte óptimos. Lo más saltante que muestra son los resultados de las Funciones de Respuesta en Frecuencia (FRF) y los relaciona con los diagramas de estabilidad en el maquinado.

Burku [3], analiza el maquinado con una máquina herramienta (taladradora) y considera al *golpeteo* como la vibración en una de las frecuencias modales y los determina mediante el método de los elementos finitos.

Selinsky [47], muestra en forma ilustrativa que el *golpeteo* es un fenómeno que se presenta en una de las frecuencias modales de la herramienta de corte o de la máquina-herramienta (fresadora). La solución consiste en sincronizar la frecuencia modal con la frecuencia de rotación así de esa manera evitar el *golpeteo*. Este investigador no muestra los diagramas de estabilidad.

Cotaquispe [6], el autor de la tesis "Estudio de una bancada de plancha soldada para un torno horizontal de desbaste mediante el método de los elementos finitos" propone en

forma general la dinámica vibracional de un torno; también analiza la bancada de la máquina herramienta utilizando el método de los elementos finitos, no hace uso de los diagramas de estabilidad en su investigación.

Kalmar N. [16], presenta los modelos diferenciales retardados de una herramienta de corte con efectos dinámicos acoplados no lineales; también describe a los diagramas de estabilidad, pero no aclara como utilizarlos en zonas estables.

1.2. TORNO MECÁNICO DE EJE HORIZONTAL

El torno mecánico de eje horizontal es una máquina herramienta para mecanizar piezas por revolución, arrancando material en forma de viruta mediante una herramienta de corte.

Esta máquina herramienta (ver figura 1.01) puede realizar operaciones de cilindrado, mandrilado, roscado, refrentado, ranurado, taladrado, escariado, moleteado, cilindrado en línea; mediante diferentes tipos de herramientas y útiles intercambiables con formas variadas según la operación de conformado a realizar. Con los accesorios apropiados, también se pueden efectuar operaciones de fresado, rectificado y otra serie de operaciones de mecanizado [2].



Figura 1.01:

Torno mecánico de eje horizontal, [23]

1.2.1. MOVIMIENTOS DEL TRABAJO EN LAS OPERACIONES DE TORNEADO

- **Velocidad de corte:** por lo general se imparte a la pieza que gira rotacionalmente sobre su eje principal. Este movimiento lo imprime un motor que transmite su giro al husillo principal mediante un sistema de poleas o engranajes. El husillo principal tiene acoplado a su extremo distintos sistemas de sujeción, los cuales sujetan la pieza a mecanizar [14].
- **Velocidad de avance:** es debido al movimiento de la herramienta de corte en la dirección del eje de la pieza que se está trabajando. En combinación con el giro impartido al husillo, determina el espacio recorrido por la herramienta por cada vuelta que da la pieza mecanizada. Este movimiento también puede no ser paralelo al eje, produciéndose así conos. En este último caso se gira el carro que está debajo del carro

transversal ajustando en una escala graduada el ángulo requerido, que será la mitad de la conicidad deseada.

- **Profundidad de Corte:** movimiento de la herramienta de corte que determina la profundidad de material arrancado en cada pasada. La cantidad de material factible de ser arrancada depende del perfil del útil de corte usado.

1.3. LA TEORÍA DE CORTE

El gráfico 1.02 muestra en forma idealizada y en forma bidimensional el proceso de corte. En este caso, el modelo asume que la herramienta es perfectamente aguda. Adicionalmente, la profundidad de corte t_o y la velocidad de corte V son constantes y la profundidad de corte es pequeña comparada con el ancho de corte [14].

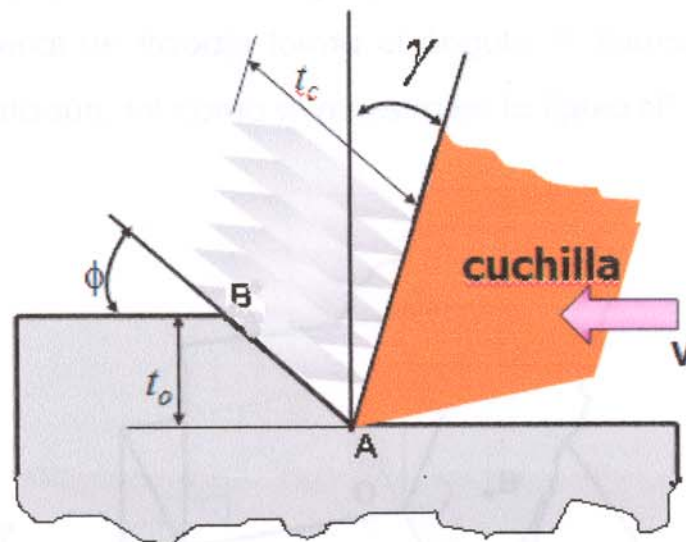


Figura 1.02:

Forma idealizada del proceso de corte ortogonal bidimensional [14].

Estas variables son:

γ = ángulo de ataque

ϕ = ángulo del plano de corte

t_0 = profundidad de corte

t_c = espesor de la viruta

1.4. TIPOS DE CORTE CON EL TORNO MECÁNICO DE EJE HORIZONTAL

Existen dos tipos de corte:

- ✓ Corte ortogonal y
- ✓ Corte oblicuo

1.4.1. CORTE ORTOGONAL

El corte ortogonal usa por definición una herramienta en forma de cuña, en la cual el borde cortante es perpendicular a la dirección de la velocidad de corte. El filo de la herramienta (OF) es perpendicular a la velocidad de corte (V). Donde la superficie de ataque de la herramienta con la perpendicular a la superficie del material de trabajo forma el ángulo γ llamado ángulo de ataque, tal como se muestra en la figura N° 1.03 [2].

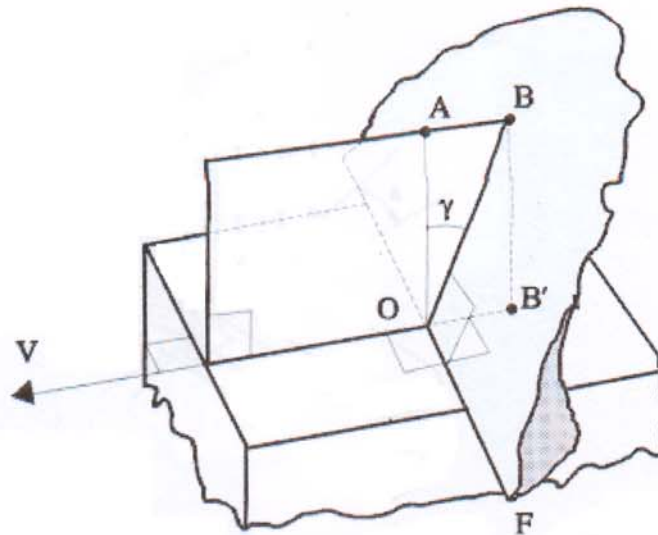


Figura 1.03:

Corte ortogonal con una herramienta en forma de cuña [2].

1.4.2. CORTE OBLICUO

El filo de la herramienta (OF) y la velocidad de corte (V) no forman un ángulo recto, lo contrario se cumpliría si $\lambda = 0$.

La viruta **no** fluye sobre la cara de desprendimiento de la herramienta en dirección perpendicular al filo; si no que forma un ángulo η con la normal.

Aplicando principios de teoría de la plasticidad, ver figura 1.04, [2].

$$\eta \approx \lambda$$

Se puede aplicar fórmulas de corte ortogonal, teniendo en cuenta que:

$$\gamma \rightarrow \gamma_e$$

$$\text{Sen } \gamma_e = \text{Sen } \gamma \text{ Cos}^2\lambda + \text{Sen}^2\lambda \quad (1.1)$$

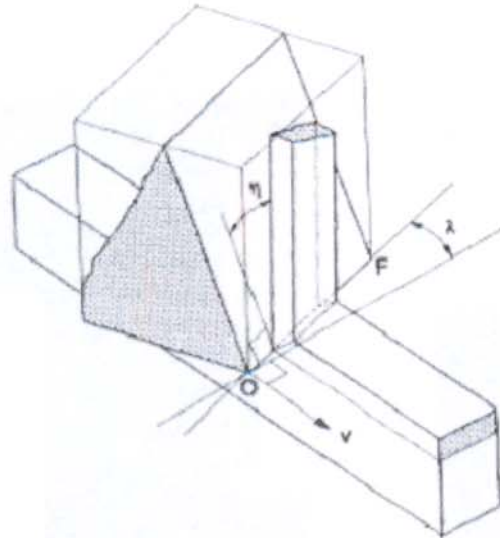


Figura 1.04:

Corte oblicuo con una herramienta en forma de cuña

1.5. FORMACIÓN DE VIRUTA

En este modelo idealizado, el proceso de maquinado se realiza por esfuerzo cortante en la zona primaria de corte en AB, (ver Figuras: 1.03 y 1.04). El elemento separado del corte se desplaza por la superficie creando una zona de fluencia secundaria debido a las fuerzas de fricción. Este modelo idealizado predice correctamente que la fuerza de corte aumenta con la profundidad de corte, dureza del material y coeficiente de fricción. Las fuerzas de corte son inversamente proporcionales al ángulo γ , ver figura 1.02. La potencia requerida crece con el aumento de la velocidad. La velocidad de corte depende del material a ser maquinado y del material de la cuchilla, y esta influye en el acabado, en la potencia requerida para el maquinado [33].

Una visión del campo de esfuerzos y de la temperatura en el proceso de corte puede ser observado en los resultados obtenidos por el modelamiento por elementos finitos [19], ver figura 1.05; [5].

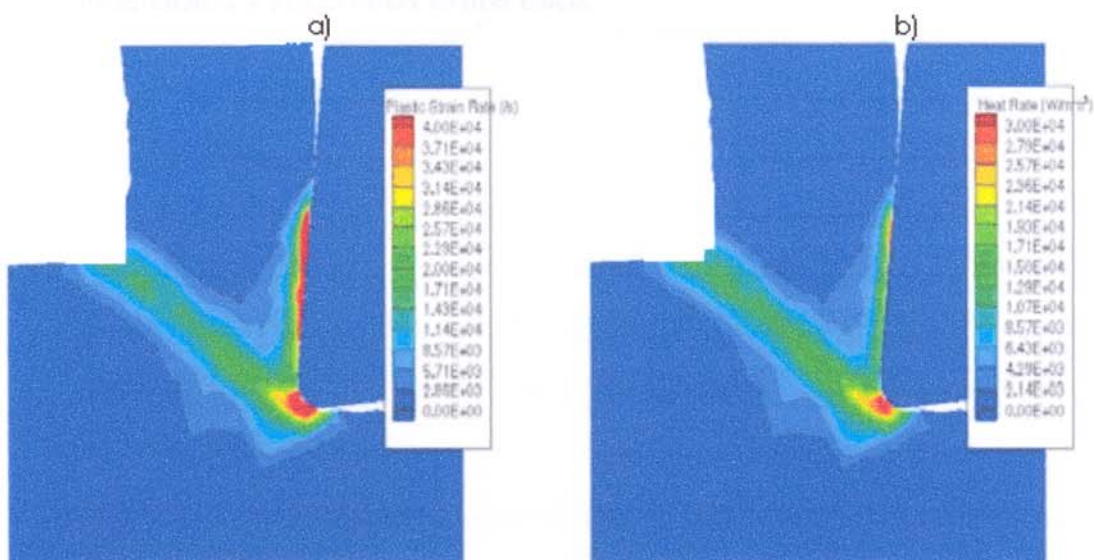


Figura 1.05:

Simulación numérica de la zona de corte ortogonal en un acero AISI 1045, a) Deformación y b) Calentamiento, [5].

1.6. ESTABILIDAD EN LOS PROCESOS DE CORTE CON EL TORNO MECÁNICO DE EJE HORIZONTAL

Un proceso de corte es estable cuando el maquinado sufre ligeros cambios a pesar de que se haya tenido perturbaciones transitorias (de duración limitada) o periódicas. Estos cambios pueden ser de corta duración o no sobrepasan los límites establecidos. Estas perturbaciones pueden ser principalmente debido a cambios en las condiciones de corte: principalmente de la profundidad de corte, velocidad de corte, velocidad de avance o de temperatura, etc.

El proceso de corte estable implica tener una superficie maquinada uniforme. Es decir, un maquinado preciso como consecuencia de una velocidad de corte uniforme y sin una vibración de la máquina herramienta en niveles apreciables.

La predicción o diagnóstico de la estabilidad de un proceso de corte es observado en un diagrama de estabilidad, (ver figura: 1.06). En este diagrama, se muestran las zonas estables e inestables y sus límites entre ellas.

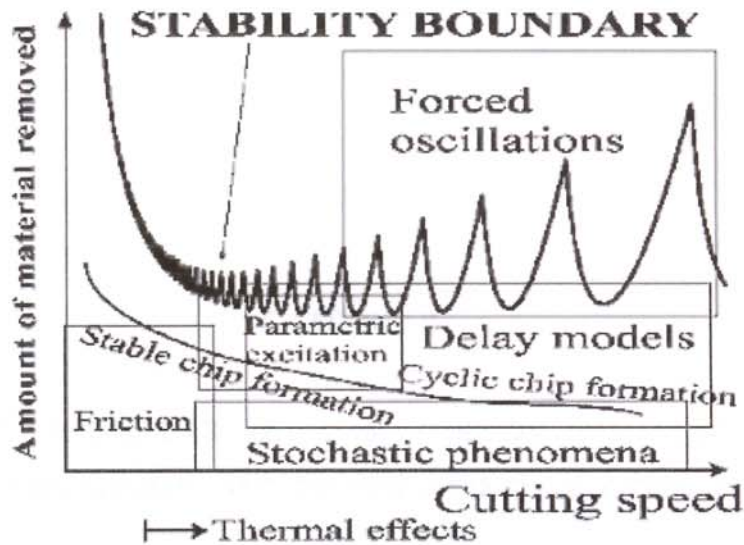


Figura 1.06:

Diagrama de estabilidad típico para el proceso de corte, [41]

Obsérvese la importancia de este diagrama, esto se traduce principalmente en que se puede utilizar para predecir una tasa alta (óptima) de remoción de material a maquinado a alta velocidad (**MAV**). Específicamente, el corte en los límites de la estabilidad, conocidos como lóbulos de estabilidad (Lóbulos de Lobe).

Este diagrama de estabilidad depende de varias variables y tiene sus propias leyes en cada intervalo de la velocidad de corte [25], (ver figura: 1.06). Así, se puede observar inestabilidades: por el proceso regenerativo, por la fricción en la herramienta, excitaciones paramétricas, (ver figura: 1.06). Esto como resultado de fenómenos como: inestabilidades elásticas, inestabilidades termoplásticas y efectos variables en el proceso de fractura.

En esta tesis solo se considera el análisis y la predicción del golpeteo producto de la vibración regenerativa, modelados como sistemas con retardo, ver figura 1.06.

CAPÍTULO II

2. VIBRACIONES APLICADAS A LOS TORNOS MECANICOS DE EJE HORIZONTAL Y MODELAMIENTO DEL FENOMENO DEL GOLPETEO

2.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se hace una introducción a la teoría general de vibraciones mecánicas. Específicamente, sobre la teoría de vibraciones lineales y no lineales que serán utilizados como marco teórico del fenómeno de *golpeteo que se presentan en el proceso de corte* en el torno mecánico de eje horizontal con modelamiento del mismo.

2.2. VIBRACIONES LINEALES

2.2.1. VIBRACIONES LINEALES CON UN GRADO DE LIBERTAD (1GDL)

Un sistema vibratorio de 1 GDL es mostrado en las figuras 2.01 y 2.11, la ecuación de movimiento de un sistema vibratorio lineal de 1 GDL, tiene la forma siguiente:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = f(t) \quad (2.1)$$

m : Es la inercia del sistema equivalente.

C : Es el coeficiente de amortiguamiento sistema equivalente.

k : Es la rigidez del sistema equivalente.

- k : Es la rigidez del sistema equivalente.
 $f(t)$: Es la fuerza externa aplicada al sistema.
 $x(t)$: Es el desplazamiento de la masa equivalente

El sistema dinámico es lineal (ecuación diferencial de coeficientes constantes) porque m , c y k son constantes, ver figuras (2.01 y 2.11).

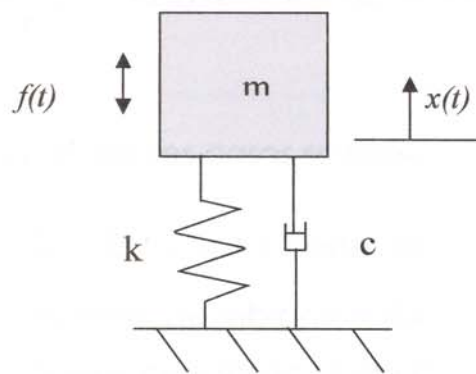


Figura 2.01:

Modelamiento de un sistema de 1GDL

2.2.1.1. VIBRACIONES LINEALES Y LIBRES CON UN GRADO DE LIBERTAD ($f(t)=0$)

Si $f(t)$ es nulo el sistema se comporta como un sistema con vibración libre, la ecuación de movimiento será:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (2.2)$$

o equivalentemente:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\zeta w_n \frac{dx}{dt} + w_n^2 x = 0 \quad (2.3)$$

Donde:

$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$, Es la frecuencia natural del sistema

$c_c = 2\sqrt{km}$, Es el coeficiente de amortiguamiento crítico

$\zeta = \frac{c}{c_c}$, Es la relación de amortiguamiento

Para diferentes casos se tiene:

- i. Si $c=0$ ($\zeta = 0_c$), éste el caso particular de un sistema de vibración libre sin amortiguamiento. La solución viene dado por:

$$x(t) = A \sin(w_n t + \phi) \quad (2.4)$$

Las constantes A y ϕ son constantes que dependen de las condiciones iniciales:

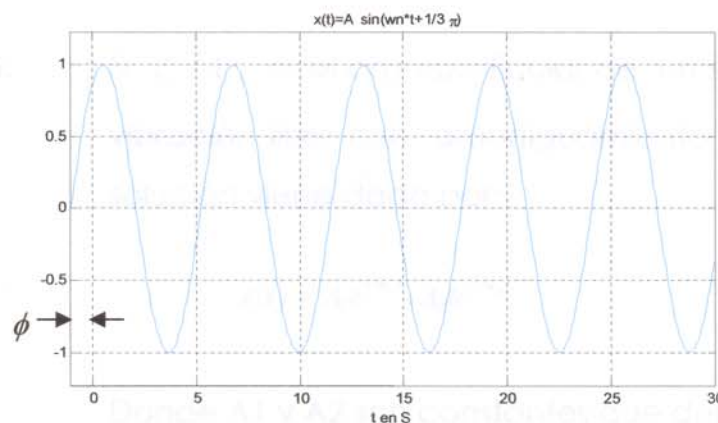


Figura 2.02:

Solución correspondiente a la vibración libre sin amortiguamiento

- ii. Si $\zeta < 1_c$, se trata del caso particular de un sistema de vibración libre con subamortiguamiento. La solución viene dado por:

$$x(t) = A e^{-\zeta \omega_n t} \text{Sin}(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t + \phi) \quad (2.5)$$

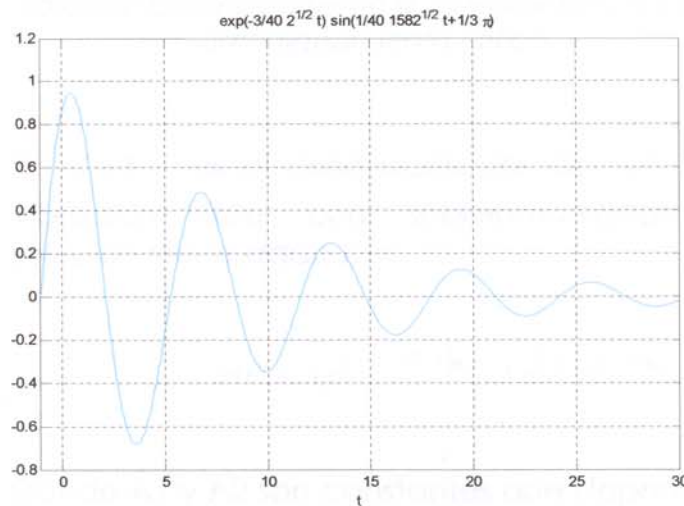


Figura 2.03:

Solución correspondiente a la vibración libre subamortiguada

- iii. Si $\zeta = 1_c$, es el caso particular de un sistema de vibración libre con amortiguamiento crítico. La solución viene dado por:

$$x(t) = A_1 e^{-\omega_n t} + A_2 t e^{-\omega_n t} \quad (2.6)$$

Donde A_1 y A_2 son constantes que dependen de las condiciones iniciales.

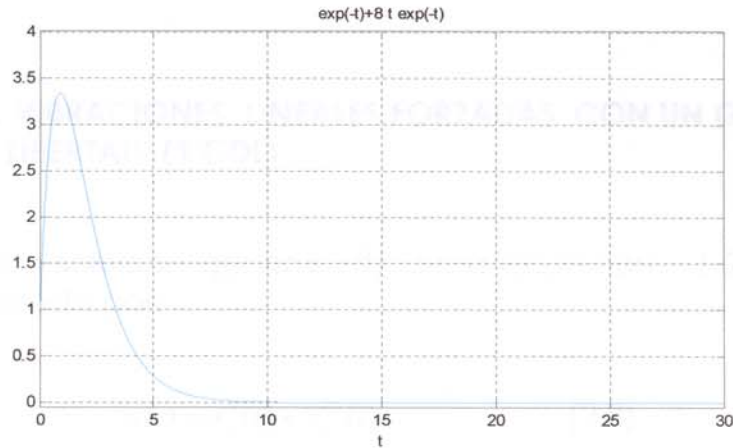


Figura 2.04:

Solución correspondiente a la vibración libre con amortiguamiento crítico

- iv. Si $\zeta > 1_c$, es el caso particular de un sistema de vibración libre con sobreamortiguamiento. La solución viene dado por:

$$x(t) = A_1 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + A_2 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} \quad (2.7)$$

Donde A1 y A2 son constantes que dependen de las condiciones iniciales.

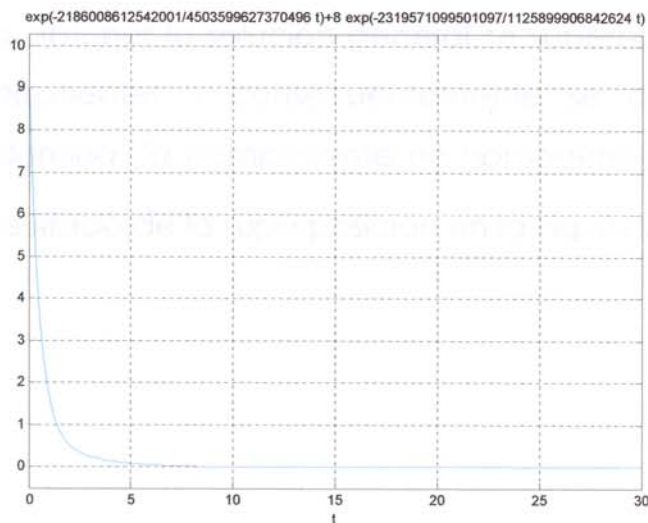


Figura 2.05:

Solución correspondiente a la vibración libre sobreamortiguada

2.2.1.2. VIBRACIONES LINEALES FORZADAS CON UN GRADO DE LIBERTAD (1 GDL)

La solución general $x(t)$ de la ecuación (2.1), viene dado por:

$$x(t) = x_p^h(t) + x_g^{nh}(t) \quad (2.8)$$

Donde:

$x_g^h(t) =$ La componente general de la solución homogénea y

$x_p^{nh}(t) =$ La componente particular de la solución no homogénea

De estas dos componentes, la componente $x_g^h(t)$ es la solución homogénea que prácticamente desaparece con el tiempo y la componente no homogénea es $x_p^{nh}(t)$ queda permanentemente, (ver Fig. 2.06).

Para obtener la solución general se superponen las dos componentes y consecuentemente se observa que predomina la componente no homogénea $x_p^{nh}(t)$, ver el resultado de la superposición en la Fig. 2.07.

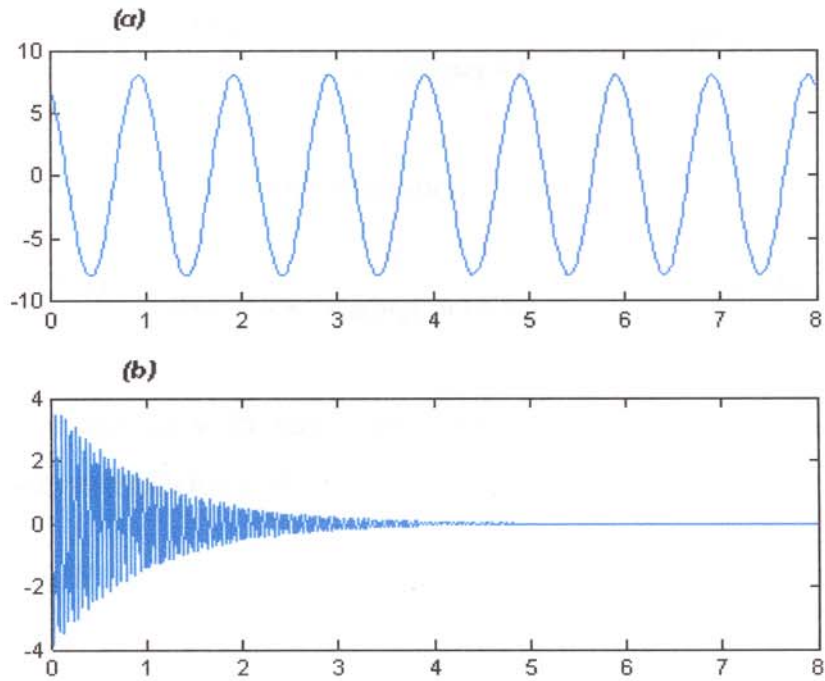


Figura 2.06:

Componentes de la solución: **(a)** no homogénea y **(b)** homogénea

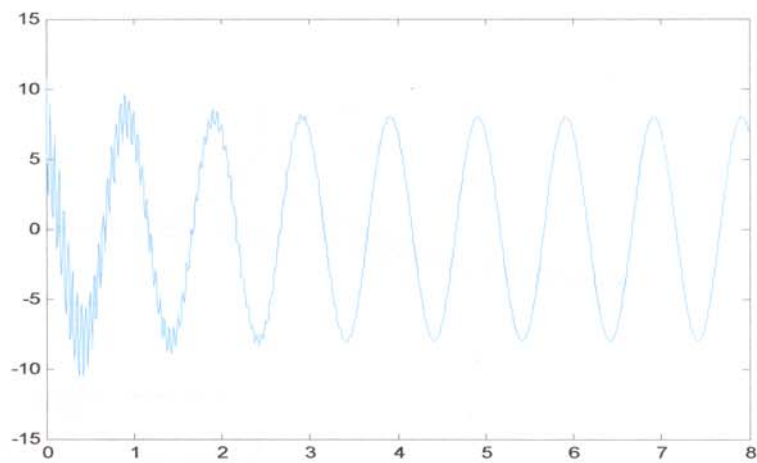


Figura 2.07:

Solución general de un movimiento vibratorio amortiguado y forzado

Otro enfoque es mediante la transformada de Laplace o la Transformada de Fourier. Considerando esta última.

$$H(w) = \frac{X(w)}{F(w)} = \frac{1}{-mw^2 + c(jw) + k} \quad (2.9)$$

Reacomodando los términos

$$H(w) = \frac{X(w)}{F(w)} = \frac{1}{-w^2 + 2\zeta w_n(jw) + w_n^2} \quad (2.10)$$

El módulo y la fase de ésta función de transferencia, vienen dados por las relaciones siguientes:

$$|k H(w)| = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (2.11)$$

$$\text{phase}(kH(w)) = \phi(w) = \text{Tan}^{-1}\left(-\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right) \quad (2.12)$$

Con: $r = \frac{w}{w_n}$

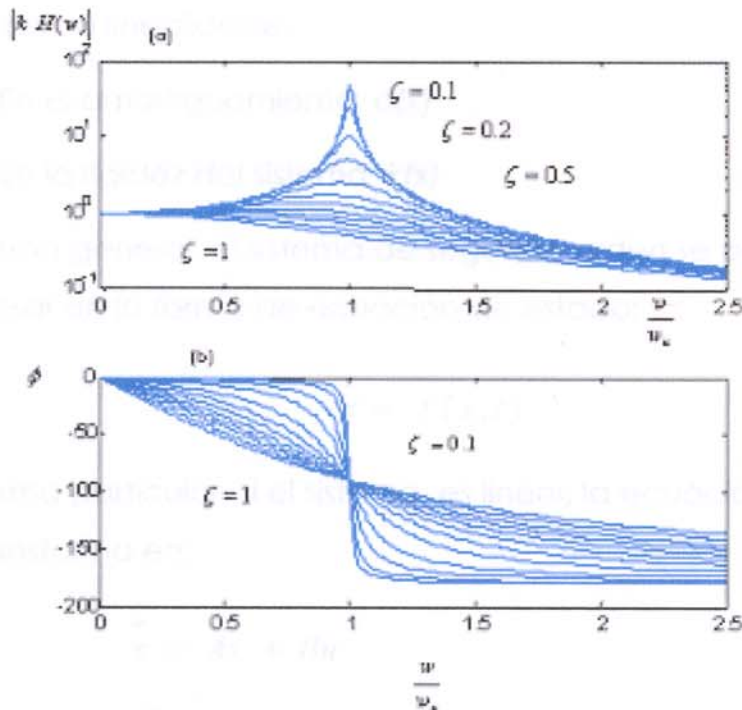


Figura 2.08:

Módulo (a) y Fase (b) de la función de transferencia

$$|k H(w)|$$

2.3. VIBRACIONES NO LINEALES

La característica fundamental de un sistema no lineal es aquel donde no es aplicable el principio de superposición.

Un sistema vibratorio es expresado mediante una ecuación de segundo orden, (ver ecuación (2.13)), el caso del sistema vibratorio no lineal tiene la forma:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + c(x)\frac{dx}{dt} + k(x)x = f(t) \quad (2.13)$$

Nótese que, los coeficientes del primer lado de la ecuación no son constantes.

En el caso de las vibraciones mecánicas, existen diferentes tipos de no linealidades:

- En el amortiguamiento $c(x)$
- En la rigidez del sistema $k(x)$

En forma general, el sistema de segundo orden se puede expresar en la forma de ecuación de estado:

$$\dot{x} = f(x,t) \quad (2.14)$$

En forma particular, si el sistema es lineal, la ecuación (2.14) se transforma en:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.15)$$

El sistema no lineal se puede aproximar a un sistema lineal alrededor de una vecindad $x=x_0$, mediante el método de la linealización:

$$\overset{o}{x} = A(x - x_o) + f_{h.o.t}(x), \quad (2.16)$$

Con:

$$A = \left[\frac{\partial}{\partial x} f(x) \right]_{x=x_o}$$

Así, despreciando los términos de orden superior, se obtendrá

$$\overset{o}{x} = A(x - x_o) \quad (2.17)$$

Alrededor de la vecindad $x=x_o$, es válido los análisis aplicados a sistemas lineales.

2.3.1. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN EL DOMINIO DEL TIEMPO DE LOS SISTEMAS VIBRATORIOS NO LINEALES

Para realizar el análisis de estabilidad¹ en el dominio del tiempo de los sistemas vibratorios no lineales utilizamos los siguientes métodos:

- 1) El de diagrama de fase,
- 2) Evolución temporal de $x(t)$
- 3) El de Lyapunov.

- **1). Método de análisis del diagrama de fase:** Este método es gráfico, trata de mostrar la variación temporal de x y dx/dt . La figura 2.09 muestra el análisis de estabilidad; así, con las condiciones iniciales X_o ,

¹ Existen diferentes tipos de análisis de sistemas no lineales, tanto en el dominio del tiempo y de la frecuencia. Una buena fuente de información sobre este tema se puede encontrar en [25]

la evolución temporal de x y dx/dt indica la estabilidad o no estabilidad del sistema.

El sistema será estable si la trayectoria $x - x^o$ sean similares a las que siguen las curvas 2 y 3 en la Fig. 2.09 es decir no pasan de la circunferencia (o más general la esfera S_R), caso contrario serán inestables.

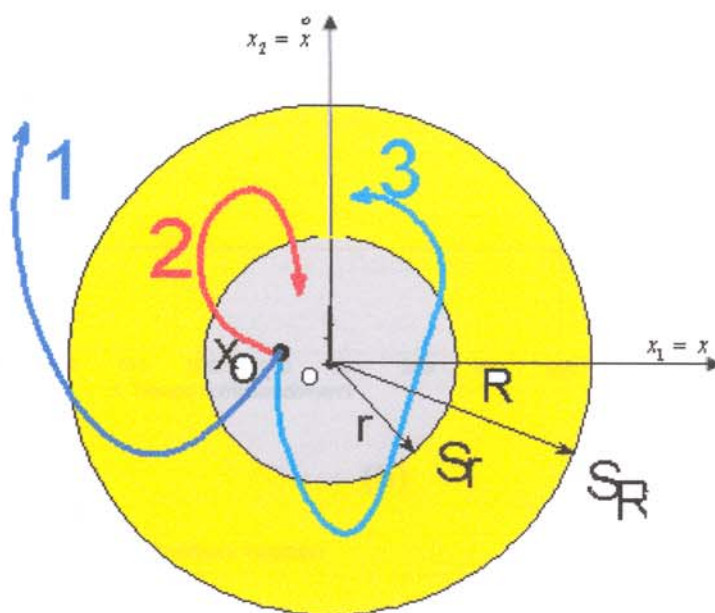


Figura 2.09:

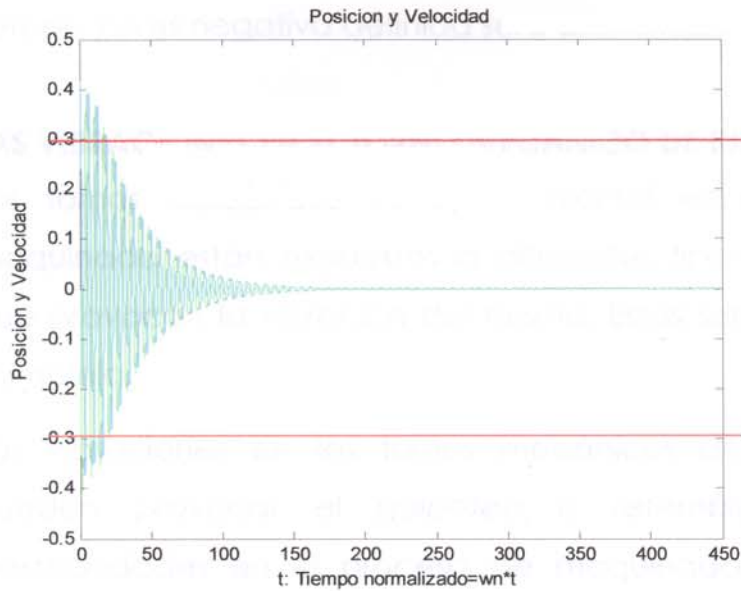
Estabilidad de un sistema dinámico de orden 2 mediante el diagrama de fase

- 1 Es inestable
- 2 Es Estable asintóticamente
- 3 Es marginalmente estable

2). Evolución temporal de $x(t)$: Esta es la forma de observar y analizar la estabilidad que se presenta en los *Sistemas dinámicos estables e inestables* respectivamente, tal como se muestra en la figura N°

2.10. Basado en las ecuaciones (2.1) y (2.8) de movimiento de un sistema vibratorio lineal con 1 GDL.

(a)



(b)

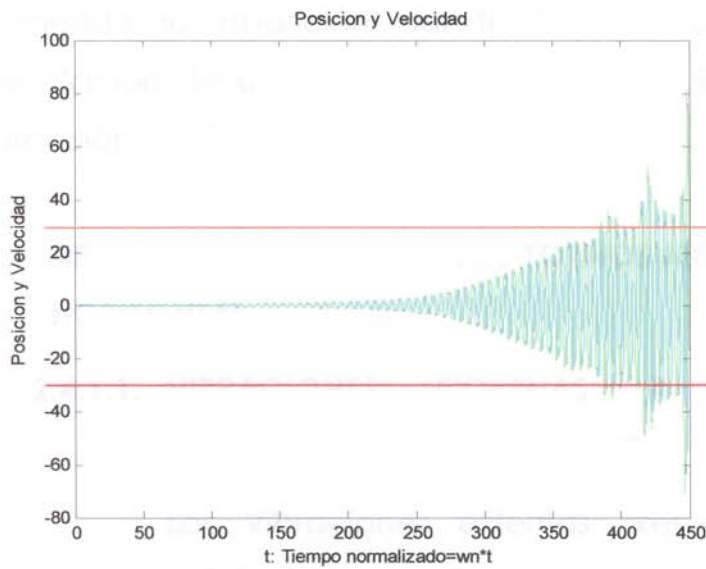


Figura 2.10:

Sistemas dinámicos (a) estables y (b) inestables (La líneas roja muestran el limite X_R si el sistema es estable o inestable).

3). Método de Lyapunov: Se hace mediante una función de Lyapunov positiva definida, el cual es derivada respecto al tiempo y si es negativa definida será asintóticamente estable ²

2.4. LAS VIBRACIONES EN EL TORNO MECANICO DE EJE HORIZONTAL

Los tornos mecánicos de eje horizontal en el proceso de maquinado están expuestos a diferentes tipos de excitación que provocan la vibración del mismo. Estas son de naturaleza compleja.

Las vibraciones en los tornos mecánicos de eje horizontal pueden provocar el *golpeteo* o *retemblado*. Es decir inestabilidades en el proceso de maquinado. Esto implica decir, si las vibraciones son grandes, el movimiento relativo entre el útil y la pieza maquinada también será grande, induciendo la aparición del fenómeno del golpeteo. La presentación de este fenómeno provocará irregularidades e imprecisión en el maquinado.

2.4.1. TIPO DE VIBRACIONES EN LOS TORNOS MECÁNICOS DE EJE HORIZONTAL

2.4.1.1. VIBRACIONES EXTERNAS A LOS TORNOS MECÁNICOS DE EJE HORIZONTAL

Las Vibraciones externas presentadas en otras instalaciones vecinas, generalmente provocadas por otras máquinas, pueden ser transmitidas al torno mecánico de eje horizontal. Estas

² Este método es mostrado referencialmente, mayor información buscar bibliografía especializada

transmisiones pueden ser hechas a través del suelo o cimentaciones de las máquinas. Estas vibraciones pueden excitar a la máquina herramienta y consecuentemente excitar las frecuencias modales del torno mecánico de eje horizontal e influenciar para la aparición del golpeteo.

2.4.1.2. VIBRACIONES CAUSADAS POR EL TORNO MECÁNICO DE EJE HORIZONTAL

Las vibraciones causadas por el propio sistema del torno mecánico de eje horizontal durante su funcionamiento. Por lo general estas se presentan debido a diversas fuentes:

- Movimientos rotacionales con masas desbalanceadas.
- Excitaciones debido a los engranajes correas y otros elementos de máquinas en la máquina herramienta.
- También excitaciones en los accionadores (motores eléctricos)

2.4.1.3. VIBRACIONES DEBIDO A LA FALTA DE HOMOGENEIDAD DE LA PIEZA

En la pieza pueden existir regiones con diferentes tipos de durezas, estas al ser maquinadas pueden ser fuentes de excitación cuando el útil choca con estas regiones. Por lo general estas pueden ocasionar amplitudes altas de vibración perjudiciales en el proceso de corte.

2.4.1.4. VIBRACIONES CAUSADAS POR EL GOLPETEO PROPIAMENTE.

Las vibraciones regenerativas o auto excitadas no son causadas por fuerzas externas más bien por las fuerzas generadas propiamente en el proceso de corte. Estas fuerzas de corte variable se presentan por la variación del espesor del material a ser removido o por corte interrumpido; por lo general, esto es debido a la superficie ondulada (espesor variable) producido en la pasada anterior, ver Figuras 2.14 y 2.15.

Estas fuerzas auto excitadas provocan vibración en el útil, en la pieza en proceso de maquinado y también en el torno mecánico de eje horizontal. Si la frecuencia de estas fuerzas es tal que exciten las frecuencias naturales ya sea del útil de corte, o del material de trabajo o de la máquina herramienta, esto hace que se presente el fenómeno del *golpeteo*.

Aquí también pueden ser consideradas las vibraciones producidas debido a la fricción entre la pieza y el útil de corte de la máquina herramienta que se convierten en golpeteo no regenerativo. En este caso la superficie de la pieza es considerada excesivamente rugosa y el avance en el proceso de maquinado es pequeño.

2.4.2. MODELAMIENTO DE LAS VIBRACIONES EN EL TORNO MECÁNICO DE EJE HORIZONTAL CON 1 GDL

En este caso el torno mecánico de eje horizontal es modelado como una masa puntual y la interacción con el útil de corte, mediante una fuerza $f(t)$. Las direcciones son principalmente vertical Ver Figura 2.11.

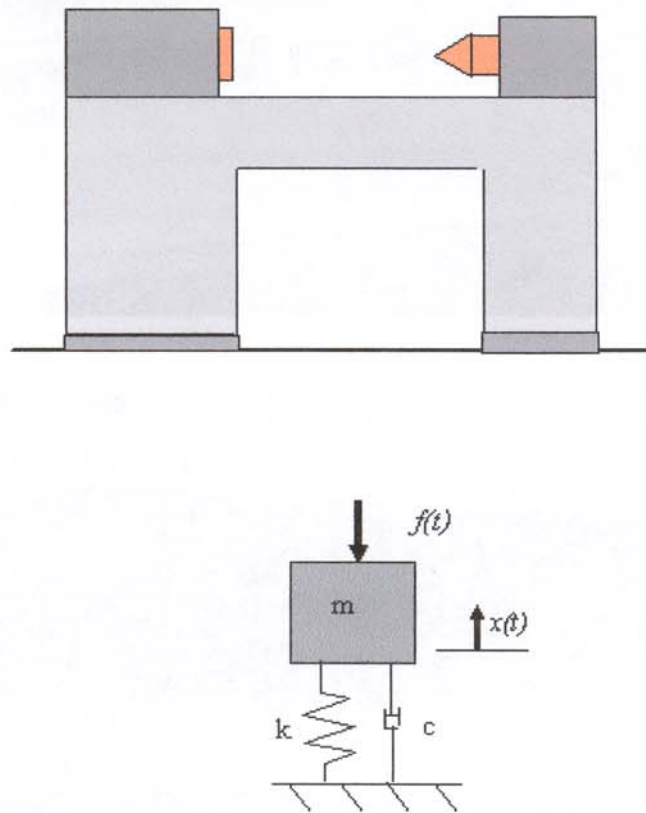


Figura 2.11:

Modelamiento del torno mecánico de eje horizontal con un grado de libertad.

2.5. EL FENOMENO DEL GOLPETEO (CHATTER) EN EL PROCESO DE CORTE

2.5.1. EL FENÓMENO DE GOLPETEO

La traducción del *chatter* es golpeteo o retemblado. El *golpeteo* básicamente es el movimiento vibratorio relativo

entre el útil de corte y la pieza maquinada con el torno mecánico de eje horizontal. Este movimiento vibratorio hace que la pieza torneada tenga una superficie maquinada irregular, consecuentemente con imprecisión en el maquinado (ver la figura 2.12).

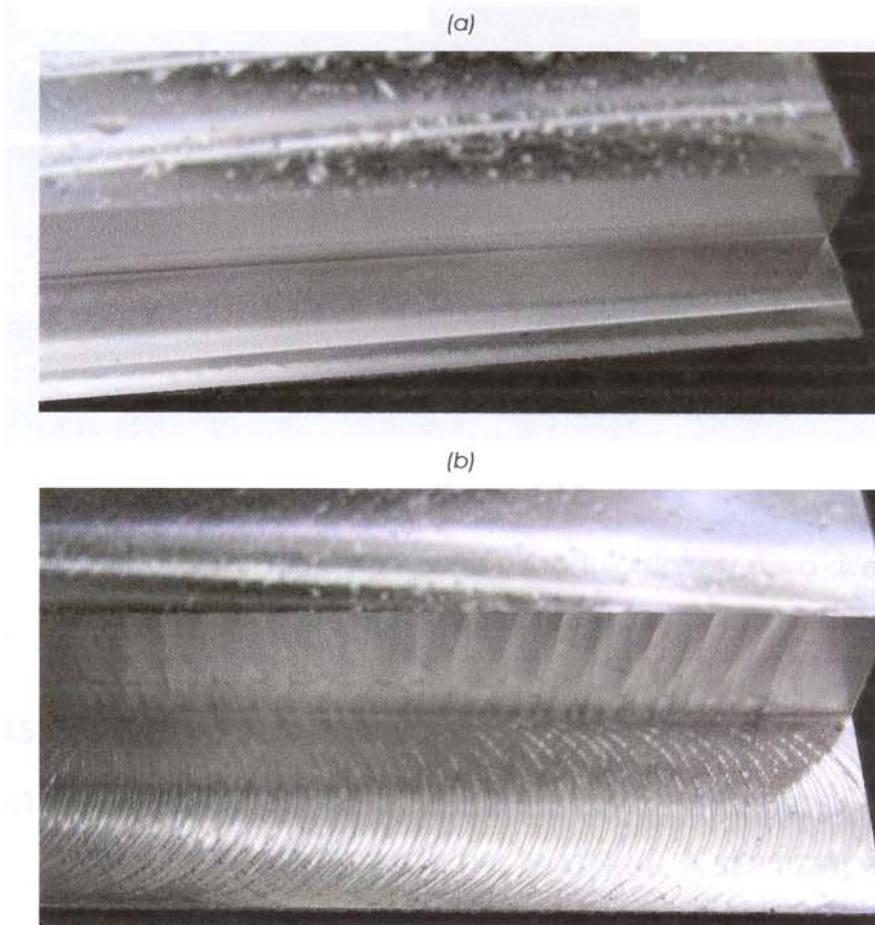


Figura 2.12:

Superficies maquinadas a) sin golpeteo y b) con golpeteo [46].

En un proceso de corte en particular, existen diferentes niveles de golpeteo (*chatter*). Estos diferentes niveles de golpeteo, para el caso de un proceso de taladrado, son mostrados en la Figura 2.12, así como también puede verse en forma escalada los diferentes niveles de golpeteo, desde sin golpeteo (maquinado estable: según

lo establecido por la teoría de corte tradicional y el que se adopta en la práctica) hasta niveles altos de *golpeteo*. Además también se puede apreciar la relación dimensional entre las ondulaciones producto del *golpeteo* con la dimensión de la pieza maquinada.

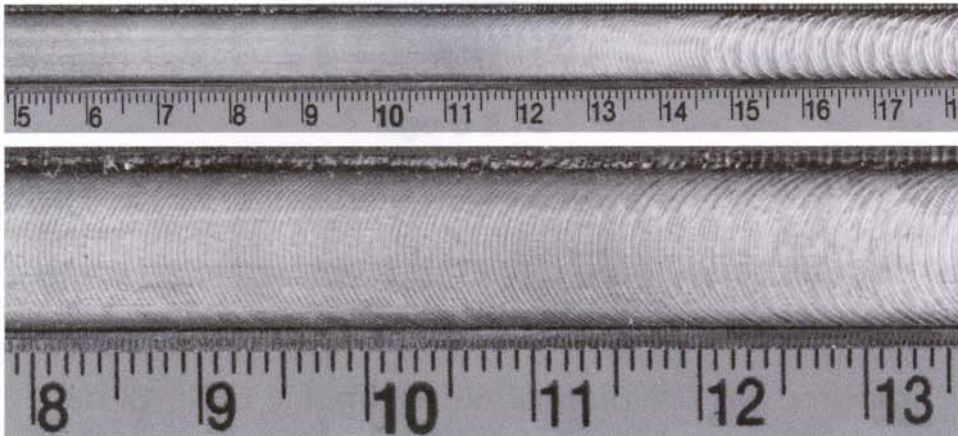


Figura 2.13:

Comparación de la imprecisión (ondulaciones) para diferentes niveles de golpeteo en un proceso de taladrado [9].

2.6. CLASIFICACIÓN DEL GOLPETEO DE TIPO REGENERATIVO

2.6.1. GOLPETEO DE TIPO REGENERATIVO CAUSADO POR LA VARIACIÓN DEL ESPESOR DEL MATERIAL A SER REMOVIDO.

Las vibraciones regenerativas o auto excitadas no son causadas por fuerzas externas, sino más bien por las fuerzas generadas propiamente en el proceso de corte. Estas fuerzas de corte variable se presentan por la variación del espesor del material a ser removido. Por lo general, esto es debido a la superficie ondulada (espesor variable) producido en la pasada anterior, ver Figura 2.14.

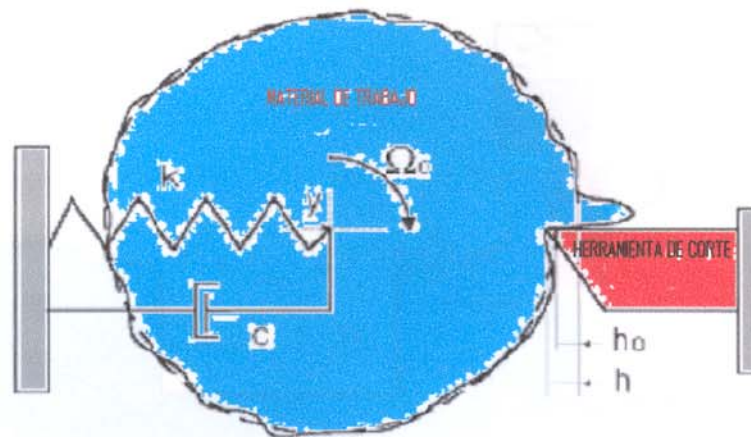


Figura 2.14:

Corte regenerativo

Estas fuerzas auto excitadas provocan vibración en el útil, en la pieza y también en la máquina herramienta. Si la frecuencia de estas fuerzas son tal que exciten las frecuencias naturales ya sea del útil, o de la pieza o de la maquina se presentara el fenómeno de *golpeteo*.

2.6.2. GOLPETEO DE TIPO REGENERATIVO CAUSADO POR CORTE INTERRUMPIDO

Este tipo de vibración ocurre debido a las excitaciones producidas en el corte interrumpido como en taladrado o fresado debido al número de filos que tiene la herramienta de corte, sin embargo en el torneado se presenta cuando el material no es cilíndrico.

Aquí también pueden ser consideradas las vibraciones producidas debido a la fricción entre la pieza y el útil de la máquina herramienta. En este caso la superficie de la pieza es considerada excesivamente rugosa y el avance en el proceso de maquinado es pequeño

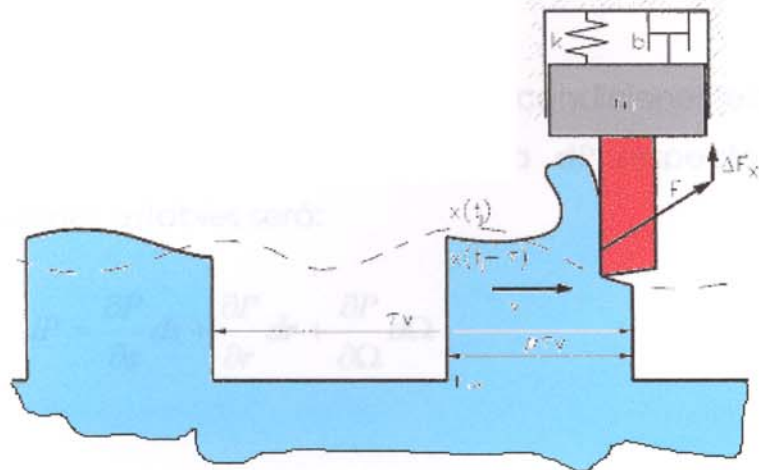


Figura 2.15:

Corte interrumpido [33]

2.7. VARIACIÓN DE LA FUERZA DE CORTE CON GOLPETEO

La figura 2.16 muestra la variación de la fuerza en los casos de maquinado aproximado al corte ortogonal estable y con golpeteo. Si la fuerza P , es una función $P(s, r, \Omega)$, donde los argumentos pueden ser: Ω , es la velocidad angular de la pieza; s , es el espesor de viruta arrancada y r , es la velocidad de avance. [1].

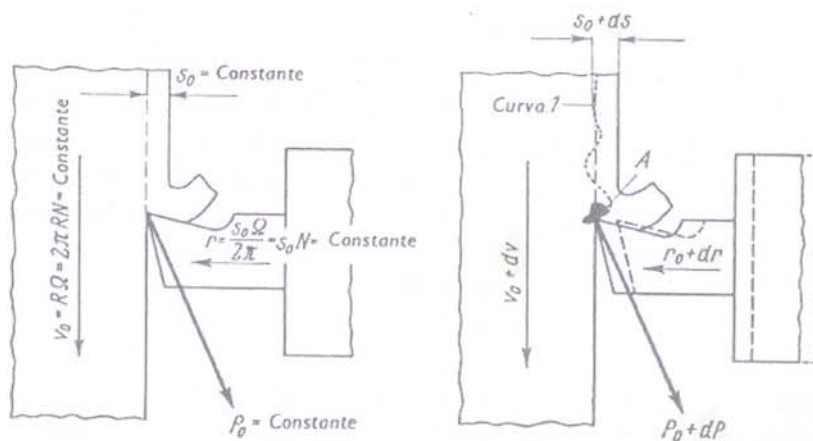


Figura 2.16:

La fuerza de corte en los procesos de maquinado estable e inestable (con golpeteo). El punto A es una granulación. [36].

Así, si P_0 es la fuerza de corte en condiciones estables sin *golpeteo*. La variación de la fuerza dP respecto a estas condiciones estables será:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial s} ds + \frac{\partial P}{\partial r} dr + \frac{\partial P}{\partial \Omega} d\Omega \quad (2.18)$$

Si:

$$k_1 = \left. \frac{\partial P}{\partial s} \right|_{P=P_0} \quad k_2 = \left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{P=P_0} \quad k_3 = \left. \frac{\partial P}{\partial \Omega} \right|_{P=P_0} \quad (2.19)$$

Entonces la variación de la fuerza de corte será dP :

$$dP = k_1 ds + k_2 dr + k_3 d\Omega \quad (2.20)$$

Las constantes k_1 , k_2 y k_3 , pueden ser determinadas experimentalmente.

Así la fuerza total instantánea con *golpeteo* será:

$$P = P_0 + dP \quad (2.21)$$

CAPÍTULO III

3. ANALISIS Y PREDICCIÓN DEL FENÓMENO DE GOLPETEO EN UN TORNO MECÁNICO DE EJE HORIZONTAL

3.1. INTRODUCCION

El análisis y predicción del fenómeno de golpeteo en un torno mecánico de eje horizontal, se realiza en base al modelo dinámico de golpeteo unidimensional y puede hacerse en cualquiera de las dos direcciones, tal como se muestra en la figura N° 3.01.

En el caso **(a)** de figura 3.01, la velocidad de giro de husillo del torno mecánico de eje horizontal no está directamente influenciada por la vibración x , pudiendo cambiar la carga sobre la máquina herramienta durante el proceso de corte y esto origina vibraciones en el tren de engranajes del accionamiento; por lo cual, puede producir cambios en la velocidad de corte que conllevan a variar el espesor de viruta por el efecto regenerativo.

En el caso **(b)** de la figura 3.01, el espesor de viruta puede cambiar cuando la arista de corte se separe del plano de la

velocidad de corte que resulta de la deformación dinámica del cuerpo de la herramienta de corte en la dirección de la velocidad del maquinado.

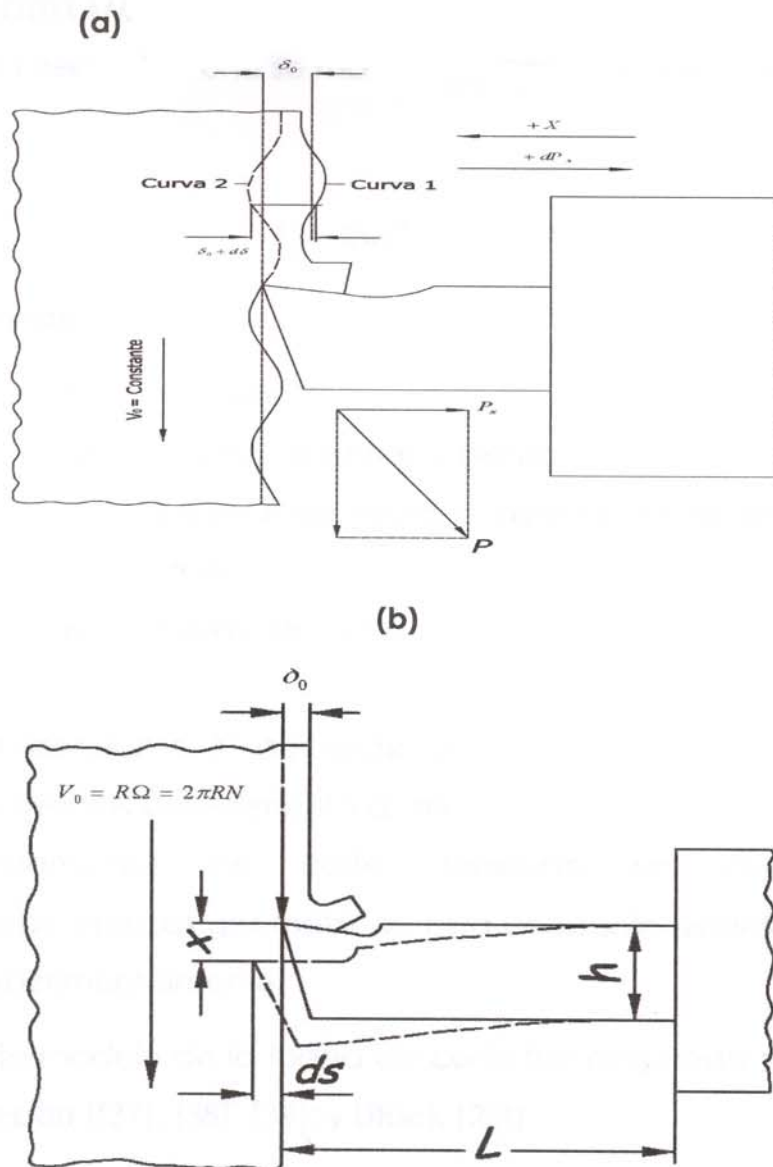


Figura 3.01:

Modelamiento del golpeo en dos direcciones, **a)** variación del espesor de viruta por efecto del golpeo, **b)** variación del espesor de la viruta por efecto de la deformación dinámica de la herramienta [42].

3.2. ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL GOLPETEO SEGÚN EL MODELO KALMAR - MOON [18]

3.2.1. MODELAMIENTO DE LA FUERZA DE CORTE

La Fuerza de corte se modela como:

$$F_x = Kwf^{3/4} \quad (3.1)$$

Donde:

- K: Constante.
- w: Ancho de la herramienta.
- f: Espesor de viruta o avance en el proceso de corte.
- F_x : Fuerza de corte

La constante K depende de las características de los materiales del elemento a maquinarse y del material de la herramienta de corte, teniendo en cuenta las características geométricas, esta constante es determinada experimentalmente.

Este modelo de la fuerza de corte fue propuesta por **Gabor Stepan** ([37], [38], [39]; y **Litack** [22]).

3.2.2. ANALISIS DEL MODELO DINÁMICO DEL GOLPETEO

Para el análisis del modelo dinámico unidimensional del proceso de corte con golpeteo, consideramos como un sistema masa, resorte y amortiguador. En este caso, la herramienta se considera como una masa. La interacción con la maquina-herramienta, implica la existencia de

elementos como: resorte, amortiguador y fuerza de corte en la dirección vertical ver figura 3.02.

Para obtener la ecuación diferencial de movimiento de la herramienta en la dirección vertical, se considera un sistema de coordenadas x . Tal que éste es medido a partir de las condiciones normales de corte ($f = f_0 = cte$), ver figura 3.02.

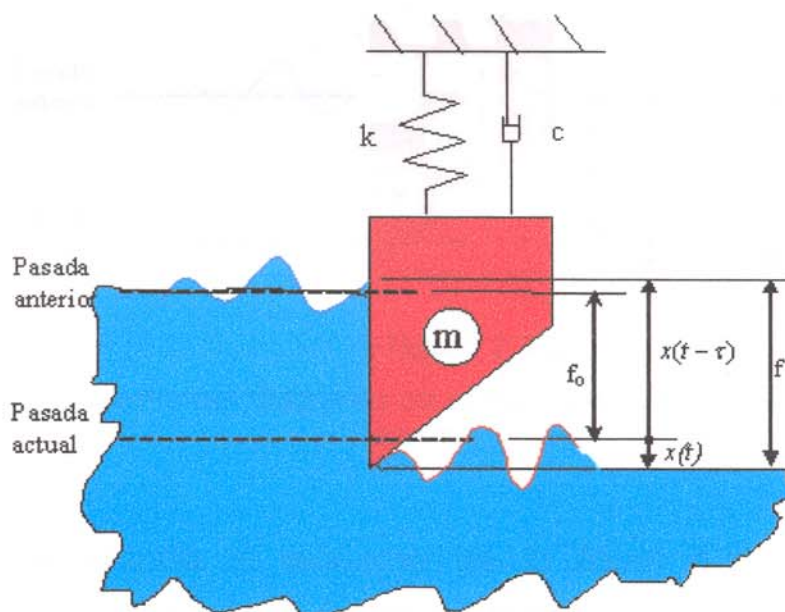


Figura 3.02

Esquema del modelamiento unidimensional del proceso de corte

En la situación de corte estable, existe el equilibrio estático, (específicamente, $x = x^0 = 0$). Así, el resorte equilibra la fuerza de corte en la dirección x , donde la fuerza esta dada por:

$$F_x = Kw f_0^{3/4}.$$

La variación del espesor f_0 , provocará el desequilibrio del sistema y consecuentemente se presentará la vibración de la herramienta, es decir el *golpeteo* de tipo regenerativo. En esta situación de desviación de las condiciones de corte

estable (desviación del equilibrio estático), se obtendrá la ecuación diferencial de movimiento en la dirección vertical x a partir del diagrama de cuerpo libre:

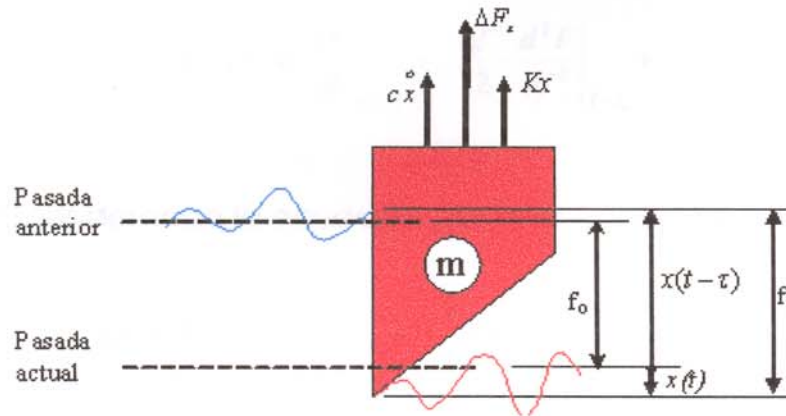


Figura 3.03:

Esquema del diagrama de cuerpo libre del modelamiento unidimensional.

Observando el esquema de la figura 3.03, se puede deducir la siguiente ecuación diferencial:

$$-c \frac{dx}{dt} - kx - \Delta F_x = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (3.2)$$

Dado que x , se mide a partir de las condiciones de corte estable, la fuerza que se considerara en la ecuación de movimiento será ΔF_x , dado por:

$$\Delta F_x = F_x(f) - F_x(f_0) \quad (3.3)$$

Reduciendo la ecuación (3.2), se tendrá³:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\zeta \omega_n \frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x = -\frac{1}{m} \Delta F_x \quad (3.4)$$

³ Considerando los parámetros de un sistema vibratorio de 1 GDL, ver teoría (2.2).

Expandiendo mediante las series de Taylor hasta el tercer orden, la función de la fuerza de corte y considerando $\Delta f = f - f_o$, se tendrá:

$$F_x(f) = F_x(f_o) + \Delta f \left. \frac{dF}{df} \right|_{f=f_o} + \frac{\Delta f^2}{2} \left. \frac{d^2F}{df^2} \right|_{f=f_o} + \frac{\Delta f^3}{6} \left. \frac{d^3F}{df^3} \right|_{f=f_o} \quad (3.5)$$

Considerando la ecuación (3,1) y la ecuación (3.5) resulta:

$$\Delta F_x = F_x(f) - F_x(f_o) = -\frac{3}{4} K w f_o^{-1/4} \Delta f \left(1 - \frac{1}{8} \frac{\Delta f}{f_o} + \frac{5}{96} \frac{\Delta f^2}{f_o^2} \right)$$

Haciendo el siguiente cambio, $k_1 = \frac{3}{4} K w f_o^{-1/4}$, se tendrá:

$$\Delta F_x = F_x(f) - F_x(f_o) = -k_1 \Delta f \left(1 - \frac{1}{8} \frac{\Delta f}{f_o} + \frac{5}{96} \frac{\Delta f^2}{f_o^2} \right) \quad (3.6)$$

Al remplazar la ecuación (3.6) en la ecuación (3.4), se tendrá finalmente la ecuación del modelamiento unidimensional:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta w_n \frac{dx}{dt} + w_n^2 x = -\frac{k_1}{m} \Delta f \left(1 - \frac{1}{8} \frac{\Delta f}{f_o} + \frac{5}{96} \frac{\Delta f^2}{f_o^2} \right) \quad (3.7)$$

Normalizando, mediante el cambio de variables

$$\tilde{t} = w_n t \quad \text{y} \quad \tilde{x} = \frac{5}{12 f_o} x \quad (3.8)$$

Se tiene la ecuación (considerando que retomamos la notación de $\tilde{x} = x$):

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta \frac{dx}{dt} + x = -\frac{k_1}{w_n^2 m} (x - x_r) \left[1 - \frac{3}{10} (x - x_r) + \frac{3}{10} (x - x_r)^2 \right] \quad (3.9)$$

Haciendo el cambio de variables

$$p = \frac{k_1}{w_n^2 m} \quad \text{y} \quad \delta = \frac{3}{10} \quad (3.10)$$

Resulta la ecuación del modelo unidimensional no lineal:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\zeta \frac{dx}{dt} + x = -p(x - x_r) [1 - \delta((x - x_r) + (x - x_r)^2)] \quad (3.11)$$

El modelamiento lineal resultará cuando se eliminan los dos últimos términos de la ecuación anterior, en este caso resulta:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\zeta \frac{dx}{dt} + x = -p(x - x_r) \quad (3.12)$$

Las ecuaciones anteriores 3.11 y 3.12 representan a un tipo de ecuaciones diferenciales especiales conocido como Ecuaciones diferenciales con retardo (*Delay Differential equations*).

3.2.3. PREDICCIÓN DEL GOLPETEO A PARTIR DEL MODELO DINAMICO

3.2.3.1. OBTENCIÓN DEL DIAGRAMA DE ESTABILIDAD PARA EL MODELO LINEAL

Para la predicción del golpeteo según el modelo lineal empezaremos con la ecuación (3.12), la cual tendrá como solución general la forma:

$$x = A e^{\lambda t} \quad (3.13)$$

Para determinar el límite de estabilidad y no estabilidad se busca la solución armónica, entonces:

$$x = A e^{j\omega t} \quad (3.14)$$

Remplazando en el modelo ecuación (3.12) se tendrá:

$$-w^2 + j2\zeta w + 1 = -p(1 - e^{-jw\tau})$$

De lo cual resulta:

$$1 - w^2 = p[1 - \cos(w\tau)] \quad (3.15)$$

$$-2\zeta w = p \sin(w\tau) \quad (3.16)$$

Combinando las dos ecuaciones anteriores:

$$p = \frac{(1 - w^2)^2 + (2\zeta w)^2}{2(w^2 - 1)} \quad (3.17)$$

Luego:

$$\tan\left(\frac{w\tau}{2}\right) = \frac{w^2 - 1}{2\zeta w} \Rightarrow \tau = \frac{2}{w} \left[\pi k - \arctan\left(\frac{w^2 - 1}{2\zeta w}\right) \right] \quad \forall k, \text{entero} \quad (3.18)$$

De las ecuaciones (3.17 y 3.18), se puede observar que **p** y τ son funciones paramétricas de w y ζ . Mediante un programa implementado en *matlab* (ver funciones: en el apéndice), donde se obtendrá el diagrama de estabilidad en función de los parámetros **RPM-p**, teniendo en cuenta $RPM = \frac{60w_n}{\tau}$:

También, de las dos ecuaciones anteriores se puede observar que **si** y τ son funciones paramétricas de w y **p**. Mediante un programa implementado en el *matlab* (ver funciones : en el apéndice A.1) se obtendrá el diagrama de estabilidad en función de los parámetros **RPM-si**:

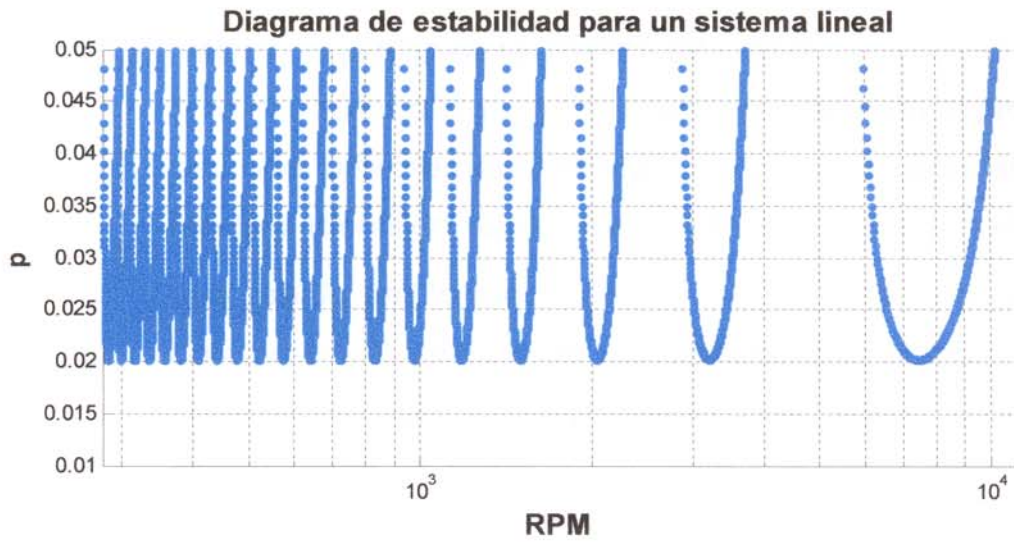


Figura 3.04:

Diagrama de estabilidad con modelamiento unidimensional y lineal.

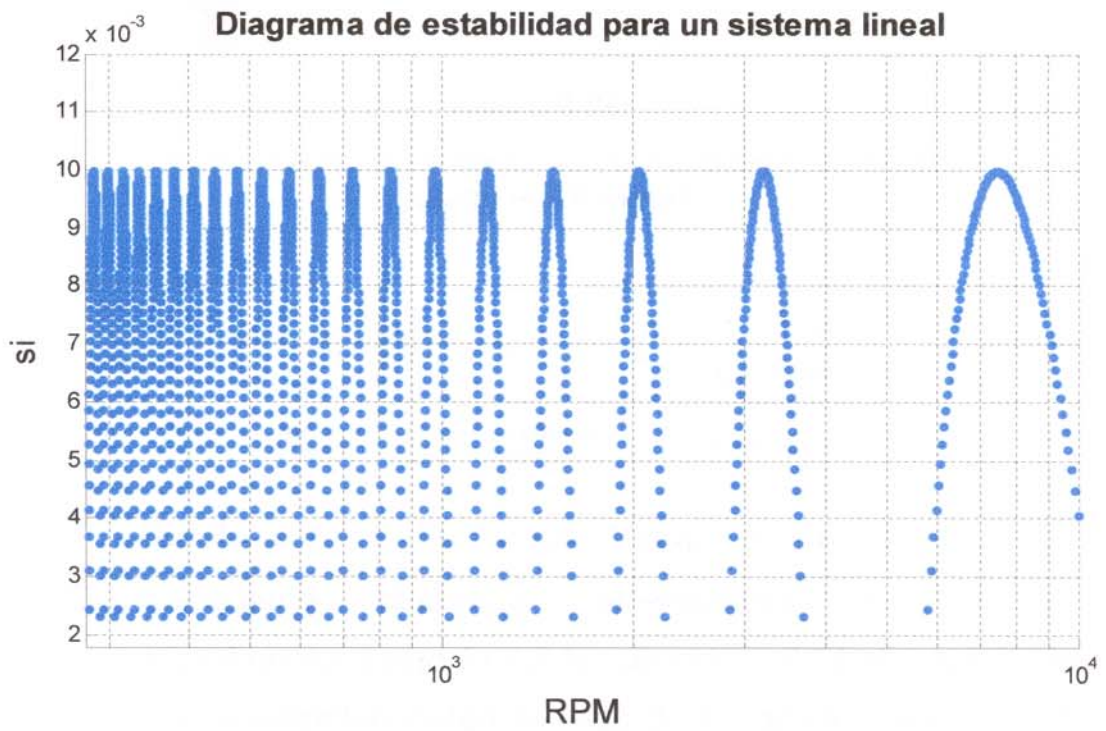


Figura 3.05:

Diagrama de estabilidad con modelamiento unidimensional y lineal.

3.3. ANÁLISIS DEL GOLPETEO SEGÚN EL MODELO DE BALACHANDRAM

3.3.1. MODELAMIENTO DE LA FUERZA DE CORTE

Para el análisis del golpeteo que se produce en el proceso de corte, utilizaremos el modelo de Balachandran, en este modelo identificamos la fuerza dinámica para cortar F_c que resulta ser la suma de las fuerzas originadas por el cambio en el espesor de las rebabas y el cambio en la penetración de la herramienta, ver figura 3.06. Por consiguiente⁴, se tiene:

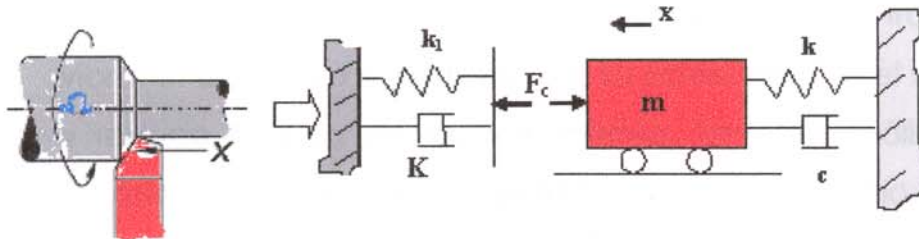


Figura 3.06:

Modelamiento de la herramienta y una pieza de trabajo durante el torneado

$$F_c = \underbrace{k_1}_{\text{Rigidez de corte}} \underbrace{[x(t) - \mu x(t - 2\pi/N)]}_{\text{Cambio en el espesor de las rebabas}} + \underbrace{K \frac{2\pi}{N} \frac{dx}{dt}}_{\text{Amortiguamiento}} \quad (3.19)$$

Donde μ es el factor de traslape ($0 \leq \mu \leq 1$), k_1 es un coeficiente dinámico determinado de manera experimental llamado *rigidez de corte*, K es el coeficiente de penetración determinado de modo experimental y N

⁴ S. A. Tobías, *Machina-Tool Vibration*, Blackie & Sons, Ltd., Glasgow, pp. 146-176 (1965)

es la velocidad de rotación de la herramienta o de la pieza de trabajo en revoluciones por segundo.

3.3.2. ANALISIS SEGÚN EL MODELO DEL PROCESO DE CORTE

En la figura 3.07 se muestra el modelo de una operación de mecanizado con un torno mecánico de eje horizontal. Cuando los parámetros de corte, como la velocidad del eje y ancho de corte, se eligen con todo cuidado, la operación de torneado puede producir el acabado superficial deseado en la pieza de trabajo; sin embargo, esta operación de torneado se puede volver inestable para ciertos valores de velocidad del eje y anchos de corte. Cuando estas condiciones indeseables están presentes, el sistema de herramienta y pieza de trabajo vibra, el acabado superficial que se obtiene no es el mejor y reduce la vida de la herramienta. En este análisis se explora la pérdida de estabilidad que origina el inicio de la vibración.

En el caso de una pieza de trabajo rígida y una herramienta flexible, la fuerza de corte que actúa sobre la herramienta a causa del material sin cortar y el amortiguamiento asociado se pueden modelar como se muestra en la figura 3.06. La masa m representa la masa de la herramienta y el porta herramienta, k es la rigidez de la estructura del apoyo del porta herramienta y c es el amortiguamiento viscoso equivalente de la estructura.

Entonces, si se efectúa un equilibrio de fuerzas en la figura 3.06, las vibraciones de la herramienta se pueden expresar por medio de la ecuación siguiente:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \left(\frac{1}{Q} + \frac{K}{k\Omega} \right) \frac{dx}{d\tau} + \left(1 + \frac{k_1}{k} \right) x - \underbrace{\mu \frac{k_1}{k} x(\tau - 1/\Omega)}_{\text{Efecto de retraso debido a la rebaba sin cortar durante la pasada anterior}} = 0 \quad (3.20)$$

Efecto de retraso debido a la rebaba sin cortar durante la pasada anterior

Donde el tiempo adimensional es $\tau = \omega_n t$, y

$$\Omega = \frac{N}{2\pi\omega_n}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad Q = \frac{1}{2\zeta} \quad \text{y} \quad 2\zeta = \frac{c}{m\omega_n} \quad (3.21)$$

En las ecuaciones (3.21) la cantidad Q se denomina *factor de calidad*. Como el lado derecho de la ecuación (3.20) es cero, la ecuación rectora es similar a la que se utiliza para estudiar la respuesta libre de un sistema de un solo grado de libertad. Sin embargo, a diferencia de los otros sistemas que se han analizado hasta ahora, el sistema que se describe por medio de la ecuación (3.20) tiene un retraso de $1/\Omega$.

Por lo que toca a este sistema, cuando la posición $x(\tau)=0$ es estable, la operación de cortes es estable. Desde el punto de vista físico, la posición $x(\tau)=0$ corresponde a cortar en el espesor nominal especificado. Cuando esta posición es inestable, entonces el sistema puede empezar a vibrar. El inicio de las vibraciones se caracteriza por oscilaciones de la herramienta.

3.3.3. PREDICCIÓN SEGÚN MODELO DE BALACHANDRAM

Una solución de la ecuación (3.20) es de la forma

$$x = Ae^{\lambda\tau} \quad (3.22)$$

La cual, al ser sustituida en la ecuación (3.20) da la ecuación característica

$$\lambda^2 + \left(\frac{1}{Q} + \frac{K}{k\Omega} \right) \lambda + 1 + \frac{k_1}{k} (1 - \mu e^{-\lambda/\Omega}) = 0 \quad (3.23)$$

Donde, en general, el exponente es complejo y de la forma $\lambda = \delta + j\omega$. Para que el sistema sea estable, la $\text{Re}[\lambda] < 0$, es decir, $\delta < 0$. La frontera entre las regiones estable e inestable corresponde a $\delta = 0$. Cuando el exponente es puramente imaginario, la respuesta de la herramienta es oscilatoria. Por tanto, para encontrar la frontera de estabilidad hacemos $\lambda = j\omega$ y sustituimos este valor en la ecuación cuasipolinomial (3.23).

Después de fijar las partes real e imaginaria en cero. Se obtienen dos ecuaciones de las cuales se determinan la frecuencia de vibración ω y el parámetro de interés en función de la velocidad adimensional del eje Ω , el cual es indicio del nivel de amortiguamiento del sistema.

Al sustituir $\lambda = j\omega$ en la ecuación (3.23) y separar las partes real e imaginaria se llega a:

$$\frac{1}{Q} + \frac{K}{k\Omega} + \frac{\mu k_1}{k} \frac{\text{sen}(\lambda/\Omega)}{\omega} = 0 \quad (3.24)$$

$$\omega^2 = 1 + \frac{k_1}{k} (1 - \mu \cos(\omega/\Omega)) \quad (3.25)$$

Los parámetros K/k , μ y k_1/k , en las ecuaciones (3.24 y 3.25), son valores conocidos y los valores de la velocidad adimensional del eje Ω varían en un intervalo específico. En

cada valor Ω , el valor de ω se determina numéricamente⁵ de acuerdo con la ecuación (3.25). Los valores Ω y ω se utilizan entonces en la ecuación (3.24) para calcular los valores positivos de Q que hacen cumplir la ecuación; es decir, los valores de Ω y ω para los cuales:

$$\frac{1}{Q} = -\frac{K}{k\Omega} - \frac{\mu k_1}{k} \frac{\text{sen}(\lambda/\Omega)}{\omega} \quad (3.26)$$

Las regiones para las cuales el sistema es estable o inestable se muestran en la gráfica de Ω contra Q . Los resultados representativos se presentan en la figura 3.07. Las regiones de inestabilidad tienen forma de lóbulos, son regiones de inestabilidad, y se les conoce como lóbulos de inestabilidad. La asíntota de estos lóbulos se muestra en la misma figura 3.07 como una línea discontinua. Se escogen conservadoramente los parámetros de corte, de tal modo que queden debajo de la asíntota; entonces, con base en la teoría lineal presentada aquí, la herramienta no vibrará. Desde luego, podemos elegir asimismo velocidades del eje que correspondan a las regiones entre los lóbulos de estabilidad.

El diagrama de Lobe es el más adecuado para predecir la estabilidad en el proceso de corte en función de los parámetros de corte. Este diagrama muestra los regímenes de estabilidad y de inestabilidad. Dentro de los lóbulos son las zonas inestables. Fuera de los lóbulos son las zonas de estabilidad. Por lo general, se toma los puntos por debajo

⁵ Se aplicó la función fzero de MATLAB.

de la curva que resulta al unir los puntos mínimos de los lóbulos.

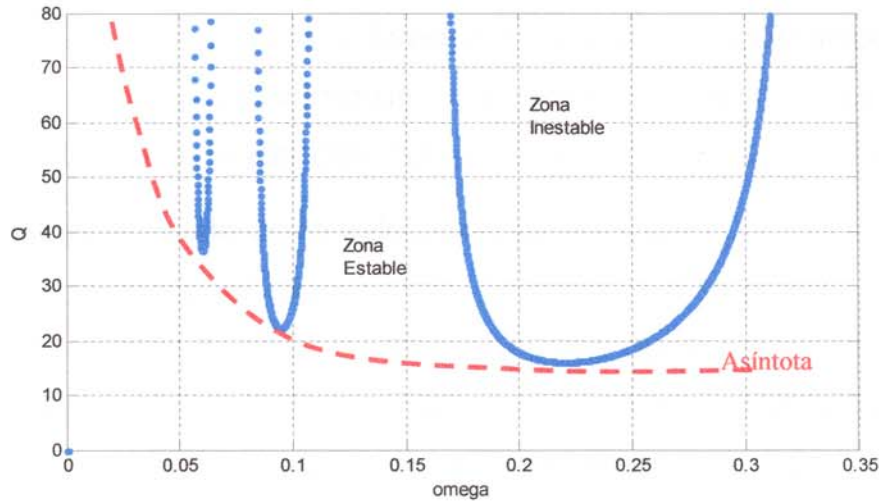


FIGURA 3.07:

Gráfica de estabilidad (Diagrama de Lobe) para un conjunto de parámetros en el torneado: $\mu = 1^6$.

3.4. DIAGRAMA DE LOBE COMO ELEMENTO DE PREDICCIÓN EN UN PROCESO DE CORTE

El diagrama de estabilidad (o diagrama de lobe) nos muestra las condiciones bajo las cuales el proceso de corte será estable (sin golpeteo) o inestable (con golpeteo), el diagrama de lobe presenta las condiciones de estabilidad o inestabilidad [36]; la dependencia de este diagrama es la velocidad de corte y avance. El diagrama de la figura 3.08, tiene los parámetros:

$$\Omega = f(\text{velocidad}), \quad Q = g(\text{avance})$$

En los proceso de maquinado tradicionales se opera en regímenes por debajo de la asíntota, esta asíntota define el

⁶ Simulación hecha con el *matlab*. El programa fuente es incluido en el apéndice

límite superior de la estabilidad en el maquinado con estas máquinas herramientas.

En el maquinado de alta velocidad (MAV), se busca incrementar la tasa de remoción de material sin disminuir la precisión en la pieza torneada. Esto se consigue trabajándose en zonas por encima de la asíntota. Esto implica aumentar la velocidad de rotación (Ω) o incrementándose el avance (Q).

El incremento de la velocidad de rotación (Ω), por encima de la asíntota ver (figura 3.08), Implica que se puede operar en los puntos A, A', A'' o A''' (los cuatro puntos están por encima de la asíntota). Nótese que **A** esta en zona estable, pero si se incrementa la velocidad de corte, es decir se pasa al punto **A'** estaría en régimen inestable, pero si se pasa al punto **A''** seguiría en régimen inestable. Pero, sucede que al incrementar la velocidad de corte hasta A''' se entraría a una zona estable nuevamente y consecuente en este punto A''' se tendría un mecanizado estable, con lo cual se lograría mayores índices de remoción de material (MAV) sin perjudicar la precisión del maquinado.

También, si **se incrementa el avance** se tendrá mayores índices de remoción de material (MAV). Así, cuando se pase del punto **B** ubicado debajo de la asíntota al punto **B'** ubicado por encima de la asíntota, ambos puntos estaría en zona estable y se puede maquinar sin problemas.

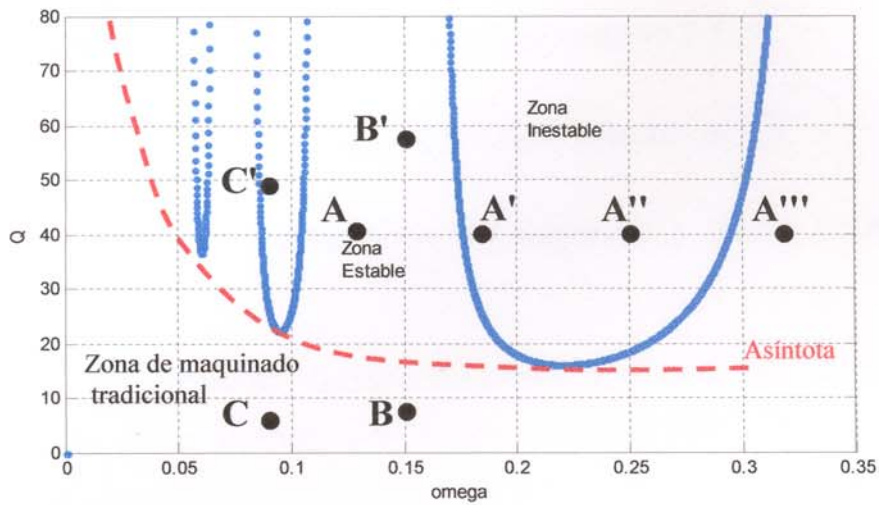


Figura 3.08:

Utilización del diagrama de estabilidad para la Predicción del golpeteo en las Operaciones de maquinado.

En contraposición con las condiciones en **C** (por debajo de la asíntota) y **C'** (por encima de la asíntota), en los cuales se pasaría de zona estable a inestable (con golpeteo) a pesar de que las velocidades de corte y el avance en **C'** también son menores que en **B'**.

La figura 3.09 muestra el maquinado al variarse los parámetros de corte con la velocidad de arranque de viruta y avance según se muestra en la Figura 3.08.

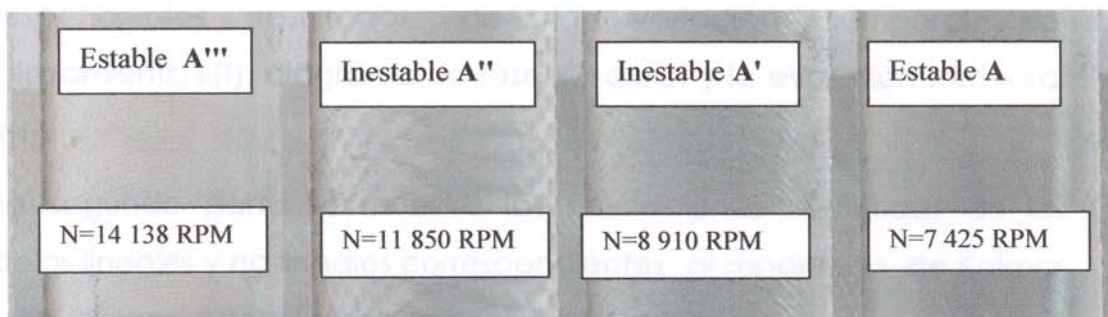


Figura 3.09:

Resultados de maquinado en condiciones de estabilidad e inestabilidad al variar la velocidad, ver figura 4.39.

CAPÍTULO IV

4. VALIDACION DE LOS RESULTADOS

INTRODUCCION

La validación de lo mostrado por los diagramas de estabilidad son hechas en base a las simulaciones numéricas en el dominio del tiempo del modelo no lineal de Kalmar – Moon. Los resultados de estas simulaciones numéricas correspondientes al modelo no lineal demuestran la estabilidad o inestabilidad de los procesos de corte como dependencia de las condiciones de corte para cada caso de las condiciones indicados en los diagramas de estabilidad (determinados anteriormente en el capítulo anterior). Son mostrados los correspondientes resultados de la variación temporal del desplazamiento $x(t)$, diagrama de fase $x - dx/dt$ y la evolución temporal de $x(t)$.

En la segunda parte se muestra las simulaciones numéricas de los modelos lineales y no lineales correspondientes al modelado de Kalmar – Moon, observándose la discrepancia entre ambos.

4.1 SOLUCIONES NUMÉRICAS CORRESPONDIENTES AL MODELO NO LINEAL

La ecuación no lineal, viene dado por la ecuación 3.11 :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta \frac{dx}{dt} + x = -p(x - x_r) [1 - \delta((x - x_r) + (x - x_r)^2)]$$

Es no lineal debido a los términos de segundo y tercer orden de $(x - x_r)$

La solución es obtenida numéricamente mediante un programa implementado en el *matlab* y la función **dde23** del mismo software que resuelve las ecuaciones retardadas (*delay differential equations*).

Estas soluciones son mostradas para diferentes casos.

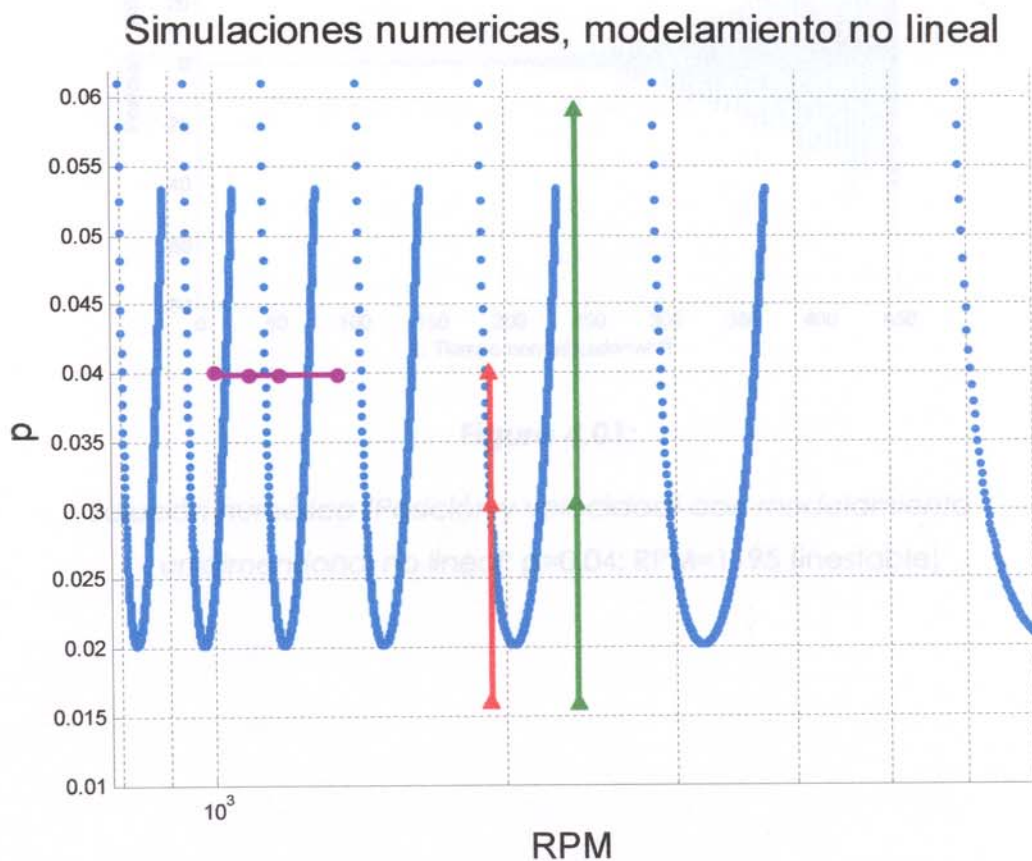


Figura 4.01:

Esquema donde se muestra los puntos de simulaciones numéricas del modelamiento no lineal.

caso 1: Con $p=0.04$ constante y RPM constante

- $p=0.04$ constante y
- RPM=1195
- Inestable

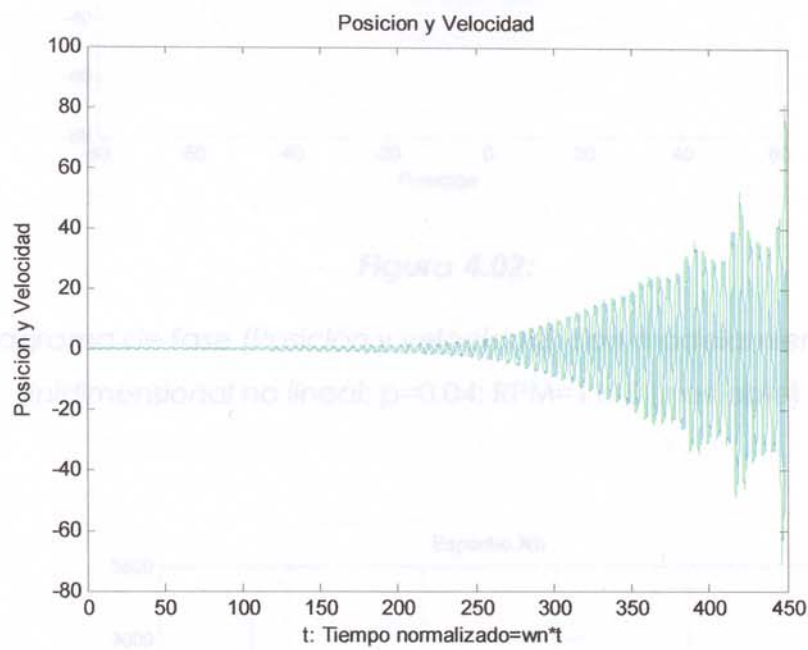


Figura 4.01:

Solución numérica (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=1195 (inestable)

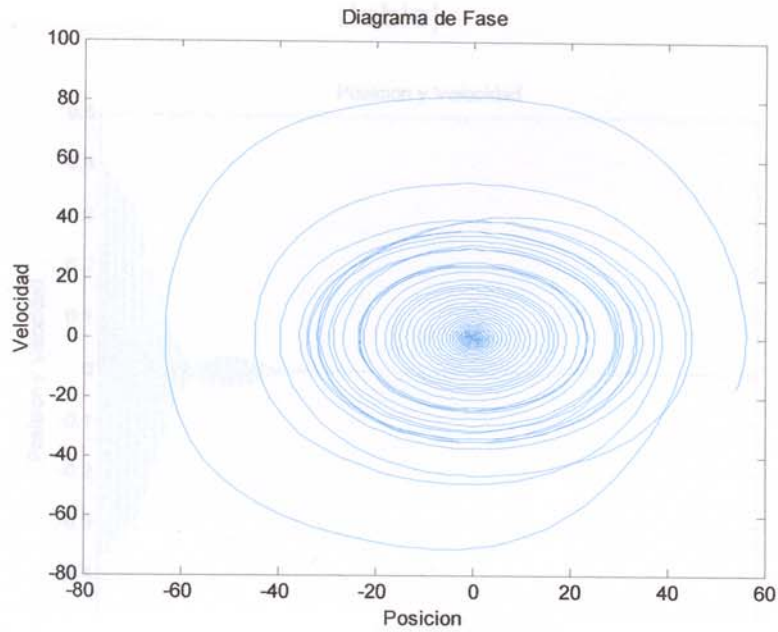


Figura 4.02:

Diagrama de fase (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=1195 (inestable)

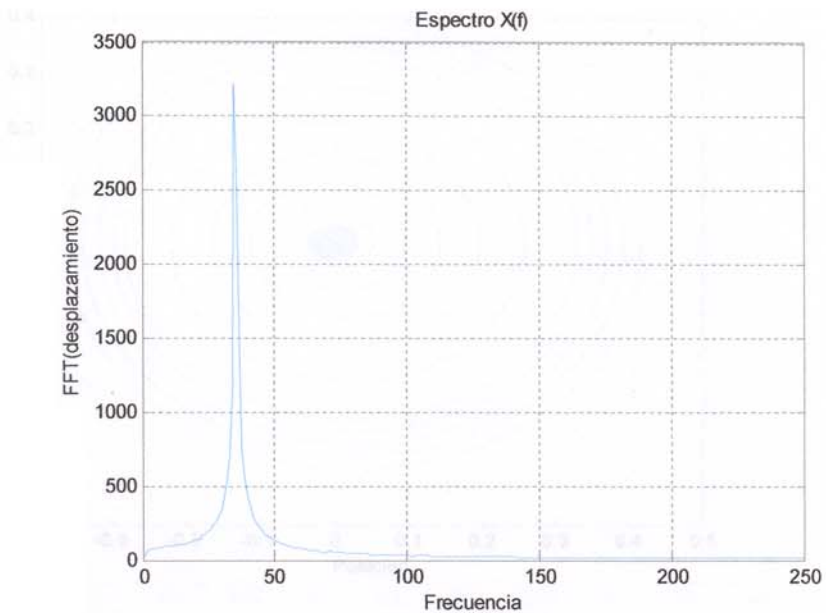


Figura 4.03:

Espectro de Posición con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; 1195 (inestable)

- con $p=0.04$; RPM=1335 (estable)

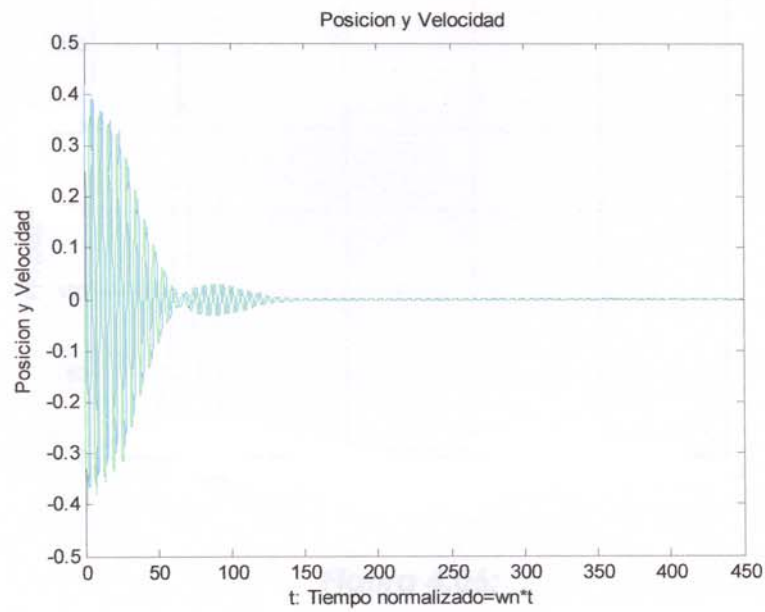


Figura 4.04:

Solución numérica (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=1335 (estable)

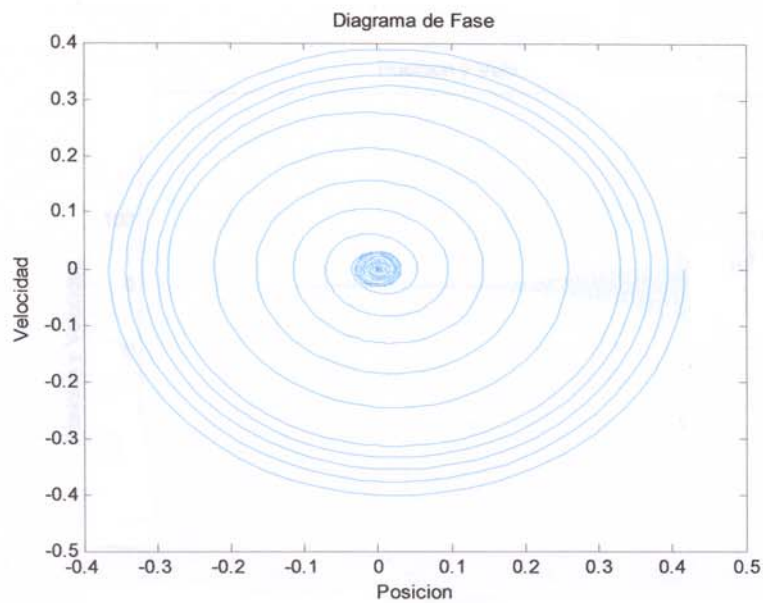


Figura 4.05:

Diagrama de fase (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=1335 (estable)

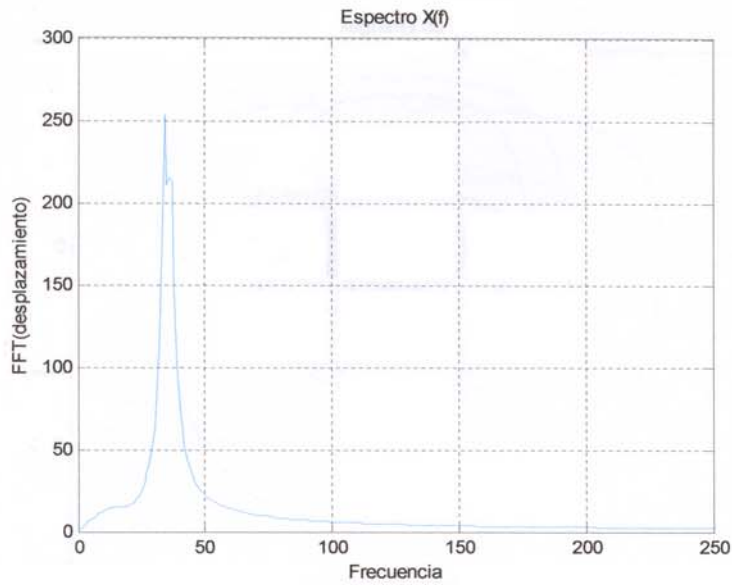


Figura 4.06:

Espectro de Posición con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=1335 (estable)

- $p=0.04$; RPM=1510 (inestable)

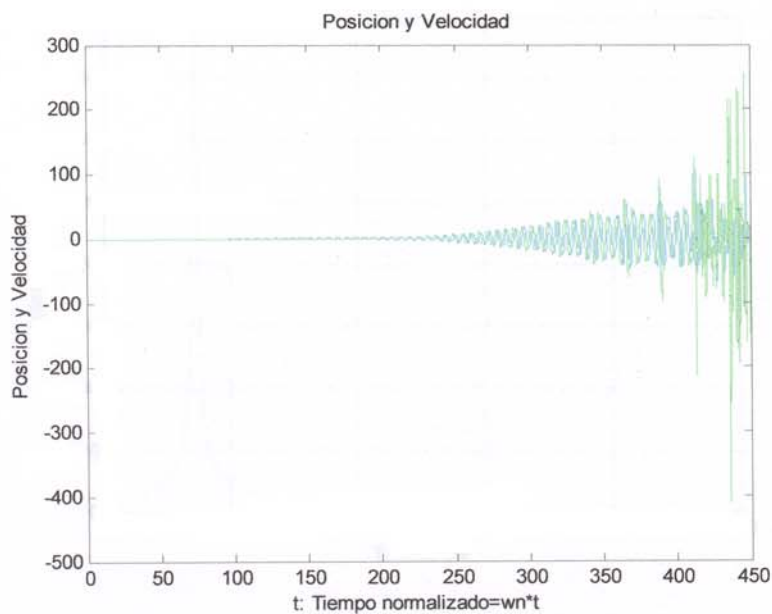


Figura 4.07:

Solución numérica (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=1510 (inestable)

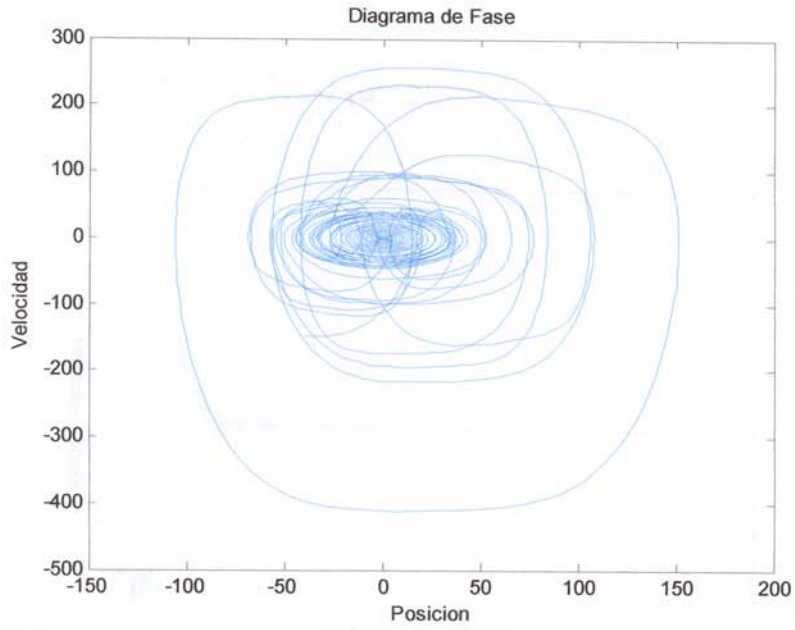


Figura 4.08:

Diagrama de fase (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=1510 (inestable)

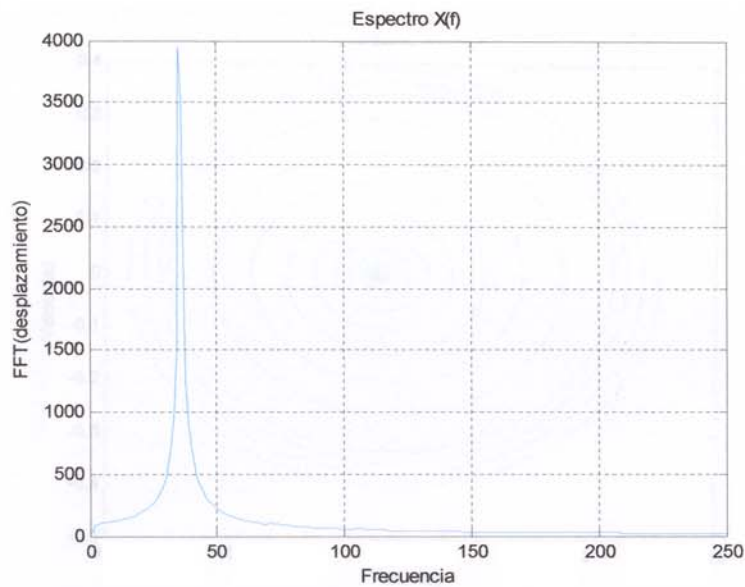


Figura 4.09:

Espectro de Posición con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=1510 (inestable)

- $p=0.04$; RPM=1750 (estable)

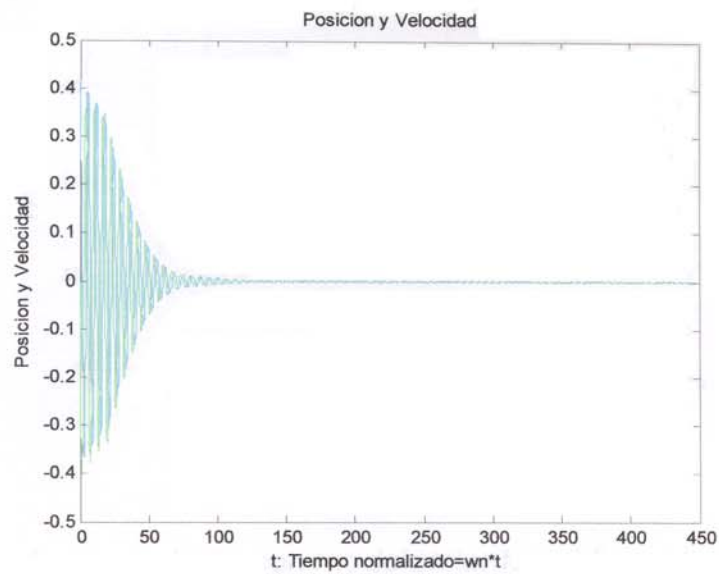


Figura 4.10:

Solución numérica (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=1750 (estable)

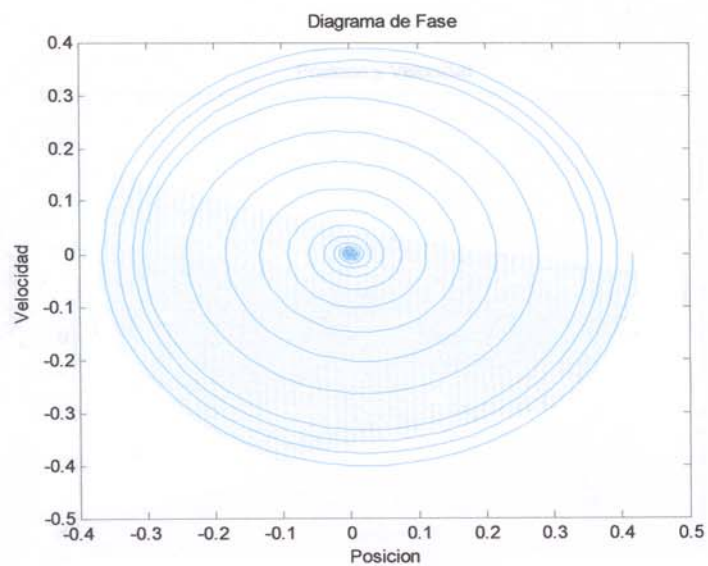


Figura 4.11:

Diagrama de fase (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=1750 (estable)

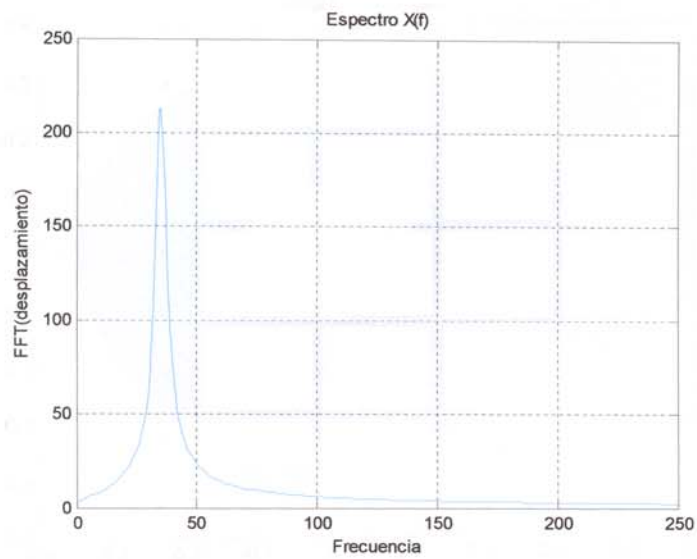


Figura 4.12:

Espectro de Posición con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=1750 (estable)

Caso 2: con RPM=2075, constante y p variable (dentro del lóbulo)

- $p=0.015$; RPM=2075 estable

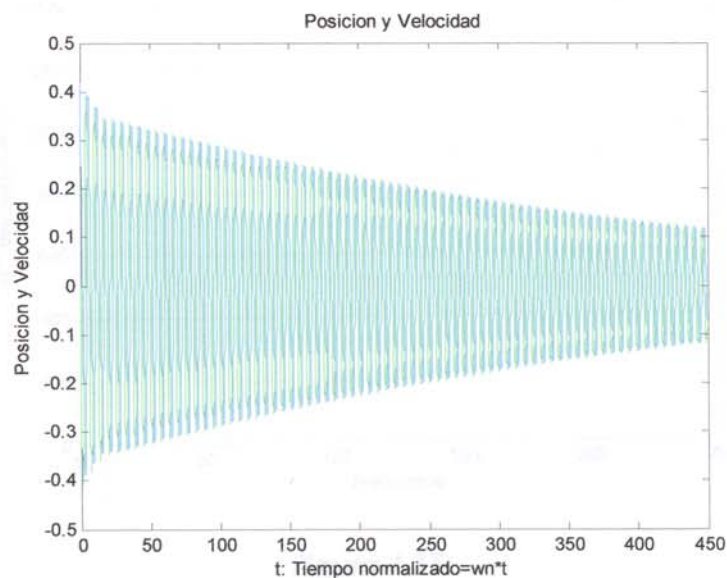


Figura 4.13:

Solución numérica (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.015$; RPM=2075 (estable)

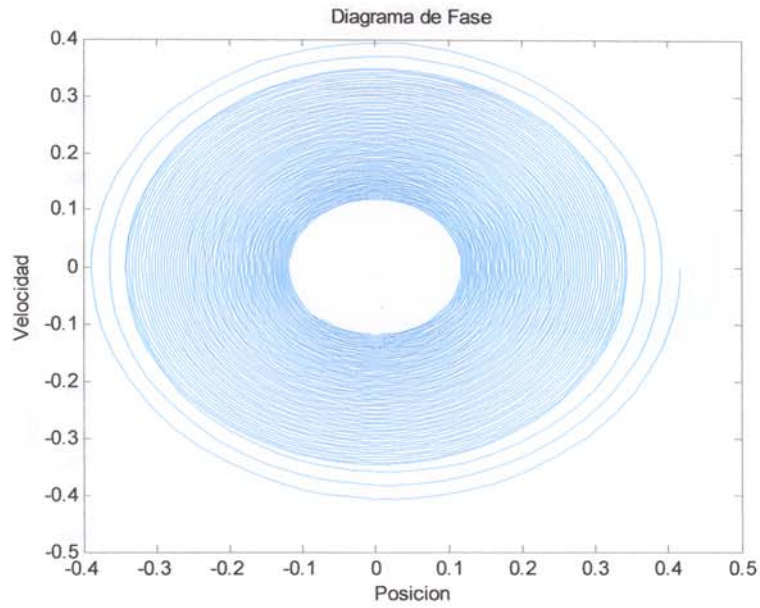


Figura 4.14:

Diagrama de fase (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.015$; RPM=2075 (estable)

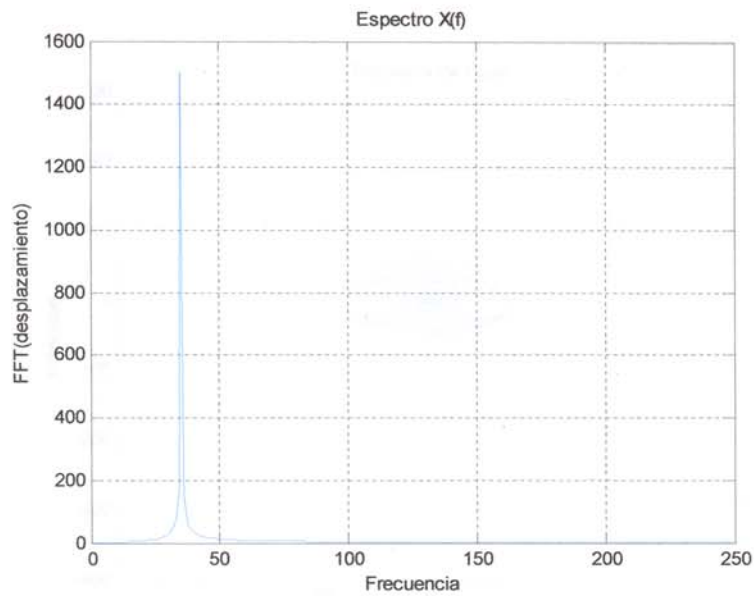


Figura 4.15:

Espectro de Posición con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.015$; RPM=2075 (estable)

- con $p=0.03$; RPM=2075 (inestable)

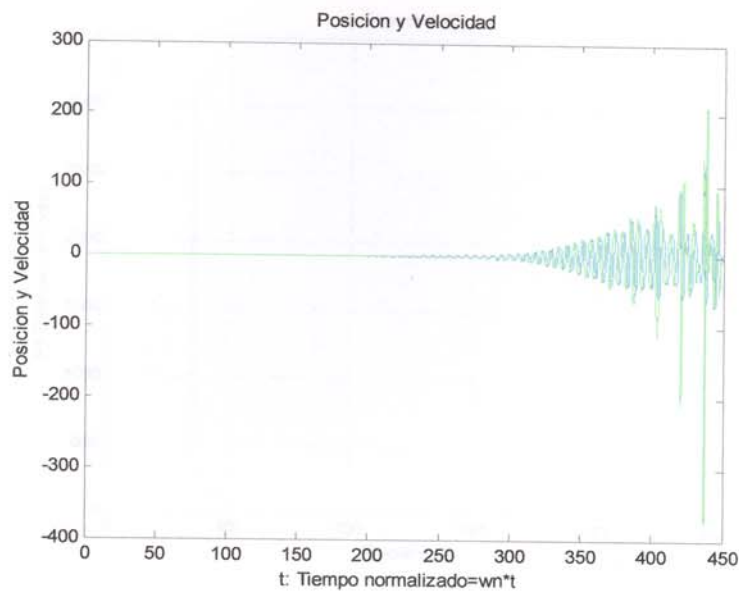


Figura 4.16:

Solución numérica (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.03$; RPM=2075 (inestable)

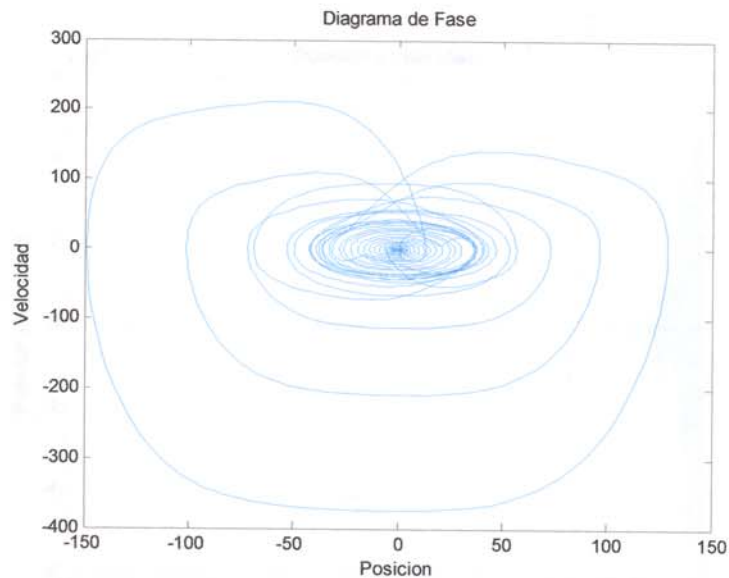


Figura 4.17:

Diagrama de fase (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.03$; RPM=2075 (inestable)

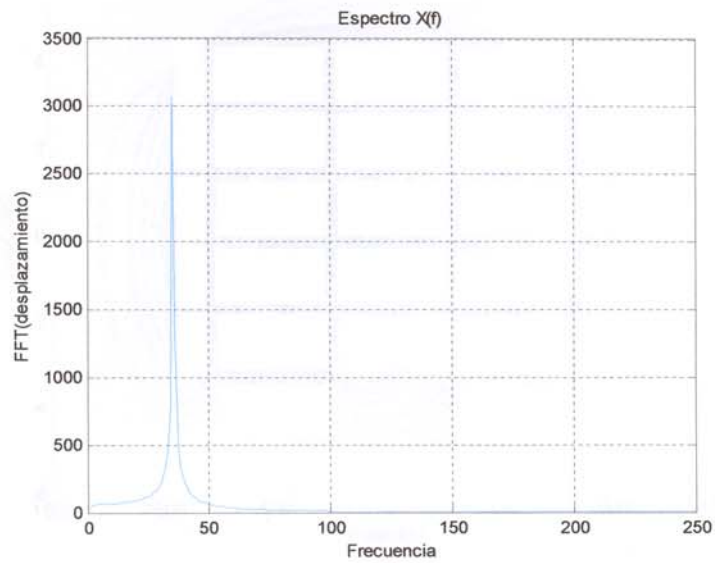


Figura 4.18:

Espectro de Posición con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.03$; RPM=2075 (inestable)

- con $p=0.04$; RPM=2075 (inestable)

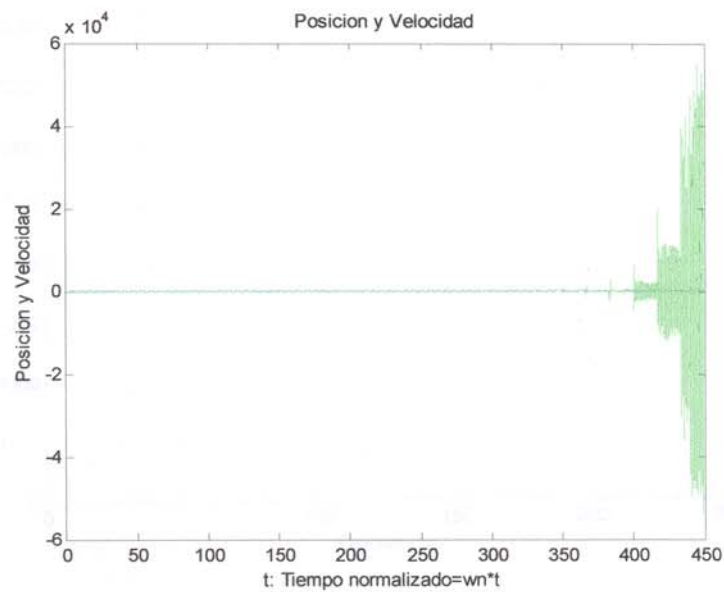


Figura 4.19:

Solución numérica (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=2075 (inestable)

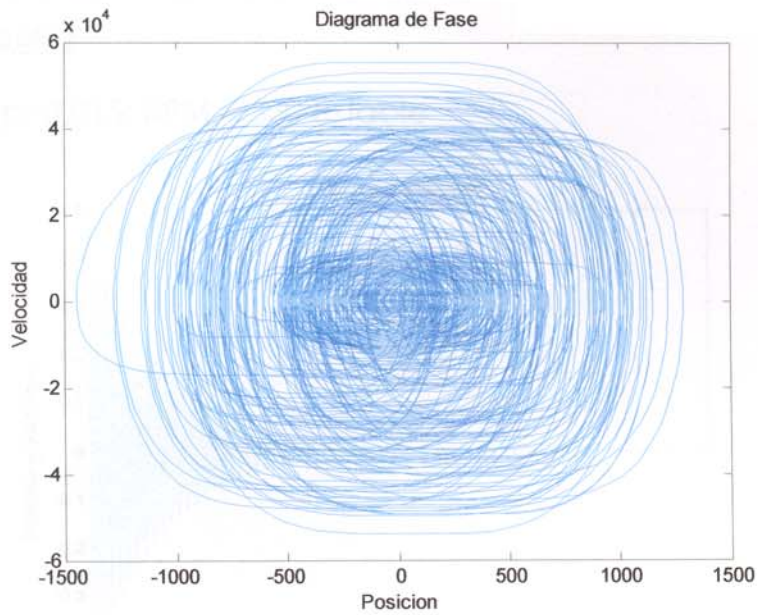


Figura 4.20:

Diagrama de fase (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=2075 (inestable)

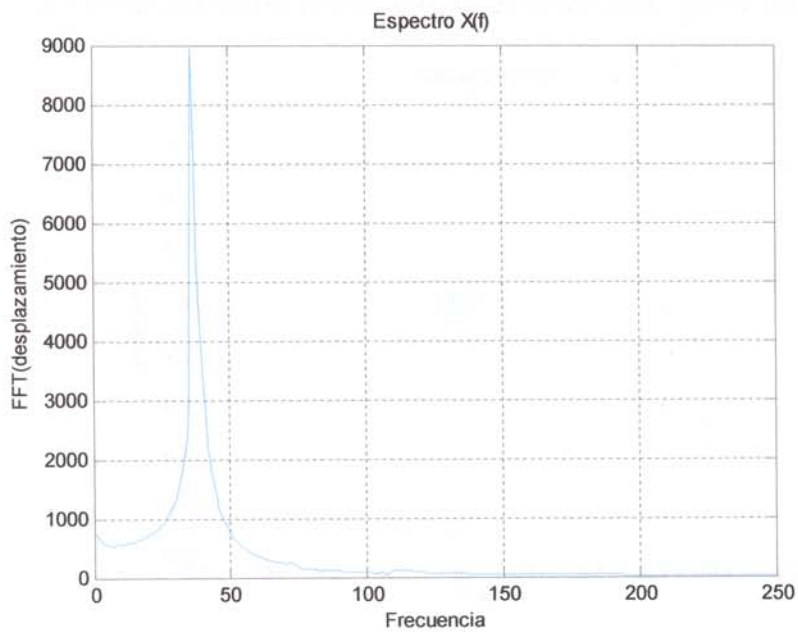


Figura 4.21:

Espectro de Posición con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.04$; RPM=2075 (inestable)

Caso 3: con RPM=2050, constante y p variable (dentro y fuera del lóbulo)

- $p=0.015$; RPM=2550 estable

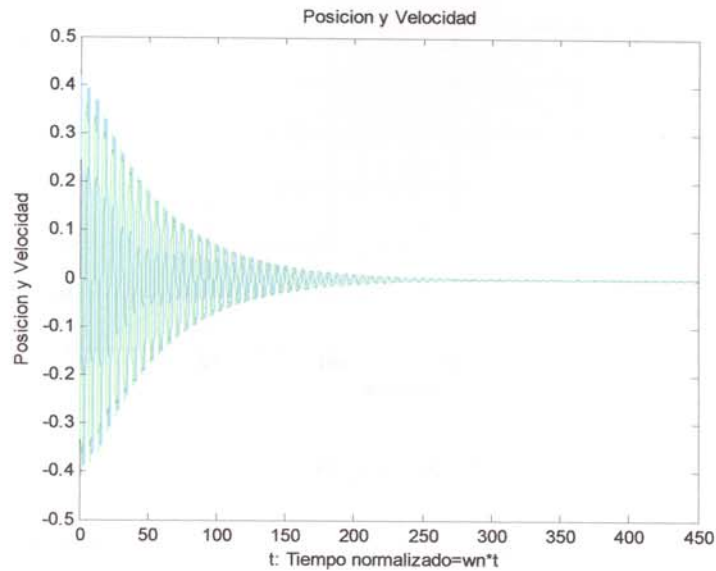


Figura 4.22:

Solución numérica (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.015$; RPM=2550 (estable)

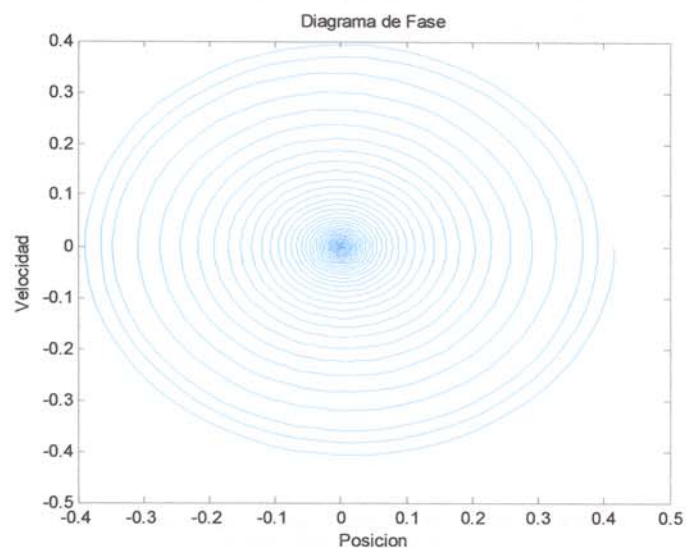


Figura 4.23:

Diagrama de fase (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.015$; RPM=2550 (estable)

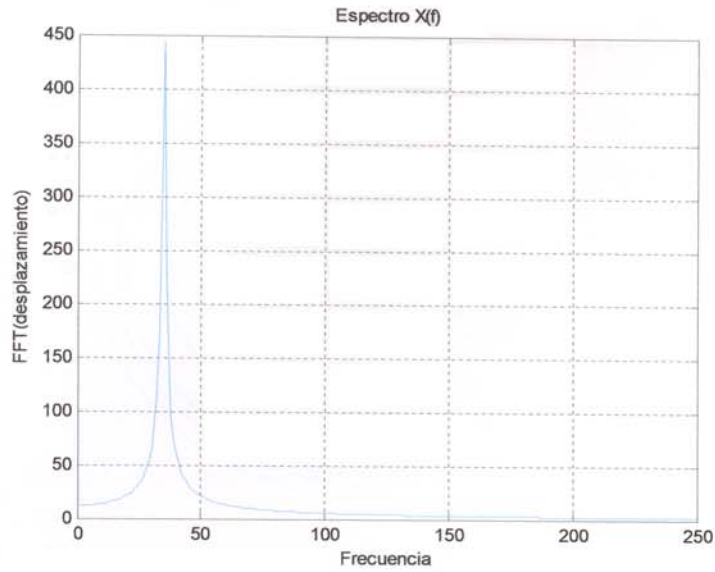


Figura 4.24:

Espectro de Posición con modelamiento unidimensional no lineal:

$p=0.015$; RPM=2550 (estable)

- con $p=0.03$; RPM=2550 (estable)

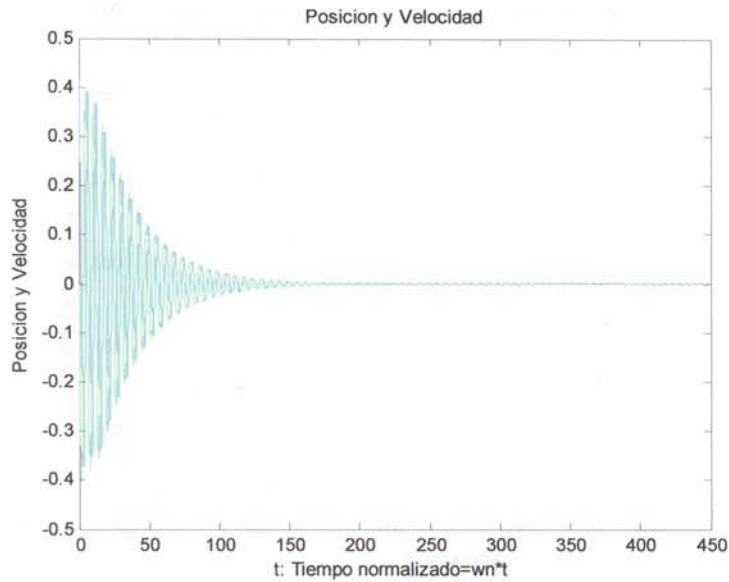


Figura 4.25:

Solución numérica (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.03$; RPM=2550 (estable)

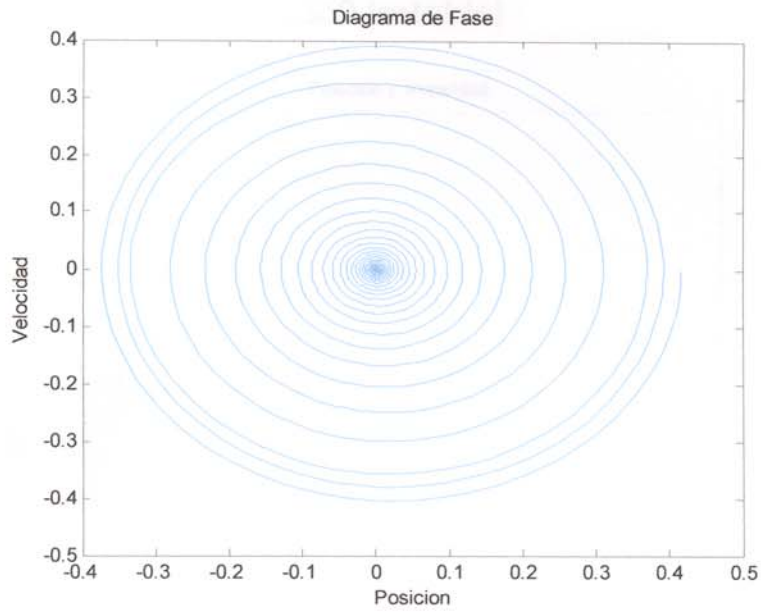


Figura 4.26:

Diagrama de fase (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.03$; RPM=2550 (estable)

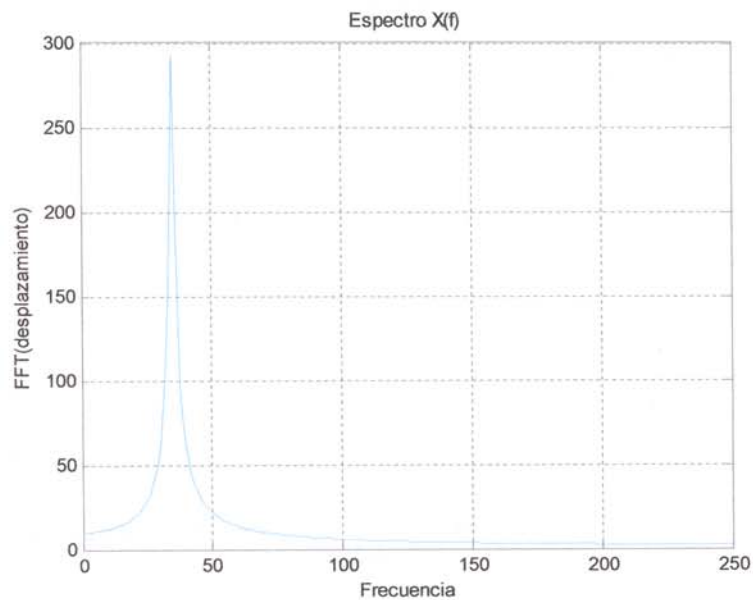


Figura 4.27:

Espectro de Posición con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.03$; RPM=2550 (estable)

- con $p=0.06$; RPM=2550 (estable)

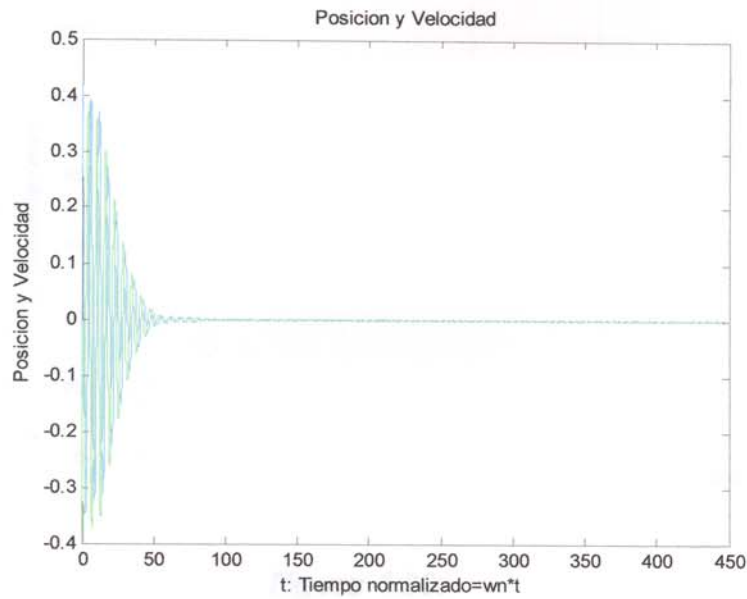


Figura 4.28:

Solución numérica (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.06$; RPM=2550 (estable)

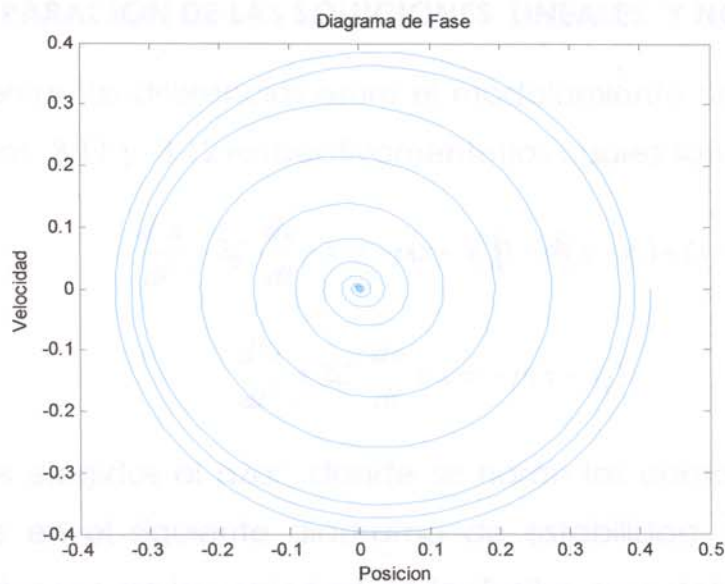


Figura 4.29:

Diagrama de fase (Posición y velocidad) con modelamiento unidimensional no lineal: $p=0.06$; RPM=2550 (estable)

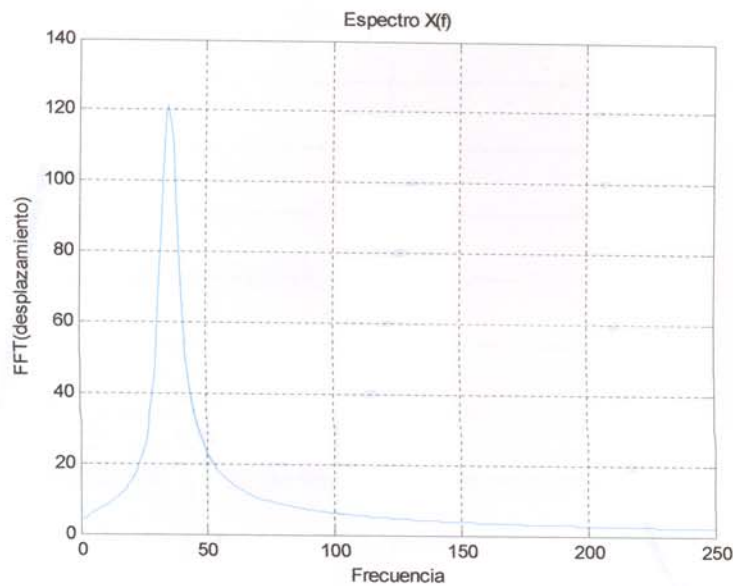


Figura 4.30:

*Espectro de Posición con modelamiento unidimensional
no lineal: $p=0.06$; RPM=2550 (estable)*

4.2. COMPARACIÓN DE LAS SOLUCIONES LINEALES Y NO LINEALES

Para observar las diferencias entre el modelamiento no lineal y lineal ecuaciones 3.11 y 3.12 respectivamente (los cuales son reescritos):

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta \frac{dx}{dt} + x = -p(x - x_r) \left[1 - \delta((x - x_r) + (x - x_r)^2) \right]$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta \frac{dx}{dt} + x = -p(x - x_r)$$

Los puntos elegidos al azar donde se harán las comparaciones son mostrados en el siguiente diagrama de estabilidad. Observe que estos puntos son en la vecindad de los límites de estabilidad (puntos: 2, 3, 5 y 6) y en los puntos de absoluta estabilidad (punto 1) y no tiene una absoluta estabilidad (punto 6).

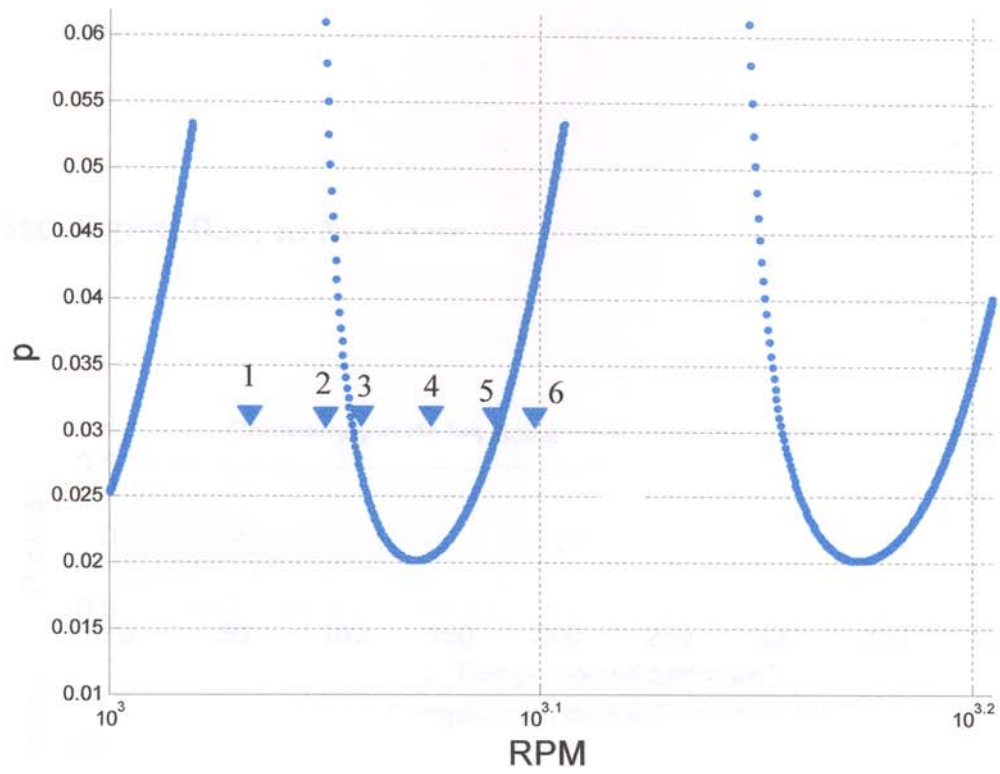


Figura 4.31:

Puntos donde se hará la comparación de las soluciones numéricas para los modelos lineales y no lineales.

Caso 1: $p=0.035$, RPM=1070;

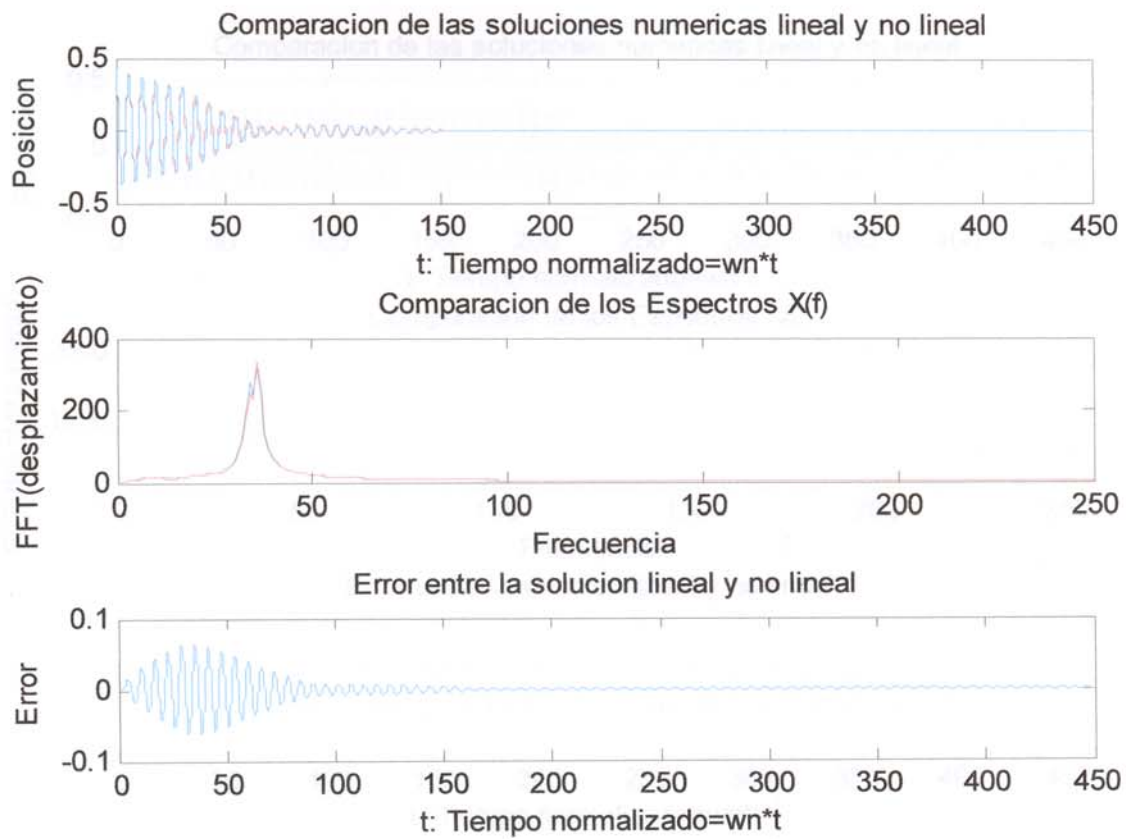


Figura 4.32:

Comparación de las soluciones numéricas para los modelos lineales y no lineales con $p=0.035$, RPM=1070.

Caso 2: $p=0.035$, RPM=1418;

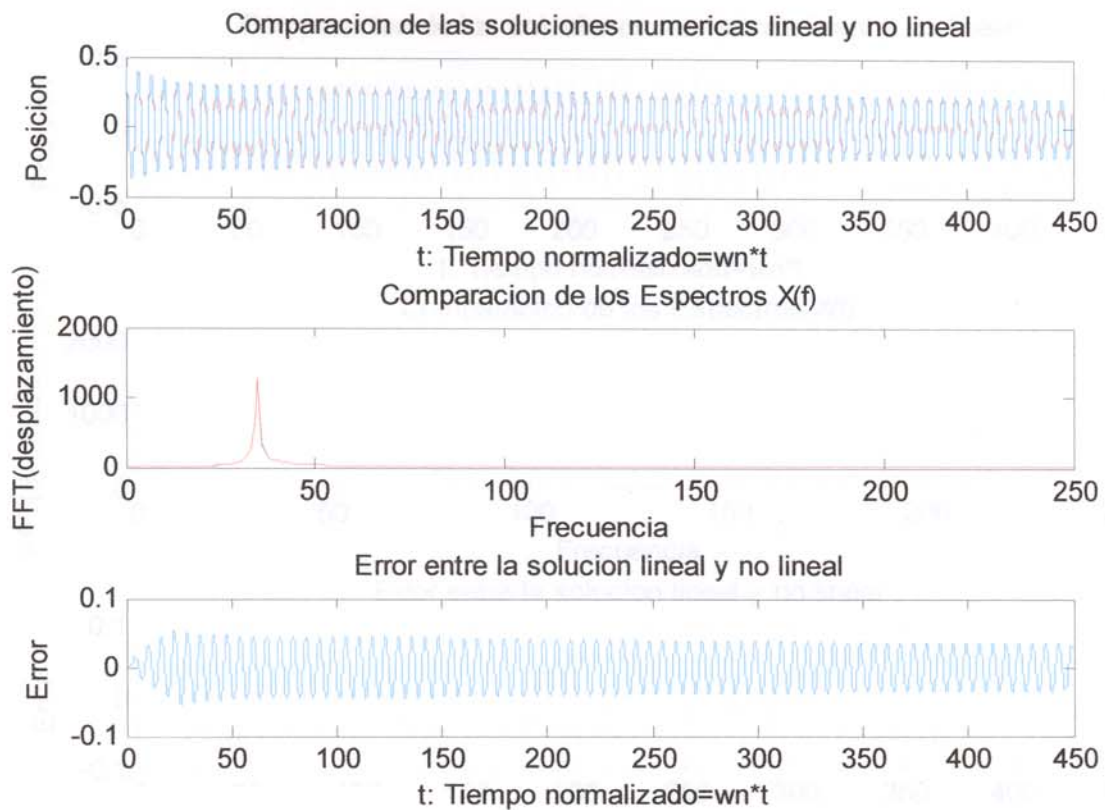


Figura 4.33:

Comparación de las soluciones numéricas para los modelos lineales y no lineales con $p=0.035$, RPM=1418;

Caso 3: $p=0.035$, RPM=1430;

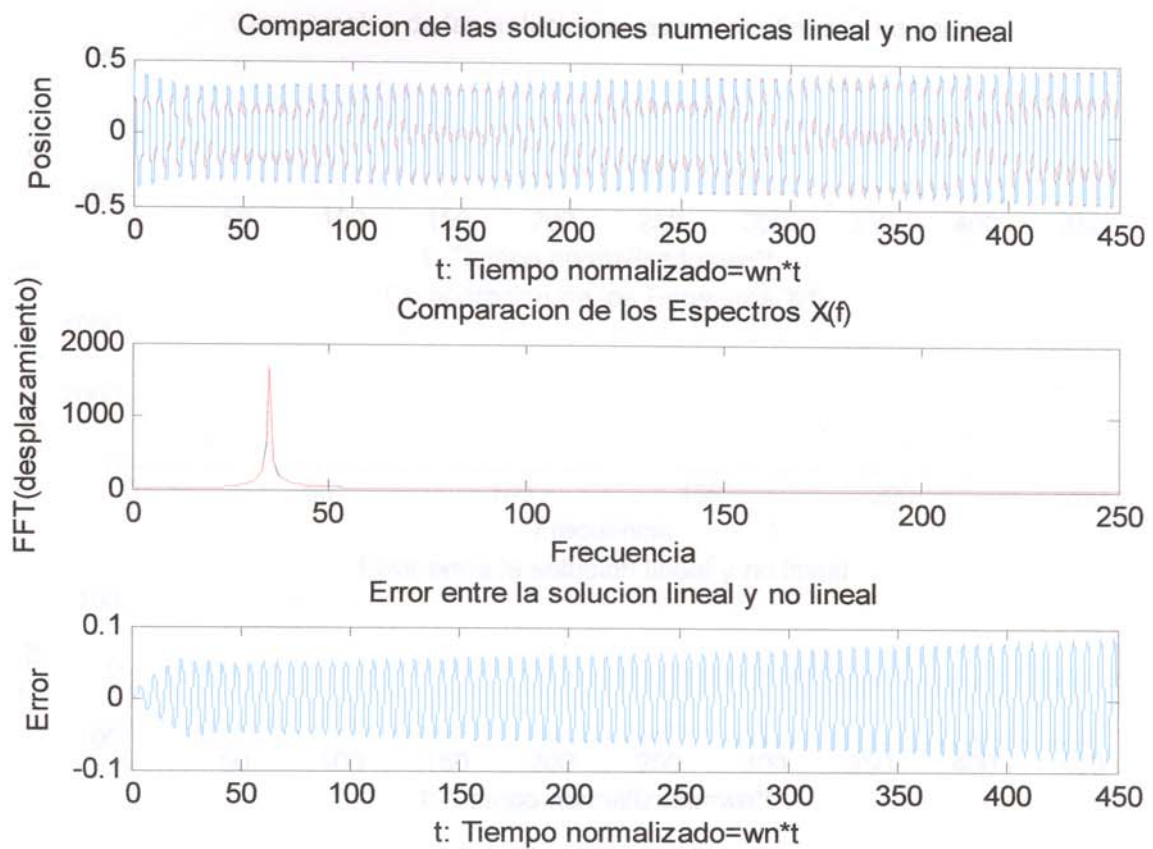


Figura 4.34:

Comparación de las soluciones numéricas para los modelos lineales y no lineales.cpn $p=0.035$, RPM=1430;

Caso 4: $p=0.035$, RPM=1510;

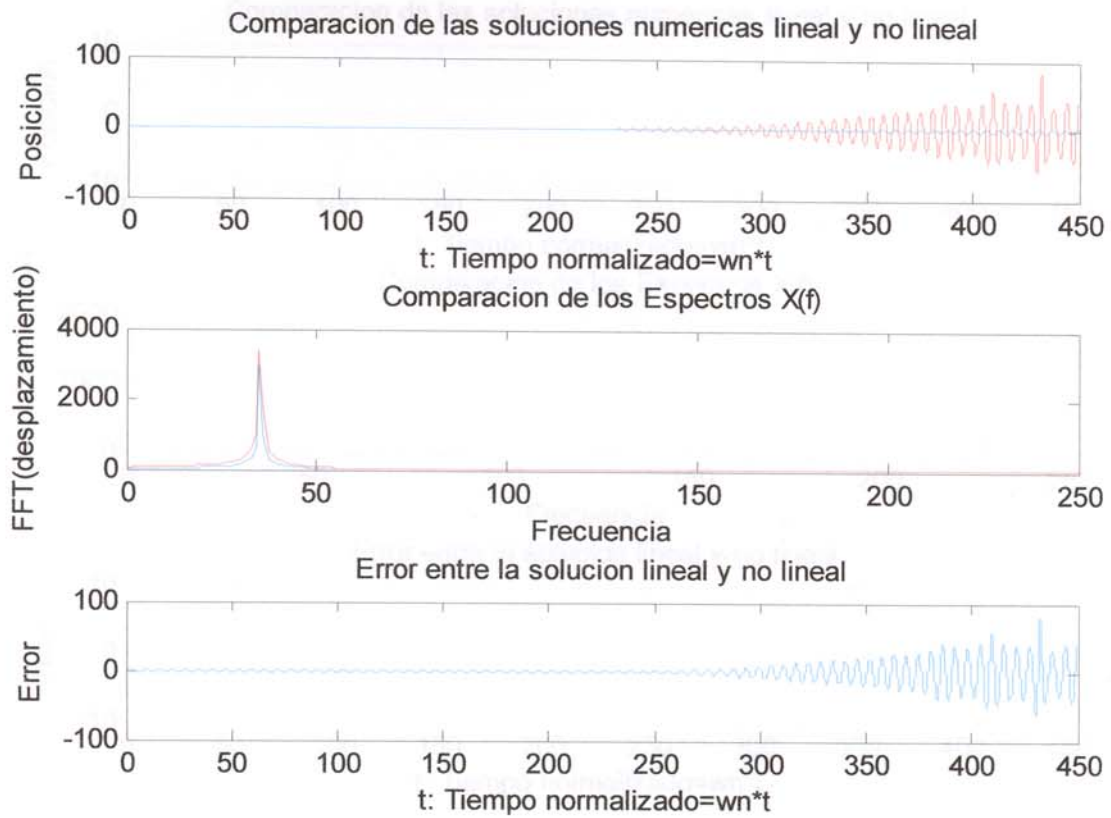


Figura 4.35:

Comparación de las soluciones numéricas para los modelos lineales y no lineales. $p=0.035$, RPM=1510;

Caso 5: $p=0.035$, RPM=1580;

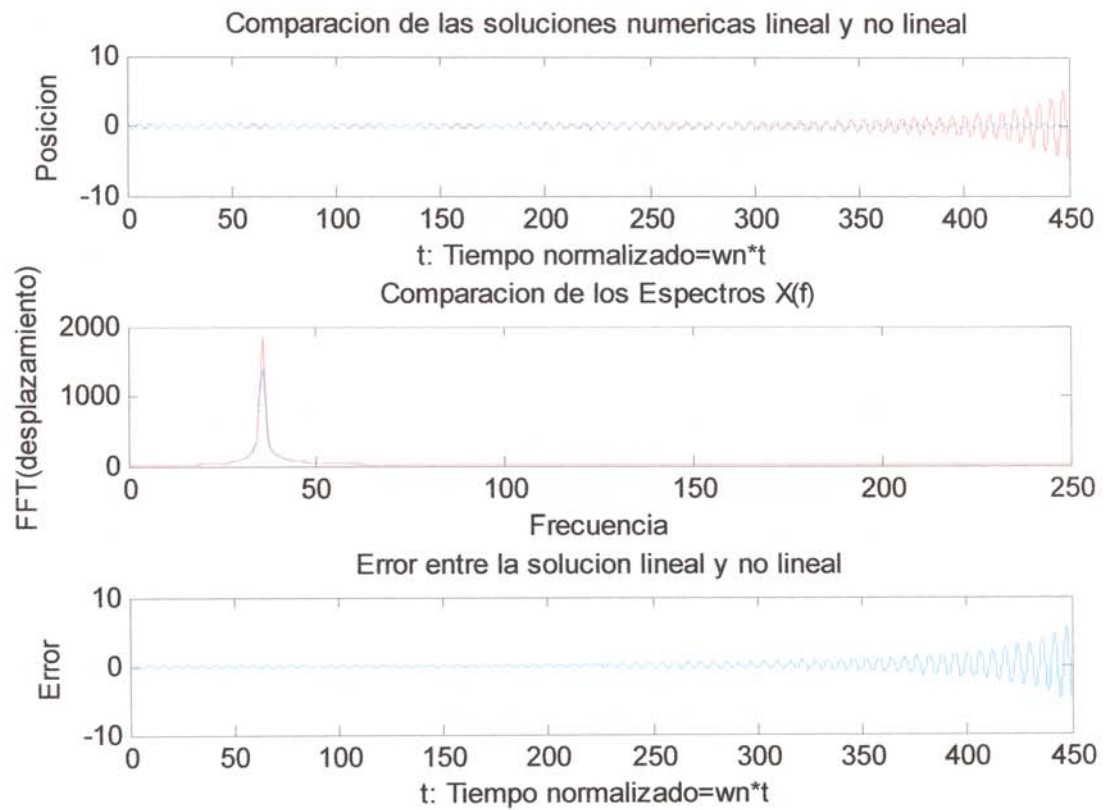


Figura 4.36:

Comparación de las soluciones numéricas para los modelos lineales y no lineales. $p=0.035$, RPM=1580;

Caso 6: $p=0.035$, RPM=1590;

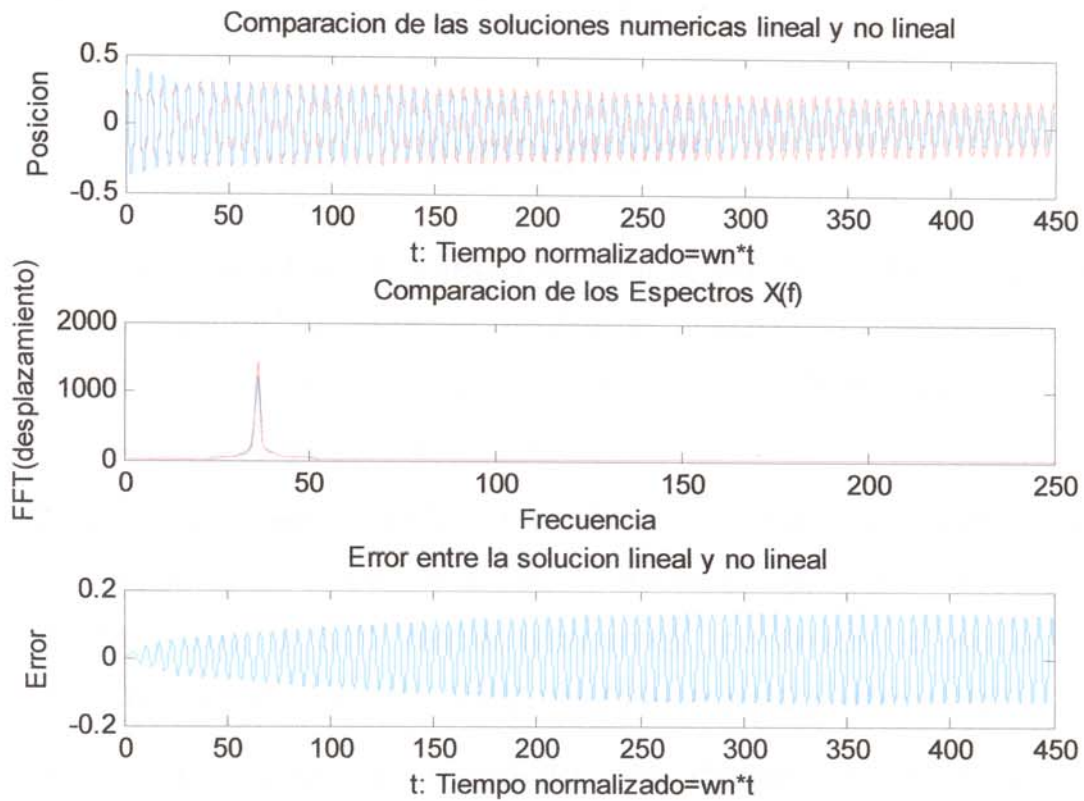


Figura 4.37:

Comparación de las soluciones numéricas para los modelos lineales y no lineales.cpn $p=0.035$, RPM=1590;

CONCLUSIONES

1. En la figura 4.38 se aprecia la asíntota en líneas discontinuas, por debajo de la cual se realiza el maquinado tradicional. Los fabricantes de las M-H recomiendan tradicionalmente el maquinado dentro de esta zona.
2. El modelamiento dinámico unidimensional del proceso de corte (modelos de Kalmar – Moon y de Balachandram: ecuaciones 3.11, 3.12 y 3.20 respectivamente), conllevan a ecuaciones diferenciales con retardo (Delay Differential Equations DDE).
3. Los diagramas de estabilidad (o diagramas de Lobe) son determinados a partir del análisis de los tipos de solución correspondientes a las ecuaciones de los modelos dinámicos.
4. Los diagramas de estabilidad permiten determinar las zonas de maquinado estable e inestable con su respectiva delimitación.
5. Los diagramas de estabilidad (Figs. 3.04, 3.05 y 3.08) pueden ser utilizados como elementos de predicción de la posibilidad de ocurrencia del golpeteo en las máquinas herramientas (específicamente en esta tesis aplicado al torno mecánico de eje horizontal), para cualquier condición de corte.

6. Las simulaciones numéricas hechas a partir de los modelos dinámicos lineal y no lineal corresponden a las ecuaciones diferenciales con retardo (Delay Differential Equations DDE), validan la estabilidad y no estabilidad del proceso en concordancia con lo mostrado en los diagramas de estabilidad o de Lobe (ver Cap. IV).
7. Las simulaciones numéricas correspondientes a los modelos lineal y no lineal muestran poca discrepancia en las zonas muy internas a los lóbulos del diagrama de estabilidad; esto a diferencia de los puntos en torno a la vecindad de la delimitación de estable y no estable de los lóbulos del diagrama de estabilidad (ver Cap. IV). Por lo que se puede considerar suficientemente el modelo lineal en puntos fuera de la vecindad de los lóbulos.
8. En los diagramas de evolución temporal de $x(t)$, obtenidas en las simulaciones numéricas se observa curvas estables, inestables y de naturaleza caótica.
9. En base a lo desarrollado en esta tesis, se puede establecer un sistema de diagnóstico del golpeteo para una máquina herramienta en particular, esto teniendo en cuenta que los parámetros involucrados en los modelos dependen de los diferentes tipos de máquinas, cimentación de las máquinas, elementos de sujeción de la herramienta, dimensiones de la pieza maquinada, etc.

TEMAS ABIERTOS

El desarrollo del presente trabajo, permite la generación de lo siguiente:

1. Determinación experimental de las constantes del modelo dinámico de Kalmar – Moon y de Balachandran, en diferentes casos.
2. Mediciones experimentales determinadas en (1) con sensores adecuados tales como acelerómetros.
3. Diseño de un sistema de adquisición de datos que permita realizar las mediciones experimentales en tiempo real, para el monitoreo de un proceso de maquinado con un torno de eje horizontal.
4. Utilizar modelos bidimensionales y/o tridimensionales para el análisis del proceso de mecanizado con un torno de eje horizontal.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1]. BALACHANDRAN B. MAGRAB E. Vibraciones. Edit. Prentice Hall 2006.
- [2]. BLACK STEWART C., CHILES VIC, LISSAMAN A. J., MARTIN S. J., Principios de Ingeniería, Compañía Editorial Continental S. A., primera edición en español, México, 1999.
- [3]. BURCU KIVANÇ EVREN. Modeling statics and dynamics of milling machine components. Master of Science Thesis at Sabancı University. July 2003.
- [4]. CAULFIELD F. Electromechanical actuator development for integrated chatter prediction on high speed machining centers. M.Sc Thesis at Graduate Faculty of North Carolina State University. Raleigh 2002.
- [5]. COHELO R., BRAGHINI A., VALENTE C., MEDALAH. Experimental Evaluation of cutting force parameters applying Mechanistic model in orthogonal milling. ABCM, Vol. XXV No 04. 2003.

- [6]. COTAQUISPE Z., Estudio de una bancada de plancha soldada para un torno horizontal de desbaste mediante el método de los elementos finitos. Tesis de maestría. Facultad de Ingeniería Mecánica. Universidad Nacional de Ingeniería.
- [7]. DOHNER J., LAUFFER J., HINNERICHS T., SHANKAR N., REGELBRUGGE M., CHI MAN K., XU R., WINTERBAUER B., BRIDGER K., Mitigation of chatter instabilities in milling by active structural control. SAND2001 – 3031. 2001.
- [8]. FAASSEN R., VAN DE WOUW N., OOSTERLING J., NIJMEIJER H., Prediction of regenerative chatter by modeling and analysis of high – speed milling . International Journal of machine tools & Manufacture 43. 2003.
- [9]. FAASSEN R., VAN DE WOUW N., OOSTERLING J., NIJMEIJER H., Modelling and detection of machine tool chatter in high speed milling.TU/e. Departament of Mechanical Engineering. 2006.
- [10]. FAASSEN R., Chatter Prediction and control for high-Speed Milling. PhD Thesis. Technische Universiteit Eindhoven. 2007.
- [11]. GANGULI A., Chatter reduction through active vibration damping. PhD Thesis at Active Structures Laboratory Department of Mechanical Engineering & Robotics, Universite Libre de Bruxelles. 2005.
- [12]. GANGULI A., A. DERAEMAEKER, M. HORODINCA, A. PREUMONT. Active damping of chatter in machine tools – Demonstration with a "Hardware in the Loop" simulator A. Active Structures Lab, Universite Libre de Bruxelles, Brussels, Belgium.

- [13]. GARITAONANDIA AREITIO I., ALBIZURI IRIGOYEN J., FERNANDES RODRIGUES M.H., HERNÁNDEZ VÁZQUEZ J.M. modelo dinámico reducido para la predicción de vibraciones auto excitadas en una rectificadora sin centros. 8º congreso iberoamericano de ingeniería mecánica Cuzco, 23 al 25 de Octubre de 2007.
- [14]. GROOVER MIKELL P., Fundamentos de Manufactura Moderna, Prentice Hall, primera edición en español, México, 1997.
- [15]. INSPERGER T., BARTON D., Y STEPHAN G., Critically of Hopf bifurcation in state –dependent delay model of turning process. International Journal of Non linear Mechanics. 2007.
- [16]. KALMAR T. STEPAN G., MOON F. Subcritical Hopf bifurcation in the delay equation model for machine tool vibrations. Machine Dynamics (26) Kluwer Academic Publishers. 2001.
- [17]. KALMAR T., Delay - Differential Models of Cutting Tool Dynamics with Non Linear and Mode – Coupling Effects.- PhD Thesis. Cornell University, 2002.
- [18]. KALMAR T., MOON F., Mode coupled regenerative machine tool vibrations. Cornell University and United technologies research center. 2003.
- [19]. KALHORI V. Modeling and Simulation of Mechanical cutting. PhD Thesis. Lulea University of Technology. 2001.
- [20]. KOVACIC I., The chatter vibrations in metal cutting – Theoretical approach, Facta Universitatis. University of Nis. 1998.
- [21]. LACERDA H., LIMA V., Evaluation of cutting forces and prediction of chatter vibrations in Milling. ABCM, Vol XXVI No 01. 2004.

- [22]. LITACK G. Chaotic vibrations in a regenerative cutting process. Chaos Solitons & Fractals .2002.
- [23]. MILLÁN GÓMEZ SIMÓN, Procedimientos de Mecanizado, editorial Thompson, segunda edición, España 2006.
- [24]. MOON F. KALMAR T. Nonlinear models for complex dynamics in cutting materials. The Royal society pag. 695-711, 2003.
- [25]. NICOLESCU C. M., Analysis of Dynamic Stability of Machining Systems. Dept. of Production Engineering. KTH production Engineering, Trondheim 2003.
- [26]. NORMAN P. Advanced Process Monitoring and Analysis of Machining. Licentiate Thesis. Lulea University of Technology. 2006.
- [27]. PASKO, R. - PRZYBYLSKI, L. & SLODKI, B. High Speed Machining (hsm) – the effective way of modern cutting. International Workshop CA Systems and Technologies.
- [28]. PRATT J. R., Vibration control for chatter suppression with Application to boring bars. PhD Thesis. Faculty of the Virginia Polytechnique Institute and State University. 1997.
- [29]. RADHAKRISHNAN A. Experimental and numerical investigation of subcritical bifurcation in millings. M.Sc. Thesis. Faculty of the Graduate School, University of Missouri-Columbia, August 2007.
- [30]. RANTATALO M. Non-contact measurements and modelling of milling machine tool vibrations. Licentiate Thesis. Lulea University of Technology. 2006.

- [31]. RIVIERE E., STALON V., VAN DEN ABEELE, FILIPPI E., DEHOMBREUX P., Chatter detection techniques using microphone. Faculte Polytechnique de Mons, Service de Genie Mecanique. 2007.
- [32]. SANDVICK. High Speed Machining HSM. Metal Working world, 2000.
- [33]. SCHEY JOHN A., Procesos de manufactura, editorial Mc Graw Hill, tercera edición, México 2000.
- [34]. SCHMITZT. L. Predicting high-speed machining dynamics by substructure analysis. National Institute of Standards and Technology. Automated Production Technology Division Gaithersburg, MD 20899, USA. Annals of the CIRP, 49/1, 2000, pp. 303-308, 2001.
- [35]. SCHONBERGER RICHARD J., Manufactura de clase mundial para el próximo siglo, Prentice Hall Hispanoamericano S.A., México 1996.
- [36]. SIMS N.D., ZHANG Y., Active damping for chatter reduction in high speed machining. AMAS Workshop on smart materials and structures .SMART'03, 2003.(pp.195–212) – Jadwisin, September 2-5, 2003
- [37]. STEPAN G. Modeling nonlinear regenerative effects in metal cutting. 2001 Royal Society . 2001.
- [38]. STEPAN G. INSPERGER T., SZALAI T., Delay parametric excitation and the nonlinear dynamics of cutting process. International Journal of bifurcation and chaos vol 15., Nro. 9., 2005.
- [39]. STEPAN G., SZALAI R., MANN B., BAYLY P., INSPERGER T., GRADISEK J., GOVEKAR E., Nonlinear dynamics of High Speed milling - Analyses, numeric, and experiments. Journal of vibration and acoustic, Vol. 127, ASME 2005.

- [40]. STEVE F. KRAR, ALBERT F. CHECK, Tecnología de las Maquinas-Herramientas, Editorial Alfaomega, quinta Edición, México 2002.
- [41]. SZALAI T., MAN B., STEPAN G., Period two and quasi periodic vibrations of high speed milling. Budapest University and University of Missouri. 2005.
- [42]. TOBIAS S. A. Vibraciones en Maquinas Herramientas Edit. Urmo. 1961. (Traducción del alemán, de la versión original publicada por la Edit. Verlag).
- [43]. WAHI P. Regenerative tool chatter near a codimensions -2 Hopf point. XXI ICTAM, Warsaw, Poland, 2004.
- [44]. WARMINSKI J., LITACK G., CARTMELL M., KHANIN R., WIERCIGROCH. M. Approximate analytical solutions for primary chatter in the non linear metal cutting model. Journal of sound and vibration. 2003.
- [45]. WIERCIGROCH M., KRIVTSOV A. Frictional chatter in orthogonal metal cutting. 2001 Royal Society . 2001.
- [46]. ZGHAI B., HADDAR M., Numerical model for dynamic analysis of tool and workpiece in turning, Advances in production engineering & management 2 APEM., 2007.
- [47]. ZELINSKY P. Chatter control for the rest of us. Modern Machine Shop Magazine. Cincinnati Ohio. October 2005.

APENDICE

A1. MODELAMIENTO DE LAS VIBRACIONES CON N GRADOS DE LIBERTAD EN LAS MAQUINAS-HERRAMIENTAS (M-H).

Las constantes de rigidez en el modelamiento pueden determinarse mediante el método de los elementos finitos y validar mediante un proceso de identificación de parámetros.

Así puede verse en la estructura de una M-H, se puede determinar en forma aproximada, mediante un software de Elementos finitos, sus frecuencias naturales y sus respectivos modos de vibrar. Tal como se muestra un modelamiento aproximado de la estructura y la evaluación de sus frecuencias naturales por el software de elementos finitos Cosmoswork. Los cuales son mostrados en la Figura 4.13. y tabla 4.01.

Tabla A.01:

Las cinco primeras frecuencias naturales correspondientes al análisis en la estructura de una máquina herramienta mediante un software de elementos finitos (Cosmosworks)

Frecuencias Naturales	F1	F2	F3	F4	F5
Hz	324.98	337.48	448.0 6	578.48	704. 98

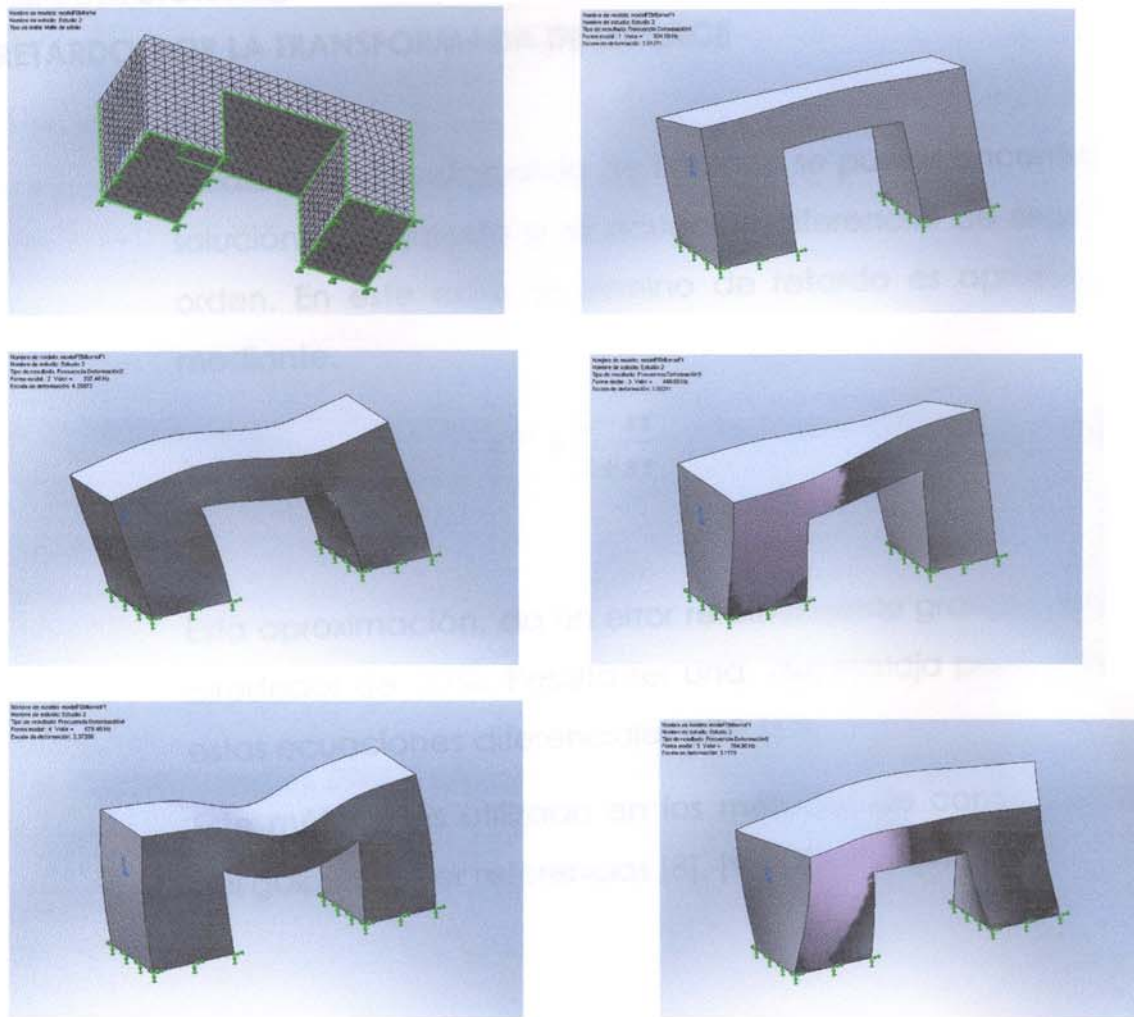


Figura A.1:

Evaluación de las frecuencias naturales y de los modos de vibrar en una hipotética estructura de una maquina herramienta mediante un software de elementos finitos (Cosmosworks)

A2. SOLUCIÓN APROXIMADA DE LA ECUACIONES DIFERENCIALES CON RETARDO POR LA TRANSFORMADA DE LAPLACE

Mediante la transformada de Laplace se puede encontrar la solución aproximada a la ecuación diferencial de segundo orden. En este caso el término de retardo es aproximado mediante.

$$e^{-s\tau} \approx \frac{2-s\tau}{2+s\tau} \quad (\text{A2.1})$$

Esta aproximación, da un error relativamente grande, esto es alrededor de 27%. Resulta ser una desventaja para resolver estas ecuaciones diferenciales DDE [17].

Este método es utilizado en los métodos de control robusto del golpeteo, ver referencias [8], [9],[12],[36],[47]).

A3: PROGRAMAS EN MATLAB

LOBULOS DE KALMAR

% 1 FUN1

```
function g=fun1(w,Tn)
p=0.0202;
%si=0.01;
g=w.^2-1-p*(1-cos(w.*Tn));
```

% 2 FUNTG2

```
function g=funtg2(w,Tn)
%p=0.0202;
si=0.01;
a=w.^2;b=2*si*w;
g=(1-a)+b*tan(w*Tn/2);
```

% OBTENCION DEL DIAGRAMA DE ESTABILIDAD PARA EL MODELO LINEAL RPM vs P

```
clear all; %close all;
%p=0.0202;
si=0.01;wn=580;
N=10001;
RPM=linspace(0,10000,N);
p=zeros(1,N);

for j=2:N,
    j
    Tn=wn*60/RPM(j);
    w = fzero(@(w) fun2(w,Tn),1.2)
    %Q(j)=-2*w.*si/sin(w./ome);

    a=w.^2;b=2*si*w;
    Num=(1-a).^2+b.^2;
    Den=2*(a-1);
    p(j)=Num./Den;
end
plot(RPM,p, '.')
```

**% DIAGRAMA DE ESTABILIDAD CON MODELAMIENTO UNIDIMENSIONAL Y
LINEAL RPM vs SI**

```

close all; clc;
p=0.0202;
w=linspace(1.001,1.05,200);
a=w.^2;%b=2*si*w;
N=p*2*(a-1)-(1-a).^2;
D=4*a;
si=sqrt(N./D);
b=2*si.*w;
M=length(si);
figure;hold on;

for j=1:M,
    for k=0:20,

        T=2./w(j)*(pi*k-atan2(a(j)-1,b(j)));
        plot(T,p(j),'.');
        %pause
    end
    %pause
End

```

**% DIAGRAMA DE ESTABILIDAD CON MODELAMIENTO UNIDIMENSIONAL Y
LINEAL RPM vs P**

```

function g=fun2(w,Tn)
%p=0.0202;
si=0.01;
a=w.^2;b=2*si*w;
Num=(1-a).^2+b.^2;
Den=2*(a-1);
g=(Num./Den).*sin(w*Tn)+b;

```

% 6 PPP

```

close all; clc;
si=0.01;wn=580;
w=linspace(1.001,1.05,500);
a=w.^2;b=2*si*w;
N=(1-a).^2+b.^2;
D=2*(a-1);
p=N./D;
M=length(p);
figure;hold on;
for j=1:M,

```

```

for k=0:20,
    T=2./w(j)*(pi*k-atan2(a(j)-1,b(j)));
    RPM=60*wn/T;
    plot(RPM,p(j),'.','MarkerSize',4.75);
    %pause
end
%pause
End

```

% DIAGRAMA DE ESTABILIDAD PARA EL MODELO LINEAL

```

clear all; close all;
p=0.0202; wn=580;
%si=0.01;
N=10001;
RPM=linspace(0,10000,N);
Q=zeros(1,N);

for j=2:N,
    j
    Tn=wn*60/RPM(j);
    w = fzero(@(w) funtg1(w,Tn),1.7)
    Q(j)=-p*sin(w*Tn)./(2*w);
    %Q(j)=-1/A;
    %q=fzero(@(q) fun1(q,p,w),30);
    %Q(j)=q;
end
plot(RPM,Q,':')

```

% 8 SISI

```

close all; clc;
p=0.0202;wn=580;
w=linspace(1.0001,1.08,400);
a=w.^2;%b=2*si*w;
N=p*2*(a-1)-(1-a).^2;
D=4*a;
si=sqrt(N./D);
b=2*si.*w;
M=length(si);
figure;hold on;

for j=1:M,
    for k=0:20,
        T=2./w(j)*(pi*k-atan2(a(j)-1,b(j)));
        RPM=60*wn/T;

```

```

    plot(RPM,si(j),'o');
    %pause
end
%pause
End

```

% 9 FUNTG1

```

function g=funtg1(w,Tn)
p=0.0202;
%si=0.01;
g=w.^2-1-p*(1-cos(w.*Tn));

```

% 10 RAICES1

```

clear all; close all;
p=0.0202; wn=580;
%si=0.01;
N=10001;
RPM=linspace(0,10000,N);
Q=zeros(1,N);

for j=2:N,
    j
    Tn=wn*60/RPM(j);
    w = fzero(@(w) fun1(w,Tn),1.7)
    Q(j)=-p*sin(w*Tn)./(2*w);
    %Q(j)=-1/A;
    %q=fzero(@(q) fun1(q,p,w),30);
    %Q(j)=q;
end
plot(RPM,Q,'o')

```

% SIMULACIONES NUMERICAS MODELAMIENTO NO LINEAL RPM vs P

```

clear all; %close all;
%p=0.0202;
si=0.01;wn=580;
N=10001;
RPM=linspace(0,10000,N);
%p=zeros(1,N);
figure;
hold on;
for j=2:N,
    j
    Tn=wn*60/RPM(j);

```

```

w = fzero(@(w) funtg2(w,Tn),1.05)
if w>1,
a=w.^2;
b=2*si*w;
Num=(1-a).^2+b.^2;
Den=2*(a-1);
p=Num/Den;
plot(RPM(j),p,'*');
else
end
end
%plot(RPM,p,')

```

% LOBULOS DE BALACHANDRAN

% 1 FUNCTION 2

```

function g=fun2(w,ome)
mu=1;a=0.0029;b=0.0785;
g=w.^2-1-b*(1-mu*cos(w./ome));

```

% SOLUCION AL MODELO DE BALACHANDRAN OMEGA vs Q

```

clear all; close all;
mu=1;a=0.0029;b=0.0785;
N=10000;
OME=linspace(0,1,N);
Q=zeros(1,N);
for j=2:N,
ome=OME(j);
w = fzero(@(w) fun2(w,ome),0.7);
A=mu*b/(w)*sin(w/ome)+a/ome;
Q(j)=-1/A;
%q=fzero(@(q) fun1(q,p,w),30);
%Q(j)=q;
end
plot(OME,Q,')

```

% MODELACION -KALMAR-PARA -GENERALES

% 1 COMP- SOLUC-NUMERICA

```

function comp_sol_Num(RPM,p)% Dar dato de RPM como velocidad de
entrada
% RPM: Es la rotacion en RPM de la pieza a maquinarse

```

% p: Es el parametro de la Ecuacion de KALMAR, es funcion de la masa, ancho y profundidad de corte.

```
omega=RPM;
```

```
d=3/10;
```

```
si=0.01;
```

```
% precision en el calculo numerico
```

```
options=dde23('RelTol',1e-4,'AbsTol',1e-6);
```

```
wn=580;
```

```
lag=60*wn/omega;      %delay de la ED
```

```
tt=450;               %tiempo normalizado tt=wn*0.4;
```

```
% Solucion de la ecuacion diferencial NO LINEAL:
```

```
solNL=dde23('EDmaq_herrNL',lag,[5/12;0],[0 tt],options,si,p,d);
```

```
subplot(311),plot(solNL.x,solNL.y(1,:),'r');
```

```
xlabel('t: Tiempo normalizado=wn*t ');ylabel('Posicion');
```

```
hold on;
```

```
% Solucion de la ecuacion diferencial LINEAL:
```

```
solL=dde23('EDmaq_herrL',lag,[5/12;0],[0 tt],options,si,p,d);
```

```
subplot(311),plot(solL.x,solL.y(1,:));
```

```
xlabel('t: Tiempo normalizado=wn*t ');ylabel('Posicion');
```

```
title('Comparacion de las soluciones numericas lineal y no lineal')
```

```
N=16384;
```

```
t=linspace(0,tt,N);
```

```
yNL=deval(solNL,t);
```

```
yL=deval(solL,t);
```

```
clear solNL solL
```

```
YNL=fft(yNL(1025:16384));
```

```
YL=fft(yL(1025:16384));
```

```
%figure
```

```
subplot(312), plot(abs(YL(1:length(YL)/2)));grid;hold on;
```

```
plot(abs(YNL(1:length(YL)/2)),'r');grid;
```

```
xlabel('Frecuencia');ylabel('FFT(desplazamiento)');title('Comparacion de los Espectros X(f)')
```

```
xlim([0 250])
```

```
%xlabel('Frecuencia');ylabel('FFT(desplazamiento)');title('Espectro Y(f)')
```

```
error=yNL(1,:)-yL(1,:);
```

```
subplot(313), plot(t,error)
```

```
xlabel('t: Tiempo normalizado=wn*t ');ylabel('Error');
```

```
title('Error entre la solucion lineal y no lineal')
```

% 2 ECUACION-DIFERENCIAL –PARA-MAQ-HERR- NO - LINEAL

```

function v=EDmaq_herrNL(t,y,Z,si,p,d)
% Es la funcion de la Ecuacion diferencial de la dinamica no
% lineal del proceso de maquinado.
ylag=Z(:,1);
v=zeros(2,1);
a=y(1)-ylag(1);
% Ecuacion diferencial en forma de ecuacion de estado
v(1)=y(2);
v(2)=-2*si*y(2)-y(1)-p*a+d*p*a^2-d*p*a^3; % SOLUCION NO LINEAL
%v(2)=-2*si*y(2)-y(1)-p*a; % SOLUCION LINEAL

```

```

function v=EDmaq_herr(t,y,Z,si,p,d)
% Es la funcion de la Ecuacion diferencial de la dinamica no
% lineal del proceso de maquinado.
ylag=Z(:,1);
v=zeros(2,1);
a=y(1)-ylag(1);
% Ecuacion diferencial en forma de ecuacion de estado
v(1)=y(2);
v(2)=-2*si*y(2)-y(1)-p*a+d*p*a^2-d*p*a^3; % SOLUCION NO LINEAL
%v(2)=-2*si*y(2)-y(1)-p*a; % SOLUCION LINEAL

```

% 4 SOL N –MAQ-HERR

```

function solN_maq_herr(RPM,p)% Dar dato de RPM como velocidad de
entrada
% RPM: Es la rotacion en RPM de la pieza a maquinarse
% p: Es el parametro de la Ecuacion de KALMAR, es funcion de la
masa, ancho y profundidad de corte.

```

```
omega=RPM;
```

```

d=3/10;
si=0.01;
% precision en el calculo numerico
options=ddeSet('RelTol',1e-4,'AbsTol',1e-6);
wn=580;
lag=60*wn/omega; %delay de la ED
tt=450; %tiempo normalizado tt=wn*0.4;

```

% Solucion de la ecuacion diferencial:

```
sol=dde23('EDmaq_herr',lag,[5/12;0],[0 tt],options,si,p,d);
```

```

plot(sol.x,sol.y);
xlabel('t: Tiempo normalizado=wn*t ');ylabel('Posicion y Velocidad');
title('Posicion y Velocidad')
figure
plot(sol.y(1,:),sol.y(2,:));
xlabel('Posicion');ylabel('Velocidad');title('Diagrama de Fase')
%Adecuacion de la solucion diferencial
N=16384;
t=linspace(0,tt,N);
y=deval(sol,t);
Y=fft(y(1025:16384));
figure
plot(abs(Y(1:length(Y)/2)));grid;
xlabel('Frecuencia');ylabel('FFT(desplazamiento)');title('Espectro X(f)')
xlim([0 250])

```

% 5 ECUAC DIFERENCIAL MAQ-HERR

```

function v=EDmaq_herrL(t,y,Z,si,p,d)
% Es la funcion de la Ecuacion diferencial de la dinamica no
% lineal del proceso de maquinado.
ylag=Z(:,1);
v=zeros(2,1);
a=y(1)-ylag(1);
% Ecuacion diferencial en forma de ecuacion de estado
v(1)=y(2);
%v(2)=-2*si*y(2)-y(1)-p*a+d*p*a^2-d*p*a^3; % SOLUCION NO LINEAL
v(2)=-2*si*y(2)-y(1)-p*a; % SOLUCION LINEAL

```

MODELO BALACHANDRAN

```

function v=EDmaq_herr(t,y,Z,si,p,d)
% Es la funcion de la Ecuacion diferencial de la dinamica no
% lineal del proceso de maquinado.
ylag=Z(:,1);
v=zeros(2,1);
a=y(1)-ylag(1);
% Ecuacion diferencial en forma de ecuacion de estado
v(1)=y(2);
%v(2)=-2*si*y(2)-y(1)-p*a-d*p*a^2+d*p*a^3;
v(2)=-2*si*y(2)-y(1)-p*a;%-d*p*a^2+d*p*a^3;

```

SOLUC N-MAQ-HERR


```

clear all; close all; clc;
% Parametro principales
omega=1200;    % VELOCIDAD DE ROTACION:RPM

ho=0.3*10^-3;    % Espesor del proceso de maquinado, en metros

% Parametros del modelo: extraidos del paper de Kalmar Nagy
% wn en rad/seg; m=en Kg, k1=N/m,
wn=580;m=10;k1=6.8*10^4;si=0.01;
% Parametros utilizados en la ecuacion diferencial no lineal
p=k1/(m*wn^2); d=3/10;

% precision en el calculo
options=odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',1e-6);

lag=wn*60/omega;    %delay de la ED
tt=50;    %tiempo normalizado tt=wn*0.4;

% Solucion de la ecuacion diferencial:
sol=ode23('EDmaq_herr',lag,[ho;0],[0 tt],options,si,p,d);

% Adecuacion de la solucion diferencial
%N=16384;
%t=linspace(0,tt,N);
%y=deval(sol,t);

plot(sol.x,sol.y);
%title('Solucion numerica de la ecuacion no lineal del proceso de
maquinado')
%xlabel('t en seg');
%ylabel('y(t)');

```

MODELOKALMARI

```

function v=EDmaq_herr(t,y,Z,si,p,d)
% Es la funcion de la Ecuacion diferencial de la dinamica no
% lineal del proceso de maquinado.
ylag=Z(:,1);
v=zeros(2,1);
a=y(1)-ylag(1);
% Ecuacion diferencial en forma de ecuacion de estado
v(1)=y(2);
v(2)=-2*si*y(2)-y(1)-p*a+d*p*a^2-d*p*a^3;
%v(2)=-2*si*y(2)-y(1)-p*a;%-d*p*a^2+d*p*a^3;

%clear all; close all; clc;

```

```

function solN_ma_herr(www)
% Parametro principales
M=length(www);
for j=1:M,
    j
    omega=www(j);
%omega=13200;    % VELOCIDAD DE ROTACION:RPM

ho=0.3*10^-3;    % Espesor del proceso de maquinado, en metros

% Parametros del modelo: extraidos del paper de Kalmar Nagy
% wn en rad/seg; m=en Kg, k1=N/m,
wn=816;m=17.2;K=1.25*10^9;n=4.3;ww=3*10^-3;
k1=3/4*K*ww*ho^(-1/4);
%k1=6.8*10^4;si=0.01;
si=n/wn;
% Parametros utilizados en la ecuacion diferencial no lineal
p=k1/(m*wn^2); d=3/10;

% precision en el calculo
options=ddeSet('RelTol',1e-4,'AbsTol',1e-6);

lag=wn*60/omega;    %delay de la ED
tt=450;            %tiempo normalizado tt=wn*0.4;

% Solucion de la ecuacion diferencial:
sol=dde23('EDmaq_herr',lag,[ho;0],[0 tt],options,si,p,d);

% Adecuacion de la solucion diferencial
%N=16384;
%t=linspace(0,tt,N);
%y=deval(sol,t);

plot(sol.x,sol.y);
pause
%title('Solucion numerica de la ecuacion no lineal del proceso de
maquinado')
%xlabel('t en seg');
%ylabel('y(t)');
end

```