

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA**



**ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARAMÉTRICA DEL PANDEO  
ELASTO-PLÁSTICO DE PANELES ESTRUCTURALES REFORZADOS**

**TESIS**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:  
INGENIERO NAVAL**

**MIGUEL RENATO MANCO RIVERA**

**PROMOCIÓN 2009-I**

**LIMA-PERÚ**

**2 012**

*A mis padres Miguel e Irene por su amor y el gran  
ejemplo que me dan día a día*

*A mi familia y amigos por su cariño y comprensión*

*A mi maestro Frans Willems (Q.E.P.D.) por sus  
enseñanzas y ejemplo*

**Índice Temático**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>PROLOGO</b>  | <b>1</b>  |
| <b>Capítulo 1: INTRODUCCIÓN</b>                           | <b>3</b>  |
| 1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA                              | 3         |
| 1.2 ANÁLISIS DE PROBLEMA NO LINEALES                      | 5         |
| 1.3 COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE PANELES REFORZADOS      | 8         |
| 1.4 OBJETIVOS DE LA TESIS                                 | 14        |
| <b>Capítulo 2: NOCIONES FUNDAMENTALES</b>                 | <b>15</b> |
| 2.1 INTRODUCCIÓN  | 15        |
| 2.2 FUNDAMENTOS SOBRE ESTABILIDAD ESTRUCTURAL             | 15        |
| 2.3 ESTABILIDAD DE PANELES REFORZADOS                     | 20        |
| 2.4 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA                                | 24        |
| 2.5 CONSIDERACIONES FINALES                               | 35        |
| <b>Capítulo 3: MODELO DE ANÁLISIS</b>                     | <b>36</b> |
| 3.1 INTRODUCCIÓN  | 36        |
| 3.2 SIMPLIFICACIÓN DEL ESTUDIO – ANÁLISIS DIMENSIONAL     | 37        |
| 3.3 DESCRIPCIÓN DEL CONJUNTO DE PARÁMETROS ADIMENSIONALES | 40        |

## IV

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 3.3.1   | Esbeltez a la Flexión Transversal de la Placa, $\beta_1$  | 40 |
| 3.3.2   | Esbeltez del Alma del Refuerzo, $\beta_2$   | 40 |
| 3.3.3   | Esbeltez del Ala del Refuerzo, $\beta_3$  | 40 |
| 3.3.4   | Razón entre las esbelteces a torsión del refuerzo y a la flexión transversal de la placa, $\beta_4$     | 41 |
| 3.3.5   | Razón entre las áreas del refuerzo y la placa, $\beta_5$  | 41 |
| 3.3.6   | Razón entre las áreas del alma y ala del refuerzo, $\beta_6$  | 42 |
| 3.3.7   | Imperfecciones iniciales máximas en la placa, $\beta_7$   | 42 |
| 3.3.8   | Imperfecciones iniciales máximas en el refuerzo, $\beta_8$  | 42 |
| 3.3.9   | Tensiones Residuales, $\beta_9$   | 43 |
| 3.3.10  | Razón entre los momentos aplicado y plástico, $\beta_{10}$  | 43 |
| 3.3.11  | Razón entre la deformación nominal del panel y la deformación en el límite de elasticidad, $\beta_{11}$ | 43 |
| 3.3.12  | Razón entre las cargas de pandeo y fluencia, $\beta_{12}$   | 44 |
| 3.4     | CONVENIENCIA DE LOS PARÁMETROS ADIMENSIONALES   | 44 |
| 3.5     | MODELO DE ELEMENTOS FINITOS   | 45 |
| 3.5.1   | Geometría del modelo  | 45 |
| 3.5.1.1 | Geometría de la placa   | 46 |
| 3.5.1.2 | Geometría del refuerzo  | 47 |
| 3.5.2   | Definición de la geometría del panel a partir de los parámetros adimensionales                          | 49 |
| 3.5.3   | Propiedades del material  | 50 |

|   |  |           |
|---|--|-----------|
| 3.5.4   | Condiciones de contorno  | 52        |
| 3.5.5   | Malla de elementos finitos   | 53        |
| 3.5.6   | Método de solución y condiciones de carga                                    | 57        |
| <b>Capítulo 4:</b>  |  |           |
| <b>ANÁLISIS DEL EFECTO DE ESCALA Y REDUCCIÓN DE LA MATRIZ PARAMÉTRICA</b> |  | <b>59</b> |
| 4.1   | INTRODUCCIÓN   | 59        |
| 4.2   | SELECCIÓN DEL TIPO DE REFUERZO   | 59        |
| 4.3   | EFFECTO DE ESCALA EN LOS PARAMETROS ADIMENSIONALES PROPUESTOS                | 61        |
| 4.3.1   | Pandeo global inducido por la placa ( <i>PI</i> )                            | 62        |
| 4.3.2   | Pandeo global inducido por el refuerzo ( <i>SI</i> )                         | 65        |
| 4.3.3   | Pandeo de la placa ( <i>PB</i> )   | 68        |
| 4.3.4   | Pandeo lateral torsional del refuerzo ( <i>ST</i> )                          | 70        |
| 4.4   | EFFECTO DE LAS IMPERFECCIONES INICIALES                                      | 72        |
| 4.4.1   | Efecto de la forma de la imperfección inicial en la placa                    | 73        |
| 4.4.2   | Efecto de la forma de la imperfección inicial en el refuerzo                 | 74        |
| 4.4.3   | Efecto del nivel de imperfección inicial máxima en la placa y en el refuerzo | 75        |
| 4.5   | EFFECTO DE LA TENSION RESIDUAL   | 77        |
| 4.6   | EFFECTO DEL MOMENTO FLECTOR APLICADO   | 79        |
| 4.7   | RESUMEN Y DISCUSIÓN  | 81        |
| <b>Capítulo 5: ANÁLISIS Y RESULTADOS</b>                                  |  | <b>82</b> |
| 5.1   | INTRODUCCIÓN   | 82        |

|       |   |            |
|-------|---|------------|
| 5.2   | FRONTERA DE INTERACCION ENTRE LOS MODOS DE PANDEO LOCAL | 82         |
| 5.3   | ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARAMÉTRICA                    | 84         |
| 5.3.1 | Análisis de sensibilidad del parámetro $\beta_2$        | 87         |
| 5.3.2 | Análisis de sensibilidad del parámetro $\beta_3$        | 89         |
| 5.3.3 | Análisis de sensibilidad del parámetro $\beta_4$        | 93         |
| 5.3.4 | Análisis de sensibilidad del parámetro $\beta_5$        | 93         |
| 5.4   | DISCUSIÓN FINAL   | 98         |
|       | <b>CONCLUSIONES</b>                                     | <b>99</b>  |
|       | <b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>                       | <b>100</b> |

## **PROLOGO**

En los últimos años, debido al empleo de materiales de alta resistencia, se han venido proyectando estructuras cada vez más esbeltas lo cual hace necesario evaluar la estabilidad de la estructura. Para ello las sociedades de clasificación y las autoridades marítimas pertinentes han venido proponiendo una serie de normas y formulas simplificadas a fin de verificar la seguridad de los proyectos estructurales. Sin embargo ante la complejidad de un cálculo de esta naturaleza se ha optado por cálculos mediante métodos numéricos como el de los elementos finitos. Este método permite considerar deformaciones iniciales, material no lineal y otros aspectos que dificultarían excesivamente el cálculo tradicional.

En este trabajo pretendemos desarrollar un modelo de elementos finitos capaz de prever el modo y carga de pandeo de paneles reforzados, el cual tendrá como base un grupo de parámetros adimensionales para posteriormente evaluar la sensibilidad de estos parámetros en la respuesta global del panel. Este trabajo es ordenado de la siguiente manera:

Capítulo 1: realizamos una descripción del fenómeno a estudiar y presentamos los objetivos principales de la tesis

Capítulo 2: describimos brevemente las nociones fundamentales necesarias para el entendimiento de este trabajo y presentamos la revisión bibliográfica efectuada.

Capítulo 3: Desarrollamos el análisis dimensional del fenómeno a estudiar y presentamos el modelo de elementos finitos desarrollado.

Capítulo 4: presentamos un estudio del efecto de escala en el modelo propuesto y algunos análisis que permitirán reducir la matriz paramétrica a ser estudiada en el capítulo 5.

Capítulo 5: presentamos los análisis y resultados del análisis de sensibilidad paramétrica.

# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Ante la necesidad de incrementar la capacidad de carga de navíos, es necesario proyectar embarcaciones cada vez mayores, siendo necesario dotarlas de estructuras capaces de soportar los esfuerzos a las que estarán sometidas, sin que sean excesivamente pesadas, perjudicando su capacidad de carga útil. Para conciliar la necesidad de una estructura resistente y a la vez ligera, se ha optado por el uso de materiales de alta resistencia. Sin embargo, con la utilización de estructuras esbeltas, además de las verificaciones tradicionales de los niveles de tensión y deformación, la verificación de la estabilidad estructural pasa a tener una importancia fundamental para garantizar la seguridad del proyecto y evitar el posible colapso de las embarcaciones debido a un dimensionamiento ineficiente (ver *Figura 1.1*)



**Figura 1.1:** Colapso global de un navío

Este tipo de análisis se realiza no solo en navíos, sino también en toda estructura esbelta, ya que por su geometría es susceptible a inestabilidad. Por ejemplo, en la *Figura 1.2* se muestran un silo y un tanque de almacenamiento que sufrieron pandeo.



**Figura 1.2:** *Pandeo de estructuras esbeltas*

Tradicionalmente, el análisis de la estabilidad estructural es realizado observando los principios de la Teoría General de la Estabilidad Elástica (Timoshenko y Gere [1]), la cual se basa en el estudio de la energía potencial y sus variaciones en torno de un punto de equilibrio.

En el análisis de la estabilidad, el estudio de la no-linealidad geométrica muchas veces determina la forma de dimensionamiento, principalmente cuando la estructura está sujeta a rotaciones y desplazamientos finitos, o cuando la línea de acción de las cargas se modifica con el incremento de la deformación generando efectos de segunda orden en las ecuaciones de equilibrio y en las relaciones deformación-desplazamiento. Por otra parte, la no linealidad física está presente cuando el material utilizado presenta ecuaciones constitutivas no lineales. Existe un tercer tipo de no linealidad la cual analiza la variación de las condiciones de contorno.

Las diferentes casas clasificadoras, vienen exigiendo el cálculo de la estabilidad de la estructura a través de sus normas y formulas, las cuales son constantemente revisadas y actualizadas a través de ensayos experimentales, cálculos analíticos y enriquecidos con el registro de fallas estructurales ocurridas en la operación de navíos ya construidos (ver *Figura 1.3*). Así mismo, en los últimos años estas casas clasificadoras permiten que el dimensionamiento de algunos componentes estructurales del navío sea realizado mediante el análisis por el método de elementos finitos (M.E.F.).



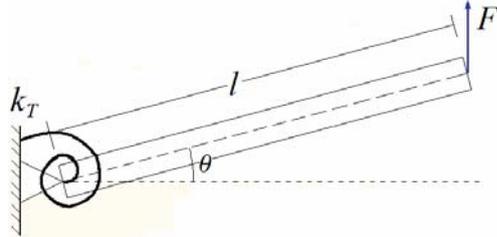
**Figura 1.3:** Pandeo del costado de un navío

## 1.2 ANÁLISIS DE PROBLEMAS NO LINEALES

En general, todos los fenómenos físicos presentan algún tipo de no linealidad, sin embargo, con la finalidad de facilitar su estudio, se plantean modelos matemáticos sencillos basados en hipótesis simplificadoras. Estas hipótesis limitaran el rango de aplicación de cada modelo.

Para una mejor comprensión del estudio de los fenómenos con no linealidades físicas y geométricas, analicemos el sistema mostrado en la *Figura 1.4* (Reddy [2]), en la cual una barra rígida, de masa despreciable y de longitud  $l$ , es unida a un resorte torsional con rigidez torsional  $k_T$ , el cual ofrece un momento de reacción  $M$  ante la fuerza  $F$ . Aplicando equilibrio de momentos con respecto al punto de apoyo tenemos:

$$M - Fl \cos\theta = 0, \quad M = k_T\theta \quad \text{o} \quad F = \frac{k_T\theta}{l \cos\theta} \quad (1.1)$$

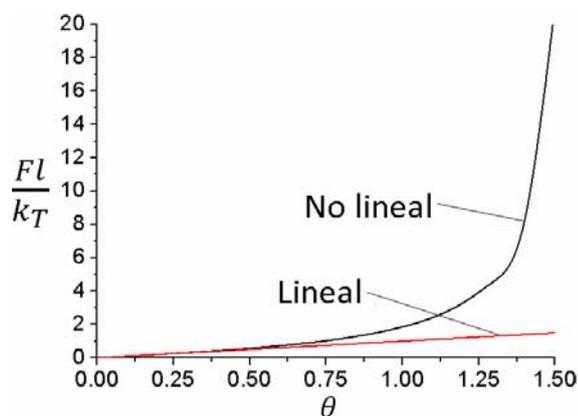


**Figura 1.4:** Barra rígida unida a un resorte torsional

Si quisiéramos linealizar el problema, con la finalidad de facilitar su solución, podemos considerar ángulos pequeños y por lo tanto podremos aproximar  $\cos\theta \approx 1$ , transformando la ecuación (1.1) en:

$$F = \frac{k_T\theta}{l} \quad (1.2)$$

Al representar de forma gráfica el factor de carga  $\frac{Fl}{k_T}$  en función del desplazamiento angular  $\theta$ , para la respuesta del sistema no lineal (1.1) y para el sistema linealizado (1.2), obtenemos el grafico mostrado en la *Figura 1.5*.



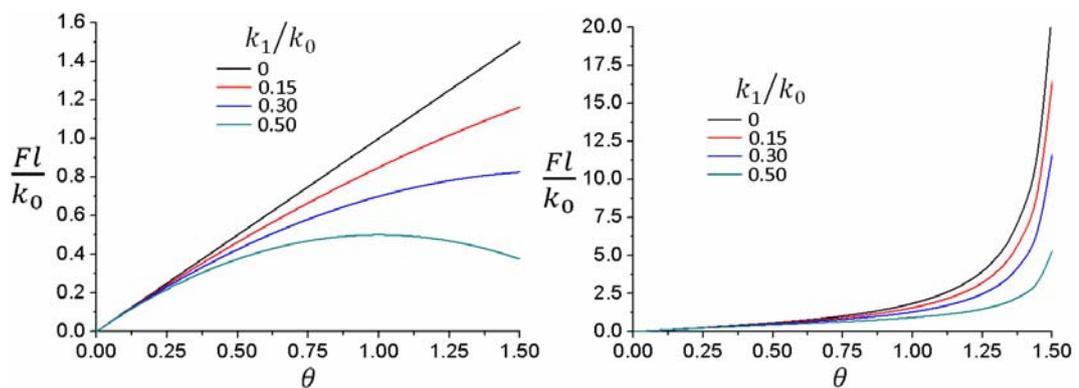
**Figura 1.5:** Respuesta de la barra rígida unida a un resorte torsional de rigidez constante, considerando un modelo lineal y no lineal.

Podemos observar que las respuestas del sistema lineal y no lineal son bastante próximas para el intervalo en que la hipótesis simplificadora es válida (ángulos pequeños), por otro lado, cuando los ángulos van aumentando las respuestas del sistema lineal y no lineal difieren considerablemente.

Analicemos ahora el mismo sistema, considerando que la ecuación constitutiva del material del resorte torsional es tal que su rigidez torsional y el momento de reacción son expresadas en función del desplazamiento angular  $\theta$ , tal como sigue:

$$k_T(\theta) = k_0 \left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right) \theta, \quad \text{con} \quad M = k_T(\theta)\theta \quad (1.3)$$

Si ahora graficamos  $\frac{Fl}{k_0}$  en función de  $\theta$ , utilizando la solución del sistema no lineal y lineal (en función de la razón  $\frac{k_1}{k_0}$ ), obtenemos los gráficos mostrados en la *Figura 1.6*. En los cuales se observa como la no linealidad física (o del material) afecta considerablemente la solución de problemas bastante sencillos, a pesar de que estos sean analizados con supuestos simplificadores (por ejemplo, considerar pequeños ángulos) o no.



**Figura 1.6:** Respuesta de la barra rígida unida a un resorte torsional con rigidez variable, considerando un modelo lineal y no lineal.

Si bien en el ejemplo analizado en los párrafos anteriores, ha sido posible presentar una solución, está de por sí ya es engorrosa y ha sido necesario el uso de métodos numéricos. Cuando queramos estudiar una estructura más compleja, encontrar una solución analítica, en un tiempo aceptable, va ser difícil sino imposible. Ante este hecho en los últimos años el uso de herramientas computacionales de cálculo, tales como el método de los elementos finitos, ha sido bastante difundido para el análisis de problemas no lineales tales como vibraciones, flujos en tuberías y estabilidad estructural, entre otros.

### 1.3 **COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE PANELES REFORZADOS**

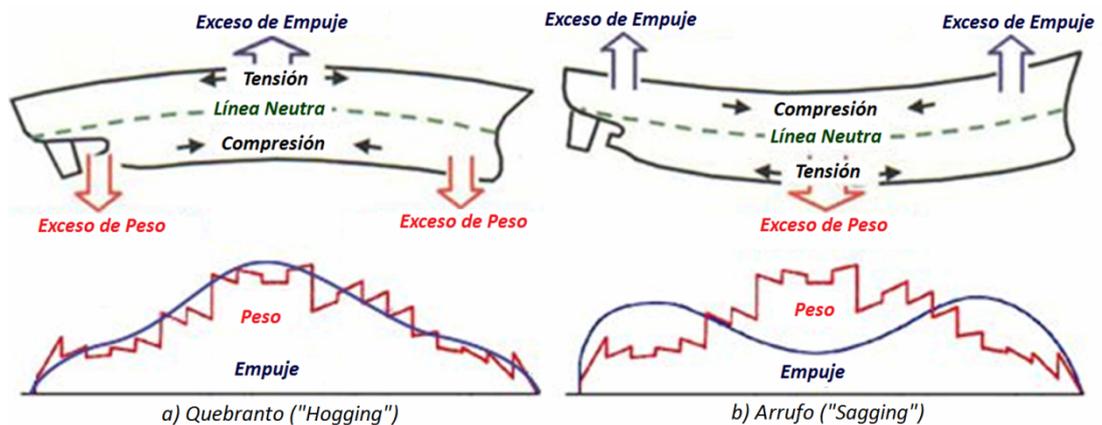
La estructura de un navío debe ser proyectada y construida para soportar las más severas condiciones de carga, previstas durante su vida útil, a fin de garantizar la seguridad de la tripulación, el medio ambiente y las cargas transportadas.

Cuando un navío flota en aguas tranquilas, está sometido a fuerzas verticales de empuje que son iguales a la suma del peso del navío. Sin embargo, estas fuerzas son desbalanceadas a lo largo de la eslora del navío. Esta desigualdad en la distribución del empuje y pesos resulta en esfuerzos cortantes y momentos flectores actuando en la estructura del casco.

La misma discusión para el navío en aguas tranquilas es válida para el buque en olas. En este caso, la distribución de pesos no se altera, sin embargo, como la superficie del mar ya no es plana debido a las olas, la distribución del empuje es modificada. La alteración de las condiciones de flotación conlleva a la modificación de la distribución de las fuerzas cortantes e de los momentos flectores.

La estructura del navío bajo la acción de su propio peso, la fuerza de empuje y de la dinámica del mar se comporta como una viga. Las cargas críticas ocurren para olas con

longitud próxima a la eslora del navío. En el instante en que un valle de la ola coincide con la sección media del navío, existirá una reducción del empuje en la sección media y una elevación de las secciones extremas de popa y proa, debido al exceso de empuje existente en tales regiones. El momento resultante es denominado “arrufo” (“*sagging*”), el cual origina que los elementos estructurales longitudinales por encima de la línea neutra estén en compresión y los que se encuentren por debajo de ella estén en tensión. Cuando la misma ola avance, en el instante en que la cresta coincida con la sección media del navío, provocara el efecto inverso, es decir la sección media se elevara a consecuencia del exceso de empuje en esta región. El momento resultante para esta configuración es denominado “quebranto” (“*hogging*”) y origina un estado de tensiones tal que todos los elementos estructurales longitudinales por encima de la línea neutra estarán en tracción y los que se encuentren por debajo de ella estarán en compresión. La *Figura 1.7* muestra ambas configuraciones.



**Figura 1.7:** Quebranto y Arrufo para un navío en olas (Clark [3]).

El navío, al flexionarse, por arrufo o quebranto, debe tener una estructura capaz de garantizar la solidez y estabilidad estructural. En navíos de gran tonelaje, el tipo de estructura predominantemente es el longitudinal. En este sistema los elementos

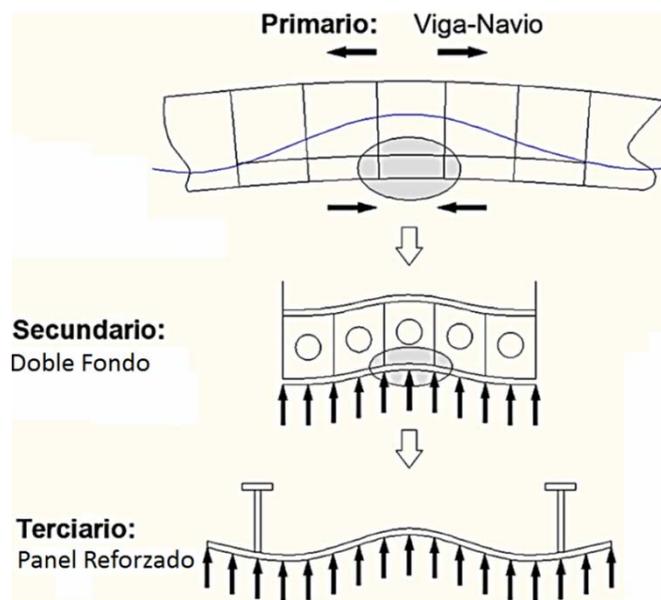
estructurales responsables de resistir esta carga son paneles rígidos que conforman las cubiertas, el costado, el fondo, el doble fondo, y techo del doble fondo, así como los mamparos longitudinales.

Debido a la complejidad de la estructura y del estado de deformación resultante, se supone, para efectos de estudio, que el estado de tensiones puede ser reproducido por la superposición de tres partes: las tensiones primarias, inducidas por el estado de deformaciones del casco, las tensiones secundarias que se derivan de la flexión de los paneles entre los mamparos y las tensiones terciarias producidas por la curvatura de las placas entre los refuerzos (ver *Figura 1.8*). Por supuesto, las dimensiones de los miembros del panel deben ser suficientes para resistir a la superposición de estas tensiones. Una falla local de un miembro estructural puede comprometer a otros miembros adyacentes, y en última instancia, al colapso de la viga-buque. Este fenómeno que caracteriza al colapso progresivo de la estructura. Así, para un diseño estructural eficiente es importante conocer el comportamiento de los elementos estructurales debido a las diversas cargas a las que será sometido durante la vida útil del buque.

En el análisis del comportamiento de los paneles reforzados es necesario evaluar el efecto de la flexión global de la viga-buque. En quebranto (*Figura 1.7*), por ejemplo, esta flexión es transmitida a los paneles del fondo a través de sus extremos (mamparos o varengas), resultando en una compresión uniaxial. Además, debido a la carga local, el panel también está sometido a momentos de flexión local (*F.L.*).

Como consecuencia de esta carga compresiva y del momento flector local, los paneles reforzados son susceptibles a fallar por inestabilidad (pandeo). Esta inestabilidad de paneles reforzados bajo condiciones de flexión y carga compresiva uniaxial (de acuerdo con Grondin et al. [5], Paik e Thayamballi [4] y otros) puede tomar una de las cuatro formas

siguientes: pandeo global inducido por la placa (*Plate Induced Overall Buckling - PI*), pandeo global inducido por el refuerzo (*Stiffener Induced Overall Buckling - SI*), pandeo de la placa (*Plate Buckling - PB*) o pandeo lateral torsional del refuerzo (*Stiffener Tripping - ST*), toda vez que un dimensionamiento correcto de la estructura hay evitado el pandeo local del alma o ala del refuerzo. Estos modos de pandeo son mostrados en la *Figura 1.9* y son discutidos a detalle en el Capítulo 3.

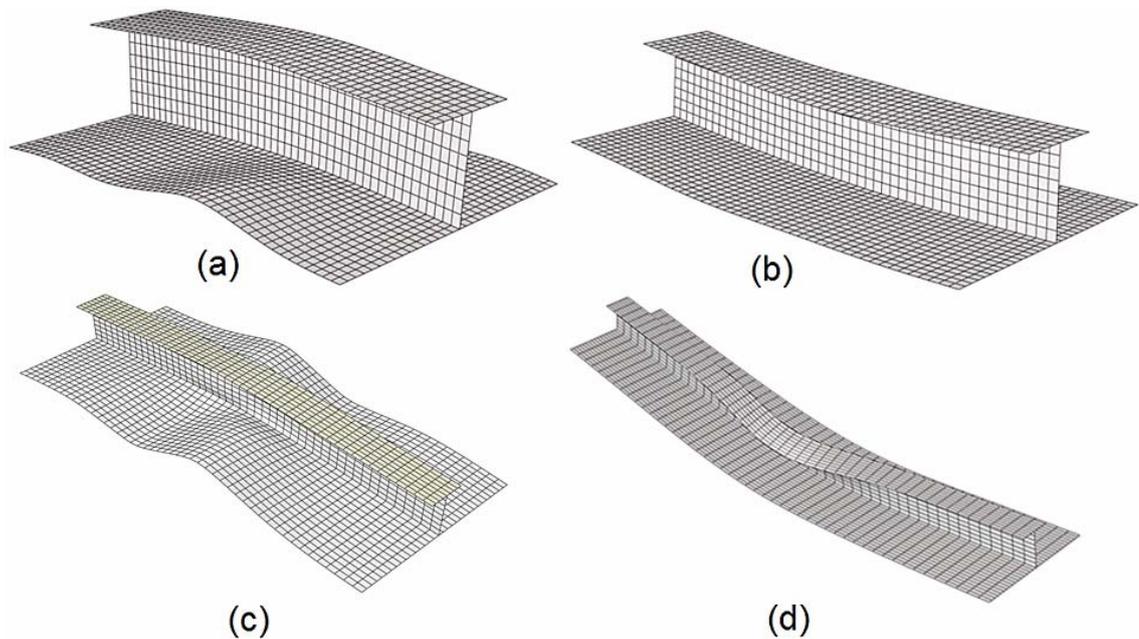


**Figura 1.8:** Niveles de respuesta estructural (Paik y Thayamballi [4])

La flexión local, dependiendo de su dirección, modifica el estado de tensiones (*E.T.*) aumentando la compresión en la placa en relación al refuerzo o viceversa. Por ejemplo, en la *Figura 1.10* se muestra el estado de tensiones del doble fondo de un navío en quebranto. En esta situación, los paneles del techo están sujetos a compresión (*C.*) y flexión local. El sentido de esta flexión es tal que origina un incremento en la compresión del refuerzo, originando una alta probabilidad de activar el pandeo global (*SI*) o local (*ST*) del refuerzo.

Por otro lado, en los paneles del fondo, la flexión local es tal que aumenta la compresión sobre la placa, elevando la probabilidad de un pandeo global (*PI*) o un pandeo

local ( $P_B$ ) en ella. En general, es importante conocer la magnitud de la carga de pandeo ( $P_c$ ), la misma que normalmente es dividida por la carga de fluencia de la sección transversal del panel ( $P_f$ ), que es la carga de fluencia media determinada por la multiplicación de la tensión de fluencia ( $\sigma_y$ ) por el área de la sección transversal del panel, a fin de hacerla adimensional.

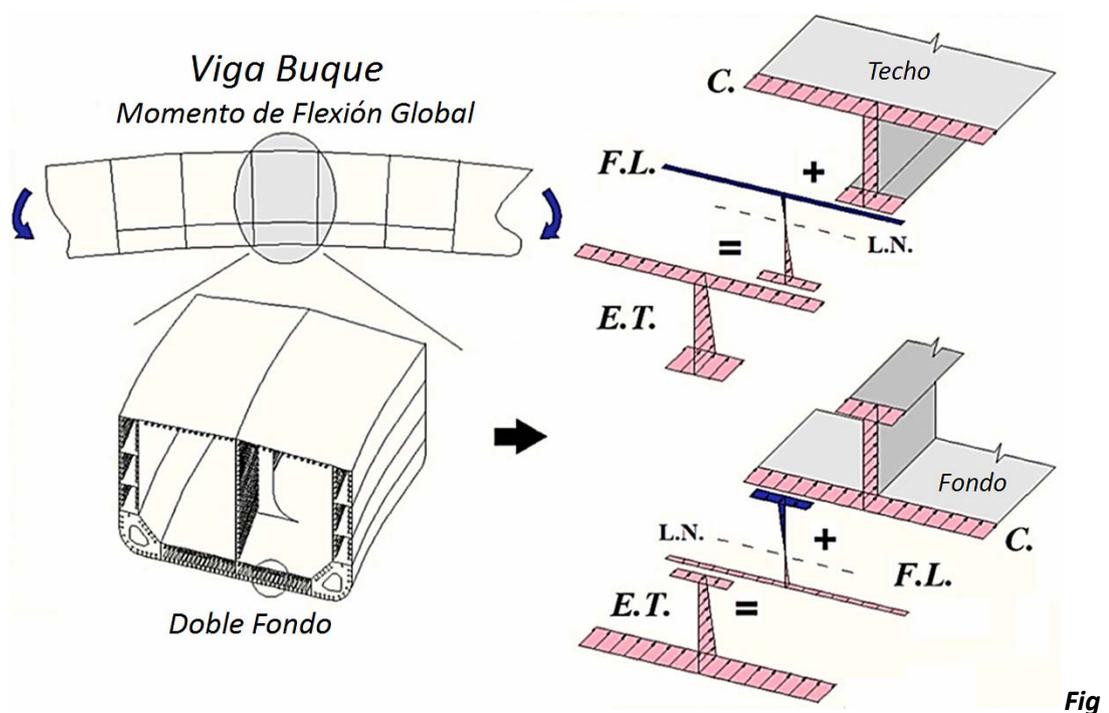


**Figura 1.9:** Formas típicas de pandeo de un panel reforzado: (a) Pandeo global inducido por la placa (PI), (b) Pandeo global inducido por el refuerzo (SI), (c) Pandeo de la placa (PB) e (d) Pandeo lateral torsional del refuerzo (ST).

Un panel reforzado forma parte integrante de la embarcación (cubiertas, fondos, doble fondos, costados y mamparos) y dadas sus características geométricas, estamos hablando de una estructura esbelta. Debido a su proceso de construcción, el panel reforzado presenta imperfecciones geométricas iniciales, tensiones residuales y otros, que hacen del estudio de su estabilidad un problema altamente no lineal. A pesar de ello, el

conocer y comprender el comportamiento de este elemento estructural permitirá desarrollar diseños de estructuras más seguras.

Con todo lo mencionado anteriormente, el empleo de métodos numéricos, por ejemplo el método de elementos finitos, permitirá describir adecuadamente el comportamiento del panel ante cargas de compresión y flexión para condiciones de contorno específicas.



**Figura 1.10:** Estado de tensiones en los paneles del doble fondo

Todo lo mencionado permitirá realizar el análisis de paneles estructurales en buques de gran porte, si se quisiera analizar el caso de embarcaciones pesqueras o tanqueras, deberá incluirse en el análisis la presión hidrostática debida al fluido sobre el panel, pero de forma general se puede afirmar que esta carga es relativamente pequeña y por tanto no altera de forma significativa los resultados encontrados.

#### 1.4 **OBJETIVOS DE LA TESIS**

Los objetivos de esta tesis son:

- Mediante un análisis dimensional seleccionar un grupo de parámetros adimensionales que puedan prever el modo y la carga de pandeo de los paneles reforzados.
- Desarrollar un modelo de elementos finitos basado en los parámetros adimensionales encontrados, en el que se incluyen las imperfecciones geométricas iniciales y un material con comportamiento no lineal.
- Analizar la sensibilidad de los parámetros adimensionales que definen la sección transversal del panel reforzado influenciando en su estabilidad estructural.

## **CAPÍTULO II**

### **NOCIONES FUNDAMENTALES**

#### **2.1 INTRODUCCIÓN**

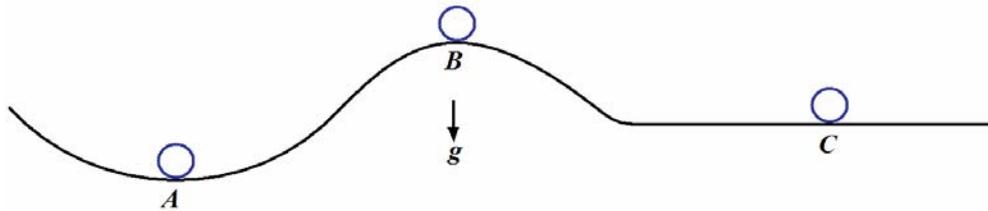
En el caso del pandeo de paneles reforzados existen muchas tesis, libros y artículos disponibles, sin embargo, con la finalidad de ayudar a un mejor entendimiento del problema analizado, presentaremos de forma bastante resumida los conceptos fundamentales. Para ello haremos una breve revisión sobre estabilidad estructural y pandeo de paneles reforzados, presentando las recomendaciones de la sociedad clasificadora noruega Det Norske Veritas – DNV (elegida por ser una de las más exigentes y base de la normativa europea - EUROCODE). Finalmente presentaremos el resumen de algunos trabajos desarrollados por diferentes investigadores en el tema.

#### **2.2 FUNDAMENTOS SOBRE ESTABILIDAD ESTRUCTURAL**

La noción de “estabilidad” (Reis y Camotim [6]) está asociada al concepto de equilibrio. Cuando una estructura es sometida a la acción de fuerzas externas, esta adopta una “configuración de equilibrio”, caracterizada por los desplazamientos de sus puntos, cuya estabilidad puede ser evaluada a través del comportamiento de esa estructura.

La estabilidad del equilibrio es un concepto básico de la Mecánica de los Cuerpos Rígidos y puede ser fácilmente visualizada e intuitivamente aprendida a través de un

problema clásico ilustrado en la *Figura 2.1*. Esta figura muestra una esfera rígida sometida a la acción de su propio peso y en reposo sobre: a) una superficie cóncava (equilibrio estable); b) una superficie convexa (equilibrio inestable); c) una superficie horizontal (equilibrio neutro o indiferente).



**Figura 2.1:** Concepto de estabilidad del equilibrio. a) Equilibrio estable; b) Equilibrio inestable; c) Equilibrio neutro o indiferente (Simitsev y Hodges [7]).

El proyecto de una estructura no debe basarse solamente en conceptos de seguridad relacionados a la resistencia y deformación de sus elementos, principalmente en el caso de estructuras “esbeltas”. Es indispensable considerar también los fenómenos que envuelven los conceptos de estabilidad, sea de elementos individuales o de toda la estructura analizada en su conjunto. Estos fenómenos son conocidos por “fenómenos de inestabilidad estructural”. Sin embargo, la palabra “pandeo” es adoptada, como un término general, para designar fenómenos de inestabilidad estructural independientemente de la naturaleza específica y del tipo de estructura en que ocurren (barras, placas, cascarones, etc.). La estabilidad de una estructura “ideal”, que evoluciona a lo largo de una determinada trayectoria de equilibrio (relación carga-desplazamiento), corresponde a la transición entre configuraciones de equilibrio estable e inestable. La inestabilidad puede surgir de dos maneras:

- Ocurrencia de una bifurcación de equilibrio, fenómeno conocido como inestabilidad bifurcacional (*Figura 2.2*).

- Ocurrencia de un punto límite, es decir, de un punto donde la trayectoria de equilibrio tiene derivada nula. Si la carga aumenta la estructura “pasa” dinámicamente, para una configuración de equilibrio apartada (*Figura 2.3*).

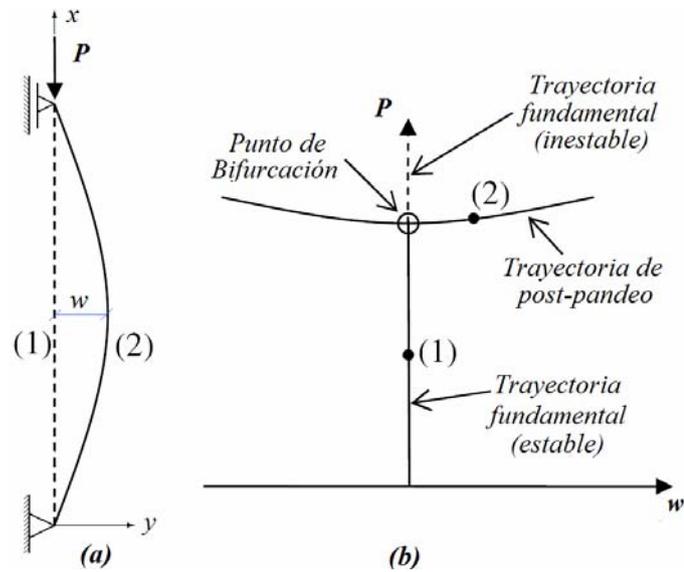
Este fenómeno es conocido por inestabilidad de punto límite o por “*snap-through*”.

Un punto de inestabilidad bifurcacional se diferencia por la existencia de las siguientes características:

- Una trayectoria de equilibrio fundamental (lineal o no lineal), conocida también como camino primario, que se inicia en el origen del diagrama carga-desplazamiento.
- Una trayectoria de equilibrio de post-pandeo (camino secundario) que no pasa por el origen del diagrama carga-desplazamiento.
- Un punto de bifurcación que corresponde a la intersección de las dos trayectorias y en el cual las configuraciones de equilibrio de la trayectoria fundamental pasan de estables a inestables.

El ejemplo más simple de inestabilidad por bifurcación es el pandeo elástico de una viga perfecta, doblemente apoyada, sujeta a compresión axial, como puede ser visto en la *Figura 2.2(a)*. La fuerza compresiva en las extremidades de la viga causa un pequeño acortamiento, que producirá un efecto cinemático apenas cuando un valor de carga crítica sea ultrapasado. A partir del momento en que la carga crítica es alcanzada, cualquier pequeño incremento de la fuerza compresiva ( $P$ ) amplía la curvatura de la viga. Su rigidez a la compresión cae abruptamente y el equilibrio se forma de una manera bastante diferente de la original. La *Figura 2.2 (b)* muestra la evolución del desplazamiento del punto medio de

la viga en función de la carga compresiva, indicando las características, discutidas anteriormente, de este tipo de carga.

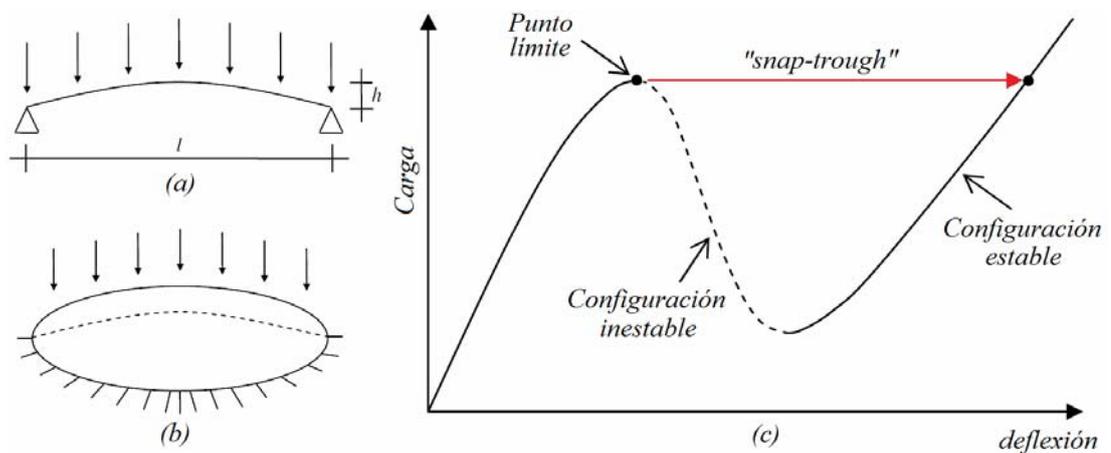


**Figura 2.2:** Inestabilidad bifurcacional de una columna (Reis y Camotim [6]): a) pandeo de una viga biapoyada y b) curva carga – desplazamiento del punto medio de la viga

Un problema de inestabilidad por “*snap-trough*” se caracteriza por la existencia de:

- Una trayectoria de equilibrio no lineal, que inicia en el origen del diagrama carga-desplazamiento.
- Un punto limite, que corresponde al punto de inclinación nula de la trayectoria de equilibrio en la cual las configuraciones de equilibrio pasan de estables a inestables.
- Un fenómeno de “*snap-trough*”, que ocurre cuando la estructura se encuentra en el punto limite y es sometida a un (ligero) incremento de carga. Este fenómeno consiste en el “paso dinámico” de la estructura para una configuración de equilibrio alejada y estable.

La *Figura 2.3* muestra dos ejemplos de sistemas estructurales que exhiben inestabilidad por “snap-trough”, normalmente a) arcos (razón  $h/l \ll 1$ ) y b) casquetes esféricos, ambos sometidos a la acción de cargas transversales. La trayectoria de equilibrio de estas estructuras puede ser, esquemáticamente, visualizado en la *Figura 2.3 (c)* que a su vez indica las principales características de este fenómeno, conforme fue mencionado anteriormente.

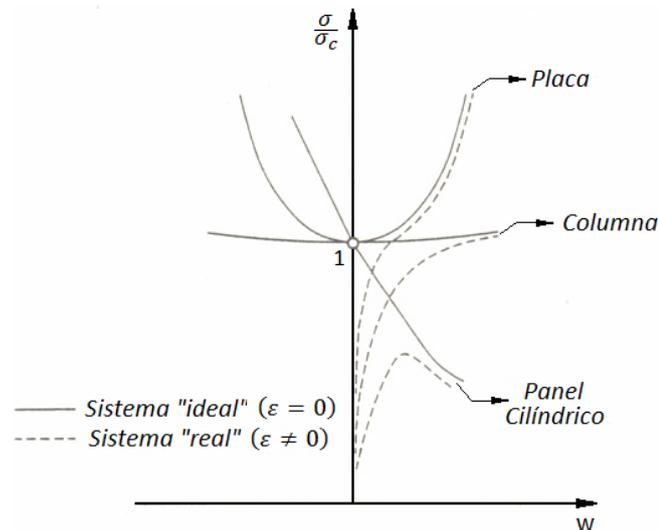


**Figura 2.3:** Inestabilidad por “snap-trough” (Reis y Camotim [6]) a) en arcos, b) en casquetes esféricos y c) trayectoria de equilibrio.

Ahora, debemos introducir el concepto de sistemas estructurales “reales” (en oposición a los “ideales”), es decir aquellos que poseen imperfecciones geométricas iniciales (excentricidad de carga, desplazamientos, etc.). La *Figura 2.4* muestra cualitativamente el efecto de la presencia de tales imperfecciones en el comportamiento de sistemas analizados mediante inestabilidad por bifurcación (columnas, placas y paneles cilíndricos).

En esta figura se observa que en los sistemas “reales” no ocurre la bifurcación de equilibrio (solamente existe una trayectoria), siendo posible establecer una relación entre

la forma de estas trayectorias y las trayectorias de los sistemas "ideales" (que son semejantes), lo que explica el interés práctico de la determinación de estas últimas.



**Figura 2.4:** Efecto de las imperfecciones iniciales (Reis y Camotim [6])

### 2.3 ESTABILIDAD DE PANELES REFORZADOS

En general, cuando se estudia el pandeo de paneles reforzados estamos analizando un problema altamente no lineal, debido a diversos factores tales como presencia de zonas elásticas y plásticas en el panel (ver Figuras 4.5, 4.7, 4.9 y 4.11), la geometría deformada inicial entre otras. Sin embargo para un mayor entendimiento del fenómeno a estudiar presentaremos de forma bastante breve un resumen de las formulaciones adoptadas por la DnV. Para una mayor referencia se recomienda ver Paik y Thayamballi [4 y 7].

El análisis del pandeo de paneles reforzados presentado por la DnV-RCP-C201 (2010) [8], se basa en la metodología de la columna de Perry-Robertson. Esta metodología hace uso del concepto de ancho efectivo por el cual una porción de placa con ancho efectivo  $b_{ef}$  y un refuerzo centrado en ella reemplazan a un panel con varios refuerzos iguales. La ecuación de la columna Perry-Robertson se basa en el criterio de fluencia, es decir, la suma de la tensión axial y de la flexión aplicada (amplificada para tener en cuenta

las imperfecciones iniciales) en la fibra extrema no debe exceder la tensión de fluencia del material. La ecuación de la columna resultante para una columna imperfecta sometida a carga axial, en su forma más simple, está dada por:

$$\frac{P}{A} + \frac{P \Delta_0 y}{I \left[ 1 - \frac{P}{P_{cr}} \right]} = \sigma_0 \quad (2.1)$$

donde  $P$  es la carga axial aplicada,  $A$  es el área  $I$  es el momento de inercia del panel reforzado,  $y$  es la distancia de la fibra extrema con respecto del centro de gravedad del panel reforzado,  $P_{cr}$  es la carga de pandeo de la columna de Euler,  $\Delta_0$  es la magnitud de imperfección inicial máxima de la columna, y  $\sigma_0$  es la resistencia en la fibra extrema en el panel reforzado.

Con referencia a los modos de pandeo mencionados en el capítulo 1, el enfoque de "columna" Perry-Robertson atiende directamente a los modos de pandeo global inducidos por la placa (PI) y el refuerzo (SI), respectivamente. El efecto del pandeo de la placa en la predicción del pandeo global inducido por la placa y el refuerzo se incorpora al reducir el ancho de la placa asociada a cada refuerzo a un ancho efectivo de placa. El ancho efectivo de la placa adoptado por la DnV-RCP-C201 (2010) [8] depende de si el pandeo es inducido por la placa o por el refuerzo, tal como sigue:

Para pandeo global inducido por la placa (PI):

$$\begin{aligned} \frac{b_{efp}}{b_p} &= \frac{1.8}{\beta_1} - \frac{0.8}{\beta_1^2} & \text{para } \beta_1 \geq 1 \\ \frac{b_{efp}}{b_p} &= 1 & \text{para } \beta_1 < 1 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Para pandeo global inducido por el refuerzo (SI):

$$\begin{aligned} \frac{b_{efp}}{b_p} &= 1.1 - 0.1\beta_1 & \text{para } \beta_1 \geq 1 \\ \frac{b_{efp}}{b_p} &= 1 & \text{para } \beta_1 < 1 \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde  $b_{efp}$  es el ancho efectivo de la placa.

En el pandeo lateral torsional del refuerzo (ST), la tensión de pandeo elástico reemplaza a la tensión en la fibra extrema del refuerzo usada en la fórmula de Perry-Robertson. La tensión del pandeo lateral torsional elástico viene dada por:

$$\sigma_{ET} = \varphi \frac{A_W + \left(\frac{t_f}{s_w}\right)^2 A_f}{A_W + 3A_f} G \left(\frac{D_W}{R_W}\right)^2 + \frac{2.6\pi^2 E I_x}{\left(\frac{A_W}{s} + A_f\right) L_u^2} \quad (2.4)$$

donde  $\varphi$  es un factor que depende de la sección transversal del panel reforzado y del factor de uso,  $G$  es el módulo de corte y  $E$  es el módulo de elasticidad. El factor de utilización se define como el cociente entre el valor real de la tensión de referencia debido a la carga de diseño y el valor crítico de la tensión de referencia. Se toma como 1.0 para este estudio ya que la condición de pandeo es analizada.

La ecuación 2.1 puede, por tanto, ser re-organizada para encontrar la tensión última de una columna imperfecta comprimida axialmente de la siguiente manera:

$$\sigma_u = \frac{P_u}{A_e} = \frac{\sigma_{crE}}{2} \left[ \left\{ 1 + \omega \left( \frac{\sigma_{0E}}{\sigma_{crE}} + \eta \right) \right\} - \omega \sqrt{\left\{ 1 + \omega \left( \frac{\sigma_{0E}}{\sigma_{crE}} + \eta \right) \right\}^2 - 4\omega \left\{ \frac{\sigma_{0E}}{\sigma_{crE}} \right\}} \right] \quad (2.5)$$

donde,

$A_e$  = Área del panel reforzado

$\sigma_{crE}$  = Esfuerzo de pandeo elástico de Euler para la columna efectiva

$\sigma_{0E}$  = esfuerzo de fluencia efectivo. Se toma como:

- i. Esfuerzo de fluencia del material para el pandeo global inducido por la placa (PI) o por el refuerzo (SI)
- ii. Esfuerzo de pandeo torsional, que se encuentra mediante la aplicación de la ecuación 2.5 sobre el refuerzo, con la tensión de pandeo lateral torsional elástico (ecuación 2.4) en lugar del

esfuerzo elástico de pandeo de Euler, para el modo de pandeo lateral torsional del refuerzo

- $\omega$  = Factor para tomar en cuenta la dirección de los esfuerzos
- i. medido en las fibras extremas del refuerzo para el pandeo global inducido por el refuerzo (SI) y el pandeo lateral torsional del refuerzo (ST)
  - ii. medido en la fibra extrema en el lado de la placa para el pandeo global inducido por la placa (PI) y por el pandeo en la placa (PB)
- = 1 (de compresión), -1 (de tensión)
- $\eta$  = factor de imperfección efectiva =  $y\Delta_{eff}/r_e^2$

donde,

- $\Delta_{eff}$  = magnitud de la imperfección efectiva
- = Función de (imperfección efectiva (modo de columna), excentricidad de carga, inclinación o curvatura especificadas)
- $r_e$  = radio de giro de la sección eficaz
- $y$  = distancia a la fibra extrema

El esfuerzo de pandeo en la placa se encuentra por la determinación de la resistencia característica al pandeo de la placa del panel entre los refuerzos como sigue:

$$\sigma_{ucr} = \frac{\sigma_c}{\sqrt{1+\lambda^2}} \quad \text{si} \quad \lambda \leq 1.0 \quad (2.6)$$

$$\sigma_{ucr} = \frac{\sigma_c}{\lambda\sqrt{2}} \quad \text{si} \quad 1.0 < \lambda < 5.0$$

donde

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sigma_c}{\sigma_E}} = \text{Esbeltez reducida}$$

donde

$\sigma_k$  = límite de elasticidad de la placa

$$\sigma_E = C \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t_p}{b_p} \right)^2$$

donde  $C$  depende de la condición de carga, relación de aspecto de la placa del panel y de las condiciones de contorno.

La tensión crítica para los cuatro modos de pandeo, es decir, pandeo global inducido por la placa (PI) o por el refuerzo (SI), pandeo de la placa (PB) y pandeo lateral torsional del refuerzo (ST), se encuentra por las ecuaciones descritas anteriormente. El valor mínimo de tensión crítica obtenida a partir de las ecuaciones anteriores gobierna define el modo de pandeo del panel reforzado.

El efecto de aplicar un momento de flexión, se incorpora mediante la adición de tensiones en las fibras extremas causado por el momento aplicado dado en la formulación anterior basado en las propiedades de la sección (área, momento de inercia, centro de gravedad, etc.) calculados para el refuerzo actuando en conjunto con el ancho efectivo de la placa (una placa cuya anchura se reduce al tener en cuenta el efecto de pandeo de la placa, mediante la aplicación de las ecuaciones 2.2 y 2.3) y de tener en consideración el efecto  $P - \delta$ .

## 2.4 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Faulkner [9] mide las distorsiones iniciales máximas en cerca de 300 paneles reforzados. Con base en esos valores, agrupados estadísticamente, propone las siguientes relaciones para estimar una distorsión inicial máxima en la placa:

$$\frac{\delta_p}{t_p} = K\beta_1^2 \left( \frac{t_w}{t_p} \right), \quad \text{para } t_w < t_p \text{ e } \beta_1 < 3,0$$

$$\frac{\delta_p}{t_p} = K\beta_1^2, \quad \text{para } t_w > t_p \text{ e } \beta_1 < 3,0$$
(2.7)

donde  $\beta_1 = \frac{b_p}{t_p} \sqrt{\frac{\sigma_{yp}}{E}}$  es la esbeltez de la placa,  $b_p$  es el ancho de la placa,  $t_p$  es el espesor de la placa,  $t_w$  es el espesor del alma del refuerzo,  $\sigma_{yp}$  es la tensión de fluencia de la placa,  $E$  es el módulo de elasticidad del acero,  $\delta_p$  es la magnitud máxima de la imperfección en la placa y  $K$  es una constante encontrada en el análisis de regresión de los datos colectados que depende del tipo de navío.

En relación a las tensiones residuales, propone un modelo idealizado (*Figura 2.5*), que consta de una zona de tracción, con un ancho de tres a seis veces el espesor de la placa a cada lado de la zona de soldadura, que se auto equilibra con la compresión en el resto del panel. Por último, propone la siguiente relación:

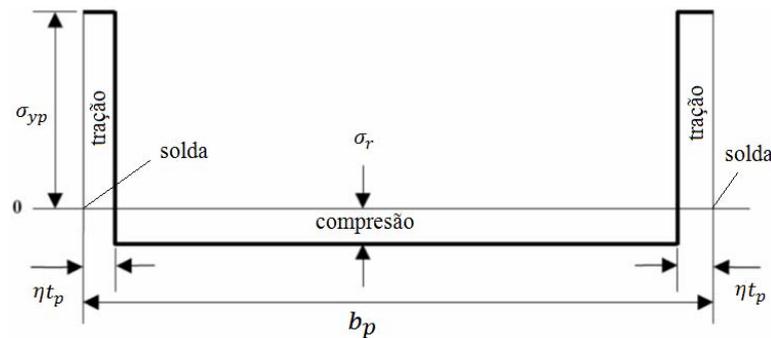
$$\frac{\sigma_r}{\sigma_{yp}} = \frac{2\eta}{b_p/t_p - 2\eta}$$
(2.8)

donde  $\sigma_r$  es la magnitud de la tensión residual compresiva en la placa e  $\eta$  es una constante que depende del tipo de soldadura (soldadura con múltiples pases, o intermitente).

Carlsen e Czujko [10] conducen un estudio similar para encontrar el valor máximo y la distribución de la distorsión de soldadura en paneles reforzados mediante el método de diferencias finitas. Ellos proponen la siguiente fórmula para predecir la distorsión debida a la soldadura:

$$\frac{\delta_w}{t_w} = 0,016 \frac{b_w}{t_w} - 0,36, \quad \text{para } \frac{b_w}{t_w} > 40$$
(2.9)

También estudian el efecto de la distribución de las distorsiones de post-soldadura en la resistencia a la compresión de los paneles reforzados. Finalmente sugieren que la forma de la imperfección geométrica en paneles reforzados utilizados en las estructuras de buques puede ser expresada de la siguiente manera:



**Figura 2.5:** Modelo idealizado de las tensiones residuales debido a la soldadura del refuerzo en la placa, Faulkner [9].

$$\delta_0(x, y) = \delta_p \sin\left(\frac{n_p \pi x}{L_u}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{2t_p}\right) \quad (2.10)$$

donde  $\delta_0(x, y)$  es la magnitud de la imperfección inicial en el punto  $(x, y)$  de la placa (donde  $x$  e  $y$  son las distancias a lo largo de la longitud y del ancho del panel, respectivamente),  $L_u$  es la longitud del panel,  $n_p$  es el número de medias ondas sinusoidal en la forma deformada de la placa a lo largo de su longitud.

Carlsen [11] realiza un estudio paramétrico basado en el método de diferencias finitas, en paneles reforzados sometidos a una carga uniaxial adoptando un material con un modelo elasto-plástico. Los parámetros considerados fueron la esbeltez de la placa y el refuerzo, la razón entre las áreas de la placa y el refuerzo, la razón entre las áreas del ala y alma del refuerzo, las condiciones de contorno que simulan la continuidad transversal del panel, modeladas mediante simetría en los bordes longitudinales de la placa, las

imperfecciones iniciales y las tensiones residuales. Se investigaron cuatro modos de pandeo presentado anteriormente. Un panel con dos refuerzos fue modelado para evaluar el efecto de continuidad transversal del panel. La investigación se limitó al comienzo del pandeo y no se extiende al régimen de post-pandeo.

Las esbeltezas de la placa y del refuerzo se consideran parámetros importantes en este trabajo. Los resultados muestran que la razón entre las áreas del refuerzo y la placa tiene poca influencia en la capacidad de carga, mientras que el efecto de la razón entre las áreas del ala y el alma del refuerzo tipo "T" se considera insignificante. El efecto de las imperfecciones iniciales y tensiones residuales se consideraron significativas para el pandeo de la placa (PB) y su efecto es más pronunciado para placas delgadas. El efecto de las imperfecciones iniciales en el modo de pandeo lateral-torsional del refuerzo (ST) se considera insignificante. La continuidad transversal del panel, en el caso del pandeo en la placa (PB) afecta la magnitud de la deformación lateral y también origina una reducción en la rigidez lateral, mientras que en el modo de pandeo lateral-torsional del refuerzo (ST) el efecto de la continuidad lateral es despreciable.

Bornscheuer [12] estudia la influencia de los procesos de soldadura en la capacidad de carga de columnas, placas y cáscaras. La reducción de la capacidad de carga por lo general no supera el 10% de la tensión crítica, concluye que la tensión crítica está más influenciada por las imperfecciones geométricas que por la tensión residual.

Smith et al. [13] estudian la magnitud de las imperfecciones iniciales y tensiones residuales en paneles reforzados. Agrupan los valores en "leve", "medio" y "grave", con magnitudes que van del 3% a 97% de la distorsión inicial máxima y miden las tensiones residuales en la construcción de estructuras con paneles reforzados. Las magnitudes

máximas de cada grupo se muestran en la *Tabla 2.1*. Ellos proponen un modelo en el que la magnitud máxima de la distorsión en la placa es proporcional al cuadrado de la esbeltez de la placa, a diferencia de la relación lineal propuesto por Carlsen y Czujko [10]. De igual forma se muestran los valores de las imperfecciones iniciales encontradas para el refuerzo del panel, considerando que  $\lambda_0 = \frac{L_0}{r_{xx}} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} > 0,6$  es la esbeltez del refuerzo actuando con la placa asociada y  $r_{xx}$  es el radio de giro del refuerzo asociado con la placa con relación al eje mayor.

**Tabla 2.1:** valores máximos de las imperfecciones iniciales en la placa, refuerzo y tensiones residuales de compresión en la placa

| Nivel | Placa<br>$\delta_p/t_p$ | Refuerzo<br>$(\delta_r/L_0)$ | Tensión residual<br>$\sigma_r/\sigma_{yp}$ |
|-------|-------------------------|------------------------------|--|
| Leve  | 0.025 $\beta_1^2$       | 0.00025                      | 0.05                                       |
| Medio | 0.100 $\beta_1^2$       | 0.0015                       | 0.15                                       |
| Grave | 0.300 $\beta_1^2$       | 0.0046                       | 0.30                                       |

Kmieciak [14] estudia los efectos de la condición de contorno, la imperfección inicial y la tensión residual en placas rectangulares con carga de compresión uniaxial con el método de elementos finitos. Concluye que la imperfección inicial reduce la capacidad de carga sólo si el modo de la imperfección coincide con el modo natural de pandeo, mientras que la tensión residual reduce significativamente la capacidad de carga cuando el modo de imperfección no coincide con el modo natural de pandeo.

Kmieciak et al. [15] recopilan un gran número de mediciones de la distorsión residual debida a la soldadura en cascos de buques. Estas medidas sistemáticas son realizadas de acuerdo con estudios previos que indican la influencia de las distorsiones de fabricación en

la capacidad de carga de paneles reforzados. Alrededor de 2000 placas de diferentes tipos de embarcaciones fueron examinadas. La mejor aproximación de las mediciones de deformación se consigue mediante el uso de la distribución de Weibull. Se encontró que la deflexión máxima de la placa se relaciona linealmente con la razón de aspecto de la placa ( $L_p/b_p$ ) y su esbeltez, dada por el ancho, dividido por el espesor ( $b_p/t_p$ ). Los resultados pueden ser útiles como referencia para un análisis teórico de la distorsión de soldadura si se propone evaluar la influencia de las imperfecciones en la resistencia estructural.

Hu [16] realiza un análisis de elementos finitos de paneles reforzados para evaluar las diferentes normas de diseño relacionadas con el pandeo lateral torsional del refuerzo (ST). Investiga varias relaciones de esbeltez de la placa y del panel reforzado con diferentes condiciones de contorno. Estudio los diferentes modos de pandeo (con restricciones para evitar otras formas de inestabilidad) para diferentes magnitudes de la esbeltez de la placa y del panel reforzado.

Ellos concluyen que la caída en el rango de post-pandeo para el modo de pandeo en la placa (PB) es más grave en comparación con el pandeo lateral-torsional del refuerzo (ST) en el rango de esbeltez del panel que investigan. No estudian el efecto de la interacción entre la placa y refuerzo.

Ghavami [17], para estudiar los efectos de la forma y disposición de los refuerzos en el comportamiento y capacidad de carga del panel reforzado, ensaya 17 paneles, variando estos parámetros. Los paneles ensayados presentan diferentes tipos de refuerzos (barra plana, perfil tipo "L" y "T") y disposiciones (simple o múltiple, en una o ambas direcciones). En estas pruebas, se considera que los bordes del panel están simplemente apoyados y sometidos a la compresión uniaxial. Finalmente, concluye que la forma del refuerzo no afecta a la capacidad del panel reforzado, pero afecta el modo de pandeo. Por

ejemplo, los refuerzos de barra plana y el perfil tipo "L" sufren el pandeo lateral torsional del refuerzo (ST), mientras que los paneles con refuerzos tipo "T" sufren el pandeo en la placa. También señala que un cambio en la razón de aspecto de la placa no altera la carga de colapso, pero las deformaciones laterales varían significativamente.

Hu et al. [18] ensayan 10 paneles reforzados en escala real, sometidos a compresión uniaxial y flexión combinadas. Los bordes longitudinales son apoyados para simular la continuidad transversal del panel y los extremos cargados se consideran empotrados a fin de restringir la inclinación. Las imperfecciones iniciales se miden en todos los paneles analizados, sin embargo, las tensiones residuales se miden sólo en un panel típico. Las tensiones residuales e imperfecciones iniciales se encuentran dentro de los límites de tolerancia especificados en las diferentes normas. Se observan dos modos de pandeo: pandeo lateral torsional del refuerzo (ST) y el pandeo en la placa (PB). Observan que el pandeo lateral torsional del refuerzo (ST) se produce sólo en las muestras sometidas a compresión axial y flexión combinadas, siempre que el ala del refuerzo sea sometida a compresión. En todos los ensayos, los desplazamientos son controlados y se observa su comportamiento en el rango de post-pandeo. Las tensiones máximas son significativamente menores que la tensión de fluencia.

Grondin et al. [5] llevan a cabo un estudio paramétrico en paneles reforzados con un modelo de elementos finitos, que se validó con los resultados de una investigación experimental (Grondin et al. [19]). Los parámetros evaluados son: la forma y magnitud de las imperfecciones iniciales en la placa, la magnitud de la tensión residual y el sentido del momento flector uniforme aplicado, la razón de esbeltez de la placa, la razón de aspecto de la placa y la razón entre las áreas de la placa y el refuerzo .

Ellos muestran que la magnitud y la distribución de las imperfecciones iniciales tienen un impacto significativo en la capacidad de carga de los paneles reforzados que sufren el pandeo en la placa (PB), mientras que en el modo de pandeo global inducido por la placa (PI) su influencia es pequeña. También muestran que las tensiones residuales tienen un impacto significativo en la capacidad de carga de los paneles reforzados que sufren pandeo en la placa (PB). Cuando se aplican cargas laterales descubren que el modo de pandeo varía de pandeo en la placa (PB) para el pandeo lateral-torsional del refuerzo con una disminución en la capacidad de carga del panel.

Paik [20] evalúa una gran cantidad de datos numéricos y experimentales relacionadas con la resistencia en los paneles reforzados longitudinalmente sometidos a compresión uniaxial. Este estudio se utiliza para identificar las incertidumbres en las predicciones de la resistencia última de formulaciones simplificadas. Una amplia gama de parámetros es considerada en sus pronósticos, incluyendo los modos de pandeo, el ancho efectivo de las placas y las imperfecciones iniciales. Los datos recogidos se consideran útiles para futuros estudios comparativos relacionados con la resistencia última de paneles reforzados.

Gordo [21] investiga el efecto de la distribución y magnitud de las distorsiones iniciales en paneles reforzados bajo compresión longitudinal. Concluyó que la distribución es más importante que la amplitud de las imperfecciones para este tipo de estructura. La mínima resistencia última se obtiene para una longitud de onda de las imperfecciones igual al ancho de la placa.

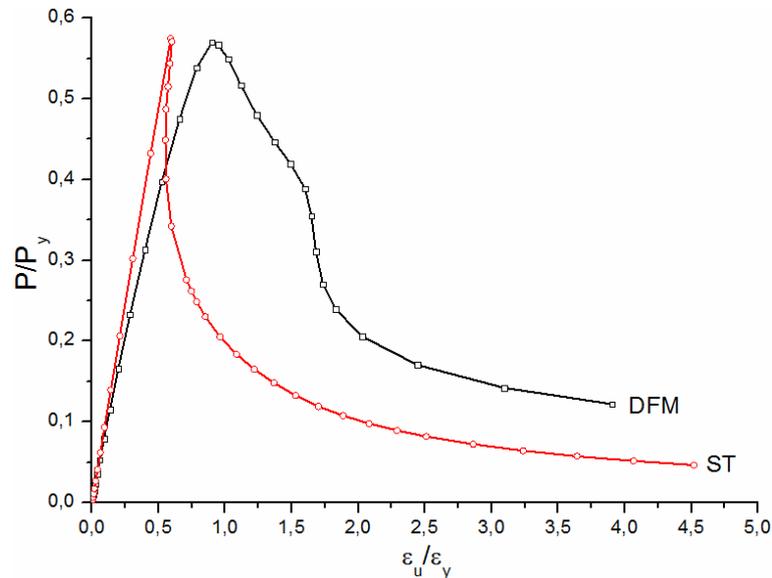
Sheikh et al. [22] realizan un estudio sobre los parámetros que afectan el comportamiento de los paneles reforzados. El estudio divide las variables en los siguientes

grupos: geométricas, del material, de la carga y de la deformación. Usando un análisis dimensional de las variables consideradas, obtienen una serie de parámetros adimensionales que son capaces de prever tanto el comportamiento como la carga de pandeo. Ellos concluyen que la resistencia de los paneles reforzados que sufren el pandeo global (PI) o local (PB) en la placa se rige principalmente por la esbeltez transversal de la placa a la flexión. En cuanto al pandeo lateral-torsional del refuerzo (ST), concluyen que este solo es activado cuando el momento de flexión aplicado somete al ala del refuerzo a compresión. Además, este modo de pandeo depende principalmente de la razón de las esbeltezas a la torsión del refuerzo y a la flexión transversal de la placa  $\beta_1$ .

Un modo de pandeo doble (DFM), caracterizado por el pandeo en la placa (PB) seguido por un pandeo global inducido por la placa (PI) en el régimen de post-pandeo, fue identificado en este estudio. Este modo de pandeo es potencialmente grave, resultando en una disminución de la carga de pandeo y una pérdida abrupta de la capacidad de carga. Este modo es una función de la esbeltez de la placa, la razón entre las áreas del refuerzo y la placa y en cierta medida, la razón entre la esbeltez torsional de refuerzo y la de flexión transversal de la placa. La *Figura 2.6* muestra la curva carga-deformación típica de este modo, así como la del pandeo lateral torsional del refuerzo.

Steen et al. [23] describen las aplicaciones del nuevo programa de elementos finitos *PULS (Panel Ultimate Limit State)*, reconocida por la sociedad de clasificación DNV como parte de sus nuevas reglas y recomendaciones para embarcaciones y construcciones offshore. El *PULS* es un programa de elementos finitos para el análisis de resistencia límite de paneles reforzados de estructuras marinas. El trabajo describe brevemente la teoría utilizada para el análisis paneles reforzados y presenta una comparación con los resultados

de otros programas de elementos finitos, ensayos experimentales y códigos de Sociedades de Clasificación.



**Figura 2.6:** *Curvas carga-deformación típica para los modos de pandeo doble (DFM) y lateral torsional del refuerzo (ST).*

Estefen [24] estudia la influencia de las distorsiones de fabricación en el comportamiento de paneles reforzados de plataformas semi-sumergibles sometidos a compresión uniaxial. Mediante una correlación numérico-experimental, numérica se evalúa la resistencia última de paneles reforzados a escala real. Modelos reducidos de los paneles de las columnas de la plataforma semi-sumergible fueron construidos utilizando técnicas especiales para mantener las imperfecciones geométricas iniciales equivalentes en el modelo a escala y el prototipo. Concluye que el factor más importante y perjudicial sobre la capacidad de carga era la forma de la imperfección inicial. Distorsiones iniciales que no coinciden con los modos naturales de pandeo tienden a aumentar la resistencia al colapso, mientras que los coinciden con estos modos producen valores más bajos de esfuerzos de pandeo.

Mateus y Witz [25] proponen que los tres parámetros principales que afectan al pandeo y post-pandeo de paneles reforzados bajo compresión uniaxial son los siguientes:

- Razón de aspecto - relación entre el ancho y el largo de un panel.
- Condiciones de contorno en el borde - valor de la rigidez de traslación y rotación de los bordes.
- Imperfección geométrica inicial - Magnitud y distribución de las imperfecciones.

Concluyen que las imperfecciones geométricas tienen más influencia que la tensión residual en la capacidad de carga máxima de las columnas, placas y cáscaras, y la reducción de la capacidad de carga debido a la tensión residual por lo general no supera el 10% de la tensión crítica.

Manco [26] basándose en el estudio desarrollado por Sheikh et al. [22] refina las fronteras de interacción entre los modos de pandeo locales para diferentes tipos de acero. Determina que existe tres regiones claramente definidas: en la primera solo ocurre el pandeo de la placa (PB), en la segunda solo ocurre el pandeo lateral torsional del refuerzo (ST) y la tercera que es una zona intermedia en donde ambos modos de pandeo interactúan. Además, simula una condición de incendio en estado permanente, analizando el comportamiento de dicha frontera. Concluye que existe una rápida degradación de las cargas de pandeo que son altamente influenciadas por el comportamiento de la tensión de fluencia con la temperatura, además todos los paneles analizados adoptan un modo de pandeo lateral torsional del refuerzo.

## 2.5 CONSIDERACIONES FINALES

A lo largo de este capítulo hemos resumido los principales conceptos e investigaciones en las cuales se basa este trabajo, en ellas se ha visto que la utilización de fórmulas analíticas o semi-analíticas no ha mostrado siempre buena concordancia con estudios experimentales. Más aun Sheikh et al. [22] hace una comparación entre el modo y la carga de pandeo obtenida por las formulas de la DNV, el American Petroleum Institute (API) y un modelo de elementos finitos, validado con los ensayos realizados por Grondin et al. [5]. En este trabajo se ve que los errores al aplicar estas fórmulas son significativos, ya que todas ellas han sido desarrolladas en base a supuestos simplificadores que no representan bien el fenómeno físico.

Por todo lo mencionado anteriormente, es una práctica común utilizar soluciones numéricas como el método de elementos finitos el cual ofrece buenos resultados con un esfuerzo computacional aceptable. En esta tesis desarrollaremos pues un análisis numérico del fenómeno de pandeo de paneles reforzados utilizando la metodología mostrada en el capítulo siguiente.

## **CAPÍTULO III**

### **MODELO DE ANALISIS**

#### **3.1 INTRODUCCIÓN**

Con la finalidad de establecer un criterio para el dimensionamiento de paneles reforzados que no dependan de la escala geométrica o del material, se propone desarrollar un modelo paramétrico basado en las relaciones existentes entre las principales variables envueltas en el fenómeno a estudiar. Estos parámetros adimensionales serán calculados a partir de la aplicación del Teorema de Buckingham de las variables que influyen en el fenómeno del pandeo de paneles reforzados. Asimismo, toda vez que la respuesta (adimensional) para un determinado grupo de parámetros adimensionales permanezca inalterada, sin importar la escala geométrica o el material, podemos afirmar que todas las variables necesarias en el estudio han sido consideradas. Esto hecho trae consigo la posibilidad de realizar ensayos con modelos a escala reducida que permitan validar nuestros resultados con un costo relativamente bajo.

En este capítulo se presentaran las variables físicas y geométricas a ser consideradas, de igual forma son presentados los parámetros adimensionales resultantes del análisis dimensional así como una breve justificación de cada uno de ellos. Finalmente presentamos una descripción del modelo de elementos finitos a ser utilizado en el análisis de sensibilidad paramétrica presentado en los capítulos siguientes.

### 3.2 SIMPLIFICACIÓN DEL ESTUDIO – ANÁLISIS DIMENSIONAL

En general, el objetivo de la utilización de un análisis dimensional es el de reducir la complejidad del estudio, disminuyendo el número de variables y ayudando a seleccionar parámetros adimensionales independientes, tanto de la escala como de las magnitudes físicas. Para ello aplicaremos el Teorema  $\Pi$  de Buckingham, el cual es enunciado de la siguiente manera:

*“Una ecuación física que envuelve  $n$  variables físicas dimensionales, representadas por  $m$  dimensiones físicas fundamentales independientes, puede ser reescrita como una ecuación de  $p = n - m$  variables adimensionales (parámetros  $\Pi$ ), construidas a partir de las variables originales”*

Esto provee un método para calcular conjuntos de parámetros adimensionales a partir de las variables dimensionales dadas, incluso si la forma de la ecuación del sistema o del proceso físico aún es desconocida, tal como en el caso actual. En este método las variables son escritas en función de las magnitudes fundamentales (longitud L, masa M y tiempo T). El siguiente paso es la identificación de los grupos adimensionales, obtenidos por medio de razones y productos de las variables del problema. Las variables fundamentales que se requieren para definir el problema del panel reforzado, sometido a flexión y compresión uniaxial, expresadas en términos de las magnitudes fundamentales, se presentan en la *Tabla 3.1*.

La importancia de esta transformación de variables primarias en un conjunto de parámetros adimensionales es que los efectos de escala pueden ser controlados en el modelamiento numérico y el número de parámetros que deben considerarse se reduce en  $m$ , lo que representa un importante ahorro de costo y esfuerzo computacional.

**Tabla 3.1:** Análisis dimensional del panel reforzado

|  | Símbolo       | L  | M | T  |
|--|---------------|----|---|----|
| <b>VARIABLES GEOMÉTRICAS:</b>                  |               |    |   |    |
| Longitud del panel reforzado                   | $L_w/2$       | 1  | 0 | 0  |
| Ancho del panel reforzado                      | $b_p$         | 1  | 0 | 0  |
| Espesor de la placa                            | $t_p$         | 1  | 0 | 0  |
| Altura del alma del refuerzo                   | $h_w$         | 1  | 0 | 0  |
| Espesor del alma del refuerzo                  | $t_w$         | 1  | 0 | 0  |
| Ancho del ala del refuerzo                     | $b_f$         | 1  | 0 | 0  |
| Espesor del ala del refuerzo                   | $t_f$         | 1  | 0 | 0  |
| <b>VARIABLES DE LA CARGA:</b>                  |               |    |   |    |
| Carga de pandeo del panel reforzado            | $P_c$         | 1  | 1 | -2 |
| Momento de flexión aplicado                    | $M_a$         | 2  | 1 | -2 |
| Tensión residual                               | $\sigma_r$    | -1 | 1 | -2 |
| <b>Características del material:</b>           |               |    |   |    |
| Módulo de elasticidad                          | $E$           | -1 | 1 | -2 |
| Módulo Tangente                                | $E_t$         | -1 | 1 | -2 |
| Esfuerzo de fluencia del material de la placa  | $\sigma_{yp}$ | -1 | 1 | -2 |
| Esfuerzo de fluencia del material del refuerzo | $\sigma_{ys}$ | -1 | 1 | -2 |
| Coeficiente de Poisson                         | $\nu$         | 0  | 0 | 0  |
| <b>Características de la deformación:</b>      |               |    |   |    |
| Imperfección inicial máxima en la placa        | $\delta_p$    | 1  | 0 | 0  |
| Imperfección inicial máxima en el refuerzo     | $\delta_s$    | 1  | 0 | 0  |
| Acortamiento axial del panel reforzado         | $U_1$         | 1  | 0 | 0  |

Una de las limitaciones del Teorema **II** de Buckingham, es que la selección de los parámetros adimensionales no es única, por ello debemos elegir aquel grupo que tenga un significado físico. En nuestro caso seleccionamos los siguientes parámetros adimensionales:

|  |  |
|--|--|
| $\beta_1 = \frac{b_p}{c_p} \sqrt{\frac{\sigma_{yp}}{E}}$ | esbeltez transversal de la placa a flexión   |
| $\beta_2 = \frac{h_w}{c_w} \sqrt{\frac{\sigma_{ys}}{E}}$ | esbeltez del alma del refuerzo   |
| $\beta_3 = \frac{b_f}{c_f} \sqrt{\frac{\sigma_{ys}}{E}}$ | esbeltez del ala del refuerzo  |
| $\beta_4 = \frac{L_w}{r_w} \sqrt{\frac{\sigma_{ys}}{E}}$ | razón entre las esbelteces a torsión del refuerzo y a la flexión transversal de la placa                                   |
| $\beta_5 = \frac{A_s}{A_p}$                              | razón entre las áreas del refuerzo y la placa  |
| $\beta_6 = \frac{A_f}{A_w}$                              | razón entre las áreas del alma y ala del refuerzo  |
| $\beta_7 = k_1 \beta_1^2$                                | imperfección inicial máxima en la placa  |
| $\beta_8 = k_2 L_w$                                      | imperfección inicial máxima en el refuerzo   |
| $\beta_9 = \frac{\sigma_r}{\sigma_{yp}}$                 | razón entre las tensiones residuales y de fluencia   |
| $\beta_{10} = \frac{M_a}{M_p}$                           | razón entre los momentos aplicado y plástico   |
| $\beta_{11} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_y}$             | razón entre la deformación axial nominal del panel ( $\epsilon_u = U_1/L_w$ ) y la deformación en el límite de elasticidad |
| $\beta_{12} = \frac{P_c}{P_y}$                           | razón entre las cargas de pandeo y de fluencia   |

Los parámetros de esbeltez  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  y  $\beta_4$  obtenidos a partir del análisis dimensional se multiplican por la raíz cuadrada del esfuerzo de fluencia para que sean independientes de la resistencia del material. Los diez primeros parámetros  $\beta_i$  relacionan las características físicas y geométricas del panel y serán introducidos en el modelo de elementos finitos,  $\beta_{12}$ ,

es el parámetro de salida del modelo de elementos finitos y  $\beta_{11}$  es el parámetro de control, usado para monitorear la respuesta de los paneles reforzados.

### 3.3 DESCRIPCIÓN DEL CONJUNTO DE PARÁMETROS ADIMENSIONALES

#### 3.3.1 Esbeltez a la Flexión Transversal de la Placa, $\beta_1$

La esbeltez de la placa es reconocida como uno de los factores importantes que afectan la capacidad de carga de una placa (Timoshenko y Gere [1], Faulkner [9], Grondin et al. [5]). La capacidad de carga de un panel reforzado aumenta con la disminución de esbeltez a la flexión transversal de la placa, y viceversa.

#### 3.3.2 Esbeltez del Alma del Refuerzo, $\beta_2$

El trabajo experimental de Panagiotopoulos [27] demuestra que existe una esbeltez crítica en los refuerzos de tipo barra plana en la que el modo de pandeo lateral torsional del refuerzo (ST) cambia para pandeo global (SI). Carlsen [11] realiza una observación similar para los refuerzos tipo "T". Se espera que un aumento de esbeltez del alma del refuerzo tipo "T" ocasione un pandeo lateral torsional del refuerzo.

#### 3.3.3 Esbeltez del Ala del Refuerzo, $\beta_3$

El ala del refuerzo es muy eficaz para aumentar la rigidez lateral de los refuerzos. Por ejemplo, para un valor dado del área del ala, cuanto más esbelta sea, menos estable será el refuerzo.

### 3.3.4 Razón entre las esbelteces a torsión del refuerzo y a la flexión transversal de la placa, $\beta_4$

Danielson et al. [28] demostraron que el pandeo lateral torsional de los refuerzos depende de su rigidez a la torsión. Más recientemente, Paik et al. [29] y Hughes y Ma [30] han demostrado, mediante una solución analítica, que el pandeo lateral torsional del refuerzo está determinado por la relación de la esbeltez a la torsión del refuerzo y la esbeltez a la flexión transversal de la placa.

La influencia de  $\beta_4$  puede ser visualizada considerando un refuerzo unido a la base con un resorte. Una rigidez pequeña del resorte, simulando una placa flexible unida al refuerzo, ayudaría a la falla por pandeo lateral torsional del refuerzo (ST). Por el contrario, un resorte con rigidez elevada, simulando una placa rígida, aumentaría la resistencia al pandeo lateral torsional del refuerzo (ST). Del mismo modo, una disminución de la rigidez torsional del refuerzo manteniendo constante la rigidez del resorte tiende a promover el modo de falla por pandeo lateral torsional del refuerzo (ST).

### 3.3.5 Razón entre las áreas del refuerzo y la placa, $\beta_5$

La razón de las áreas del refuerzo y la placa fue estudiado por Smith et al. [13], Grondin et al., [5] y Sheikh et al. [22], entre otros. Ellos demostraron que esta razón no afecta la capacidad de carga de los paneles reforzados que sufren el pandeo en la placa (PB). Sin embargo, afecta a la capacidad de carga de los paneles que sufren el pandeo lateral torsional del refuerzo (ST). Un aumento de la capacidad de carga se obtiene aumentando la razón de áreas entre el refuerzo y la placa.

### 3.3.6 Razón entre las áreas del alma y ala del refuerzo, $\beta_6$

Carlsen [11] verifica que la relación entre el área del ala y alma del refuerzo tiene poca influencia en la capacidad de carga de los paneles reforzados que sufren el pandeo en la placa (PB). Sin embargo, los parámetros de esbeltez del ala y el alma ayudan a definir la sección transversal del refuerzo para una determinada relación de sus áreas.

### 3.3.7 Imperfecciones iniciales máximas en la placa, $\beta_7$

La soldadura del refuerzo a la placa afectará tanto a las distorsiones originales en la placa reforzada (su magnitud y distribución) y a las tensiones residuales (magnitud y distribución). El trabajo de varios investigadores (Smith et al. [13], Grondin et al. [5], Sheikh et al. [22]), para encontrar el efecto de la magnitud y la distribución de la imperfección inicial se resumen brevemente en el capítulo 2. En el presente trabajo se consideraran cuatro ondas semi-sinusoidales (recomendado por Grondin et al. [5]) con una magnitud “media” (como lo define Smith et al. [13]), *Tabla 2.1*).

### 3.3.8 Imperfecciones iniciales máximas en el refuerzo, $\beta_8$

Carlsen [11] demostró que la imperfección inicial en el refuerzo, expresado como una fracción de la longitud, afecta la capacidad de carga de los paneles reforzados. La magnitud de la imperfección de los refuerzos, por lo tanto, es expresada como una fracción de la longitud del panel reforzado. La forma y magnitud de la imperfección inicial en el refuerzo fue presentada en el capítulo 2.

### 3.3.9 Tensiones Residuales, $\beta_9$

La soldadura de los refuerzos a la placa introduce tensiones residuales. Estos esfuerzos, en general, reducen la resistencia última a la compresión de los paneles reforzados, con poco o ninguna influencia en la capacidad de carga en el régimen de post pandeo (Faulkner [9], Carlsen [11], Smith et al. [13], Grondin et al. [5]). Su efecto sobre el comportamiento será evaluado de forma aislada en el capítulo siguiente para que no sea incluido en el estudio paramétrico.

### 3.3.10 Razón entre los momentos aplicado y plástico, $\beta_{10}$

Balaz y Murray [31] afirman que para una sección de pared delgada, el factor  $(M_p/M_y)$  es cercano a la unidad. Por lo tanto, el momento plástico bien podría ser dividido por el momento de fluencia o el momento plástico para hacerlo adimensional. En este estudio, el momento aplicado es adimensionalizado en relación con el momento plástico de la sección del panel reforzado,  $M_p$ .

Grondin et al. [5] han demostrado que el momento de flexión aplicado tiene dos efectos: (1) reduce la capacidad de carga en los paneles reforzados y (2) cambia el modo de fallo de pandeo en la placa (PB) a pandeo lateral torsional del refuerzo (ST) cuando el momento se aplica aumentando la compresión en el ala del refuerzo.

### 3.3.11 Razón entre la deformación nominal del panel y la deformación en el límite de elasticidad, $\beta_{11}$

El acortamiento axial del panel reforzado  $(u_1)$  es una medida de la respuesta a la carga aplicada. Al ser dividido por longitud del panel reforzado ofrece

una medida de la deformación axial nominal. Si bien la deformación es de por sí adimensional, esta es dividida por la deformación en el límite elástico con la finalidad de hacerla independiente del material. Este parámetro es utilizado para controlar el análisis. Carlsen [11] restringió su estudio paramétrico a una deformación axial “media” de 0,2%, Hu [16] utiliza 0,25% y Smith et al. [13] restringió su análisis a 0,2%. En este trabajo consideraremos una deformación axial media del panel de 1,0%, con la finalidad de mostrar el comportamiento en el régimen de post-pandeo.

### 3.3.12 Razón entre las cargas de pandeo y fluencia, $\beta_{12}$

El parámetro  $\beta_{12}$  es la variable dependiente en el estudio. La respuesta de la carga frente a la deformación se controla a una deformación axial nominal, definida como la reducción axial dividida por la longitud de la placa, de 1,0%. La carga crítica es la carga máxima que un panel reforzado tendrá en rango de pre-pandeo. La carga aplicada es dividida por la carga de fluencia de la placa a fin de hacerla dimensional.

## 3.4 CONVENIENCIA DE LOS PARÁMETROS ADIMENSIONALES

Uno de los requisitos del teorema de Pi de Buckingham es que todas las variables fundamentales necesarias para describir la mecánica del problema sean incluidas en el conjunto de los parámetros  $\beta_n$ . Para el panel reforzado estos parámetros fueron identificados como  $\beta_1$  a  $\beta_{12}$ . Para evaluar si todas las variables esenciales que juegan un papel en el comportamiento están representadas en esta serie, una investigación preliminar se lleva a cabo en los paneles reforzados introduciendo parámetros  $\beta$  iguales,

pero con dimensiones y propiedades diferentes. Si el parámetro  $\beta_{12} = (P_x/P_y)$  es el mismo, entonces se puede concluir que todas las variables necesarias para definir la mecánica del problema han sido incluidas. El modo de falla del panel reforzado también es una variable. Por lo tanto, se dan valores para el conjunto de  $\beta_1-\beta_{11}$  buscando inducir los cuatro modos de pandeo. Este análisis es presentado en el capítulo siguiente en donde se consideran diferentes configuraciones geométricas para cada uno de los materiales a ser utilizado en esta tesis.

### 3.5 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

El problema del panel reforzado es modelado usando el programa comercial de elementos finitos ABAQUS [32] versión 6.11. Este software es adecuado para el análisis de problemas con no linealidad física y geométrica, además es capaz de realizar el análisis en el rango de post-pandeo. Este programa ofrece una amplia gama de elementos que permiten el modelado de paneles, con grandes desplazamientos y deformaciones.

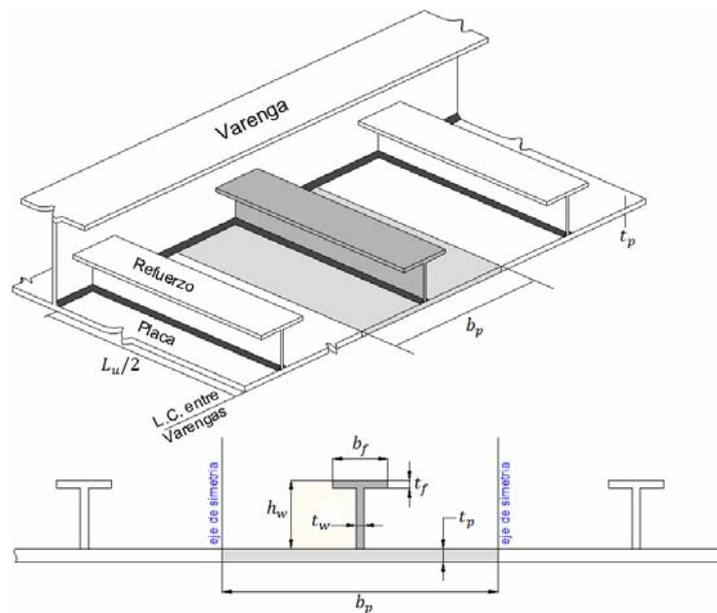
Un panel reforzado es una placa con refuerzos longitudinales equidistantes, limitado por dos elementos de mayor rigidez colocados en los extremos (por ejemplo, entre dos varengas). La sección transversal de un panel reforzado típico se muestra en la *Figura 3.1*. Debido a la simetría del panel, sólo una parte de él es representado, es decir, sólo una placa de ancho  $b_p$  y un refuerzo centrado en ella se modela.

#### 3.5.1 Geometría del modelo

Para el desarrollo de la malla de elementos finitos se consideran los planos medios de la placa, el alma y el ala del refuerzo. Un sistema de referencia global

llamado  $x$ ,  $y$  y  $z$  es adoptado. Este sistema es mostrado en la *Figura 3.2*, donde el origen de coordenadas coincide con la unión de la placa y el refuerzo.

Los ejes  $x$  e  $y$  coinciden con las direcciones longitudinal y transversal del panel, respectivamente. Si es preciso usar un sistema de coordenadas locales, las componentes de posición se nombran con el subíndice correspondiente (1, 2 y 3). Por ejemplo, la imperfección local en la dirección  $z$  se llama  $\delta_3$ . Este sistema de referencia se utiliza para definir la distribución de las imperfecciones geométricas iniciales, tal como se describe en los siguientes ítems.



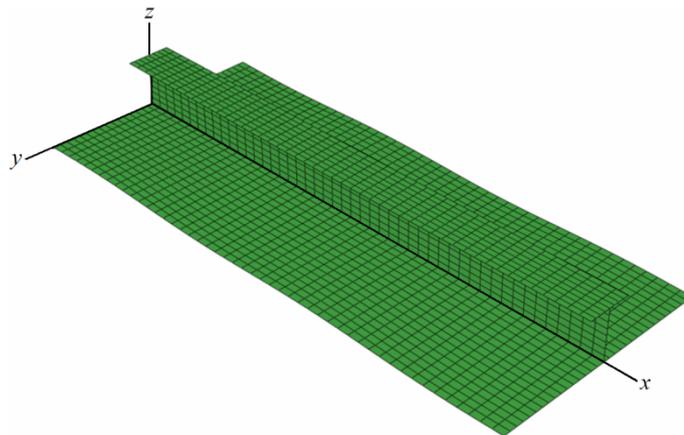
**Figura 3.1:** Sección del panel reforzado

### 3.5.1.1 Geometría de la placa

Como se mencionó en el Capítulo 1, Carlsen y Czujko [10], a partir de mediciones en 196 placas, sugieren que la geometría deformada de las placas soldadas que forman parte de la estructura de un navío sea expresada por una serie trigonométrica, como sigue:

$$\delta_0(x,y) = \delta_p \sin\left(\frac{n_p \pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b_p}\right) \quad (3.1)$$

donde  $\delta_0(x,y)$  es la magnitud de la imperfección inicial en el punto  $(x,y)$  de la placa (donde  $x$  e  $y$  son las coordenadas en el sentido longitudinal y transversal del panel),  $\delta_p$  es la magnitud de la máxima imperfección fuera del plano del panel (determinada por el análisis estadístico de los datos recogidos) y  $n_p$  es el número de medias ondas sinusoidales en una placa deformada a lo largo de su longitud.



**Figura 3.2:** Malla de elementos finitos

### 3.5.1.2 Geometría del refuerzo

La distribución de las imperfecciones iniciales en el refuerzo se define por una semi-onda sinusoidal a lo largo de la unión del ala con el alma del refuerzo, con una variación parabólica en el sentido de la altura del alma. La forma del alma es definida asumiendo, como hipótesis, que el ángulo entre el alma y el ala del refuerzo se mantiene en 90 grados y el ala del refuerzo se mantiene recta en el sentido transversal. La imperfección del alma del refuerzo se describe de la siguiente manera:

$$\delta_y(x,z) = \delta_s \left(\frac{z}{h_w}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi x}{L_u}\right) \quad (3.2)$$

donde  $\delta_y(x, z)$  es la imperfección inicial en el alma, a una distancia  $x$  a lo largo de su extensión y a lo largo de la altura  $z$  del refuerzo,  $\delta_s$  es la imperfección inicial máxima en el refuerzo.

La nueva localización de la unión entre el ala y el alma ( $y_{ei}(x)$ ), después de la aplicación de la imperfección inicial del alma, es dada por la siguiente expresión:

$$y_{ei}(x) = \delta_s \sin\left(\frac{\pi x}{L_u}\right) \quad (3.3)$$

La pendiente de la imperfección del ala del refuerzo es, por tanto, la pendiente negativa recíproca de la parábola, en la unión del ala y el alma (por la hipótesis adoptada de que el ala y el alma se mantienen en 90 grados). La pendiente del ala,  $m_y$ , es descrita a través de la siguiente expresión:

$$m_y(x) = -\left(\frac{h_w}{2\delta_s}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{L_u}\right) \quad (3.4)$$

La forma deformada del ala es definida en un primer momento en un sistema local de coordenadas a través de la expresión:

$$\delta_3(x, y) = -\delta_s \left(\frac{2y}{b_f}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{L_u}\right) \quad (3.5)$$

donde  $\delta_3(x, y)$  es la imperfección en la dirección local  $z$  e  $y$  es la distancia en la dirección transversal del ala, medida a partir de la línea central. Entonces, retornando del sistema local de coordenadas para el sistema global obtenemos la geometría deformada del ala:

$$\delta_z(x, y) = -2\delta_s y \left(\frac{h_w + b_f}{h_w b_f + 4\delta_s^2}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{L_u}\right) \quad (3.6)$$

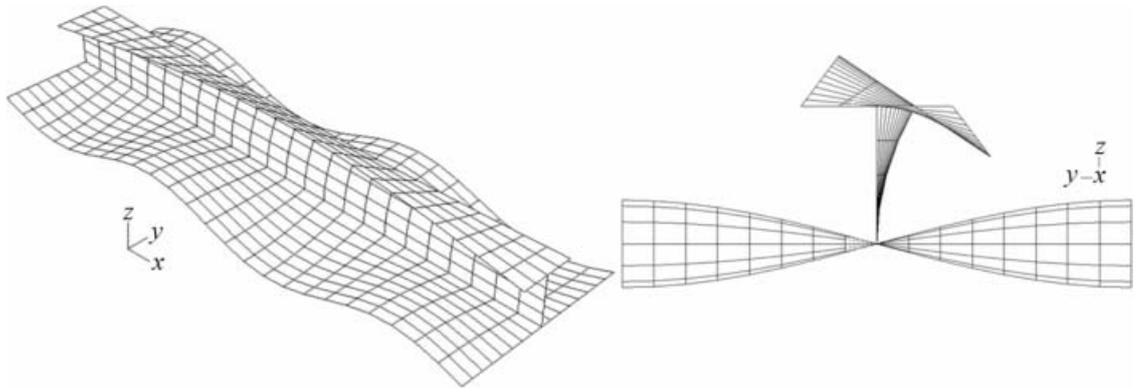
donde  $\delta_z(x,y)$  es la imperfección medida en la dirección global z e  $y$  es la distancia en el sentido transversal del ala, medida a partir de la línea central del ala. En la *Figura 3.3* se presenta la geometría deformada del panel, donde las imperfecciones son amplificadas 5 veces en la placa y 100 veces en el refuerzo para poder apreciarlas.

### 3.5.2 Definición de la geometría del panel a partir de los parámetros adimensionales

Como se mencionó anteriormente, la geometría del panel se define a partir de los valores de los parámetros adimensionales y una variable geométrica de la sección transversal. Estos parámetros están interconectados, lo que significa que cualquier cambio en ellos origina un panel con una nueva geometría. Para el desarrollo de esta tesis es necesario modelar paneles para cada uno de los casos estudiados, por esta razón se programó un código en FORTRAN (Placa.inp) para generar archivos de entrada para ABAQUS [32]. Este código utiliza las siguientes relaciones entre los parámetros de entrada para modelar de la geometría del panel, basado en el espesor del alma del refuerzo  $t_w$ . En la *Figura 3.4* se muestra cada una de las dimensiones de la sección transversal obtenida a partir de los parámetros adimensionales.

$$b_f = \sqrt{\beta_2 \beta_3 \beta_6 \frac{E}{\sigma_{yp}}} t_w \quad (3.7)$$

$$t_f = \sqrt{\frac{\beta_2 \beta_6}{\beta_3}} t_w \quad (3.8)$$

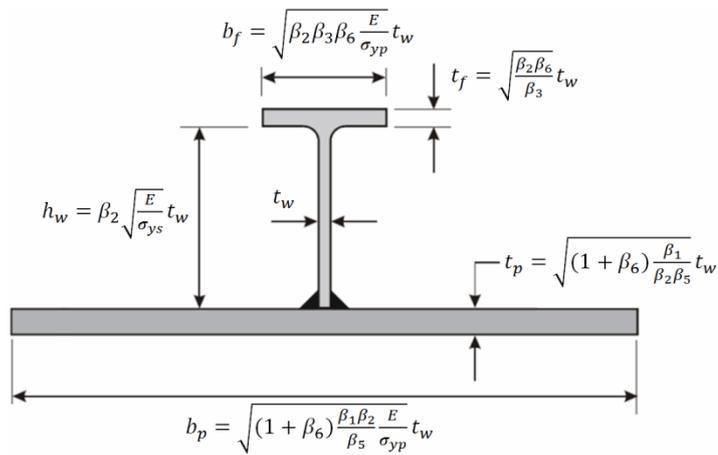


**Figura 3.3:** Geometría deformada inicial del panel

$$h_w = \beta_2 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{ys}}} t_w \quad (3.9)$$

$$b_p = \sqrt{(1 + \beta_6) \frac{\beta_1 \beta_2 E}{\beta_5 \sigma_{yp}}} t_w \quad (3.10)$$

$$t_p = \sqrt{(1 + \beta_6) \frac{\beta_1}{\beta_2 \beta_5}} t_w \quad (3.11)$$

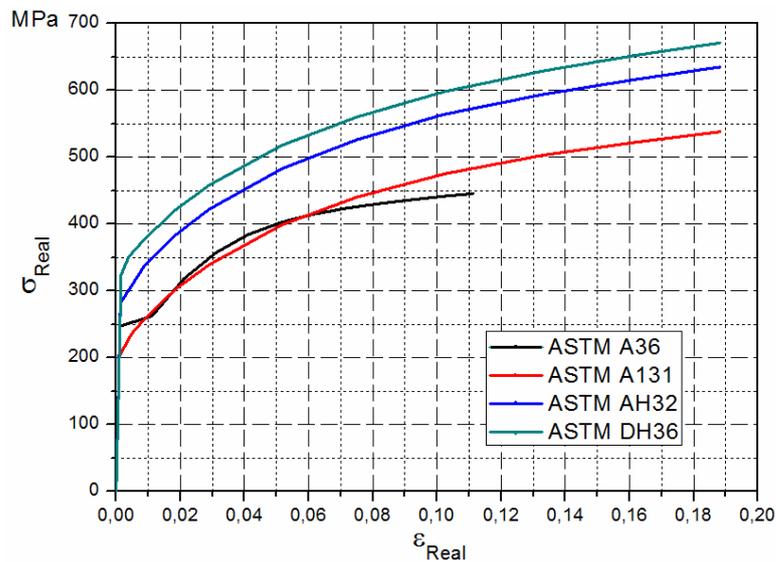


**Figura 3.4:** Definición de la geometría de la sección transversal del panel en función de los parámetros adimensionales.

### 3.5.3 Propiedades del material

Como se mencionó en el Capítulo 1, en esta tesis se evalúa el comportamiento de paneles reforzados de acero, por lo cual es necesario tener presente en nuestro modelo de las siguientes características mecánicas: módulo de elasticidad, tensión de fluencia y coeficiente de Poisson.

Un modelo elástico-plástico, con un criterio de fluencia de Von Mises es usado para modelar el comportamiento de los materiales del panel. En general, las curvas de tensión-deformación de ingeniería no se utilizan en este tipo de análisis, debido a que el modelo se somete a grandes deformaciones, especialmente después del pandeo, por lo que la curva tensión-deformación verdadera se debe utilizar. La *Figura 3.5* muestra, las curvas de los materiales utilizados en este estudio.



**Figura 3.5:** Curvas tensión real vs deformación real

Debido a que este estudio se basa en el análisis dimensional del comportamiento de un panel reforzado, se espera que manteniendo constantes los

valores de los parámetros adimensionales encontrados, con diferentes variables (material, geometría, de imperfección y de carga), la respuesta sea la misma. Para comprobar esto, cuatro aceros ASTM diferentes serán usados: acero estructural A36, A131, AH32 y DH36, cuyas propiedades son mostradas en la *Tabla 3.2*.

**Tabla 3.2:** *Propiedades de los materiales a ser utilizados (MPDB v7.08 [33])*

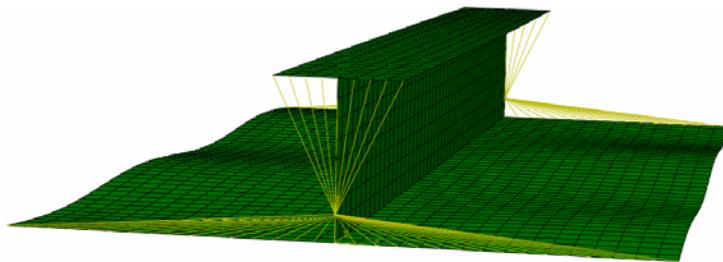
| Material                | A36   | A131  | AH32  | AH36  |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|
| $\sigma_y$ (MPa)        | 246.8 | 202   | 282   | 324   |
| $\epsilon_y \cdot 10^3$ | 1.175 | 0.962 | 1.343 | 1.543 |
| $\nu$                   | 0.30  | 0.30  | 0.30  | 0.30  |
| $E$ (GPa)               | 210   | 210   | 210   | 210   |

#### 3.5.4 Condiciones de contorno

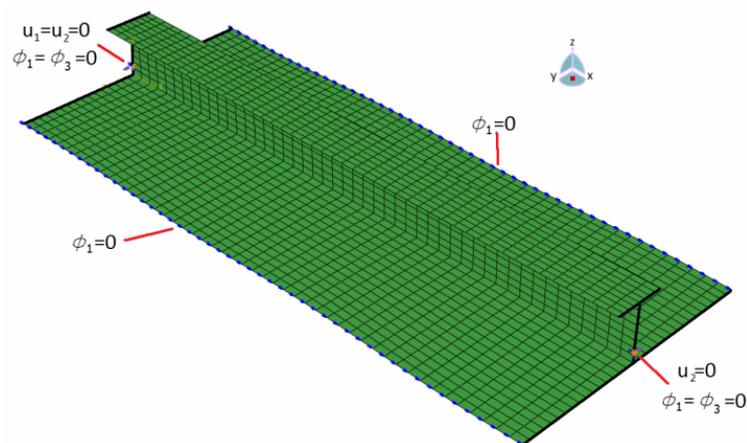
Dos conjuntos de condiciones de contorno son considerados: uno para las secciones transversales en los extremos que soportan cargas compresivas y otra para los bordes longitudinales del panel que no soportan ninguna carga.

En la primera condición, se espera que el refuerzo este soldado a otros elementos estructurales, tales como mamparos o varengas, que poseen una rigidez muy grande en su plano, pero son flexibles lateralmente. Este tipo de condición de contorno requiere que los extremos del modelo puedan girar a nivel local para mantener la forma de la sección transversal. Este efecto es incorporado en el modelo, ofreciendo secciones rígidas a través del comando COUPLING de ABAQUS [xx]. Este comando restringe el movimiento de todos los nodos que conforman la sección en relación con los movimientos de un nodo de referencia único, en nuestro caso el centro de gravedad de la sección transversal. Esto es efecto que se muestra en la *Figura 3.6*.

Las cargas se aplican en el centro de gravedad del extremo rígido donde el comando COUPLING distribuye la carga de manera uniforme en toda la sección transversal. Un apoyo en el centro de gravedad de la sección transversal extrema restringe el movimiento lateral ( $y$ ) y vertical ( $z$ ) y la rotación alrededor del eje longitudinal ( $x$ ) y vertical ( $z$ ). En la segunda condición, la rotación alrededor del eje longitudinal es restringida en todos los nodos a lo largo de los bordes para simular una continuidad transversal de la placa. Estas condiciones se muestran en la *Figura 3.7*.



**Figura 3.6:** Utilización del comando COUPLING en los extremos del panel



**Figura 3.7:** Condiciones de contorno del modelo

### 3.5.5 Malla de elementos finitos

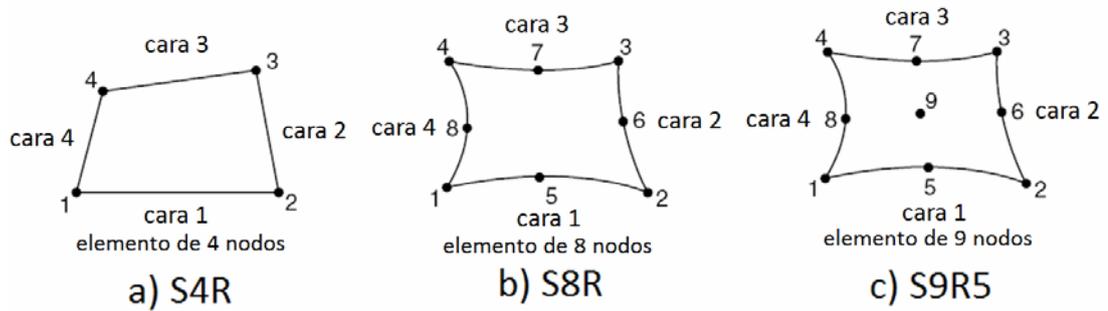
Para la validación del modelo es realizado inicialmente un estudio de sensibilidad de malla utilizando un panel con un conjunto de parámetros

adimensionales que originan el pandeo lateral torsional del refuerzo (precisa de un mayor tiempo de cálculo). Para ello, se prueban cuatro diferentes discretizaciones en la malla, llamándolas Malla 1, 2, 3 y 4. Cuyas características se presentan en la *Tabla 3.3*. Cada una de ellas es utilizada con seis elementos de cáscara de ABAQUS [32], S4 (4 nodos con integración completa), S4R (4 nodos con integración reducida), S4R5(4 nodos con integración reducida y 5 grados de libertad por nodo), S8R (8 nodos con integración reducida), S8R5 (8 nodos con integración reducida y 5 grados de libertad por nodo) y S9R5 (9 nodos con integración reducida y 5 grados de libertad) que se muestran en la *Figura 3.8*.

**Tabla 3.3:** Características de las mallas ensayadas

|  | <i>Malla 1</i> | <i>Malla 2</i> | <i>Malla 3</i> | <i>Malla 4</i> |
|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Número de elementos en el sentido longitudinal del panel           | 24             | 36             | 48             | 60             |
| Número de elementos en el sentido transversal del panel            | 16             | 24             | 32             | 40             |
| Número de elementos en el sentido vertical del alma del refuerzo   | 4              | 6              | 8              | 10             |
| Número de elementos en el sentido transversal del ala del refuerzo | 4              | 6              | 8              | 10             |

Los resultados del estudio de sensibilidad de malla se presentan en la *Tabla 3.4* y se muestra en las *Figuras 3.9* y *3.10*, donde se muestra, para cada malla, la carga de pandeo, dividida por la carga de fluencia ( $P_c/P_y$ ), el tiempo de cálculo de los análisis, dividido por el tiempo de análisis de menor duración ( $T/T_{min}$ ) y el número total de grados de libertad de la malla (NGL).

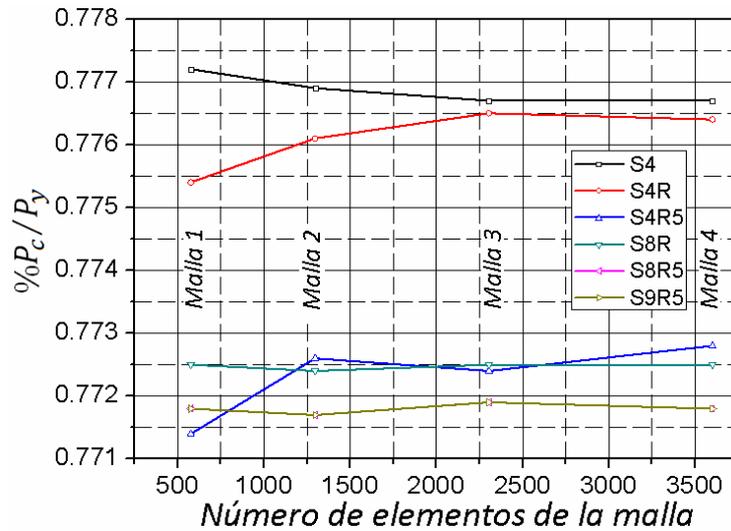


**Figura 3.8:** Elementos de Cascara a) S4R, b) S8R e c) S9R5 (ABAQUS [34] User Manual).

**Tabla 3.4:** Resultados del estudio de sensibilidad de malla

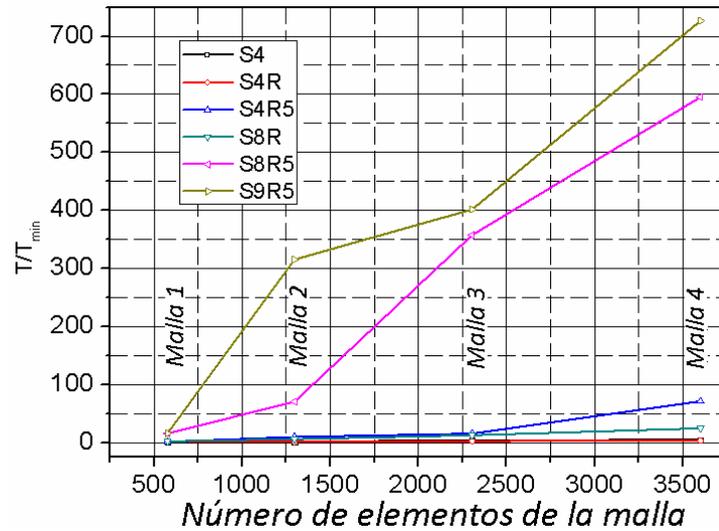
|         | Elemento     | S4     | S4R    | S4R5   | S8R    | S8R5   | S9R5   |
|---------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Malla 1 | $P_{cr}/P_y$ | 0.7772 | 0.7754 | 0.7714 | 0.7725 | 0.7718 | 0.7718 |
|         | $T/T_{min}$  | 1.00   | 1.50   | 1.64   | 2.36   | 15.96  | 16.00  |
| Malla 2 | $P_{cr}/P_y$ | 0.7769 | 0.7761 | 0.7726 | 0.7724 | 0.7717 | 0.7717 |
|         | $T/T_{min}$  | 1.86   | 1.46   | 9.89   | 5.86   | 70.43  | 315.23 |
| Malla 3 | $P_{cr}/P_y$ | 0.7767 | 0.7765 | 0.7724 | 0.7725 | 0.7719 | 0.7719 |
|         | $T/T_{min}$  | 3.96   | 2.82   | 15.70  | 12.79  | 357.23 | 401.62 |
| Malla 4 | $P_{cr}/P_y$ | 0.7767 | 0.7764 | 0.7728 | 0.7725 | 0.7718 | 0.7718 |
|         | $T/T_{min}$  | 4.93   | 3.46   | 71.44  | 24.71  | 595.11 | 726.47 |

El compromiso entre la precisión y el tiempo de simulación computacional indica que el uso de Malla de 3 con un elemento S4R tipo cascara, dará lugar a un tiempo computacional relativamente bajo y un comportamiento satisfactorio de la convergencia, lo que resulta en una diferencia de 0.6 % en comparación con la Malla 1 que utiliza el elemento S4R (utilizada por Grondin et al. [5]). La malla seleccionada se muestra en la *Figura 3.2*.



**Figura 3.9:** Carga de pandeo dividida por la carga de fluencia vs Número de elementos de la malla para cada una das discretizaciones ensayadas

El elemento S4R tiene cuatro nodos, acepta doble curvatura, y es un elemento de cascara que permite cambios en el espesor y desplazamiento de membrana. El elemento tiene seis grados de libertad en cada nodo (tres de desplazamiento y tres de rotación), además posee integración reducida, con un único punto de integración en el centro del elemento. El comportamiento de la sección transversal de este elemento de cascara homogéneo es calculado utilizando la regla de Simpson, con cinco puntos de integración a través del espesor del elemento. Este tipo de elemento se ha utilizado ampliamente por muchos investigadores como Grondin et al. [5], Sheikh et al. [22], Estefen [24], Trovoado [35], entre otros.



**Figura 3.10:** Tiempo computacional del modelo dividido por el menor tiempo de cálculo vs Número de elementos de la malla para cada una de las discretizaciones ensayadas

### 3.5.6 Método de solución y condiciones de carga

Para predecir la curva de tensión - deformación de paneles con geometría y material no lineal en el rango de post-pandeo, el ABAQUS [32] utiliza el método de Riks [36]. En este procedimiento, la carga y los desplazamientos son desconocidos, por lo que la resolución se debe hacer de forma simultánea. En este sentido, se utiliza otra cantidad para medir el progreso de la solución. El ABAQUS utiliza la "longitud de arco" (*arc length*) a lo largo de la trayectoria de equilibrio de la curva de carga-desplazamiento para medir el progreso de la solución. Este enfoque proporciona una solución, independientemente de si el problema es estable o inestable. La magnitud máxima de la carga o el valor de desplazamiento máximo en un cierto grado de libertad es necesaria para completar el análisis. Para una mayor referencia se recomienda revisar el trabajo de Mónica [37].

Como se describe en el Capítulo 1, dos condiciones de carga son consideradas en este estudio, la compresión uniaxial y una combinación de compresión axial y flexión. En el primer caso, el método Riks utiliza un proceso gradual para obtener el comportamiento y la carga de pandeo del panel. En el segundo caso, en una etapa inicial se aplican los momentos en los extremos del panel, a través de un análisis estático que es resuelto utilizando el método de Newton-Raphson. En seguida se aplica la compresión uniaxial, como en el primer caso. En ambos casos se consideró un valor de parámetro  $\beta_{12} = \sigma_w/\sigma_y = 6$  para terminar el análisis.

## **CAPÍTULO IV**

### **ANÁLISIS DEL EFECTO DE ESCALA Y REDUCCIÓN DE LA MATRIZ PARAMÉTRICA**

#### **4.1 INTRODUCCIÓN**

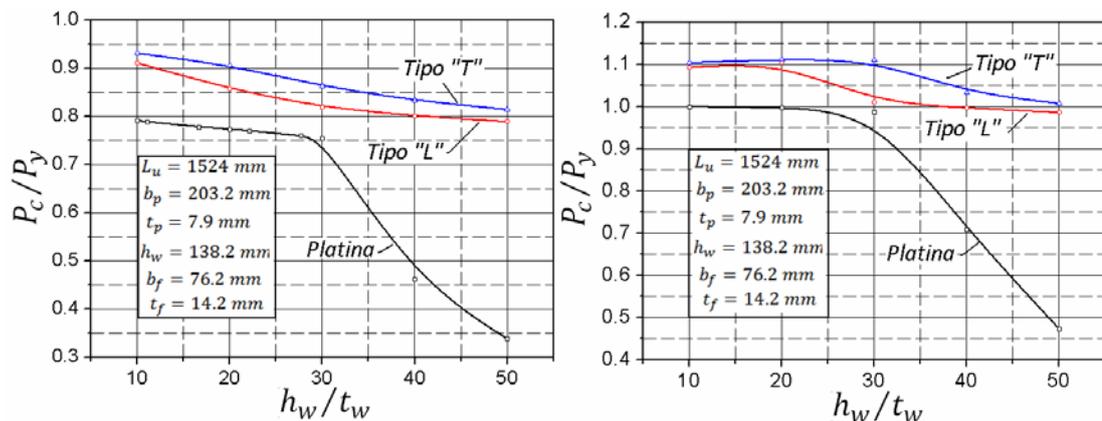
En este capítulo se presenta una investigación preliminar para verificar el efecto de escala en los parámetros adimensionales seleccionados. Asimismo con la finalidad de reducir la matriz paramétrica a ser estudiada realizaremos un estudio de los efectos de las imperfecciones iniciales en la placa y en el refuerzo, tensiones residuales, y momento flector aplicado a fin de justificar los valores a ser utilizados en el capítulo siguiente. Discusiones con respecto al tipo de refuerzo, su selección y eficiencia relativa son tratadas a fin de justificar el uso del refuerzo seleccionado.

#### **4.2 SELECCIÓN DEL TIPO DE REFUERZO**

Normalmente en la etapa de diseño de sistemas flotantes (navíos o plataformas), el ingeniero proyectista debe decidir el tipo de sistema constructivo así como el tipo de refuerzo a emplear. En embarcaciones de grandes dimensiones es usual el sistema de construcción longitudinal, en el cual los refuerzos primarios (longitudinales de cubierta, fondo y costado) en combinación con la cubierta, el fondo y los mamparos longitudinales soportan los momentos de flexión debido a las ondas del mar y a la distribución de pesos.

Más aun, es evidente que ha mayor eslora del navío mayor momento de flexión por ondas, de ahí la importancia de seleccionar adecuadamente el tipo de refuerzo a utilizar.

Para aclarar lo dicho nos basaremos en el gráfico mostrado en la *Figura 4.1* (Paik y Thaymaballi [4]), en ella se presenta los tres tipos de refuerzos típicos de las estructuras navales: Platina, ángulo tipo "L" y tipo "T", construidos con acero ASTM A131. En el gráfico de la izquierda se aplicó un momento de flexión igual al 20% del momento plástico de la sección transversal del panel y en el de la derecha no se aplica momento flector. Estas figuras muestran el factor de carga de pandeo ( $P_c/P_y$ ) para diferentes valores de la razón de aspecto del alma del refuerzo ( $h_w/t_w$ ).



**Figura 4.1:** comportamiento de refuerzos de estructuras offshore (Paik y Thaymaballi [4])

De estas figuras se puede concluir que el refuerzo tipo platina es el menos efectivo lo que originaría una carga de pandeo relativamente baja, por otro lado los refuerzos tipo "L" y "T" presentan un mejor comportamiento, siendo este último el más eficiente. A pesar de ello factores como la dificultad de su construcción y su eficiencia relativa con respecto al tipo "L" para una dada razón  $h_w/t_w$  debe ser tomada en cuenta antes de decidir su utilización. Se debe mencionar que las diferentes reglas de las Sociedades de Clasificación restringen el valor máximo y mínimo de la razón de aspecto del alma del refuerzo, siendo

esta siempre menor a 50 en el caso de refuerzos tipo "L" y "T" y de menor a 20 en el caso de refuerzos tipo platina.

Debido a todo lo comentado anteriormente, este estudio utilizara el refuerzo tipo "T" por ser el que presenta mayor eficiencia. Por otro lado debe ser mencionado que es de uso común tener valores de la razón de aspecto del alma del refuerzo de entre 20 y 35.

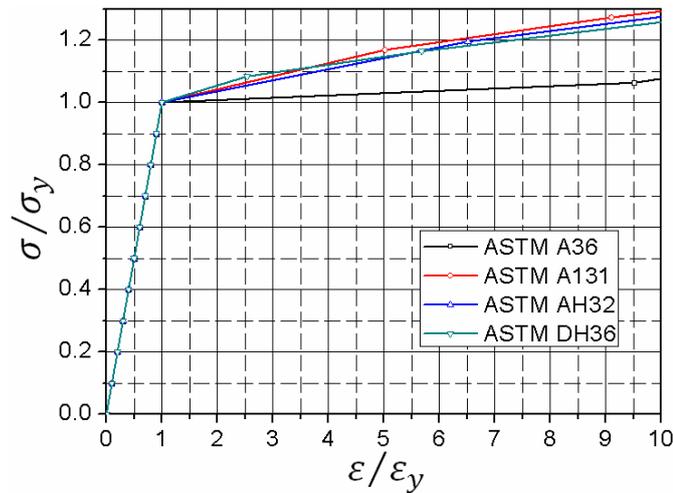
#### 4.3 EFECTO DE ESCALA EN LOS PARAMETROS ADIMENSIONALES PROPUESTOS

En el análisis dimensional, descrito en el capítulo anterior, se afirma que si todas las variables involucradas en un fenómeno físico han sido consideradas, la respuesta para un determinado grupo de valores de los parámetros adimensionales debe permanecer inalterada, sin importar posibles cambios en la escala o de alguna variable física. Para verificar si nuestro modelo incluye a todas las variables necesarias analizaremos el cambio de escala geométrica y de material en cada uno de los modos de pandeo a ser estudiados, para ello nos basaremos en los valores propuestos por Sheikh et al. [22] y utilizaremos los materiales descritos en el capítulo anterior.

Análisis para cada uno de los modos de pandeo fueron realizados, cada uno con un conjunto de parámetros  $\beta$  de entrada idéntico, con variables físicas y geométricas distintas. El valor de  $\beta_2$  se fijó en 0.30, y el valor de  $\beta_6$  en 1.0, las imperfecciones iniciales máximas en la placa ( $\beta_7$ ) y en los refuerzos ( $\beta_8$ ) toman valores "medios" según los define Smith et al. [13] (Tabla 2.1). El valor de la tensión residual  $\beta_9$  se considera nulo para facilitar la interpretación de los resultados. La razón entre los momentos aplicado y plástico  $\beta_{10}$  tiene un valor de  $\pm 0.20$ . Esta magnitud se consideró suficiente para producir cada modo de pandeo. Si  $\beta_{10} = 0.20$ , la compresión en el ala del refuerzo aumenta, siendo posible activar

los modos de pandeo relacionados con el refuerzo (SI y ST). Si  $\beta_{10} = -0.20$  la compresión en la placa aumenta, siendo activados los modos de pandeo relacionados con la placa (PI y PB).

Para una mejor comprensión de los resultados (presentados en forma adimensional) mostramos en la *Figura 4.2* las curvas de los materiales en su forma adimensional, en donde los valores de la tensión y deformación han sido divididos por sus respectivos valores en el límite de elasticidad ( $\sigma/\sigma_y$  vs  $\epsilon/\epsilon_y$ ). Cabe resaltar que si bien la deformación es de por sí adimensional, se la divide por su valor en el límite elástico a fin de relacionarla con un material en específico.

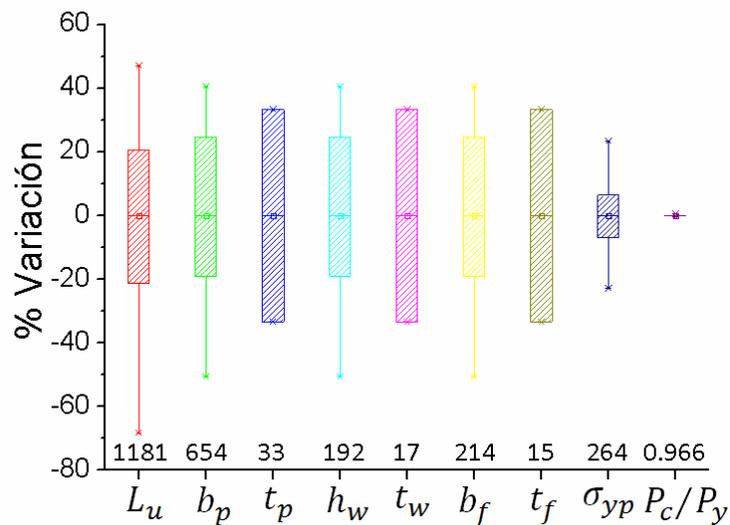


**Figura 4.2:** Curvas adimensionales de los materiales considerados

#### 4.3.1 Pandeo global inducido por la placa (PI)

El grupo de parámetros adimensionales utilizados para activar este modo de pandeo es:  $\beta_1 = 0.7$ ,  $\beta_2 = 0.4$ ,  $\beta_3 = 0.5$ ,  $\beta_4 = 0.75$ . En la *Figura 4.3* se muestran las variaciones porcentuales y el valor medio para cada variable considerada. En ella se aprecia que a pesar de tener variaciones del orden del 30%

en cada variable el parámetro de carga adimensional de pandeo  $P_c/P_y$  encontrado es prácticamente constante, con un valor medio de 0.966 y con una desviación estándar (D.S.) de 0.003.

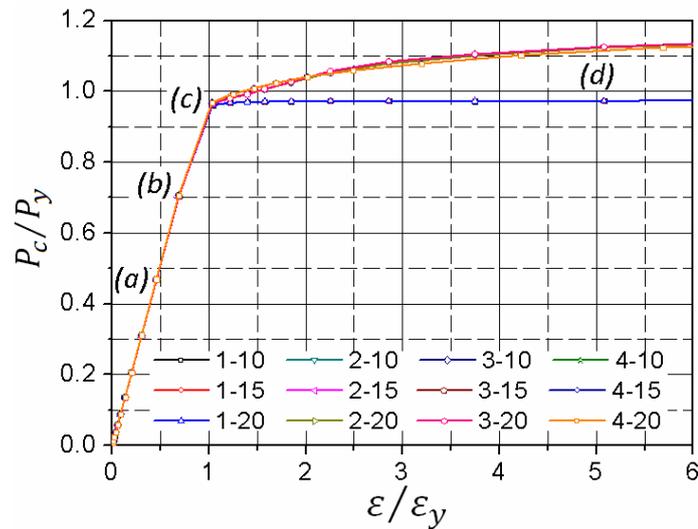


**Figura 4.3:** variación porcentual de las variables consideradas en el comportamiento del pandeo global inducido por la placa - PI

En la *Figura 4.4* se muestra la curva adimensional carga – deformación  $(\beta_{11} - \beta_{12})$ , en ella apreciamos el comportamiento típico de este modo de falla el cual en general por ser un modo global (placa y refuerzo actuando en conjunto) puede ser idealizado como el análisis de una viga H con alas desiguales, colocando en compresión el “ala mayor”. En este modo de pandeo la respuesta, es más influenciada por el comportamiento del material que por la geometría.

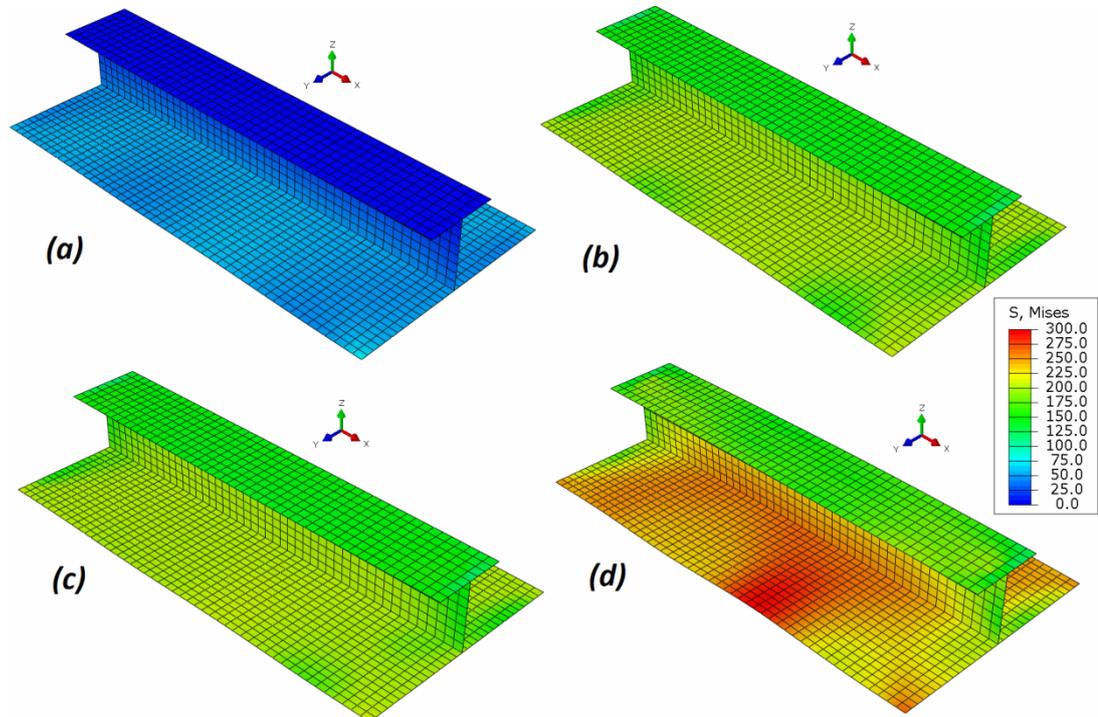
Podemos apreciar en la curva de respuesta las siguientes partes: una zona lineal elástica en la cual ningún punto del panel ha alcanzado la tensión de fluencia y por tanto si la carga fuese retirada no existirá deformación (*Figura 4.4 (a)*), enseguida tenemos una zona en la cual la tensión de fluencia es alcanzada en zonas

localizadas del panel, es decir la tensión no es uniformemente distribuida (debido a la distribución de imperfecciones, condiciones de contorno, etc.) (Figura 4.4 (b)) y que se extiende hasta el punto en donde la tensión de pandeo es alcanzada (Figura 4.4 (c)). Finalmente existe una zona que denominamos de post-pandeo en la cual el comportamiento estará influenciado por los parámetros plásticos del material y por tanto la respuesta tenderá a seguir el comportamiento del material (Figura 4.4 (d)). En la Figura 4.5 son mostrados los estados de tensiones para los puntos mencionados anteriormente.



**Figura 4.4:** curva adimensional carga – deformación ( $\beta_{11} - \beta_{12}$ ) para el pandeo global inducido por la placa (PI).

Si realizamos una comparación entre las Figuras 4.2 y 4.4 podremos observar que las regiones de post pandeo tratan de mantener la misma tendencia del material con el cual están construidos y por tanto los paneles del primer grupo presentan un comportamiento de post pandeo más horizontal, debido a que la zona de fluencia en el acero A-36 es más apreciable en relación a los demás aceros considerados en este estudio.



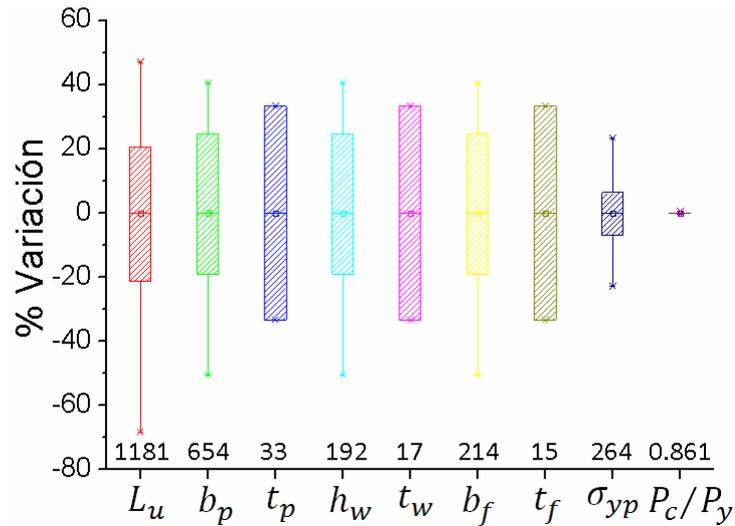
**Figura 4.5:** Estado de tensiones en el pandeo global inducido por la placa (PI)

#### 4.3.2 Pandeo global inducido por el refuerzo (SI)

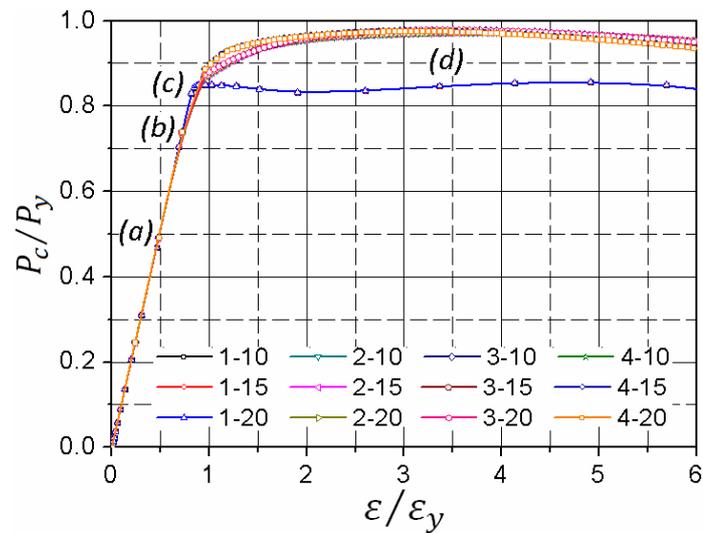
El grupo de parámetros adimensionales utilizados para activar este modo de pandeo es el mismo que en el caso anterior, difiriendo en el parámetro  $\beta_{10} = 0.20$ . En la Figura 4.6 se muestran las variaciones porcentuales y el valor medio para cada variable considerada. En ella se aprecia que a pesar de tener variaciones del orden del 30% en cada variable el parámetro de carga adimensional de pandeo  $P_c/P_y$  encontrado es prácticamente constante, con un valor medio de 0.861 y con una desviación estándar (D.S.) de 0.003.

En la Figura 4.7 se muestra la curva adimensional carga – deformación ( $\beta_{11} - \beta_{12}$ ), en ella apreciamos el comportamiento típico de este modo de falla el cual, al igual que en el caso anterior puede ser analizado como una viga H con alas

desiguales, colocando en compresión el “ala menor”, motivo por el cual la respuesta será influenciada tanto por el material como por la geometría, además, por tener una menor “área efectiva” se necesitara de un menor factor de carga de pandeo.



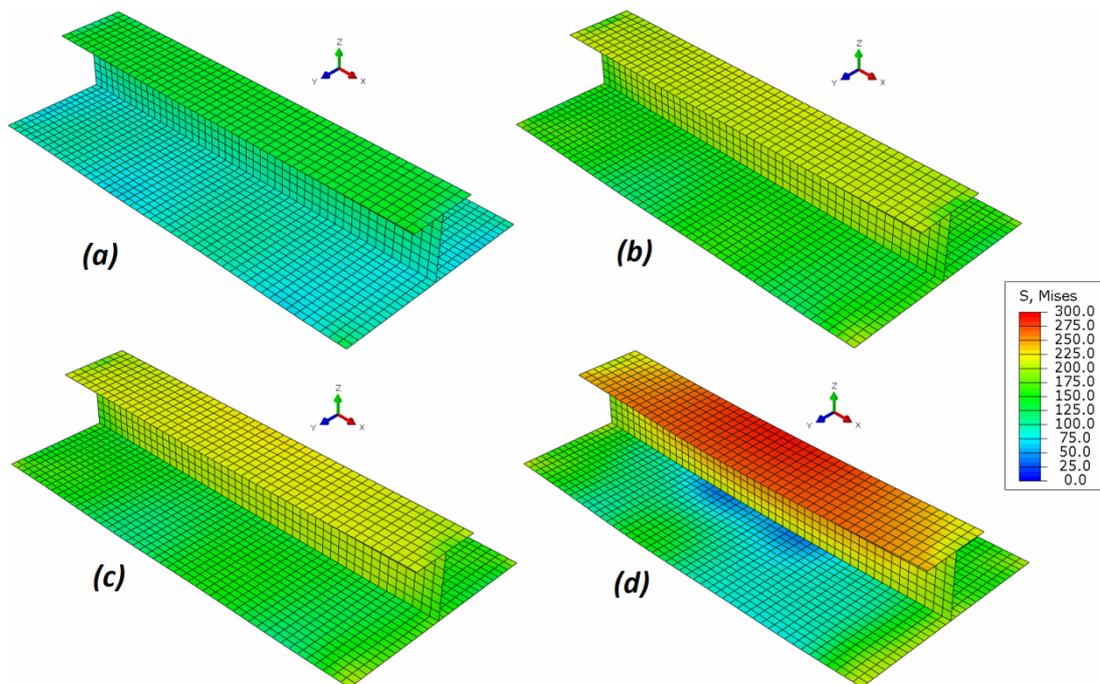
**Figura 4.6:** variación porcentual de las variables consideradas en el comportamiento del pandeo global inducido por el refuerzo - SI



**Figura 4.7:** curva adimensional carga – deformación ( $\beta_{11} - \beta_{12}$ ) para el pandeo global inducido por el refuerzo (SI).

Al igual que en el caso anterior, la curva de respuesta consta de una zona lineal elástica (*Figura 4.7 (a)*), seguida de una zona en la cual la tensión de fluencia es alcanzada en zonas localizadas del refuerzo del panel (*Figura 4.7 (b)*) y que se extiende hasta el punto en donde la tensión de pandeo es alcanzada (*Figura 4.7 (c)*). Finalmente en la zona de post-pandeo el comportamiento estará influenciado por los parámetros plásticos del material y por tanto la respuesta tenderá a seguir el comportamiento del material (*Figura 4.7 (d)*). En la *Figura 4.8* se muestra el estado de tensiones para los puntos descritos anteriormente.

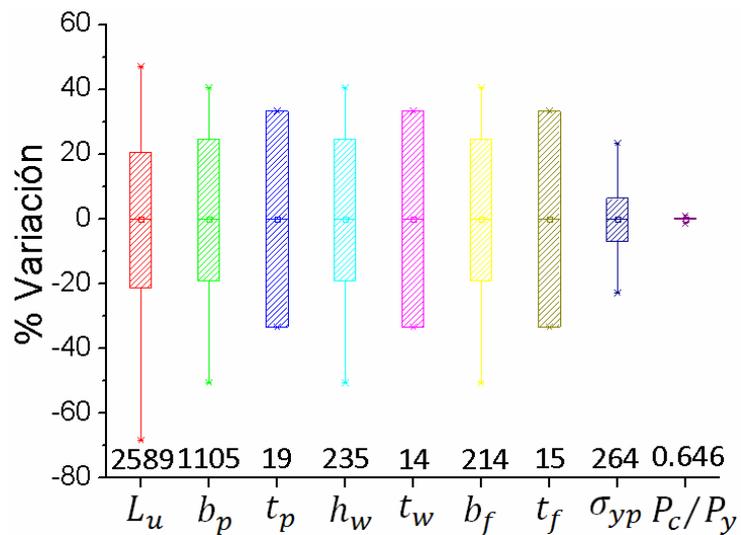
De la misma forma que el caso anterior, este modo de pandeo presenta una respuesta de post pandeo estable, teniendo el panel una capacidad para soportar carga. Por tanto podemos decir que ambos modos de pandeo global presentan un comportamiento estable en el régimen de post-pandeo.



**Figura 4.8:** Estado de tensiones en el pandeo global inducido por el refuerzo (SI)

### 4.3.3 Pandeo de la placa (PB)

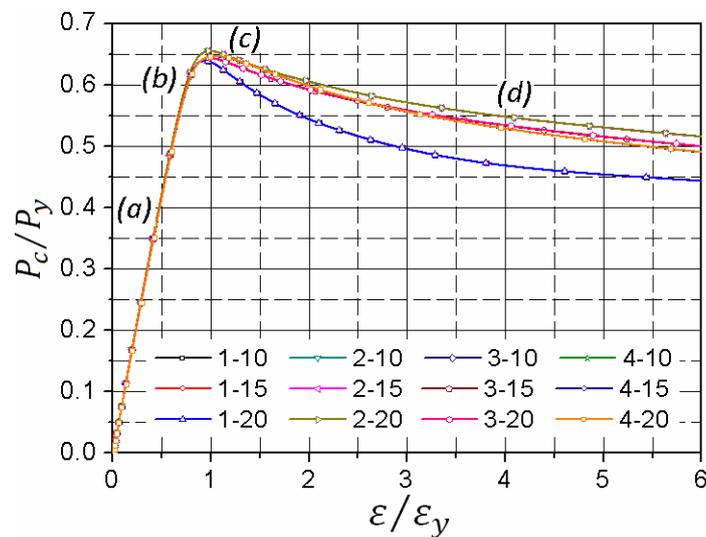
El grupo de parámetros adimensionales utilizados para activar este modo de pandeo es:  $\beta_1 = 2.0$ ,  $\beta_2 = 0.6$ ,  $\beta_3 = 0.5$ ,  $\beta_4 = 0.5$ . En la *Figura 4.9* se muestran las variaciones porcentuales y el valor medio para cada variable considerada. En ella se aprecia que a pesar de tener variaciones del orden del 30% en cada variable el parámetro de carga adimensional de pandeo  $P_c/P_y$  encontrado es prácticamente constante, con un valor medio de 0.646 y con una desviación estándar (D.S.) de 0.006.



**Figura 4.9:** variación porcentual de las variables consideradas en el comportamiento del pandeo de la placa - PB

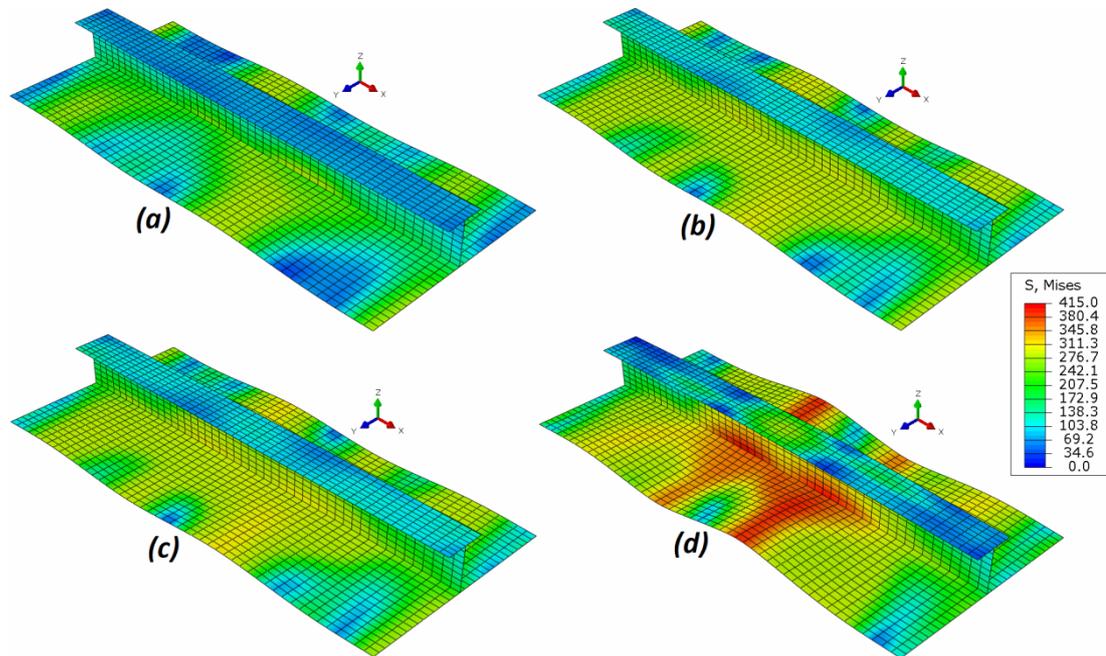
En la *Figura 4.10* se muestra la curva adimensional carga – deformación ( $\beta_{11} - \beta_{12}$ ), en ella apreciamos el comportamiento típico de este modo de falla el cual a diferencia de los modos globales de pandeo presenta una menor rigidez en la zona elástica (menor pendiente de la curva, ver *Figura 4.10 (a)*), debido a que altos

valores de la esbeltez de la placa originan grandes valores de la imperfección inicial máxima en la placa ( $\beta_7 = 0.1\beta_1^2$ ), así como una línea neutra más cercana a la placa, lo que se refleja en una mayor compresión de la placa. Todos estos parámetros originan una concentración de esfuerzos en áreas localizadas de la placa, mientras que de otro lado el refuerzo soporta menores tensiones y por tanto su contribución a la rigidez global del panel es poca.



**Figura 4.10:** curva adimensional carga – deformación ( $\beta_{11} - \beta_{12}$ ) para el pandeo de la placa (PB).

Una vez alcanzada la carga de pandeo (Figura 4.10 (b)), además de la respectiva pérdida de ancho efectivo de la placa, la carga que era soportada por la placa debe ser redistribuida hacia los refuerzos originando una pérdida considerable en la capacidad de carga y por lo tanto un comportamiento inestable del panel (Figura 4.10 (c)). Finalmente para deformaciones mayores la pérdida de capacidad de carga se hace menos abrupta (Figura 4.10 (d)). Los estados de tensiones para este modo de pandeo son representados en la Figura 4.11.



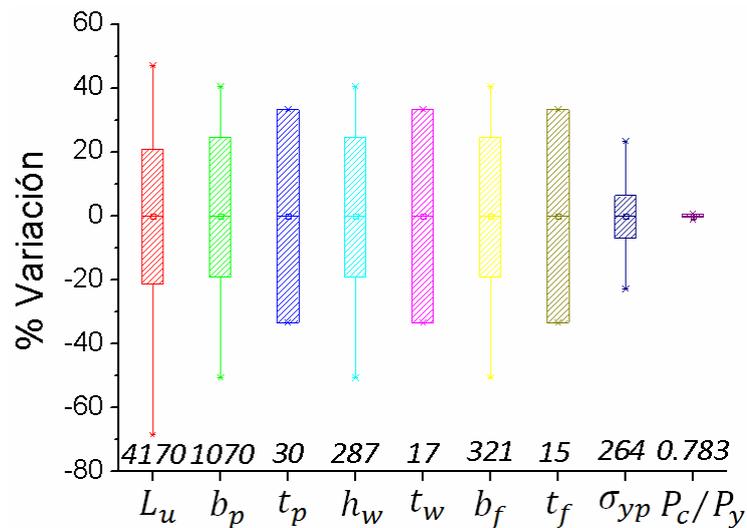
**Figura 4.11:** Estado de tensiones en el pandeo de la placa (PB)

#### 4.3.4 Pandeo lateral torsional del refuerzo (ST)

El grupo de parámetros adimensionales utilizados para activar este modo de pandeo es:  $\beta_1 = 1.25$ ,  $\beta_2 = 0.6$ ,  $\beta_3 = 0.75$ ,  $\beta_4 = 1.0$ . En la *Figura 4.12* se muestran las variaciones porcentuales y el valor medio para cada variable considerada. En ella se aprecia que a pesar de tener variaciones del orden del 30% en cada variable el parámetro de carga adimensional de pandeo  $P_c/P_y$  encontrado es prácticamente constante, con un valor medio de 0.783 y con una desviación estándar (D.S.) de 0.006.

En la *Figura 4.13* se muestra la curva adimensional carga – deformación  $(\beta_{11} - \beta_{12})$ , en ella apreciamos el comportamiento típico de este modo de falla el cual presenta una zona elástica, en la cual la mayor concentración de tensiones se da en el refuerzo del panel (*Figura 4.13 (a)*) hasta alcanzar la carga de pandeo (*Figura 4.13 (b)*) a continuación sufre una pérdida abrupta en su capacidad de

carga, resultado de la torsión del refuerzo con respecto a su unión con la placa, lo que origina el colapso del panel reforzado (*Figura 4.13 (d)*). Este modo de pandeo es por tanto el más crítico de los todos, debido a que conlleva no solo a la pérdida de rigidez del panel, sino también al colapso del mismo. Los estados de tensiones para este modo de pandeo son representados en la *Figura 4.14*.

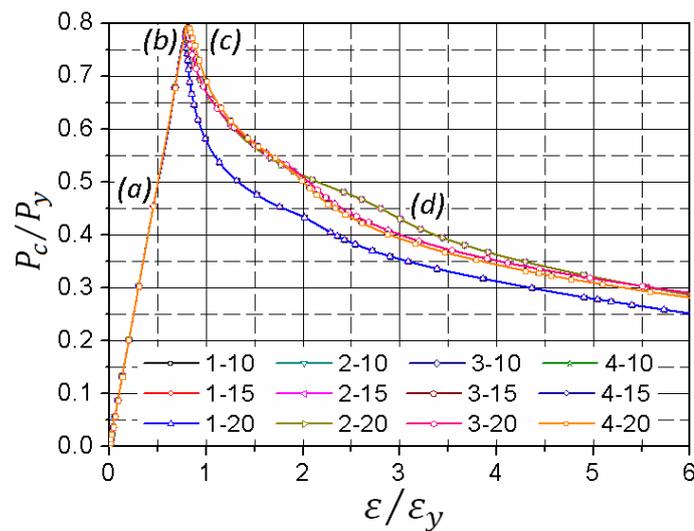


**Figura 4.12:** variación porcentual de las variables consideradas en el comportamiento del pandeo lateral torsional del refuerzo - ST

Analizando los resultados presentados en este ítem, podemos concluir que en ningún caso ha existido una variación notable en cuanto al factor de carga adimensional de pandeo y ninguna variación en el modo de pandeo, a pesar de que los cambios en las variables físicas y geométricas han sido considerables, para un mismo conjunto de parámetros adimensionales.

Esto confirma que los parámetros adimensionales propuestos son suficientes para realizar un análisis del pandeo de paneles reforzados. Sin embargo se deben resaltar las diferencias en el comportamiento de post-pandeo que existen en cada uno de los modelos

ensayados. Estas diferencias pueden ser explicadas por el hecho que en ningún parámetro adimensional se consideran variables del material en la zona plástica, siendo precisamente esta zona la que más influencia presenta en el régimen de post-pandeo, sobre todo en los modos locales de pandeo. A pesar de ello, nuestro estudio busca predecir básicamente la carga y el modo de pandeo.



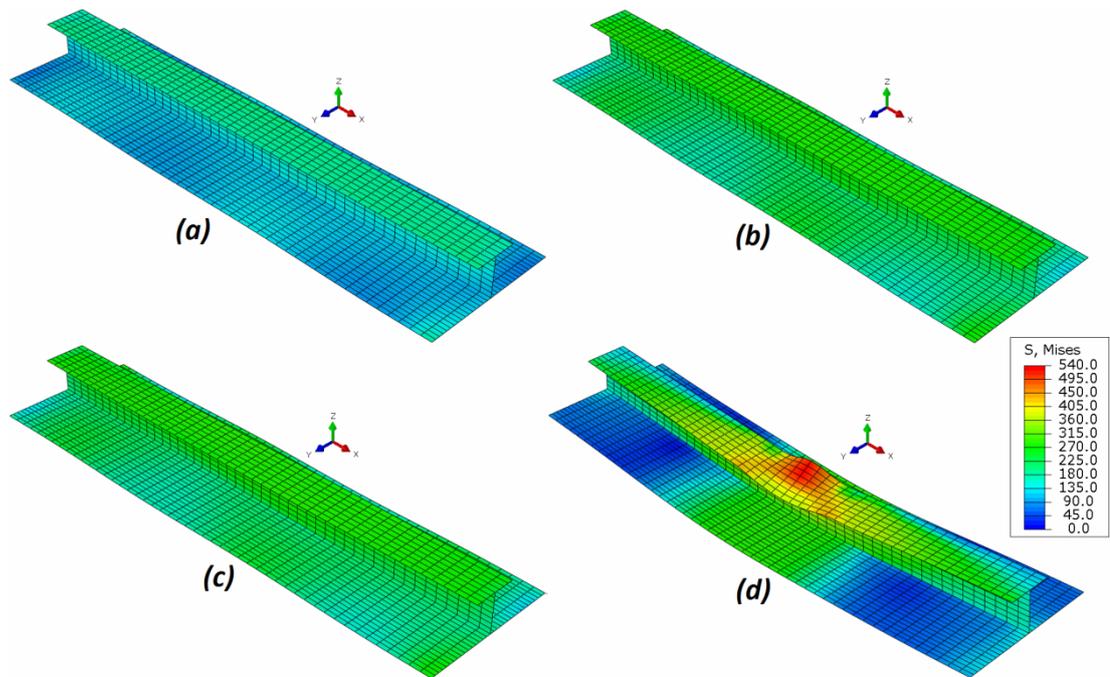
**Figura 4.13:** curva adimensional carga – deformación  $(\beta_{11} - \beta_{12})$  para el pandeo lateral torsional del refuerzo (ST).

#### 4.4 EFECTO DE LAS IMPERFECCIONES INICIALES

Como se mencionó en el Capítulo II, uno de los parámetros que afecta el comportamiento de la carga de pandeo es la imperfección inicial que existe en toda estructura, ya sea por su proceso de fabricación o el manipuleo que esta sufre durante su instalación.

En este ítem analizaremos este efecto en cada uno de los modos estudiados, analizando el efecto de la forma de la imperfección inicial así como el nivel de la magnitud de la imperfección inicial máxima en la placa y en el refuerzo para el modelo de acero ASTM

A-131 con un espesor del ala del refuerzo de 15 mm de espesor para cada uno de los modos de pandeo considerados.



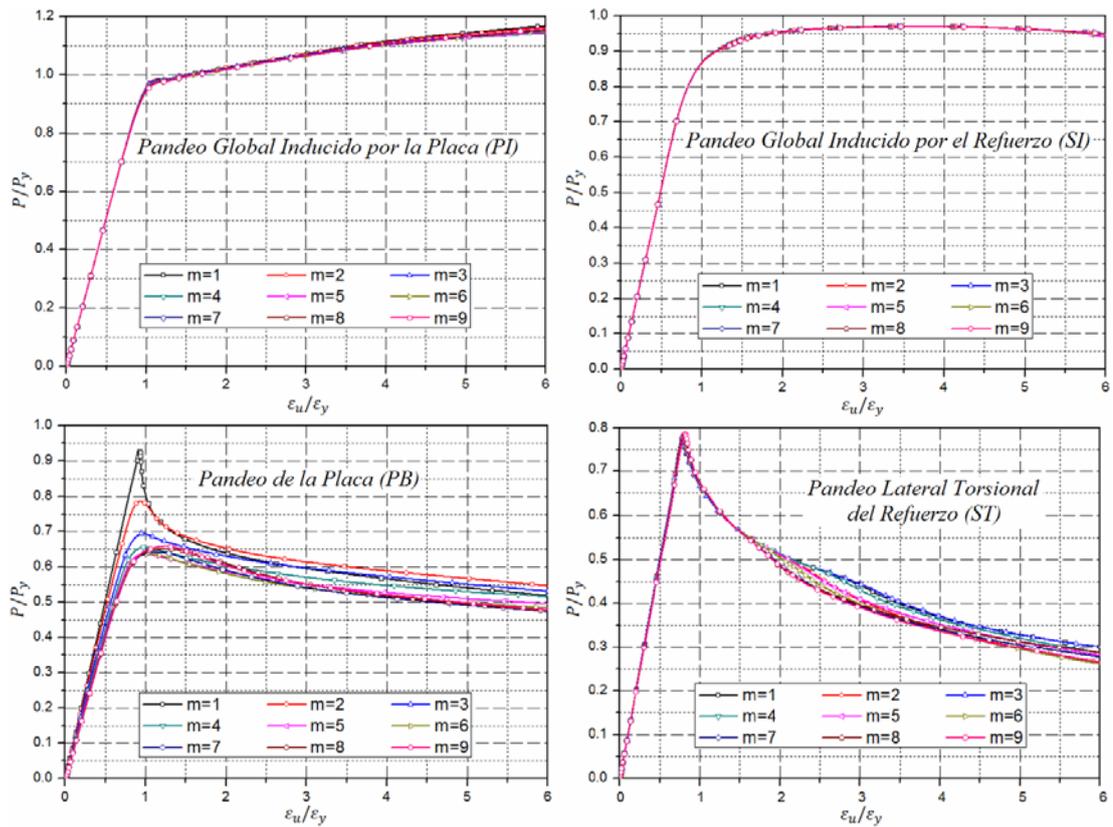
**Figura 4.14:** Estado de tensiones en el pandeo lateral torsional del refuerzo (ST)

#### 4.4.1 Efecto de la forma de la imperfección inicial en la placa

En este estudio utilizamos 4 semiondas sinusoidales a lo largo de la longitud de la placa ( $m = 4$ ), sin embargo se realizaron 9 ensayos diferentes variando este número de  $m = 1$  a 9. La curva de comportamiento para cada uno de los modos de pandeo es mostrada en la *Figura 4.15* y la variación de la carga de pandeo con respecto al número de semiondas sinusoidales es mostrada en la *Figura 4.16*.

De ambas figuras se puede concluir que los modos globales de pandeo tienen poca variación en su comportamiento según se incremente el valor del número de semiondas sinusoidales, en tanto que el modo de pandeo de la placa (PB) es el más afectado, sufriendo un cambio bastante drástico en su comportamiento. El modo

de pandeo lateral torsional del refuerzo sufre poca variación en el valor de la carga de pandeo pero su comportamiento en el régimen de post pandeo si es afectado por el incremento del número de semiondas.

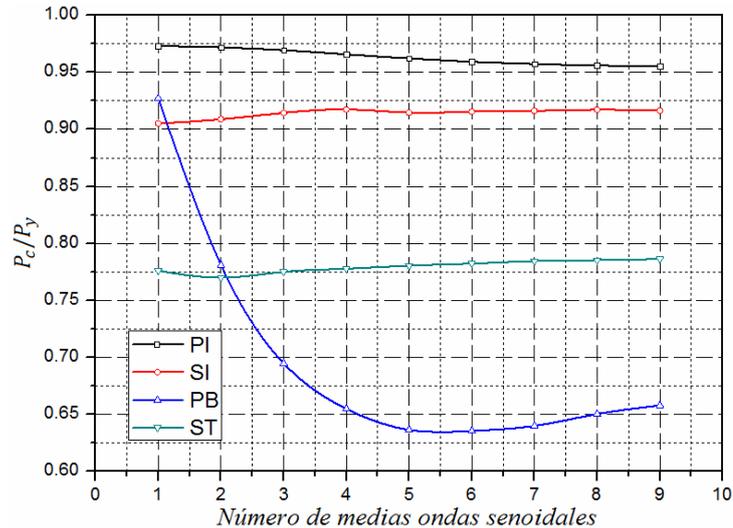


**Figura 4.15:** comportamiento de los modos de pandeo para diferentes numeros de semiondas sinusoidales en el sentido longitudinal de la placa

#### 4.4.2 Efecto de la forma de la imperfección inicial en el refuerzo

Se ha considerado para el refuerzo una semionda sinusoidal a la largo del sentido longitudinal ( $n = 1$ ) y una forma parabólica en el sentido vertical, tal como lo recomienda Grondin et al. [5], sin embargo a fin de ver la influencia de esta variable geométrica se realizaron 9 ensayos diferentes variando este número de  $n = 1$  a 9. La curva de comportamiento para cada uno de los modos de falla es

mostrada en la *Figura 4.17* y la variación de la carga de pandeo con respecto al número de semiondas sinusoidales es mostrada en la *Figura 4.18*.



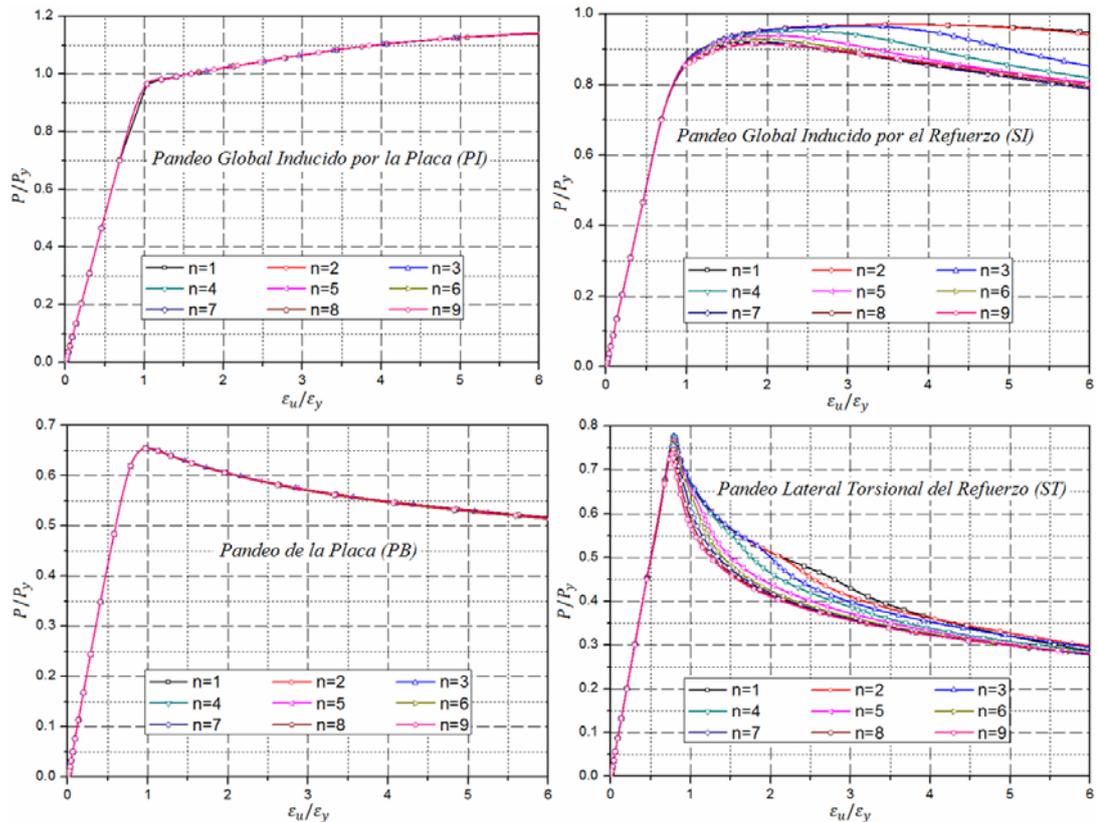
**Figura 4.16:** comportamiento de la carga de pandeo para diferentes números de semiondas sinusoidales en el sentido longitudinal de la placa

Tal como se esperaba los modos de pandeo relacionados con la placa (*PI* y *PB*) no muestran ninguna variación apreciable en su comportamiento así como en su carga de pandeo. Por otro lado, los modos de pandeo relacionados con el refuerzo sufren variaciones apreciables en la magnitud de su carga de pandeo y en su comportamiento de post-pandeo conforme el número de semiondas aumenta.

#### 4.4.3 Efecto del nivel de imperfección inicial máxima en la placa y en el refuerzo

En este estudio se han asumido los niveles medios de imperfección inicial máxima en la placa y en el refuerzo, tal como los define Smith et al. [13], ya que esperamos que el astillero busque la aprobación de alguna casa clasificadora reconocida, sin embargo en este ítem realizamos el análisis con los diversos niveles posibles (leve, medio y grave), tanto en la placa como en el refuerzo para cada uno

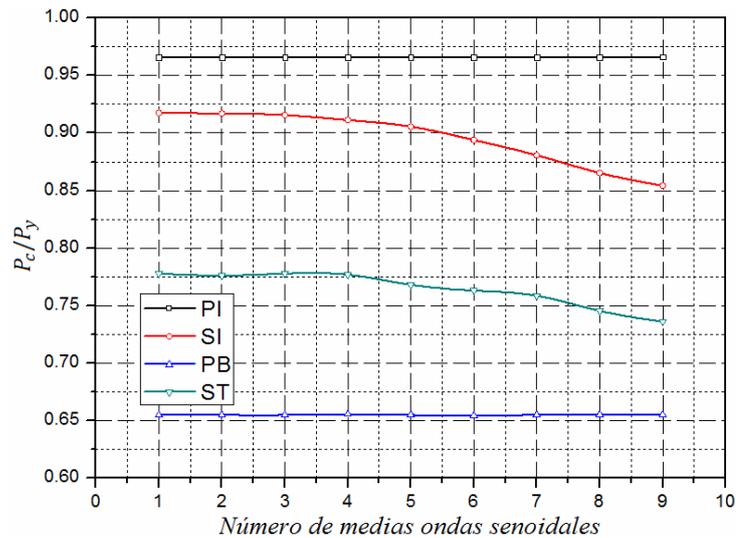
de los modos de pandeo. Para ello 9 modelos han sido estudiados, los resultados son mostrados en la *Figura 4.19* y 4.20, en donde se aprecia las curvas de comportamiento y variación de la carga de pandeo con las diferentes combinaciones, respectivamente.



**Figura 4.17:** comportamiento de los modos de pandeo para diferentes numeros de semiondas sinusoidales en el sentido longitudinal del alma del refuerzo

En estas figuras cada modelo ha sido denominado según el nivel de imperfección inicial máxima de la placa y del refuerzo, así por ejemplo, L-G define un modelo donde el nivel de imperfección de la placa es leve y el del refuerzo es grave. Se debe indicar que en la *Figura 4.20* el comportamiento de la carga de pandeo se representa para los niveles de imperfección con los que el modo está relacionado, esto quiere decir que para los modos relacionados con la placa (PI y

PB) se representa el comportamiento para los niveles leve (1), medio (2) y grave (3) de imperfección para la placa, ya que para las combinaciones con los diferentes niveles de imperfección en el refuerzo la respuesta no sufrió ninguna variación significativa. De igual forma para los modos relacionados con el refuerzo (SI y ST), las curvas son representadas en función de la imperfección en el refuerzo.



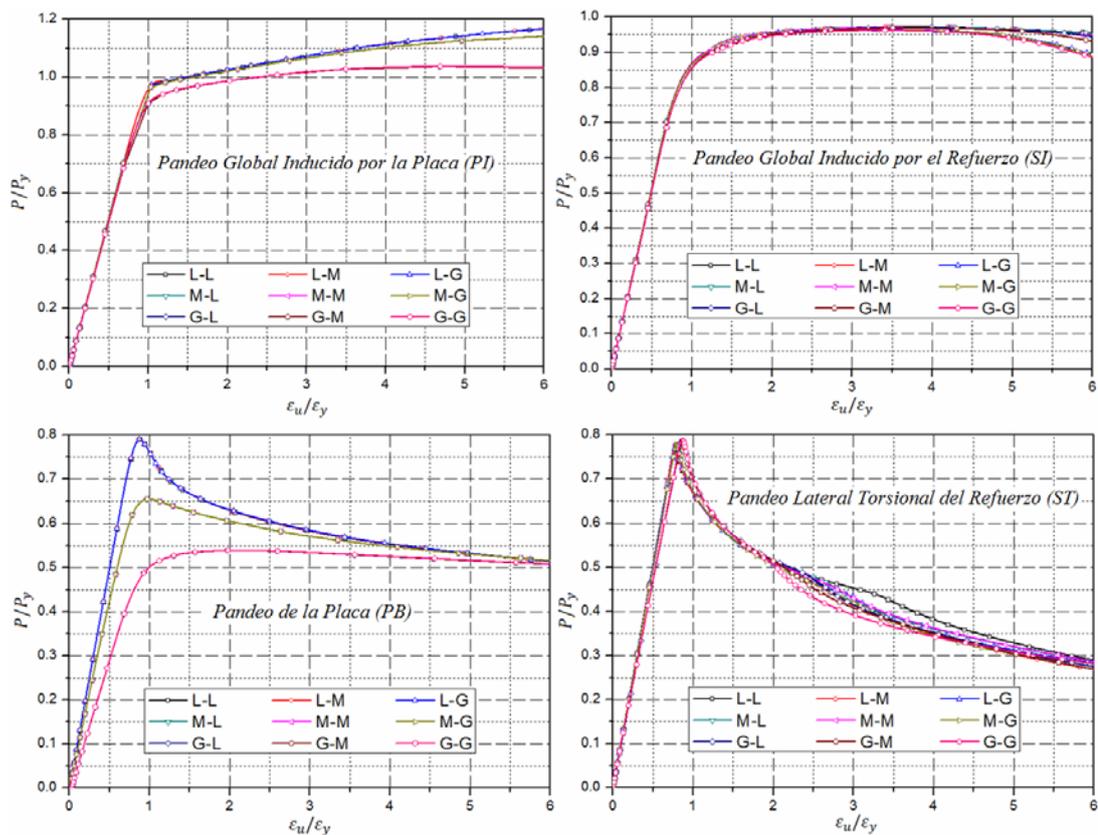
**Figura 4.18:** comportamiento de la carga de pandeo para diferentes números de semiondas sinusoidales en el sentido longitudinal del alma del refuerzo

De ambas figuras podemos concluir que los modos que guardan relación con la placa son más sensibles a los niveles de imperfección inicial, siendo el más afectado el modo de pandeo de la placa. Por otro lado, los modos relacionados al refuerzo son más afectados en su comportamiento de post-pandeo y no tan significativamente en lo que respecta a su carga de pandeo.

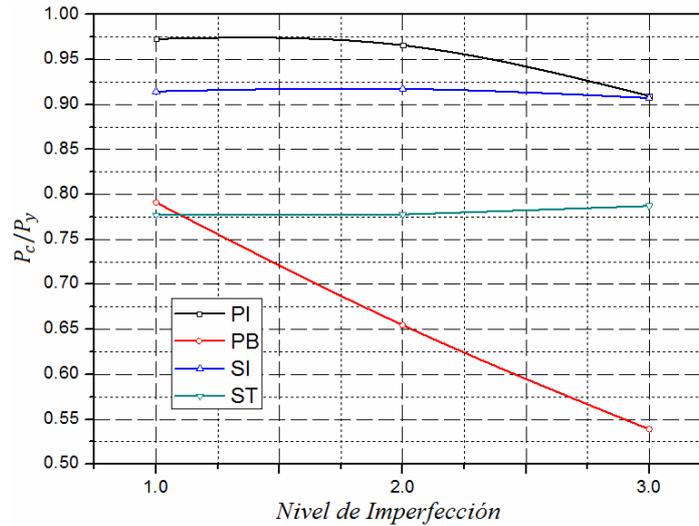
#### 4.5 EFECTO DE LA TENSION RESIDUAL

Manco [26], realiza un estudio comparativo entre los resultados obtenidos para paneles sin tensión residual y los obtenidos por Sheikh et al. [22] con una tensión residual

grave. Debido a que esta comparación se realizó en base a un mismo conjunto de parámetros adimensionales, podemos asumir sus principales conclusiones, las cuales muestran que a pesar de estar frente a los dos casos extremos (sin tensión residual y con un tensión residual grave), los resultados no son alterados de forma notoria, con una desviación máxima en la carga de pandeo del 3%, salvo para aquellos paneles que se encuentren en un región intermedia entre los modos de pandeo local, la misma que será definida en el capítulo siguiente. Por lo tanto, debido a la dificultad y al coste computacional que implica considerar a las tensiones residuales, en este trabajo optamos por no considerarlas.



**Figura 4.19:** comportamiento de los modos de pandeo para diferentes combinaciones del nivel de imperfección inicial máxima en la placa y refuerzo

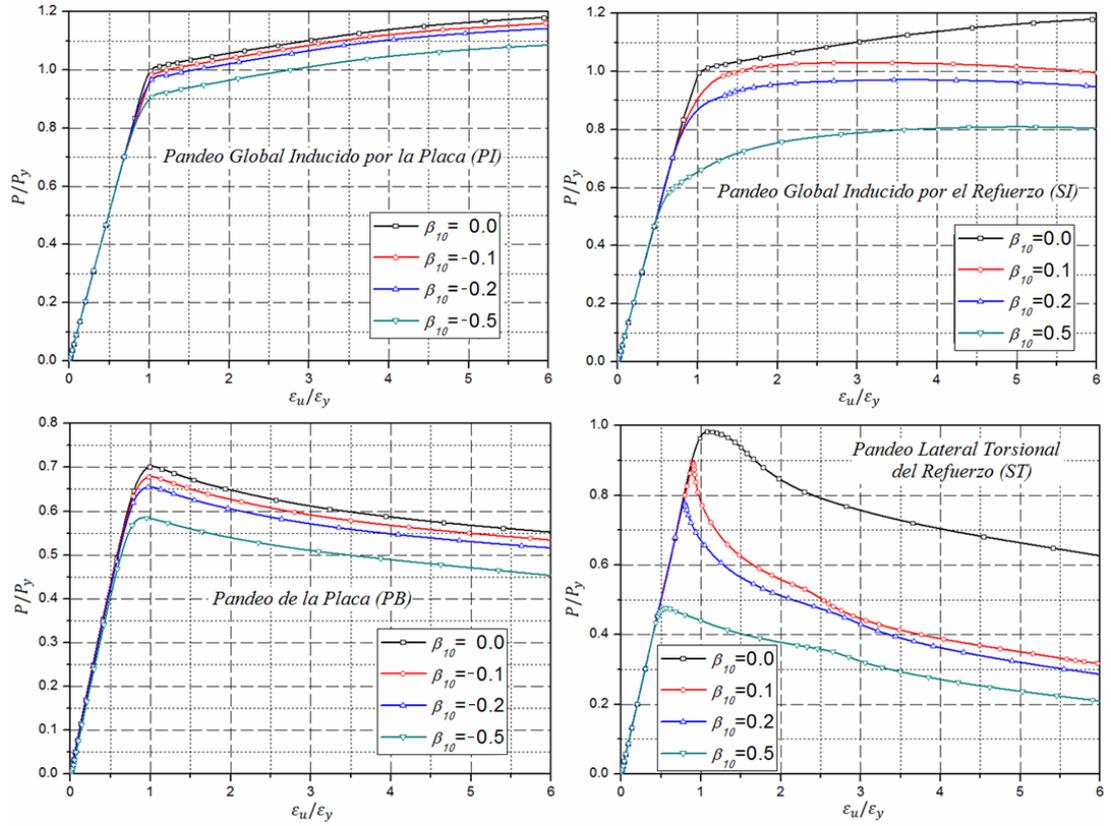


**Figura 4.20:** comportamiento de la carga de pandeo para diferentes combinaciones del nivel de imperfección inicial máxima en la placa y refuerzo

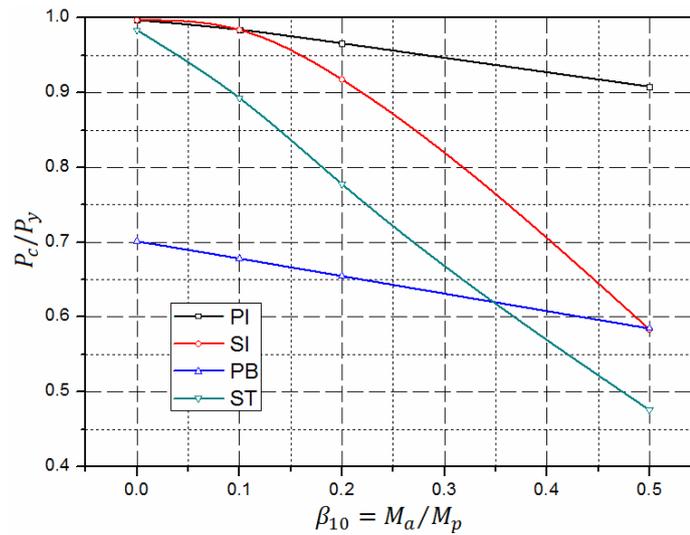
#### 4.6 EFECTO DEL MOMENTO FLECTOR APLICADO

En general, el momento aplicado sirve para activar los modos de pandeo relacionados con el refuerzo (Grondin et al. [5], Sheikh et al. [22], etc.). Para comprobar esto hemos analizado los modos de pandeo con diferentes valores del momento aplicado ( $\beta_{10}=0, \pm 0.1, \pm 0.2$  y  $\pm 0.5$ ), los resultados obtenidos son presentados en las Figuras 4.21 y 4.22, en donde se muestra las curvas de comportamiento y el comportamiento de la carga de pandeo, respectivamente.

Los modos de pandeo relacionados con el refuerzo necesitan de un momento flector favorable para ser activados. Así por ejemplo, si analizamos los casos de los modos globales de pandeo (PI y SI), sin momento flector vemos que poseen la misma geometría y el modo natural de pandeo es el gobernado por la placa (PI). De igual forma en el caso del pandeo lateral torsional del refuerzo (ST), si no existe un momento flector favorable a este modo, el pandeo de la placa (PB) será su modo natural de pandeo.



**Figura 4.21:** comportamiento de los modos de pandeo para diferentes valores del momento de flexión aplicado



**Figura 4.22:** comportamiento de la carga de pandeo para diferentes valores del momento de flexión aplicado

En cuanto a la carga de pandeo si bien todos los modos son afectados, la mayor sensibilidad se aprecia en los modos relacionados al refuerzo (SI y ST), los cuales ante un momento flector favorable dejan los modos gobernados por la placa hacia los gobernados por el refuerzo.

#### **4.7 RESUMEN Y DISCUSIÓN**

A lo largo de este capítulo hemos podido apreciar como cada uno de los modos de pandeo responde a condiciones diferentes de las idealizadas en nuestro modelo. Como ya fue mencionado en capítulos anteriores el pandeo lateral torsional del refuerzo (ST) es el más crítico pues ocasiona el colapso de la estructura. De otro lado el pandeo de la placa (PB) es el más susceptible a la variación de alguno de los parámetros considerados, mientras que el pandeo global inducido por el refuerzo (SI) solo es activado en el caso que exista un momento flector favorable y al igual que el pandeo global inducido por la placa (PI) presenta un comportamiento bastante estable.

Dicho en otra palabras, tenemos por un lado que el pandeo lateral torsional del refuerzo (ST) presenta una mayor carga de pandeo, con un comportamiento de post-pandeo crítico, mientras que el pandeo de la placa presenta una carga menor de pandeo pero un comportamiento más estable en el post-pandeo pero que a su vez es influenciado por alguna variable física del modelo. Por lo tanto se hace necesario un estudio para definir sus límites de interacción.

## CAPÍTULO V

### ANÁLISIS Y RESULTADOS

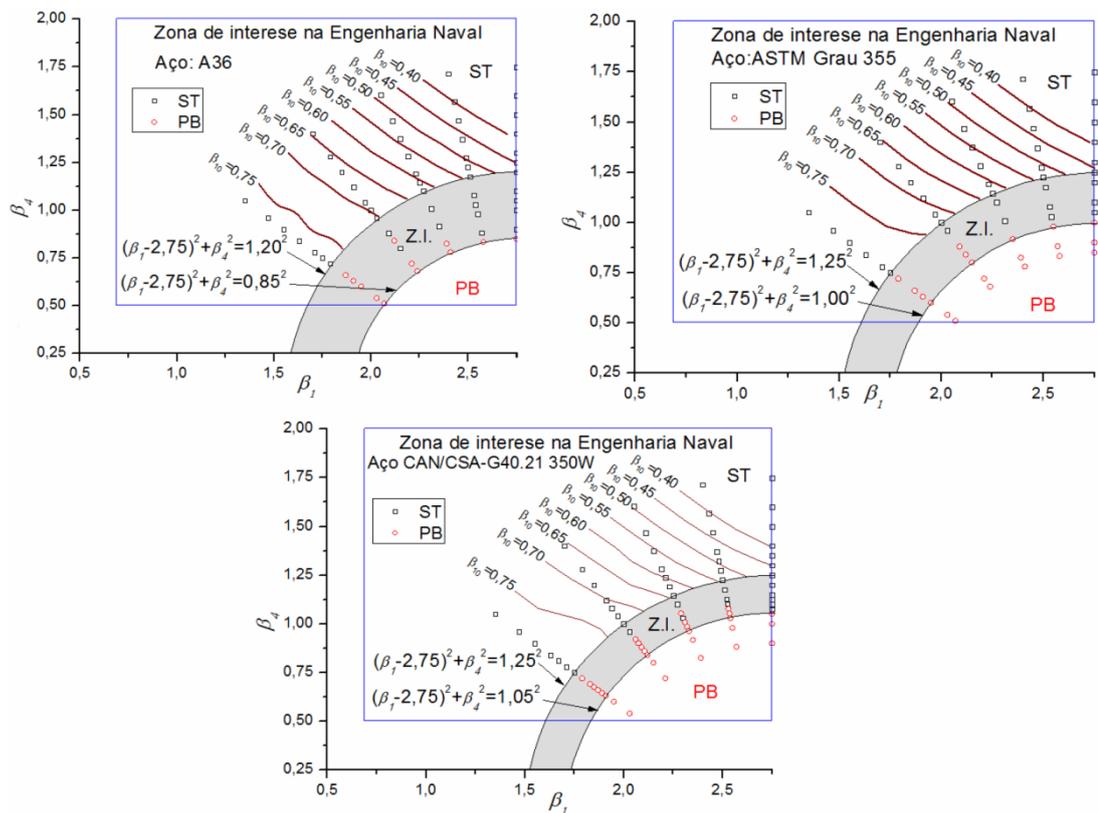
#### 5.1 INTRODUCCIÓN

En los capítulos anteriores se han realizado estudios a fin de definir un conjunto de parámetros adimensionales, independientes de las propiedades físicas y geométricas, que sean capaces de predecir tanto la carga como el modo de pandeo de paneles reforzados. El objetivo de este capítulo es evaluar la sensibilidad de la respuesta del panel ante cambios en la magnitud de cualquiera de los parámetros adimensionales. Para ello nos basaremos en las fronteras propuestas por Manco [26], adaptándola y refinándola para nuestro caso de análisis y con base en ella seleccionar 9 puntos de referencia sobre los cuales realizaremos el análisis de sensibilidad de los parámetros adimensionales  $\beta_1$  a  $\beta_6$ . Son considerados los siguientes valores para los demás parámetros:  $\beta_7 = 0.1\beta_1^2$ ,  $\beta_8 = 0.0015L_w$ ,  $\beta_9 = 0$  y  $\beta_{10} = -0.2$ . El valor de  $\beta_{11} = \frac{\sigma_c}{\sigma_y} = 6$  es usado para finalizar el análisis.

#### 5.2 FRONTERA DE INTERACCION ENTRE LOS MODOS DE PANDEO LOCAL

Como resultado de su investigación Sheikh et al. [22], concluyen que los parámetros que más afectan el comportamiento de los paneles reforzados son  $\beta_1$  y  $\beta_4$  y con base en

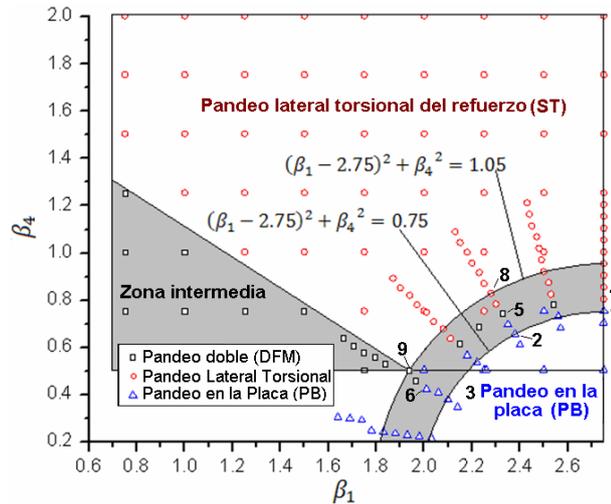
ellos plantea una frontera de interacción entre los modos locales de pandeo. Posteriormente, Manco [26] realiza un refinamiento de las fronteras, encontrando que si bien los parámetros adimensionales se comportan perfectamente ante cambios de propiedades geométricas, sufren pequeñas alteraciones ante variaciones en las propiedades físicas. Para aclarar esto, en la *Figura 5.1* se muestran las fronteras de interacción entre los modos de pandeo local para los aceros ASTM A-36 ( $\sigma_y = 251.2 \text{ MPa}$ ), ASTM Grado 355 ( $\sigma_y = 355 \text{ MPa}$ ) y CAN/CSA-G40.21 350W ( $\sigma_y = 420 \text{ MPa}$ ) encontradas por Manco [26].



**Figura 5.1:** Fronteras de interacción entre los modos locales de pandeo para paneles de acero: ASTM A36, ASTM Grado 355 y CAN/CSA-G40 21 350W (Manco [26]).

A diferencia del trabajo de Manco [26], en que se utiliza una curva de material tri-linear, en esta tesis hemos usado la curva experimental del acero ASTM A131

( $\sigma_y = 202 \text{ MPa}$ ), por tal motivo es necesario redefinir y refinar las fronteras de interacción. Los resultados de este trabajo son presentados en la *Figura 5.2*.



**Figura 5.2:** Frontera de interacción entre los modos de pandeo local para el acero ASTM A131

En esta grafica queda claro que debido a la ausencia de una región de fluencia pronunciada en el acero ASTM A131 a diferencia del acero ASTM A 36 (ver *Figura 4.3*) los valores de las fronteras se ven reducidos. Además la aparición del modo de pandeo doble (DFM), el cual es descrito en el capítulo 1, se hace presente para ser un nexo entre ambos modos de pandeo.

### 5.3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARAMÉTRICA

En esta tesis analizaremos la sensibilidad del modo y la carga de pandeo ante cambios en la magnitud de los parámetros  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\beta_5$ , y  $\beta_6$ . Para ello se seleccionaron grupos de tres paneles en: la frontera superior de la región de pandeo de la placa (PB) – paneles 1 a 3 -, la zona intermedia – paneles 4 a 6- y la frontera inferior de la región de pandeo lateral torsional del refuerzo (ST) – paneles 7 a 9 - (ver *Figura 5.2*). Los valores de

los parámetros  $\beta_1$  y  $\beta_4$  así como el factor de carga y modo de pandeo de los paneles a ser considerados se presentan en la *Tabla 5.1*.

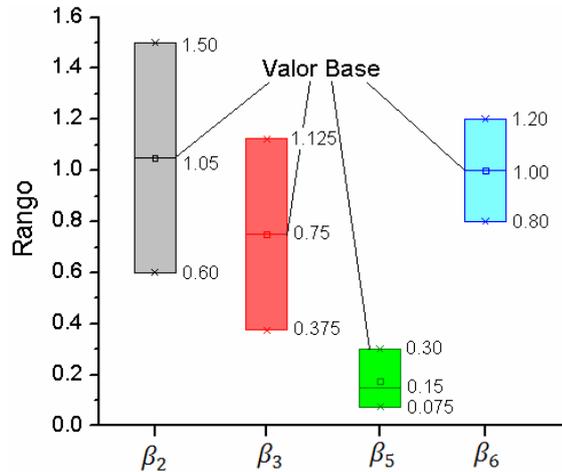
**Tabla 5.1:** conjunto de puntos base para el análisis de sensibilidad paramétrica ( $\beta_7 = 0.1\beta_1^2$ ,  $\beta_8 = 0.0015L_w$ ,  $\beta_9 = 0$  y  $\beta_{10} = -0.2$ )

|   | $\beta_1$ | $\beta_4$ | $P_c/P_y$ | M.P. |
|---|-----------|-----------|-----------|------|
| 1 | 2.75      | 0.75      | 0.712     | PB   |
| 2 | 2.38      | 0.65      | 0.736     | PB   |
| 3 | 2.10      | 0.37      | 0.712     | PB   |
| 4 | 2.75      | 0.90      | 0.619     | ST   |
| 5 | 2.30      | 0.78      | 0.735     | DFM  |
| 6 | 1.97      | 0.45      | 0.753     | PB   |
| 7 | 2.75      | 1.05      | 0.542     | ST   |
| 8 | 2.23      | 0.91      | 0.690     | ST   |
| 9 | 1.84      | 0.52      | 0.809     | SI   |

En la *Figura 5.3* se presentan los valores base de los parámetros  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\beta_5$  y  $\beta_6$  mostrando además las variaciones a ser consideradas. Podemos apreciar que el parámetro  $\beta_2$  varía en  $\pm 43\%$  respecto del valor base (V.B.), los parámetros  $\beta_3$  y  $\beta_5$  varían en hasta  $\pm 50\%$  del valor base y finalmente el parámetro  $\beta_6$  varía en  $\pm 20\%$  respecto del valor base.

Al existir 3 valores para cada uno de los parámetros considerados, se deben realizar un total de  $3^4 = 81$  análisis para cada panel, resultando en un total de 729 análisis. Como nuestra intención es mostrar de forma simple pero concisa la sensibilidad de cada

parámetro sobre el modo y carga de pandeo, mostraremos apenas los resultados más resaltantes en forma gráfica.



**Figura 5.3:** Valores base de los parámetros adimensionales y sus rangos de variación

Los resultados se presentan en base a dos casos: en el primero se considera aquellas configuraciones (para cada valor del parámetro a ser considerado), en la cual no se da un cambio en el modo de pandeo y en el segundo, los casos en que existe cambio en el modo de pandeo.

Por ejemplo, para analizar la sensibilidad del parámetro  $\beta_2$  consideraremos, en cada grupo, al panel que presente la mayor variación con respecto al caso base (ver *Tabla 5.1*) para cada valor de este parámetro. En la *Figura 5.4* y *5.5 (a-b)*, *(c-d)* y *(e-f)* se muestran la configuración de los paneles considerados, con base en los parámetros ( $\beta_1$  a  $\beta_6$ ), así como el porcentaje de variación del factor de carga  $\%P_c/P_y$  - el comportamiento de la carga de pandeo, para cada panel considerado, variando exclusivamente el parámetro  $\beta_2$  para: frontera superior de pandeo en la placa, la zona intermedia y frontera inferior del

pandeo lateral torsional del refuerzo, respectivamente, en los casos en que no existe y en el que si existe cambio en el modo de pandeo, respectivamente.

### 5.3.1 Análisis de sensibilidad del parámetro $\beta_2$

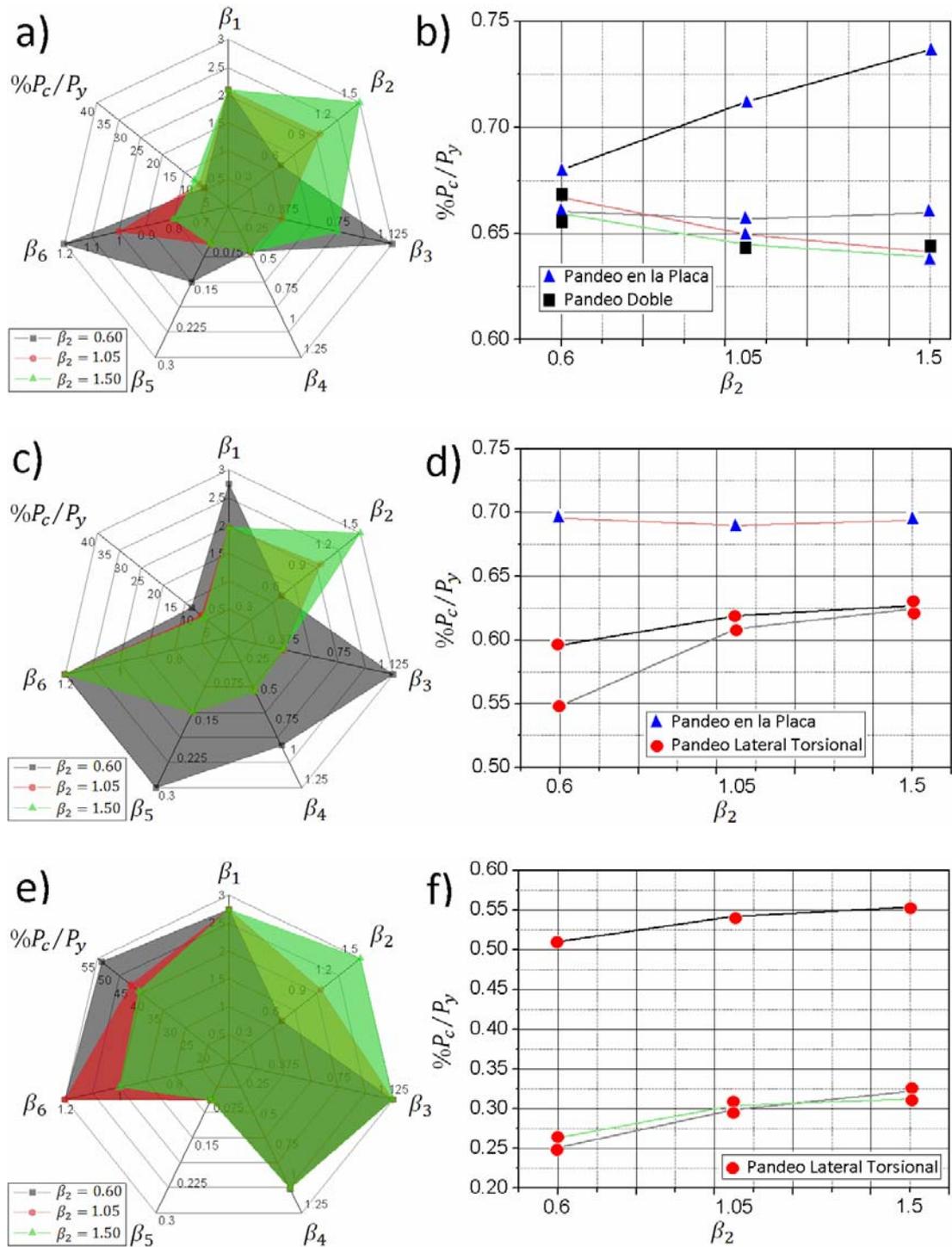
Como se describió en el capítulo 3, este parámetro es uno de los más influyentes en lo que concierne al cambio del modo de pandeo. En las Figuras 5.4 y 5.5 se muestran los paneles considerados, en los casos en que no existe y en los que existe cambio en el modo de pandeo, respectivamente.

Se aprecia que para mantener el modo de pandeo no es suficiente con variar únicamente el parámetro  $\beta_2$ , sino que además será necesario variar los demás parámetros con respecto al caso base y por ello se presenta en las figuras (b), (d) y (f) el comportamiento del caso base como una línea negra para tenerlo como referencia.

Analizando la Figura 5.4 (a) podemos ver que todos los paneles para mantener un modo de pandeo de la placa han reducido el parámetro  $\beta_2$ , originando paneles cortos y por lo tanto el modo de pandeo en la placa o pandeo doble (altamente influenciado por el pandeo de la placa) es preponderante. La Figura 5.4 (b) muestra que en estos modos de pandeo la sensibilidad de este parámetro es baja.

En la Figura 5.4 (c) por pertenecer a la región intermedia existen tanto los modos de pandeo de la placa como el lateral torsional del refuerzo. En el primero se ve que se mantiene una sensibilidad baja en el factor de carga del parámetro  $\beta_2$ , sin embargo en el pandeo lateral torsional vemos un incremento de la sensibilidad ante este parámetro.

En la Figura 5.4 (e) se hace la misma observación que en el caso anterior, toda vez que la sensibilidad del parámetro considerado sigue siendo de un nivel medio. Nótese que el parámetro  $\beta_6$  va mostrando poca influencia.



**Figura 5.4:** *Análisis de sensibilidad del parámetro  $\beta_2$  cuando no existe cambio en el modo de pandeo - (a-b), (c-d) y (e-f) configuración de los paneles - factor de carga ante los diferentes valores de  $\beta_2$  analizados para: frontera superior de pandeo en la placa, la zona intermedia y frontera inferior del pandeo lateral torsional del refuerzo, respectivamente.*

Analizando ahora el caso en que el modo de pandeo varía podemos decir que en todos los casos de la *Figura 5.5* el modo de pandeo al cual evolucionan es el pandeo doble debido a los bajos valores de los parámetros  $\beta_4$  (panel corto) y  $\beta_5$  (refuerzo grueso), notándose una mayor sensibilidad cuando el pandeo doble es más influenciado por el pandeo lateral torsional del refuerzo.

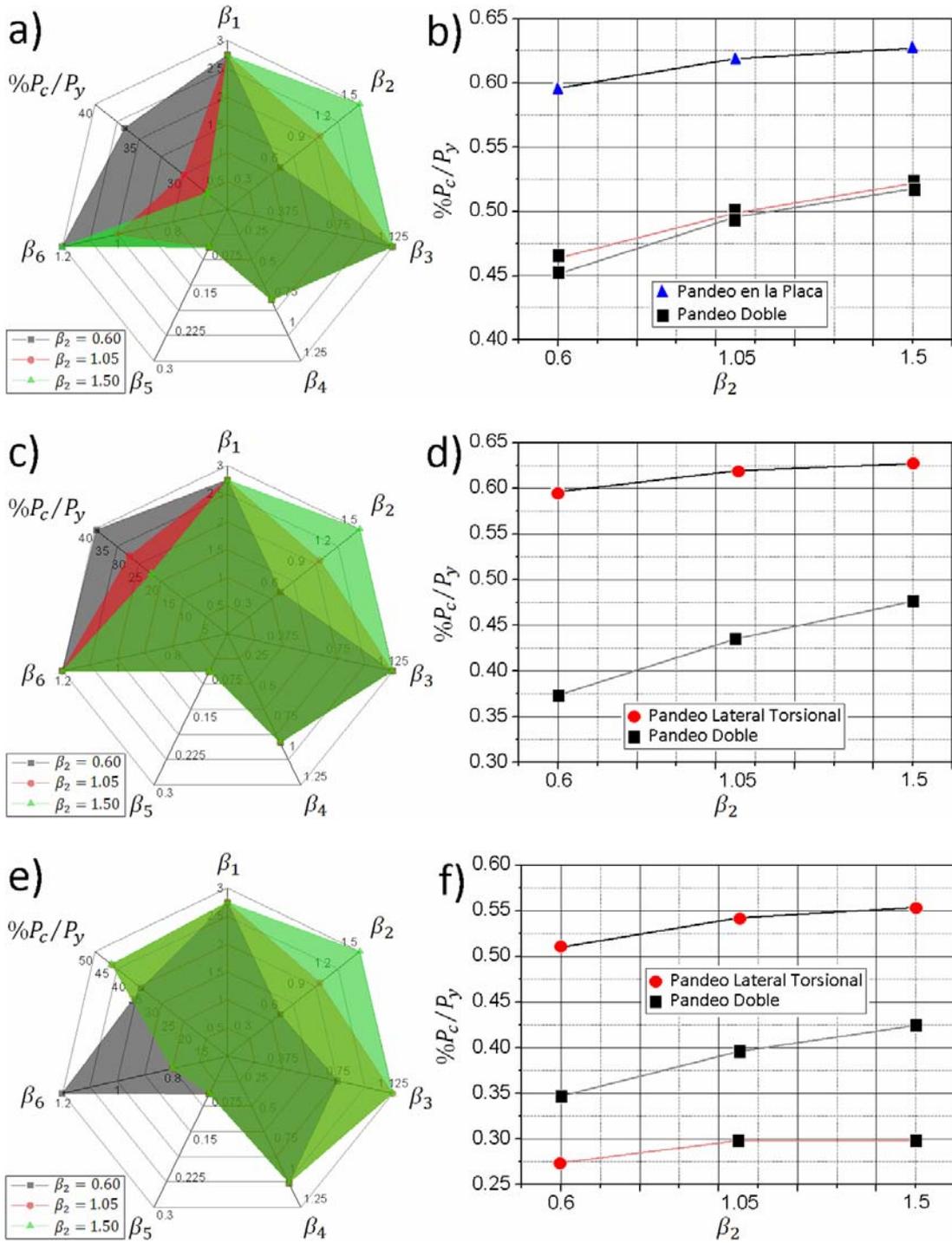
De los resultados encontrados, se puede afirmar que la sensibilidad de este parámetro es baja en el caso del pandeo en la placa (PB) y media en el caso del pandeo lateral torsional del refuerzo (ST). En el caso del pandeo doble, su sensibilidad estará regida por la influencia del modo de pandeo predominante (PB o ST) manteniéndose generalmente en un rango medio a bajo.

### 5.3.2 Análisis de sensibilidad del parámetro $\beta_3$

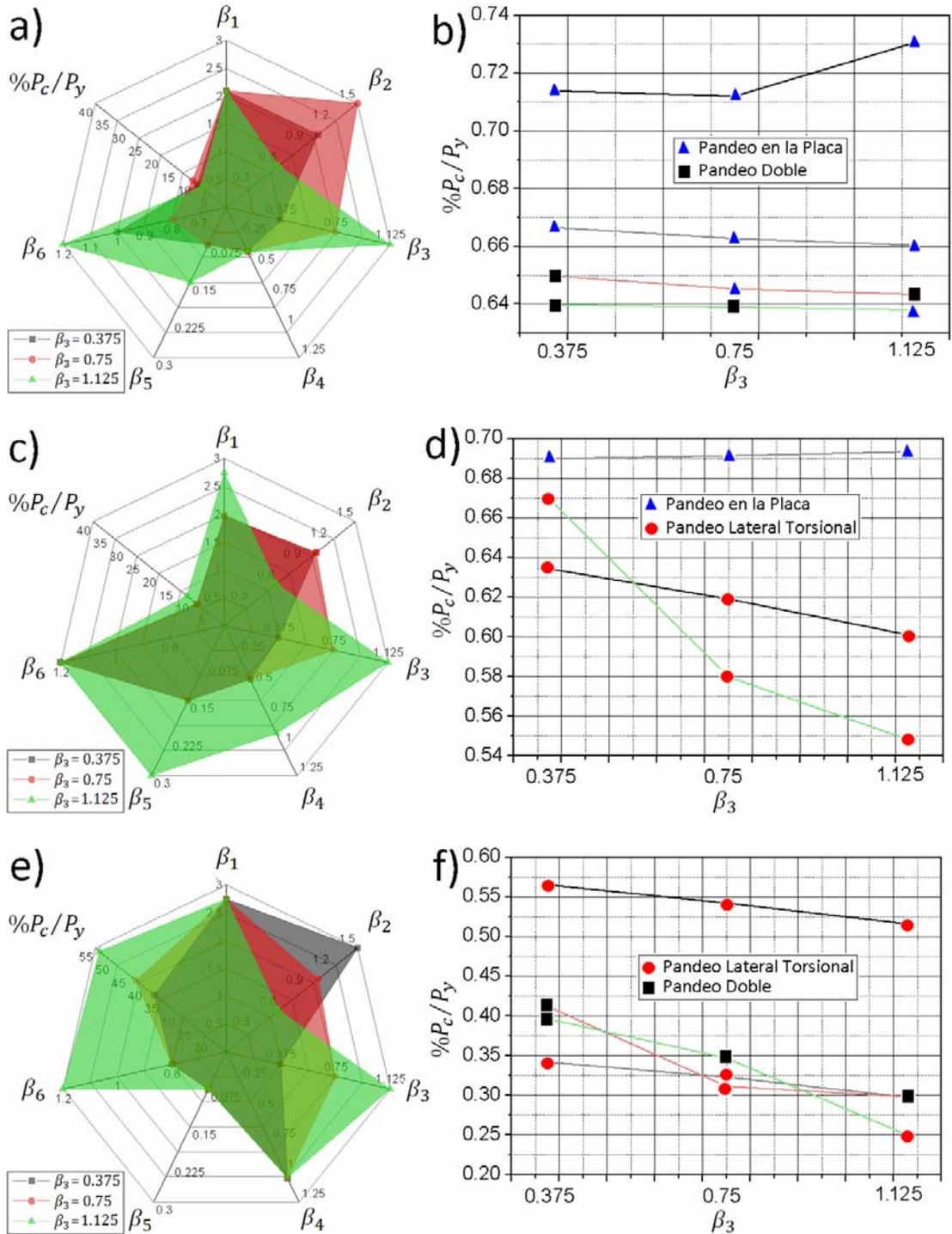
En todos los casos analizados, este parámetro se comporta de tal forma que en el modo de pandeo de la placa y el modo de pandeo doble (influenciado por la placa) su sensibilidad es baja. En el caso del pandeo lateral torsional del refuerzo, para valores bajos de  $\beta_4$  su influencia es pequeña, aumentando su influencia conforme el parámetro  $\beta_4$  aumente (ver *Figura 5.6 (c)*).

La mayor sensibilidad de este parámetro en el modo de pandeo lateral torsional del refuerzo, ante valores elevados de  $\beta_4$ , es debido a que tendremos por un lado un panel largo y por otro un ala del refuerzo fina, convirtiendo al refuerzo en un elemento altamente ineficiente. Por otro lado si tenemos un panel corto y

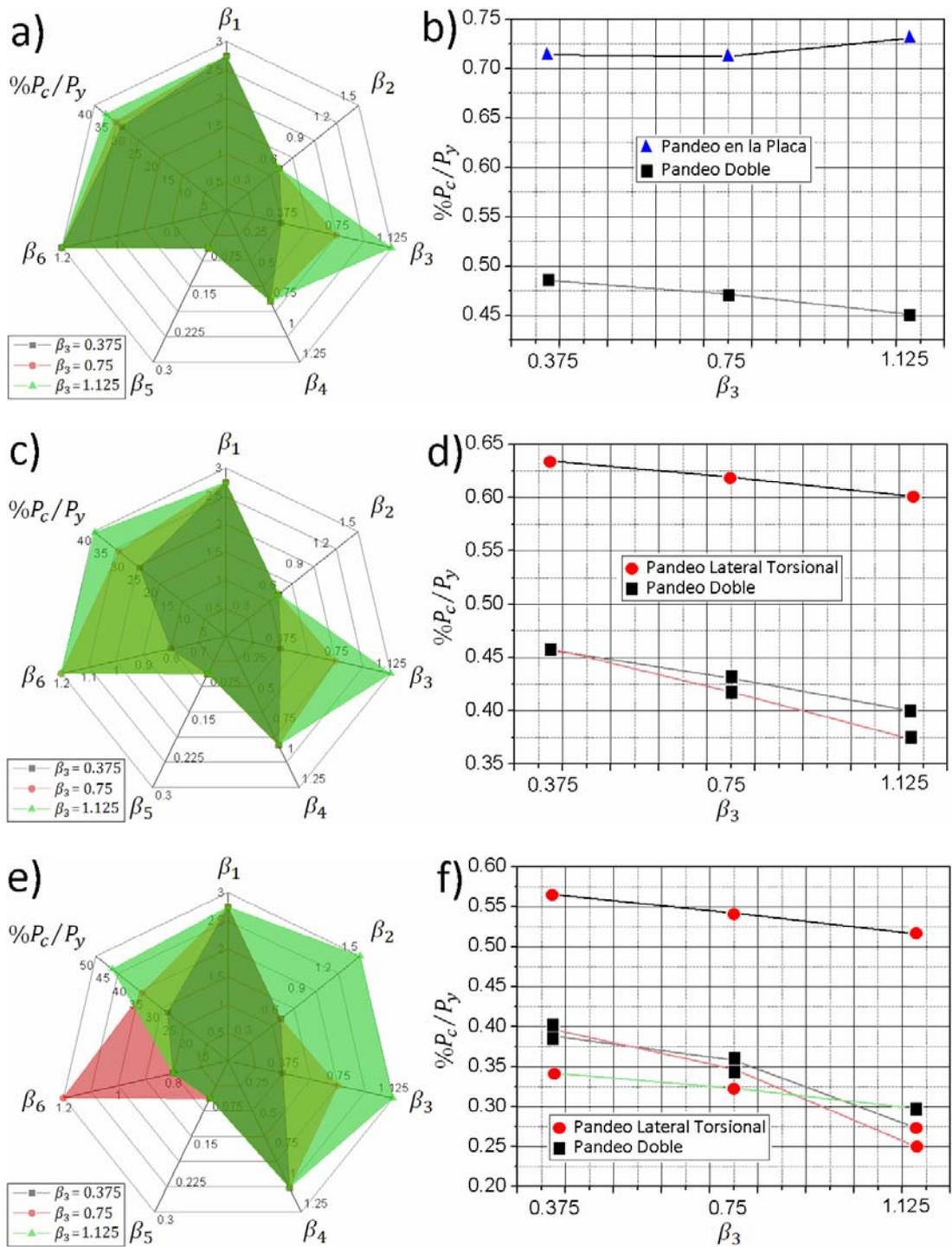
con un refuerzo con alma gruesa el modo preponderante será siempre el pandeo de la placa.



**Figura 5.5:** Análisis de sensibilidad del parámetro  $\beta_2$  cuando existe cambio en el modo de pandeo - (a-b), (c-d) y (e-f) configuración de los paneles - factor de carga ante los diferentes valores de  $\beta_2$  analizados para: frontera superior de pandeo en la placa, la zona intermedia y frontera inferior del pandeo lateral torsional del refuerzo, respectivamente.



**Figura 5.6:** Análisis de sensibilidad del parámetro  $\beta_3$  cuando no existe cambio en el modo de pandeo - (a-b), (c-d) y (e-f) configuración de los paneles - factor de carga ante los diferentes valores de  $\beta_3$  analizados para: frontera superior de pandeo en la placa, la zona intermedia y frontera inferior del pandeo lateral torsional del refuerzo, respectivamente.



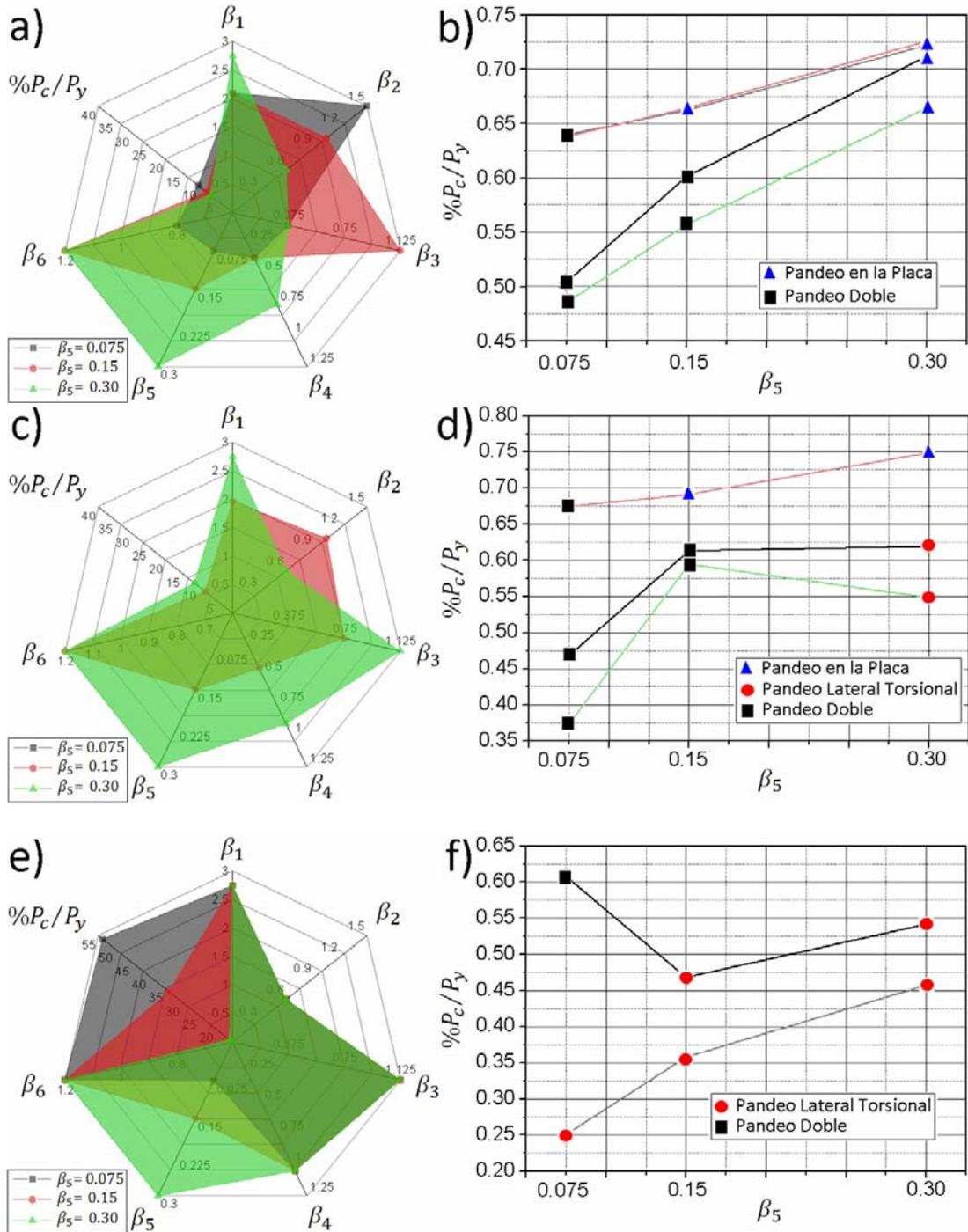
**Figura 5.7:** *Análisis de sensibilidad del parámetro  $\beta_3$  cuando existe cambio en el modo de pandeo - (a-b), (c-d) y (e-f) configuración de los paneles - factor de carga ante los diferentes valores de  $\beta_3$  analizados para: frontera superior de pandeo en la placa, la zona intermedia y frontera inferior del pandeo lateral torsional del refuerzo, respectivamente.*

### 5.3.3 Análisis de sensibilidad del parámetro $\beta_5$

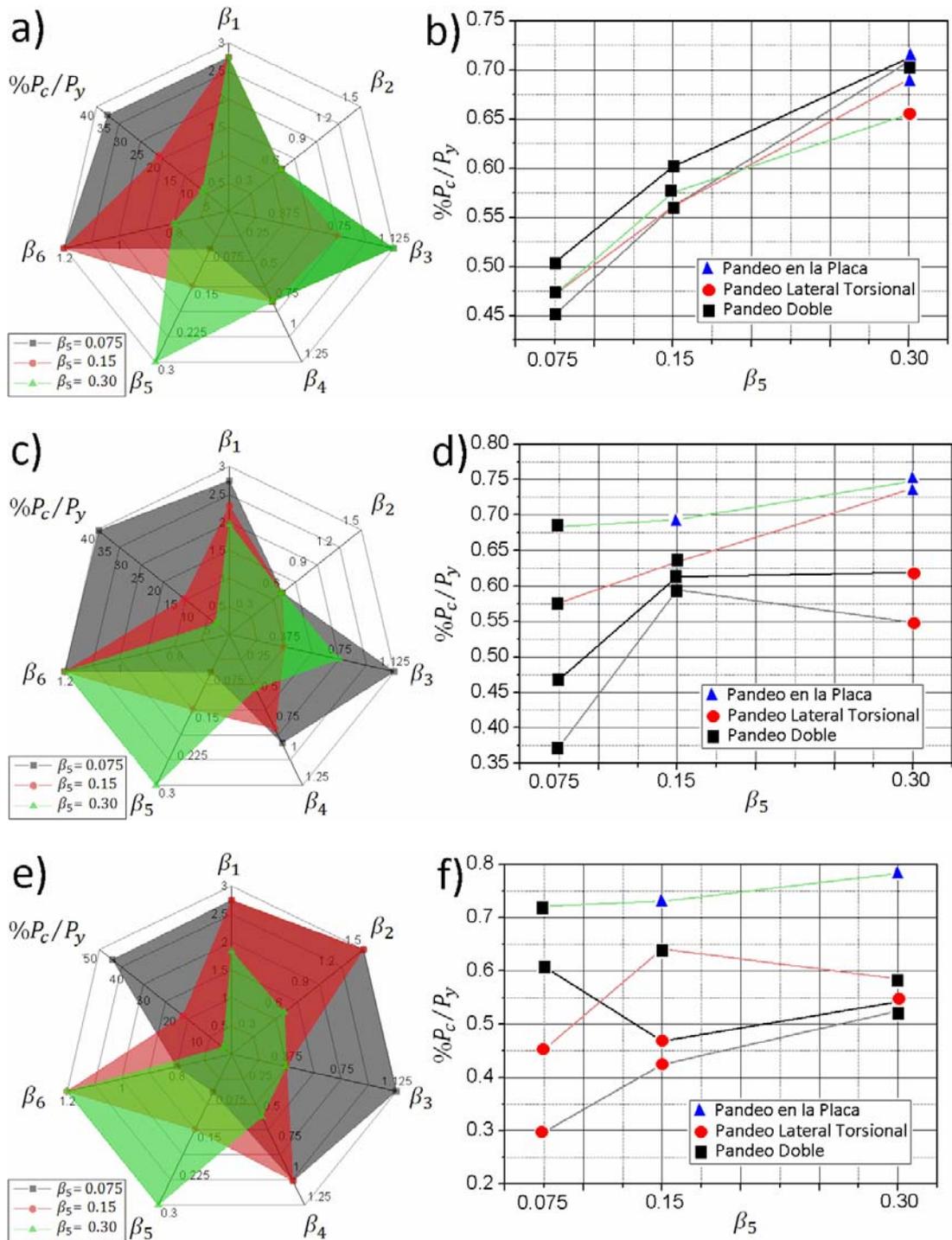
En las Figuras 5.8 y 5.9 podemos observar que este parámetro tiene una alta sensibilidad en todos los casos analizados. Esto en razón de que un valor pequeño de este parámetro origina un refuerzo débil y en combinación con un alma gruesa originaria un pandeo doble influido por la placa, importando poco el valor de la esbeltez del alma. De otro lado si tenemos un alma y ala esbeltas tendremos un pandeo lateral torsional del refuerzo o en su defecto un pandeo doble influenciado por el refuerzo.

### 5.3.4 Análisis de sensibilidad del parámetro $\beta_6$

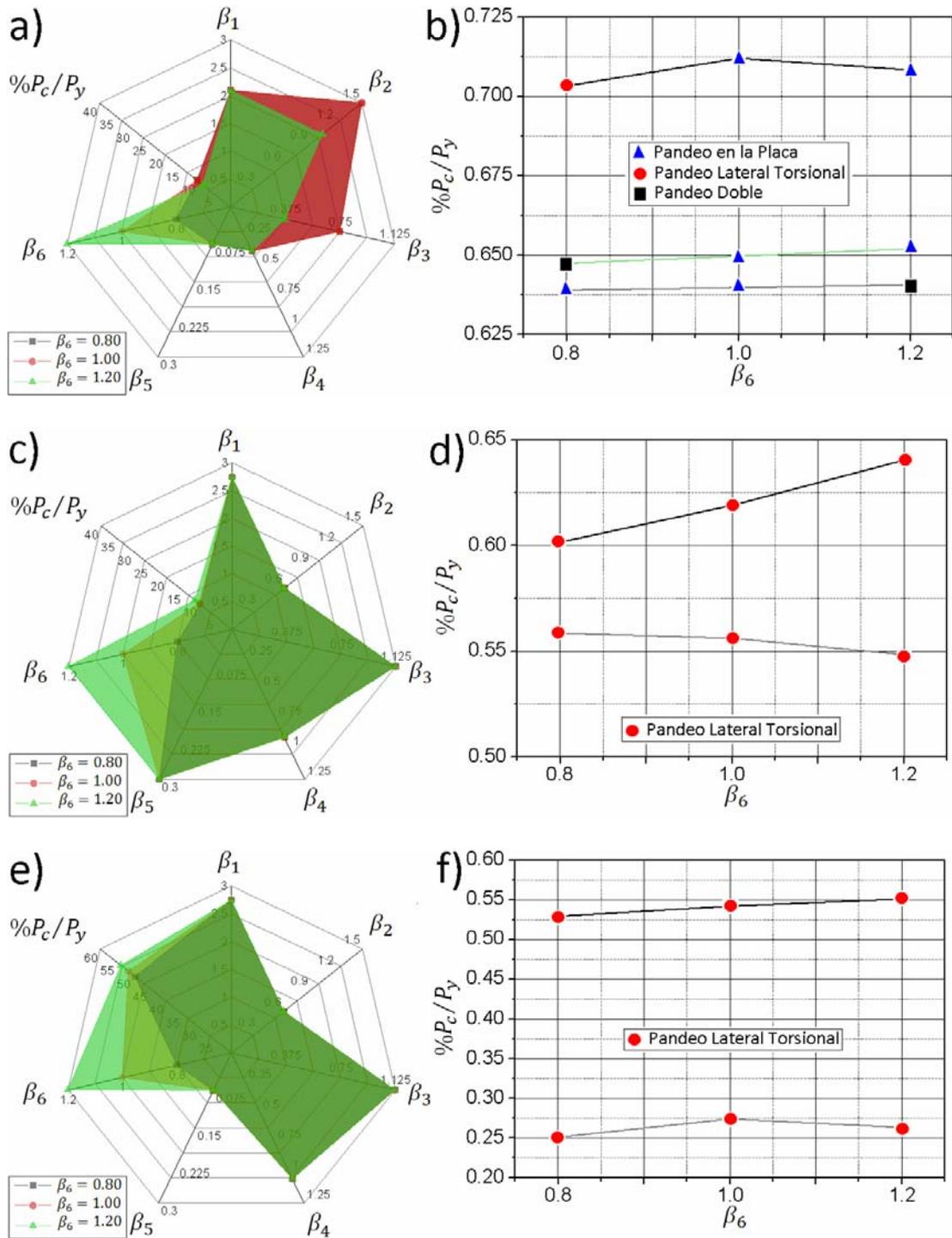
De los resultados presentados en las Figuras 5.10 y 5.11 se aprecia que la sensibilidad de este parámetro es la menos significativa de todos los parámetros analizados, toda vez que no origina grandes variaciones en el factor de carga. Sin embargo, se debe mencionar que este parámetro es el único capaz de originar un cambio del modo de pandeo de la placa al lateral torsional del refuerzo, esto es debido a que una reducción de este parámetro conlleva a tener un ala más débil y precisamente es este elemento el que agrega mucha rigidez al refuerzo para evitar el pandeo del refuerzo.



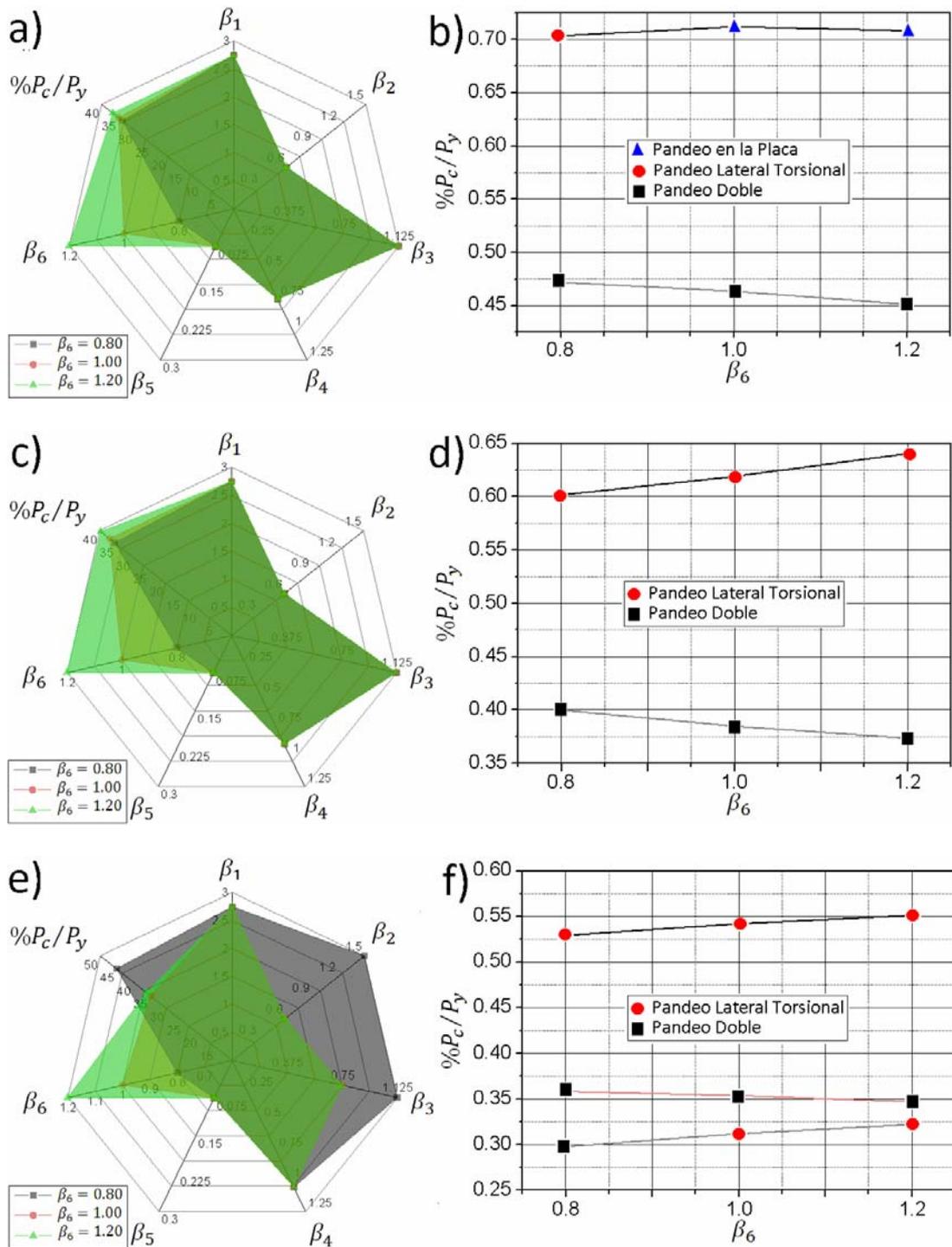
**Figura 5.8:** Análisis de sensibilidad del parámetro  $\beta_5$  cuando no existe cambio en el modo de pandeo - (a-b), (c-d) y (e-f) configuración de los paneles - factor de carga ante los diferentes valores de  $\beta_5$  analizados para: frontera superior de pandeo en la placa, la zona intermedia y frontera inferior del pandeo lateral torsional del refuerzo, respectivamente.



**Figura 5.9:** Análisis de sensibilidad del parámetro  $\beta_5$  cuando existe cambio en el modo de pandeo - (a-b), (c-d) y (e-f) configuración de los paneles - factor de carga ante los diferentes valores de  $\beta_5$  analizados para: frontera superior de pandeo en la placa, la zona intermedia y frontera inferior del pandeo lateral torsional del refuerzo, respectivamente.



**Figura 5.10:** Análisis de sensibilidad del parámetro  $\beta_5$  cuando no existe cambio en el modo de pandeo - (a-b), (c-d) y (e-f) configuración de los paneles - factor de carga ante los diferentes valores de  $\beta_5$  analizados para: frontera superior de pandeo en la placa, la zona intermedia y frontera inferior del pandeo lateral torsional del refuerzo, respectivamente.



**Figura 5.11:** Análisis de sensibilidad del parámetro  $\beta_6$  cuando existe cambio en el modo de pandeo - (a-b), (c-d) y (e-f) configuración de los paneles - factor de carga ante los diferentes valores de  $\beta_6$  analizados para: frontera superior de pandeo en la placa, la zona intermedia y frontera inferior del pandeo lateral torsional del refuerzo, respectivamente.

#### 5.4 DISCUSIÓN FINAL

A lo largo de este capítulo evaluamos el comportamiento individual de cada parámetro considerado a fin de evaluar la sensibilidad de este sobre el factor de carga del panel y el modo de pandeo. En general podemos afirmar que para paneles gobernados por el pandeo en la placa ( $\beta_1$  pequeño a mediano y  $\beta_4$  generalmente pequeño) el parámetro  $\beta_2$  presenta una sensibilidad de media a baja, el parámetro  $\beta_3$  presenta una baja sensibilidad, el parámetro  $\beta_5$  presenta una sensibilidad elevada y finalmente el parámetro  $\beta_6$  presenta una sensibilidad prácticamente nula.

Por otro lado, para paneles gobernados por el pandeo lateral torsional del refuerzo ( $\beta_1$  mediano a alto y  $\beta_4$  generalmente elevado) la sensibilidad del parámetro  $\beta_2$  es mediana, la del parámetro  $\beta_3$  se torna alta, la del parámetro  $\beta_5$  se vuelve aún más importante y finalmente la del parámetro  $\beta_6$  se mantiene despreciable.

## CONCLUSIONES

Como resultado de esta tesis podemos dar las siguientes conclusiones específicas:

1. El modelo numérico basado en el grupo de parámetros adimensionales seleccionados es capaz de predecir el modo y carga de pandeo para paneles elaborados con un mismo material, presentando además una buena relación eficiencia/tiempo computacional. Sin embargo en el comportamiento de post-pandeo del panel no presenta una buena correlación, toda vez que ninguna variable en el régimen plástico ha sido considerada en el análisis dimensional.
2. Los modos de pandeo locales son los más desfavorables, siendo el pandeo en la placa el más sensible ante cambios en la magnitud de las imperfecciones iniciales y en la forma deformada inicial.
3. El pandeo lateral torsional del refuerzo es el único modo de pandeo que origina el colapso del panel reforzado por la pérdida abrupta de la capacidad de carga.
4. Los parámetros  $\beta_2$  y  $\beta_3$  presentan una sensibilidad baja cuando existe un pandeo de la placa y una sensibilidad media a alta en el pandeo lateral torsional del refuerzo.
5. El parámetro  $\beta_5$  presenta una sensibilidad alta en todos los modos de pandeo considerados.
6. El parámetro  $\beta_6$  presenta una sensibilidad prácticamente despreciable en todos los casos analizados.
7. Es posible predecir el comportamiento de un conjunto de paneles reforzados con los parámetros  $\beta_1$ ,  $\beta_4$  y  $\beta_5$ .

## Referencias Bibliográficas

- [1] Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., Theory of Elastic Stability, Second Edition, Engineering Societies Monographs, McGraw Hill, N.Y, 1961.
- [2] Reddy, J. N., An introduction to nonlinear finite element analysis, Second Edition, Oxford Edition, 2004.
- [3] Clark I. A., The Management of Merchant Ship Stability, Trim and Strength, Nautical Institute England, O'Sullivan Printing Corporation, London, 2002.
- [4] Paik J.K. and Thayamballi A.K., Ultimate Limit State Design of Steel-Plated Structures, John Wiley & Sons, Limited, 2003.
- [5] Grondin, G.Y., Chen, Q., Elwi, A.E and Cheng, J.J.R., Buckling of Stiffened Steel Plates – Validation of a Numerical Model, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 45, No. 2, pp. 125 – 148, 1998.
- [6] Reis, A. e Camotim, D., Estabilidade Estrutural, Departamento de Engenharia Civil e Arquitectura Instituto Superior Técnico de Lisboa, McGraw Hill, Lisboa, 2001.
- [7] Paik J.K. and Thayamballi A.K., Ship-Shaped Offshore Installations DESIGN, BUILDING, AND OPERATION, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2007.
- [8] Det Norske Veritas, RECOMMENDED PRACTICE DNV-RP-C201, BUCKLING STRENGTH OF PLATED STRUCTURES, 2010.
- [9] Faulkner, D., A Review of Effective Plating for use in the Analysis of Stiffened Plating in Bending and Compression, Journal of Ship Research, Vol. 19, No. 1, pp. 1 – 17, 1975.
- [10] Carlsen, C.A. and Czujko, J., The Specification of Post Welding Distortion Tolerances for Stiffened Plates in Compression, The Structural Engineer, Vol. 56A, No. 5, pp. 133 – 141, 1978.

- [11] Carlsen, C.A., A Parametric Study of Collapse of Stiffened Plates in Compression, *The Structural Engineer*, Vol. 58B, No. 2, pp. 33 – 40, 1980.
- [12] Bornscheuer, F. W., The effect of residual stresses on the buckling loads of columns, plates and shells made of steel. IIW-Doc. XV, 1987.
- [13] Smith, C.S., Anderson, N., Chapman, J.C., Davidson, P.C. and Dowling, P.J., Strength of Stiffened Plating under Combined Compression and Lateral Pressure, the Royal Institute of Naval Architecture, Vol. 133, pp. 131 – 147, 1991.
- [14] Kmiecik, M., The Influence of Imperfections on the Load Carrying Capacity of Plates under Uniaxial Compression, *Ship Technology Research*, vol. 39, pp.17-27, 1992.
- [15] Kmiecik, M., Jastrzebski, T. E and Kuzniar, J., Statistics of ship plating distortions, *Marine Structures*, 8, n. 2, pp.119-132, 1995.
- [16] Hu, S.Z., A Finite Element Assessment of the Buckling of Strength Equations of Stiffened Plates, Second Canadian Marine Dynamics Conference, Vancouver, British Columbia, Aug. 9 -11, pp. J1 - J 10,1993.
- [17] Ghavami, K., Experimental Study of Stiffened Plates in Compression up to Collapse, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 28, pp. 197 – 221, 1994.
- [18] Hu, S.Z., Chen, Q., Pegg, N. and Zimmerman, T.J.E., Ultimate Collapse Tests of Stiffened-Plate Ship Structural Units, *Marine Structures*, Vol. 10, pp. 587 – 610, 1997.
- [19] Grondin, G.Y., Elwi, A.E. and Cheng, J.J.R., Buckling of Stiffened Steel Plates – A Parametric Study, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 50, No. 2, pp. 151 – 175, 1999.

- [20] Paik, J.K., The effective use of experimental and numerical data for validating simplified expressions of stiffened steel panel ultimate compressive strength, *Marine Technology*, v. 44, pp. 93-105, 2007.
- [21] Gordo, J.M., Resistência de placas imperfeitas sob compressão axial. XIV Congresso SOBENA, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.
- [22] Sheikh I., Grondin G., Elwi A., Stiffener Tripping in Stiffened Steel Plates. Structural Engineering Report No.236. University of Alberta, Canada, 2003.
- [23] Steen, E., Byklum, E., Vilming, K. G., Østvold, T., "Computerized buckling models for ultimate strength assessment of stiffened ship hull panels". 9th Symposium on Practical Design of Ship and Other Floating structures (PRADS), Luebeck-Travemuend, Gemany, pp.235-242, 2004.
- [24] Estefen T. P., Influência das Distorções de Fabricação no Comportamento Estrutural de Painéis Enrijecidos de Plataforma Semissubmersível sob Compressão Axial, Dissertação de mestrado-UFRJ/COPPE – Rio de Janeiro, Brasil, 2006.
- [25] Mateus, A. F., Witz, J. A., Parametric study of the post-buckling behavior of steel plates, *Engineering Structures*, 23, pp. 172-185, 2001.
- [26] Manco M. R., Flambagem de Painéis de Aço Enrijecidos em Diferentes Temperaturas, Dissertação de mestrado-UFRJ/COPPE – Rio de Janeiro, Brasil, 2011.
- [27] Pangiotopoulos, G.D., Ultimate Torsional Strength of Flat-Bar Stiffeners Attached to Plating under Axial Compression, *Marine Structures*, Vol. 5, pp. 535 – 557, 1992.
- [28] Danielson, D.A., Kihl, D.P., and Hodges, D.H., Tripping of Thin-Walled Plating Stiffeners in Axial Compression, *Thin-Walled Structures*, Vol. 10, pp. 121 – 142, 1990.

- [29] Paik, J.K., Thayamballi, A. K., Pedersen, P. T. and Park, Y. I., Ultimate strength of ship hulls under torsion, *Ocean Engineering*, v. 28, pp. 1097-1133, 2001.
- [30] Hughes, O.F. and Ma, M., Elastic Tripping Analysis of Asymmetrical Stiffeners, *Computers and Structures*, Vol. 60, No. 3, pp. 369 – 389, 1996.
- [31] Balaz, I. and Murray, N.W., A Comparison of Some Design Rules with Results from Tests on Longitudinally Stiffened Deck Plates of Box Girders, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 23, pp. 31 – 54, 1992.
- [32] ABAQUS/Standard Version 6.9-2, Copyright © 2009 ABAQUS, Inc.
- [33] MPDB Version 7.08, Copyright © 2009, JAHM Software, Inc.
- [34] Chi L. E., Grondin G., Elwi A., Interaction Buckling Failure of Stiffened Steel Plates. *Structural Engineering Report No. 264*. University of Alberta, Canada, 2006.
- [35] Trovoado L. C., Influência das distorções geométricas iniciais na resistência estrutural de navios tanque, *Dissertação de mestrado-UFRJ/COPPE – Rio de Janeiro, Brasil, 2010*.
- [36] Riks, E., An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 15, pp. 529 – 551, 1979.
- [37] Mônica C. J., Procedimentos e estratégias para solução de problemas estáticos com não-linearidade geométrica, *Dissertação de mestrado-UFRJ/COPPE – Rio de Janeiro, Brasil, 2000*.