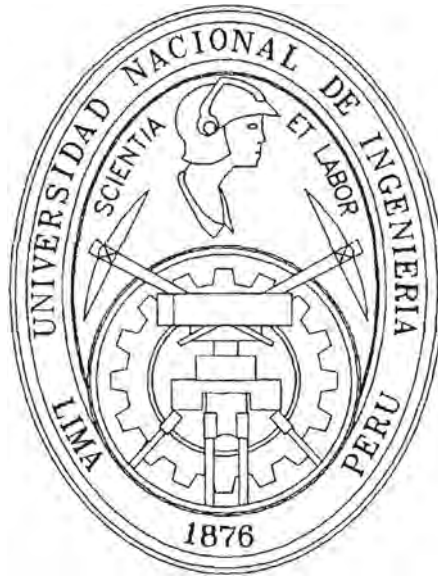


UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA NAVAL



“INFLUENCIA DE LA MEMORIA FLUIDA EN LA RESONANCIA PARAMETRICA
DE UN BARCO PESQUERO”

PROYECTO DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE
INGENIERO NAVAL

MIGUEL ANGEL CELIS CARBAJAL

PROMOCIÓN 2003-II

LIMA – PERÚ

2008

II

A Dios y a mis padres, José y Susana por la
motivación constante en el camino de superación.

En especial a mi madre que con su ejemplo me enseñó el camino
de la superación con humildad.

A mis hermanos por el constante apoyo
y sus consejos que me fortalecen.

III

AGRADECIMIENTOS

En especial a los profesores del área de ingeniería en naval, por el apoyo, amistad y estímulo que con su valiosa orientación forman los profesionales de nuestro país.

A los profesores de la Facultad de Ingeniería Mecánica por los conocimientos transmitidos y amistad, a mis amigos e colegas por el compañerismo y a todo el personal de la FIM y APEIN por la amistad y apoyo.

ÍNDICE

PROLOGO	01
CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN	05
1.1 Generalidades	07
1.2 Rolido Resonante Clásico	08
1.3 Rolido Parametrico	09
1.4 Efecto de la Memoria Fluida	11
1.5 Antecedentes del Escenario Actual	13
CAPITULO 2: MODELO MATEMÁTICO	25
2.1 Formulación del Problema	26
2.2 Sistemas de Referencia	26
2.3 Definiciones Relevantes	30
2.3.1 Frecuencia de Encuentro ω_e	30
2.3.2 Ola Regular	30
2.3.3 Función Impulso Unitario	31
2.4 Ecuaciones Generales del Movimiento	32
2.4.1 Conservación del Momentum Lineal	32
2.4.2 Conservación del Momentum Angular	33
2.5 Representación de la Fuerza Fluida	35
2.5.1 Teoría de las Pequeñas Perturbaciones	37
2.5.2 Desvío de Movimiento Lento	38
2.5.3 Coeficientes Oscilatorios	42

2.5.4	Representación Funcional	47
2.5.4.1	Relación Desvíos y la Función de Respuesta al Impulso Unitario	53
2.5.5	Función de Respuesta Impulsiva de la Irradiación	57
2.6	Ecuaciones de Movimientos Lineales	58
2.6.1	Modelo Clásico	58
2.6.2	Modelo Íntegro-Diferencial Lineal	58
2.7	Sistema de Ecuaciones No-lineales	63
2.7.1	Modelo Propuesto	64
2.8	Coefficientes Hidrodinámicos y Fuerzas de Excitación	72
2.9	Consideraciones de Cálculo de las Integrales Función Memoria Fluida	74
2.10	Coefficiente de Amortiguamiento No-lineal	76
2.11	Restauración No-lineal	79
2.11.1	Coefficiente de Restauración Debido al Paso de la Ola	81
CAPITULO 3: ANÁLISIS Y RESULTADOS		84
3.1	Generalidades	85
3.2	Validación Numérica de la Función Memoria Fluida	85
3.2.1	Pruebas de Decaimiento	86
3.2.2	Decaimiento de Cuerpos con Formas simples	88
3.2.2.1	Semi-Esfera	88
3.2.2.2	Cilindro en Posición Vertical	92
3.2.3	Modelo Analítico	96
3.2.4	Barco Contendor	98

VI

3.3	Barco Pesquero TS (transom stern)	101
3.3.1	Características Principais del Barco Pesquero TS	102
3.3.2	Decaimiento en Rolido Lineal	106
3.4	Comparaciones Numéricas con y sin Influencia de la Memoria Fluida	108
3.5	Coeficientes Hidrodinámicos Empleados en obtención de las Respuestas No-Lineales en Arfada, Rolido y Cabeceo	110
3.6	Respuestas No-Lineales en Arfada, Rolido y Cabeceo – en el Dominio del Tiempo	111
	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	124
	Conclusiones y Recomendaciones Generales	124
	Trabajos Futuros	127
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	130
	APÉNDICE I	139
	APÉNDICE II	162
	APÉNDICE III	167

VII

LISTA DE SÍMBOLOS

GENERAL

- g - aceleración de la gravedad;
- ρ - densidad del agua;
- x, y, z - ejes del sistema de coordenadas móvil (solidario al barco);
- X, Y, Z - ejes del sistema de coordenadas inercial (fijo a la tierra);
- $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ - ejes del sistema de coordenadas inercial (en el plano promedio de flotación);

BARCO Y OLA

- ζ - elevación de la ola (m);
- A_w - amplitud de la ola (m);
- Fn - número de Froude;
- L_w - longitud de la ola (m);
- K - número de la ola;
- χ (ksi) - ángulo de incidencia de la ola ($^\circ$);
- m - masa del barco;
- I_{xx}, I_{yy} - momentos de inercia del barco con respecto a los ejes \bar{x} y \bar{y} respectivamente;
- A_0 - área del plano de flotación de la posición promedio del barco;
- x_{f0} - coordenada longitudinal del centroide del plano de flotación;
- ξ, φ, ϑ - perturbaciones de los modos de arfada roldo y cabeceo;
- ω_w - frecuencia de la ola (rad/s);

VIII

- ω_e - frecuencia de encuentro (rad/s);
- ω_{n4} - frecuencia en natural de rolido (rad/s);
- x, y, z - desplazamientos del barco en la dirección de los ejes, x, y, z , respectivamente (avance, desvío y arfada);
- u, v, w - velocidad del barco en la dirección de los ejes x, y, z , respectivamente;
- ϕ, θ, ψ - desplazamientos angulares del barco en la dirección de los ejes, x, y, z respectivamente (rolido, cabeceo y giñada);
- Ω, p, q, r - vector velocidad angular del barco y sus componentes en la dirección de los ejes x, y, z , respectivamente;
- $\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$ - aceleraciones angulares del barco en la dirección de los ejes x, y, z , respectivamente;
- U - velocidad de avance del barco;
- Z_w, K_w, M_w - excitaciones externas ejercidas sobre el barco debido a las olas en los movimientos de arfada, rolido y cabeceo;

FUNCIÓN MEMORIA

- L_{ij} - funciones memoria de los modelos arfada, rolido, cabeceo y acoplamientos;
- H_{ij} - integral de convolución de los términos de memoria fluida y velocidad
- R - radio de la esfera o radio de la base del cilindro
- a - longitud característica;

COEFICIENTES DE MASA ADICIONAL Y AMORTIGUAMIENTO

$Z_{\ddot{z}}, K_{\ddot{\phi}}, M_{\ddot{\theta}}$ - coeficientes de masa adicional en arfada, rolido y cabeceo,

respectivamente;

$Z_{\ddot{\theta}}, M_{\ddot{z}}$ - coeficientes de masa adicional en los movimientos acoplados de

arfada y cabeceo;

$Z_{\dot{z}}, K_{\dot{\phi}}, M_{\dot{\theta}}$ - coeficientes de amortiguamiento lineal en arfada, rolido y

cabeceo, respectivamente;

$K_{|\dot{\phi}|^2}$ - coeficientes de amortiguamiento cuadrático en rolido;

COEFICIENTES DE RESTAURACIÓN***Lineal***

$Z_{z}, K_{\phi}, M_{\theta}$ - coeficientes de restauración lineal en arfada, rolido

cabeceo, respectivamente;

Z_{θ}, M_{z} - coeficientes de restauración lineal entre los movimientos acoplados

arfada y cabeceo;

Segunda orden

$Z_{zz}, Z_{z\theta}, Z_{\phi\phi}, Z_{\theta\theta}$ - coeficientes de restauración en arfada;

$K_{z\phi}, K_{\phi\theta}$ - coeficientes de restauración en rolido;

$M_{zz}, M_{z\theta}, M_{\phi\phi}, M_{\theta\theta}$ - coeficientes de restauración en cabeceo;

Tercera orden

$Z_{zzz}, Z_{zz\theta}, Z_{\phi\phi z}, Z_{\phi\phi\theta}, Z_{\theta\theta z}, Z_{\theta\theta\theta}$ - coeficientes de restauración en arfada;

$K_{zz\phi}, K_{\phi\phi\phi}, K_{\theta\theta\phi}$ - coeficientes de restauración en rolo;

$M_{zzz}, M_{zz\theta}, M_{\phi\phi z}, M_{\phi\phi\theta}, M_{\theta\theta z}, M_{\theta\theta\theta}$ - coeficientes de restauración en cabeceo;

$K_{z\phi\theta}$ - coeficiente de restauración entre los movimientos acoplados de arfada, rolo y cabeceo;

Debido al Paso de la Ola**Segunda Orden**

$Z_{\zeta\phi}, Z_{\zeta\theta}$ - en arfada;

$K_{\zeta\phi}$ - en rolo;

$M_{\zeta z}, M_{\zeta\theta}$ - en cabeceo;

Tercera orden

$Z_{\zeta\zeta z}, Z_{\zeta\zeta\theta}, Z_{\zeta\zeta\phi}, Z_{\zeta\zeta\theta}, Z_{\phi\phi\zeta}, Z_{\theta\theta\zeta}$ - en arfada;

$K_{\zeta\zeta\phi}, K_{\zeta\zeta\theta}, K_{\zeta\phi\theta}$ - en rolo;

$M_{\zeta\zeta z}, M_{\zeta\zeta\theta}, M_{\zeta\zeta\phi}, M_{\zeta\zeta\theta}, M_{\phi\phi\zeta}, M_{\theta\theta\zeta}$ - en cabeceo

LISTA DE ABREVIATURAS

- A - Constante de Masa Adicional;
 B - Constante de Amortiguamiento con frecuencia infinita;
 C - Constante de Amortiguamiento con frecuencia cero;
 CEE - Curva de Estabilidad Estática;

XI

FRI	-	Función de Respuesta Impulsiva;
I	-	Parte imaginaria;
IN	-	En fase;
QUAD	-	En cuadratura;
R	-	Parte Real;
RA EL	-	Response Amplitude Operators (Funções-transferência);
TF	-	Transformada de Fourier;
TIF	-	Transformada Inversa de Fourier;
TS	-	Transom Stern (popa tipo espejo);

PROLOGO

Basado en la literatura existente mencionada en el capítulo 1 en relación a la resonancia paramétrica y efectos de memoria fluida que afectan los movimientos del barco, se puede decir que es importante la consideración de los efectos de memoria fluida en el fenómeno de la Resonancia Paramétrica.

Vale observar que en el proceso de desarrollo de la Resonancia Paramétrica, especialmente en mar de frente, los modos verticales de arfada y cabeceo son excitados en una dada frecuencia de encuentro. Por un mecanismo característicamente asociado a la desestabilización dinámica, la respuesta del barco en Resonancia Paramétrica se da en la frecuencia natural. La sintonía fundamental, del punto de vista de Mathieu, se da en la relación de la frecuencia de encuentro próxima a dos veces la frecuencia natural de rolido. Por tanto, una seria pregunta de orden teórica se coloca: las masas adicionales y amortiguamientos en arfada y cabeceo son computados en la frecuencia de encuentro, mientras que en rolido los respectivos coeficientes son computados en la frecuencia natural, o sea, en una frecuencia bien distante.

Por otro lado, siendo la Resonancia Paramétrica un fenómeno esencialmente no-lineal, las respuestas envolviendo grandes excitaciones paramétricas contendrán más de una contribución en frecuencia (súper - armónicos). Esto se constituye en una segunda fuente de inseguridades en la especificación de los

coeficientes hidrodinámicos participantes del modelo computacional que ordena la integración en el dominio del tiempo.

Finalmente, para que se investigue la Resonancia Parametrica en el dominio del tiempo en mar irregular, nuevamente se coloca la pregunta de la necesidad de representarse las acciones hidrodinámicas por medio de la integral de convolución.

El objetivo de la tesis es presentar una alternativa para el cálculo de las respuestas del movimiento del barco, dando continuidad a la línea de investigación sobre el estudio de la resonancia parametrica. De la misma forma, solucionar las ecuaciones de movimiento llevando en cuenta los efectos de la memoria fluida en la resonancia parametrica y, en general, analizar las consecuencias de eso para el movimiento de rolo del barco.

Así, en esta tesis se pretende unir los dos conceptos, el de Resonancia Parametrica y el de memoria fluida, calculando en el dominio de la frecuencia los coeficientes hidrodinámicos y la función memoria en el dominio del tiempo, tal que con esto posamos a introducir la integral de convolución como parte de una Transformada Inversa de Fourier (T.I.F.) y relacionar los procedimientos en los dominios de la frecuencia y del tiempo.

Esta tesis fue parcialmente basada en el estudio realizado por Rodríguez (2004) de la Resonancia Parametrica en tres grados de libertad, arfada, rolo y cabeceo y sus no linealidades, así como se hace la aplicación de la formulación de Cummins (1962) y Bishop *et al.* (1973) para el análisis de movimientos de cuerpos flotantes, en el dominio del tiempo.

En el Capítulo 1 se hace un resumen de algunos trabajos realizados sobre la Resonancia Paramétrica y estudios que envuelven la influencia de la memoria fluida basados en el trabajo de Cummins (1962) y Bishop *et al.* (1973).

En el Capítulo 2 se desarrolla el modelo formulado con base en los sistemas de coordenadas utilizados. El modelo matemático integro-diferencial en el dominio del tiempo incluye la función memoria fluida como principal aporte en el cálculo de las fuerzas y momentos del barco. Se presentan las ecuaciones del movimiento del barco a nivel lineal y no lineal. Son introducidos los términos de acoplamientos entre los movimientos de arfada, cabeceo y rolido del barco.

En el Capítulo 3, se presenta de inicio modelos de formas simples para validar el modelo propuesto (semi-esfera y cilindro vertical) ambos en decaimiento en arfada. Y aún se presenta un modelo analítico que calcula los coeficientes hidrodinámicos y la función memoria fluida y se compara con el modelo propuesto de forma numérica. Finalmente, se presentan los decaimientos de arfada para un barco porta - contendor y barco pesquero transom stern en decaimiento en rolido.

Se presentan las respuestas de las series temporales calculadas con el modelo propuesto, que incluye los efectos de la memoria fluida en la Resonancia Paramétrica y se compara con el modelo de Rodríguez (2004). Las no linealidades debidas al amortiguamiento y velocidad de avance, así como la expansión de la restauración y o efectos debido al paso de la ola hasta tercera orden y los efectos de la memoria fluida en los tres grados de libertad arfada rolido y cabeceo son analizados.

En el Capítulo 4, se presentan las conclusiones y observaciones obtenidas en el desarrollo de este trabajo. Se analiza la importancia de la inclusión de los efectos de memoria fluida, específicamente sobre el Ruido Paramétrico. Al final son hechas las recomendaciones para trabajos posteriores en la continuación a esta línea de investigación.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Organismos e instituciones internacionales se encuentran estudiando los movimientos del barco y su estabilidad dinámica debido a su grande importancia para la seguridad del hombre y medio ambiente así como el buen desempeño del barco. Un barco en el mar es susceptible a la influencia de las olas que pueden ocasionar movimientos de grandes amplitudes en pocos ciclos, dentro de este contexto son estudiados los modos potenciales de volcadura siendo uno de estos el fenómeno conocido como Resonancia Parametrica en rolo. Es uno de los temas más importantes que deben ser analizados. France et al (2003) publicaron que un barco porta-contentores tipo post-Panamax C11 en condiciones de Resonancia Parametrica alcanzó grandes movimientos ocasionando daños a la carga. En general se ha estudiado la Resonancia Parametrica teniendo en cuenta modelos matemáticos en las cuales se asume que las olas radiadas por el barco en la superficie libre son de forma armónica y en una frecuencia. En esta tesis se presentará análisis del modelo que permite captar la influencia de los efectos de memoria fluida.

1.1 Generalidades

Los movimientos del barco son causados por la excitación de las olas y pueden ser descompuestos en seis grados de libertad. Del punto de vista de la estabilidad en olas, el más crítico de estos movimientos es el de rolido, debido a los bajos momentos de inercia y amortiguamientos presentes en el fenómeno, existiendo la propensión de ese modo a alcanzar grandes amplitudes, sea por excitación directa (Rolido Resonante Clásico) o interna (Rolido Perimétrico). La excitación interna puede suceder cuando la frecuencia de la ola y la velocidad de avance, así como el ángulo de incidencia de la ola, ofrecen valores tales que la frecuencia de encuentro se aproxime una o dos veces el valor de la frecuencia natural de rolido.

Cuando el barco se encuentra en una de estas situaciones, se mueve de forma arbitraria produciendo olas en varias frecuencias, que son radiadas en la superficie libre, alejándose del barco. Por otro lado, efectos viscosos alrededor del casco son producidos por la interacción entre la superficie del casco y el agua, siendo que la emisión de vórtices está asociada a los desplazamientos relativos y a las tensiones cizallantes que suceden en la capa límite del fluido. Estos dos efectos, olas y verticidades, son importantes en el cálculo del amortiguamiento y consecuentemente de las fuerzas y momentos hidrodinámicos. Estos son los mecanismos básicos que proporcionan la disipación de la energía que el barco transmite al medio.

Ambos son contribuidores para la caracterización de la función memoria fluida, una vez que sus acciones instantáneas dependen de los movimientos anteriores del barco. Para captar estas características y estudiar sus efectos en la

resonancia paramétrica se utiliza el concepto ofrecido por Cummins (1962), en el cual una ecuación en el dominio del tiempo está relacionada con el mismo funcional en el dominio de frecuencia.

De la misma forma Bishop, Burcher y Price en (1973) propusieron la representación funcional en la cual las fuerzas y momentos pueden ser considerados como pequeñas perturbaciones (función de respuesta a los impulsos). Estos efectos pueden ser determinados a través de mecanismos de movimiento en el plano (PMM). Este es un dispositivo que permite medir los datos que ofrecen las Transformadas de Fourier y estas son utilizadas en el método mencionado.

La energía en los modos de cabeceo y arfada debida a la excitación directa de las olas puede ser transferida al movimiento en rolido por medio de los acoplamientos no lineales entre estos modos, tal que aquí podemos decir que el movimiento en rolido puede ser excitado indirectamente.

Los mecanismos de excitación interna del movimiento de rolido son debidos a los acoplamientos no lineales de los modos verticales con el modo en rolido. El mecanismo de excitación interna es investigado en la presente tesis de forma analítica y numérica. Para una mejor percepción de los dos mecanismos de resonancia, describiremos brevemente a continuación sus características esenciales.

1.2 Rolido Resonante Clásico

El mecanismo de excitación interna no debe ser confundido con o la excitación directa. El fenómeno de rolido resonante clásico es causado por la

excitación directa de las olas del mar sobre el barco, no siendo directamente relacionado con los modos verticales. Este tipo de fenómeno puede ocurrir en olas de través u oblicuas. Si un barco con cierta velocidad de avance fuera perturbado por olas con cierta frecuencia y ángulo de incidencia tal que determine una frecuencia de encuentro próxima a la frecuencia natural de rolo ($\omega_e = \omega_{r\phi}$), pueden entonces ocurrir condiciones resonantes que llevan al barco a alcanzar movimientos de grandes amplitudes. En olas estrictamente longitudinales y cascos simétricos, el movimiento de rolo causado por la excitación directa de las olas no es posible, conforme presentan Bhattacharyya (1978), Lewis (1989) y Lloyd (1989).

1.3 Rolido Paramétrico

A hora vamos describir el rolo paramétrico, también conocido como rolo auto-paramétrico. Este fenómeno sucede cuando el barco es excitado internamente por las variaciones periódicas de ciertos parámetros caracterizadores de la rigidez del sistema oscilatorio. Estas variaciones periódicas se deben esencialmente a los acoplamientos no lineales de los movimientos en arfada cabeceo y rolo.

El barco puede llegar alcanzar ciertas frecuencias de encuentro cuando está posicionado en mar de proa o popa (olas longitudinales), de tal forma que el movimiento del barco varíe periódicamente, y varíe así el volumen sumergido en el dominio del tiempo. Esto producirá cambios en la altura metacéntrica y consecuentemente en la curva de restauración. Esto puede llevar a la desestabilización paramétrica del movimiento de rolo. La inestabilidad paramétrica se vuelve potencialmente muy peligrosa para barcos de pequeño tamaño. En ese tipo de barcos puede desarrollarse la Resonancia Paramétrica en condiciones de mar moderados, como observado por Neves (2002).

En la Figura 1.1 se presenta la distribución no uniforme de la superficie de la ola, en la condición del barco en olas longitudinales. La ola, junto con los movimientos verticales de arfada y cabeceo, hacen que la geometría del volumen sumergido varié a lo largo del tiempo. Esta variación tiene como consecuencia cambios cíclicos de las características restaurativas del barco, como la curva de restauración (curva de \overline{GZ}), que caracteriza la estabilidad estática del rolo. En la Figura 1.1 se presenta el caso **A** cuando la cresta de la ola se encuentra en la sección maestra del barco. Ya para el caso **B** el valle de la ola se encuentra en la sección maestra del barco: esta variación cíclica hace variar las características del barco en el dominio del tiempo. Por causa de la variación de los parámetros que son definidos en la ecuación linear, el fenómeno dinámico es llamado de excitación paramétrica. Esto sucederá pasando de la condición **A** ala **B** y vice-versa.

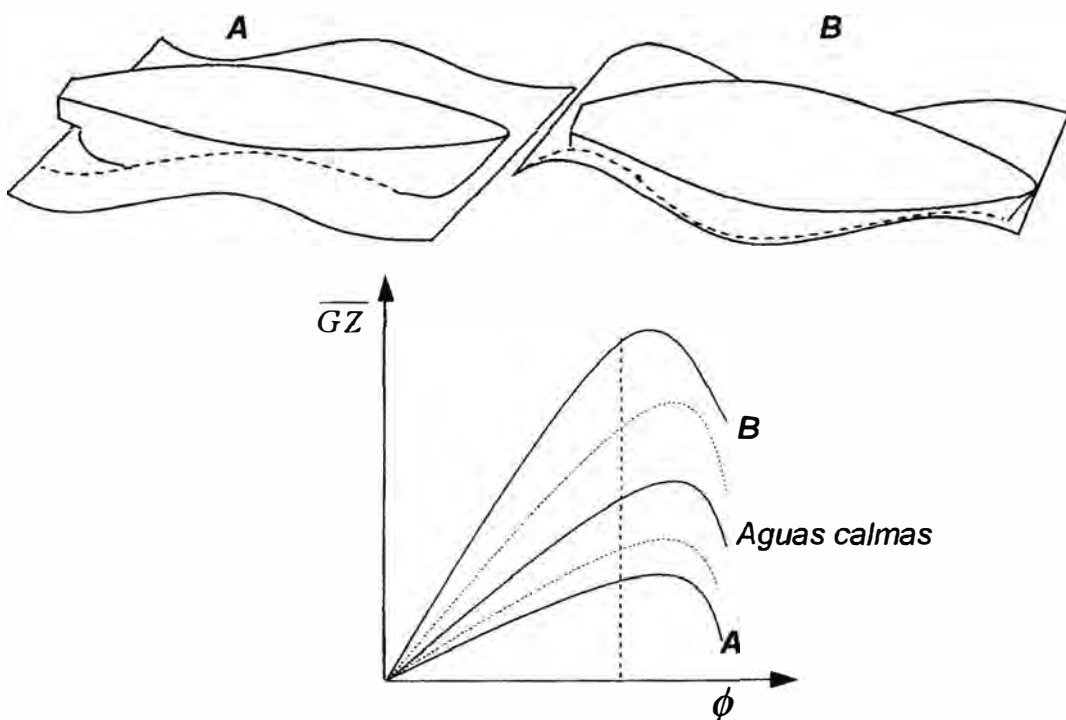


Figura 1.1: Curvas del brazo adrizante (\overline{GZ}) en función del ángulo de inclinación (ϕ) en olas regulares.

La condición más crítica de la inestabilidad paramétrica es cuando el barco navega en olas longitudinales y con olas de longitudes en la orden del tamaño del barco, resultando una frecuencia de encuentro próxima a dos veces la frecuencia natural de rolo del barco. Bajo esta consideración, la dinámica del movimiento paramétrico es determinada tal que cuando la cresta de la ola pasa por la sección maestra del barco, como se muestra en la Figura 1.1 en el caso A, la estabilidad del barco en rolo se reducirá considerablemente por algún tiempo, permitiendo que un grande ángulo de rolo para una de los lados (estribor o babor) pueda ser alcanzado; pero la ola continuará pasando por el barco y en seguida el valle se posicionará en la sección maestra, como se muestra en la Figura 1.1 en el caso B, resultando entonces un aumento temporal de la estabilidad. Esto hará con que el barco aún escorándose, vuelva para a su posición de equilibrio con más restauración, haciendo con que en la hora de pasar por esta posición, el barco tenga alcanzado una alta velocidad angular en rolo en el sentido del lado contrario. Mientras tanto, otra cresta de la ola ya estará pasando por la sección media del barco, reduciendo nuevamente la estabilidad, y tomando en cuenta la tendencia del barco para escorar a ese mismo lado contrario, favorecida por la disminución de la restauración. Esto sucederá de la misma forma para la otra banda del barco y continuará repitiendo-se y alcanzando en cada ciclo, progresivamente, ángulos mayores de rolo. En olas regulares este sincronismo se repite amplificando hasta alcanzar un equilibrio dinámico del tipo llamado ciclo limite o hasta el barco volcar.

1.4 Efecto de la Memoria Fluida

En el estudio de la maniobrabilidad del barco en aguas calmas los coeficientes hidrodinámicos son considerados como constantes. Asumir esto no es

estrictamente correcto, ya que fue probado por medio de testes experimentales que estos no son constantes.

En la modelación de los movimientos del barco en olas, los coeficientes hidrodinámicos son considerados como funciones dependientes da frecuencia del movimiento, pero sus valores son tomados como constantes, una vez definida la frecuencia de excitación. Las ecuaciones del movimiento son denominadas Pseudo-Ecuaciones Diferenciales.

Suponer que los coeficientes hidrodinámicos son constantes no permite interpretar los efectos da historia del movimiento en los valores instantáneos de las fuerzas y momentos hidrodinámicos; en otras palabras, el sistema así modelado no incorpora efectos de la memoria fluida.

Cummins (1962) discutió la inapropiada interpretación teórica de considerar los coeficientes hidrodinámicos como constantes. Por medio de integrales de convolución, llevo en consideración los efectos de la memoria fluida en la representación de las acciones hidrodinámicas.

La aplicación general de la serie de Volterra al movimiento del barco y subsecuente linealización fue discutida por Bishop, Burcher y Price (1973). Estos autores muestran que las fuerzas y momentos de las fuerzas fluidas pueden ser interpretados a través del funcional que considera todos los efectos de la historia de los movimientos del barco.

Se debe entender como efecto de memoria fluida como siendo el conjunto de fenómenos que suceden en la superficie libre y en el agua al redor del casco del barco, siendo estos influenciados en el dominio del tiempo por los efectos anteriores que aún están actuando en las fuerzas hidrodinámicas.

Uno de estos fenómenos es el echo de que el barco moviéndose de forma arbitraria genera olas en varias frecuencias que son radiadas en la superficie libre. Con el pasar del tiempo estas olas se desplazan a lo largo del barco, pero esas olas aún afectan la presión del fluido y consecuentemente la fuerza de radiación. Fenómeno análogo sucede con vórtices generados en la proa que en tiempos posteriores pueden estar adheridos a partes posteriores del casco.

Las integrales de memoria fluida pueden ser consideradas como las fuerzas que actúan en el barco en una dirección determinada en un tiempo t debido a la velocidad impulsiva con su propia dirección en tiempos anteriores τ . Del punto de vista teórico, se mostrará en esta tesis que se puede relacionar a influencia del efecto de memoria fluida con la dependencia de los coeficientes hidrodinámicos en relación a la frecuencia del movimiento. Se espera, que basados en esta conceptualización más promisoría, alcanzar una mejor comprensión sobre la dependencia del fenómeno de la Resonancia Paramétrica con relación a la interviencia de diferentes frecuencias.

1.5 Antecedentes y Escenario Actual

Contribuciones relevantes de estudios de la Resonancia Paramétrica, así como del efecto de la memoria fluida, serán presentadas a continuación con el propósito de colocar el panorama en el cual fue concebido el presente trabajo.

Froude (1863) fue uno de los primeros a percibir el fenómeno de la Resonancia Paramétrica y resaltar que el comportamiento del barco, cuando las frecuencias naturales de cabeceo y rolido están en la relación de 2 a 1, puede presentar movimientos indeseables en rolido.

Kerwin (1955) percibió que el barco en olas longitudinales puede presentar frecuencias de encuentro que pueden generar oscilaciones inestables en rolido, teniendo en cuenta los amortiguamientos lineal y no-lineal. En ese trabajo fue investigada la variación del GM_T (en olas longitudinales) del punto de vista casi-hidroestático, pues los efectos hidrodinámicos provenientes de los movimientos del barco en olas no fueron considerados. La restauración en rolido fue entonces expresada como una función periódica en el dominio del tiempo, y como consecuencia de eso, la ecuación de rolido (considerando un grado de libertad) fue modelada como una ecuación de Mathieu.

Paulling y Rosenberg (1959) consideraron ecuaciones no lineales de movimiento del barco con tres grados de libertad (arfada, rolido, cabeceo). Los términos no lineales considerados en ese trabajo fueron de segunda orden y corresponden a las fuerzas y momentos de restauración sin considerar la forma de la superficie libre. Acoplamientos de las ecuaciones del movimiento: arfada-rolido, cabeceo-rolido y arfada-cabeceo fueron investigados, se observó que los movimientos inestables pueden suceder en cualquier uno de los grados de libertad debido a la excitación de uno de los otros dos. Estas inestabilidades fueron estudiadas a partir de la ecuación de Mathieu, y son encontradas cuando la frecuencia natural del movimiento inestable es aproximadamente la mitad de la

frecuencia natural del movimiento de excitación, o aún cuando dichas frecuencias son aproximadamente iguales.

Paulling (1961) investigo teóricamente y experimentalmente la estabilidad transversal del barco en olas longitudinales, mostrando que la estabilidad del barco en olas difiere significativamente de la estabilidad del mismo barco en aguas calmas, la cual, en algunos casos, es reducida drásticamente. En ese trabajo, para el caso de la estabilidad inicial en rolido, es obtenida una expresión analítica para el momento restaurador en olas considerando el efecto de los movimientos del barco en arfada y cabeceo, así como del paso de la ola.

Blocki (1980) presentó una metodología para la determinación de la probabilidad de sobra del barco en olas irregulares asociadas a la resonancia paramétrica en rolido. El modelo matemático usado en ese trabajo es no-lineal de segunda orden (en la restauración) y asume tres grados de libertad del barco como siendo los más significativos (arfada, rolido y cabeceo), sin embargo considera que la resonancia paramétrica es el resultado del acoplamiento de apenas dos grados de libertad. Expresiones para las amplitudes de excitación paramétrica son obtenidas, y el amortiguamiento no-lineal es considerado. Basado en el método de Krylov-Bogoliubov, es presentada también una solución analítica para la respuesta en rolido en resonancia paramétrica.

Himeno (1981) presenta la formulación de Ikeda, la cual se basa en la hipótesis de que el amortiguamiento total en rolido para un barco puede ser subdividido en cinco partes principales, que envuelven el amortiguamiento por la formación de ola en el casco, fricción, formación de vórtices, sustentación y quillas

de balance en el casco. Este método es del tipo semi experimental, teniendo alcanzado grande aceptación en el campo de la investigación.

Skomedal (1982) estudio la influencia de la resonancia parametrica del movimiento de rolo en la estabilidad. Para el calculo de la excitación parametrica él presento dos métodos: uno analítico lineal basado en el trabajo de Paulling y Rosenberg (1959) y otro numerico no-lineal que considera el acoplamiento de rolo con el movimiento relativo vertical (distancia entre el plano de fluctuación en aguas calmas y la elevación de la ola en la sección maestra), que incluye también el acoplamiento de rolo con el perfil de la ola, usando cálculos hidrostáticos. Numericamente, es notada una contribución adicional en la altura metacentrica inicial cuando es considerada la elevación de la ola. En ese trabajo también es sugerida la inclusión de los diagramas de estabilidad como criterio de evaluación de la estabilidad, y es resaltada la importancia del amortiguamiento.

Pérez (1985) presento el desarrollo de técnicas experimentales para el registro del comportamiento de modelos en escala reducida. son datos analizados de los resultados experimentales de un estudio de inestabilidad parametrica para dos barcos pesqueros en olas regulares por la proa y velocidad nula, resaltandose las diferentes respuestas, asociadas a las diferencias en las formas de popa.

Sanguineti (1985) analizó dinámicamente del punto vista analítico la estabilidad del movimiento de embarcaciones en olas regulares para velocidad de avance nula en condiciones de Resonancia Parametrica. Fueron presentadas dos formulaciones: una considerando el movimiento de rolo desacoplado para olas longitudinales, y otra no-lineal considerando los acoplamientos de arfada, rolo y

cabeceo, válida para olas oblicuas. Las no-linealidades son todas de segunda orden y envuelven apenas los terminos de restauración en aguas calmas. el trabajo investigo numérica y analiticamente la Resonancia Parametrica y os limites de estabilidad para dos pesqueros de dimensiones similares, se encontro nuevas frecuencias resonantes correspondentes a las frecuencias combinadas de arfada y cabeceo resultante de un sistema de ecuaciones de Mathieu acopladas.

Pernambuco (1990) estendio el modelo de Sanguinetti (1985) considerando seis grados de libertad y incorporo el amortiguamiento no-lineal en rolo. Salas (1991) investigo y analiso los limites de estabilidad para os mismos barcos estudiados por Sanguinetti (1985), confirmando la existencia de frecuencias resonantes adicionales que corresponden a las frecuencias combinadas con otros grados de libertad que pueden inducir inestabilidades en bajas frecuencias.

Hua (1992) uso simulaciones numéricas para el estudio del comportamiento de un barco Ro Ro sujeto al movimiento de rolo parametrico en olas longitudinales. La influencia de la velocidad de avance, del valor de KG , de la amplitud de la ola, y de outros parametros, fueron investigados. En este trabajo también fueron considerados la arfada, rolo y cabeceo como los grados de libertad más significativos. Explicitamente, no fue presentada ninguna expresión analítica para la excitación parametrica, pues esta es calculada numericamente basada en un análisis casi-hidrostático. En ese análisis se investigo la influencia de la amplitud y longitud de la ola en la restauracion en rolo y se observo que la variación de la restauración en olas es no-lineal en relación al valor en aguas calmas, y que la frecuencia de rolo del barco en olas cambia en comparación con la frecuencia natural en aguas calmas.

Valerio (1994) estudio la estabilidad de barcos pesqueros en olas longitudinales regulares para velocidad de avance nula. En la investigación de la resonancia paramétrica son considerados relevantes tres grados de libertad: arfada, rolo y cabeceo, siendo que la ecuación de rolo es la única no-lineal. Las no-linealidades corresponden al amortiguamiento y a la restauración (que aún incluye un término cúbico puro). Ese trabajo presenta un grande contribución analítica de la estabilidad en rolo en olas longitudinales, pues incorpora el efecto del paso da ola en la restauración, mejorando así los modelos analíticos presentados inicialmente por Sanguinetti (1985), Pernambuco (1990) y Salas (1991).

Dallinga et al. (1998) estudiaron numérica y experimentalmente el rolo excesivo causado por la resonancia paramétrica en barcos modernos de cruzero con mar de proa y popa. Las simulaciones temporales realizadas consideraran un modelo numérico no-lineal con seis grados de libertad, cuyas respuestas en rolo fueron analizadas por medio de un modelo analítico de un grado de libertad basado en la ecuación de Mathieu. Después de resaltar la importancia de la Resonancia Paramétrica en esas embarcaciones, los autores sugieren la necesidad de un mayor amortiguamiento en rolo por vía de quilla de balances, estabilizadores, etc, bien como el control por parte del proyectista de aspectos de casco que inducen menores variaciones en la parte sumersa y consecuentemente evasión de las sintonías resonantes.

Neves et al (1999) estudiaron analítica, numérica y experimentalmente la estabilidad dinámica de dos barcos pesqueros en olas longitudinales, particularmente la influencia de las formas da popa en la estabilidad paramétrica en

rolido. Basado en el análisis de la ecuación de Mathieu, fueron también investigadas las dos primeras regiones de inestabilidad para estos barcos.

Spyrou (2000) analizó la inestabilidad paramétrica para varios tipos de restauración lineal y no-lineal. Numericamente, apuntó evidencias de la existencia de super armónicos en la restauración, observando también que la frecuencia natural de rolido en olas es más grande que la de aguas calmas.

Valerio (2000) extendió el modelo no-lineal de segunda orden e incorporó no-linealidades en las ecuaciones de movimiento de arfada y cabeceo, y generalizó el modelo para el caso de olas regulares con incidencia arbitraria. Las respuestas numéricas y los límites de estabilidad fueron analizados y comparados con resultados experimentales. Se investigó aún la influencia de diversos parámetros, tales como la velocidad de avance, la altura metacéntrica, la forma del casco, etc.

Lorca (2001) estudió analíticamente y experimentalmente la influencia de la velocidad de avance en la resonancia paramétrica en rolido en olas regulares y mar de proa para dos barcos pesqueros. Mostró que el modelo matemático de segunda orden era capaz de reproducir bien las respuestas en rolido del casco más convencional, mientras que no producía resultados satisfactorios en el casco con popa transom, este bien más sujeto a inestabilizaciones.

Buscando resolver los problemas encontrados en el trabajo de Lorca (2001), Rodríguez (2004) desarrolló un modelo no lineal de tercera orden en los términos de restauración y efectos debidos a el paso de la ola para barcos tipo transom y round stern. Los tres grados de libertad restaurativos, arfada, rolido y cabeceo,

fueron analizados para distintas condiciones. Los resultados obtidos en rolido fueron comparados con testes experimentales. El trabajo mostro la importancia de la inclusión de terminos de tercera orden en la representación de la dinámica de la Resonancia Parametrica, los cuales dieron origen a terminos bi-armonicos en la ecuación variacional de rolido, caracterizando el análisis através de la ecuación de Hill.

Otros trabajos com modelos matemáticos y testes experimentales para reproducir o fenómeno de la Resonancia Parametrica pueden ser encontrados en las referencias ABS (2004), Munif et al. (2006), Ahmed et al. (2006), Neves et al. (2006).

Tenemos que tener aún como referencia los avances importantes logrados hasta ahora en el estudio de la Resonancia Parametrica en el Programa de Engenharia Oceânica da COPPE-UFRJ, particularmente bajo la orientación del Prof. Marcelo Neves, que dio origen a un grande número de trabajos publicados conjuntamente con otros autores en revistas científicas, en las conferencias internacionais sobre estabilidade de barcos (STAB'94, STAB'97, STAB'2000, STAB'2003, y los recientes STAB'2006, ISSW 2008, OC 2008), workshops internacionais, etc. Vide Neves y Valerio (1994), Neves et al. (1997), Neves et al. (1999), Neves et al. (2000), Neves et al. (2002), Neves et al. (2002a), Neves et al. (2002b), Neves et al. (2003a), Neves et al. (2003b), Neves et al. (2006), Neves et al. (2007), Neves et al. (2008).

En lo que respecta a los desarrollos relativos a efectos de la memória fluida, se observa que Volterra (1930) desarrollo el concepto del funcional en la forma de

una série de Volterra con terminos de primeira orden, segunda orden, y asi sucesivamente, o sea, las ordenes de la série de Volterra.

Ursell (1949) determino los coeficientes hidrodinámicos de una sección semicircular oscilando en el agua con cierta profundidad, en el dominio de la frecuencia. Ese trabajo sirvió de base para posteriores aplicaciones en barcos.

Tick (1959) resalto las equivalencias entre las ecuaciones del movimiento con coeficientes hidrodinámicos constantes en el dominio da frecuencia y la ecuación de movimiento en el dominio del tempo con integrales de convolución.

Cummins (1962) presento la primeira formulación para la determinación de los movimientos del barco en el dominio del tempo. Pero su utilización no fue tan difundida como los modelos en el dominio de la frecuencia. La obtención de acciones hidrodinámicas que permiten establecer las ecuaciones de movimiento en el dominio del tempo es posible a partir de los coeficientes obtenidos en el dominio de la frecuencia. Esta conceptualización fue alcanzada por Cummins a través de la aplicación del principio de la función de respuesta impulsiva. Esta conceptualización consiste en que un movimiento arbitrário del barco puede ser considerado como una resposta de una série contínua de pequeños impulsos de desplazamiento y como consecuencia se puede utilizar la función de resposta impulsiva, que describe la dependencia en el tiempo de las fuerzas fluidas.

Ogilvie (1964) presento un trabajo donde introduce el concepto de memória fluida basado en el trabajo de Cummins (1962) y derivo expresiones para los

potenciais de velocidad dependientes del tiempo para un barco con velocidad de avance.

Wehausen (1967-1971) investigo extensamente aspectos teóricos del movimiento del barco con velocidad média cero empleando la teoria potencial lineal y la decomposición de Cummins. Derivo expresiones para las fuerzas hidrodinámicas y ecuaciones del movimiento en el dominio del tiempo incluyendo el problema de valor inicial y demonstro que este puede ser relacionado con o problema da excitación armonica.

Bishop, Burcher y Price (1973 - 1978) presentaron una série de trabajos en los cuales utilizaron el analisis funcional en la dinámica del barco, capturando los efectos de la memória fluida con base en la técnica de la convolución. Los trabajos presentados utilizaron la série de Volterra de primeira orden para representar las acciones fluidas, interpretadas a través de ecuaciones integro-diferenciales en las ecuaciones del movimiento del barco.

Van Oortmerssen (1976) utilizo la teoria de Cummins y derivo expresiones para el potencial de velocidades dependientes del tiempo y aplico esto al analisis del barco amarrado en el dominio del tiempo. Sugerio la decomposición de los coeficientes hidrodinámicos en dos grupos, la segunda relacionada a su comportamiento asintotico, con el objetivo de garantizar que estos tiendan a cero para grandes frecuencias.

Guo (1978) desarrollo una teoria en el dominio del tiempo para maniobras del barco en aguas calmas aplicando el método de la integral de contorno usando las

funciones de Green y considero todas las fuerzas hasta segunda orden utilizando las integrales de la memoria fluida de segunda orden.

Neves (1981) describio las ecuaciones de los movimientos anti-simétricos (sway, rolo, yaw) incluyendo efectos de memoria fluida e investigo las consecuencias de la aplicación de esas representaciones en la estabilidad dinámica de barcos tanto en aguas calmas como en olas regulares.

Yeung (1982), basado en el trabajo de Cummins, considero el movimiento transiente en dos dimensiones del cilindro en arfada en aguas calmas. Usando las funciones de Green para representar el flujo, comparo la respuesta transiente del cilindro circular empleando coeficientes hidrodinámicos constantes en la ecuación de movimiento, con la solución más exacta envolviendo la convolución, concluyendo que para ese movimiento en el es necesario, en terminos prácticos, calcular las integrales de la memoria fluida.

Beck y Liapis (1985) derivaron ecuaciones del movimiento para el barco con velocidad de avance y bajo pequeños movimientos (aguas calmas) utilizando el enfoque de la ecuación integral y la dependencia del tiempo de las funciones de Green que determinan los potenciales de velocidad y presentaron el método en el dominio del tiempo para movimientos transientes.

Liapis (1986) presento un trabajo en el dominio del tiempo en el cual analizó el decaimiento en arfada de una semi-esfera y de un barco de la serie 60, utilizando a conceitualización de Cummins. El autor presenta las funciones memoria fluida

para ambos cuerpos, concluyendo que la metodología es viable para aproximar el problema de irradiación.

Newman (1985) aplicó la propuesta de Cummins y analizó los movimientos transientes de un cilindro vertical usando el análisis en el dominio del tiempo para determinar las funciones de respuesta al impulso unitario. Las conclusiones fueron similares a las de Liapis (1986).

McCriegt (1986), considerando el barco maniobrado en olas, analizó el uso de polinomios como filtros para obtener expansiones polinomiales para la masa adicionada y amortiguamiento, evitando la desventaja de calcular exactamente la integral de memoria fluida, donde los coeficientes hidrodinámicos de masa adicionada y amortiguamiento fueron calculados usando la teoría de las fajas.

De Kat (1988), basado en la formulación de Cummins, presento un análisis de los movimientos con grandes amplitudes de los barcos tipo Challenger SL-7 y serie 60 en seis grados de libertad. Presento resultados con mar regular e irregular, utilizando los efectos de memoria fluida de primera orden.

Greenhow (1997) presento una formulación para el problema de movimiento transiente en arfada de semi-esfera y el cilindro vertical en el dominio del tiempo basado en el trabajo de Cummins, con el propósito de analizar el mecanismo de absorción de la energía de las olas y evaluar la eficiencia del sistema absorbedor.

En el mismo nivel se encuentran recientes trabajos que llevan en cuenta la metodología de Cummins (1962), vide Ballard et al. (2003), Fossen (2004), Esperança et al. (2006), Reza (2007).

CAPÍTULO 2

MODELO MATEMÁTICO

Se presentan las ecuaciones de movimiento en la forma integro-diferencial que gobierna el movimiento del barco en su forma lineal y no lineal en el dominio del tiempo, igual en la restauración de los modos de arfada, rolido y cabeceo, incluso componentes no lineales del amortiguamiento en rolido. Las fuerzas y movimientos hidrodinámicos bajo el barco son expresos en términos de integrales de convolución. El sistema de ecuaciones no lineal que gobierna el movimiento del barco en el mar regular es presentado sin linealidades definidas hasta la tercera orden.

Bajo la consideración de mar regular, los movimientos del barco en el dominio del tiempo son obtenidos a partir de los resultados del análisis del movimiento en el dominio de la frecuencia. El objetivo es representar la influencia del amortiguamiento en varias frecuencias, facilitando una mejor interpretación del efecto de la memoria fluida en el fenómeno de la Resonancia Paramétrica.

2.1 Formulación del Problema

Para conseguir nuestro objetivo vamos a llevar en consideración los siguientes casos, que ayudaran a darnos una solución razonable en el dominio del tiempo de las ecuaciones del movimiento:

- ❖ Barco Intacto.
- ❖ Movimiento del barco como cuerpo rígido, con simetría en relación al plano diametral.
- ❖ Velocidad avance del barco.
- ❖ Olas leves regulares longitudinales de pequeñas amplitudes. No se llevan en cuenta las cargas asociadas a los impactos hidrodinámicos (slamming), productos de eventuales ocurrencias de inmersión de eslora y popa y los siguientes golpes contra la superficie de las olas.
- ❖ Efectos del agua en la cubierta son despreciables.

2.2 Sistemas de Referencia

Cuando decimos que un barco está en movimiento, esto significa que su posición está cambiando en relación al tiempo. Sin embargo, es fácil constatar que el concepto del movimiento es relativo, esto significa, un barco puede estar en movimiento en relación a un dado sistema de referencia, pero puede estar inmóvil en relación a uno. Esto caracteriza la llamada relatividad Galileana en la cual estan inseridas las leyes de Newton.

Para tomarse de forma correcta las leyes de Newton, y las ecuaciones de los movimientos del barco, se trabaja en esta tesis con tres sistemas de referencia, todos dextrógiros. El primer sistema de referencia $AXYZ$, que es del tipo inercial, es

aquel en que se muestra en la Figura 2.1 con origen en el punto A, siendo sus ejes AX, AY, AZ. El origen A, por conveniencia, está ubicada en el plano horizontal definido por la superficie libre media. El eje AZ apunta para arriba.

Cualquier sistema de referencia que esté parado o desplazándose en línea recta a velocidad constante sigue siendo inercial, que es el caso del nuestro segundo sistema de referencia. Este sistema de referencia \overline{CXYZ} tiene como punto de origen el punto C siendo sus ejes \overline{CX} , \overline{CY} , \overline{CZ} , dónde el punto C también pertenece al plano medio de flotación del barco (posición del equilibrio del barco) que se encuentra trasladándose a una velocidad de avance constante U, en aguas calmas. En otras palabras, este sistema de referencia puede ser mencionado como estando fijo al movimiento de referencia del barco, que corresponde a un movimiento rectilíneo uniforme. Las olas incidentes son descritas a partir de este referencial, así como los modos translacionales del movimiento del casco.

El tercero sistema de referência se encuentra fijo al casco. Este sistema de referencia llamado Oxyz es el sistema móvil que identifica los puntos del casco y las velocidades y aceleraciones angulares. El sistema Oxyz es conocido como sistema no inercial o fijo al casco. Para un instante $t = 0$ el plano xy coincide con el plano de flotación del barco en aguas calmas. El eje Ox pertenece al plano diametral del navío que, siendo positivo en el sentido de proa. El eje Oy apunta en la dirección del babor y el eje Oz pasa por el centro de gravedad G del barco con sentido positivo para arriba.

Las relaciones entre las coordenadas de los sistemas $AXYZ$ e \overline{CXYZ} son:

$$\begin{aligned}
 X &= Ut + X \\
 Y &= Y \\
 Z &= Z
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Para el barco con velocidad de referencia U . Por otro lado, teniendo en cuenta dos observadores, uno en C y otro en O , un problema fundamental es establecer las leyes de transformación que son necesarias para relacionar las medidas de estos dos observadores diferentes.

Los sistemas de referencia descritos arriba están ilustrados en la Figura 2.1. Notar que los desplazamientos lineales del punto O , origen del sistema fijo en el cuerpo, son convenientemente representados por el vector $\vec{r}_0 = X_0\hat{I} + Y_0\hat{J} + Z_0\hat{K}$. Para pasar de un sistema coordenado a otro, se estima contar con una matriz de transformación (T), la cual es definida en función de las rotaciones del barco hasta a la siguiente orden (ángulos de Euler modificados): rotación alrededor del eje z (giñada), rotación en torno del eje y (cabeceo) rotación en torno del eje x (rolido). La matriz T permite expresar cualquier vector o punto del espacio definido en el sistema móvil $Oxyz$ (eje en el casco) en el sistema inercial $C\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$. Un dado vector \vec{A} descompuesto según los unitarios $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$ del sistema $Oxyz$ en la forma $\vec{A} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ será representado en el sistema $C\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ como: $\vec{A} = A_x\hat{I} + A_y\hat{J} + A_z\hat{K}$, tal que los argumentos $\{A_x, A_y, A_z\}$ serán obtenidos por la relación:

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}
 \tag{2.2}$$

Neves (2004) presenta la metodología del cálculo de la matriz de transformación, cuya forma es:

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\psi)\cos(\theta) & \text{sen}(\psi)\text{sen}(\theta)\text{sen}(\phi) & \cos(\psi)\text{sen}(\theta)\cos(\phi) + \text{sen}(\psi)\text{sen}(\phi) \\ \text{sen}(\psi)\text{sen}(\theta) & \text{sen}(\psi)\text{sen}(\theta)\text{sen}(\phi) & \text{sen}(\psi)\text{sen}(\theta)\cos(\phi) - \cos(\psi)\text{sen}(\phi) \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta)\text{sen}(\phi) & \cos(\theta)\cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

donde los ángulos de rotación son: ϕ : ángulo de rolido; θ : ángulo de cabeceo; ψ : ángulo de giñada. Para las olas, definiremos χ como el ángulo de la incidencia de estas en relación al curso del barco, con $\chi = 0^\circ$ para mar de popa e $\chi = 180^\circ$ para mar de proa.

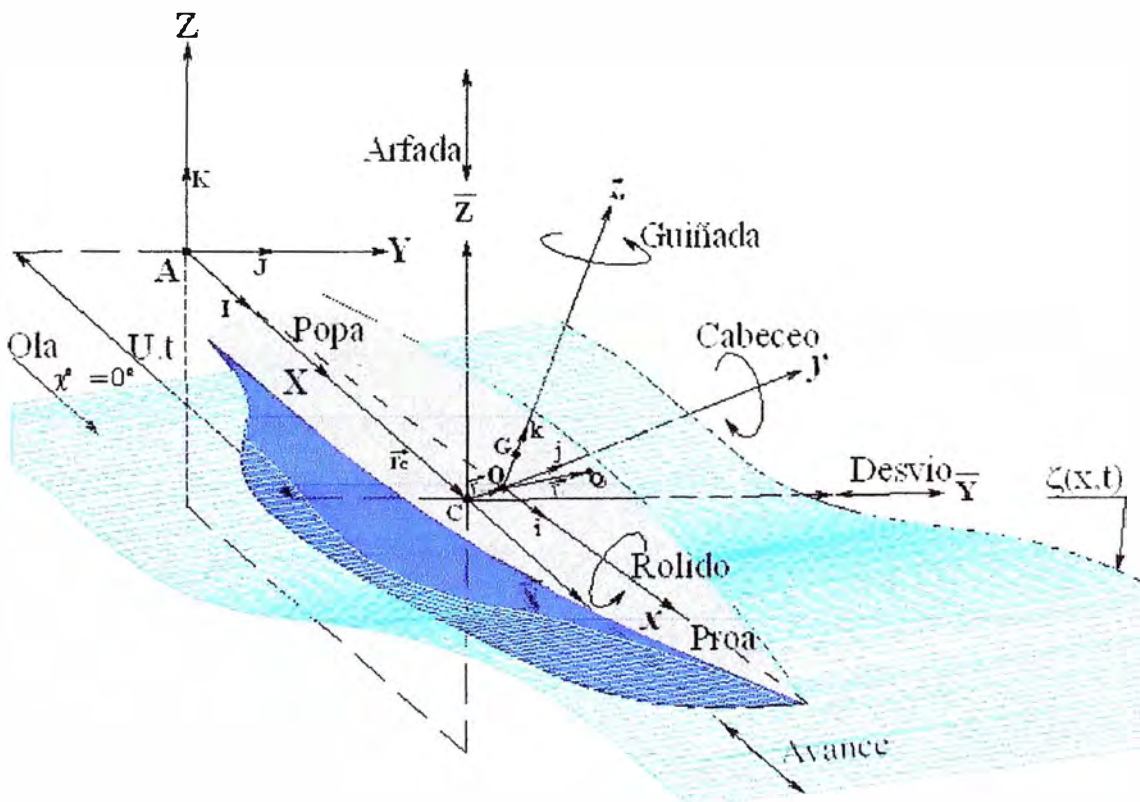


Figura 2.1: Representación de los sistemas de referencia y movimientos del barco

2.3 Definiciones Relevantes

Para obtenerse un mejor entendimiento de los futuros desarrollos, definiremos de ante mano conceptos que nos ayudarán a entender algunos pasos necesarios para el establecimiento de la formulación matemáticas de las ecuaciones del movimiento del barco.

2.3.1 Frecuencia de Encuentro(W_e)

Se define frecuencia del encuentro como a la frecuencia en la cual el barco, desplazándose a una velocidad U , encuentra las olas de frecuencia W_w en un ángulo de incidencia de χ . La frecuencia de encuentro se expresa matemáticamente de la siguiente forma:

$$W_e = W_w - \frac{U}{g} W_w^2 \cos(\chi) \quad (2.4)$$

siendo g la aceleración de la gravedad. En caso de un ángulo de incidencia de $\chi = 180^\circ$, (mar de proa), se tiene:

$$W_e = W_w + \frac{U}{g} W_w^2 \quad (2.5)$$

2.3.2 Ola Regular

Una definición importante para el estudio de nuestro fenómeno es el concepto de la ola regular que fue estudiada por la Teoría de Airy. La ecuación matemática que describe la superficie de la ola es la siguiente:

$$\zeta(x, y, z, \chi) = A_w \cos[kx \cos(\chi) + kysen(\chi) + W_e t] \quad (2.6)$$

Dónde:

A_w : Amplitud de la ola

k : Número de la ola, dado por $k = \frac{w_w^2}{g} = \frac{2\pi}{\lambda}$

λ : Longitud de la ola

g : Aceleración de la gravedad

para olas longitudinales y mar de proa, la ecuación de superficie de la ola estar de la siguiente forma:

$$\zeta_{(x,t)} = A_w \cos[kx + w_e t] \quad (2.7)$$

2.3.3 Función Impulso Unitario ($\delta(t)$)

La función delta de Dirac (función impulso unitario) es una función no física, singular, definida matemáticamente como:

$$\delta(t - \tau) = \begin{cases} 0 & \text{para } (t - \tau) \neq 0 \\ \infty & \text{para } (t - \tau) = 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

con el requisito de que:

$$\int_{t-\xi}^{t+\xi} \delta(t-t_0) dt = 1 \quad \text{área unitaria} \quad (2.9)$$

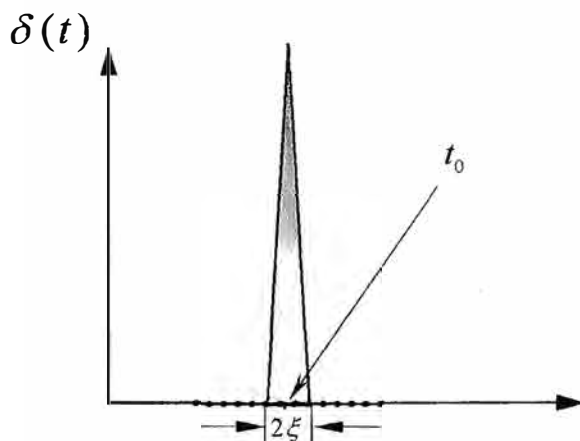


Figura 2.2: Función delta de Dirac (función impulso unitario)

2.4 Ecuaciones Generales del Movimiento

En consideración a los sistemas de referencia descritos en la sección 2.2 las ecuaciones del movimiento del barco deben ser derivadas de acuerdo a la Segunda Ley de Newton.

2.4.1 Conservación Del Momentum Lineal

$$\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (2.10)$$

Dónde:

F_{ext} : vector de fuerzas externas

P : momentum lineal, que es una grandezza que relaciona la masa con la velocidad del barco, tal que:

$$\vec{P} = M\vec{r}_G \quad (2.11)$$

siendo M la matriz de masa del barco, dada por:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

r_G : vector velocidad del C.G. del barco que, observado según el sistema inercial \overline{CXYZ} , puede ser expreso como:

$$\dot{\vec{r}}_G = \dot{\vec{r}}_O + \vec{\Omega} \times \vec{r}_G \quad (2.13)$$

$\dot{\vec{r}}_O$: velocidad de traslación de la origen del sistema Oxyz.

$\vec{\Omega}$: velocidad angular del sistema Oxyz.

\vec{r}_G : vector posición del C.G. del barco referido al sistema Oxyz.

Considerando la masa del barco constante y sustituyendo (2.13) en (2.11) y en seguida en (2.10), la ecuación de conservación de momentum lineal se quedará siendo:

$$\vec{F}_{ext} = M \frac{d}{dt} (\dot{\vec{r}}_O + \vec{\Omega} \times \dot{\vec{r}}_G) \quad (2.14)$$

2.4.2 Conservación del Momentum Angular

La conservación del momentum angular del barco es una grandeza física que relaciona la distribución de masa de este barco al redor de un eje de rotación hipotético que pase por el centro de masa, con su velocidad angular:

$$\vec{M}_{ext} \Big|_G = \frac{d\vec{h}_G}{dt} \quad (2.15)$$

Dónde:

$\vec{M}_{ext} \Big|_G$: vector de momentos de las fuerzas externas F_{ext} en relación al

C.G. del barco

\vec{h}_G : vector momento angular mencionado al C.G. del barco

Por criterios referenciales, de interés general se hace importante expresar la ecuación (2.15) en relación al origen del sistema Oxyz, y no siendo en relación al centro de gravedad, obteniendo entonces, Neves (2004):

$$\vec{M}_{ext} = \frac{d\vec{h}}{dt} + m\vec{r}_G \times \frac{d\dot{\vec{r}}_o}{dt} \quad (2.16)$$

Dónde:

h : vector momentum angular referido al origen del sistema Oxyz, dado

por:

$$\vec{h} = I\vec{\Omega} \quad (2.17)$$

I: matriz de inercias de masa del barco referida a los ejes del sistema dado Oxyz, definida como:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yz} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

En Consideración que la matriz de inercias del barco es invariable con el tiempo, la ecuación de conservación de momentum angular se queda expresa como:

$$\vec{M}_{ext} = I \frac{d\vec{\Omega}}{dt} + \frac{d}{dt} (M\vec{r}_G \times \dot{\vec{r}}_o) \quad (2.19)$$

Las ecuaciones (2.14) y (2.19) describen en forma vectorial la dinámica del barco sometido a la acción de fuerzas y momentos externos. En la forma de componentes, describen un conjunto de seis ecuaciones.

Como nuestro interés es estudiar la Resonancia Parametrica de los barcos en olas longitudinales, tres movimientos (arfada, rolado, cabeceo) resultaran relevantes en el análisis del fenómeno. Vamos entonces a considerar que el barco está sin movimientos en los otros grados de libertad, los desplazamientos en avance, desvío y guiñada serán considerados despreciables, así como las respectivas velocidades y aceleraciones.

Así, después de las debidas transformaciones en relación a los sistemas de referencia y llevando en consideración la simetría del barco en la

matriz de inercia, las ecuaciones del movimiento (2.14) e (2.19) en la forma de componentes referidas al sistema \overline{CXYZ} , quedan siendo:

$$\left. \begin{aligned} Z_{ext} &= -m \frac{d^2 Z_0}{dt^2} \\ K_{ext} &= I_{xx} \frac{d^2 \phi}{dt^2} \\ M_{ext} &= I_{yy} \frac{d^2 \theta}{dt^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

dónde Z_0 pertenece a la coordenada vertical instantánea del origen del sistema $Oxyz$ en relación al origen del sistema inercial \overline{CXYZ} , Z_0 es el desplazamiento vertical instantáneo del barco en arfada. A continuación, por comodidad, dejaremos la anotación con suscrito "o" y estaremos sólo utilizando Z para describir el movimiento de arfada.

2.5 Representación de la Fuerza Fluida

En general las fuerzas y momentos debidos a los movimientos del barco son funciones de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones. Las acciones fluidas representadas en el lado izquierdo de la expresión (2.20) de los movimientos de arfada, rolido y cabeceo representan la fuerza y momentos que actúan bajo el barco cuando este se mueve en olas, siendo que en la ecuación de fuerzas, el peso del barco fue anulado con el empuje hidrostático medio. La fuerza y momentos pueden ser entendidos conforme el cuadro de la Figura 2.3, que presenta las relaciones hidrostáticas e hidrodinámicas y fuerzas y momentos de excitación de las olas, dentro de las limitaciones de la teoría lineal. En la Figura 2.3 se presenta \tilde{M}_{ij} como la matriz de inercia, $\tilde{A}_y(\omega)$ representa la matriz de masa adicionada,

$B_{ij}(\omega)$ es la matriz de términos de amortiguamiento dependientes de la velocidad del barco, $\vec{C}_{r_{ij}}(\vec{x})$ describe la restauración hidrostática, f_{exc} representa la fuerza y momentos de excitación externa de la ola, denominado en la literatura como suma de la fuerza de Froude-Krilov más los términos de las fuerzas debido las olas de difracción, que dependen del ángulo de incidencia χ y la frecuencia de encuentro, así como la amplitud de la ola A_ω y del tiempo t , ver Standing (1978).

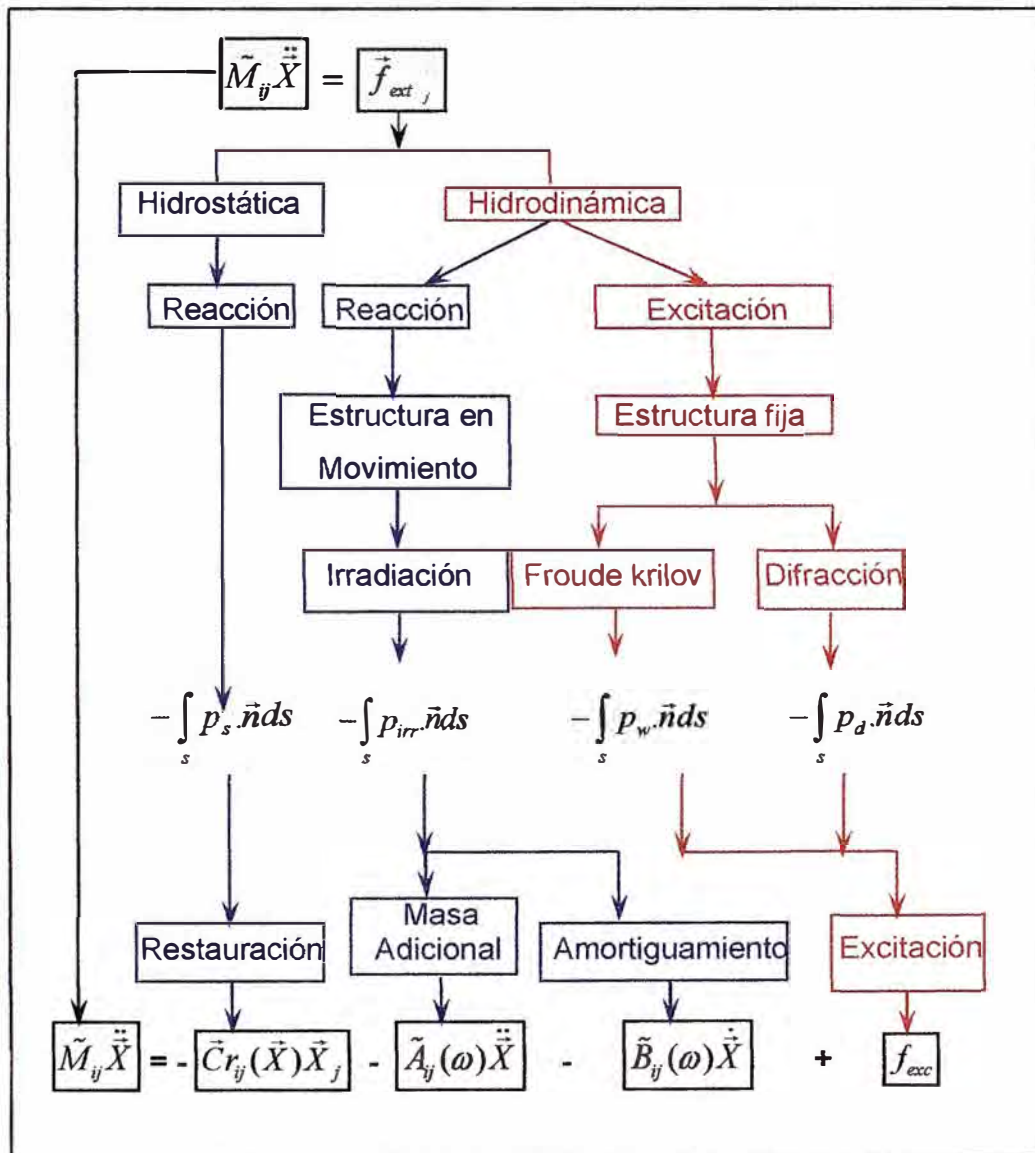


Figura 2.3: Presentación clásica de las acciones fluidas

Las fuerzas y momentos de las acciones fluidas pueden ser representados por diferentes métodos y teorías. Estos métodos utilizan herramientas matemáticas como las series de Taylor, de que trataremos luego. Sabemos que las series de Taylor constituyen una herramienta poderosa, que siendo usada de forma conveniente, permite expresar propiedades físicas en forma de componentes, las cuales ofrecen a nosotras soluciones aproximaciones que se acercan sucesivamente a la realidad.

En el análisis lineal sólo los términos de primera orden de las expansiones son tomados en cuenta. Cuando el análisis es no lineal, los términos de órdenes superiores son incluidos.

Este método es empleado hasta la tercera orden por Rodríguez (2004), para expresar las fuerzas y momentos debidos a las reacciones hidrostáticas y de presión dinámica de la ola.

2.5.1 Teoría de las pequeñas perturbaciones

Esta teoría consiste en asumir las ecuaciones generales del movimiento del barco en una forma matemática correspondiente a un movimiento de referencia superpuesto por pequeños desplazamientos. Se considera los componentes de la fuerza fluida como acciones derivadas de pequeños desplazamientos, de forma tal que pequeñas fuerzas y momentos $\Delta Z(t), \Delta K(t), \Delta M(t)$ sean funciones bien comportadas de las variables independientes, y consecuentemente puedan ser expandidas en series de Taylor.

2.5.2 Desvios de Movimiento Lento

En 1911 Bryan presento este método en el área de aerodinámica para representar las fuerzas y momentos provenientes de las acciones fluidas en las ecuaciones del movimiento. Ya en área naval fue Abkowitz (1964) quien introdujo, mediante series de Taylor, los desvíos de movimiento lento.

Cuando el barco se desplaza en línea recta y se desvía (pequeñas perturbaciones) de la ruta de referencia, son ejercidos fuerzas y momentos hidrodinámicos bajo el barco como consecuencia de este desvío. Este método se fundamenta en la suposición de que las fuerzas y momentos son únicamente determinados en un instante debido a una perturbación del estado en este instante. Pero, como es visto, el modelo de movimiento lento descarta la influencia de la memoria fluida, ver Bishop (1973).

Discutiremos la representación de los momentos hidrodinámicos en el caso de rolo desacoplado.

En general el valor de ΔK depende de acciones hidrodinámicas e hidrostáticas. Las acciones hidrostáticas fueron descritas por Neves y Rodríguez (2006) en la forma de series de Taylor. Estas, en algún instante t , dependen de las variables que definen las posiciones instantáneas del cuerpo. Pero, adicionalmente ΔK es una función que depende también de los movimientos anteriores (memoria fluida).

Considerando el movimiento de rolo desacoplado, entonces el incremento del momento puede ser expreso de la siguiente forma:

$$\Delta K = \Delta K_H(\phi) + \Delta K_D(\dot{\phi}, t) \quad (2.21)$$

o sea, como la suma de una parte hidrostática y otra hidrodinámica. La influencia de la memoria fluida debe ser considerada en la parte hidrodinámica. O sea, debe ser hecha la provisión de que el valor instantáneo del momento hidrodinámico no depende sólo del valor instantáneo del movimiento, pero también de los valores anteriores de la variable:

$$\Delta K_D = f(\dot{\phi}, \text{valores anteriores de } \dot{\phi}, t) \quad (2.22)$$

Para movimientos arbitrarios suficientemente bien comportados el valor del $\dot{\phi}$ en un instante anterior $(t - \tau)$ puede ser representado por una serie infinita de Taylor:

$$\dot{\phi}(t - \tau) = \dot{\phi}(t) - \tau \ddot{\phi}(t) + \frac{\tau^2}{2!} \dddot{\phi}(t) - \frac{\tau^3}{3!} \phi^{(4)}(t) + \dots \quad (2.23)$$

que representa la velocidad angular de perturbación en el instante $(t - \tau)$, a la cual se queda determinada por los valores de las derivadas temporales sucesivas $\phi, \dot{\phi}, \ddot{\phi}, \ddot{\phi}, \dots$ definidas en el tiempo t .

Así, el efecto de memoria fluida puede ser fijado por especificaciones de valores instantáneos de $\phi, \ddot{\phi}, \ddot{\phi}, \ddot{\phi}, \dots$ y sus respectivas derivadas de orden superior. En este caso, la forma funcional $f(\)$ de ΔK_D puede ser escrita en

la forma $\Delta K_D = f(\dot{\phi}, \ddot{\phi}, \dddot{\phi}, \dots, t)$ dónde el número de variables independientes son, en principio, infinito.

Pero, siendo la función bien comportada, esta puede ser expresa en forma de series de Taylor, resultando para el momento total:

$$\Delta K = - \left[K_{\phi} \phi + K_{\dot{\phi}} \dot{\phi} + K_{\ddot{\phi}} \ddot{\phi} + K_{\ddot{\phi}} \ddot{\phi} + K_{\ddot{\phi}} \ddot{\phi} + \dots \right] + K(t) \quad (2.24)$$

o sea, como una suma infinita, más un término dependiente sólo del tiempo, dónde $K(t)$ representa la excitación externa dependiente solamente del tiempo. Los coeficientes de series de Taylor son definidos por las derivadas, por ejemplo:

$$K_{\dot{\phi}} = \left. \frac{\partial \Delta K}{\partial \dot{\phi}} \right|_0, \quad K_{\ddot{\phi}} = \left. \frac{\partial \Delta K}{\partial \ddot{\phi}} \right|_0 \quad (2.25)$$

Representando los movimientos anteriores definidos en la ecuación (2.23) por términos en el máximo orden de τ , el momento ΔK puede tener la forma siguiente forma en términos de series de Taylor de primera orden:

$$\Delta K = -K_{\phi} \phi - K_{\dot{\phi}} \dot{\phi} - K_{\ddot{\phi}} \ddot{\phi} + K(t) \quad (2.26)$$

Esta expresión corresponde a la formulación basada en derivadas del movimiento lento, dónde los coeficientes son constantes.

Considerando expansiones para arfada y cabeceo similares aceptadas para la velocidad angular en rolo definido en la ecuación (2.23), o sea,

definiendo que las velocidades en arfada y cabeceo en tiempos anteriores puedan ser expresados de la siguiente forma:

$$\dot{z}(t-\tau) = \dot{z}(t) - \tau \ddot{z}(t) + \frac{\tau^2}{2!} \dddot{z}(t) - \frac{\tau^3}{3!} \dots + \dots \quad (2.27)$$

$$\dot{\theta}(t-\tau) = \dot{\theta}(t) - \tau \ddot{\theta}(t) + \frac{\tau^2}{2!} \dddot{\theta}(t) - \frac{\tau^3}{3!} \dots + \dots \quad (2.28)$$

y asumiendo que estos valores anteriores pueden ser aproximados por términos de orden de τ , podemos entonces expresar las ecuaciones del movimiento para los modos de arfada, rolo y cabeceo en la siguiente forma:

$$\left. \begin{aligned} (m + Z_{\ddot{z}})\ddot{z} + Z_{\dot{z}}\dot{z} + Z_{\ddot{\theta}}\ddot{\theta} + Z_{\dot{\theta}}\dot{\theta} + Z_{\theta}\theta &= Z(t) \\ (I_{xx} + K_{\ddot{\phi}})\ddot{\phi} + K_{\dot{\phi}}\dot{\phi} + K_{\phi}\phi &= K(t) \\ (I_{yy} + M_{\ddot{\theta}})\ddot{\theta} + M_{\dot{\theta}}\dot{\theta} + M_{\theta}\theta + M_{\ddot{z}}\ddot{z} + M_{\dot{z}}\dot{z} &= M(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

La expresión (2.29) muestra las ecuaciones que gobiernan los movimientos arbitrarios de arfada, rolo y cabeceo del barco en el análisis del fluido basada en desvíos del movimiento lento (sin considerar la memoria fluida). La memoria fluida desconsiderada en las ecuaciones (2.23), (2.27) y (2.28) se queda caracterizada como correspondiente a los términos en τ^2 y mayores. Los coeficientes son constantes y los desvíos del movimiento lento son independientes de la frecuencia, y $Z(t), K(t), M(t)$ son interpretados como acciones externas.

Continuando examinaremos mejor la representación de una fuerza fluida en términos de la series de Taylor. Para esto empleamos como ejemplo la perturbación del momento en roloido ΔK dónde se asume que los parámetros del movimiento en roloido dependen de la velocidad angular $\dot{\phi}$ y de la aceleración angular $\ddot{\phi}$.

2.5.3 Coeficientes Oscilatorios

Debemos introducir el concepto de coeficientes oscilatorios para poder introducir las ecuaciones de comportamiento en olas. Se supone que el movimiento de roloido puro y es del tipo senoidal $\phi(t) = \phi_0 \text{sen}(\omega t)$ para una dada frecuencia ω en la cual el valor de ϕ_0 es pequeño.

Se $\phi(t) = \phi_0 \text{sen}(\omega t)$ entonces, incorporando toda la serie infinita representativa da memoria fluida:

$$\Delta K = -K_{\phi}\phi - K_{\dot{\phi}}\dot{\phi} - K_{\ddot{\phi}}\ddot{\phi} - K_{\ddot{\dot{\phi}}}\ddot{\dot{\phi}} - K_{\ddot{\ddot{\phi}}}\ddot{\ddot{\phi}} - \dots + K(t) \quad (2.30)$$

tal que:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \phi_0 \text{sen}(\omega t) \\ \dot{\phi} &= \frac{d\phi}{dt} = \phi_0 \omega \cos(\omega t) \\ \ddot{\phi} &= \frac{d\dot{\phi}}{dt} = -\phi_0 \omega^2 \text{sen}(\omega t) \\ \ddot{\dot{\phi}} &= \frac{d\ddot{\phi}}{dt} = -\phi_0 \omega^3 \cos(\omega t) \\ \ddot{\ddot{\phi}} &= \frac{d\ddot{\dot{\phi}}}{dt} = \phi_0 \omega^4 \text{sen}(\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

entonces sustituyendo las expresiones (2.31) en (2.30):

$$\Delta K = \left. \begin{aligned} & -K_{\dot{\phi}}(\phi_0 \text{sen}(\omega t)) - K_{\dot{\phi}}(\phi_0 \omega \cos(\omega t)) - \\ & K_{\ddot{\phi}}(-\phi_0 \omega^2 \text{sen}(\omega t)) - K_{\ddot{\phi}}(-\phi_0 \omega^3 \cos(\omega t)) - \\ & K_{\ddot{\phi}}(\phi_0 \omega^4 \text{sen}(\omega t)) - \dots + K(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

dónde, separando los términos en coseno y seno, se tiene:

$$\Delta K = \left. \begin{aligned} & -K_{\dot{\phi}}\phi - (K_{\dot{\phi}} - \omega^2 K_{\ddot{\phi}} + \dots)(\phi_0 \omega \cos(\omega t)) \\ & - (K_{\ddot{\phi}} - \omega^2 K_{\ddot{\phi}} + \dots)(-\phi_0 \omega^2 \text{sen}(\omega t)) \\ & + K(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

Los términos entre paréntesis de la expresión (2.33) que multiplican los términos dependientes del tiempo corresponden a polinomios en ω . Es importante notar que estos polinomios incluyen todos los efectos de la memoria fluida y corresponden a coeficientes hidrodinámicos que pueden ser obtenidos de forma cerrada para una dada frecuencia, tanto experimentalmente cuanto numéricamente. Entonces el momento hidrodinámico en roloido puede ser expresado en términos de coeficientes oscilatorios:

$$\Delta K_D = -\tilde{K}_{\dot{\phi}}(\omega)\dot{\phi}(t) - \tilde{K}_{\ddot{\phi}}(\omega)\ddot{\phi}(t) + K(t) \quad (2.34)$$

o de otra forma:

$$\Delta K = -\Delta K_{IN} \text{sen}(\omega t) - \Delta K_{QUAD} \cos(\omega t) + K(t) \quad (2.35)$$

dónde los suscritos IN y QUAD se refieren a las acciones en fase y en cuadratura con el movimiento.

En la expresión (2.34) los términos $\tilde{K}_{\dot{\phi}}(\omega), \tilde{K}_{\ddot{\phi}}(\omega)$ representan los coeficientes oscilatorios y el término $\tilde{K}_{\dot{\phi}}(\omega)\dot{\phi}(t)$ es conocido como el momento fluido oscilatorio en cuadratura de fase con el desplazamiento angular impuesto $\phi(t)$, mientras que $\tilde{K}_{\ddot{\phi}}(\omega)\ddot{\phi}(t)$ es el momento fluido en fase (o anti-fase) con el desplazamiento angular $\phi(t)$ guardando las siguientes relaciones:

$$\left. \begin{aligned} \Delta K_{IN} &= -\tilde{K}_{\ddot{\phi}}(\omega)\dot{\phi}_0\omega \\ \Delta K_{QUAD} &= \tilde{K}_{\dot{\phi}}(\omega)\dot{\phi}_0 \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

Un caso interesante es cuando tenemos el siguiente límite:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \tilde{K}_{\dot{\phi}}(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} (K_{\dot{\phi}} - \omega^2 K_{\ddot{\phi}} + \dots) = K_{\dot{\phi}} \quad (2.37)$$

tal que el valor de $\tilde{K}_{\dot{\phi}}(\omega)$, cuando la frecuencia tiende para cero, tiene como valor límite la derivada del movimiento lento $K_{\dot{\phi}}$

Las ecuaciones lineales descritas en los términos de coeficientes oscilatorios para los modos de arfada, rolido y cabeceo serán análogas en la forma aquellas definidas para las desvíos del movimiento lento, ver ecuación

(2.29) con la diferencia de que las excitaciones externas serán, por definición, funciones oscilatorias, y los coeficientes serán definidos para cada frecuencia de la excitación. Definiendo para arfada y cabeceo expresiones similares a la ecuación (2.34), llega a:

$$\left. \begin{aligned} (m + Z_z(\omega))\ddot{z} + Z_z(\omega)\dot{z} + Z_\theta(\omega)\ddot{\theta} + Z_\theta(\omega)\dot{\theta} + Z_\theta\theta &= Z(t) \\ (I_{xx} + K_\phi(\omega))\ddot{\phi} + K_\phi(\omega)\dot{\phi} + K_\phi\phi &= K(t) \\ (I_{yy} + M_\theta(\omega))\ddot{\theta} + M_\theta(\omega)\dot{\theta} + M_\theta\theta + M_z(\omega)\ddot{z} + M_z(\omega)\dot{z} &= M(t) \end{aligned} \right| (2.38)$$

Vale notar que al tomar (calcular-se) los coeficientes oscilatorios $\tilde{K}_\phi(\omega)$ e $\tilde{K}_{\ddot{\phi}}(\omega)$ se consigue el valor de cada uno de los dos polinomios definidos en la ecuación (2.33). Ese resultado apunta para un aspecto relevante: los coeficientes oscilatorios agregan toda la información hidrodinámica de tiempos posteriores, que se repite cíclicamente. O sea, toda la información de la memoria fluida asociada a un dado movimiento oscilatorio se queda guardada en los coeficientes oscilatorios relativos aquella frecuencia.

Para los demás modos se aplica el mismo concepto. Así, fuerzas o momentos de naturaleza armónica pueden ser expresos por medio de coeficientes hidrodinámicos, a los cuales, como se debe observar, varían de valor para diferentes frecuencias. Estos coeficientes son generalmente utilizados en las ecuaciones lineales de comportamiento en olas, dónde los movimientos impuestos por las olas regulares son del tipo senoidal.

Se Debe observar que para movimientos arbitrarios los efectos de memoria fluida son caracterizados por las derivadas $K_{\ddot{\phi}}$ $K_{\dot{\phi}}$, ..., etc., conforme indicación en la ecuación (2.30), en las cuales pueden ser obtenidas por ajustes polinomiales aplicables a los datos experimentales de amortiguamiento y masa adicional, conforme mostrado en la ecuación (2.33).

Asumiendo para arfada y cabeceo representaciones similares aquella dada para rolido, ecuación (2.38), las ecuaciones lineales válidas para movimientos arbitrarios incorporando los efectos de memoria fluida pueden ser representadas como:

$$\begin{aligned}
 \dots Z_{\ddot{z}} \ddot{z} + Z_{\dot{z}} \dot{z} + (m + Z_z(\omega)) \ddot{z} + Z_z(\omega) \dot{z} + Z_{\dot{\theta}}(\omega) \ddot{\theta} + Z_{\dot{\theta}}(\omega) \dot{\theta} + Z_{\theta} \theta &= Z(t) \\
 \dots K_{\ddot{\phi}} \ddot{\phi} + K_{\dot{\phi}} \dot{\phi} + (I_{xx} + K_{\phi}(\omega)) \ddot{\phi} + K_{\dot{\phi}}(\omega) \dot{\phi} + K_{\phi} \phi &= K(t) \\
 \dots M_{\ddot{\theta}} \ddot{\theta} + M_{\dot{\theta}} \dot{\theta} + (I_{yy} + M_{\theta}(\omega)) \ddot{\theta} + M_{\dot{\theta}}(\omega) \dot{\theta} + M_{\theta} \theta + M_z(\omega) \ddot{z} + M_z(\omega) \dot{z} &= M(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.39}$$

Para ese conjunto de ecuaciones ya no se aplica a restricción de que las acciones externas $Z(t)$, $K(t)$ e $M(t)$ tengan que ser funciones puramente armónicas.

Siguiendo ese raciocinio, es posible describir la influencia de la memoria fluida por medio de ajustes a los coeficientes hidrodinámicos relativos a intervalos de frecuencias limitadas, sin los problemas asociados a la extensión de los intervalos para altas frecuencias. Ese tratamiento, aún que promisorio, no será explotado en este trabajo.

2.5.4 Representación Funcional

Volterra (1930) hizo un desarrollo del concepto del funcional en la forma de una serie de Volterra con términos de primera orden, segunda orden, y así sucesivamente, conforme se muestra a continuación:

$$\Delta K[\dot{\phi}(t)] = K_0 + \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau_1) \dot{\phi}(t - \tau_1) d\tau_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}\dot{\phi}}(\tau_1, \tau_2) \dot{\phi}(t - \tau_1) \dot{\phi}(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots \quad (2.40)$$

Cummins (1962) y Bishop, Burcher y Price (1973) propusieron que las acciones fluidas pueden ser expresadas de forma alternativa a los desvíos de movimiento lento y coeficientes oscilatorios obtenidas por la modificación de las acciones fluidas por medio de series de Taylor. En la forma alternativa, mediante la representación funcional lineal, las fuerzas y momentos del fluido de la perturbación en cada modo pueden ser descritas en términos de integrales de convolución.

Tomando como ejemplo el movimiento en rolo para la descripción del presente método, $\dot{\phi}$ representa la velocidad angular en rolo y $L_{\dot{\phi}}(\tau)$ representa la función respuesta impulsiva (F.R.I.). La integral de convolución toma la siguiente forma:

$$\Delta K_D(t) = \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \dot{\phi}(t - \tau) d\tau \quad (2.41)$$

Esta representación no es nada más que una forma linealizada de la expresión más general de la serie de Volterra, ecuación (2.40), donde $K_0 = 0$.

Físicamente, la función $L_{\dot{\phi}}(\tau)$ es una variación del momento en rolo que representa la respuesta del sistema debido a la aplicación de un impulso unitario en el tiempo $\tau = 0$, y la variación de $\Delta K_D(t)$ es causada por impulso de la velocidad angular en rolo $\dot{\phi}$, asumiendo que:

$$\left. \begin{array}{l} L_{\dot{\phi}}(\tau) = 0 \text{ para } (\tau < 0) \\ L_{\dot{\phi}}(\tau)\phi(t-\tau) = 0 \text{ para } (\tau > t) \end{array} \right\} \quad (2.42)$$

La limitación de los valores de $L_{\dot{\phi}}(\tau)$ para $\tau < 0$ se debe a la condición física siguiente: no se puede existir respuesta del sistema antes que se aplique el impulso. Como consecuencia de esta condición, el valor de límite inferior de la integral de la expresión (2.41) es cero. La condición impuesta a $\phi(t-\tau)$ permite un límite superior en la integral de la expresión (2.42) sustituyendo ∞ por t no cambia el valor de $\Delta K_D(t)$.

La integral de convolución definida en la ecuación (2.41) es una suma infinita de cada respuesta. Los impulsos unitarios de forma conjunta forman una función continua, la F.R.I., que puede ser interpretada como una función peso que describa la influencia de los impulsos unitarios en el tiempo anterior en el cálculo de la integral de convolución que expresa $\Delta K_D(t)$.

Para calcular las respuestas impulsivas son empleadas expresiones de Transformada de Fourier (T.F.) de los coeficientes hidrodinámicos definidos en el dominio de la frecuencia. La función $L_{\dot{\phi}}(\tau)$ puede ser vista como una

función bien comportada que corresponda a uno de los miembros de un par de Transformadas de Fourier. Entonces existe una función $L_{\phi}(\omega)$ que satisface a las siguientes ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} L_{\phi}(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{L}_{\phi}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\ \widehat{L}_{\phi}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} L_{\phi}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

dónde

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\widehat{L}_{\phi}(\omega)| d\omega < \infty \quad e \quad \int_{-\infty}^{\infty} |L_{\phi}(\tau)| d\tau < \infty \quad (2.44)$$

La expresión (2.43) representa un par de T.F. Siendo conocida cualquier una de las siguientes funciones $L_{\phi}(\tau)$ o $L_{\phi}(\omega)$, y siendo estas matemáticamente bien comportadas, esto es, que cumplen con la condición de Dirichlet, ver expresión (2.44), es posible deducir una función a partir de una otra, porque son linealmente independientes. Considerando la Transformada de Fourier $L_{\phi}(\omega)$ da F.R.I. (que es una función real) podemos escribir:

$$\widehat{L}_{\phi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} L_{\phi}(\tau) [\cos(\omega\tau) - i\text{sen}(\omega\tau)] d\tau$$

o aún:

$$\widehat{L}_{\phi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} L_{\phi}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau - i \int_{-\infty}^{\infty} L_{\phi}(\tau) \text{sen}(\omega\tau) d\tau \quad (2.45)$$

que puede ser reescrita de la forma:

$$L_{\dot{\phi}}(\omega) = L_{\dot{\phi}}^R(\omega) + iL_{\dot{\phi}}^I(\omega) \quad (2.46)$$

dónde:

$$\left. \begin{aligned} \widehat{L}_{\dot{\phi}}^R(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \cos(\omega \tau) d\tau \\ \widehat{L}_{\dot{\phi}}^I(\omega) &= -\int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \text{sen}(\omega \tau) d\tau \end{aligned} \right\} \quad (2.47)$$

dónde los superescritos R y I se refieren a los términos real y imaginario de la Transformada de Fourier de la función respuesta impulsiva $L_{\dot{\phi}}(\tau)$ respectivamente, y pueden ser medidos a partir de testes oscilatorios.

La F.R.I. tiene contribuciones impulsivas debido a que los coeficientes hidrodinámicos no necesariamente tienden a cero para altas frecuencias. En vista de esa dificultad, Bishop, Burcher y Price (1973) propusieron que se puede expresar $L_{\dot{\phi}}(\tau)$ de la siguiente forma:

$$L_{\dot{\phi}}(\tau) = -A\delta(\tau) \frac{d}{d\tau} + B\delta(\tau) + L_{\dot{\phi}}^*(\tau) \quad (2.48)$$

dónde el valor de $L_{\dot{\phi}}^*(\tau)$ es la función de respuesta impulsiva bien comportada y los términos $\left[-A\delta(\tau) \frac{d}{d\tau} + B\delta(\tau) \right]$ representan las asíntotas, y $\delta(\tau)$ es la función delta de Dirac. Finalmente, podemos sustituir (2.48) en (2.41), dando como resultado la ecuación (2.49) a continuación:

$$\Delta K_D(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[-A\delta(\tau) \frac{d}{d\tau} + B\delta(\tau) + L_{\dot{\phi}}^*(\tau) \right] \dot{\phi}(t-\tau) d\tau$$

$$\Delta K_D(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} A\delta(\tau) \frac{d}{d\tau} \dot{\phi}(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} B\delta(\tau) \dot{\phi}(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}^*(\tau) \dot{\phi}(t-\tau) d\tau$$

$$\Delta K_D(t) = A\ddot{\phi}(t) + B\dot{\phi}(t) + \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}^*(\tau) \dot{\phi}(t-\tau) d\tau \quad (2.49)$$

En 1973 Bishop, Burcher y Price expresaron las constantes A, B de las expresiones (2.48) e (2.49) de la siguiente forma:

$$\left. \begin{aligned} A &= \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left[\frac{\Delta K_{IN}}{-\dot{\phi}_0 \omega} \right] = L_{\ddot{\phi}}(\infty) \\ B &= \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left[\frac{\Delta K_{QUAD}}{\dot{\phi}_0} \right] = L_{\dot{\phi}}(\infty) \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

dónde $A = A(\omega = \infty) = L_{\ddot{\phi}}(\infty)$ es la masa adicional para altas frecuencias y $B = B(\omega = \infty) = L_{\dot{\phi}}(\infty)$ es el amortiguamiento para altas frecuencias. Estos valores son constantes y los valores de ΔK_{IN} e ΔK_{QUAD} están definidas en la ecuación (2.36) con estas consideraciones podemos reescribir la expresión (2.49) de la siguiente forma:

$$\Delta K_D(t) = \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \dot{\phi}(t-\tau) d\tau = L_{\ddot{\phi}}(\infty) \ddot{\phi}(t) + L_{\dot{\phi}}(\infty) \dot{\phi}(t) + \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}^*(\tau) \dot{\phi}(t-\tau) d\tau \quad (2.51)$$

Alternativamente, Bishop, Burcher y Price (1973) muestran que las acciones hidrodinámicas pueden expresarse en términos de la aceleración $\ddot{\phi}(t)$ y la función de respuesta característica $L_{\dot{\phi}}^*(\tau)$, y en este caso, por ejemplo, el momento en rolo puede ser representado de la siguiente forma:

$$\Delta K_D(t) = A\ddot{\phi}(t) + C\dot{\phi}(t) + \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}^*(\tau)\ddot{\phi}(t-\tau)d\tau \quad (2.52)$$

$$C = \lim_{\omega \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta K_{QUAD}}{\dot{\phi}_0} \right] = L_{\dot{\phi}}(0) \quad (2.53)$$

dónde A fue descrito anteriormente y $C = B(\omega \rightarrow 0) = L_{\dot{\phi}}(0)$ es una constante y la función $L_{\dot{\phi}}^*(\tau)$ es la función bien comportada que representa la variación de la perturbación del momento en rolo, causada por la aceleración inicial, de tal forma que cumple con:

$$\left. \begin{aligned} L_{\dot{\phi}}^*(\tau) &= 0 \text{ para } (\tau < 0) \\ \ddot{\phi}(t-\tau) &= 0 \text{ para } (\tau > t) \end{aligned} \right\} \quad (2.54)$$

La función de respuesta característica $L_{\dot{\phi}}^*(\tau)$ puede ser obtenida a partir de la T.I.F. de $L_{\dot{\phi}}(\omega)$ de forma semejante como fue descrita para la función $L_{\dot{\phi}}^*(\tau)$. En todos los nuestros desenvolvimientos futuros emplearemos la formulación que usa $L_{\dot{\phi}}^*(\tau)$.

2.5.4.1 Relación Desvíos y la Función de Respuesta al Impulso Unitario

Suponiendo que la oscilación de rolido en testes es obtenida con uso de un oscilador armónico, o PMM (que proviene de la expresión inglesa *Planar Motion Mechanism*), el momento es dado por una función armónica:

$$K(t) = K_0 \text{sen}(\omega t) \quad (2.55)$$

durante el teste el movimiento de rolido tiene una velocidad que es:

$$\dot{\phi}(t) = \dot{\phi}_0 \cos(\omega t) \quad (2.56)$$

mientras que la aceleración es $\ddot{\phi}(t) = \ddot{\phi}_0 \text{sen}(\omega t)$. La flotación del momento hidrodinámico en rolido es:

$$\Delta K = \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \dot{\phi}(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \dot{\phi}_0 \cos[\omega(t-\tau)] d\tau \quad (2.57)$$

$$\Delta K = \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \dot{\phi}_0 \cos(\omega t) \cos(\omega \tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \dot{\phi}_0 \text{sen}(\omega t) \text{sen}(\omega \tau) d\tau$$

$$\Delta K = \left[\dot{\phi}_0 \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \text{sen}(\omega \tau) d\tau \right] \text{sen}(\omega t) + \left[\dot{\phi}_0 \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \cos(\omega \tau) d\tau \right] \cos(\omega t)$$

$$\Delta K = \Delta K_{IN} \text{sen}(\omega t) + \Delta K_{QUAD} \cos(\omega t) \quad (2.58)$$

dónde las amplitudes ΔK_{IN} y ΔK_{QUAD} son proporcionales a la masa adicionada y amortiguamiento, que pueden ser obtenidos dependiendo de la frecuencia de oscilación. Para dar forma a la siguiente expresión, se precisa multiplicar y dividir el termo en seno por la frecuencia, tal que:

$$\begin{aligned}\Delta K &= L_{\ddot{\phi}}(\omega) [\ddot{\phi}_0 \text{sen}(\omega t)] + L_{\dot{\phi}}(\omega) [\dot{\phi}_0 \cos(\omega t)] \\ \Delta K &= - \left[\int_{-\infty}^{\infty} L_{\ddot{\phi}}(\tau) \text{sen}(\omega \tau) d\tau \right] [\dot{\phi}_0 \omega \text{sen}(\omega t)] + \left[\int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \cos(\omega \tau) d\tau \right] [\dot{\phi}_0 \cos(\omega t)]\end{aligned}\quad (2.59)$$

dónde podemos interpretar el termino en seno como la aceleración y coseno como la velocidad en rolo, dando como resultado la siguiente expresión:

$$\Delta K = -K_{\ddot{\phi}}(\omega) \dot{\phi}_0 \omega + K_{\dot{\phi}}(\omega) \dot{\phi}_0 \quad (2.60)$$

que es:

$$\Delta K = K_{\ddot{\phi}}(\omega) (-\dot{\phi}_0 \omega \text{sen}(\omega t)) + K_{\dot{\phi}}(\omega) \dot{\phi}_0 \cos(\omega t) \quad (2.61)$$

entonces:

$$\left. \begin{aligned}\Delta K_{IN} &= -K_{\ddot{\phi}}(\omega) \dot{\phi}_0 \omega \\ \Delta K_{QUAD} &= K_{\dot{\phi}}(\omega) \dot{\phi}_0\end{aligned}\right\} \quad (2.62)$$

Usando una notación más concisa los coeficientes oscilatorios de la expresión (2.60) pueden ser escritos de la siguiente forma:

$$\left. \begin{aligned} K_{\dot{\phi}}(\omega) &= \frac{\Delta K_{IN}}{\dot{\phi}_0} = L_{\dot{\phi}}(\infty) + \frac{L_{\dot{\phi}}^I(\omega)}{\omega} \\ K_{\dot{\phi}}(\omega) &= \frac{\Delta K_{QUAD}}{\dot{\phi}_0} = L_{\dot{\phi}}(\infty) + L_{\dot{\phi}}^R(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.63)$$

Por lo tanto los valores de ΔK_{IN} y ΔK_{QUAD} son ofrecidos por la Transformada de Fourier de $L_{\dot{\phi}}(\tau)$.

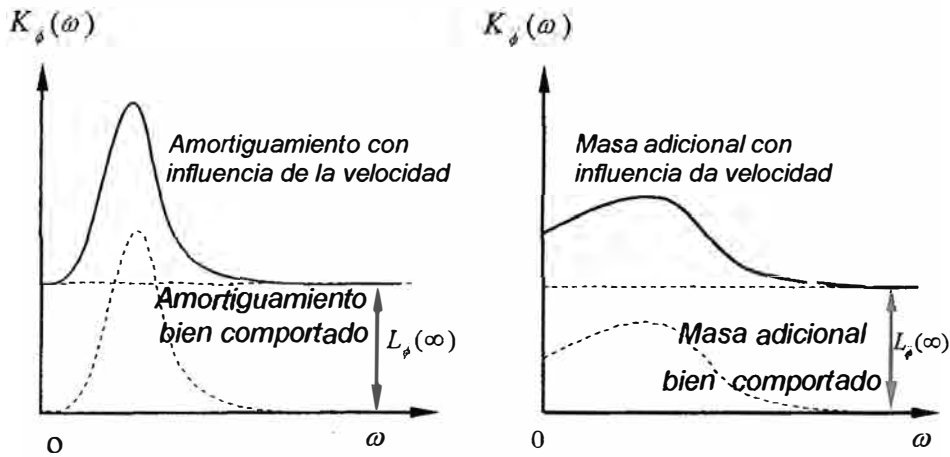


Figura 2.3: las constantes $L_{\dot{\phi}}(\infty)$ y $L_{\dot{\phi}}(\infty)$ definen las funciones bien comportadas

En la Figura 2.3 se muestra el comportamiento de los coeficientes oscilatorios dónde podemos identificar las constantes que participan en el cálculo de las acciones fluidas cuando el barco tiene influencia de la velocidad. Los valores de las constantes $L_{\dot{\phi}}(\infty) = B(\infty) = B$, $L_{\dot{\phi}}(\infty) = A(\infty) = A$ e $L_{\dot{\phi}}(0) = B(0) = C$ pueden ser identificados a partir de los resultados de la teoría potencial relativos a la solución del problema hidrodinámico de irradiación. En el presente trabajo será hecho el uso del programa presentado por Meyers et al. (1975). Este programa numérico permite calcular los coeficientes para velocidad de avance nula, pero como este programa fue basado en el trabajo

de Salvensen *et al.* (1970) que incorpora las expresiones que permiten incluir la influencia de la velocidad de avance, ver Apéndice I. Fundamentados en estas expresiones incorporamos la influencia de la velocidad y calculamos los coeficientes A, B e C.

Resumen:

- Finalmente concluimos que se puede determinar $L_{\dot{\phi}}(\tau)$ a partir de los amortiguamientos o masas adicionales, pero para nuestro análisis final usaremos el amortiguamiento.
- Para nuestro caso usaremos la primera formulación hecha por Bishop Burcher y Price (1973) como se muestra en la expresión (2.51), la representación impulsiva.
- La Tabla 2.1 que se presenta a continuación contiene un resumen de todas las formulaciones hechas para interpretar el modelo funcional que pretende representar las acciones fluidas.

Tabla 2.1. Representación de los Términos Característicos Impulsivos.

Representación Impulsiva	
$\Delta K_D(t) = \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \dot{\phi}(t-\tau) d\tau = L_{\dot{\phi}}(\infty) \ddot{\phi}(t) + L_{\dot{\phi}}(\infty) \dot{\phi}(t) + \int_{-\infty}^{\infty} L_{\dot{\phi}}^*(\tau) \dot{\phi}(t-\tau) d\tau$	
$\widehat{L}_{\dot{\phi}}(\omega) = \widehat{L}_{\dot{\phi}}^R(\omega) + i\widehat{L}_{\dot{\phi}}^I(\omega)$	$\widehat{L}_{\dot{\phi}}^R(\omega) = \int_0^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau$
	$\widehat{L}_{\dot{\phi}}^I(\omega) = -\int_0^{\infty} L_{\dot{\phi}}(\tau) \text{sen}(\omega\tau) d\tau$
$K_{\dot{\phi}}(\omega) = \frac{\Delta K_{IN}}{\dot{\phi}_0} = L_{\dot{\phi}}(\infty) + \frac{L_{\dot{\phi}}^I(\omega)}{\omega}, \quad L_{\dot{\phi}}(\omega) = \frac{\Delta K_{QUAD}}{\dot{\phi}_0} = L_{\dot{\phi}}(\infty) + L_{\dot{\phi}}^R(\omega)$	

Representación característica	
$K_{\ddot{\phi}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} L_{\ddot{\phi}}(\tau) \ddot{\phi}(t-\tau) d\tau = L_{\ddot{\phi}}(\infty) \ddot{\phi}(t) + L_{\ddot{\phi}}(0) \dot{\phi}(t) + \int_{-\infty}^{\infty} L_{\ddot{\phi}}^*(\tau) \ddot{\phi}(t-\tau) d\tau$	
$\widehat{L}_{\ddot{\phi}}(\omega) = \widehat{L}_{\ddot{\phi}}^R(\omega) + i \widehat{L}_{\ddot{\phi}}^I(\omega)$	$\widehat{L}_{\ddot{\phi}}^R(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} L_{\ddot{\phi}}(\tau) \cos(\omega \tau) d\tau$
	$\widehat{L}_{\ddot{\phi}}^I(\omega) = -\int_0^{\infty} L_{\ddot{\phi}}(\tau) \text{sen}(\omega \tau) d\tau$
$K_{\ddot{\phi}}(\omega) = \frac{\Delta K_{IN}}{\dot{\phi}_0} = L_{\ddot{\phi}}(\infty) + L_{\ddot{\phi}}^R(\omega), K_{\dot{\phi}}(\omega) = \frac{\Delta K_{QUAD}}{\dot{\phi}_0} = L_{\dot{\phi}}(0) + L_{\dot{\phi}}^I(\omega)$	
Observación: $\dot{\phi}_0 = -\omega \phi_0$	

2.5.5 Función de Respuesta Impulsiva de la Irradiación

La representación de las acciones fluidas usando integrales de convolución requiere del cálculo de la función de respuesta al impulso, generalmente la forma de representar la entrada $\dot{\phi}(t)$ y salida $H(t)$ y la función de respuesta al impulso $L(t)$, tomando una integral de convolución de la siguiente forma:

$$H(t) = \int_{-\infty}^t L(\tau) \dot{\phi}(t-\tau) d\tau \rightarrow \begin{cases} \dot{\phi}(t-\tau) = 0 & \text{para } (\tau > t) \\ L(\tau) = 0 & \text{para } (\tau < 0) \end{cases} \quad (2.64)$$

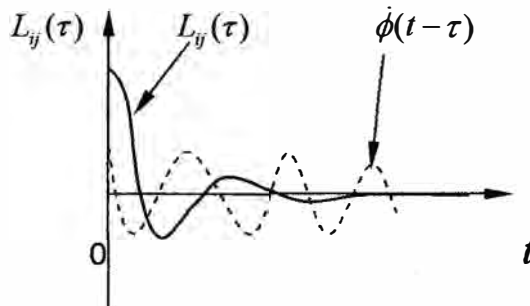


Figura 2.4: Función memoria en el tiempo anterior $L_{ij}(\tau)$ que es calculado a partir de la función bien comportada $L_{ij}^*(\omega)$ y la velocidad en rolo

Observe en la Figura 2.4 la representación de la función memoria en el tiempo anterior τ . La velocidad presenta un desplazamiento $t-\tau$ en el tiempo en relación al t que tiene influencia en el cálculo de la integral de convolución.

2.6 Equaciones de los Movimientos Lineales

Se presentan dos modelos que representan las ecuaciones de movimiento del barco en los modos de arfada, rolo y cabeceo, siendo el modelo funcional el que se utiliza en la representación final de los movimientos del barco.

2.6.1 Modelo Clásico:

Las respuestas del barco bajo la acción de las olas son definidas por los desplazamientos del barco teniendo en cuenta los casos realizados en la sección 2.1. Las acciones fluidas son presentadas sólo para una dada frecuencia, las ecuaciones del movimiento del punto de vista lineal, como denotadas por Rodríguez (2004), son presentadas a continuación:

$$\begin{aligned}
 (m + Z_{\ddot{z}}) \ddot{z} + Z_{\dot{z}} \dot{z} + Z_{\ddot{\theta}} \ddot{\theta} + Z_{\dot{\theta}} \dot{\theta} + Z_z z + Z_{\theta} \theta &= Z_w(\chi, t) \\
 (J_{xx} + K_{\ddot{\phi}}) \ddot{\phi} + K_{\dot{\phi}} \dot{\phi} + K_{\phi} \phi &= K_w(t) \\
 (J_{yy} + M_{\ddot{\theta}}) \ddot{\theta} + M_{\dot{\theta}} \dot{\theta} + M_{\ddot{z}} \ddot{z} + M_{\dot{z}} \dot{z} + M_z z + M_{\theta} \theta &= M_w(t)
 \end{aligned} \tag{2.65}$$

2.6.2 Modelo Integro - Diferencial Lineal

Ahora vamos presentar las ecuaciones del movimiento lineal empleando la representación funcional, donde la representación matemática de la memoria fluida de las acciones fluidas es expresada por integrales de convolución.

En el análisis del movimiento del barco en olas, los coeficientes hidrodinámicos de las ecuaciones del movimiento son considerados como funciones en el dominio de la frecuencia, de forma contraria al estudio en manejos del barco en aguas calmas.

En maniobras es común asumir que los coeficientes hidrodinámicos son constantes, las fuerzas y momentos hidrodinámicos actuando sobre el barco pueden ser expresados como funciones instantáneas de la velocidad y aceleración del casco del barco. Bajo esta suposición las fuerzas y momentos hidrodinámicos son expandidos en series de Taylor, y cuando las perturbaciones son consideradas pequeñas se pueden conservar los términos lineales de la expansión de la serie de Taylor. Este procedimiento conduce al grupo de ecuaciones lineales del movimiento, ver Abkowitz (1964).

Pero, los coeficientes hidrodinámicos son dependientes de la frecuencia, y suponer estos coeficientes hidrodinámicos como constantes es equivalente a interpretar que la historia del movimiento no interfiere en los cálculos de los valores instantáneos de las fuerzas y momentos. Esto es lo mismo que decir que el sistema no tiene influencia de la memoria fluida.

La más apropiada linealización de las ecuaciones del movimiento fue discutida por Cummins (1962), Brard (1964) y Newman (1966). En las ecuaciones introducidas por Cummins (1962) las integrales de convolución representan los efectos de la memoria fluida.

Una serie de trabajos presentados por Bishop et al. (1973, 1974, 1975) muestran que se puede representar las fuerzas y momentos de las acciones fluidas mediante funcionales incluyendo los efectos de la historia del movimiento del barco, siendo la teoría del movimiento lento un caso particular de este análisis funcional.

La importancia de ese concepto reside en que permite interpretar adecuadamente los efectos de los fenómenos hidrodinámicos que ocurren en la superficie libre y en la capa límite que se forma junto a la superficie del casco, dando como consecuencia posibles formaciones de ola y vorticidades en todo el casco, tal que cuando el barco se desplaza los fenómenos mencionados influyen en el cálculo de los coeficientes hidrodinámicos y por consecuencia en las fuerzas que actúan sobre el barco.

El uso de las integrales de convolución nos permite captar la influencia de estos fenómenos. Por este motivo es mejor usar este método, ya que este método ofrece una mejor interpretación de las acciones fluidas.

El análisis del comportamiento del barco bajo las leyes de Newton y el método funcional introducido con el objetivo de interpretar las acciones fluidas y los fenómenos envueltos nos permiten desarrollar la composición de las fuerzas mostradas en la Figura 2.5, que nos permite una presentación de la formulación de los efectos de la memoria fluida.

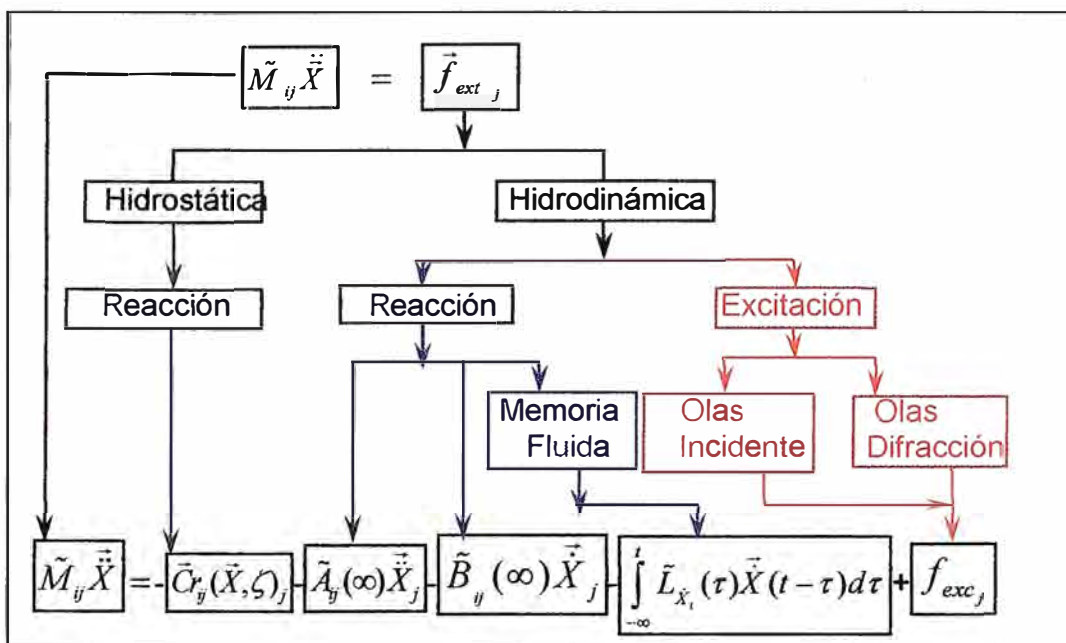


Figura 2.5: Acciones fluidas bajo la representación funcional y la segunda ley de Newton de los movimientos del barco.

En la Figura 2.5 se presentase \vec{M}_{ij} como la matriz de inercia, $\vec{C}_{r_{ij}}(\vec{X}, \zeta)$ describe la restauración de las fuerzas y momentos, $\vec{A}_{ij}(\infty)$ es la matriz de masa adicionada en el infinito, $\vec{B}_{ij}(\infty)$ es la matriz de amortiguamiento en el infinito dependientes de la velocidad de avance del barco, $\int_{-\infty}^t \vec{L}_{ij}(\tau) \dot{\vec{X}}(t-\tau) d\tau$ representa la integral de convolución de la función memoria, donde $\vec{L}_{ij}(\tau)$ representa la matriz de funciones de memoria y $\dot{\vec{X}}(t-\tau)$ a velocidad del modo respectivo, f_{exc} representa la fuerza y momentos de excitación externa de la ola conocido en la literatura como fuerza de Froude-Krilov pero los términos de las fuerzas debido a las olas de

difracción que dependen del ángulo de incidencia χ la frecuencia de encuentro, así como la amplitud de la ola A_ω y el tiempo t .

El modelo matemático que se presenta busca reproducir los movimientos de arfada, rolido y cabeceo en mar regular considerando la forma de las ecuaciones en el dominio del tiempo incluyendo el efecto de las fuerzas de radiación en términos de las integrales de convolución de la memoria fluida y la velocidad de cada modo, respectivamente, teniendo en consideración los posibles acoplamientos entre los modos verticales de arfada y cabeceo.

Teniendo en cuenta las hipótesis hechas en la sección (2.1) las ecuaciones de los movimientos lineales se presentan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 (m + Z_{z\infty})\ddot{z} + \int_{-\infty}^t L_{z_z}(\tau)\dot{z}(t-\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t L_{\dot{z}_z}(\tau)\dot{\theta}(t-\tau)d\tau + Z_{\dot{\theta}\infty}\ddot{\theta} + Z_{z_z}z + Z_{\theta\theta}\theta &= Z_w(\chi, t) \\
 (J_{xx} + K_{\dot{\phi}\infty})\ddot{\phi} + \int_{-\infty}^t L_{\dot{\phi}_\phi}(\tau)\dot{\phi}(t-\tau)d\tau + K_{\dot{\phi}\infty}\dot{\phi} + K_{\phi\phi}\phi &= K_w(\chi, t) \\
 (J_{yy} + M_{\dot{\theta}\infty})\ddot{\theta} + \int_{-\infty}^t L_{\dot{\theta}_\theta}(\tau)\dot{\theta}(t-\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t L_{z_\theta}(\tau)\dot{z}(t-\tau)d\tau + M_{z\infty}\ddot{z} + M_{z_z}z + M_{\theta\theta}\theta &= M_w(\chi, t)
 \end{aligned} \tag{2.66}$$

Observando que los movimientos de arfada y cabeceo se encuentran acoplados hidrodinámicamente mediante los términos de las aceleraciones y velocidades de cada modo del movimiento, respectivamente. Adelante, se puede observar que en este nivel lineal el movimiento de rolido es independiente de los movimientos verticales, conforme los movimientos de arfada y cabeceo son acoplados también hidrostáticamente.

Ahora vamos describir los coeficientes, $K_{\dot{\phi}\infty}$, e $K_{\ddot{\phi}\infty}$, $Z_{\dot{z}\infty}$, $Z_{\ddot{\theta}\infty}$, $M_{\ddot{\theta}\infty}$, $M_{\dot{z}\infty}$ que representan los valores de amortiguamiento y masas adicionales para altas frecuencias, a las cuales cambian con la velocidad de avance del barco. El termo $K_{\dot{\phi}\infty}$ es calculado según el trabajo formulado por Ikeda y presentado por Himeno (1981). Los resultados son presentados en el Apéndice I. Los términos $K_{\ddot{\phi}\infty}$, $Z_{\dot{z}\infty}$, $Z_{\ddot{\theta}\infty}$, $M_{\ddot{\theta}\infty}$, $M_{\dot{z}\infty}$ son calculados según el trabajo formulado por Salvensen *et al.* (1970) y el programa numérico presentado por Meyers *et al.* (1975), de la misma forma usamos el programa WAMIT formulado por Lee C. H. y Newman J. N. (2003), las correcciones debido a la influencia de la velocidad de avance son presentadas en la Tabla-AI-1 en el Apéndice I.

2.7 Sistemas de Ecuaciones No Lineales

Fue demostrado, ver por ejemplo, Paulling y Rosenberg (1959), Neves (1981), Pérez (1985), Lenin (1994), Lorca (2001), Rodríguez (2004), que la mejor forma de reproducir los testes experimentales es de forma numérica, los cuales acompañan los hechos reales del fenómeno de la Resonancia Parametrica, y con modelos numéricos no lineales. La ecuación (2.66) es un modelo lineal que interpreta de forma poco exacta los fenómenos físicos que estamos pretendiendo analizar, pero apunta una alternativa de análisis de los movimientos.

Necesitamos de una mejor aproximación. Por este motivo, basados en el método propuesto por Rodríguez (2004), el cual describe los movimientos y los acoplamientos entre arfada, rolo y cabeceo de manera satisfactoria, en secuencia

presentaremos las modificaciones hechas para poder interpretar el modelo matemático final.

2.7.1 Modelo Propuesto

La Resonancia Parametrica es estudiada vía modelos no lineales, ya que fue demostrado por muchos trabajos presentados que no es suficiente un modelo lineal. Testes experimentales, Paulling y Rosenberg, (1959), Pérez (1985), Dallinga *et al.* (1998), así como hechos reales, France *et al.* (2003), demuestran la necesidad de tener una mejor aproximación en la interpretación del fenómeno.

El modelo aquí presentado tiene como base la representación funcional de las olas de radiación (modelo lineal) que es implementando en el modelo no lineal de los movimientos de arfada, rolo y cabeceo que fueran expandidos hasta la tercera orden de acuerdo con los desenvolvimientos de Rodríguez (2004).

El modelo presentado por Rodríguez (2004) consiste en la derivación de los términos no lineales hidrostáticos hasta la tercera orden en serie de Taylor, y cuenta con términos de la restauración debido el pasaje de ola. Cuenta aún con amortiguamiento no lineal en rolo.

En el trabajo de Rodríguez (2004) la frecuencia de interés tiene un intervalo de $[0, 2.5 \text{ rad/s}]$, que corresponde al intervalo de frecuencias del mar. En el modelo propuesto estos valores serán considerados inherente a las integrales de convolución (en otras palabras en la memoria fluida), ya que

en ellas se tiene un intervalo de frecuencia que varia en la siguiente forma [0, 20 rad/s].

Ahora vamos hacer una descripción vectorial de las ecuaciones de movimiento. En secuencia, describiremos en detalle la composición de cada un de los vectores que forman esta representación de los movimientos del barco.

Todas las derivaciones de las ecuaciones de movimiento fueran hechas con respeto al sistema inercial. La ecuación no lineal de movimiento puede ser expresa de la siguiente forma:

$$(\tilde{M} + \tilde{A}_\infty)\ddot{\vec{X}} + \int_0^t \tilde{L}(\tau)\dot{\vec{X}}(t-\tau)d\tau + (\tilde{B}_\infty + B_{\phi|\phi}|\dot{\phi}|)\dot{\vec{X}} + \vec{C}_r(\vec{X}, \zeta) = \vec{C}_{ext}(\zeta, \dot{\zeta}, \ddot{\zeta}) \quad (2.67)$$

Tiendo en consideración que tenemos tres grados de libertad, entonces, los modos serán expresos por el vector \vec{X} que representa el desplazamiento lineal en arfada y los desplazamientos angulares en rolo y cabeceo:

$$\vec{X}(t) = [Z(t) \quad \phi(t) \quad \theta(t)]^T \quad (2.68)$$

La matriz M representa las inercias cuyos términos diagonales representan la masa del barco, el momento de inercia en rolo, y el momento de inercia en cabeceo.

La matriz A_∞ representa las masas adicionadas en el infinito

El vector L representa la matriz de las funciones memoria, las cuales fueran calculadas y presentadas en el Apéndice I, o sea:

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & I_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & I_{yy} \end{bmatrix} \quad \tilde{A}_\infty = \begin{bmatrix} Z_{\dot{z}\infty} & 0 & Z_{\dot{\theta}\infty} \\ 0 & K_{\dot{\phi}\infty} & 0 \\ M_{\dot{z}\infty} & 0 & M_{\dot{\theta}\infty} \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

$$\tilde{L}(t) = \begin{bmatrix} L_{Z_z}(\tau) & 0 & L_{Z_\theta}(\tau) \\ 0 & L_{\phi_\phi}(\tau) & 0 \\ L_{\theta_z}(\tau) & 0 & L_{\theta_\theta}(\tau) \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

$$\tilde{B}_\infty = \begin{bmatrix} Z_{z\infty} & 0 & Z_{\dot{\theta}\infty} \\ 0 & K_{\dot{\phi}\infty} & 0 \\ M_{\dot{z}\infty} & 0 & M_{\dot{\theta}\infty} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

La matriz B_∞ representa el amortiguamiento en el dominio de la frecuencia en el infinito. Estos coeficientes dependen de la velocidad de avance del barco. La influencia de la velocidad en los términos de arfada y cabeceo está descrita en la Tabla I1 del Apéndice I. El termo $K_{\dot{\phi}\infty}$ tiene su dependencia de la velocidad establecida por la formulación de Ikeda, no siendo de origen potencial.

El termo $B_{\phi|\phi}$ representa el amortiguamiento no lineal de segunda orden en rolo, siendo que este valor es calculado por el método de Ikeda que fue presentado por Himeno (1981), en el cual $B_{\phi|\phi}$ cambia en función de la velocidad.

Los valores de $Z_{z\infty}$ y $M_{\dot{\theta}\infty}$ de la matriz \tilde{B}_∞ son nulos. Esto se debe al hecho de que las olas radiadas con altas frecuencias no tienen prácticamente energía; luego, para la frecuencia del movimiento tendiendo al infinito estos coeficientes tendrán a cero, conforme indicado en las expresiones (2.72) y (2.73):

$$\lim_{\omega_e \rightarrow \infty} Z_{\dot{z} \infty} = \lim_{\omega_e \rightarrow \infty} \int x Z_{\dot{z}} dx = 0 \quad (2.72)$$

$$\lim_{\omega_e \rightarrow \infty} M_{\dot{\theta} \infty} = \lim_{\omega_e \rightarrow \infty} \left[\int x Z_{\dot{z}} dx + \frac{U^2}{\omega_e^2} Z_{\dot{z}} \right] = 0 + \frac{U^2}{\infty^2} Z_{\dot{z}} = 0 \quad (2.73)$$

Entonces, teniendo en consideración estos límites, podemos escribir nuevamente esa matriz de amortiguamiento, dando como resultado la matriz presentada en la expresión (2.74):

$$\tilde{B}_{\infty}(\dot{\phi}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & Z_{\dot{\theta} \infty} \\ 0 & K_{\dot{\phi} \infty} & 0 \\ M_{\dot{z} \infty} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

El vector $\vec{C}_r(\vec{X}, \zeta)$ representa la fuerza y momentos de restauración no lineales que dependen del movimiento relativo entre el casco del barco y la elevación de la ola $\zeta(x, y, t)$ y son basados en la expansión da serie de Taylor, conforme Rodríguez (2004)

$$\vec{C}_r(\vec{X}, \zeta) = \vec{C}_r^1(\vec{X}) + (\vec{C}_r^2(\vec{X}) + \vec{C}_r^2(\zeta)) + (\vec{C}_r^3(\vec{X}) + \vec{C}_r^3(\zeta)) \quad (2.75)$$

dónde los suscritos (1), (2) y (3) se refieren a la primera, segunda y tercera ordenes de los términos restauradores de la expansión de Taylor,

La primera orden corresponde a las acciones hidrostáticas siguientes:

$$\bar{C}_r^1(\bar{X}) = \begin{bmatrix} Z_Z & 0 & Z_\theta \\ 0 & K_\phi & 0 \\ M_Z & 0 & M_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho g A_0 & 0 & -\rho g A_0 x f_0 \\ 0 & \Delta GM & 0 \\ -\rho g A_0 x f_0 & 0 & \Delta GM_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Las acciones de la segunda y tercera orden son descompuestas en dos términos. Los que se encuentran con suscrito (\bar{X}) corresponden a los movimientos del cuerpo, pero cuando contienen el suscrito (ζ) se refieren a los efectos del pasaje de la ola. La derivación de estos componentes sigue la referencia Neves y Rodríguez (2006).

Según estos desenvolvimientos, las acciones de segunda orden de las acciones restauradoras del movimiento pueden ser definidas a seguir:

$$\bar{C}_r^2(\bar{X}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Z_{ZZ}Z + 2Z_{Z\theta}\theta & Z_{\phi\phi}\phi & Z_{\theta\theta}\theta \\ 0 & 2(K_{z\phi}Z + K_{\phi\theta}\theta) & 0 \\ M_{ZZ}Z + 2M_{Z\theta}\theta & 0 & M_{\theta\theta}\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

Análogamente, los términos restauradores de segunda orden debido al efecto del pasaje de la ola son dados por:

$$\bar{C}_r^2(\zeta) = \begin{bmatrix} Z_{\zeta Z} & 0 & Z_{\zeta\theta} \\ 0 & K_{\zeta\phi} & 0 \\ M_{\zeta Z} & 0 & M_{\zeta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

Las acciones restauradoras de los movimientos de tercera orden pueden ser definidas como:

$$\bar{C}_r^3(\bar{X}) = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} (Z_{ZZZ}Z + 3Z_{ZZ\theta}\theta)Z^2 + 3(Z_{ZZ\phi}Z + Z_{\phi\phi\theta}\theta)\phi^2 + (Z_{\theta\theta\theta}\theta + 3Z_{\theta\theta Z}Z)\theta^2 \\ 3K_{ZZ\phi}Z^2\phi + (K_{\phi\phi\phi}\phi^2 + 6K_{z\phi\theta}Z\theta)\phi + 3K_{\theta\theta\phi}\theta^2\phi \\ (M_{ZZZ}Z + 3M_{ZZ\theta}\theta)Z^2 + 3(M_{\phi\phi Z}Z + M_{\phi\theta\theta}\theta)\phi^2 + (M_{\theta\theta\theta}\theta + 3M_{\theta\theta Z}Z)\theta^2 \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

Y las acciones de tercera orden restauradoras debido el pasaje de la ola son:

$$\vec{C}_r^3(\zeta) = \begin{bmatrix} Z_{\zeta\zeta\zeta}(t)Z^2 + Z_{\zeta\zeta\theta}(t)Z\theta + Z_{\phi\phi\zeta}(t)\phi^2 + Z_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta + Z_{\zeta\theta\theta}(t)\theta^2 \\ K_{\zeta\zeta\phi}(t)Z\phi + K_{\zeta\zeta\phi}(t)\phi + K_{\zeta\phi\theta}(t)\phi\theta \\ M_{\zeta\zeta\zeta}(t)Z + M_{\zeta\zeta\theta}(t)Z\theta + M_{\phi\phi\zeta}(t)\phi^2 + M_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta + M_{\theta\theta\zeta}(t)\theta^2 \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

el vector $\vec{C}_{ext}(\zeta, \dot{\zeta}, \ddot{\zeta})$ representa la fuerza y momentos de excitación externa de la ola que generalmente son conocidos como la fuerza de Froude Krilov más los términos de la fuerza debido a la difracción, que dependen del (ángulo incidente χ), así como de la frecuencia de encuentro ω_e , y de la

amplitud de la ola $A_\omega = \frac{\zeta_\omega}{2}$ y del tiempo t . En términos vectoriales:

$$\vec{C}_{ext}(\zeta, \dot{\zeta}, \ddot{\zeta}) = [Z_\omega(t) \quad K_\omega(t) \quad M_\omega(t)]^T \quad (2.81)$$

Se debe tener en cuenta que cuando el ángulo de incidencia es $\chi = 180^\circ$ o cero, o sea, ondas longitudinales, el valor de $K_\omega(t)$ es cero, ya que no existe excitación externa.

Ahora vamos hacer una simplificación bajo la siguiente notación:

$$\begin{bmatrix} Z_{\dot{z}_z} & 0 & Z_{\dot{\theta}_z} \\ 0 & K_{\dot{\phi}_\phi} & 0 \\ M_{\dot{z}_\phi} & 0 & M_{\dot{\theta}_\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_{-\infty}^t L_{\dot{z}_z}(\tau)\dot{z}(t-\tau)dt & 0 & \int_{-\infty}^t L_{\dot{\theta}_z}(\tau)\dot{\theta}(t-\tau)dt \\ 0 & \int_{-\infty}^t L_{\dot{\phi}_\phi}(\tau)\dot{\phi}(t-\tau)dt & 0 \\ \int_{-\infty}^t L_{\dot{z}_\phi}(\tau)\dot{z}(t-\tau)dt & 0 & \int_{-\infty}^t L_{\dot{\theta}_\phi}(\tau)\dot{\theta}(t-\tau)dt \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

La expresión (2.82) representa las funciones memoria que son presentadas a seguir en forma matricial:

$$\tilde{L} = \begin{bmatrix} L_{Z_z}(t) & 0 & L_{Z_\theta}(t) \\ 0 & L_{\phi_\theta}(t) & 0 \\ L_{\theta_z}(t) & 0 & L_{\theta_\theta}(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{\pi} \begin{bmatrix} \int_0^\infty B_{Z_z}(\omega) \cos(\omega t) d\omega & 0 & \int_0^\infty B_{Z_\theta}(\omega) \cos(\omega t) d\omega \\ 0 & \int_0^\infty B_{\phi_\theta}(\omega) \cos(\omega t) d\omega & 0 \\ \int_0^\infty B_{\theta_z}(\omega) \cos(\omega t) d\omega & 0 & \int_0^\infty B_{\theta_\theta}(\omega) \cos(\omega t) d\omega \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

Podemos observar que una forma más simplificada de la ecuación del movimiento de forma vectorial de la expresión (2.67) puede ser escrita como se presenta a continuación:

$$(\tilde{M} + \tilde{A}_\infty) \ddot{\vec{X}} + \tilde{X}_{\dot{X}} + (\tilde{B}(\infty) + B_{\phi|\phi} |\dot{\phi}|) \dot{\vec{X}} + \tilde{C}_r(\vec{X}, \zeta) = \tilde{C}_{ext}(\zeta, \zeta, \zeta) \quad (2.84)$$

Es interesante analizar cómo se calcula los valores de los términos que forman la matriz $\tilde{X}_{\dot{X}}$. Como de ejemplo tomaremos el caso de arfada.

$$Z_{\dot{z}_z}(t) = \int_{-\infty}^t L_{Z_z}(\tau) \dot{Z}(t-t) dt = \int_{-\infty}^t \left[\frac{2}{\pi} \int_0^\infty B_{Z_z}(\omega) \cos(\omega \tau) d\omega \right] \dot{Z}(t-t) dt \quad (2.85)$$

En la expresión (2.84) se presentan los sistemas de ecuaciones con integrales de convolución y debemos resaltar que la matriz $X_{\dot{X}}$ representa los componentes de masa adicional para bajas frecuencias así como el amortiguamiento en bajas frecuencias y bien comportadas, el amortiguamiento no lineal es expresado a través de $B_{\phi|\phi} |\dot{\phi}|$, el efecto de la memoria es incluida en todos los grados de libertad analizados.

Arfada

$$\begin{aligned}
& (m + Z_{z\infty})\ddot{z} + \int_{-\infty}^t L_{z_z}(\tau)\dot{z}(t-\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t L_{\dot{\theta}_z}(\tau)\dot{\theta}(t-\tau)d\tau + Z_{z\infty}\dot{z} + Z_{\dot{\theta}\infty}\ddot{\theta} + Z_{\dot{\theta}\infty}\dot{\theta} + \\
& Z_z z + Z_{\theta}\theta + \frac{1}{2}Z_{zz}z^2 + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi}\phi^2 + \frac{1}{2}Z_{\theta\theta}\theta^2 + Z_{z\theta}z\theta + \\
& \frac{1}{6}Z_{zzz}z^3 + \frac{1}{2}Z_{zz\theta}z^2\theta + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi z}\phi^2 z + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi\theta}\phi^2\theta + \frac{1}{2}Z_{\theta\theta z}\theta^2 z + \frac{1}{6}Z_{\theta\theta\theta}\theta^3 + \\
& Z_{\zeta z}(t)z + Z_{\zeta\theta}(t)\theta + Z_{\zeta z}(t)z + Z_{\zeta z}(t)z^2 + Z_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta + Z_{\zeta z\theta}(t)z\theta + Z_{\phi\phi\zeta}(t)\phi^2 + \\
& Z_{\theta\theta\zeta}(t)\theta^2 = Z_w(\chi, t)
\end{aligned}$$

Rolido

$$\begin{aligned}
& (J_{xx} + K_{\dot{\phi}\infty})\ddot{\phi} + \int_{-\infty}^t L_{\dot{\phi}_\phi}(\tau)\dot{\phi}(t-\tau)d\tau + K_{\dot{\phi}\infty}\dot{\phi} + K_{|\dot{\phi}|}|\dot{\phi}| + K_{\phi}\phi + K_{z\phi}z\phi + K_{\phi\theta}\phi\theta + \\
& \frac{1}{2}K_{zz\phi}z^2\phi + \frac{1}{6}K_{\phi\phi\phi}\phi^3 + \frac{1}{2}K_{\theta\theta\phi}\theta^2\phi + K_{z\phi\theta}z\phi\theta + \\
& K_{\zeta\phi}(t)\phi + K_{\zeta\zeta\phi}(t)\phi + K_{\zeta z\phi}(t)z\phi + K_{\zeta\phi\theta}(t)\phi\theta = K_w(\chi, t)
\end{aligned}$$

Cabeceo:

$$\begin{aligned}
& (J_{yy} + M_{\dot{\theta}\infty})\ddot{\theta} + M_{\dot{\theta}\infty}\dot{\theta} + \int_{-\infty}^t L_{\dot{\theta}_\theta}(\tau)\dot{\theta}(t-\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t L_{z_\theta}(\tau)\dot{z}(t-\tau)d\tau + M_{z\infty}\ddot{z} + M_{z\infty}\dot{z} + \\
& M_z z + M_\theta\theta + \frac{1}{2}M_{zz}z^2 + \frac{1}{2}M_{\phi\phi}\phi^2 + \frac{1}{2}M_{\theta\theta}\theta^2 + M_{z\theta}z\theta + \\
& \frac{1}{6}M_{zzz}z^3 + \frac{1}{2}M_{zz\theta}z^2\theta + \frac{1}{2}M_{\phi\phi z}\phi^2 z + \frac{1}{2}M_{\phi\phi\theta}\phi^2\theta + \frac{1}{2}M_{\theta\theta z}\theta^2 z + \frac{1}{6}M_{\theta\theta\theta}\theta^3 + \\
& \frac{1}{6}M_{\theta\theta\theta}\theta^3 + M_{\zeta z}(t)z + M_{\zeta\theta}(t)\theta + M_{\zeta z}(t)z + M_{\zeta z}(t)z^2 + M_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta + M_{\zeta z\theta}(t)z\theta + \\
& M_{\phi\phi\zeta}(t)\phi^2 + M_{\theta\theta\zeta}(t)\theta^2 = M_w(\chi, t) \tag{2.86}
\end{aligned}$$

Perciba que este modelo matemático muestra la dependencia del movimiento de rolido con los demás movimientos de arfada y cabeceo, los

cuales son acoplados lineal y no linealmente. Esta dependencia del movimiento de rolo se da a través de los términos de segunda y tercera orden.

Perciba que en la expresión (2.86) se presentan las ecuaciones del movimiento no lineal, con efecto, de memoria fluida y efecto del pasaje de la ola, bien como de los términos restauradores y fuerzas excitatrices que hacen parte del sistema barco ola. Antes de pasaremos a la solución de este sistema, describiremos brevemente la obtención de cada un de los coeficientes que pertenecen a las ecuaciones del movimiento.

2.8 Coeficientes Hidrodinámicos y las Fuerzas de Excitación

Para obtener las integrales de convolución es preciso avaluar los coeficientes de masa adicional y amortiguamiento (coeficientes hidrodinámicos), y encontrar estos valores para varias velocidad y para intervalos en el dominio de la frecuencia, que permitan considerar el dominio de la frecuencia infinito (valores iguales a cero). De la misma forma, es preciso encontrar los valores de los coeficientes hidrodinámicos bien comportados para varias velocidades.

Para resolver las ecuaciones del movimiento precisamos conocer las fuerzas y momentos de excitación debido las olas y estos pueden ser obtenidos, por ejemplo, utilizando la teoría potencial bidimensional o tri dimensional.

La teoría potencial asume que el potencial de velocidad que caracteriza el campo de velocidades en torno del barco está dividido en dos parcelas una permanente independiente del tiempo asociada a la velocidad del avance del barco

y otra dependiente del tiempo asociada a las olas incidentes y el movimiento no permanente del barco.

Para el análisis del comportamiento en olas este potencial no permanente es más importante y puede ser dividido en tres componentes: potencial de ola incidente, potencial de ola de difracción y potencial de radiación, este dividido en un potencial para cada grado de libertad del movimiento del barco. Bajo ciertas consideraciones del flujo potencial incomprensible y problemas de valor de contorno puede obtener el potencial total, para luego aplicar la ecuación de Bernoulli y obtener las presiones en la superficie del casco, y con esto, las fuerzas actuando en el barco.

Las acciones que derivan del potencial incidente y difractado corresponden a las fuerzas y momentos de excitación, y las acciones asociadas al potencial de radiación ofrecerán las fuerzas y momentos hidrodinámicos (reacciones).

Las fuerzas y momentos hidrodinámicos son descompuestas en parcelas proporcionales a la aceleración y la velocidad, que así definen los coeficientes de masa adicional y amortiguamiento para cada uno de los grados del movimiento analizados. Para obtención de estos coeficientes se utiliza la Teoría de las Franjas definida por Salvensen, Tuck y Faltinsen (1970), que modela el problema tridimensional complejo como se fuera la integración de problemas bidimensionales. Aún mediante la Teoría de las Fajas pueden ser también calculadas las fuerzas y momentos de excitación, las cuales son descompuestas en dos grupos: fuerzas de Froude-Krilov y de difracción.

Las fuerzas de excitación en olas regulares, de los movimientos de arfada, rolo y cabeceo son definidos como:

$$\left. \begin{aligned} Z_w(t) &= Z_{w0} \cos[w_e t + \alpha_{w3}] \\ K_w(t) &= K_{w0} \cos[w_e t + \alpha_{w4}] \\ M_w(t) &= M_{w0} \cos[w_e t + \alpha_{w5}] \end{aligned} \right\} \quad (2.87)$$

Dónde: Z_{w0} , α_{w3} , K_{w0} , α_{w4} e M_{w0} , α_{w5} representan las amplitudes y fases en relación a la ola, de la fuerza en arfada y de los momentos en rolo y cabeceo, respectivamente.

En el Apéndice I, son presentados los coeficientes de masa adicional y amortiguamiento en el dominio de la frecuencia que va desde cero hasta valores correspondientes dónde los coeficientes hidrodinámicos son reducidos a cero. En el mismo apéndice son presentadas las fuerzas de excitación y sus fases, estos datos son todos referentes al barco Transom Stem, ver Rodríguez (2004).

2.9 Consideraciones de Cálculo en las Integrales Función Memoria Fluida

Las olas de radiación generan fuerzas y momentos que son expresos en términos de integrales de convolución (memoria fluida), como fue descrito en la sección 2.71. Las funciones memoria $L_{ij}(\tau)$ dependen del tiempo anteriores τ y de los coeficientes de amortiguamiento, que sin influencia de la velocidad U es representado por $B_{ij}(\omega)$. La forma general de las integrales da memoria fluida es como se presenta adelante.

$$L_{ij}(\tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} B_{ij}(\omega) \cos(\omega t) d\omega, \quad (ij = 3, 4, 5) \quad (2.88)$$

las figuras de las funciones memoria fluida son presentados en el Apéndice II.

El amortiguamiento $B_{ij}(\omega)$ debe tener un intervalo de frecuencias desde frecuencia cero ($\omega = 0$) hasta el infinito $[0, \infty]$. Para nuestro caso se considera 20 rad/s. A este valor de la frecuencia en el infinito denotaremos por (ω_f). En el proceso de cálculos de los valores de $B_{ij}(\omega)$ se desconsideran los valores que estuvieran afuera de la tendencia de comportamiento del amortiguamiento en transcurso irregulares.

El comportamiento de este coeficiente hidrodinámico merece atención ya que es considerado como un elemento de la integral de convolución, entonces bajo esta consideración el comportamiento del amortiguamiento en los diferentes modos y altas frecuencia merece ser analizado ya que existe una limitación con respecto al método utilizado para calcular $B_{ij}(\omega)$, en la formulación de Salvensen *et al.* (1970) que fue utilizado por Meyers *et al.* (1975).

Para este problema Van Oortmerssen (1976) propuso la solución de separar en dos parcelas el amortiguamiento en función de las frecuencias, una desde $\langle \omega_0 - \omega_m \rangle$ y otra desde $\langle \omega_m - \omega_f \rangle$ siendo que los valores del primer intervalo representan el comportamiento del amortiguamiento que es bien conocido y el segundo es considerando un decaimiento asintótico del amortiguamiento.

Esta curva de decaimiento polinomial es porque este polinomio tiende a cero conforme la frecuencia aumenta. Este polinomio es del tipo $F(\omega)$ para cada modo de movimiento y es de la siguiente forma:

$$F(\omega) = \frac{C}{\omega^n} \quad (2.89)$$

dónde:

C : representa el valor constante que depende del valor de ω_m .

n : es un valor que depende directamente del modo de movimiento.

Por ejemplo, para avance, desvío, rolo, giñada $n = 3$ y para arfada y cabeceo $n = 7$, ver de Kat (1988).

$$L_{ij}(\tau) = \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\omega_m} B_{ij}(\omega) \cos(\omega t) d\omega + \int_{\omega_m}^{\infty} B_{ij}(\omega) \cos(\omega t) d\omega \right] \quad (2.90)$$

2.10 Coefficientes de Amortiguamiento No Lineal

En el fenómeno de resonancia paramétrica el coeficiente del amortiguamiento potencial realiza un papel muy importante. El amortiguamiento en general caracteriza la disipación de la energía de las olas radiadas por el barco. El amortiguamiento en rolo en este sentido no es tan relevante cuanto en los demás modos, como se puede observar en el apéndice I, ya que en rolo el amortiguamiento por formación de olas es sólo una fracción del amortiguamiento total.

La teoría potencial lineal no permite representar los efectos de los fenómenos de origen viscosa y velocidad de avance del barco que influyen en el amortiguamiento en rolo.

En el movimiento en rolo se sabe que el amortiguamiento tiene una fuerte dependencia de los efectos viscosos. Siendo conocidas estas limitaciones, los efectos viscosos fueron tratados separadamente, a través del método semi-empírico formulado por Ikeda, presentado por Himeno (1981). Esta formulación lleva en cuenta el efecto de bolina y la velocidad de avance, esta formulación permite una buena aproximación en el proceso del cálculo del amortiguamiento en rolo y considera los términos lineales y no lineales debido al efecto de la viscosidad y formación de vórtices.

En la formulación del método de Ikeda se asume que el amortiguamiento en rolo puede ser subdividido en cinco componentes principales, las cuales son calculadas separadamente y sumadas según la siguiente formulación:

$$B_{\phi} = B_W + B_F + B_E + B_L + B_{BK} \quad (2.91)$$

dónde:

B_{ϕ} : Amortiguamiento total en rolo

B_W : Amortiguamiento de ola del casco sin bolinas (*wave damping*).

B_F : Amortiguamiento de friccional.

B_E : Amortiguamiento por formación de vórtices (*eddy damping*).

B_L : Amortiguamiento debido a la sustentación (*lift damping*).

B_{BK} : Amortiguamiento debido a las bolinas (*bilge keel damping*)

Importante resaltar que el barco trabajado, Transom Stern, no presenta quillas de balance; por este motivo el termo B_{BK} es igual a cero.

Los diferentes componentes del amortiguamiento posibilitan la determinación de los coeficientes de amortiguamiento para un movimiento oscilatorio forzado de rolo para una dada frecuencia y amplitud de rolo.

Del punto de vista físico-matemático el momento ejercicio por el amortiguamiento en juego puede ser expreso como una expansión en série de Taylor de la siguiente forma:

$$B_{\phi} = B_1\dot{\phi} + B_2\dot{\phi}|\dot{\phi}| + B_3\dot{\phi}^3 + \dots \quad (2.92)$$

siendo los términos constantes presentados como los coeficientes $B_1, B_2, B_3 \dots$ y así por sucesivamente. Por simplicidad analítica sólo se trabajará la expresión (2.92) hasta la segunda orden y como consecuencia tendremos:

$$B_{\phi} = B_1\dot{\phi} + B_2\dot{\phi}|\dot{\phi}| \quad (2.93)$$

El coeficiente B_1 representa los amortiguamientos lineales debido a la formación de olas, efectos de fricción y de sustentación, mientras que B_2 corresponde a los amortiguamientos cuadráticos no lineales debido a la formación de vórtices y efectos de tener quillas de balance.

En el Apéndice I son presentados los coeficientes B_1 e B_2 obtenidos para el barco analizado y presentamos las diferencias entre los intervalos en el dominio de la frecuencia en las cuales estos fueron calculados, con el propósito de trabajar con los términos lineales en el efecto de la memoria fluida. Estos valores de frecuencia fueron considerados como infinitos ya que siendo ellos bien comportados, tienden a cero y pueden formar parte de la función memoria del movimiento en rolo. Las no

linealidades fueran consideradas como términos pertenecientes al efecto de la velocidad de avance. Para una revisión más reciente del método de Ikeda, ver Lorca (2001).

2.11 Restauración No lineal

La derivación así como la metodología de los términos restaurativos lineales y no lineales que utilizaremos en la presente tesis es presentada por Rodríguez (2004). En este trabajo se hace una aproximación hasta tercera orden de los términos restauradores y del efecto del pasaje de la ola, estos son presentados en la Tabla (2.3). Las expresiones simplificadas para los coeficientes de restauración hidrostática en aguas calmas (hasta tercera orden) en función de la semi-boca y del “flare” del barco son presentados en la Tabla 2.2:

Aguas calmas

Lineales		
Árfada	Roiido	Cabeceo
$Z_z = \rho g A_o$	$K_z = 0$	$M_z = -\rho g A_o x_{fo}$
$Z_\phi = 0$	$K_\phi = \rho g [\nabla_0(\bar{z}_{B0} - \bar{z}_G) + I_{xx0}]$	$M_\phi = 0$
$Z_\theta = \rho g A_o x_{fo}$	$K_\theta = 0$	$M_\theta = \rho g [\nabla_0(\bar{z}_{B0} - \bar{z}_G) + I_{yy0}]$
Segunda orden		
Arfada	Rolido	Cabeceo
$Z_{zz} = -2\rho g \int_L \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$	$K_{zz} = 0$	$M_{zz} = 2\rho g \int_L \bar{x} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$
$Z_{z\phi} = 0$	$K_{z\phi} = -2\rho g \int_L \bar{y}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$	$M_{z\phi} = 0$
$Z_{z\theta} = 2\rho g \int_L \bar{x} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$	$K_{z\theta} = 0$	$M_{z\theta} = -2\rho g \int_L \bar{x}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$
$Z_{\phi\phi} = -2\rho g \int_L \bar{y}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$	$K_{\phi\phi} = 0$	$M_{\phi\phi} = 2\rho g \int_L \bar{x} \bar{y}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$
$Z_{\phi\theta} = 0$	$K_{\phi\theta} = 2\rho g \int_L \bar{x} \bar{y}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$	$M_{\phi\theta} = 0$

$Z_{\theta\theta} = -2\rho g \int_L \bar{x}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$	$K_{\theta\theta} = 0$	$M_{\theta\theta} = 2\rho g \int_L \bar{x}^3 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$
Tercera orden		
Arfada		
$Z_{zzz} = 0^*$	$Z_{zz\phi} = 0$	$Z_{zz\theta} = 0^*$
$Z_{\varphi\varphi z} = \rho g \left[4 \int_L \bar{y} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 dx + A_0 \right]$	$Z_{\phi\phi\phi} = 0$	$Z_{\varphi\varphi\theta} = -\rho g \left[4 \int_L \bar{y} \bar{x} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 dx + A_0 x_{f_0} \right]$
$Z_{\theta\theta} = 0^*$	$Z_{\theta\theta\phi} = 0$	$Z_{\theta\theta\theta} = 0^*$
Rolido		
$K_{zzz} = 0$	$K_{zz\varphi} = \rho g \left[4 \int_L \bar{y} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 dx + A_0 \right]$	$K_{zz\theta} = 0$
$K_{\phi\phi z} = 0$	$K_{\varphi\varphi\varphi} = \rho g \left[8 \int_L \bar{y}^3 \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 dx + 2I_{xx} \right]$	$K_{\phi\phi\theta} = 0$
$K_{\theta\theta z} = 0$	$K_{\varphi\varphi\theta} = \rho g \left[4 \int_L \bar{x}^2 \bar{y} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 dx + I_{yy} \right]$	$K_{\theta\theta\theta} = 0$
Cabeceo		
$M_{zzz} = 0^*$	$M_{zz\phi} = 0$	$M_{zz\theta} = 0^*$
$M_{\varphi\varphi z} = -\rho g \left[4 \int_L \bar{x} \bar{y} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 dx + A_0 x_{f_0} \right]$	$M_{\phi\phi\phi} = 0$	$M_{\varphi\varphi\theta} = \rho g \left[4 \int_L \bar{x}^2 \bar{y} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 dx + I_{yy} \right]$
$M_{\theta\theta z} = 0^*$	$M_{\theta\theta\phi} = 0$	$M_{\theta\theta\theta} = 0^*$
Acoplamiento Arfada-Rolido-Cabeceo		
$Z_{z\phi\theta} = 0$	$K_{z\phi\theta} = -\rho g \left[4 \int_L \bar{x} \bar{y} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 dx + A_0 x_{f_0} \right]$	$M_{z\phi\theta} = 0$

Tabla 2.2.-Expresiones simplificadas de los coeficientes de restauración hidrostáticos (aguas calmas)

*Estas expresiones fueron obtenidas analíticamente para el caso del barco de costados rectos inclinados, y son una buena aproximación para barcos de formas convencionales, siempre que se trate de pequeños desplazamientos y curvaturas poco acentuadas en los costados ($\partial^2 \bar{y} / \partial \bar{z}^2 \rightarrow 0$) en línea de agua analizada.

** $K_{\phi\phi\phi}$ es válido para ángulos de Rolido moderados, que no suponen la inmersión de la cubierta del barco y es exacto para barcos de costados rectos (verticales o inclinados). En el presente trabajo, como no se conocen a priori los ángulos de Rolido máximos que el barco puede alcanzar, este coeficiente será determinado numéricamente (ajuste por mínimos cuadrados) a partir de la curva de momento restaurador del barco en aguas calmas para cada condición de carga considerada.

En la Tabla 2.2, es importante observar que todos los coeficientes independen de la frecuencia del encuentro ω_e y del tiempo t , o sea, serán siempre constantes para un mismo calado y condición de \overline{GM} , excepto el coeficiente $K\phi$, que depende directamente do \overline{GM} .

2.7.1 Coeficientes de restauración debido al pasaje de la ola

En presencia de olas, la geometría del volumen sumergido del barco no depende sólo de los desplazamientos inducidos por las fuerzas de Froude-Krilov y de difracción, pero también de la forma de la superficie libre dada por el pasaje de ola. En el análisis lineal de los movimientos del barco, esta última contribución es despreciada, pues es considerada como parte de las fuerzas de excitación (las presiones sobre el casco inducidas por la presencia de la ola son integradas hasta la superficie libre no deformada). Ver Salvensen et al. (1970).

El pasaje de la ola tiene básicamente dos efectos directos: modificación del volumen submergido (dado por el perfil de la ola al largo del casco), y alteración del campo de presiones en la vincidad de la superficie libre (introducción de presiones dinámicas originadas por la velocidad orbital de las partículas). Ambos efectos se manifiestan como fuerzas y momentos adicionales actuando sobre el casco.

En el trabajo presentado por Rodríguez (2004) se despreció el efecto de la atenuación de la presión dinámica (dado el pequeño calado de los barcos aquí considerados) y se trato el efecto del pasaje de la ola como una

fuerza hidrostática adicional, originada por un incremento o pérdida del volumen sumergido causado por el perfil de la ola pasando al largo del barco.

Segunda orden		
Arfada	Rolido	Cabeceo
$Z_{\zeta}(t) = 2\rho g \int_L \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \zeta dx$	$K_{\zeta}(t) = 0$	$M_{\zeta}(t) = -2\rho g \int_L \bar{x} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \zeta dx$
$Z_{\zeta\phi}(t) = 0$	$K_{\zeta\phi}(t) = 2\rho g \int_L \bar{y}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \zeta dx$	$M_{\zeta\phi}(t) = 0$
$Z_{\zeta\theta}(t) = -2\rho g \int_L \bar{x} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \zeta dx$	$K_{\zeta\theta}(t) = 0$	$M_{\zeta\theta}(t) = 2\rho g \int_L \bar{x}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \zeta dx$
Tercera Orden		
Arfada		
$Z_{\zeta\zeta}(t) = 0^*$	$Z_{\zeta\zeta\phi}(t) = 0$	$Z_{\zeta\zeta\theta}(t) = 0^*$
$Z_{\zeta z}(t) = 0^*$	$Z_{\zeta\phi}(t) = 0$	$Z_{\zeta\theta}(t) = 0^*$
$Z_{\phi\phi}(t) = -\rho g \int_L \left[2\bar{y} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \bar{y} \right] \zeta dx$	$Z_{\theta\theta\zeta}(t) = 0^*$	
Rolido		
$K_{\zeta\zeta}(t) = 0$	$K_{\zeta\phi}(t) = -\rho g \int_L \left[2\bar{y} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \bar{y} \right] \zeta^2 dx$	$K_{\zeta\zeta\theta}(t) = 0$
$K_{\zeta z}(t) = 0$	$K_{\zeta\theta}(t) = -\rho g \int_L \left[4\bar{y} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + 2\bar{y} \right] \zeta dx$	$K_{\zeta\theta}(t) = 0$

$K_{\phi\phi\zeta}(t) = 0$	$K_{\theta\theta\zeta}(t) = 0$	$K_{\zeta\phi\theta}(t) = \rho g \int_L \left[4\bar{xy} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + 2\bar{xy} \right] \zeta dx$
Cabeceo		
$M_{\zeta\zeta\zeta}(t) = 0^*$	$M_{\zeta\zeta\phi}(t) = 0$	$M_{\zeta\zeta\theta}(t) = 0^*$
$M_{\zeta\zeta\zeta}(t) = 0^*$	$M_{\zeta\zeta\phi}(t) = 0$	$M_{\zeta\zeta\theta}(t) = 0^*$
$M_{\phi\phi\zeta}(t) = \rho g \int_L \left[2\bar{xy} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \bar{xy} \right] \zeta dx$	$M_{\theta\theta\zeta}(t) = 0^*$	$M_{\zeta\phi\theta}(t) = 0$

Tabla 2.3.-Coeficientes de restauración hidrostáticos de ola hasta la tercera orden.

**Se aplica las mismas hipótesis que para el caso de los coeficientes hidrostáticos en aguas calmas se debe observar que, debido a la dependencia de la ola, estos coeficientes dependerán tanto de la frecuencia cuanto del tiempo.*

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS Y RESULTADOS

El objetivo de este Capítulo es presentar los resultados numéricos obtenidos para la embarcación pesquera Transom Stern (TS) empleando el modelo numérico propuesto en El Capítulo 2. Es importante observar que fue mostrado experimentalmente y numéricamente que La embarcación TS es propenso a la resonancia paramétrica, Pérez et al. (2000); Neves et al. (2002).

De inicio, con el objetivo de hacerse válido el modelo matemático propuesto en la presente tesis, comparamos los resultados obtenidos utilizando el código numérico que permite calcular la función memoria fluida. Para esto, utilizamos los datos de los testes experimentales de cuerpos de formas simples, como es el caso de la semiesfera y cilindro, de los cuales se encuentra en la literatura tanto resultados de testes experimentales como de otros modelos numéricos.

Posteriormente, se hará una comparación de un modelo que calcula la función memoria fluida de forma analítica, con el modelo numérico propuesto, y usaremos un barco contenedor para comparar los resultados obtenidos por otros investigadores con los correspondientes a nuestro modelo propuesto. También se presentará una comparación de decaimiento en roído del barco TS del modelo numérico lineal propuesto y el modelo numérico clásico lineal sin considera el efecto de memoria

fluida. Finalmente, haremos una comparación entre el modelo propuesto en esta tesis y el modelo presentado por Rodríguez (2004), siendo que los dos modelos serán comparados con las respuestas experimentales del barco TS en rolido. El análisis de las diferencias y aproximaciones serán hechas basadas en las respuestas en el dominio del tiempo.

3.1 Generalidades

Es acepto que en el análisis de la estabilidad de los barcos en olas es preciso utilizar modelos matemáticos no lineales. Tales modelos no lineales sólo tienen soluciones aproximadas, y para eso debemos integrarlas numéricamente en función del tiempo. Así, en el presente trabajo fue utilizado un algoritmo de integración basado en el método de Runge Kutta de 4^a orden. Ese método permite solucionar adecuadamente el sistema de ecuaciones diferenciales no lineales que representa los movimientos acoplados del barco en arfada, rolido y cabeceo. Los resultados obtenidos son presentados en el dominio del tiempo para el barco en mar de proa, en mar regular.

3.2 Validación Numérica de la Función Memoria Fluida

El modelo numérico empleado en esta tesis para calcular la función memoria fluida es basado en el método de Filon, ver Apéndice III. Este método fue empleado por la rapidez del procesamiento y porque evita el cálculo periódico de la función memoria fluida en el dominio del tiempo; pero nada impide que se use otro método de integración numérica.

El amortiguamiento que se emplea en el cálculo de la función memoria fluida puede ser descompuesto según el trabajo desarrollado por Ikeda, y presentado por Himeno (1987), ver Capítulo 2. Pero, para las validaciones sólo se considera el amortiguamiento potencial, que es asociado a la pérdida de energía por formación de olas.

Para validar el modelo numérico que permite calcular la función memoria fluida fueran considerados dos cuerpos de forma simple, que permiten comparaciones entre modelos numéricos y testes experimentales. Además de eso, permiten la realización de evaluaciones comparables con diferentes métodos de integración numérica empleados por otros investigadores. El lenguaje de programación utilizada en los cálculos de los resultados del modelo propuesto es Digital™ Visual Fortran 6.5.

3.2.1 Pruebas de Decaimiento

En general, los testes experimentales de decaimiento son utilizados con el objetivo de extraer datos hidrodinámicos y otras características de los sistemas flotantes, como la frecuencia natural del grado de libertad que se pretende analizar.

Los modelos analíticos clásicos utilizados para representar estos testes suponen que los coeficientes hidrodinámicos son constantes. Esta formulación no representa de forma estrictamente correcta los efectos de la memoria fluida.

En un teste de decaimiento utilizamos el modelo matemático lineal en arfada, sin considerar los acoplamientos debidos a rolido y cabeceo, ni los termos debidos a la excitación de las olas incidentes ($Z_w(\chi, t) = 0$). A partir de nuestro modelo propuesto obtenemos como resultado la expresión siguiente:

$$(m + Z_{z\infty})\ddot{z} + \int_{-\infty}^t L_{z_z}(\tau)\dot{z}(t-\tau)d\tau + Z_z z = 0 \quad (3.1)$$

Se utilizara el método de Filon para calcular la función memoria fluida L_{z_z} y el método de los trapecios para calcular la integral de convolución $\int_{-\infty}^t L_{z_z}(\tau)\dot{z}(t-\tau)d\tau$, siendo esta última incrementada en sus números de termos integrados en cada paso del tiempo de la integración de la ecuación (3.1) utilizando el algoritmo de Runge Kutta de 4^a orden. Obteniéndose la curva de decaimiento, comparamos estos resultados con los datos presentados por Esperança *et al.* (2006).

En el trabajo presentado por Esperança *et al.* (2006) presentase las curvas de decaimiento en arfada de la semiesfera y cilindro vertical. El método de integración numérica utilizada por Esperança *et al.* (2006) es el método de los trapecios y Runge Kutta de 4^a orden para calcular la función memoria fluida y las respuestas de decaimiento, respectivamente.

Esperança *et al.* (2006), basado el trabajo presentado por Greenhow (1997), presenta el modelo matemático de la ecuación de movimiento en forma adimensionalizada, basada en la formulación de Cummins (1962).

El cuerpo inicia su movimiento con ciertas condiciones iniciales y se mueve hasta perder toda la energía, siendo el amortiguamiento del mecanismo dinámico que absorbe la energía de ese movimiento.

3.2.2 Decaimiento de Cuerpos con Formas Simples

3.2.2.1 Semiesfera

Beck y Liapis (1987) presentaron resultados de decaimiento considerando una semiesfera, mostrada en la Figura 3.1. El trabajo considera el movimiento oscilatorio de la semiesfera en arfada.

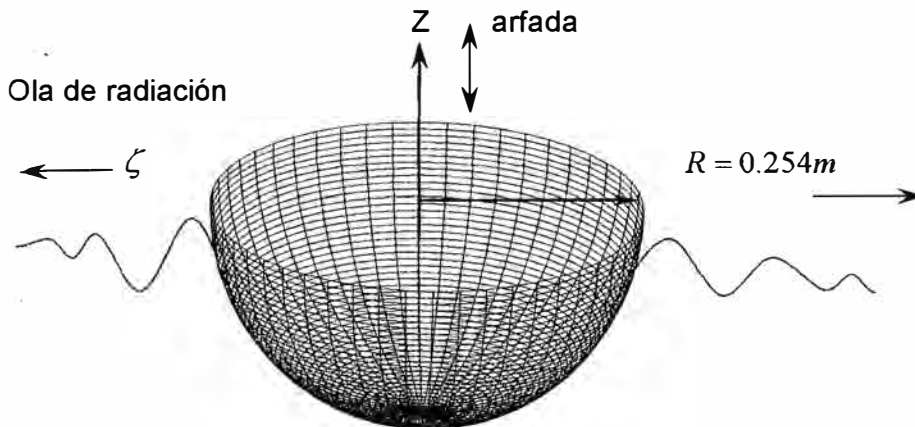


Figura 3.1: Semiesfera en arfada

El código numérico que calcula la función memoria fluida en arfada utiliza los datos de masa adicionada y amortiguamientos producido por el programa

WAMIT ver Lee C. H. y Newman J. N. (2003), este programa produce los coeficientes hidrodinámicos en el dominio de la frecuencia. Estos coeficientes son los mismos utilizados en el trabajo presentado por Esperança *et al.* (2006). La Figura 3.2 representa los coeficientes hidrodinámicos de amortiguamiento y masa adicionada, que fueron considerados para el cálculo de la función memoria fluida. Siguiendo la nomenclatura empleada en el trabajo de Esperança *et al.* (2006), el tiempo, masa adicionada, amortiguamiento, función memoria fluida y decaimiento en arfada, son adimensionalizados según las expresiones presentadas en las figuras mostradas, donde g representa la aceleración de la gravedad, R el radio de la semiesfera, ρ la masa específica del fluido, $t \nabla$ el volumen sumergido de la semiesfera (o cilindro, según corresponda), ω es la frecuencia de oscilación, k es el número de ola, y a representa la longitud característica del cuerpo discretizado, para la semiesfera y cilindro $a = R$ (radio geométrico).

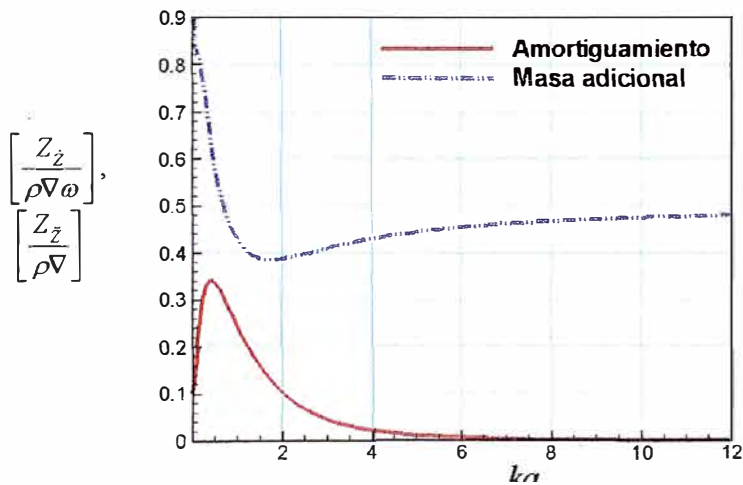


Figura 3.2: Masa adicional y amortiguamiento potencial de la semiesfera en arfada

Bajo estas consideraciones y utilizando el método de Filon que calcula la función memoria fluida, presentada en la Figura 3.3. Los valores de la función memoria fluida presentados están adimensionalizados conforme los ejes mostrados en las figuras. El término L_{Z_z} representa la función memoria fluida dimensionada para el movimiento en arfada, siendo que los demás términos ya fueron descritos anteriormente.

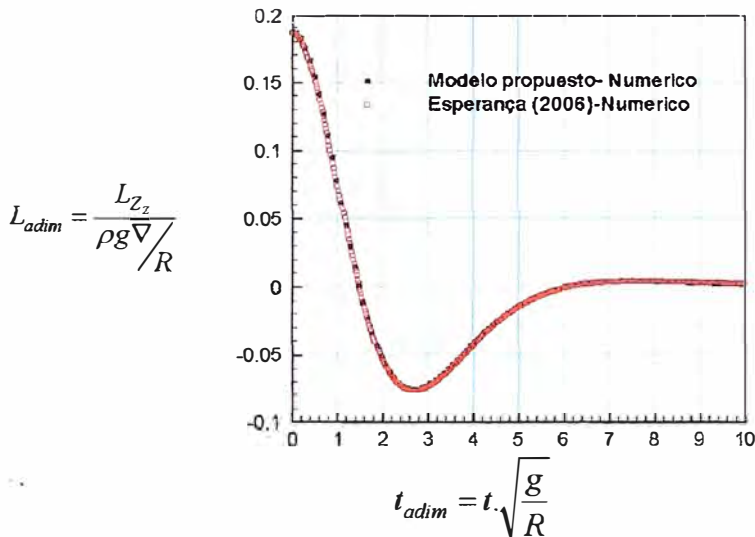


Figura 3.3: Función memoria fluida de la semiesfera en arfada

Obtenida la función memoria fluida, calculamos la integral de convolución de la función memoria fluida con la velocidad en arfada, y así resolvemos la ecuación diferencial lineal que representa el movimiento en arfada, por medio del método de Runge-Kutta de 4^a orden.

Los datos experimentales de la semiesfera presentados son los que fueron obtenidos por Beck y Liapis (1987).

Debemos observar en la Figura 3.4 la curva de decaimiento adimensional de la semiesfera en arfada; los resultados calculados por Esperança *et al.* (2006) son numéricos, pero los presentados por Liapis (1987) son experimentales. La concordancia entre las diferentes curvas es prácticamente exacta.

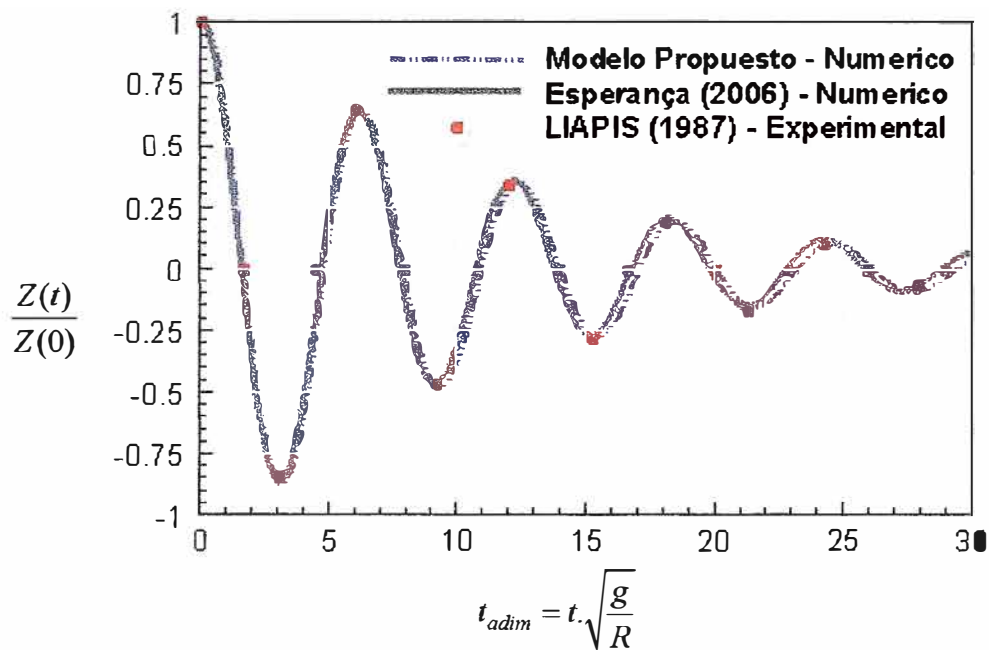


Figura 3.4: Decaimiento de la semiesfera en arfada

Para adimensionalizar los desplazamientos se toma en consideración un desplazamiento inicial, $Z(0)$, que representa la condición inicial a la cual la semiesfera fue desplazada, $Z(0) = 0.0254$ m, entonces se divide las respuestas por la condición inicial, y el tiempo se adimensionaliza en función del radio de la semiesfera y de la aceleración de la gravedad.

3.2.2.2 Cilindro en posición vertical

Newman (1985) presentó el análisis del movimiento transiente del decaimiento en arfada para un cilindro vertical de rayo $R=1\text{ m}$ y calado $T=0.5\text{ m}$, considerando una velocidad inicial igual a $Z(0)=0\text{ m/s}$, y un desplazamiento inicial $Z(0)=0.2\text{ m}$.

Esperança *et al.* (2006) compiló los resultados experimentales de Newman (1985) para hacerse válido sus códigos numéricos, y adimensionaliso los coeficientes hidrodinámicos como la función memoria fluida de la misma forma que de la semiesfera discutida anteriormente. El cálculo del decaimiento del cilindro utilizó los coeficientes hidrodinámicos fomecidos por el programa WAMIT, cuya discretización del cuerpo se presenta en la Figura 3.5.



Figura 3.5: Cilindro vertical en arfada

Continuación presentamos en las Figuras 3.6 y 3.7 el amortiguamiento y masa adicional para el cilindro; el primer tiende a cero conforme la frecuencia cresce ($\omega \rightarrow \infty$), el segundo se acerca para un valor constante, siendo este representado por el valor de la grandezza $Z_{\dot{z}_\infty}$ que corresponde a la masa adicionada para frecuencias infinitamente grandes.

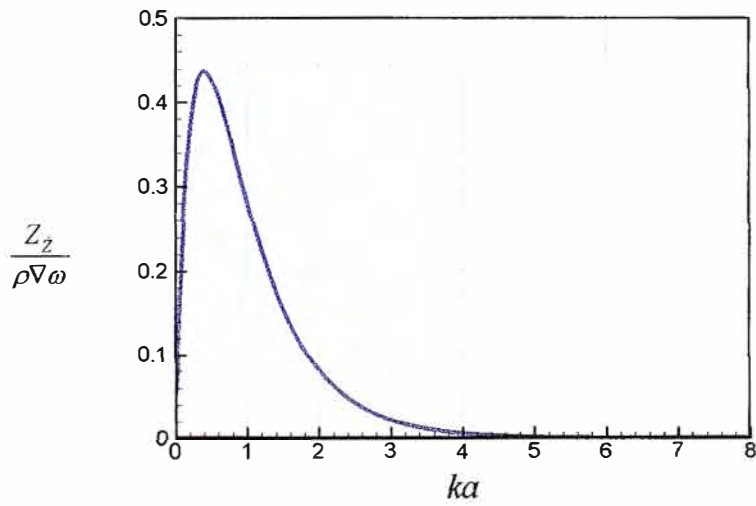


Figura 3.6: Amortiguamiento en arfada para el cilindro vertical

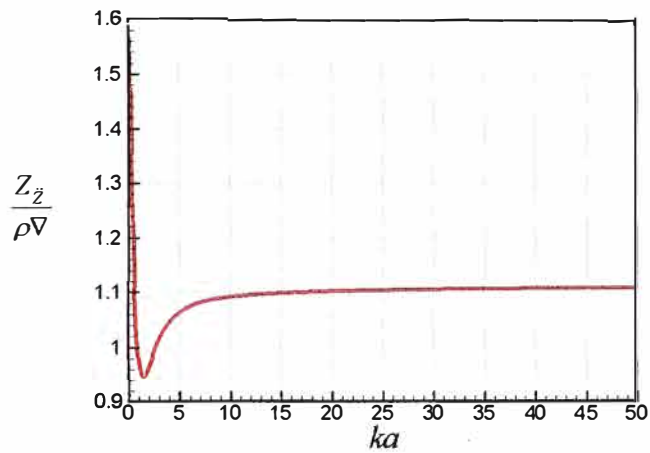


Figura 3.7: Masa adicional en arfada para o cilindro vertical

Mostrase en la Figura 3.8 la función memoria fluida adimensional para el cilindro vertical, calculada por el método de Filon dónde, de la misma forma que para el caso de la semiesfera, fue adimensionalizada tanto en el tiempo como en el valor de la función memoria fluida. Son comparados los resultados. Obtenidos por el modelo numérico de Esperança *et al.* (2006) con el modelo propuesto.

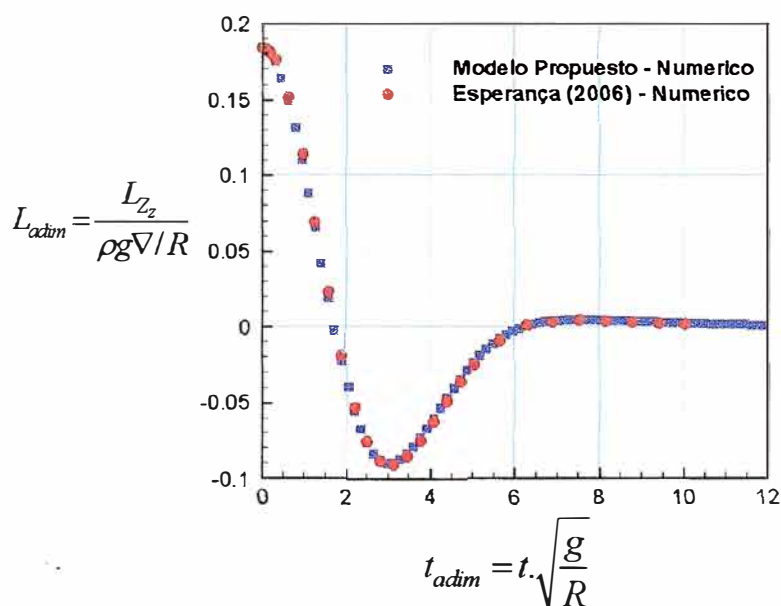


Figura 3.8: Función memoria fluida para el cilindro vertical en arfada

Como se observa en la Figura 3.8 existe una buena concordancia para el cálculo de la función memoria fluida entre los métodos de integración de Filon con el de los trapecios presentado por Esperança.

La Figura 3.9 muestra los valores en el tiempo para los desplazamientos adimensionalizados según la formulación presentada en los ejes de las figuras,

dónde $Z(0)$ representa la condición inicial a la cual el cilindro fue dislocado, a $Z(0) = 0.20$ m.

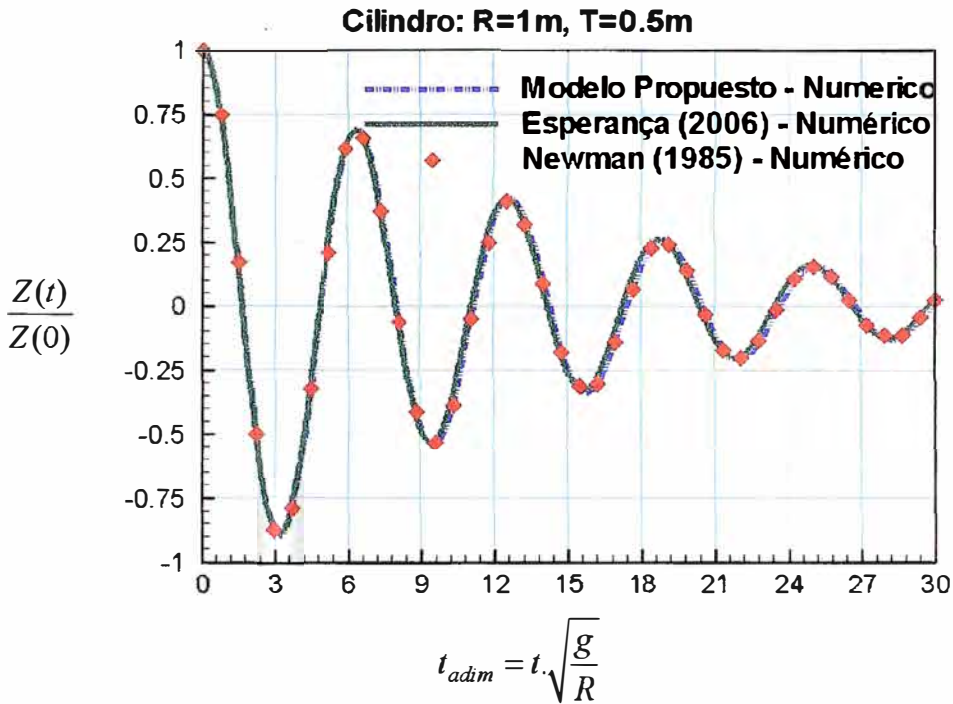


Figura 3.9: Decaimiento del cilindro vertical en arfada.

Finalmente, delante los resultados comparativos presentados en las Figuras 3.4 y 3.9, podemos concluir que los datos calculados por nuestro programa se hicieran validos con gran precisión y responde bastante bien, demostrando de esta forma la eficiencia y precisión numérica del algoritmo.

Como procedimiento adicional de validación se pretende validar nuestro modelo numérico con un modelo analítico y luego adelante para un barco contenedor.

3.2.3 Modelo Analítico

Es utilizado un modelo analítico presentado por Reza Taghipour *et. al.* (2007),. El autor menciona que los coeficientes hidrodinámicos (masa adicional y amortiguamiento) muestran similitud con casos prácticos dónde existe interacción hidrodinámica, y como ejemplo menciona una sección de catamarã, vid Faltinsen (1990).

Presentamos por siguiente el método analítico y las comparaciones con los resultados obtenidos por el modelo numérico propuesto. En la expresión (3.2) podemos observar que la masa adicionada y el amortiguamiento son expresos en termos de parámetros, α , β e γ .

$$Z_{\dot{z}}(\omega) = \gamma + \frac{(\alpha^2 + \beta^2 - \omega^2)(\beta + 1)}{(\alpha^2 + \beta^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2} \quad (0.2)$$

$$Z_z(\omega) = \frac{2\alpha(\beta + 1)\omega^2}{(\alpha^2 + \beta^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}$$

La función memoria fluida en el dominio de la frecuencia de forma analítica esta representada por la expresión (3.3). Para esta función memoria fluida, existe una función memoria fluida en el dominio del tiempo presentada en la expresión (3.4).

$$L_{\dot{z}_z}(j\omega) = \frac{j\omega(\beta + 1)}{(j\omega + \alpha)^2 + \beta^2} \quad (0.3)$$

$$L_{\dot{z}_z}(t) = (1 + \beta)e^{-\alpha t} \left[\cos(\beta t) - \frac{\alpha}{\beta} \text{sen}(\beta t) \right] \quad (0.4)$$

Observe que el parámetro γ no contribuyó en la formación de la función memoria fluida en el dominio del tiempo $L_{\dot{z}_z}(t)$, ya que representa el valor de la masa adicionada en el infinito $Z_{\dot{z}_z}(\infty) = \gamma$. Como ejemplo se utiliza los valores de $\alpha = 0.2$, $\beta = 2$ y $\gamma = 0.5$. Aplicando la Transformada de Laplace a la expresión (0.3), podremos expresar la función respuesta impulsiva como:

$$L_{Z_s}(s) = \frac{3s}{s^2 + 0.4s + 4.04}. \text{ La Figura 3.10 presenta los coeficientes de masa}$$

adicional y amortiguamiento representativos de ese modelo analítico.

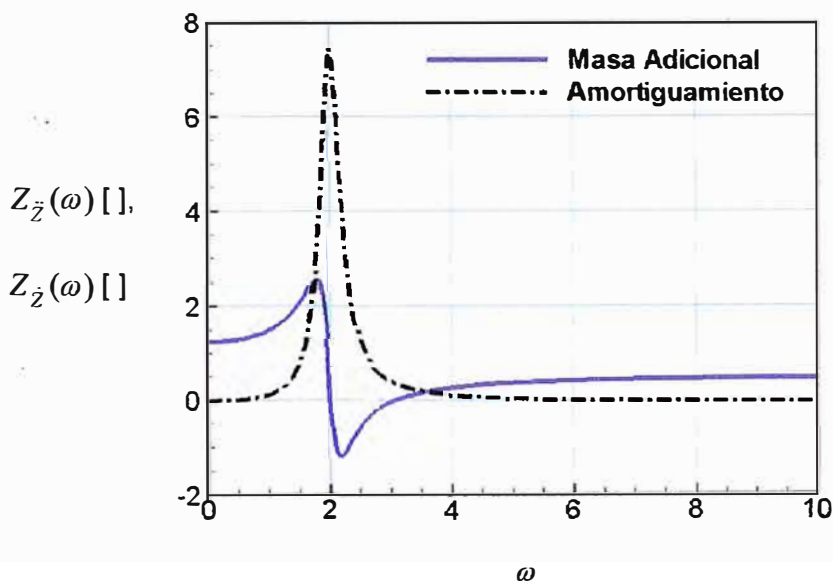


Figura 3.10: Masa adicional y amortiguamiento analíticos.

Como podemos observar en la Figura 3.11, se tiene una excelente aproximación del modelo numérico propuesto en relación al modelo analítico presentado por Reza Taghipour *et al.* (2007).

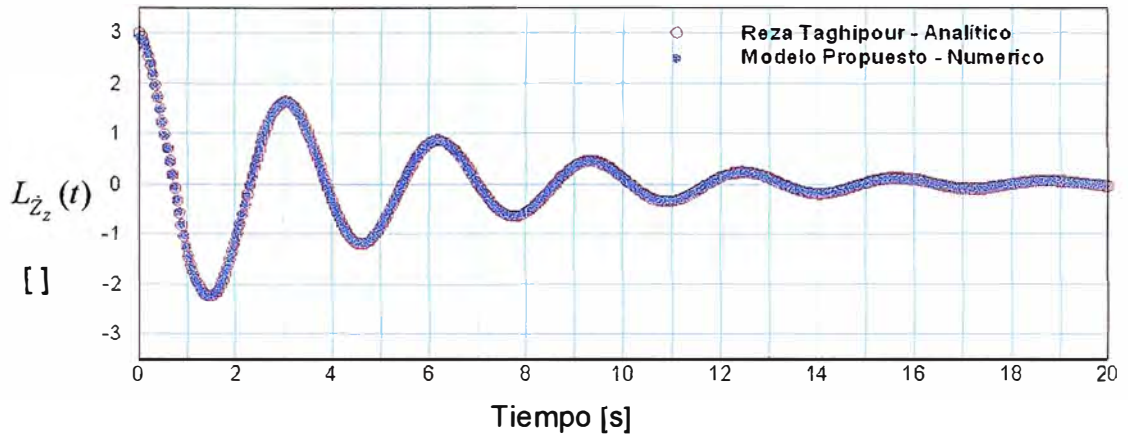


Figura 3.11: Función memoria fluida analítica.

3.2.4 Barco Contenedor

Siguiendo la validación, se toma datos basados en el trabajo de Reza Taghipour *et al.* (2007) en la cual se examina un barco contenedor en decaimiento en arfada. Presentamos las especificaciones del barco contenedor en la Figura 3.12 y Tabla 3.1 y adelante, los datos de amortiguamiento fornecidos por el autor en el dominio de la frecuencia y comparamos en el dominio del tiempo las funciones de memoria fluida y las respuestas en decaimiento en arfada presentados por el autor y simulados con el modelo propuesto en esta tesis.

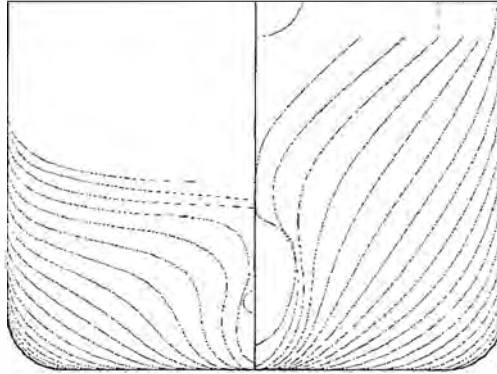


Figura 3.12: Vista transversal del casco del barco contenedor.

Tabla 3.1: Características principales del barco contenedor.

Denominación		Valores
Masa	kg	7.6656E7
Eslora total	m	294.008
Manga	m	32.26
Puntal	m	24
Calado	m	11.75
Coordenada del centro de gravedad	m	(-4.165, 0.0, 12.87)
Radio de giro longitudinal	m	69.44
Densidad del Agua	kg/m ³	1025

Los coeficientes hidrodinámicos como el amortiguamiento potencial del barco descrito fue calculado por Reza Taghipour *et al.* (2007) utilizando el programa WAMIT. Para los cálculos, utilizó una masa adicional adimensionalizada en el infinito $Z_{\ddot{z}}(\infty) = 1.0144E + 05$, En la Figura 3.13 se presenta el amortiguamiento

potencial en el dominio de la frecuencia con unidades dadas en el S. I. y la frecuencia en radián por segundo.

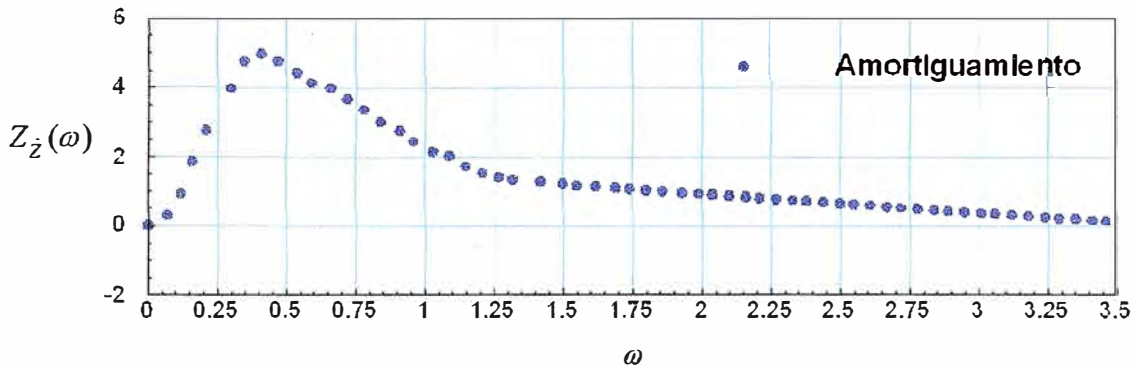


Figura 3.13: Amortiguamiento potencial en arfada

Adelante se presenta la función memoria fluida utilizando el método de Filon descrito anteriormente, a la cual se compara perfectamente bien con los resultados obtenidos por Reza Taghipour *et al.* (2007).

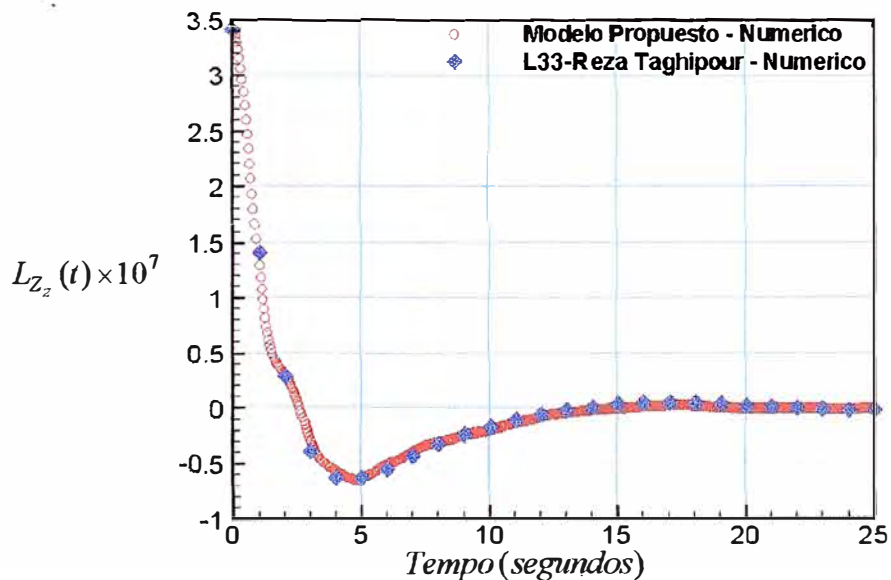


Figura 3.14: Función memoria fluida en arfada.

Para el cálculo de la curva del decaimiento utilizamos el método de los trapecios con un desplazamiento inicial $Z(0) = 1$ m.

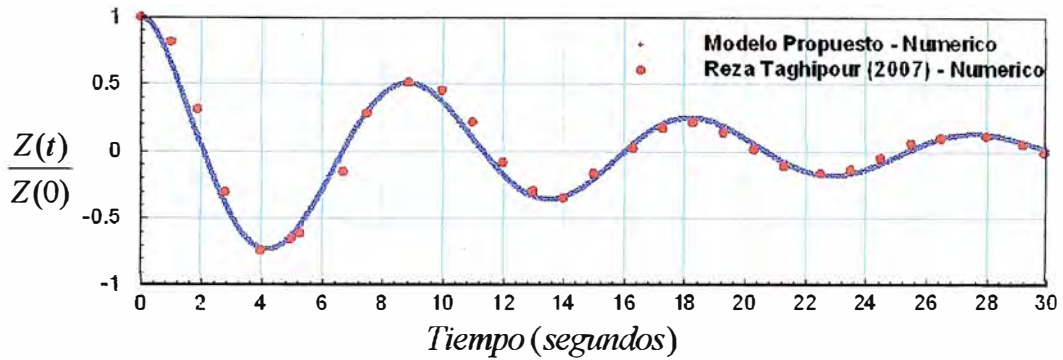


Figura 3.15: Decaimiento en arfada del barco contenedor.

Como se puede observar, los resultados se ajustan bastante bien, tanto para el cálculo de la función memoria fluida, como para el decaimiento en arfada adimensional.

Resumiendo, podemos concluir que el algoritmo integró bien tanto para los cuerpos de formas simples como el modelo analítico y numérico del contenedor, considerándose entonces el presente modelo como suficientemente testado y validado.

3.3 Barco Pesquero TS (Transom Stern)

Siguiendo presentaremos los datos principales del barco Transom Stern (TS) que fue utilizado para nuestra análisis, y presentaremos los resultados obtenidos para analizar las aproximaciones del modelo propuesto.

3.3.1 Características Principales del Barco Pesquero TS

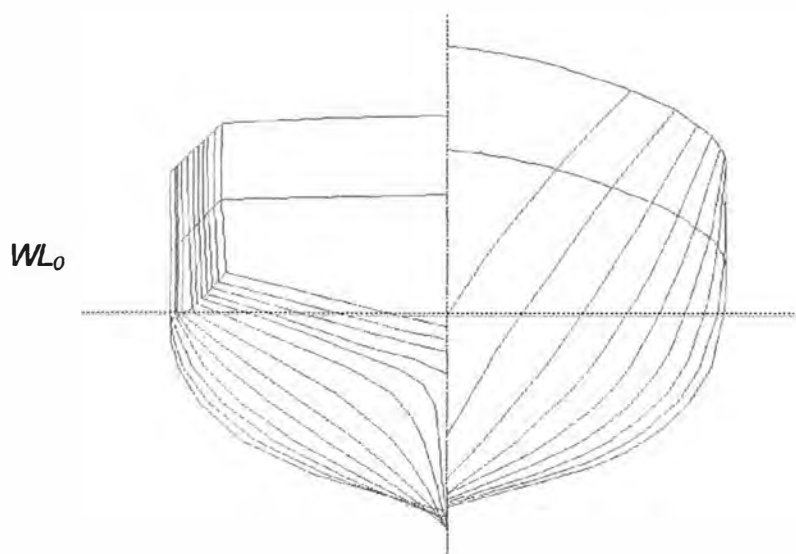
Las características principales del Barco pesquero Transom Stem, que fue utilizado en la simulación numérica de la presente tesis, son presentadas en las Figuras 3.16 a 3.18 y en la Tabla 3.2. Este barco fue testado en el Estanque de Testes Hidrodinámicos de la Universidad Austral del Chile con el objetivo de evaluar el fenómeno de la Resonancia Paramétrica en rolido.

Los resultados fueron presentados por Pérez (1985). Los primeros testes fueron realizados con velocidad de avance nulo. Después, fue evaluado el efecto de la velocidad de avance, siendo los resultados publicados por Pérez *et al.* (2000). Posteriormente, un modelo matemático para representar el comportamiento de los barcos en resonancia paramétrica fuerte fue presentado por Neves *et al.* (2002). Esta fue una representación hasta segunda orden, dando baja concordancia en algunos movimientos del barco, cuando comparados con testes experimentales. Posteriormente, una aproximación mejor se hizo por Rodríguez *et al.* (2004), donde se presentó un modelo matemático hasta tercera orden, en el cual se percibe de forma aclarado una mejor aproximación numérica a los casos testados experimentalmente. La metodología seguida en la realización de los testes es descrita por Pérez (1985). Las características de los coeficientes hidrodinámicos tales como masa adicional y amortiguamiento y fuerzas de excitación son mostradas en el Apéndice I.

Tabela 3.2: Características principales del barco Transom Stern.

Denominación - TS		Valores
Masa	kg	170.30E3
Eslora total	m	25.91
Eslora entre perpendiculares	m	22.29
Manga	m	6.86
Pontal	m	3.35
Calado	m	2.48
Área de flotación	m ²	121.00
Radio de giro longitudinal	m	5.35
Densidad del Agua	Kg/m ³	1025

El plano de balizas del barco TS, dónde se observa la forma de la popa polida (transom), es mostrado en la Figura 3.16.

**Figura 3.16: Vista transversal del casco del barco TS.**

La Figura 3.17 ilustra las distribuciones longitudinales de la semi-manga y flare del barco TS al alcance del plano de flotación de la condición del equilibrio, que nos permite determinar la excitación paramétrica según con el modelo de Rodríguez (2004).

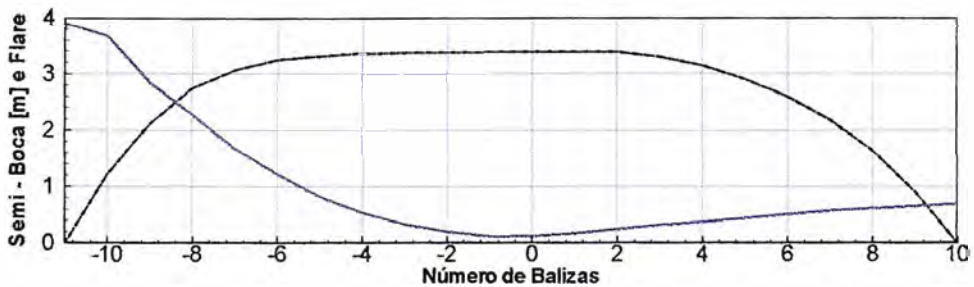


Figura 3.17: Distribución longitudinal de la semi-manga y flares

Para el cálculo de los coeficientes hidrodinámicos con el código WAMIT fue preciso tomar las formas del barco TS para una forma discreta, como se presenta adelante en la Figura 3. 18:

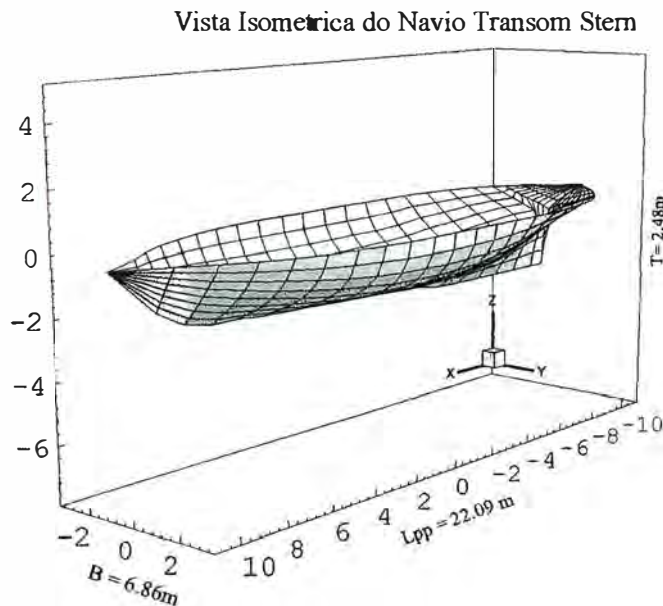


Figura 3.18: Malla 3D del barco TS definida en el Mesh Generator - MG

Para las condiciones de teste tenemos la curva de estabilidad estática en rolo, presentada en la figura 3.19. Esta es calculada siguiendo los cálculos convencionales de la Arquitectura Naval.

Representase la curva de estabilidad estática C.E.E. del barco TS cuando se encuentra con un régimen de cargamento en el cual el $\overline{GM}_T = 0.37 \text{ m}$.

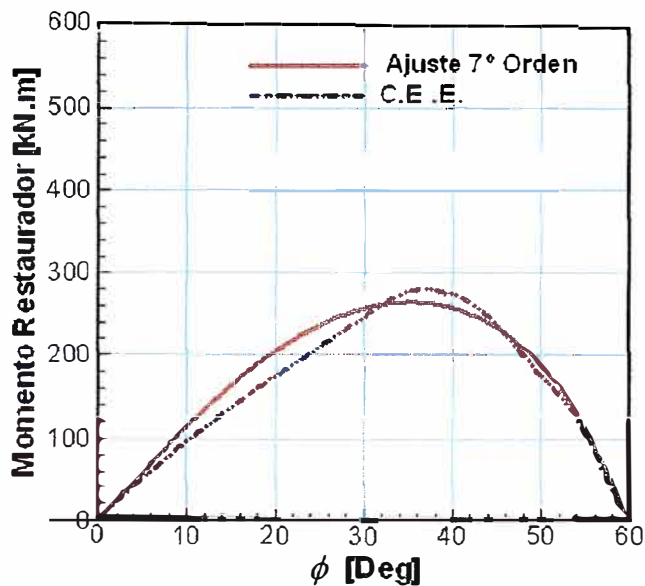


Figura 3.19: Curva de estabilidad estática del barco TS

La C.E.E. es acompañada del polinomio de ajuste dado en función del ángulo de rolo. Ese polinomio puede ser representado según la expresión(3.5).

$$\overline{GM}_T = 0.37m \rightarrow \left\{ K_E = 669.81\phi - 728.91\phi^3 + 330.23\phi^5 - 206.70\phi^7 \right\} \quad (0.5)$$

Tabla 3.3: Coeficiente de restauración hidrostática en rolo

Coeficientes de Rolido Puro	$\overline{GM} = 0.37 \text{ m}$
K_{ϕ}	669.8
K_{ϕ^3}	-728.9
K_{ϕ^5}	330.2
K_{ϕ^7}	-206.7

En la Tabla 3.3 presentase un resumen de los coeficientes de los polinomios que ajustan a C.E.E. Los RAOs en los grados de libertad de arfada, rolo y cabeceo del barco TS son presentados en el modelo lineal, vid Rodríguez (2004).

Por siguiente haremos una comparación entre el modelo propuesto y el presentado por Rodríguez (2004) en el decaimiento lineal en rolo del barco TS, siendo para esto utilizado el amortiguamiento lineal en rolo, presentado en la Figura 3.20.

3.3.2 Decaimiento en Rolido Lineal

Observase adelante en las Figuras 3.21 y 3.22 la función memoria fluida dimensional y el decaimiento en rolo adimensional, ambos en el dominio del tiempo para el barco TS.

Estas grandezas fueran obtenidas utilizando las aproximaciones del modelo propuesto con el método numérico utilizado anteriormente, o sea, Filon y Runge

Kutta de 4ª orden, respectivamente. Estas grandezas son calculadas a partir del amortiguamiento potencial en el dominio de la frecuencia $\phi_{\dot{\phi}}(\omega)$

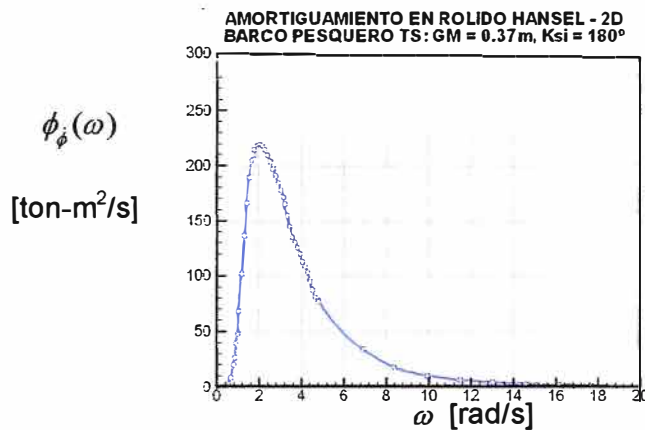


Figura 3.20: Amortiguamiento potencial en rolido del barco TS.

La función memoria fluida en rolido es representada como $L_{\phi_{\dot{\phi}}}$. Siendo esta conocida, procedemos al cálculo de la curva de decaimiento en rolido utilizando el modelo lineal, dónde se tiene en cuenta el decaimiento en rolido asociado al amortiguamiento potencial.

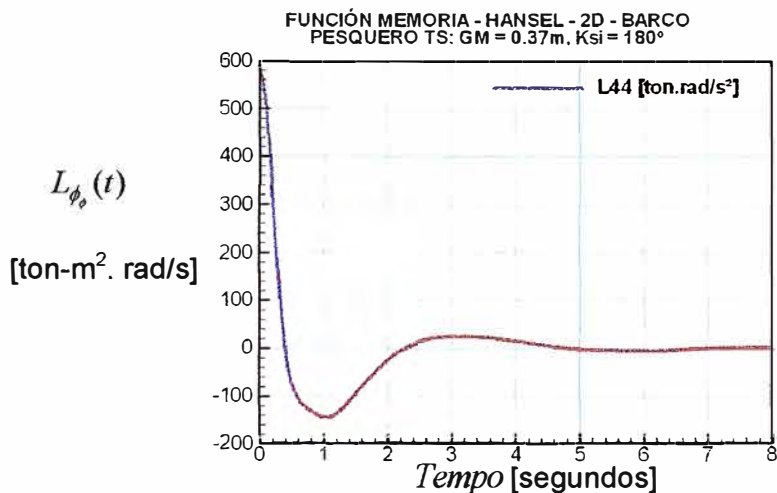


Figura 3.21: Función memoria en rolido del barco TS.

Calculándose en cada paso de integración la integral de convolución, que tienen como integrando el producto de la función memoria fluida y de la velocidad en rolo, la ecuación del movimiento lineal es resuelta. Adimensionalizados las respuestas del decaimiento con un valor inicial del desplazamiento angular de rolo de tal forma que el máximo valor de desplazamiento es la unidad, como presentado en la Figura 3.22. Como se observa, las soluciones numéricas correspondientes al modelo numérico de Rodríguez (sin convolución) y las obtenidas con convolución (modelo propuesto) son prácticamente idénticas.

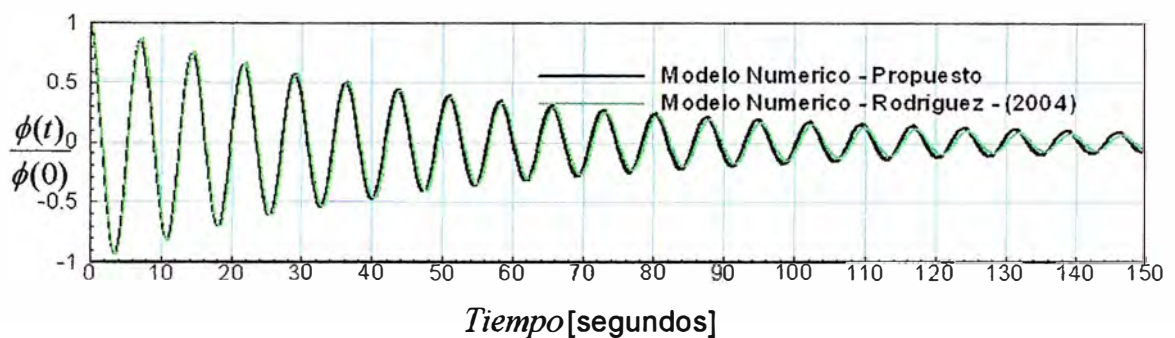


Figura 3.22: Decaimiento en rolo del barco TS.

3.4 Comparaciones Numéricas con y sin influencia de la Memoria Fluida

El barco denominado Transom Stern (TS) tiene popa pulida, como puede observarse en las Figuras 3.16 a 3.18. Serán considerados los resultados numéricos obtenidos con el modelo presentado por Rodríguez (2004) para tenerlos por referencia al obtenerse los resultados numéricos cuando consideramos el modelo propuesto, que incluí los efectos de la memoria fluida. Los resultados fueran realizados solamente para la sintonía $\omega_e = 2\omega_{n4}$, que es la primera región de inestabilidad, dónde se mostró siempre grand posibilidad de encontrar resonancia paramétrica. En secuencia se

presenta en la Tabla 3.4 el resumen de las comparaciones del barco TS en rolo que son considerados en la presente tesis. Notese que las comparaciones fueran realizadas para diferentes números de Froude y amplitudes de ola A_w con el objetivo de cobrir-se variaciones de los parámetros que determinan el grado de la intensidad de la resonancia paramétrica.

Tabla 3.4: Barco TS, en mar de proa ($\omega_e = 2\omega_{n4}$).

GMt [m]	Fn	Aw [m]	Ww [rad/s]
0.37	0.11	0.30	1.396
		0.45	
		0.60	
		0.80	
		1.02	
	0.15	0.30	1.323
		0.45	
		0.60	
		0.80	
		1.02	
	0.20	0.30	1.249
		0.45	
		0.60	
		0.80	
		1.02	
	0.30	0.30	1.136
		0.45	
		0.60	
		0.80	
		1.02	

Cuando cambiamos la velocidad del avance del barco influenciamos el valor de la frecuencia de encuentro, siendo estas dos veces a la frecuencia natural del

movimiento en rolido. Las frecuencias de la ola ω_w consideradas que permiten la condición de sintonía deseada están presentadas en la Tabla 3.4.

3.5 Coeficientes Hidrodinámicos Empleados en la Obtención de las Respuestas No-Lineales en Arfada Rolido y Cabeceo

Los coeficientes hidrodinámicos presentados en el apéndice I fueron obtenidos y comparados para el barco TS utilizándose tres métodos: HANSEL (2D), INGLIS (3D) y WAMIT (3D). Esa diversidad de los resultados fueron analizados con el objetivo de se procurar tener una mejor aproximación de los coeficientes hidrodinámicos para bajas frecuencias. Dificultades de modelación surgen en función de que estos son dependientes de la velocidad de avance, lo que influencia en el cálculo de la función memoria fluida, y en última análisis, en las respuestas en los modos de arfada, rolido y cabeceo.

Según la comparación hecha, los resultados presentados por el método de la teoría de las franjas (HANSEL-2D) presenta valores mucho elevados para bajas frecuencias, siendo forzoso se concluir que la modelación bidimensional no es adecuada para la utilización en el cálculo de las funciones memoria.

Se puede notar de las figuras presentadas en el Apéndice I que tanto los resultados del INGLIS-3D cuanto del WAMIT-3D presentan comportamientos semejantes, siendo estos las mejores elecciones para la obtención de las funciones memoria.

Para la presente tesis serán presentados los resultados basados en los datos fonecidos por el WAMIT para los coeficientes hidrodinámicos y fuerzas de excitación. Los termos de velocidad seran incorporados de acuerdo con las formulaciones de Salvesen, Tuck y Faltinsen (1971), con precisión válidas sólo para cascos esbeltos. Los resultados obtenidos en los cálculos de las funciones memoria fluida son presentados en el Apéndice II.

3.6 Respuestas No Lineales en Arfada Rolido y Cabeceo – Dominio del Tiempo

El movimiento del barco en resonancia parametrica en mar de frente incluyendo velocidad de avance es muy complejo que en velocidad cero, una vez que los acoplamientos se convierten más fuertes.

Los movimientos verticales acoplados de arfada y cabeceo influncian en el modo en roldo a través de termos no lineales, como presentados en el Capítulo II.

En la formulación propuesta se pretende sumar en el caso del movimiento de roldo los efectos de los amortiguamientos de ola, de sustentación y fricción que actúan en la superficie del casco a través de los efectos de la memoria fluida, expresa en termos de integral de convolución. Estos efectos se manifiestan en las respuestas temporales de cada modo tiendo en cuenta los movimientos anteriores. Los parámetros más importantes para el análisis del movimiento del barco, asin como del fenómeno de la Resonancia Paramétrica son: amplitud de la ola y la frecuencia del

encuentro, que refleje la existencia de velocidad expresa en términos del número de Froude.

En secuencia son presentadas las respuestas en el dominio del tiempo en las cuales se obtiene resultados numéricos. Presentamos las respuestas en grupos de los modos de arfada rolado y cabeceo con el objetivo de tener una mejor percepción del fenómeno y de como este se comporta en el transcurso del tiempo. Las comparaciones de las respuestas son presentadas en las mismas condiciones por el modelo presentado por Rodríguez (2004) (modelo no lineal de tercera orden sin convolución) y el presentado en la presente tesis.

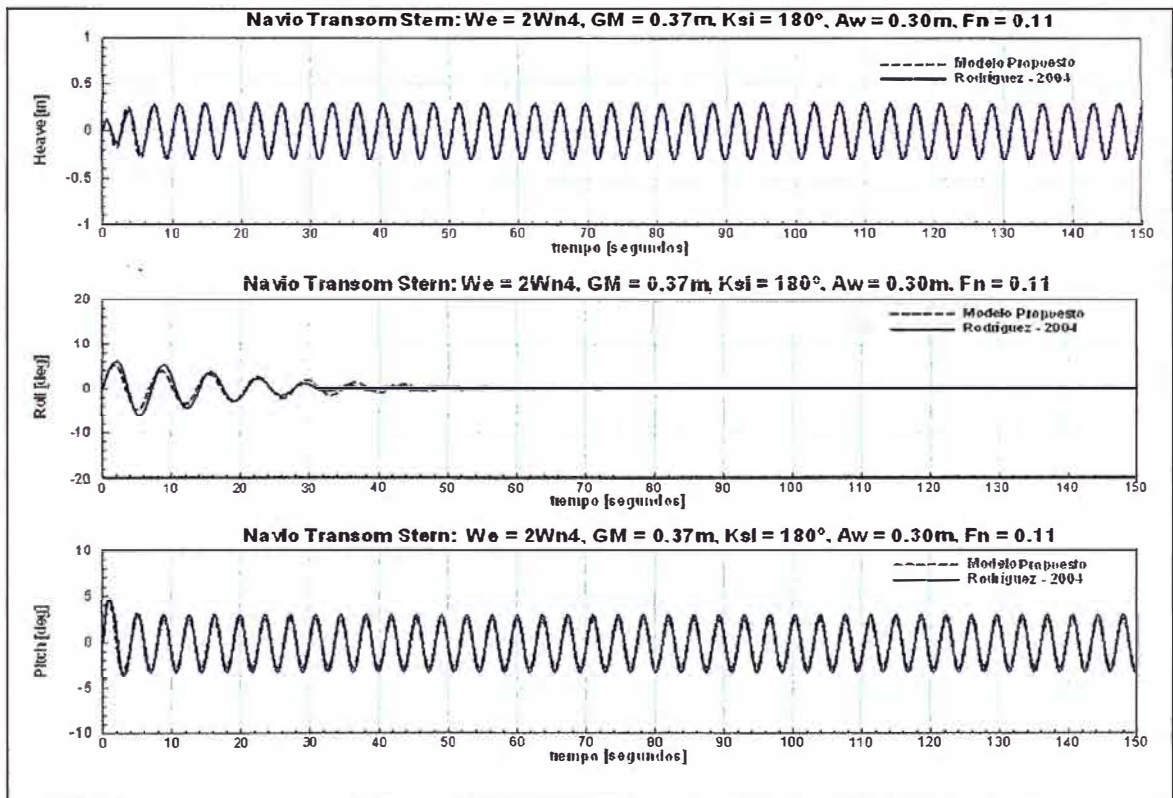


Figura 3.23: Respuesta en arfada, rolado y cabeceo WAMIT ($F_n = 0.11$, $A_w=0.30m$)

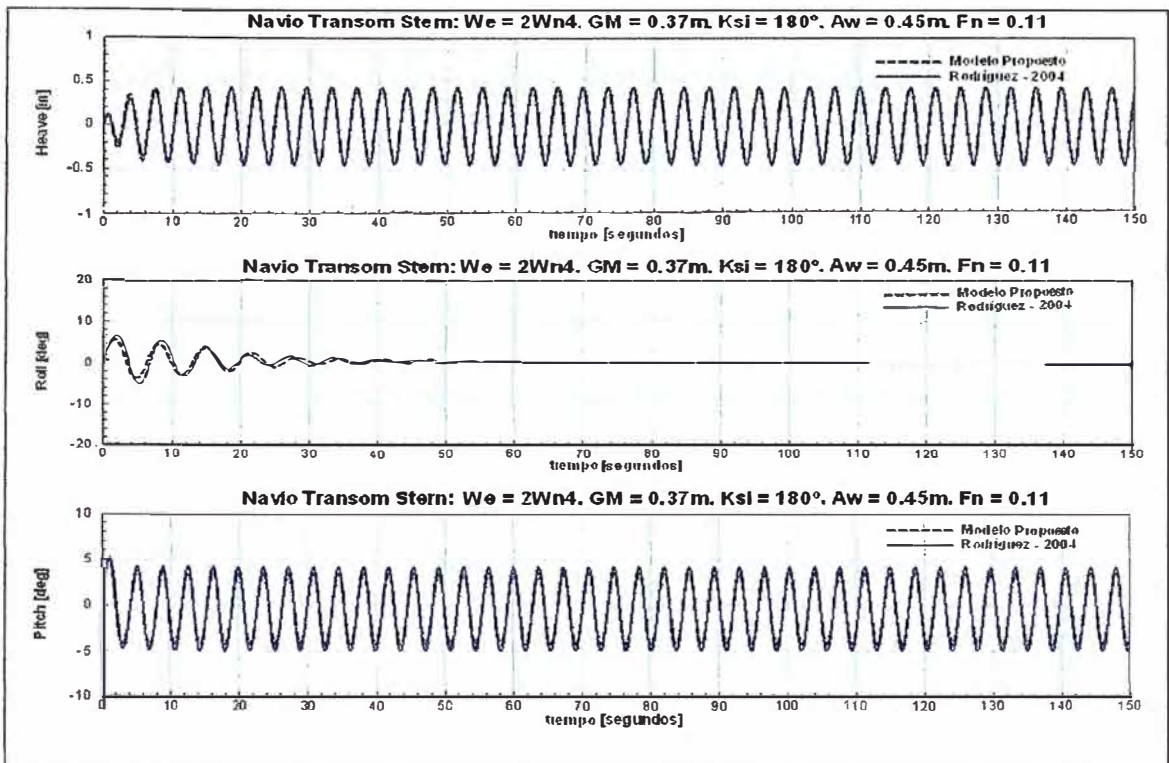


Figura 3.24: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($F_n = 0.11$, $Aw=0.45m$)

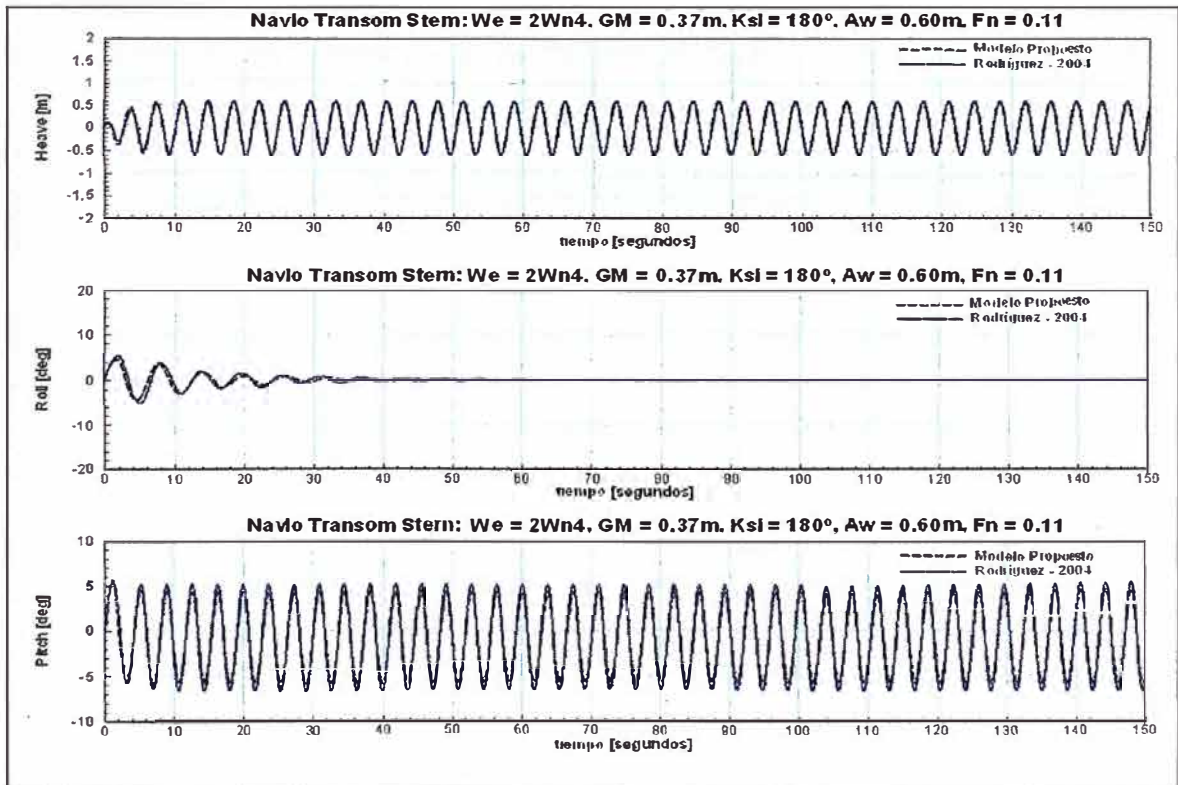


Figura 3.25: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($F_n= 0.11$, $Aw = 0.60m$)

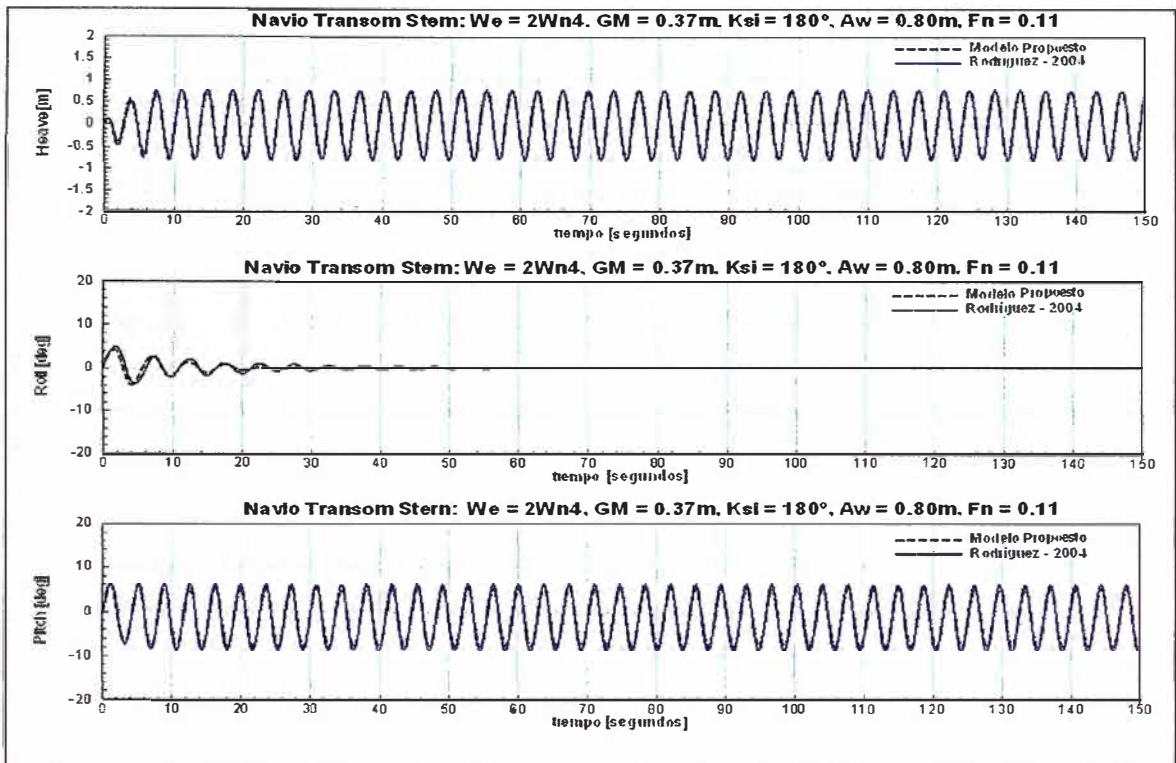


Figura 3.26: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($F_n = 0.11$, $Aw = 0.80$)

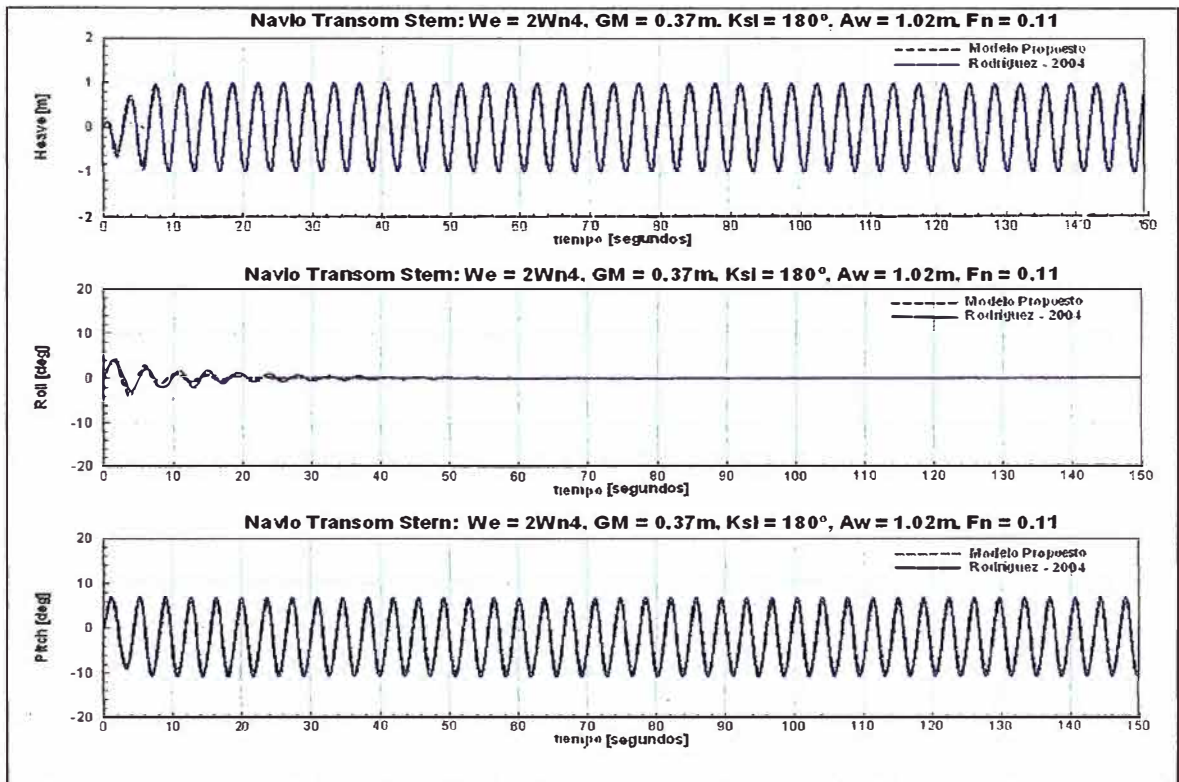


Figura 3.27: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($F_n = 0.11$, $Aw = 1.02m$)

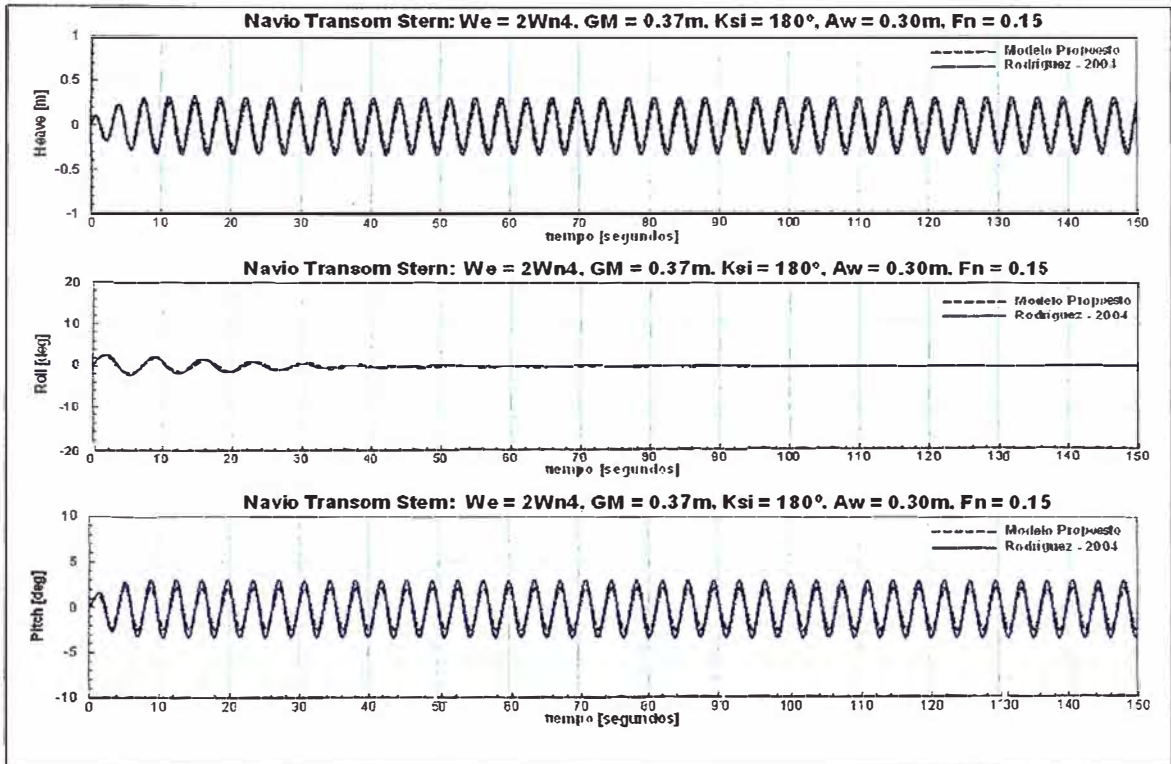


Figura 3.28: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($Fn = 0.15$, $Aw = 0.30m$)

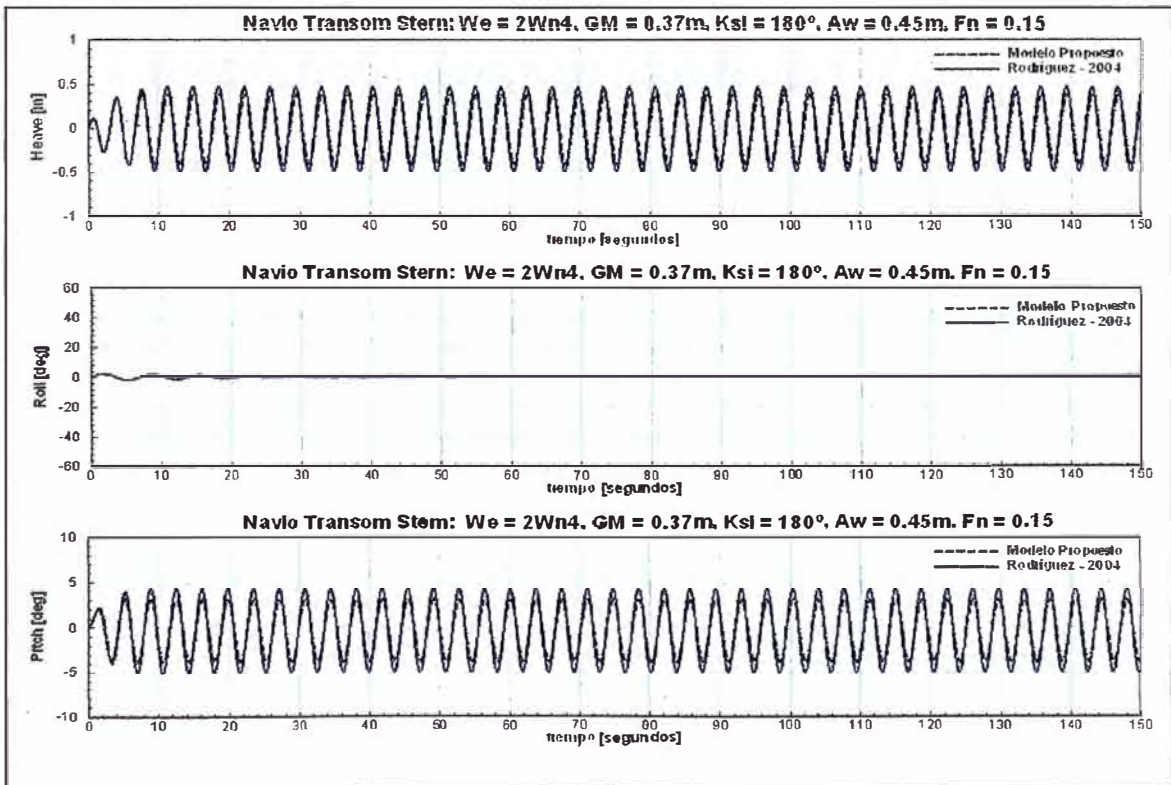


Figura 3.29: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($Fn = 0.15$, $Aw = 0.45m$)

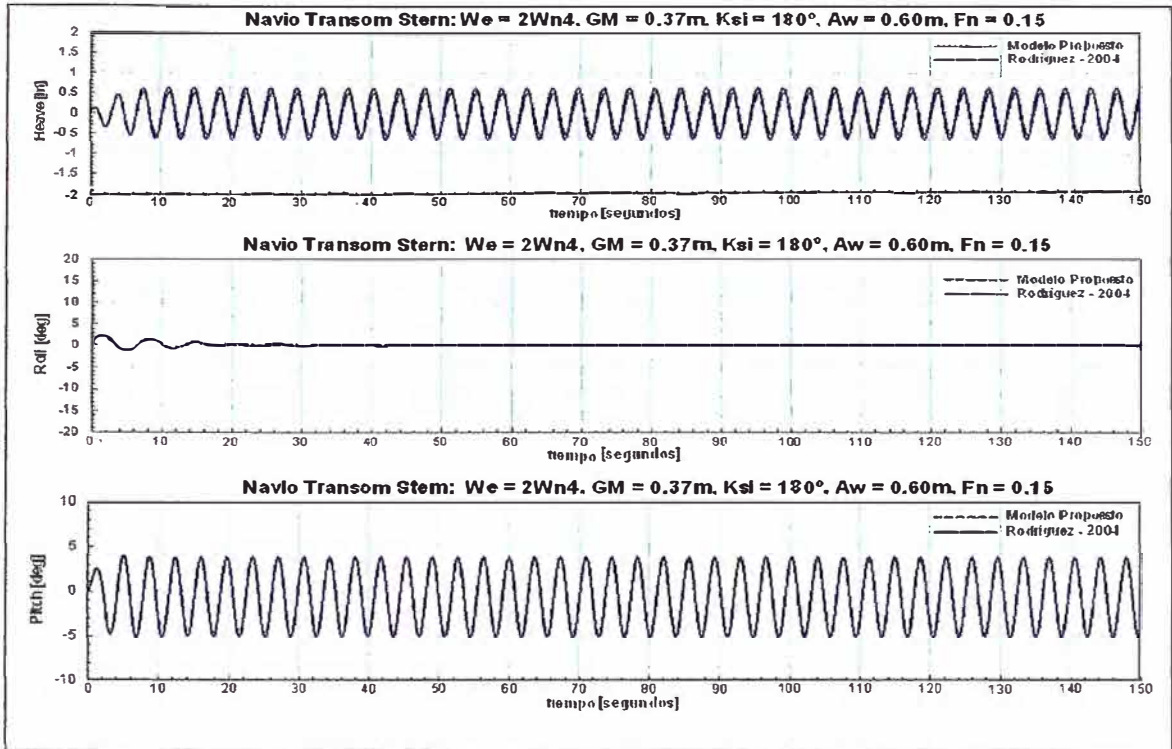


Figura 3.30: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($Fn = 0.15$, $Aw=0.60m$)

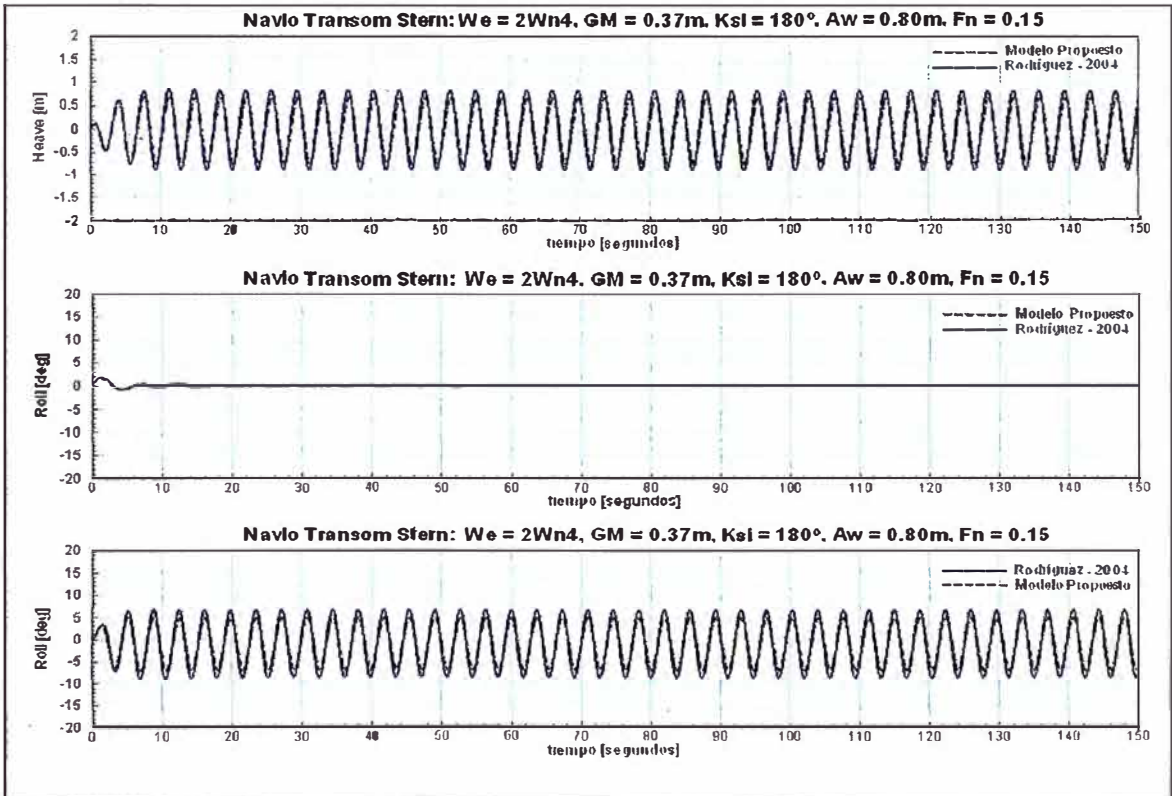


Figura 3.31: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($Fn = 0.15$, $Aw=0.80m$)

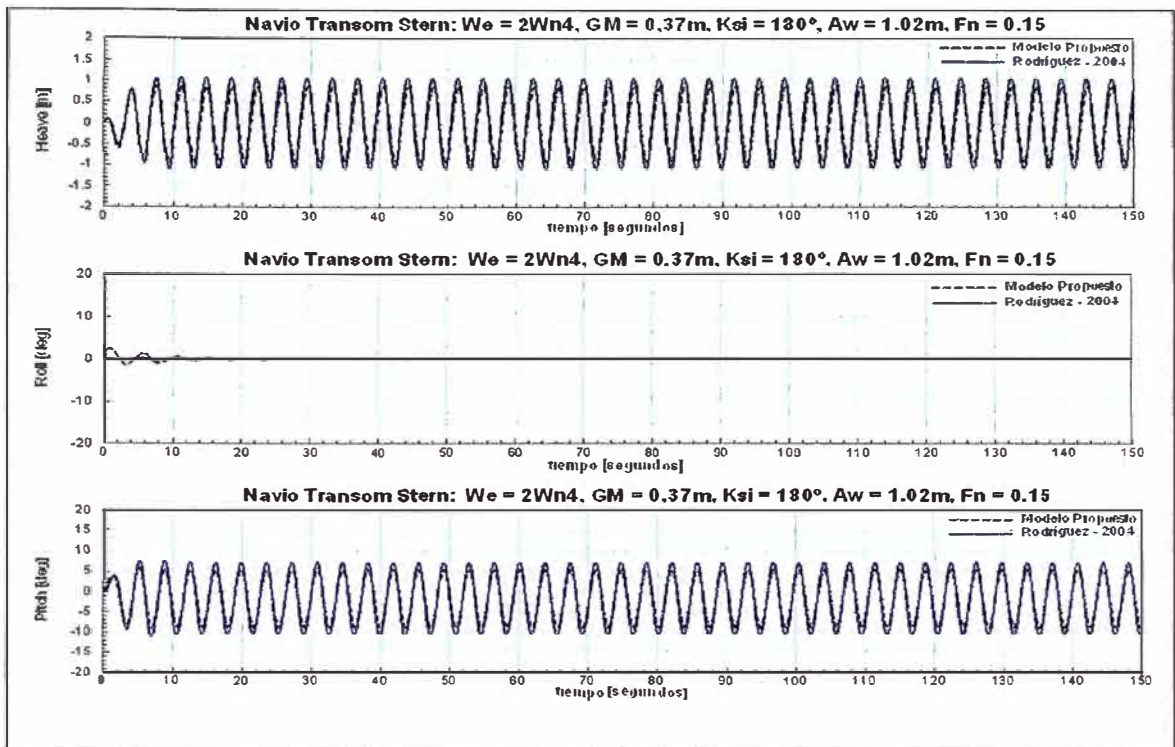


Figura 3.32: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($Fn = 0.15$, $Aw=1.02m$)

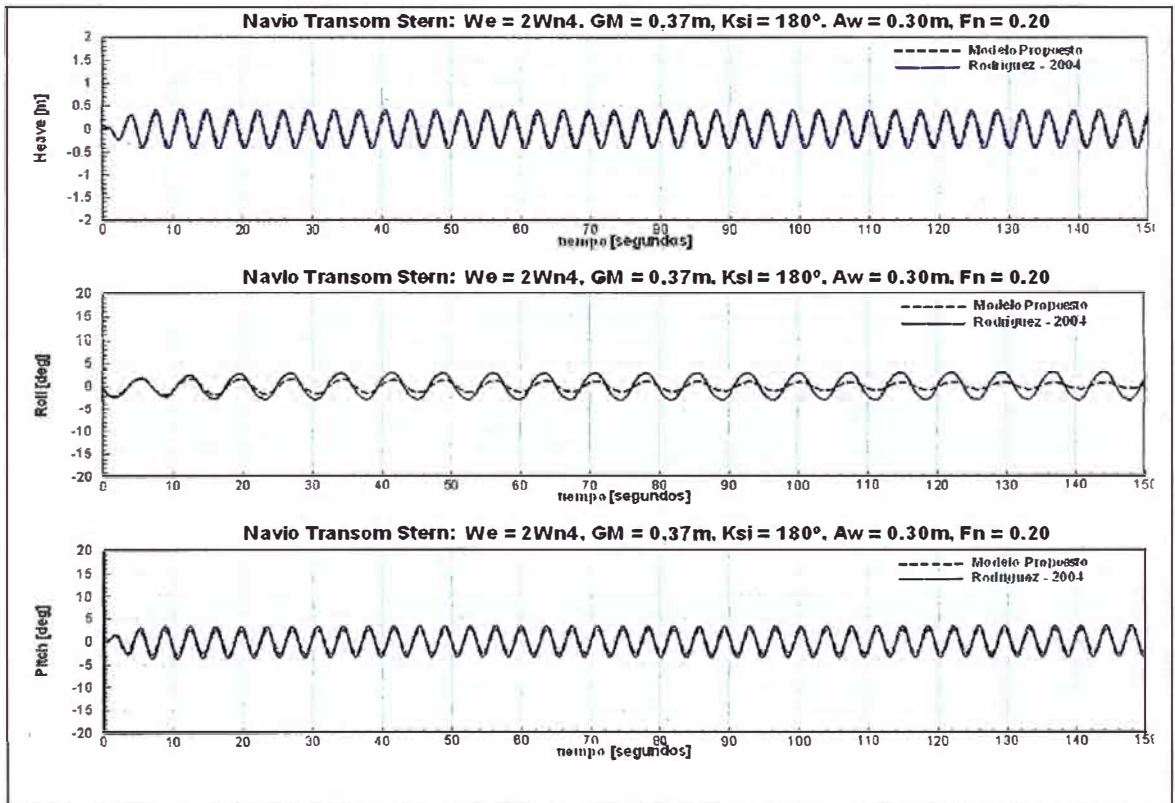


Figura 3.33: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($Fn = 0.20$, $Aw=0.30m$)

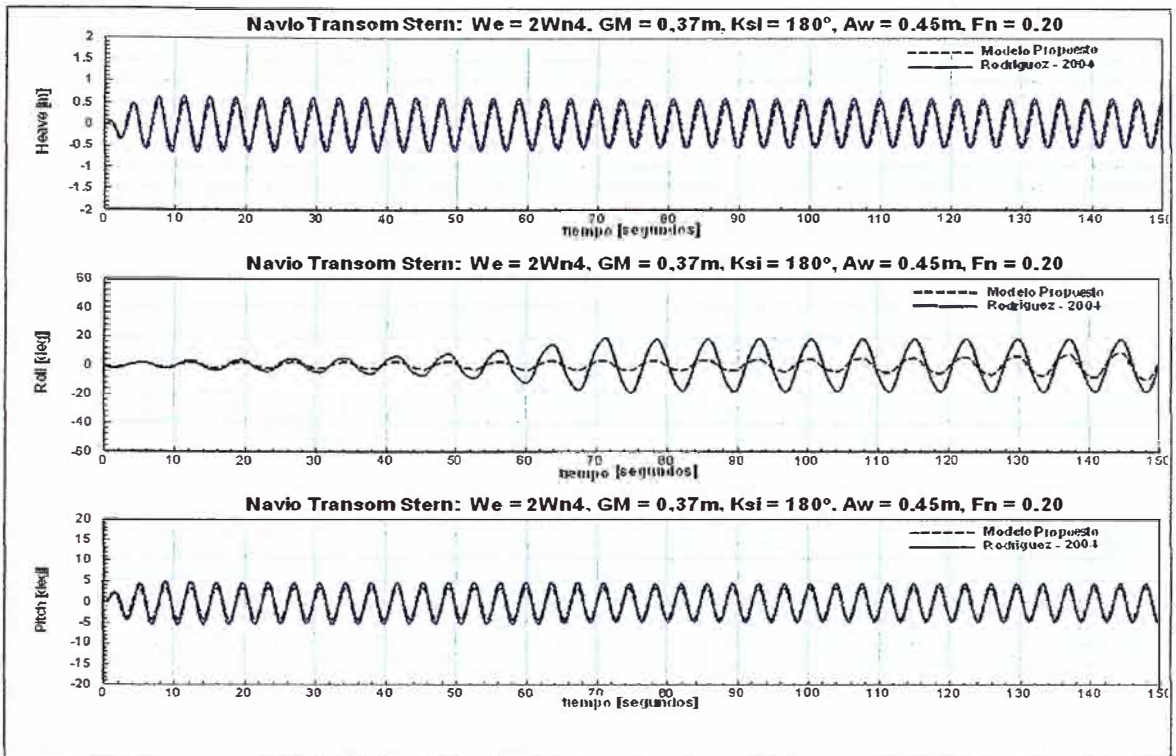


Figura 3.34: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($Fn = 0.20$, $Aw=0.45m$)

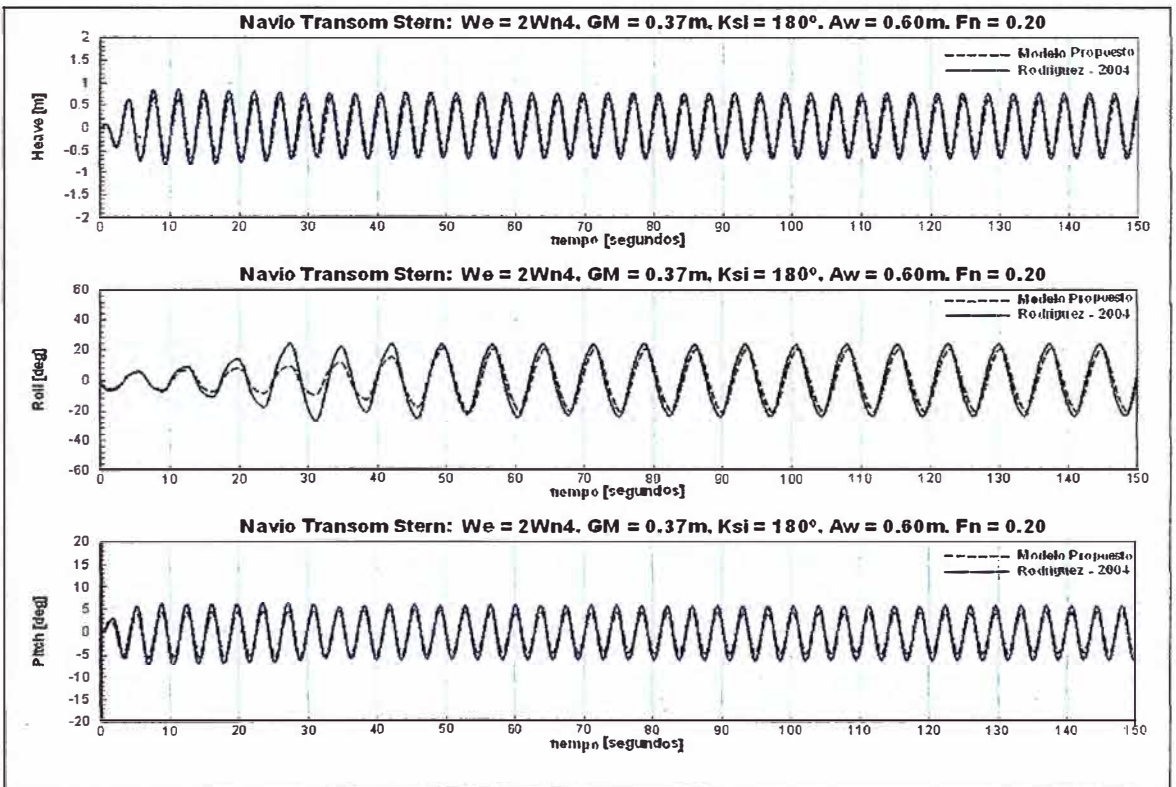


Figura 3.35: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($Fn = 0.20$, $Aw=0.60m$)

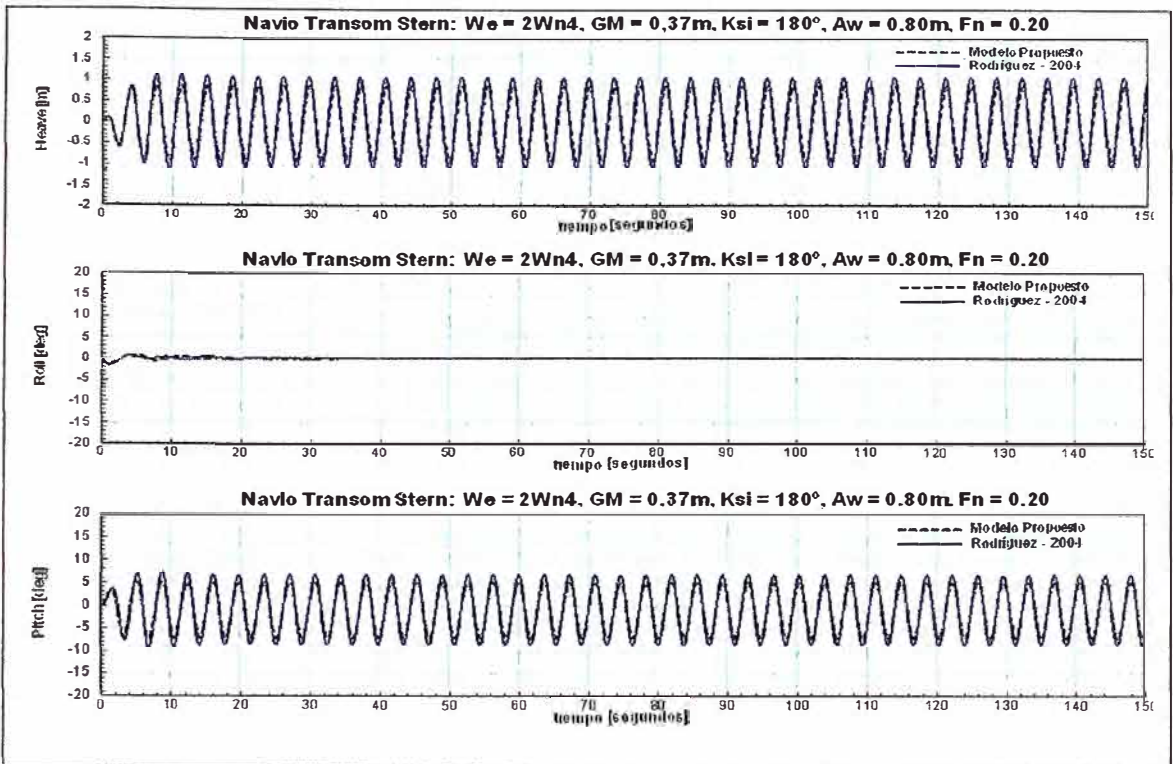


Figura 3.36: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($F_n = 0.20$, $A_w=0.80m$)

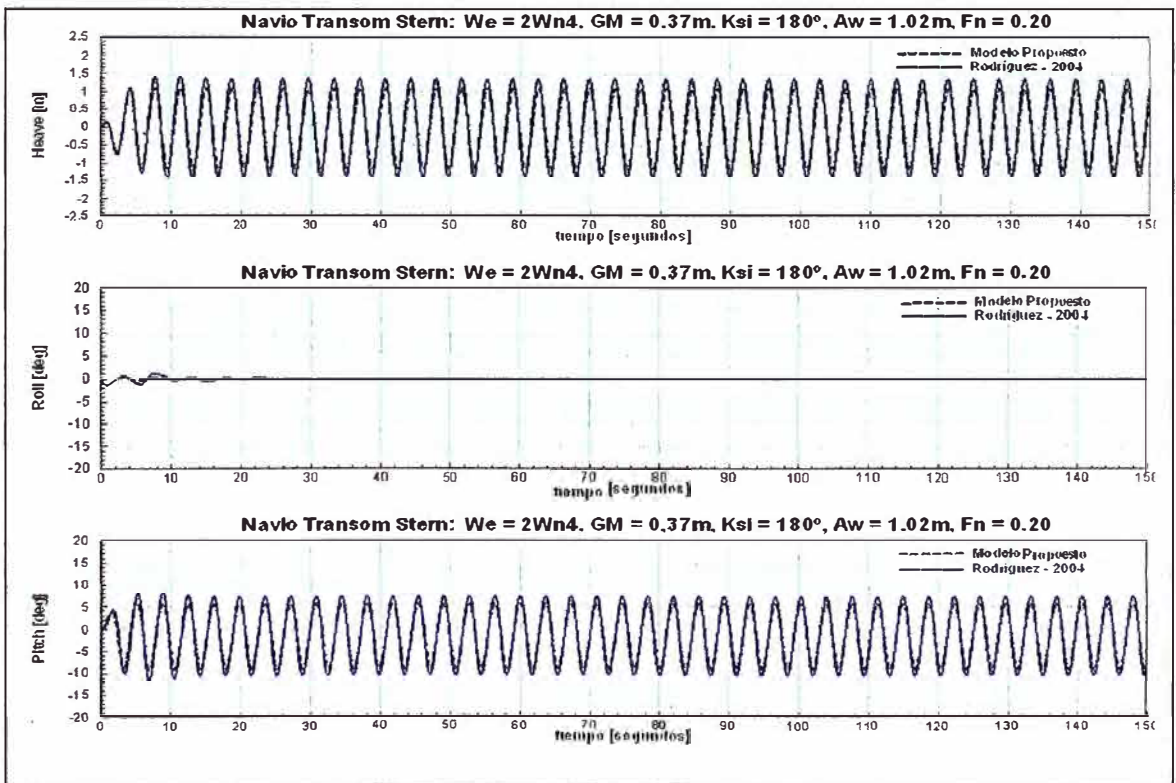


Figura 3.37: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($F_n = 0.20$, $A_w=1.02m$)

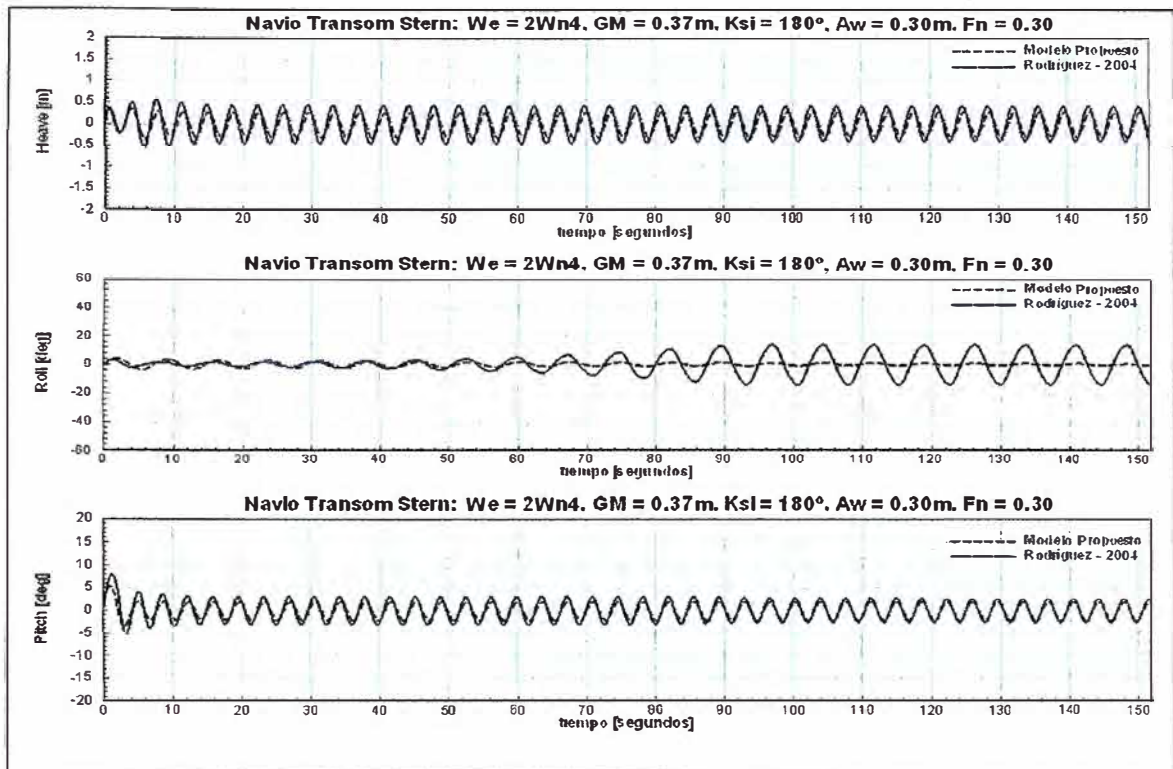


Figura 3.38: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($Fn = 0.30$, $Aw=0.30m$)

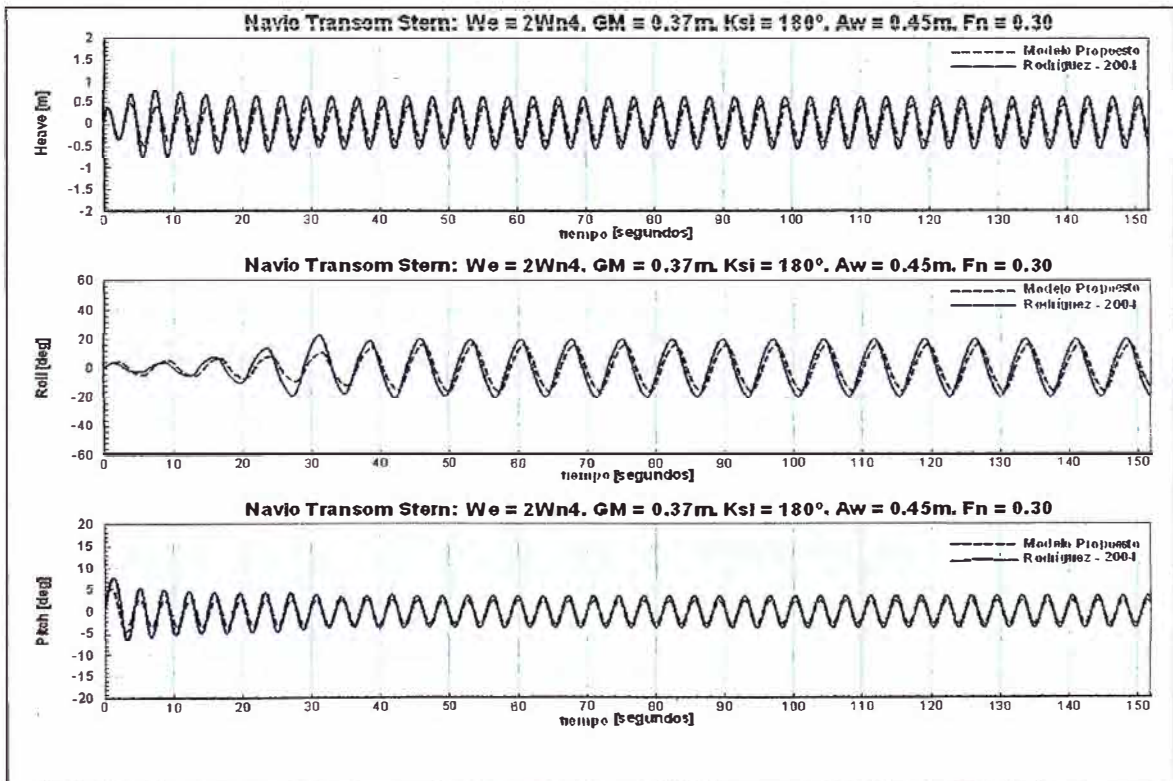


Figura 3.39: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($Fn = 0.30$, $Aw=0.45m$)

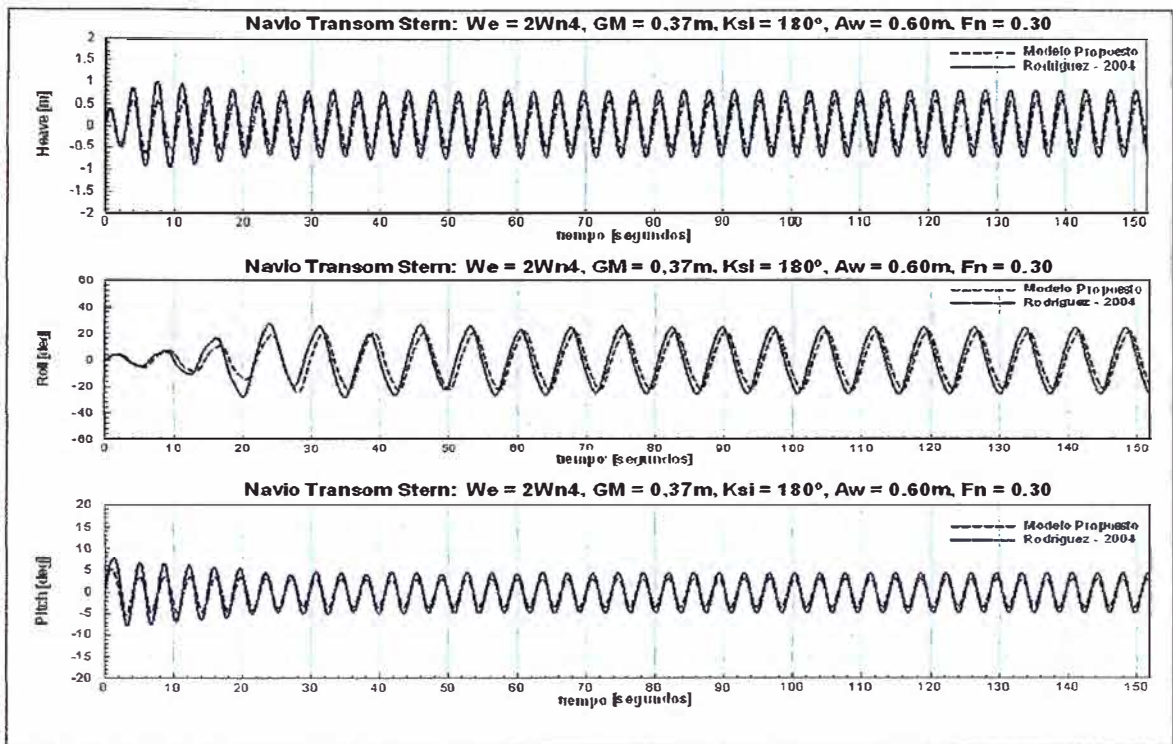


Figura 3.40: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($Fn = 0.30$, $Aw=0.60m$)

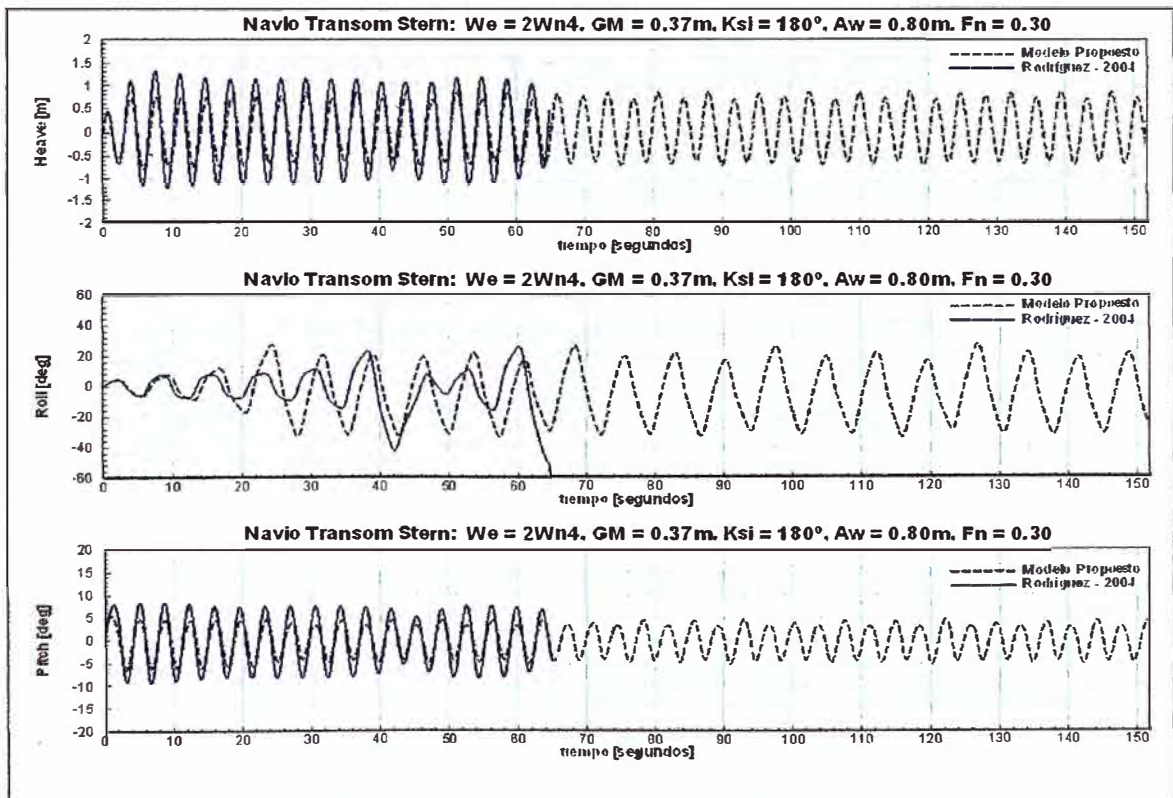


Figura 3.41: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($Fn = 0.30$, $Aw=0.80m$)

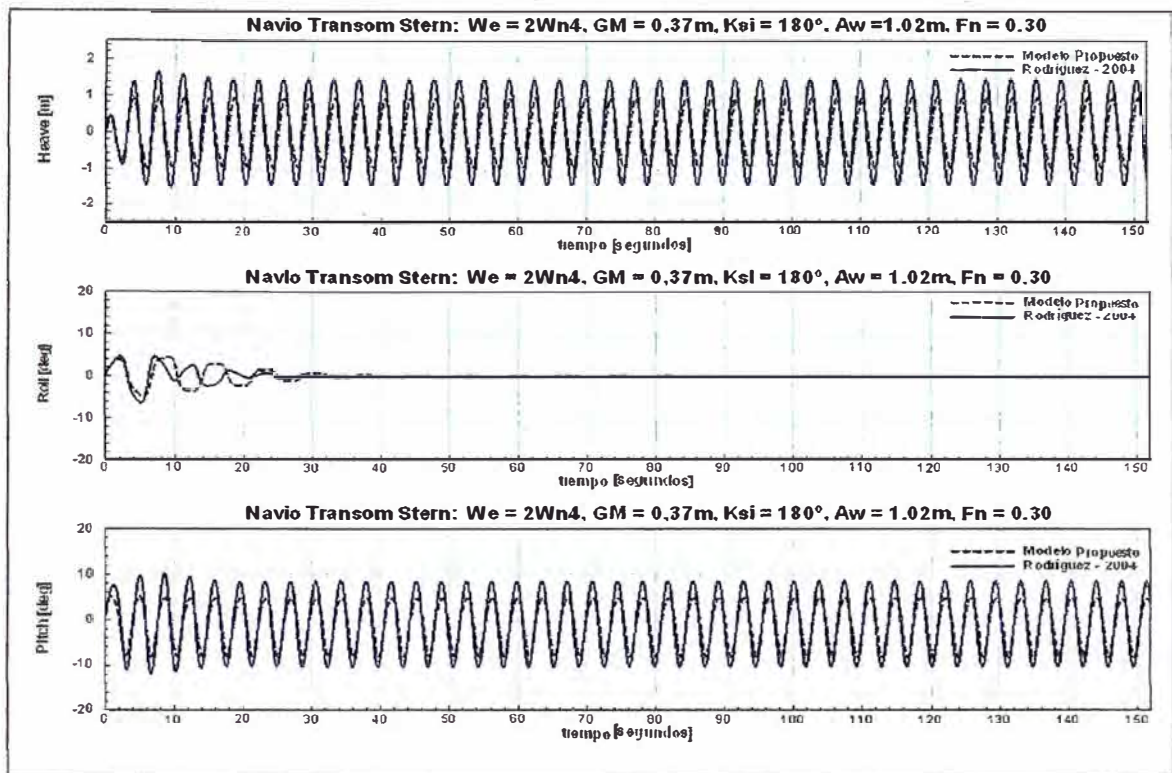


Figura 3.42: Respuesta en arfada, rolido y cabeceo WAMIT ($F_n = 0.30$, $A_w = 1.02m$)

Las comparaciones entre los modelos, el propuesto y el de Rodríguez (2004), son presentadas en las mismas condiciones de cargamiento y condiciones iniciales, como mencionamos anteriormente, mostrándose en general una buena congruencia entre las respuestas en las velocidades más bajas.

Para bajas velocidades, presentadas en las Figuras 3.23 a 3.40 hay buena concordancia con el modelo presentado por Rodríguez (2004). Las Figuras 3.41 y 3.42 muestran los resultados para altas velocidades y amplitudes de la ola y presentan menor aproximación entre estos, debido a la influencia de los terminos que son directamente influenciados por la velocidad.

Obsérvese que en la secuencia presentada para los números de Froude iguales a 0.11 e 0.15, para todas las amplitudes de la ola el movimiento en rolo no amplifica paramétricamente, pero para los números de Froude de 0.20 y 0.30 las amplitudes del movimiento en rolo pasan por una región en la cual se amplifica este movimiento, siendo esta una región donde el barco es propenso a la resonancia paramétrica. Se añadimos la amplitud de la ola, este vuelve a una zona estable. Ese resultado es coherente con los límites de estabilidad definidos por Neves e Rodríguez (2006).

Conforme se incrementa la velocidad del avance, esta afecta los valores de los coeficientes hidrodinámicos, sobretodo en los modos verticales de cabeceo y arfada y los termos de acoplamientos entre estos modos verticales. Esta influencia directa de la velocidad de avance sobre los coeficientes hidrodinámicos se manifiesta a través de la integral de convolución en la respuesta temporal de las amplitudes de los modos analizados. El modelo propuesto presenta aún buena aproximación en los casos de alta amplitud.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente trabajo fue desarrollado un modelo matemático integro-diferencial con no-linealidades con la finalidad de analizar la influencia de la función memoria fluida en rolido paramétrico. Previamente se hace una validación de el modelo de forma lineal; fueron comparados los resultados para dos cuerpos simples con diferentes formas, ambos en decaimiento en arfada. Adicionalmente, el modelo fue validado para un sistema de coeficientes hidrodinámicos definido por expresiones analíticas y para un barco porta-contenedor en arfada. A análise da influência da função memória fluida foi aplicada finalmente no barco Transom Stem nos modos de arfada, rolido e cabeceo. Este análisis permitió identificar numéricamente en el dominio del tiempo las tendencias de los movimientos en arfada, rolido y cabeceo. En este capítulo se presentan comentarios y conclusiones con base en los resultados obtenidos. Finalmente son hechas recomendaciones para trabajos futuros.

Conclusiones y Recomendaciones Generales

- El modelo propuesto desarrolla una ecuación integro-diferencial con no-linealidades en la restauración hasta la tercera orden, que incluye los efectos da memoria fluida a través de la integral de convolución.

- Los efectos no-lineales de la viscosidad son modelados en rolo, así como las fuerzas de sustentación y fricción. Los dos últimos fueron incorporados a la integral de convolución.
- Los acoplamientos de los amortecimientos entre los modos de arfada y cabeceo son considerados en las integrales de convolución a través de las funciones memoria, ver expresión (2.83).
- La confiabilidad de el modelo propuesto depende de la obtención de la matriz de amortecimientos del cuerpo en todo el dominio de la frecuencia. La representación funcional fue validado teniendo en consideración los coeficientes hidrodinámicos calculados con un código computacional padrón como es el WAMIT.
- Cuatro escenarios de validación fueron simulados, dos de ellas con respuestas de cuerpos simples en decaimiento en arfada; de la misma forma se simulo un problema analítico, mientras que en el cuarto escenario, para un barco porta-contenedor de formas modernas. en todos esos casos la concordancia de el modelo aquí desarrollado con los resultados disponibles para comparaciones fueron excelentes. Se puede concluir, por lo tanto, que los algoritmos de cálculo de la función de respuesta impulsiva (basado en el método de Filon) y el de inclusión de la integral de convolución en el proceso de integración en el dominio del tiempo esta respondiendo de manera eficiente e confiable.

- Los algoritmos fueron aplicados a el barco transom stem en decaimiento en rolo. Las ecuaciones acopladas fueron integradas con convolución y sin convolución, en este caso, como había sido implementado por Rodríguez (2004). Las respuestas de estos transcientes bajo los dos procedimientos fueron prácticamente idénticas. Esto en principio indica para el hecho de que en decaimiento de rolo los efectos de memoria fluida no son importantes, aún que el movimiento no sea armónico.
- Finalmente, fue hecho un análisis del barco transom stem en condiciones de Resonancia parametrica a través de simulaciones numéricas de la dinámica del fenómeno envolviendo los modos de arfada, rolo y cabeceo. Nuevamente aquí fueron comparadas las respuestas con convolución y sin convolución.
- Para velocidades bajas las simulaciones con convolución presentaron diferencias insignificantes, indicando que, posiblemente, las diferencias entre las frecuencias del movimiento de rolo (frecuencia natural de rolo) y de los movimientos de arfada y cabeceo no afectan, en términos prácticos, los resultados.
- Note que el modelo de Salvensen, Tuck y Faltinsen para corrección hidrodinámica de los efectos de aumento de la velocidad de avance no modela bien los términos cruzados de amortiguamientos en arfada y cabeceo. Esto compromete el análisis de las diferencias introducidas por las diferencias de

frecuencias entre, el movimiento de rolo, y los de arfada y cabeceo, en las velocidades más altas.

- La representación funcional permite el tratamiento de las acciones fluidas incluyendo los efectos de la memoria fluida de manera acoplada e interactúa con el método semi-experimental de Ikeda. Pero, concluimos que al extender la metodología de Ikeda para altas frecuencias aplicables al cálculo de la función respuesta impulsiva, para las velocidades más altas, los resultados encontrados son poco aceptables. Este problema será más comentado a continuación en el ítem 4.2.
- Diferentes condiciones que llevan a la resonancia paramétrica fueron simuladas numéricamente, habiéndose comparado los resultados con el modelo de Rodríguez (2004).
- Fue observado que nuestro modelo toma más tiempo de procesamiento, debido al cálculo de la integral de convolución en cada paso del tiempo de la solución del sistema integro-diferencial.

Trabajos Futuros

- Comparar y validar los resultados numéricos obtenidos en la presente tesis con resultados experimentales en todos los grados de libertad.

- Expandir la representación funcional de las acciones fluidas para los otros modos como avance, desvío y giñada, teniendo como referencia un modelo que permita tener en cuenta los efectos de los acoplamientos en los otros modos, quedándose con un modelo en seis grados de libertad.
- En el tratamiento del amortiguamiento de rolo, puede ser ventajoso considerarse todas las contribuciones semi-empíricas de la metodología de Ikeda fuera de la integral de convolución, de forma de evitarse los problemas encontrados en región de altas frecuencias. En este caso, esas contribuciones serian consideradas como definidas en la frecuencia natural de rolo, que es donde estos efectos adicionales son más importantes.
- Examinar analítica e numéricamente los límites de estabilidad, proponiendo nuevos modelos analíticos para este fin.
- Estudiar el modelo propuesto con otras formas de casco.
- Estudiar la inclusión de tanque de estabilización bajo el modelo propuesto, teniendo en consideración los seis grados de libertad, y analizar los límites de estabilidad.
- Analizar las ventajas y desventajas de introducirse la metodología de ajuste polinomial para la masa adicional y amortiguamiento como alternativa a la integral de convolución. Es de esperarse un tiempo de computación menos

extenso. Por otro lado, esa metodología puede afectar ventajas en el trato de imprecisiones relacionadas al uso de coeficientes hidrodinámicos en las regiones de altas y bajas frecuencias.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABKOWITZ, M. A., 1969, *Stability and Motion Control of Ocean Vehicles*. Massachusetts, The United States of America, The M. I. T. Press.

BALLARD, E. J., HUDSON, D. A., PRICE, W. G. TEMAREL, P., 2003, "Time Domain Simulation of Symmetric Ship Motion in Wave". *International Journal of Maritime Engineering*, Royal Institute of Naval Architects 2003.

BECK, R. F. & LIAPIS, S. (1987), "Transient Motions of Floating Bodies at Zero Forward Speed", *Journal Ship Research*, vol. 31, no. 3, 164-176 pp

BELENKY V.L. & SEVASTIANOV N.B., 2003, *Stability and Safety of Ships Volume. II: Risk of Capsizing*. 1st. ed. Oxford, United Kingdom, Elsevier Ocean Engineering Book Series vol. 10.

BHATTACHARYYA, R., 1978, *Dynamics of Marine Vehicles*. 1 ed. New York, John Wiley & Sons Inc.

BISHOP, R. E. D., PARKINSON, A. G., 1970, *Directional Stability and Control of Rigid Marine Vehicles*. Department of Mechanics Engineering, University College London, Naval Architecture Report no. 3.

BISHOP, R. E. D., BURCHER, R.K., PRICE W.G., 1972, *The uses of functional analysis in ship dynamics*. Department of Mechanics Engineering, University College London, Naval Procedure Royal Society of London, A. 332, pp. 23-35

BISHOP, R. E. D., BURCHER, R. K., 1973, *Directional Stability analysis of a Ship Allowing for Time History Effect of the Flow*. Department of Mechanics Engineering, University College London, Naval Procedure Royal Society of London, A. 335, pp. 41-54.

BISHOP, R. E. D., PRICE, W. G., 1979, "An Investigation into The Linear Theory of Ship Response to Waves". *Journal of Sound and Vibration*, WC1E7JE pp. 353-363.

BLOCKI, W., 1980, "Ship Safety in Connection with Parametric Resonance of the Roll". *International Shipbuilding Progress*, vol. 27, no. 306, pp. 36-53.

BULIAN, G., FRANCESCUTTO, A., LUGNI, C., 2003, "On the Non-Linear Modeling of Parametric Rolling in Regular and Irregular Waves". In: *Proceedings of 8th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2003)*, Madrid, Spain, pp. 305-323.

BUDAL, K & FALNES J., 1975, "A Resonant Point Absorber of Ocean-Wave Power", *Nature* 256.

CESARI, L., 1971, *Asymptotic Behavior and Stability Problems in Ordinary Differential Equations*. 3rd. ed. Berlin, Germany, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

CHAKRABARTI, S., 2001, "Empirical Calculation of Roll Damping for Ships and Barges", *Ocean Engineering*, vol. 28, no. 7 (Jul), pp. 915-932.

CUMMINS, W. E. 1962, "The Impulse Response Function and Ship Motions", *Schiffstechnik* Bd.9 – Heft 47

DALLINGA, R. P., BLOK J.J., LUTH, H.R., 1998, "Excessive Rolling of Cruise Ships in Head and Following Waves". In: *RINA International*

Conference on Ship Motions & Maneuverability, Royal Institute of Naval Architects, London.

DEAN, R 1991, "Water Wave Mechanics for Engineers & Scientists", Caps. 3 e 4, ed. World Scientific, pp. 41-130.

EVANS, D. V. 1976, "A Theory For Wave-Power Absorption by Oscillations Bodies", *Journal Fluid Mechanics* V. 77, n. 1 pp. 1-25

ESPERANÇA, P.T.T. 2006, "Análise da Curva de Decaimento Utilizando o Conceito de Memória Fluida" *SOBENA 2006*, pp. 063.

FALNES J., 2002, "Ocean Waves And Oscillating Systems", Cap. 4, Cambridge University Press.

SALTINES, O. M., SORT LAND, B., 1987, "Slow Drift Eddy Making Damping of a Ship", *Applied Ocean Research*, vol. 9, no. 1, pp. 37-46.

FALZARANO, J., CHENG, J., DAS, S., 2003, "Parametric Excitation of Floating Offshore Platforms". In: *Proceedings of 8th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2003)*, Madrid, Spain, pp. 507-519.

FRANCE, W. N., LEVADOU, M., TREAKLE, T. W., PAULLING, J. R., MICHEL, R. K., MOORE, C., 2003, "An Investigation of Head-Sea Parametric Rolling and its Influence on Container Lashing Systems", *Marine Technology*, vol. 40, no. 1 (Jan), pp. 1-19.

FROUDE, W., 1863, "Remarks on Mr. Scott-Russell's Paper on Rolling", *The Papers of William Froude, Transactions INA*, no. 4, pp. 232-275.

GRAHAM, J. M. R., 1980, "The Forces on Sharp-Edged Cylinders in Oscillatory Flow at Low Keulegan-Carpenter Numbers", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 97, Part 1, pp. 331-346.

GREENHOW, M & WHITE, S. P. 1997, "Optimal Heave Motion of Some Axisymmetric Wave Energy Devices in Sinusoidal Waves", *Applied Ocean Research* 19, pp. 141-159.

HIMENO, Y., 1981, *Prediction of Ship Roll Damping – State of the Art*. Dept. Naval Architecture and Marine Engineering, The University of Michigan, Report no. 239.

HOOFT, J. P., 1982, *Advanced Dynamics of Marine Structures*. New York, The United States of America, John Wiley & Sons, Inc

HSU, C. S., 1963, "On the Parametric Excitation of a Dynamic System Having Multiple Degrees of Freedom", *Transactions of the ASME: Journal of Applied Mechanics*, vol. 30, no. 3 (Sep), pp. 367-372.

KERWIN, J. E., 1955, "Notes on Rolling in Longitudinal Waves", *International Shipbuilding Progress*, vol. 2, no. 16, pp. 597-614.

KOBYLINSKI, L. K., KASTNER, S., 2003, *Stability and Safety of Ships Vol. I: Regulation and Operation*. 1st. ed. Oxford, United Kingdom, Elsevier Ocean Engineering Book Series vol. 9.

KORVIN-KROUKOVSKY, B. V., JACOBS, W. R., 1957, "Pitching and Heaving Motions of a Ship in Regular Waves", *Transactions of SNAME*, vol. 65, pp. 590-632.

LEVADOU, M., PALAZZI, L., 2003, "Assessment of Operational Risks of Parametric Roll", In: *Proceedings of World Maritime Technology Conference*

(WMTC'2003), Society of Naval Architects and Marine Engineers, San Francisco, United States.

LEVY, P (1989), "Análise de Movimentos de Corpos Flutuantes no Domínio do Tempo", Cap. 4, COPPE/UFRJ – Engenharia Naval e Oceânica.

LEWIS, E., 1989, *Principles of Naval Architecture - Vol. III: Motion in Waves and Controllability*. 2nd revision. New Jersey, The United States of America. SNAME.

INGLIS, R.B. e PRICE, W.G., "*calculation of velocity potential of a translating*", Pulsating Source, Transactions on Royal Institute of Naval Architects (RINA), Vol. 123, 190, pp 163.

LORCA, O., 2001, *Ressonância Paramétrica de Navios – Influência da Velocidade*. Tese de M.Sc., COPPE - Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

LLOYD, A.R.J.M., 1989, "Roll Stabilization". In: Paffett, J., *Seakeeping: Ship Behavior in Rough Weather*, 1 ed., chapter 18, Chichester, England. Ellis Horwood Limited.

MATUZIAK, J., 2003, "On the Effects of Wave Amplitude, Damping and Initial Conditions on the Parametric Roll Resonance". In: *Proceedings of 8th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2003)*, Madrid, Spain, pp. 341-347.

MORRAL, A., 1979, "Capsizing of Small Trawlers", *The Royal Institution of Naval Architects*, Joint Evening Meeting, Glasgow and RINA Spring Meetings, London.

NAYFEH, A., 1973, *Perturbation Methods*. New York, The United States of America, John Wiley & Sons, Inc.

NAYFEH, A., 1981, *Introduction to Perturbation Techniques*. New York, The United States of America, John Wiley & Sons, Inc.

NEVES, M. A. S., 1980, "*Dynamics Stability of Ship in Waves*", PhD. Dissertation Department of Mechanical Engineering, London University College.

NEVES, M. A. S., VALERIO, L., 1994, "Parametric Stability of Fishing Vessels". In: *Proceedings of 5th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'94)*, Florida, United States.

NEVES, M. A. S., SALAS, M., VALERIO, L., 1997, "An Investigation on the Influence of Stern Hull Shape on the Roll Motion and Stability of Small Fishing Vessels". In: *Proceedings of 6th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'97)*, Varna, Bulgaria, pp. 259-269.

NEVES, M. A. S., PÉREZ, N. A., VALERIO, L., 1999, "Stability of Small Fishing Vessels in Longitudinal Waves", *Ocean Engineering*, vol. 26, no. 12 (Dec), pp. 1389-1419.

NEVES, M. A. S., VALERIO, L., 2000, "Parametric Resonance in Waves of Arbitrary Heading". In: *Proceedings of 7th International Conference on Ship Stability and Ocean Vehicles (STAB'2000)*, Launceston, Australia, pp. 680-687.

NEVES, M. A. S., PÉREZ, N., LORCA, O., 2002a, "Experimental Analysis on Parametric Resonance for Two Fishing Vessels in Head Seas". In: *Proceedings of 6th International Ship Stability Workshop*, Webb Institute, New York.

NEVES, M. A. S., PÉREZ, N., LORCA, O., 2002b, "Roll Motion and Stability of Ship in Waves", In: *Proceedings of 4th International Conference on Marine Industry (Marind'2002) - Vol. II*, Varna, Bulgaria, pp. 127-137.

NEVES, M. A. S., PÉREZ, N., LORCA, O., 2003a, "Analysis of Roll Motion and Stability of a Fishing Vessel in Head Seas", *Ocean Engineering*, vol. 30, no. 7 (May), pp. 921-935.

NEVES, M. A. S., PÉREZ, N., LORCA, O., RODRÍGUEZ, C., 2003b, "Hull Design Considerations for Improved Stability of Fishing Vessels in Waves". In: *Proceedings of 8th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2003)*, Madrid, Spain, pp. 291-304.

NEVES, M. A. S., 2004, *Dinâmica do Navio*, Programa de Engenharia Oceânica, Departamento de Engenharia Naval e Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

NEWMAN, J. N. (1962), "The Exciting Forces on Fixed Bodies in Waves", 10 - 17, *Journal Ship Research*, Vol. 6.

NEWMAN, J. N., 1985, "Transient axisymmetric motion of a floating cylinder", *Journal Fluid Mechanical*, Vol. 157, pp 17 – 33.

PAULLING, J. R., 1961, "The Transverse Stability of a Ship in a Longitudinal Seaway". *Journal of Ship Research*, vol. 4, no. 4 (Mar.), pp. 37-49.

PAULLING, J. R., ROSENBERG, R. M, 1959, "On Unstable Ship Motions Resulting From Non-Linear Coupling", *Journal of Ship Research*, vol. 3, no. 1 (Jun.), pp. 36-46.

PÉREZ, N. A., 1985, *Desenvolvimento de Algumas Técnicas Experimentais em Ondas Regulares*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

PÉREZ, N., SANGUINETTI, C., 1993, "Análisis Experimental del Fenómeno de Resonancia Paramétrica del Movimiento de Roll en Buques Pesqueros Menores", *Revista Ingeniería Naval*, año LXI, no. 700 (Dic), pp. 825-831.

PÉREZ, N., SANGUINETTI, C., LORCA, O., 2000, "Resonancia Paramétrica Del Balance Transversal en el Dominio de la Velocidad. (Resultados Experimentales)", *Revista Ingeniería Naval*, año LXVII, no. 770 (Abr), pp. 98-102.

PINKSTER, J. A., OORTMERSSEN, G. V., 1976, "Computation of The First and Second Order Wave Forces on Oscillating Bodies in Regular Wave", Delft University of Technology.

RAO, S., 1995, *Mechanical Vibrations*. 3rd Ed. New York, The United States of America, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

REZA T., TRISNTAN, P., TORGEIR, M., 2007, "Hybrid Frequency-time domain models for dynamic response analysis of marine structures", *Ocean Engineering*, reference OE 1431.

SALAS, M., 1991, *Limites de Estabilidade de Navios Pesqueiros em Freqüências Ressonantes*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

SALVESEN, N., TUCK, O. E., SALTINES, O., 1970, "Ship Motions and Sea Loads", *Transactions of SNAME*, vol. 78, pp. 250-287.

SANGUINETTI, C. F. O., 1985, *Estabilidade Dinâmica de Navios Pesqueiros em Ondas Regulares*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

STANDING, R. G., 1978, "Application of Wave Diffraction Theory". *International Journal For Numeric Mathematics In Engineering*, Vol., 13, PP. 49-72.

OGILVIE, T. F., "Recent Progress Toward the Understanding and Prediction of Ship Motions", Fifth Symposium Naval Hydrodynamic, Bergen.

OTTO de KAT, 1988, "*Large Amplitude Ship Motions and Capsizing in Severe Sea Conditions*", Ph. D. Thesis, University of California, Berkeley.

OORTMERSEN, G. V., 1976, "*The Motions of a Moored Ships in Waves*", Ph. D. Thesis, Delft University of Technology.

VALERIO, L., 1994, *Estabilidade Paramétrica de Navios em Ondas Longitudinais Regulares*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

VALERIO, L., 2000, *Sobre a Estabilidade Dinâmica de Navios em Ondas*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

APÉNDICE I

COEFICIENTES HIDRODINÁMICOS PARA EL NAVÍO TS

En este apéndice se presentan los coeficientes hidrodinámicos de masa adicional, amortiguamiento, de la misma forma se presenta las fuerzas y momentos de excitación y los coeficientes debidos el pasaje de la ola todos para el navío Transom Stern (TS). Los primeros fueron calculados con los códigos numéricos denominados HANSEL (2D), INGLIS (3D) y WAMIT (3D).

El programa HANSEL es fundamentado en el modelo de la teoría de las fajas, Meyer *et al.* (1975), Salvensen *et al.* (1970). Los demás son fundamentados en el método de los paneles tri-dimensionales que utiliza funciones de Green, Inglis (1980), WAMIT (2003), siendo que los resultados de Inglis empleados aquí fueron computados solamente para velocidad de avance nula, tal como hizo el WAMIT.

De la misma forma se presenta la Tabla-AI-1 que contiene un resumen de los coeficientes hidrodinámicos con dependencia de la velocidad del avance del barco en los modos presentados en esta tesis, ver Lewis (1989). Ya los coeficientes debidos el

pasaje de la ola fueron computados analíticamente, como es indicado en el final del Capítulo II.

Los amortiguamientos son presentados tanto en su forma lineal como no lineal (en el caso de rolido). Los amortiguamientos no lineales son calculados para el modo de rolido siguiendo la metodología de Ikeda, conforme Himeno (1981), que lleva en consideración la influencia de la velocidad del avance. Estos amortiguamientos son mostrados hasta altas frecuencias debido a la metodología seguida.

Se presentan las fuerzas y momentos de excitación para los modos de arfada y cabeceo, calculados con los mismos códigos numéricos utilizados en el cálculo de los coeficientes hidrodinámicos. Finalmente se presentan los coeficientes debido el pasaje de la ola.

Coeficientes de Masa Adicional

En esta tesis se calcularán los valores de la masa adicional en el dominio de la frecuencia hasta valores que nos proporcionen masas adicionadas tan altas que pueden ser consideradas como correspondientes a los valores para el infinito.

La influencia de la velocidad es incorporada teniendo en cuenta las expresiones encontradas en Salvensen *et al.* (1970), dadas en la Tabla A1-1. A continuación se presentan los coeficientes de masa adicional para velocidad del avance nulo y para diferentes números de Froude.

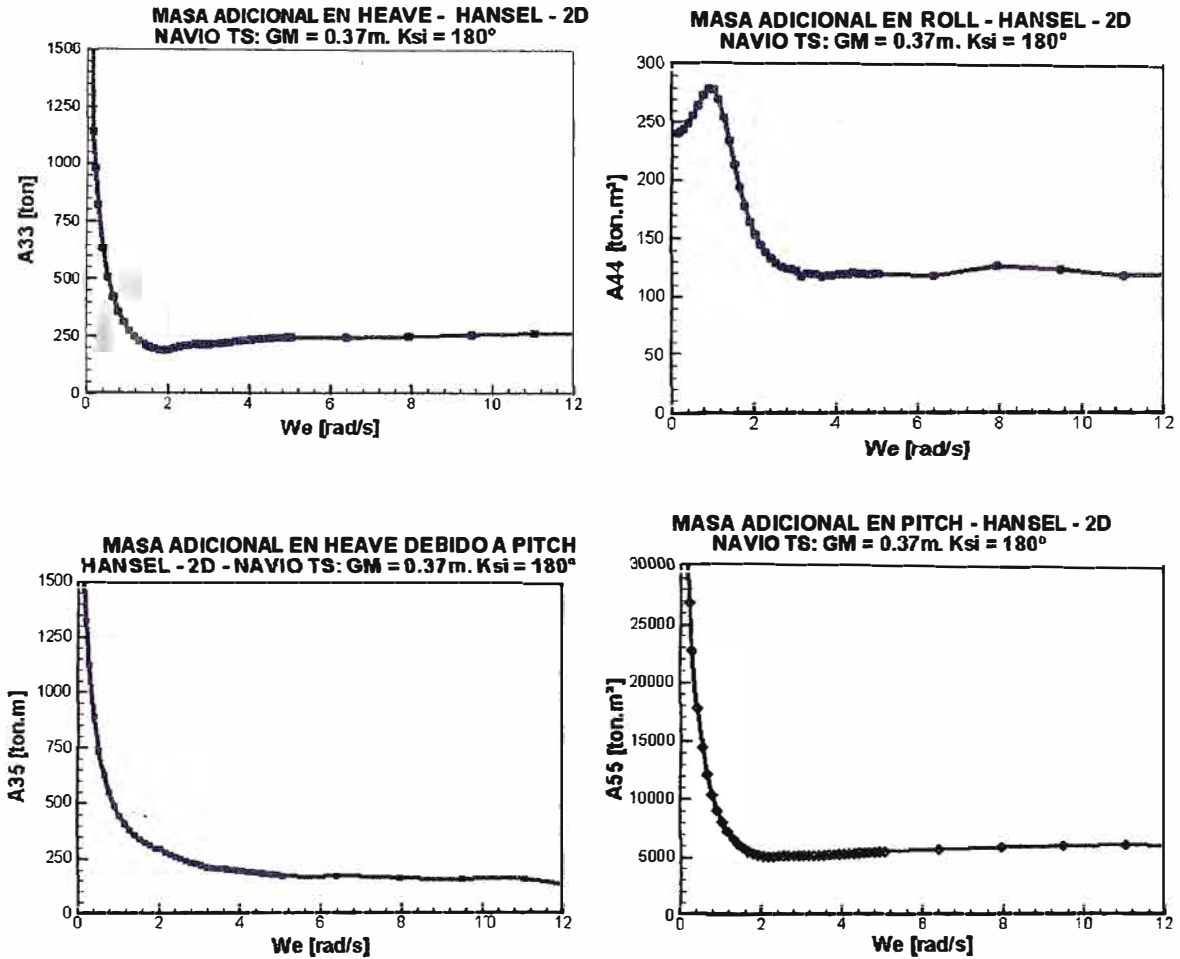


Figura A1-1: Masas adicionales, $F_n = 0.00$ - (HANSEL)

Las masas adicionales calculadas con el modelo bi-dimensional presentan valores muchos elevados para bajas frecuencias. Eso es un complicador para el cálculo de los amortiguamientos cuando la velocidad del avance es considerada. Por esa razón, fue necesario analizar los otros códigos numericos tridimensiona-

les que ofrecen estos coeficientes sin esos inconvenientes, como presentamos a continuación.

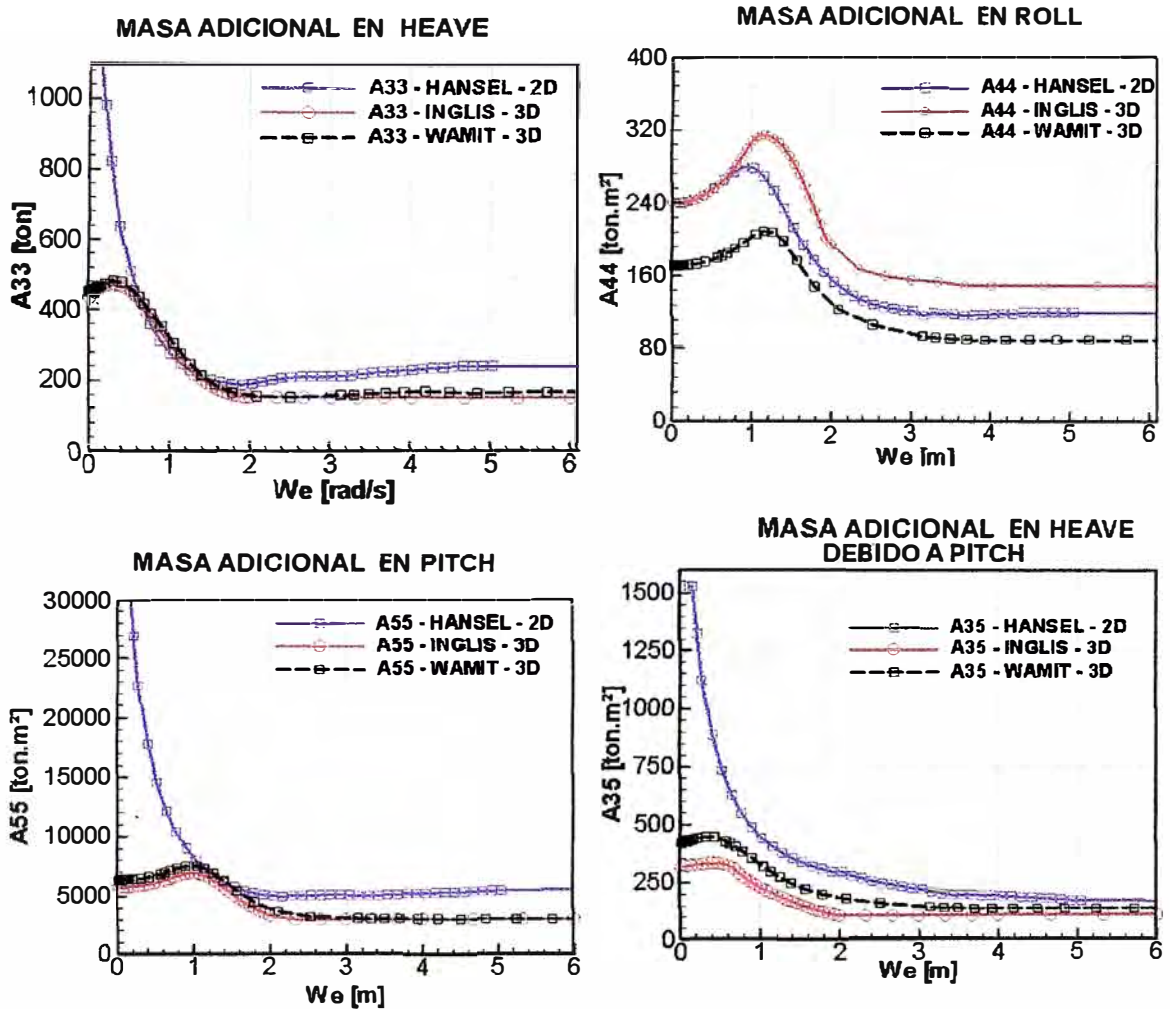


Figura A1-2: Comparación de masas adicionales con diferentes códigos.

Coeficientes del Amortiguamiento

El programa HANSEL fommece resultados relativamente satisfatórios en el cálculo de los coeficientes del amortiguamiento en arfada y cabeceo para velocidades de avance nulo, pero utilizaremos los amortiguamientos calculados con el WAMIT, que tie-

nen valores bien próximos de los calculados con el programa INGLIS en las masas adicionadas es de mejor aceptación en las investigaciones de este tipo. En esta tesis se calculan los coeficientes del amortiguamiento para un intervalo de frecuencias considerable con el objetivo de ser considerado como frecuencias infinitas y así incorporar los efectos de memoria fluida a través de los datos del amortiguamiento. La influencia de la velocidad de avance fue incorporado también teniendo en cuenta el trabajo de Salvensen et al. (1970) para el caso de los coeficientes hidrodinámicos fomicidos pelo HANSEL la influencia de la velocidad del avance.

El amortiguamiento en rolido calculado según Ikeda es descompuesto en dos grupos: una que varia linealmente con la velocidad angular de rolido, y otra que varia cuadraticamente con la velocidad angular de rolido, ver Capítulo 2.

Los coeficientes de estos grupos son denominados aqui respectivamente como B1 y B2. A continuación, se presentan los coeficientes de amortiguamiento lineales para el barco TS en diferentes condiciones ensayadas en los testes experimentales con mar de proa ($\chi=180^\circ$).

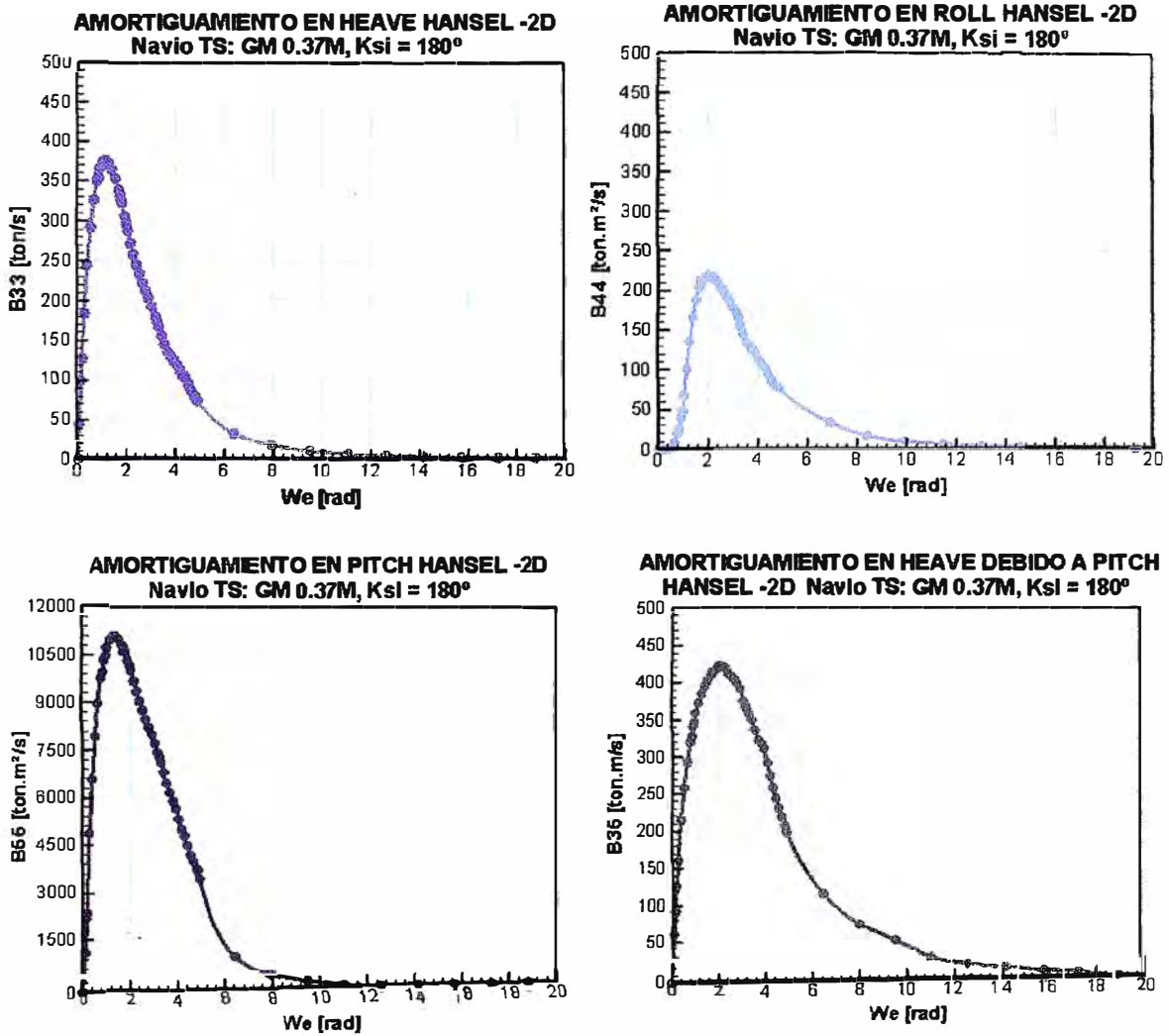


Figura A1-3: Amortiguamiento linear roly e pitch, $F_n = 0.00$ – (HANSEI)

A continuación se presentan las comparaciones de los amortiguamientos potenciales calculados por los diferentes códigos.

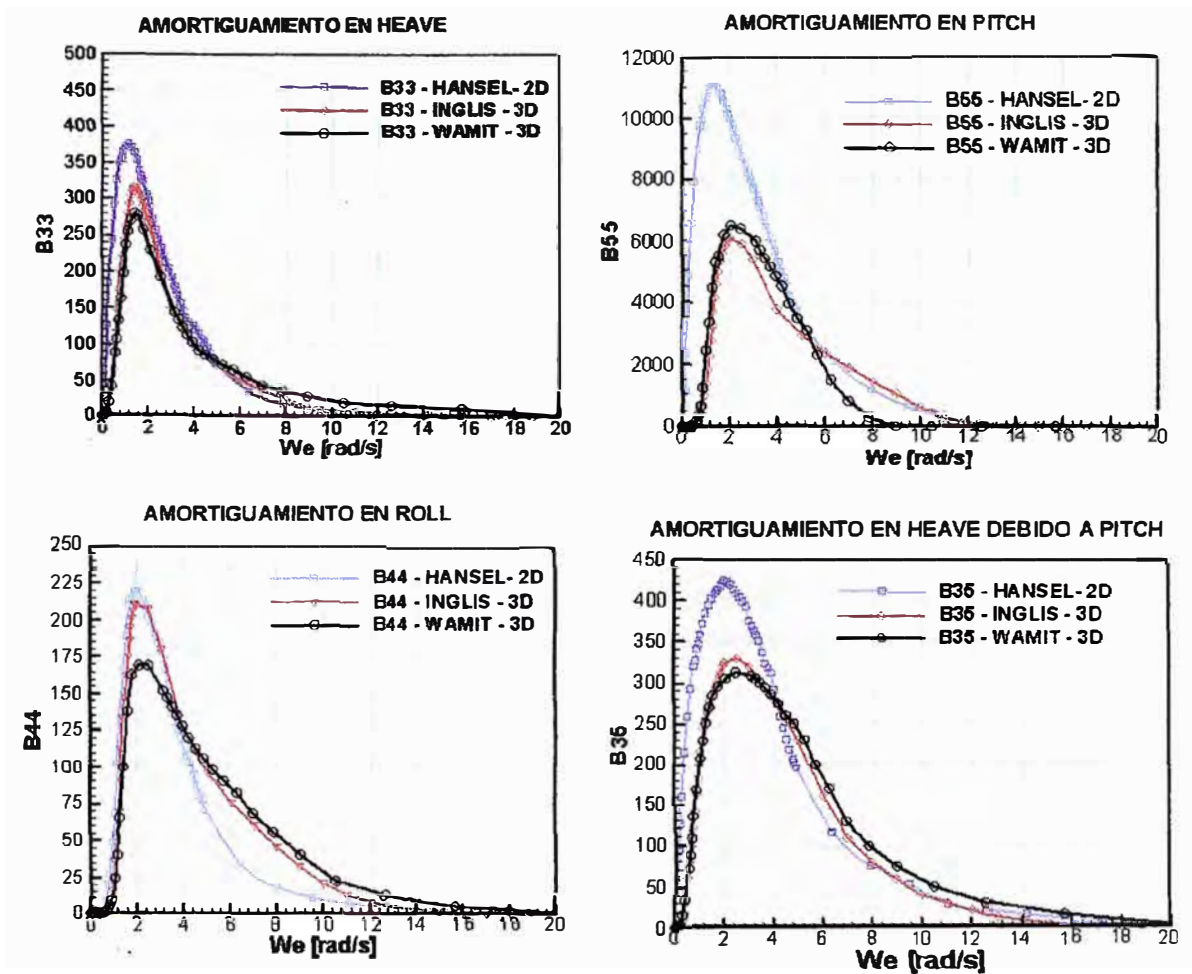


Figura A1-4: Amortiguamientos sin influencia de la velocidad del avance.

En la Figura A1-4 se presentan los amortiguamientos generados por los diferentes códigos numéricos y de la misma forma que en la Figura A1-2 se mantiene el formato de las unidades y se observa que existe mayor aproximación entre los códigos tri-dimensionales, siendo este un factor importante en la elección del código a ser utilizado para la representación de las respuestas temporales de los modos de arfada, rolido y cabeceo. En la Tabla A1-1 se presentan los coeficien-

tes hidrodinámicos con dependencia de la velocidad del avance, ver Lewis (1989). La velocidad del avance del barco es representada por U y los coeficientes con super-índice "0" representan los coeficientes hidrodinámicos sin influencia de la velocidad del avance U . En las expresiones de la Tabla A1-1 ω_e representa la frecuencia de encuentro.

Tabla A1-1

Masa Adicionada	Amortiguamiento
$A_{33} = A_{33}^0$	$B_{33} = B_{33}^0$
$A_{55} = A_{55}^0 + \frac{\bar{U}^2}{\omega_e^2} A_{55}^0$	$B_{55} = B_{55}^0 + \frac{\bar{U}^2}{\omega_e^2} B_{33}^0$
$A_{53} = A_{35}^0 + \frac{\bar{U}}{\omega_e^2} B_{33}^0$	$B_{53} = B_{35}^0 - \bar{U} A_{33}^0$
$A_{35} = A_{35}^0 - \frac{\bar{U}}{\omega_e^2} B_{33}^0$	$B_{35} = B_{35}^0 + \bar{U} A_{33}^0$
$A_{44} = A_{44}^0$	$B_{44} = B_{44}^0 = B_1$ (*)
-	$B_{44}^* = B_2$ (**)

(*) este termino es calculado según Himeno (1981).

(**) calculado de forma análoga al termino anterior; lleva en consideración las no linealidades introducidas por los efectos viscosos.

La frecuencia del encuentro aparece como denominador en el cálculo de los coeficientes hidrodinámicos con la masa adicionada en arfada debido AL cabeceo y cabeceo debido a la arfada, y en el amortiguamiento en cabeceo debido al cabeceo. Eso hace que los coeficientes hidrodinámicos dependientes de la velocidad del avance puedan tener valores muy elevados para frecuencias bajas.

A continuación se presentan las masas adicionales en dominio de la frecuencia con influencia velocidad según la Tabla A1-1, con el código HANSEL y luego con el WAMIT.

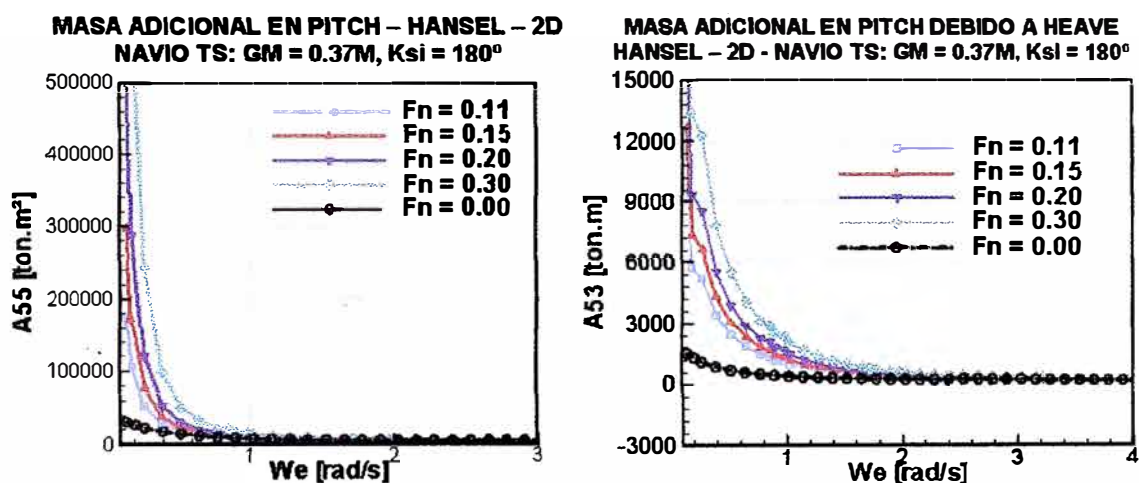


Figura A1-5: Masa adicional con influencia de la velocidad -(HANSEL)

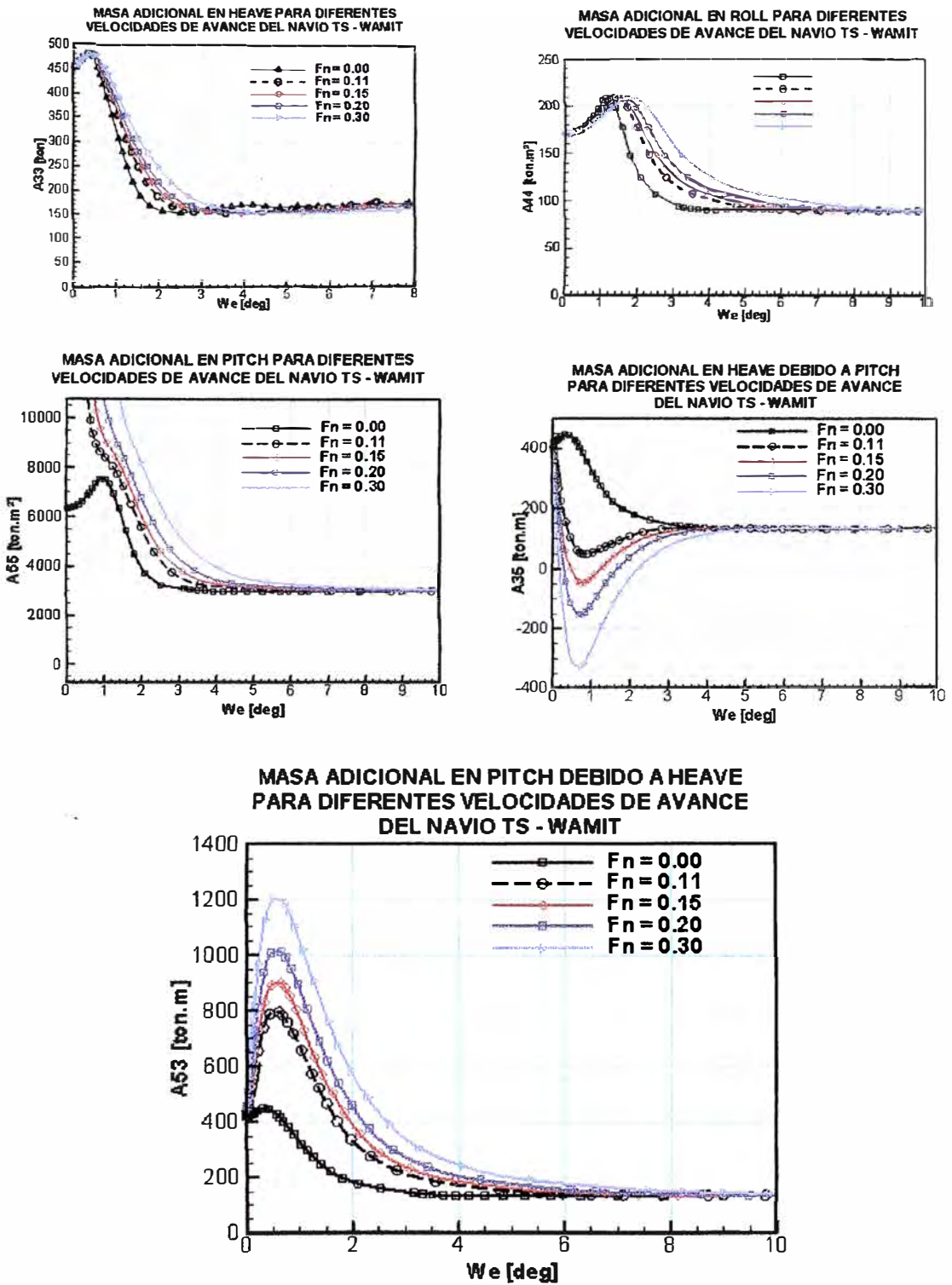


Figura A1-6: Masa adicional con influencia de la velocidad del avance –(WAMIT)

A continuación se presentan los amortiguamientos en los modos de arfada y cabeceo con sus respectivos acoplamientos, teniendo en cuenta la Tabla A1-1; y calculandos los amortiguamientos para diferentes números de Froude.

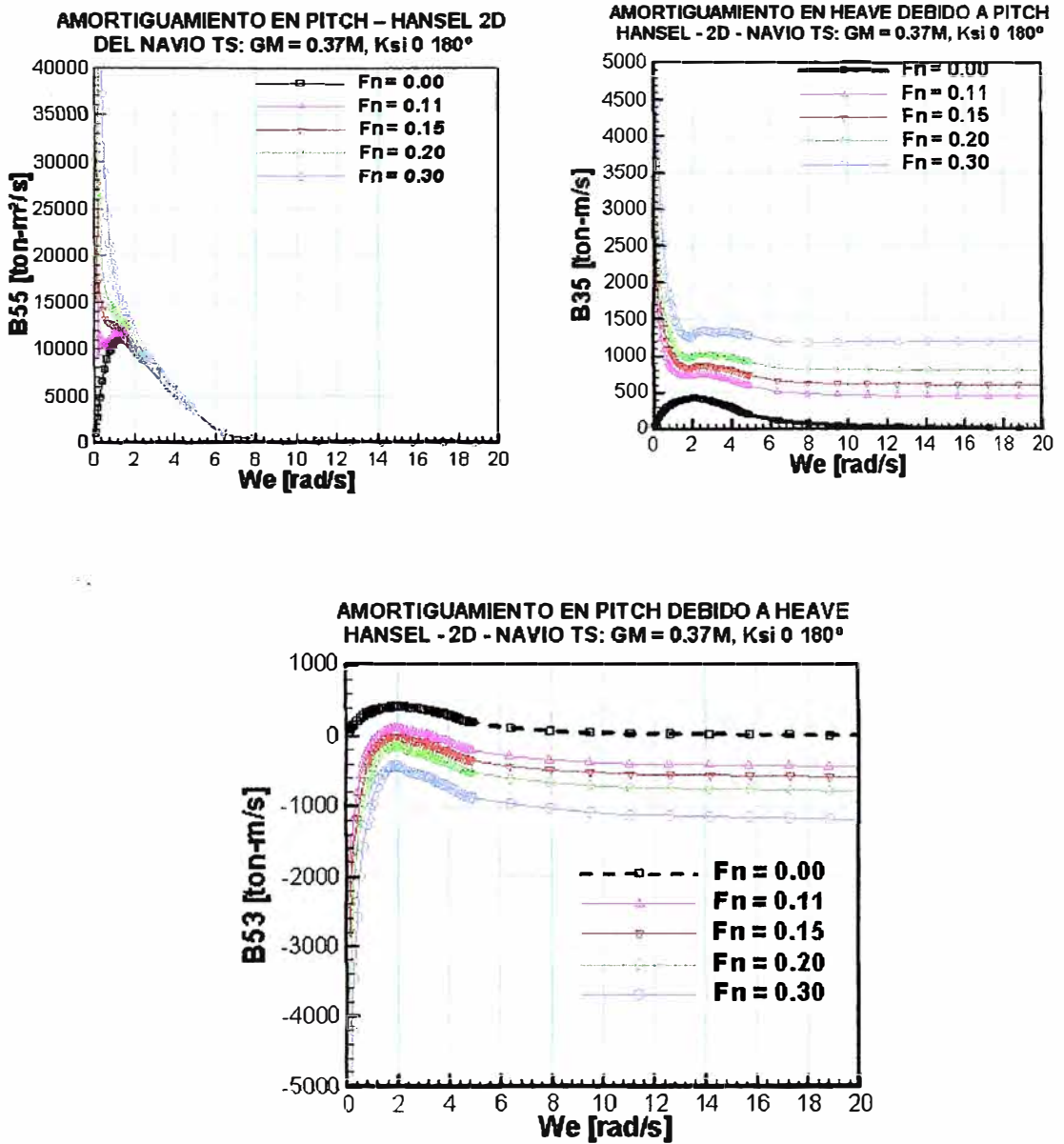


Figura A1-7: Amortecimiento lineal con velocidad – (HANSEL)

Se observe que conforme aumentamos la velocidad del avance los amortiguamientos dependientes de la velocidad para las frecuencias iniciales próximas del cero dependen en forma inversa del valor de la frecuencia del encuentro, así estos se acercan a valores muy elevados, lo que dificulta el cálculo de las funciones memoria. Por este motivo pasamos a utilizar otros modelos para el cálculo de los coeficientes hidrodinámicos para poder resolver este problema.

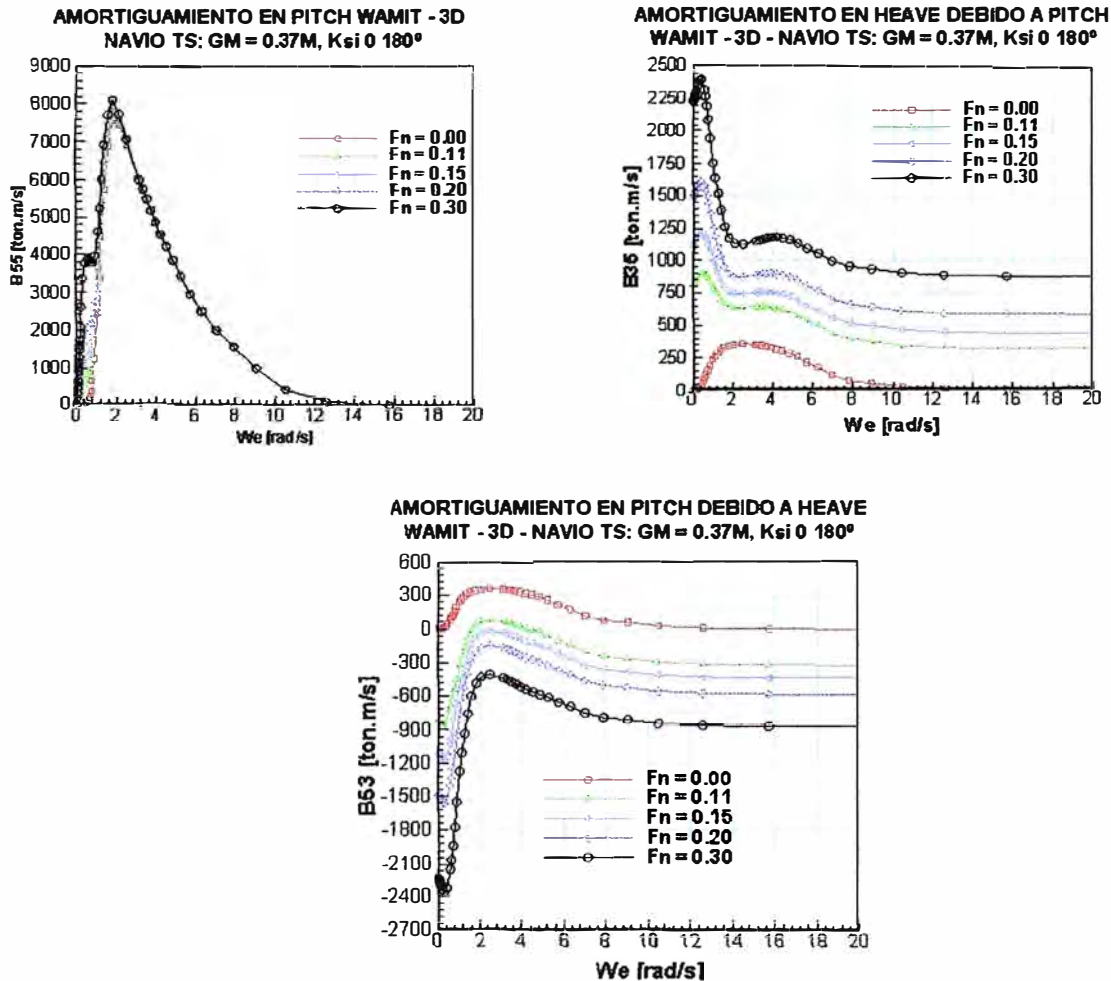


Figura A1-8: Amortiguamiento lineal con influencia de la velocidad – (WAMIT)

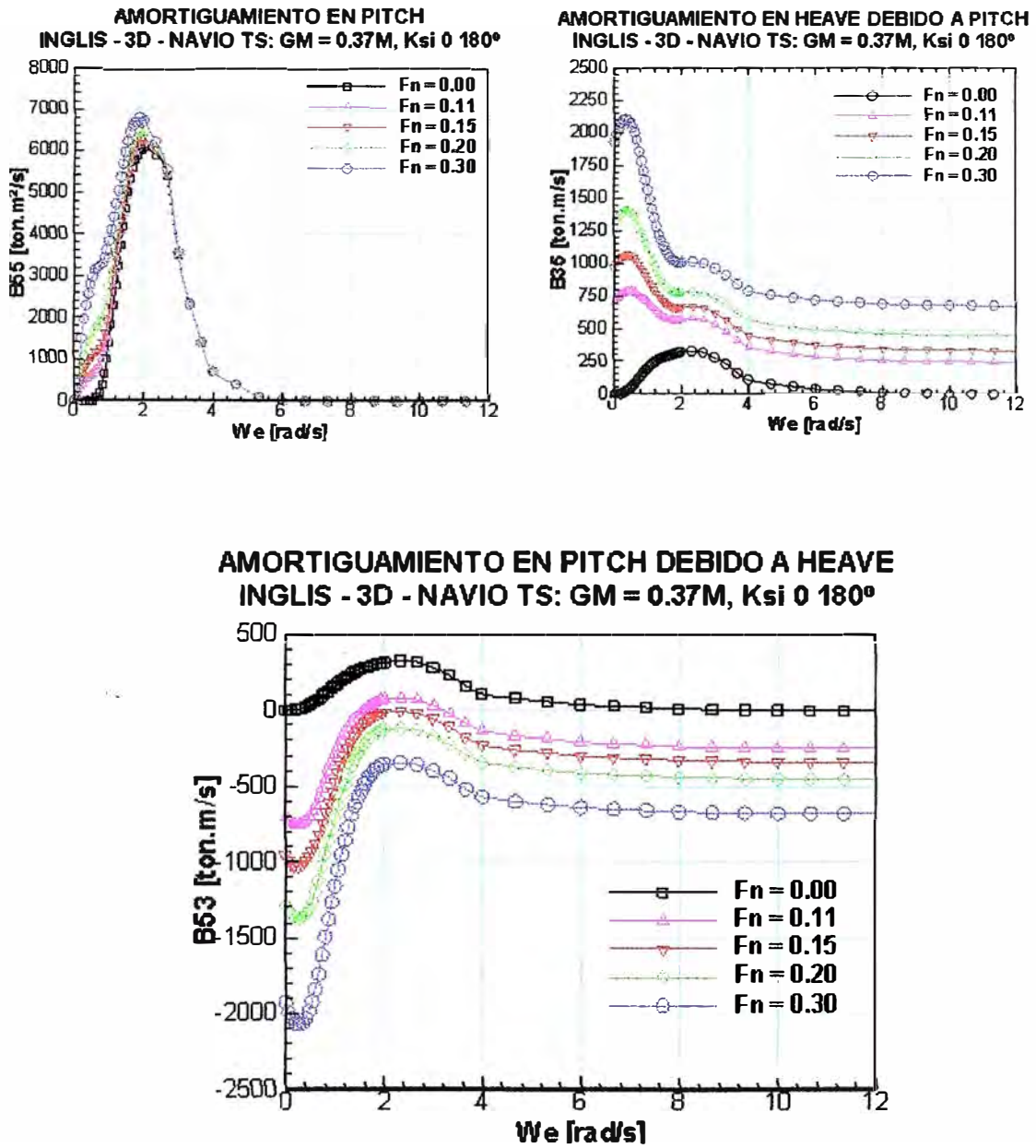


Figura A1-9: Amortiguamiento lineal con influencia de la velocidad – (INGLIS)

Coefficientes del Amortiguamiento No Lineales

Los coeficientes del amortiguamiento lineales y no lineales estan en función de los terminos B1 y B2 ya descritas anteriormente, ver Capítulo 2. Con el objetivo de perceber las diferencias del comportamiento del amortiguamiento en roll para bajas y altas frecuencias, son presentadas las figuras que fueran calculadas con el método de Ikeda, dónde tomaremos en cuenta la influencia de la velocidad del avance a través del numero de Froude, definido como:

$$F_n = \frac{U}{\sqrt{gL}}$$

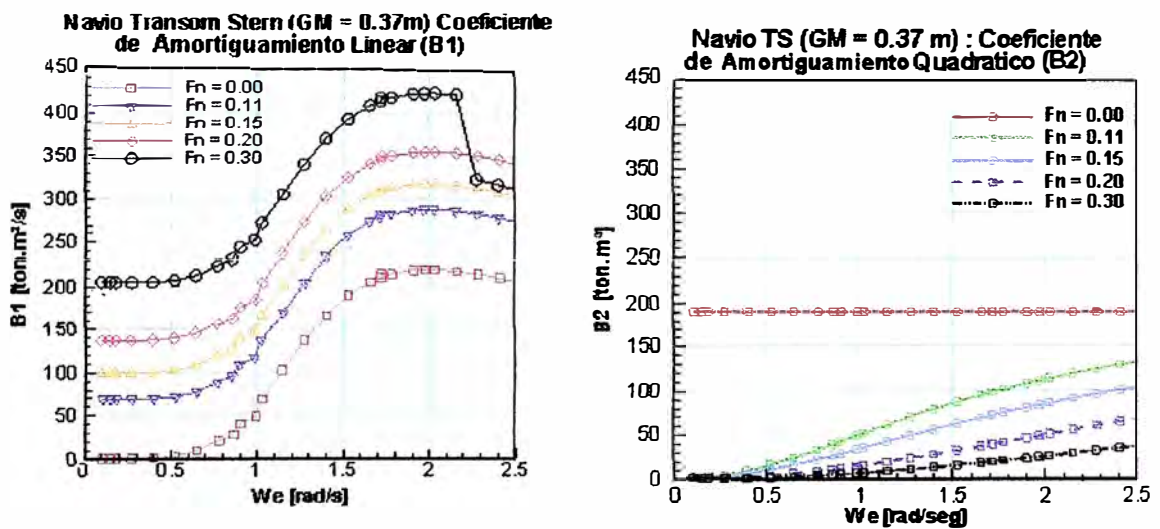


Figura A1-10a: Coeficientes del Amortiguamiento no linear en roll según Himeno (1981), para bajas frecuencias.

En el modelo presentado por Rodríguez (2004), que no utiliza convolución, el amortiguamiento de roll utilizado corresponde a la frecuencia natural en roll que en el caso de $GM = 0.37\text{ m}$, es $\omega_{n4} = 0.854\text{ rad/s}$.

Pero, para el modelo propuesto precisase conocer el amortiguamiento B1 para una franja mayor de frecuencias, siendo este como se presenta en la Figura AI-10b.

Para el coeficiente del amortiguamiento B2 que corresponde a la contribución no lineal del amortiguamiento total, tomaremos el valor correspondiente a la frecuencia natural en roll, una vez que la influencia de la no linealidad no es relevante fuera de la franja de resonancia.

En el amortiguamiento B1 utilizase una franja mayor para tomar en cuenta la influencia de la velocidad como presentado en el Capítulo 2.

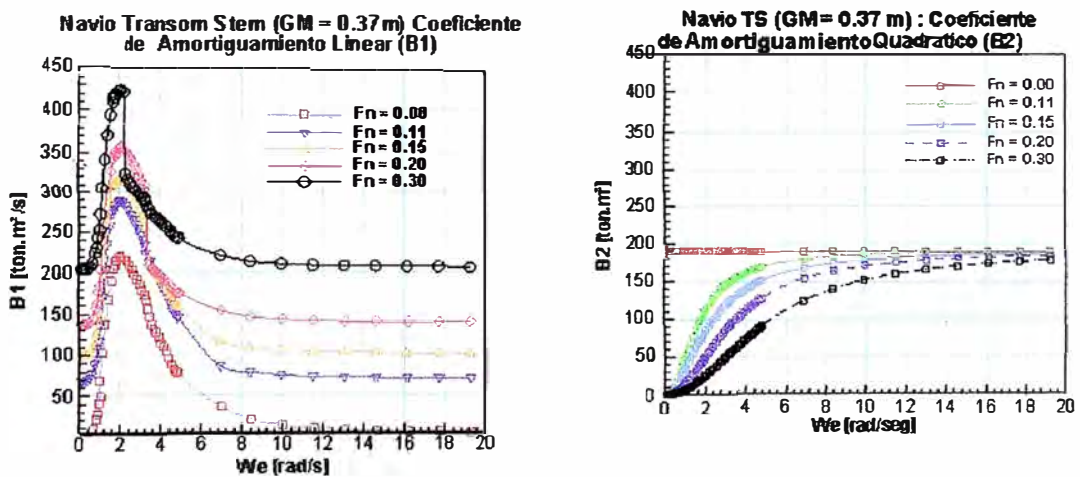


Figura AI-10b: Coeficientes del amortiguamiento no lineal en roll según Himeno (1981).

A seguir presentanse en la Figura AI-11 los comportamientos de los amortiguamientos lineales y no lineales para dos condiciones del cargamiento en función de la velocidad del avance del navío TS.

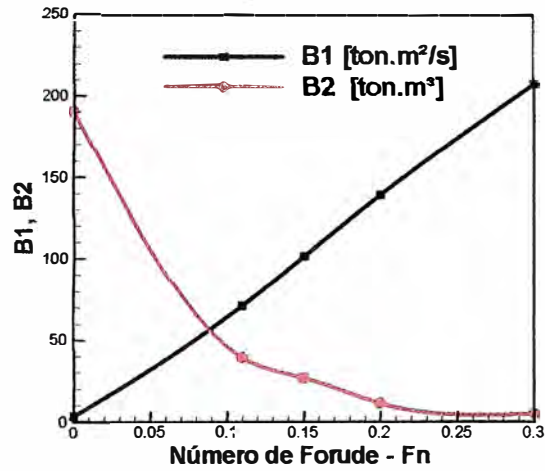
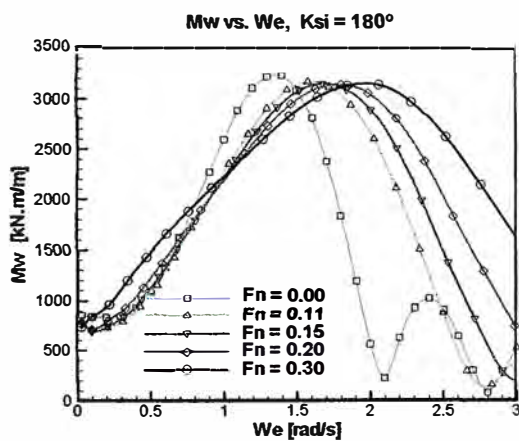
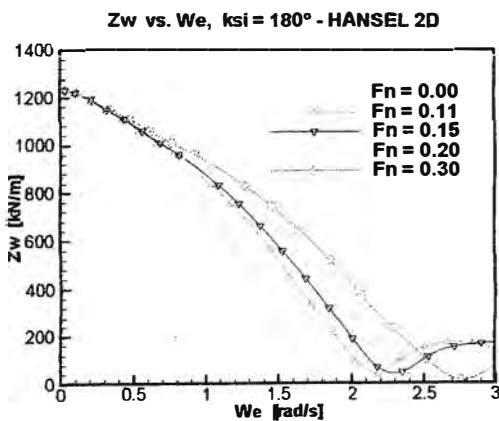


Figura A1-11: Amortiguamiento lineal y no lineal para una dada frecuencia del encuentro ($We = 0.854\text{rad/s}$)

Fuerzas y Momentos de Excitación

A seguir presentanse las fuerzas y momentos de excitación por unidad de amplitud de la ola para $\chi = 180^\circ$.



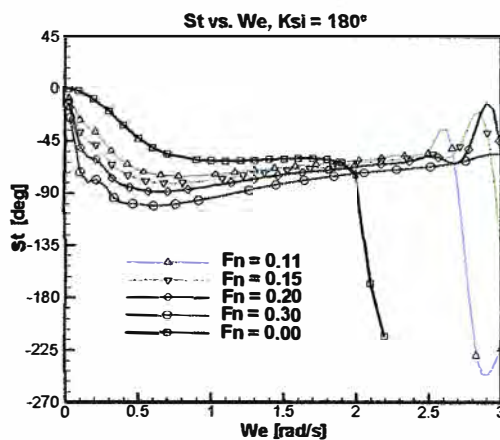
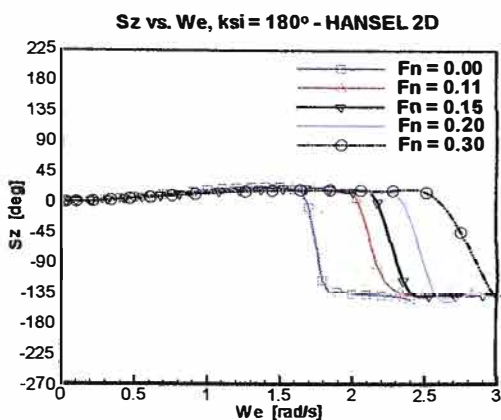
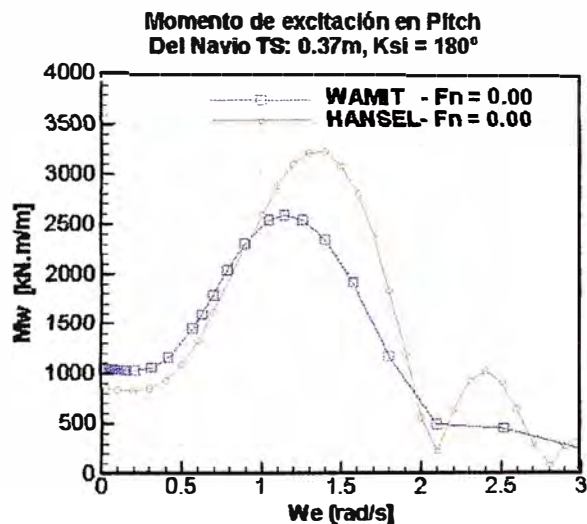
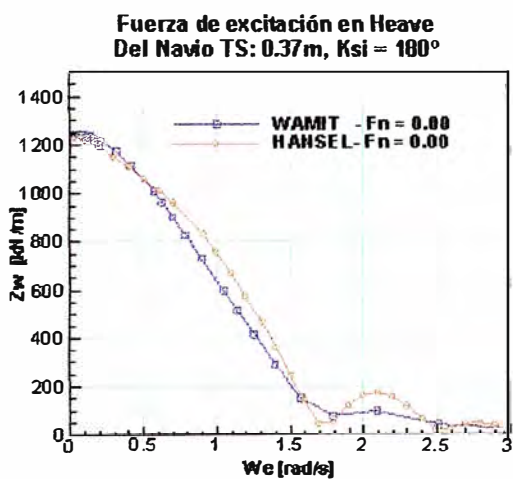


Figura A1-12: Fuerzas y momentos de excitación por unidad de amplitud de la ola en heave y pitch - (HANSEL).

A seguir presentarse las comparaciones de las fuerzas y momentos de excitación en heave y pitch fomicidos por los códigos HANSEL (2D) y WAMIT (3D).



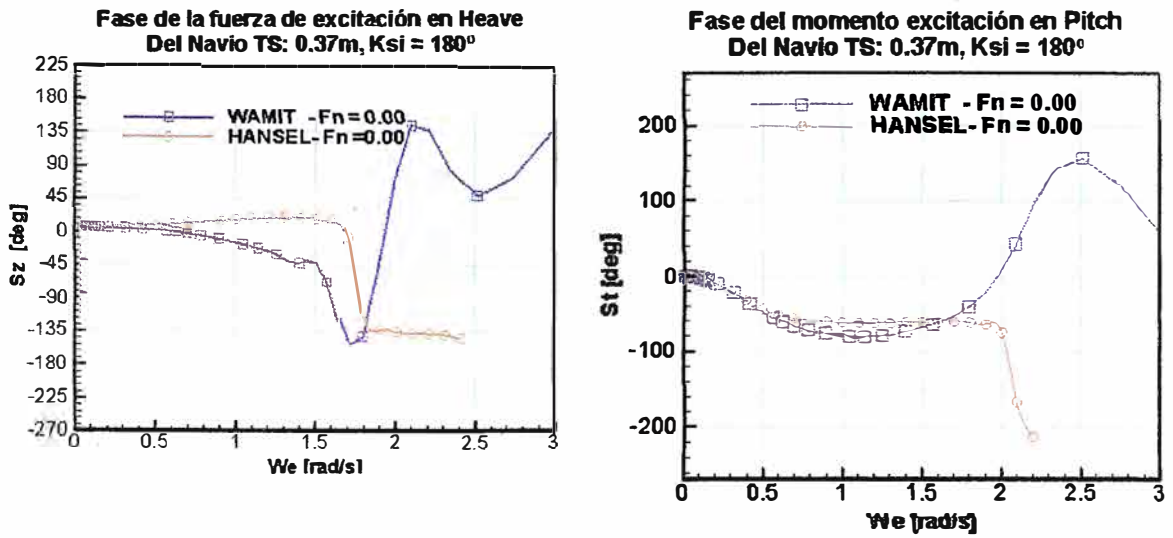
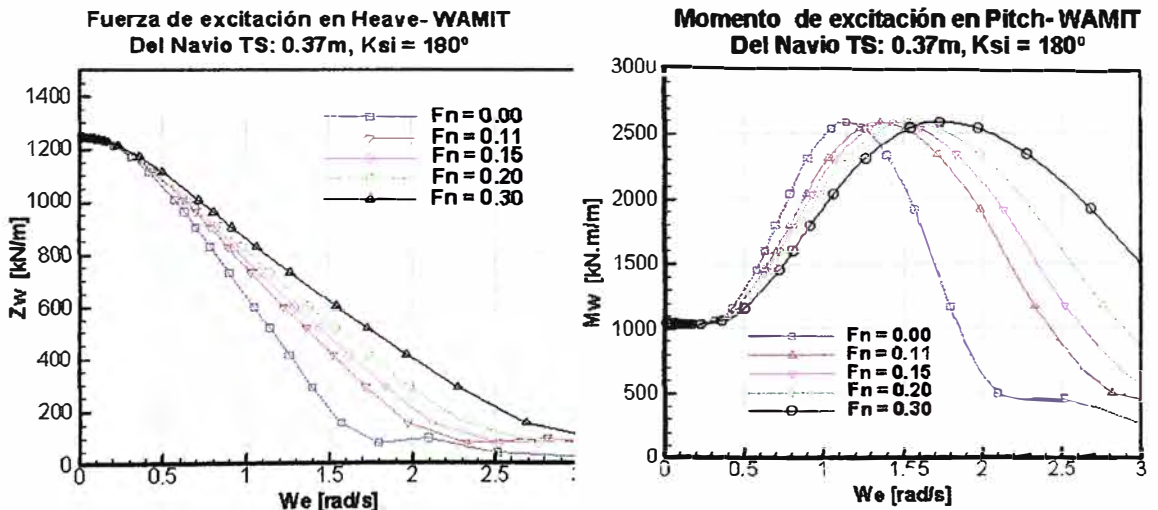


Figura A1-13 Fuerzas y momentos de excitación por unidad de amplitud de la ola en heave y pitch - (HANSEL-WAMIT).

A seguir presentanse las fuerzas y momentos de excitación para varias velocidades del avance con el código WAMIT.



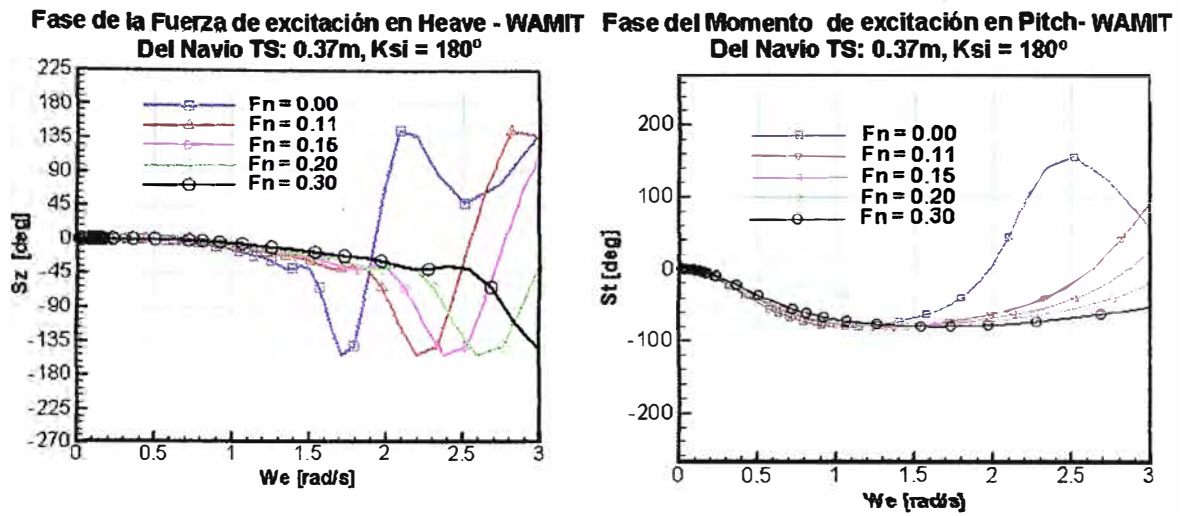


Figura A1-14: Fuerzas y momentos de excitación por unidad de amplitud de la ola en heave y pitch - (WAMIT) para varias velocidades.

RAO (Response Amplitude Operator) en Heave y Pitch - Navío TS

Los RAOs en heave y pitch para el navío TS sin influencia de la velocidad calculados con el código WAMIT son presentados a seguir. Los RAOs calculados con el HANSEL fueran presentados por Rodríguez (2004).

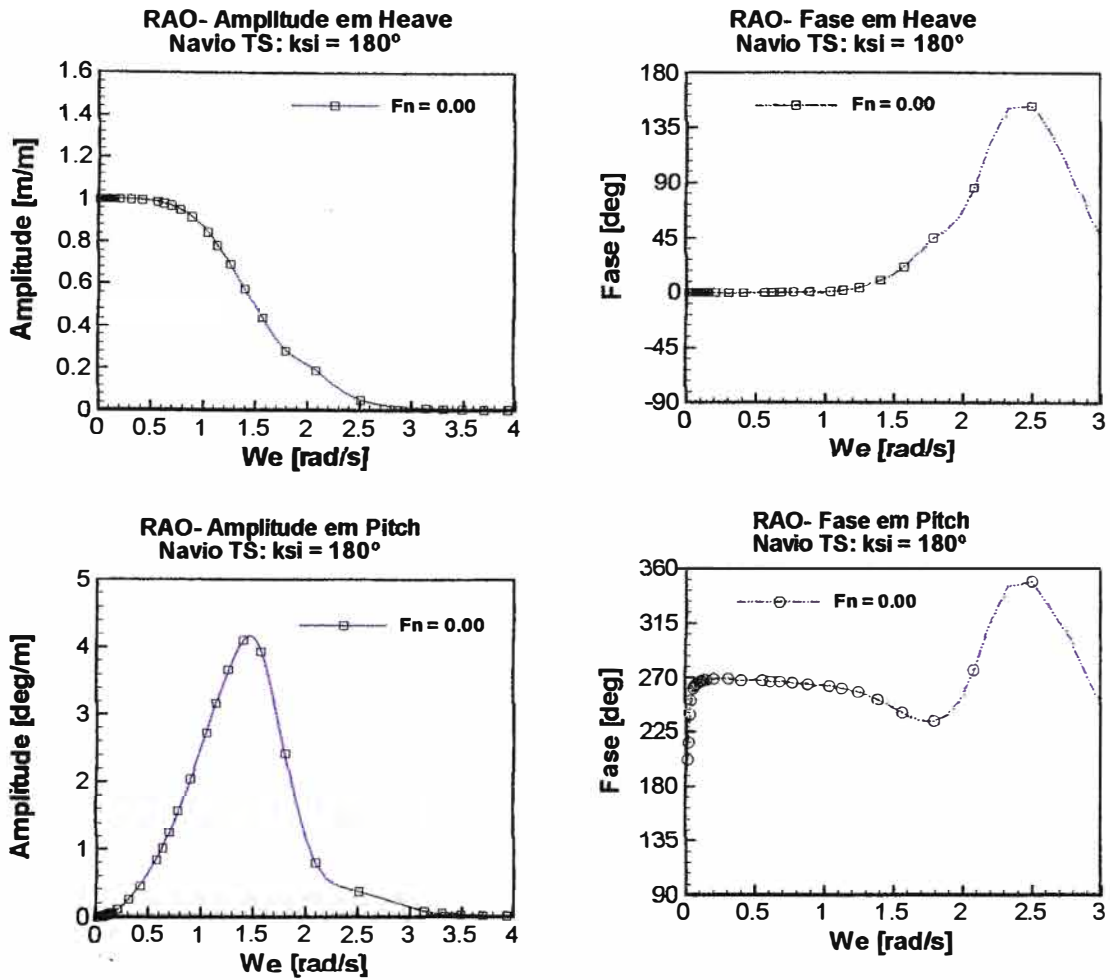


Figura A1-15: Response Amplitude Operator en heave y pitch - (WAMIT).

Coeficientes de Restauración Debido el Pasaje de la Ola ($\chi = 180^\circ$)

Para llevar en cuenta los efectos del pasaje de la ola utilizanse los coeficientes que se presentan a seguir para cada grado de libertad y sus respectivos acoplamientos.

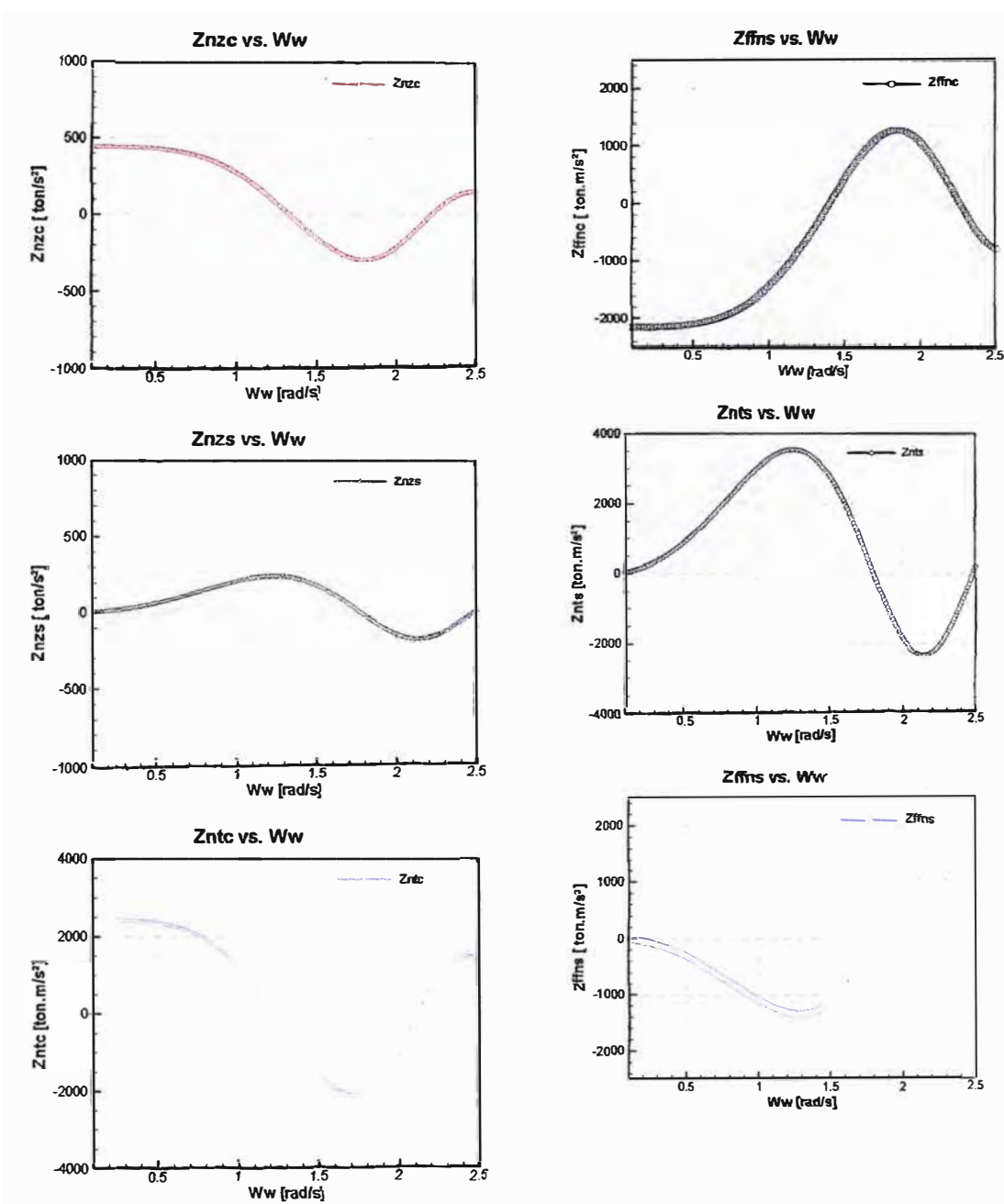
a) En heave

Figura A1-16: Coeficientes de restauración debido el pasaje de la ola en mar de proa ($\chi = 180^\circ$)

b) En roll

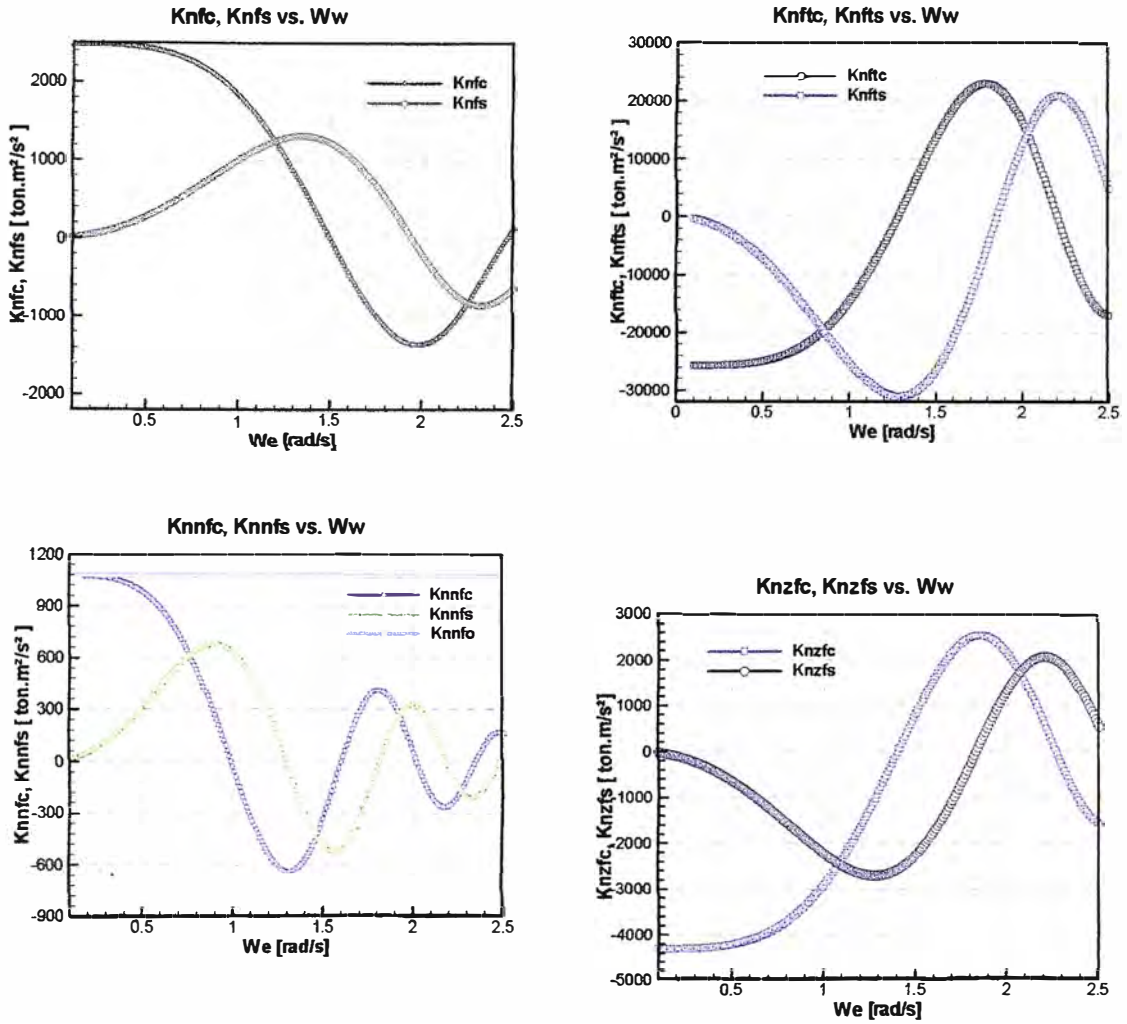


Figura A1-17: Coeficientes de restauración debido el pasaje de la ola en roll en mar de proa ($\chi = 180^\circ$)

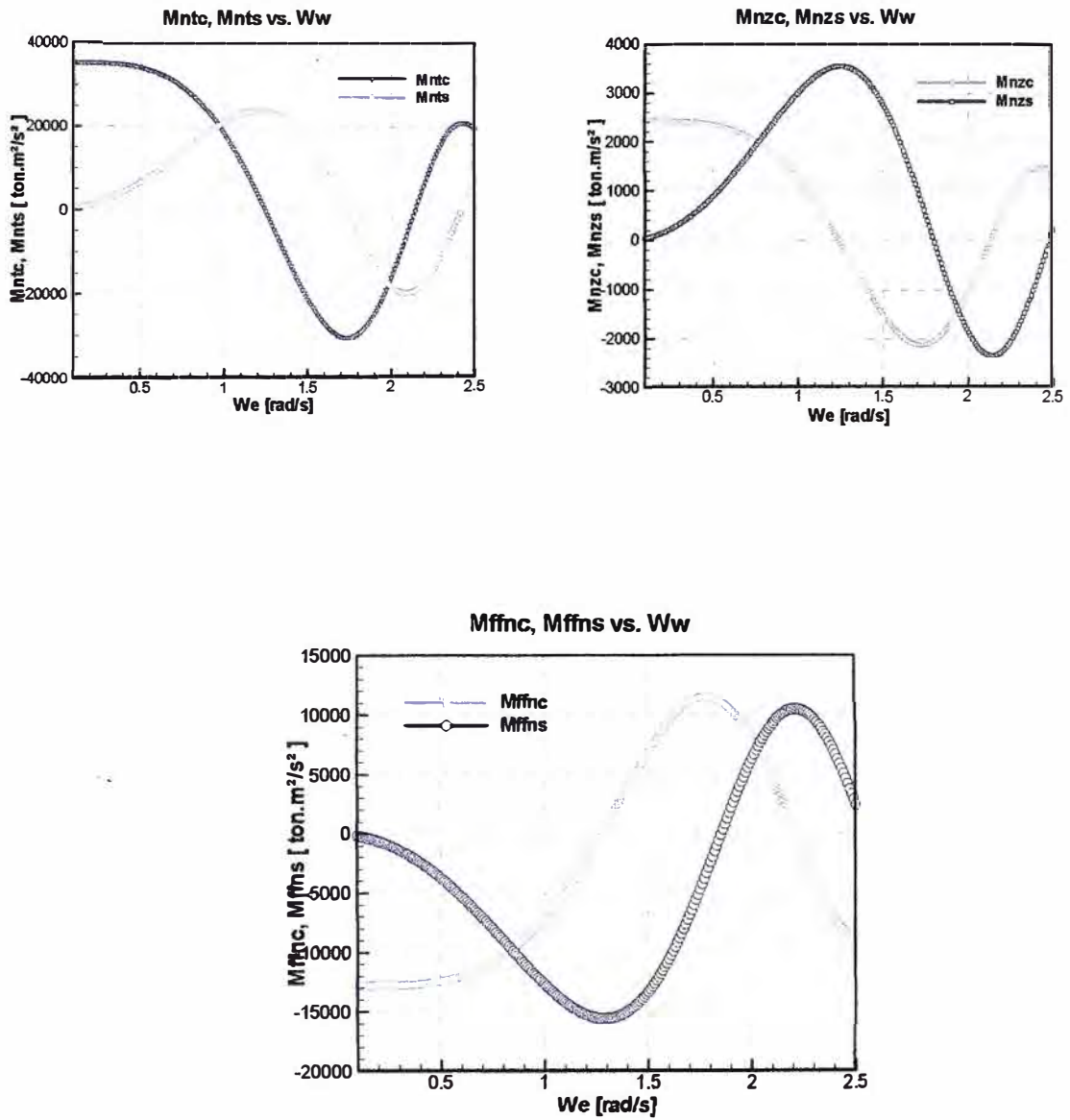
c) En pitch

Figura A1-18: Coeficientes de restauración debido el pasaje de la ola en pitch en mar de proa ($\chi = 180^\circ$)

APÉNDICE II

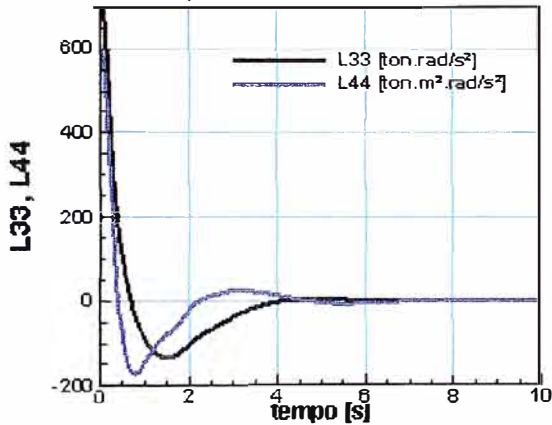
FUNCIONES DE MEMÓRIA FLUIDA

Para la solución numérica de las funciones memoria fluida mostrada en las ecuaciones (2.70) e (2.83), es necesario el conocimiento del amortiguamiento $B(\omega)$ para diversas frecuencias, variando desde cero hasta infinito. Los valores del amortiguamiento fueron calculados utilizando tres códigos numéricos HANSEL, WAMIT e INGLIS. Para resolver la integral de convolución de la función memoria fluida, aplicase el método de Filon, cuya derivación está descrita en el apéndice III. El método de Filon se mostro eficiente, pero nada impede la aplicación de otro método. En el presente apéndice presentanse las funciones memoria fluida que fueron calculadas a partir de los datos obtenidos con los tres códigos numéricos ya mencionados. También utilizaremos los datos ofrecidos por el método de Ikeda, que ofrece los amortiguamientos incluyendo efectos de fricción y formación de olas asim como de sustentación, para el movimiento en rolo. El termo del amortiguamiento en rolo que representa la influencia viscosa no es considerado dentro de los cálculos de la función memoria fluida en este modo, pero es considerada en la ecuación de movimiento en rolo según la expresión (2.67).

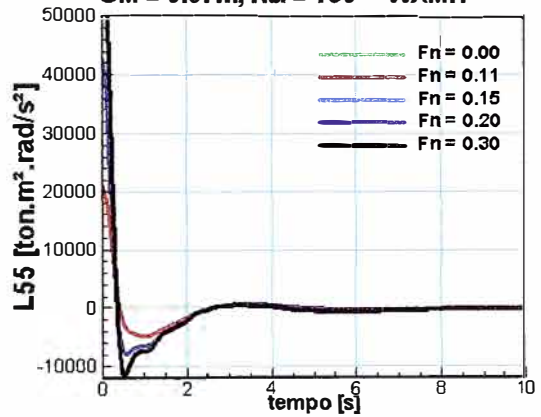
Consideraranse las funciones memoria fluida con influencia de la velocidad de avance. Estas fueran calculadas a partir de los amortiguamientos que incluyen los termos de corrección debido a la velocidad del avance según la Tabla AI-1.

A seguir presentanse las funciones memoria utilizadas en la presente tesis manteniendo la orden de los datos de los coeficientes hidrodinámicos fomicidos por el WAMIT- 3D, INGLIS- 3D y finalmente por el HANSEL 2D:

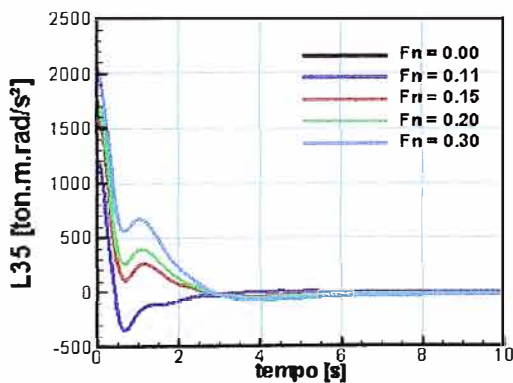
**Función Memoria en Heave y Roll – Navío TS:
GM = 0.37 m, Ksi = 180° - WAMIT**



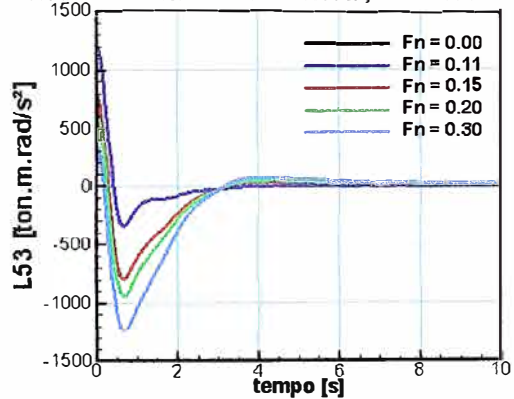
**Función Memoria en Pitch – Navío TS:
GM = 0.37m, Ksi = 180° - WAMIT**



**Función Memoria en Heave debido Roll – Navío TS:
WAMIT - Navío TS:GM = 0.37m, Ksi = 180°**



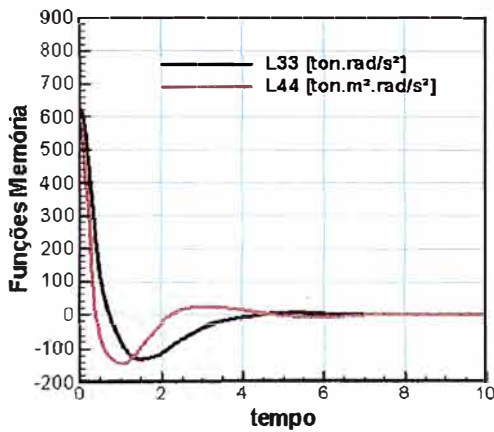
**Función Memoria en Heave debido Roll – Navío TS:
WAMIT - Navío TS:GM = 0.37m, Ksi = 180°**



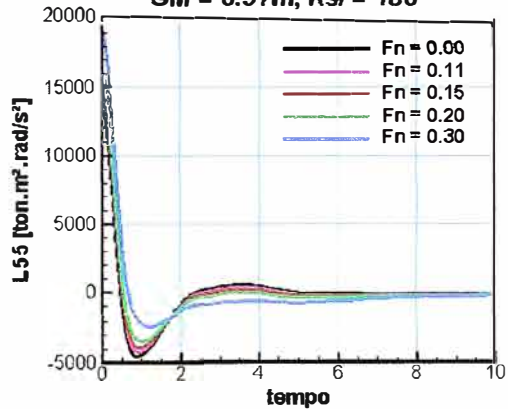
**Figura All-1 Funciones Memoria Fluida con influencia de la velocidad avance
utilizando los datos del WAMIT - 3D**

Las funciones memoria que corresponden a los amortiguamientos en arfada no son afectados por la influencia de la velocidad de avance. Pero presentamos la función memoria en rolido sin tener en cuenta los efectos de la velocidad de avance, sustentación y fricción que fueron calculados con el WAMIT. Para el amortiguamiento en rolido y bajo el método de IKEDA, presentaremos las funciones memoria en rolido con los efectos correspondientes en la Figura All-4.

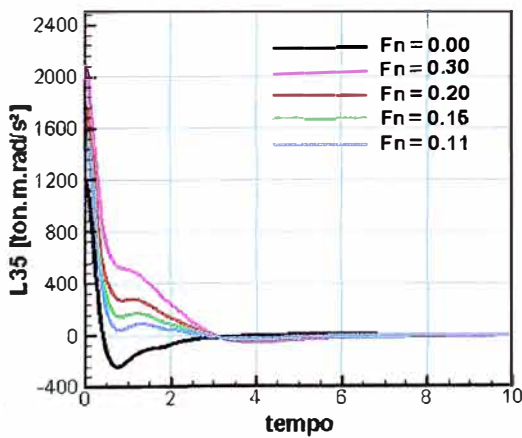
Función Memoria en Heave y Roll
 Navío TS: INGLIS - 3D- GM = 0.37m, Ksi = 180°



Función Memoria en Pitch
 Navío TS: INGLIS - 3D
 GM = 0.37m, Ksi = 180°



Función Memoria en Heave debido a Pitch
 Navío TS: INGLIS - 3D - GM = 0.37m, Ksi = 180°



Función Memoria en Pitch debido a Heave
 Navío TS: INGLIS - 3D- GM = 0.37m, Ksi = 180°

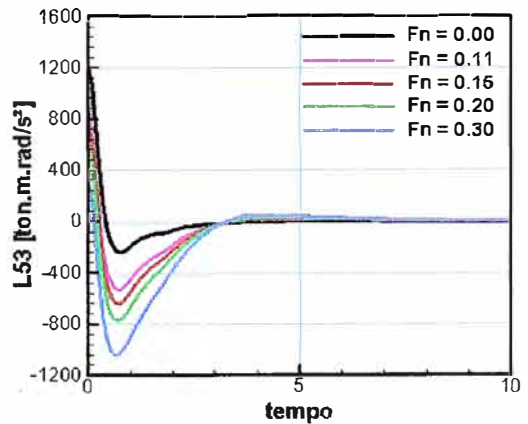


Figura All-2 Funciones Memoria Fluida utilizando los datos del INGLIS - 3D

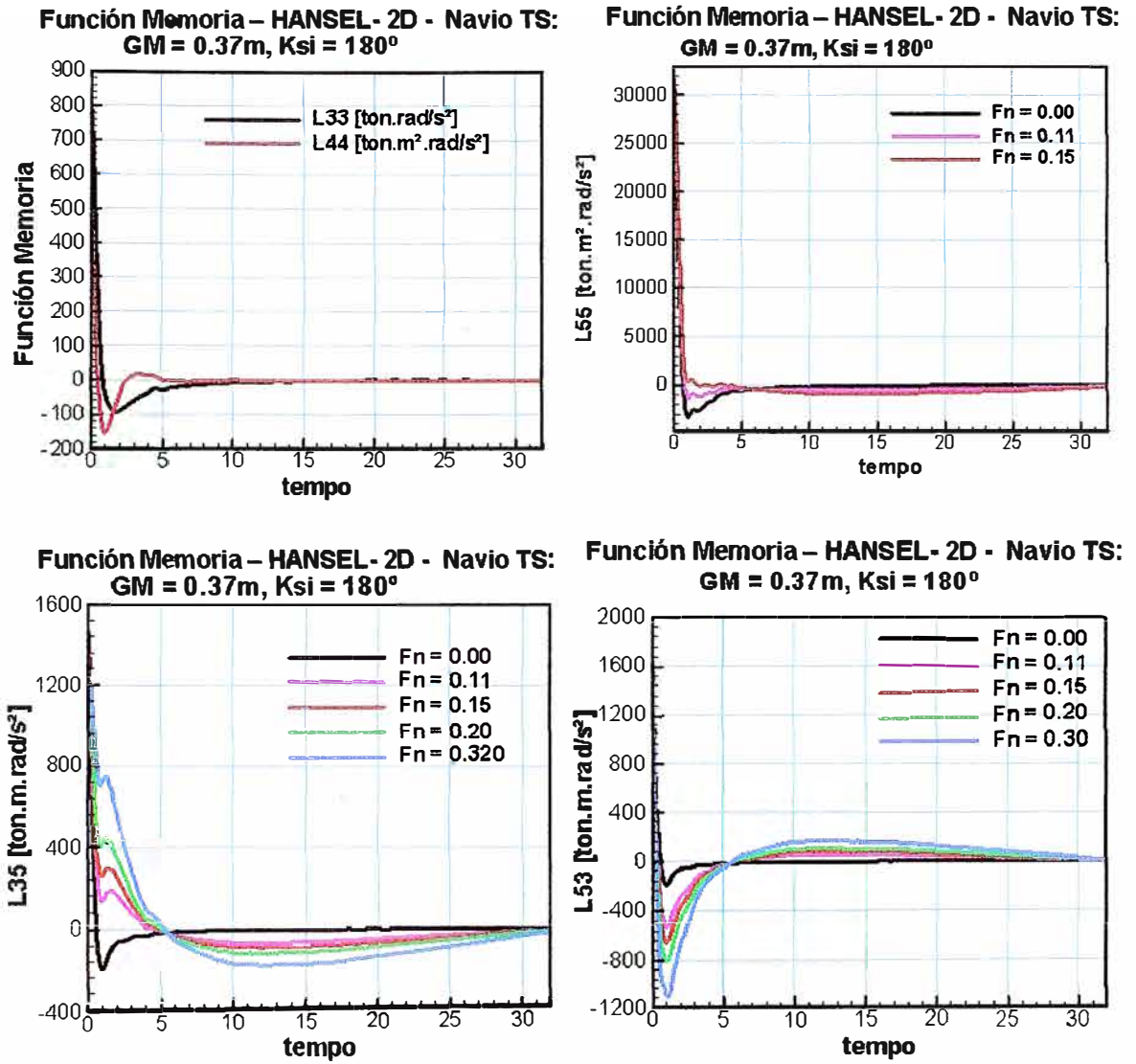


Figura All-3 Funciones Memoria Fluida utilizando los datos del HANSEL - 2D

Funciones Memoria Fluida	Unidades
$L_{33} = L_{ZZ}(\tau)$	$[Tonrad/s^2]$
$L_{44} = L_{\phi\phi}(\tau)$	$[Ton.m^2.rad/s^2]$
$L_{55} = L_{\theta\theta}(\tau)$	$[Ton.m^2.rad/s^2]$
$L_{35} = L_{Z\theta}(\tau)$	$[Ton.m.rad/s^2]$

La función memoria fluida en rolo varia en función de la velocidad del avance del navío y es expresada a través del número de Froude como se presenta a continuación en la Figura All-4

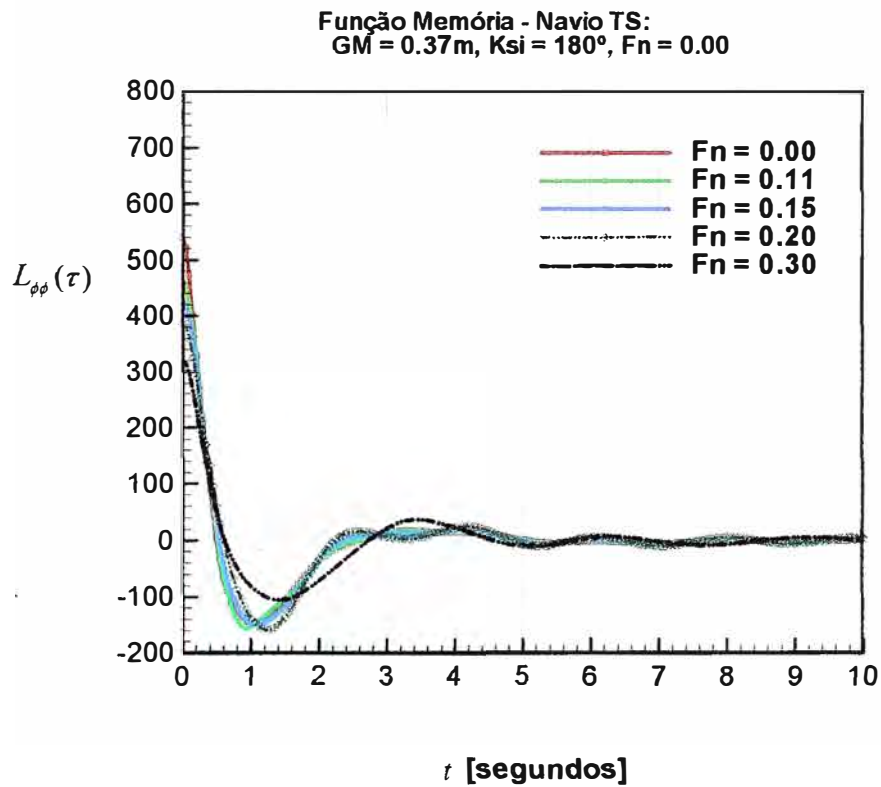


Figura All-4 Funções Memória Fluida em rolo com influência de la velocidad del avance, sustentación y fricción.

APÉNDICE III

MÉTODO DE FILON

Introducción

Las fuerzas y momentos de las acciones fluidas debido a las olas de radiación son expresadas en términos de integrales de convolución que contienen el término de la función memoria fluida $L_{ij}(\tau)$ dependiente del tiempo en retraso. El coeficiente hidrodinámico de amortiguamiento definido en el dominio de la frecuencia es representado por $B_{ij}(\omega)$, donde los sub-índices indican cada modo del movimiento asociado a la dinámica del barco, dando una expresión para la función memoria fluida dada por la siguiente formulación:

$$L_{ij}(\tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} B_{ij}(\omega) \cos(\omega \tau) d\omega \rightarrow i, j = 3, 4, 5 \text{ (Modos de movimiento)}$$

En secuencia se presenta el método de Filon que permite calcular eficientemente la función memoria fluida para cada modo de movimiento de heave, roll y pitch.

Método de Filon

El método de Filon consiste en resolver una integral en que el integrando es una función da forma $B(\omega)$, que depende de la frecuencia, multiplicada por una función del tipo seno o coseno con frecuencia ω . Tenemos que considerar que en altas frecuen-

cias la función del seno o de coseno es pequeña; resultando entonces que se debe tener una malla mucho más fina para calcular la integral por las aproximaciones numéricas usuales, tal como la regla de Simpson. Filon sugirió un procedimiento para evitar esta inconveniencia en el caso en que la función cambia suavemente con ω . El procedimiento de Filon supone que la función $B(\omega)$ es lineal entre puntos de la integración, que es una suposición razonable, cuando $d\omega$ es muy pequeño. Para ilustrar este método, consideramos la siguiente integral:

$$L(\tau) = \int B(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \quad (\text{AII-1})$$

En esta integral, de forma aproximada, podemos representar la función $B(\omega)$ como una secuencia de rectas, siendo esta aproximación como se ilustra en secuencia en la Figura A-II. Considerase dos puntos sucesivos amplificados que tienen como componentes ω_i e ω_{i+1} en el eje de frecuencia y $B(\omega_i)$, $B(\omega_{i+1})$ en el eje de amortiguamiento.

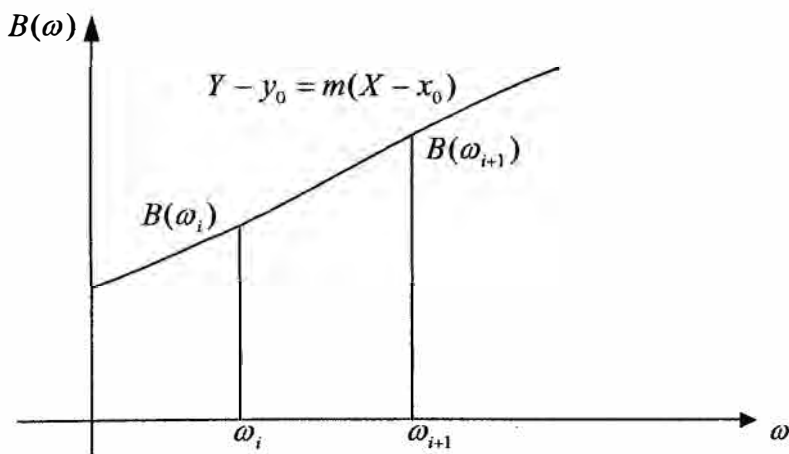


Figura A-II Amortiguamiento en el dominio de la frecuencia

La ecuación de la recta $Y - y_0 = m(X - x_0)$, donde m es el coeficiente angular, se puede aplicar en dos puntos y ofrecer la expresión $B(\omega) = a_i + b_i\omega$, que representa el segmento de recta del punto (i) hasta el próximo punto (i+1).

Para el cálculo de la integral de convolución aproximada utilizamos esta aproximación y descomponemos la integral, restando sólo la identificación de los coeficientes a_i e b_i , en la expresión All-2 el término h_i representa la integral aproximada en el intervalo $[\omega_i, \omega_{i+1}]$.

$$L(\tau) = \int_{\omega_1=-\infty}^{\omega_2=\infty} B(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \approx \sum_{i=1}^{N-1} \int_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} [a_i + b_i\omega] \cos(\xi\tau) d\omega = \sum_{i=1}^{N-1} h_i \quad (\text{All-2})$$

Haciendo analogía con la ecuación de la recta podemos encontrar los términos a_i y b_i siguiendo los desarrollos analíticos indicados a continuación:

$$B(\omega) = \left(\frac{B(\omega_{i+1}) - B(\omega_i)}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right) [\omega - \omega_i] + B(\omega_i) \quad (\text{All-3})$$

La expresión All-3 representa la ecuación de la recta, siendo el primero paréntesis el coeficiente angular.

$$B(\omega) = \left(\frac{B(\omega_{i+1}) - B(\omega_i)}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right) [\omega] - \left(\frac{B(\omega_{i+1}) - B(\omega_i)}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right) [\omega_i] + B(\omega_i) \left[\frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right]$$

$$B(\omega) = \left(\frac{B(\omega_i)\omega_{i+1} - B(\omega_{i+1})\omega_i}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right) + \left(\frac{B(\omega_{i+1}) - B(\omega_i)}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right) [\omega]$$

La identificación de los términos es hecha por simple inspección:

$$a_i = \frac{B(\omega_i)\omega_{i+1} - B(\omega_{i+1})\omega_i}{\omega_{i+1} - \omega_i}, \quad b_i = \frac{B(\omega_{i+1}) - B(\omega_i)}{\omega_{i+1} - \omega_i} \quad (\text{All-4})$$

Integrando por partes la expresión (All-2) tenemos una expresión para h_i :

$$L(\tau) \approx \sum_{i=1}^{N-1} \int_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} [a_i + b_i \omega] \cos(\omega \tau) d\omega = \sum_{i=1}^{N-1} h_i$$

siendo que resolvemos esta integral por partes y obtenemos la expresión a seguir:

$$L(\tau) = \sum_{i=1}^{N-1} \left\{ (a_i + b_i \omega) \text{sen}(\omega \tau) \Big|_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} - \int_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} \left(\frac{\text{sen}(\omega \tau)}{\tau} \right) b_i d\omega \right\}$$

La integral resultante es expresada en (A-II-5), la cual es una función de cosenos y senos. La solución de esta integral con sus respectivos límites de integración es presentada en la ecuación All-6:

$$\sum_{i=1}^{N-1} L_i = \sum_{i=1}^{N-1} \left\{ (a_i + b_i \omega) \text{sen}(\omega \tau) \Big|_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} + b_i \left(\frac{\cos(\omega \tau)}{\tau^2} \right) \Big|_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} \right\} \quad (\text{All-5})$$

$$L(\tau) \approx \sum_{i=1}^{N-1} \int_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} \left[\left(\frac{B(\omega_i)\omega_{i+1} - B(\omega_{i+1})\omega_i}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right) + \left(\frac{B(\omega_{i+1}) - B(\omega_i)}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right) \omega \right] \cos(\omega_{i+1} \tau) d\omega_{i+1} \quad (\text{All-6})$$

Entonces tenemos la expresión final para calcular la integral de convolución de forma aproximada, que es presentada a seguir:

$$L_i = a_i \left[\frac{\text{sen}(\tau\omega_{i+1}) - \text{sen}(\tau\omega_i)}{\tau} \right] + b_i \left[\frac{\cos(\tau\omega_{i+1}) - \cos(\tau\omega_i)}{\tau^2} \right] + b_i \left[\frac{\omega_{i+1} \cdot \text{sen}(\tau\omega_{i+1}) - \omega_i \cdot \text{sen}(\tau\omega_i)}{\tau} \right] \quad (\text{All-7})$$

la expresión a modelar numéricamente es presentada en la ecuación All-8:

$$L_i = \left[\frac{B(\omega_i)\omega_{i+1} - B(\omega_{i+1})\omega_i}{\omega_{i+1} - \omega_i} \left[\frac{\text{sen}(\tau\omega_{i+1}) - \text{sen}(\tau\omega_i)}{\tau} \right] + \left[\frac{B(\omega_{i+1}) - B(\omega_i)}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right] \left\{ \left[\frac{\omega_{i+1} \cdot \text{sen}(\tau\omega_{i+1}) - \omega_i \cdot \text{sen}(\tau\omega_i)}{\tau} \right] \left[\frac{\cos(\tau\omega_{i+1}) - \cos(\tau\omega_i)}{\tau^2} \right] \right\} \right] \quad (\text{All-8})$$

Para hacer la integral más rápida podemos integrar en un paso antes, durante y después del punto de integración La cual llamaremos de L^* , siendo este:

$$L^* = L_{i-1} + L_i + L_{i+1}$$

entonces para esta expresión podemos hacer un arreglo de los términos dando la expresión siguiente:

$$L^* = \left(\frac{B(\omega_{i-2})\omega_{i-1} - B(\omega_{i-1})\omega_{i-2}}{\omega_{i-1} - \omega_{i-2}} \right) \left[\frac{\text{sen}(\tau\omega_{i-1}) - \text{sen}(\tau\omega_{i-2})}{\tau} \right] + \left(\frac{B(\omega_{i-1}) - B(\omega_{i-2})}{\omega_{i-1} - \omega_{i-2}} \right) \left[\frac{\cos(\tau\omega_{i-1}) - \cos(\tau\omega_{i-2})}{\tau^2} + \frac{\omega_{i-1} \cdot \text{sen}(\tau\omega_{i-1}) - \omega_{i-2} \cdot \text{sen}(\tau\omega_{i-2})}{\tau} \right] + \left(\frac{B(\omega_{i-1})\omega_i - B(\omega_i)\omega_{i-1}}{\omega_i - \omega_{i-1}} \right) \left[\frac{\text{sen}(\tau\omega_i) - \text{sen}(\tau\omega_{i-1})}{\tau} \right] + \left(\frac{B(\omega_i) - B(\omega_{i-1})}{\omega_i - \omega_{i-1}} \right)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\cos(\tau\omega_i) - \cos(\tau\omega_{i-1})}{\tau^2} + \frac{\omega_i \cdot \text{sen}(\tau\omega_i) - \omega_{i-1} \cdot \text{sen}(\tau\omega_{i-1})}{\tau} \right] \\ & + \left(\frac{B(\omega_i)\omega_{i+1} - B(\omega_{i+1})\omega_i}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right) \left[\frac{\text{sen}(\tau\omega_{i+1}) - \text{sen}(\tau\omega_i)}{\tau} \right] + \left(\frac{B(\omega_{i+1}) - B(\omega_i)}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right) \\ & \left[\frac{\cos(\tau\omega_{i+1}) - \cos(\tau\omega_i)}{\tau^2} + \frac{\omega_{i+1} \cdot \text{sen}(\tau\omega_{i+1}) - \omega_i \cdot \text{sen}(\tau\omega_i)}{\tau} \right] \end{aligned}$$

Combinando términos para $B(\omega_{i-2}), B(\omega_{i-1}), B(\omega_i)$ etc. se crea las expresiones similares para cada una de esas cantidades, facilitando la integración numérica. Por ejemplo, los terminos asociados a $B(\omega_i)$ son los siguientes:

$$\begin{aligned} B(\omega_i) & \left\{ \left(\frac{1}{\omega_i - \omega_{i-1}} \right) \left\{ -\omega_{i-1} \frac{\text{sen}(\tau\omega_i) - \text{sen}(\tau\omega_{i-1})}{\tau} + \frac{\cos(\tau\omega_i) - \cos(\tau\omega_{i-1})}{\tau^2} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\omega_i \text{sen}(\tau\omega_i) - \omega_{i-1} \text{sen}(\tau\omega_{i-1})}{\tau} \right\} \right. \\ & \left. \left(\frac{1}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right) \left\{ \omega_{i+1} \frac{\text{sen}(\tau\omega_{i+1}) - \text{sen}(\tau\omega_i)}{\tau} - \frac{\cos(\tau\omega_{i+1}) - \cos(\tau\omega_i)}{\tau^2} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\omega_{i+1} \text{sen}(\tau\omega_{i+1}) - \omega_i \text{sen}(\tau\omega_i)}{\tau} \right\} \right\} \end{aligned}$$

Para un valor anterior en el dominio de frecuencia nos da la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} B(\omega_{i-1}) & \left\{ \left(\frac{1}{\omega_{i-1} - \omega_{i-2}} \right) \left\{ -\omega_{i-2} \frac{\text{sen}(\tau\omega_{i-1}) - \text{sen}(\tau\omega_{i-2})}{\tau} + \frac{\cos(\tau\omega_{i-1}) - \cos(\tau\omega_{i-2})}{\tau^2} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\omega_{i-1} \text{sen}(\tau\omega_{i-1}) - \omega_{i-2} \text{sen}(\tau\omega_{i-2})}{\tau} \right\} \right. \\ & \left. + \left(\frac{1}{\omega_i - \omega_{i-1}} \right) \left\{ \omega_i \frac{\text{sen}(\tau\omega_i) - \text{sen}(\tau\omega_{i-1})}{\tau} - \frac{\cos(\tau\omega_i) - \cos(\tau\omega_{i-1})}{\tau^2} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\omega_i \text{sen}(\tau\omega_i) - \omega_{i-1} \text{sen}(\tau\omega_{i-1})}{\tau} \right\} \right\} \end{aligned}$$

Para un caso donde es dos veces antes en el dominio de la frecuencia:

$$\begin{aligned}
 B(\omega_{i-2}) & \left\{ \left(\frac{1}{\omega_{i-2} - \omega_{i-3}} \right) \left\{ -\omega_{i-3} \frac{\text{sen}(\tau\omega_{i-2}) - \text{sen}(\tau\omega_{i-3})}{\tau} + \frac{\cos(\tau\omega_{i-2}) - \cos(\tau\omega_{i-3})}{\tau^2} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\omega_{i-2} \text{sen}(\tau\omega_{i-2}) - \omega_{i-3} \text{sen}(\tau\omega_{i-3})}{\tau} \right\} \right. \\
 & \left. + \left(\frac{1}{\omega_{i-1} - \omega_{i-2}} \right) \left\{ \omega_{i-1} \frac{\text{sen}(\tau\omega_{i-1}) - \text{sen}(\tau\omega_{i-2})}{\tau} - \frac{\cos(\tau\omega_{i-1}) - \cos(\tau\omega_{i-2})}{\tau^2} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\omega_{i-1} \text{sen}(\tau\omega_{i-1}) - \omega_{i-2} \text{sen}(\tau\omega_{i-2})}{\tau} \right\} \right\}
 \end{aligned}$$

Análogamente, los términos asociados con $B(\omega_{i-1})$, pueden ser calcular para ω_{i-1} sustituyendo para ω_i e ω_{i-2} sustituyendo para ω_{i-1} en la expresión anterior. Las integrales que implican a la función armónica que se puede calcular de forma análoga, por ejemplo:

$$L(\tau) = \int B(\omega) \cos(\omega \tau) d\omega$$

Análogamente es calculado para una función respuesta que tiene como integrando la función seno en lugar de coseno así como se muestra:

$$L(\tau) = \int B(\omega) \text{sen}(\omega \tau) d\omega$$

$$L(\tau) = \int_{\omega_1=-\infty}^{\omega_2=\infty} B(\omega) \text{sen}(\omega\tau) d\omega \approx \sum_{i=2}^N \int_{\omega_{i-1}}^{\omega_i} [a_i + b_i\omega] \text{sen}(\omega\tau) d\omega = \sum_{i=2}^N L_i$$

$$L(\tau) \approx \sum_{i=2}^N \int_{\omega_{i-1}}^{\omega_i} \left[\left(\frac{B(\omega_{i-1})\omega_i - B(\omega_i)\omega_{i-1}}{\omega_i - \omega_{i-1}} \right) + \left(\frac{B(\omega_i) - B(\omega_{i-1})}{\omega_i - \omega_{i-1}} \right) \omega \right] \text{sen}(\omega_i\tau) d\omega_i$$

$$L_i = a_i \left[\frac{\cos(\tau\omega_i) - \cos(\tau\omega_{i-1})}{\tau} \right] + b_i \left[\frac{\text{sen}(\tau\omega_i) - \text{sen}(\tau\omega_{i-1})}{\tau^2} \right]$$

$$+ b_i \left[\frac{-\omega_i \cdot \cos(\tau\omega_i) + \omega_{i-1} \cdot \cos(\tau\omega_{i-1})}{\tau} \right]$$

$$L_i = \left(\frac{B(\omega_{i-1})\omega_i - B(\omega_i)\omega_{i-1}}{\omega_i - \omega_{i-1}} \right) \left[\frac{\cos(\tau\omega_i) - \cos(\tau\omega_{i-1})}{\tau} \right] + \left(\frac{B(\omega_i) - B(\omega_{i-1})}{\omega_i - \omega_{i-1}} \right)$$

$$\left[\frac{\text{sen}(\tau\omega_i) - \text{sen}(\tau\omega_{i-1})}{\tau^2} + \frac{\omega_{i-1} \cos(\tau\omega_{i-1}) - \omega_i \cos(\tau\omega_i)}{\tau} \right]$$

Análogamente, se calcula para una función respuesta de la forma siguiente:

$$L(\tau) = \frac{-2}{\pi} \int_0^{\infty} \omega A(\omega) \cdot \text{sen}(\omega\tau) d\omega$$

$$L(\tau) = \int_{\omega_1=-\infty}^{\omega_2=\infty} \omega A(\omega) \cdot \text{sen}(\omega\tau) d\omega \approx \sum_{i=2}^N \int_{\omega_{i-1}}^{\omega_i} \omega [a_i + b_i\omega] \text{sen}(\omega\tau) d\omega = \sum_{i=2}^N L_i$$

$$L_i = \left(\frac{A(\omega_{i-1})\omega_i - A(\omega_i)\omega_{i-1}}{\omega_i - \omega_{i-1}} \right) \times \left[\frac{\omega_{i-1} \cos(\tau\omega_{i-1}) - \omega_i \cos(\tau\omega_i)}{\tau} + \frac{\text{sen}(\tau\omega_i) - \text{sen}(\tau\omega_{i-1})}{\tau^2} \right]$$

$$+ \left(\frac{A(\omega_i) - A(\omega_{i-1})}{\omega_i - \omega_{i-1}} \right) \times$$

$$\left[\frac{\omega_{i-1}^2 \cos(\tau\omega_{i-1}) - \omega_i^2 \cos(\tau\omega_i)}{\tau} + 2 \frac{\omega_i \text{sen}(\omega_i\tau) - \omega_{i-1} \text{sen}(\omega_{i-1}\tau)}{\tau^2} + 2 \frac{\cos(\omega_i\tau) - \cos(\omega_{i-1}\tau)}{\tau^3} \right]$$

Representación Funcional (serie de Volterra)

Para un mejor entendimiento mas favorable de los modelos de representación de las acciones fluidas empleados en el texto principal de la tesis, presentaremos la representación funcional como siendo un procedimiento general de las series de Volterra.

La representación funcional fue derivada por la primera vez por Volterra (1930) en un trabajo que considera una expansión de un funcional, siendo el funcional una función que es representada por $F[f(t)]$. Esa expansión queda conocida como la serie de Volterra. Las funciones de memoria definidas como $F_f(t; t_1)$, $F_{ff}(t; t_1, t_1)$, ... son conocidas como la primera, la segunda, etc. orden de la serie de Volterra. La primera aplicación de el funcional fue en el estudio de sistemas no lineares, Weiner (1942-1962).

Schetzen (1965) examino la naturaleza y el poder de las series de Volterra y mostro que poden representar los efectos de la memoria. Bishop, Burcher y Price en (1972) propusieron el uso del análisis funcional en la dinámica de barcos donde se considera una función $f(t)$ que se comporta según a ilustración de la Figura A-2.

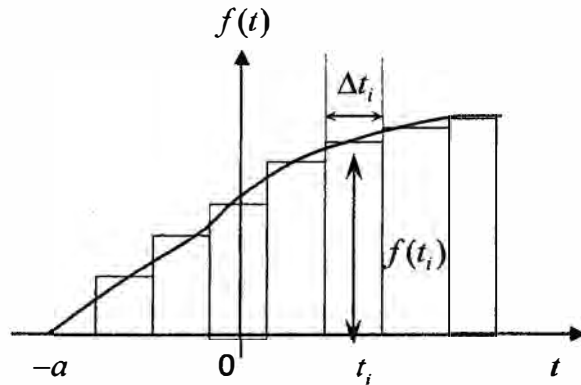


Figura A-II-2 Funcional en el dominio del tiempo

En la Figura A-2 se observa que la función se inicia en el tiempo $t = -a$. Esta función puede ser dividida en pasos del tiempo Δt cada uno varia $t = t_1$ esto es un ancho de Δt_1 con una altura $f(t_1)$ siendo las áreas en cada intervalo en el dominio del tiempo como sigue:

$$f_1 = f(t_1) \times \Delta t_1, f_2 = f(t_2) \times \Delta t_2, f_3 = f(t_2) \times \Delta t_2, \dots, f_n = f(t_n) \times \Delta t_n$$

Ahora suponiendo que la fuerza o momento de las acciones fluidas F es determinado por la función $f(t)$ entonces podemos escribir:

$$F[f(t)] \approx F(f_1, f_2, f_3, \dots, f_n)$$

Una expansión en serie de Taylor de la función multivariable ofrece como resultado la siguiente expresión:

$$F[f(t)] = F_0 + \sum_{i=1}^n F_{f_i}(t_i) \times f_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n F_{f_i f_j}(t_i, t_j) \times f_i \cdot f_j + \dots$$

Note que la aproximación de $f(t)$ en n pasos es válida solo para un paso instantáneo t . De esta forma, podemos representar para un incremento infinito y la suma puede ser representada por una integral encontrando se la siguiente expresión:

$$F[f(t)] = F_0 + \int_{-a}^t F_f(t; t_1) \times f(t_1) dt_1 + \int_{-a}^t \int_{-a}^t F_{ff}(t; t_1, t_2) \times f(t_1) \cdot f(t_2) dt_1 dt_2 + \dots$$

donde la dependencia del tiempo queda ofrecida por los argumentos de las funciones memoria $F_f(t; t_1)$, $F_{ff}(t; t_1, t_2)$, y así sucesivamente, formando una serie cuyos términos deben obedecer las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} f(t) &= 0 \text{ se } t < -a \\ F_f(t; t_1) &= 0 \text{ se } t < t_1 \\ F_{ff}(t; t_1, t_2) &= 0 \text{ se } t < t_1 \text{ (} \wedge \text{ / } \vee \text{) } t < t_2 \end{aligned}$$

Así sucesivamente con respecto a los límites de la integral son $(-a, t)$. Si consideramos en todo el infinito del tiempo anterior queda la expresión siguiente:

$$F[f(t)] = F_0 + \int_{-a}^t F_f(t; t_1) \times f(t_1) dt_1 + \int_{-a}^t \int_{-a}^t F_{ff}(t; t_1, t_2) \times f(t_1) \cdot f(t_2) dt_1 dt_2 + \dots$$

Para la representación funcional de forma lineal se considera el funcional de la siguiente forma:

$$F[f(t)] = F_0 + \int_{-a}^t F_f(t, t_1) \times f(t_1) dt_1$$

donde el funcional en un instante es dependiente en el pasado de la función f . En la teoría dinámica es común definir un tiempo invariable, como un sistema al cual se aplica una unidad impulsiva en un tiempo $(t_1 + \sigma)$ y ofrece una respuesta en $(t + \sigma)$ como una unidad impulsiva aplicada t_1 ofreciendo el tiempo t .

De forma análoga podemos considerar para el casco del barco un tiempo invariable con respecto a las acciones hidrodinámicas asumiendo que $F_f(t + \sigma; t_1 + \sigma) = F_f(t; t_1)$, para todos los valores de t , $t_1 (< t)$ y σ , como caso particular (si $\sigma = -t_1$), $F_f(t; t_1) = F_f(t - t_1; 0) = F_f(t - t_1)$, que es la función en un tiempo diferente $(t - t_1)$. Entonces el funcional puede ser escrito de la siguiente forma:

$$F[f(t)] = F_0 + \int_{-\infty}^{\infty} F_f(t - t_1) \times f(t_1) dt_1$$

si hacemos el cambio de variable $\tau_1 = t - t_1$ queda finalmente el funcional:

$$F[f(t)] = F_0 + \int_{-\infty}^{\infty} F_f(\tau_1) \cdot f(t - \tau_1) d\tau_1$$

Con la forma familiar de la integral de convolución, Barrett (1963) formalizo para órdenes superiores de las funciones de memoria que considera un sistema con tiempo invariable dando lugar al funcional de la siguiente forma:

$$F[f(t)] = F_0 + \int_{-\infty}^{\infty} F_f(\tau_1) \cdot f(t - \tau_1) d\tau_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_{ff}(\tau_1, \tau_2) \cdot f(t - \tau_1) f(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots$$

La serie de Volterra puede ser extendida como se presento por Chesler (1960) para un funcional con n funciones $f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)$ definido para um intervalo $-a \leq t$ y cero de outro intervalo. Entonces para una función múltiple la serie de Volterra es:

$$F[f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)] = F_0 + \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^n F_{f_i}(\tau_1) \cdot f_i(t - \tau_1) d\tau_1 +$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n F_{f_i f_j}(\tau_1, \tau_2) \cdot f_i(t - \tau_1) f_j(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots$$

De esta forma la serie de Volterra normalmente interpretaria la hidrodinámica del barco. Pero para nuestro proposito solo fue utilizado la teoria lineal de las acciones hidrodinámicas, y los terminos de segunda y orden superior son ignorados. Utilizaremos el valor del funcional de forma:

$$\Delta F[f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)] = F[f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)] - F_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^n F_{f_i}(\tau_1) \cdot f_i(t - \tau_1) d\tau_1$$

$$\Delta F[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} F_f(\tau_1) \cdot f(t - \tau) d\tau$$

Siendo este último la forma como trabajamos el cálculo de la integral de convolución entre la función memoria fluida y la velocidad Del modo de movimiento.