

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA**



**“ANÁLISIS DE FLUJO DE GASES DE COMBUSTIÓN PARA GENERADOR DE VAPOR DE
RECUPERACIÓN DE CALOR (HRSG)”**

TESIS

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO MECANICO

**JORGE VÁSQUEZ ISLA
PROMOCIÓN 1994-I**

LIMA – PERU
2005

INDICE

	Pag.
Prologo.....	1
Capitulo I	
Introducción.....	3
Capitulo II	
Descripción del generador de vapor de recuperación de calor (HRSG)	6
2.1 Tipos de ciclo combinado	6
2.1.1 Turbina de gas y generador de vapor sin combustión suplementaria.....	7
2.1.2 Turbina de gas y generador de vapor con combustión suplementaria.....	8
2.1.3 Turbina de gas y generador de vapor de combustión directa en el hogar	9
2.2 Ciclo combinado considerado en esta tesis	10
2.3 Detalles técnicos del HRSG	11
2.3.1 Transferencia de calor	11
2.3.2 Bases de diseño del HRSG considerado en esta tesis	12
2.4 Generador de vapor de recuperación de calor (HRSG) y componentes	13
Capitulo III	
La Combustión:	15
3.1 Aspectos químicos de la combustión.....	15
3.1.1 Oxidante (aire)	18
3.1.2 La combustión de mezclas gaseosas	18
3.1.3 Combustibles usados en los generadores de vapor.....	19
3.1.3.1 Gas	19
3.1.3.2 Destilados	20
3.1.3.3 Residuales.....	20
3.1.3.4 Carbón.....	20
3.2 Aspectos Físicos de la Combustión	22
3.2.1 Comportamiento de las llamas premezcladas (laminares y turbulentas)	22
3.2.2 Comportamiento de llamas de difusión (laminares y turbulentas).....	24
3.3 Tecnología de la combustión industrial	25
3.3.1 Campo de regulación	26
3.3.2 Estabilidad.....	27
3.3.3 Forma y dimensiones de la Llama	28

3.3.4	Espacio necesario para la combustión	29
3.4	Quemadores de gas	29
3.4.1	Quemadores con llamas de difusión.....	30
3.4.2	Quemadores con premezclado parcial	31
3.4.3	Quemadores con premezclado total	32
3.4.4	Quemadores de bajo NOx	33
3.4.5	Quemadores especiales (Ducto para post combustión).....	34

Capitulo V

Transferencia de calor, perfil de temperaturas y caída de presión lado gases del generador de vapor de recuperación de calor	41
--	----

4.1	Perfil de Temperaturas del HRSG	42
4.1.1	Calculo del perfil de temperaturas y transferencia de calor en el HRSG	44
4.1.2	Cálculos en el sobrecalentador 1.....	45
4.1.3	Cálculos en el atemperador	63
4.1.3.1	Entalpía del agua de atemperación.....	64
4.1.3.2	Entalpía del vapor a la salida del atemperador	64
4.1.3.3	Presión de vapor a la salida del atemperador.....	65
4.1.4	Sobrecalentador 2.....	70
4.1.4.1	Temperatura del vapor a la entrada del sobrecalentador 2	72
4.1.4.2	Presión de vapor a la entrada al sobrecalentador 2	72
4.1.5	Quemador de ducto	83
4.1.5.1	Calculo de combustión en el quemador de ducto	87
4.1.5.2	Composición molar de los gases después del quemador de ducto.....	88
4.1.5.3	Cálculo de densidad y poder calorífico del gas natural.....	93
4.1.5.4	Temperatura de llama adiabática en el quemador de ducto.....	85
4.1.6	Cálculos en el Sobrecalentador 3.....	102
4.1.6.1	Entalpía del vapor de salida del sobrecalentador 3. Caso I.....	105
4.1.6.2	Presión de vapor a la salida del sobrecalentador 3	105
4.1.6.3	Entalpía del vapor de salida del sobrecalentador 3. Caso II.....	110
4.1.6.4	Verificación de la Presión de vapor calculada con la obtenida por medición a la entrada del sobrecalentador 3	111
4.1.7	Cálculos en el evaporador	111
4.1.7.1	Entalpías del agua y vapor en el evaporador y economizador	114
4.1.7.2	Temperatura de los gases a la entrada del evaporador	114
4.1.8	Cálculos en el economizador	114
4.1.8.1	Entalpía del agua en el economizador	116

4.1.8.2	Temperatura de los gases a la entrada del economizador.....	116
4.1.9	Cálculos en el precalentador de condensado (CPH)	117
4.1.9.1	Entalpía del condensado en el CPH	119
4.1.9.2	Temperatura de los gases a la entrada del precalentador de condensado.....	119
4.2	Caída de presión al exterior de los tubos de intercambiadores del HRSG.....	119
4.2.1	Calculo de la caída de presión en Intercambiadores con arreglo de tubos escalonados	119
4.2.1.1	Para aletas sólidas	120
4.2.1.2	Para aletas segmentadas.....	124
Capitulo 5 Modelación Matemática.....		125
5.1	Elementos de modelación teórica.....	125
5.2	Ecuaciones Gobernantes del Flujo de Fluidos y Transferencia de Calor	126
5.2.1	Conservación de la masa: Ecuación de Continuidad	128
5.2.2	Ecuaciones del momentum en tres dimensiones	129
5.2.3	Ecuaciones de Navier Stokes	134
5.2.4	Ecuaciones de la energía en tres dimensiones	137
5.2.5	Ecuación Generalizada del Transporte.....	142
5.3	Turbulencia y su Modelación:.....	143
5.3.1	Efectos de la turbulencia promediada en el tiempo para las ecuaciones de Navier Stokes.....	145
5.4	Modelos de turbulencia:.....	149
5.4.1	Modelo $k-\varepsilon$	150
Capitulo 6 Resolución numérica computacional y resultados		154
6.1	Método de Volúmenes Finitos	155
6.2	Ecuación de conservación para el volumen de control	156
6.3	Formulación generalizada para el método de volúmenes finitos	157
6.4	Linearización del termino fuente.....	161
6.5	Discretización de la ecuación general del transporte tridimensional.....	161
6.6	Discretización de la ecuación de momemtum y corrección de presión	162
6.7	Solución de la ecuación general del transporte método SIMPLE.....	163
6.8	Modelo Computacional	166
6.8.1	Simulación computacional de los componentes	169
Resultados y conclusiones.....		178
Bibliografía		180

PROLOGO

En la presente tesis se desarrolla una metodología de análisis del comportamiento de algunos de los fenómenos más importantes tales como el transporte de calor y el flujo de fluidos presentes en los gases de combustión de un generador de vapor de recuperación de calor, desarrollándose este en seis capítulos de la siguiente manera:

En el I capítulo se presenta una descripción general relacionada con el estudio de los fenómenos del transporte de fluidos y su aplicación en un generador de vapor de recuperación de calor.

En el II capítulo se presenta la descripción detallada de los tipos de ciclos combinados, los datos técnicos y de diseño del generador de vapor de recuperación de calor considerado en el presente trabajo.

En el III capítulo se enfoca el tema de la combustión, considerando el aspecto químico y físico del proceso y su aplicación en la industria considerando como componente complementario en el generador de vapor de recuperación de calor

En el capítulo IV se desarrolla un procedimiento analítico para el cálculo de la transferencia de calor, temperaturas de los gases en los diferentes módulos o

secciones del recuperador y la caída de presión en el lado de los gases del generador de vapor de recuperación de calor.

En el capítulo V se presenta los conceptos teóricos de los fenómenos del transporte que se encuentran presentes en el flujo de gases a través el generador de vapor de recuperación de calor y su modelación matemática.

En el capítulo VI se presenta el método para la resolución de las ecuaciones de los fenómenos del transporte, para ser usado posteriormente con herramientas computacionales disponibles.

Por ultimo se presenta los resultados y conclusiones del presente trabajo.

CAPITULO I

INTRODUCCION

Los intercambiadores de calor, son dispositivos que proveen el flujo térmico entre dos o más fluidos a diferentes temperaturas, y son usados en una gran variedad de aplicaciones.

Los generadores de vapor de recuperación de calor están constituidos por varias secciones de intercambiadores de calor de tipo banco de tubos, en los cuales las direcciones de los flujos de los fluidos caliente y frío son perpendiculares entre si. La transferencia de calor se produce en general por convección forzada y ocurre desde el flujo de gases calientes a través de la interfase de la pared de los tubos hacia el fluido frío.

Si el flujo de gases calientes es limpio, es decir libre de productos corrosivos o partículas sólidas, el uso de tubos aleteados en los intercambiadores permitirá una configuración mas compacta, de lo contrario se pueden usar tubos lisos, con dispositivos para limpieza de los tubos en línea.

La composición del flujo de gases que ingresan al recuperador es muy importante, por ejemplo elevadas cantidades de vapor de agua incrementa el calor específico y la conductividad térmica del gas obteniendo un mayor coeficiente de transferencia por consiguiendo una mayor generación de vapor. La presión de los gases de escape es también importante y estará en función de la condición máxima de la turbina de gas. Así mismo una adecuada distribución de los intercambiadores y arreglo de tubos

permitirá la menor caída de presión a lo largo del recuperador a diferentes condiciones de operación sin afectar la operación de la turbina. El flujo de gases, la temperatura y la composición de los gases a la salida de la turbina varían con las condiciones ambientales, carga y combustible usado. Para una evaluación adecuada del comportamiento del generador de vapor de recuperación de calor cuando cambian los parámetros del lado gases o vapor es necesario entender el comportamiento físico de los fenómenos del transporte que intervienen en el proceso.

Este análisis previo nos permitirá obtener resultados mas precisos y confiables que son de utilidad para la operación y mantenimiento del recuperador optimizando el proceso en tiempo real.

Durante la etapa de desarrollo del proyecto el fabricante define las condiciones de diseño del recuperador de calor, de acuerdo a la información proporcionada por el cliente y parámetros estándares de diseño. Muchas veces, las condiciones reales de operación difieren de las consideradas originalmente en el diseño. Aquí es donde se hace necesario una evaluación del recuperador a fin de encontrar los parámetros óptimos de operación. Así mismo esta evaluación nos permite medir la degradación del recuperador por ensuciamiento que afecta su rendimiento con respecto a una condición limpia. Si estos parámetros están muy lejos de la condición de diseño, se deberán realizar las correcciones necesarias a fin de optimizar su operación.

Algunas veces también será necesario corregir el ajuste de combustión de la turbina y ajustes en el control del recuperador de calor para lograr la máxima eficiencia de generación de vapor.

Dada la importancia de optimizar la operación del recuperador de calor, en el presente trabajo, se desarrolla una metodología analítica para la evaluación de los parámetros de operación más importantes que gobiernan el comportamiento del recuperador de calor. Esta evaluación resulta de utilidad como parte de lograr una

operación eficiente del recuperador conforme a los parámetros de diseño y por ende de la planta. A sí mismo utilizando un programa de dinámica de fluidos computacional se aproxima una solución del comportamiento del flujo de gases al interior del recuperador; el cual resuelve la ecuación generalizada del transporte utilizando el método de volúmenes finitos y para la resolución de las ecuaciones discretizadas se utiliza el método de solución SIMPLE. Los resultados de la simulación se limitan a las condiciones asumidas para la modelación y si bien no se alcanza a reproducir los valores esperados por la limitación de tiempo y recursos computacionales, la metodología implementada nos permitirá en un futuro muy próximo realizar los ajustes necesarios a fin de lograr los resultados esperados y validar los mismos con valores reales medidos o la metodología analítica implementada.

CAPITULO II

DESCRIPCION DEL GENERADOR DE VAPOR DE RECUPERACION DE CALOR (HRSG).

Los generadores de vapor de recuperación de calor (HRSG), forman parte indispensable en plantas de generación eléctrica, petroquímicas, refinerías y procesos industriales. Estos se clasifican de diversas formas de acuerdo a su aplicación, como se muestra a continuación.

2.1 Tipos de Ciclo Combinado

Un ciclo combinado involucra básicamente una o mas unidades de turbina de gas, generadores de vapor (o recuperadores de calor) y turbinas de vapor dispuestos de tal manera que se logra una mayor eficiencia del ciclo y menores costos de planta en procesos de generación de energía eléctrica.

Las turbinas de gas pueden quemar gas natural, diesel 2 o petróleo residual adecuadamente tratado. Operando en ciclo abierto normalmente pueden satisfacer las demandas del sistema en hora pico o a carga base, debido a su rápido proceso de puesta en servicio y bajos costos de capital; Pero la baja eficiencia térmica del ciclo se convierte en la mayor desventaja cuando es operada durante largos periodos.

Las instalaciones de ciclos combinados se pueden clasificar de manera general en tres tipos, dependiendo del uso que se de al generador de vapor en conjunción con la turbina de gas.

- Turbina de gas y generador de vapor sin combustión suplementaria
- Turbina de gas y generador de vapor con combustión suplementaria
- Turbina de Gas y Generador de Vapor con Combustión Directa en el Hogar

2.1.1 Turbina de Gas y Generador de Vapor sin Combustión Suplementaria.

El Generador de Vapor (o recuperador de calor HRSG) es instalado en el escape de la turbina de gas, recuperando así la energía de los gases de combustión que salen de la turbina, el vapor generado es suministrado a la turbina de vapor. Esta disposición del ciclo se muestra en la figura 2.1.

Todo el combustible es quemado en la turbina de gas y el generador de vapor depende completamente de la turbina de gas para su operación.

En la mayoría de aplicaciones, la turbina de vapor producirá aproximadamente de 30 a 35% de la energía total generada, y la otra diferencia del 65 a 70% lo suministra la turbina de gas.

Debido a que la generación en la turbina de vapor será producida sin combustión adicional, solo hay una pequeña disminución en la eficiencia de la turbina de gas debido a la contrapresión del generador de vapor; La eficiencia térmica de la planta será mayor con respecto a la turbina de gas en ciclo abierto.

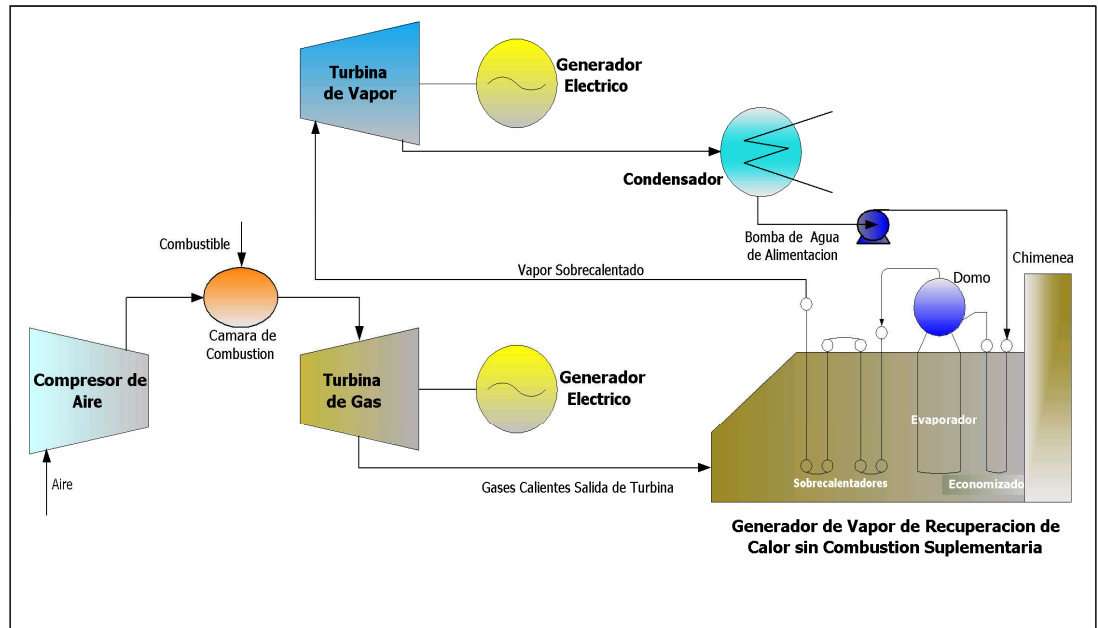


Figura: 2.1 **Ciclo combinado con recuperador de calor sin combustión suplementaria**

2.1.2 Turbina de Gas y Generador de Vapor con Combustión Suplementaria.

Los gases a la salida de la turbina de gas contienen aproximadamente de 14 a 16% de oxígeno. Para aprovechar el oxígeno disponible, estos gases pueden ser usados en un proceso de combustión posterior; Para esto una simple modificación en la aplicación del recuperador de calor es el uso de un sistema de combustión suplementario localizado entre el ducto de transición a la salida de la turbina y el generador de vapor. El sistema de combustión suplementario utilizará una fracción del oxígeno contenido en los gases de escape de la turbina de gas y deberá ser seleccionado en base a la máxima temperatura de los gases alcanzada durante la combustión antes de entrar al recuperador de calor aproximadamente 1,700 °F.

Con la turbina de gas dimensionada y definido el límite de temperatura de los gases, la generación de vapor se duplicará con respecto a la aplicación de un recuperador sin combustión suplementaria, por consiguiente la turbina de vapor suministrará una mayor potencia a la planta pudiendo esta llegar al 50% de la generación total. A

mayor temperatura de los gases a la entrada al HRSG se incrementara las condiciones del vapor generado, esto es presión y temperatura. La figura 2.2 nos muestra este tipo de arreglo.

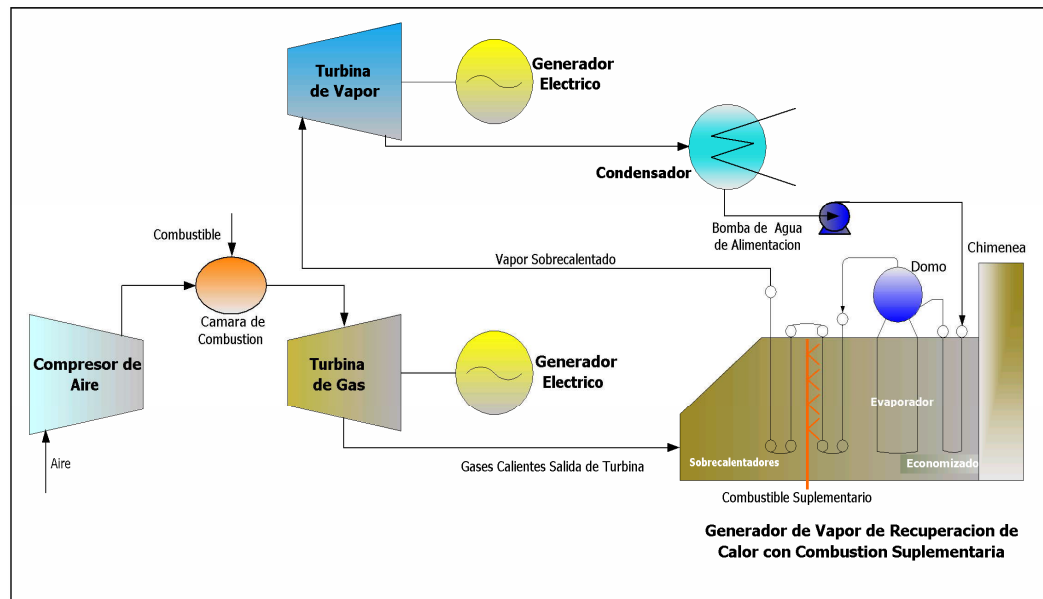


Figura: 2.2 Ciclo combinado con recuperador de calor con combustión suplementaria

2.1.3 Turbina de Gas y Generador de Vapor con Combustión Directa en el Hogar.

Los ciclos que se vieron anteriormente solo usaron un pequeño porcentaje del oxígeno disponible en los gases a la salida de la turbina de gas. Otra adaptación es el diseño de un generador de vapor que utilice esencialmente todo el oxígeno disponible de los gases para un proceso de combustión posterior. La turbina de gas típicamente opera con 300% a 400% de exceso de aire, de esta manera puede propiciar la combustión de aproximadamente tres a cuatro veces más combustible quemado en el generador de vapor que el quemado en la turbina. La mayor cantidad de combustible es quemado en el generador de vapor y el 70 a 80% de la generación total de la planta será suministrado por la turbina de vapor con el restante

suministrado por la turbina de gas. La turbina de gas puede ser considerada en este caso como un suministro de energía independiente o un ventilador de tiro forzado para el generador de vapor.

Cualquiera de las condiciones del vapor como alta presión o alta temperatura requerida por las modernas turbinas de vapor pueden ser incorporadas en este ciclo combinado. Sin embargo en los arreglos de ciclo anteriores el combustible esta limitado al uso del gas y diesel, en este caso puede ser quemado petróleo residual en el generador de vapor. En la figura 4.1.3.0 se ilustra este arreglo.

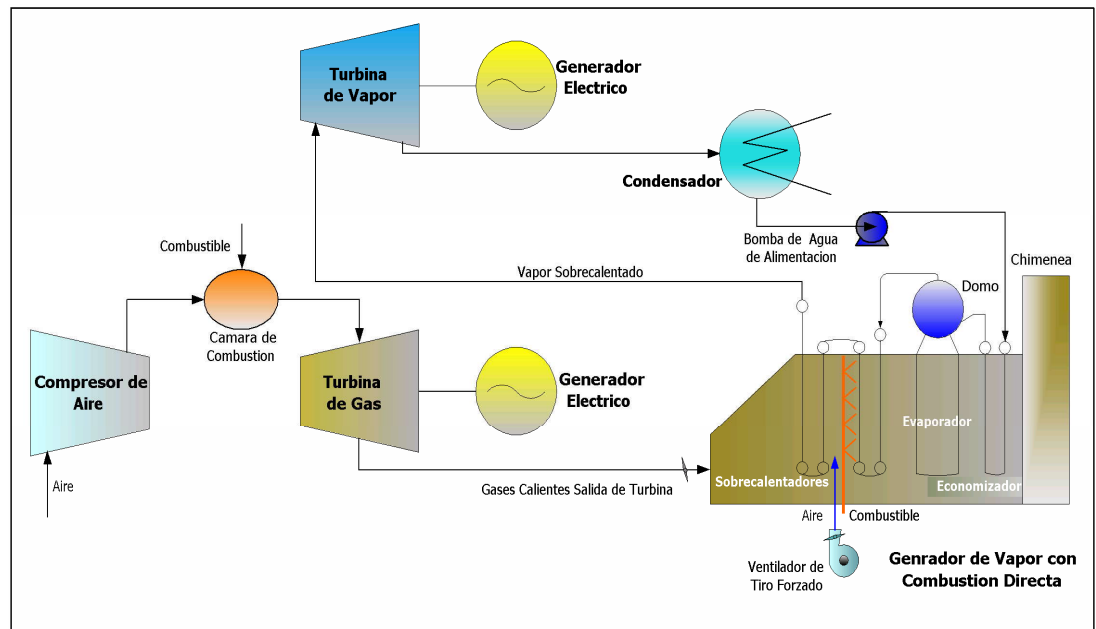


Figura: 2.3 Ciclo combinado con recuperador de calor con combustión directa

2.2 Ciclo Combinado Considerado en esta Tesis

El presente trabajo se desarrolla en base a un Proyecto Ciclo Combinado de gas localizado en Monterrey, México, con capacidad nominal de 245 MW.

La planta consiste en 1 Turbina de Gas y Generador Eléctrico GE 7FA, 1 Generador de Vapor de Recuperación de Calor (HRSG), 1 Turbogenerador de Vapor además de

un Aerocondensador de Vapor. La planta genera energía para suministrar al sistema nacional y exporta vapor de proceso a clientes particulares.

Toda la energía remanente en los gases de escape de la turbina General Electric Frame PG7241(FA) 60 Hz, es recuperada por el HRSG. Los gases a la salida de la turbina constituyen un gran flujo de masa con temperaturas que no exceden los 1200°F (648°C). El Generador de Vapor de Recuperación de Calor es de un solo nivel de presión, de circulación natural y consta además de un sistema de combustión suplementaria de gas natural. Se encuentra instalado a la salida del ducto de escape de la turbina de gas.

2.3 Detalles Técnicos HRSG

La función del HRSG dentro de un ciclo combinado es su uso como un vehículo para extraer el calor sensible del flujo de gases procedente de la turbina de gas.

El generador de vapor típico consta de tres componentes principales. Estos componentes son el economizador, evaporador y sobrecalentadores. Estos se instalan a lo largo del flujo de gases dentro del HRSG. Esencialmente, esto significa que los circuitos de transferencia de calor del generador de vapor no están en paralelo con respecto al flujo de gases. Los componentes del circuito del generador de vapor están distribuidos en el interior del HRSG adecuadamente dimensionado para optimizar la transferencia de calor.

El HRSG interiormente está aislado con capas de fibra cerámica la cual está asegurada con una placa de acero inoxidable. El espesor del aislante está en el rango de 8 a 10 pulgadas, Ajustes adecuados en las paredes interiores del HRSG permiten “Cero fugas” de gases al exterior, luego los gases son expulsados a la atmósfera a través de la chimenea. Las restricciones a emisiones al medio ambiente definen la altura de la chimenea.

Para los componentes de presión del HRSG, el diseño cumple con la norma de la ASME: "Boiler and Pressure Vessel Code" Sección 1, 1998, edición adenda 2000, así mismo la "Power piping Code B31.1 y regulaciones de OSHA vigentes. Las típicas partes de presión son: Tubos sobrecalentadores y cabezales, tubos evaporadores y cabezales, domos, tubos economizadores y cabezales, tuberías bajantes y tuberías de interconexión.

2.3.1 Transferencia de Calor

La energía en forma de calor de los gases calientes que proceden de la turbina de gas se transfiere a los circuitos de agua/vapor a través de los intercambiadores de calor en el HRSG.

El régimen de transferencia de calor predominante en el HRSG es la convección forzada, la cual ocurre entre las superficies fijas y el flujo de gases del escape de la turbina sobre la superficie de los tubos. La convección forzada es gobernada por la temperatura y velocidad de los gases, temperatura final del vapor, temperatura inicial del vapor, la presión de operación y el área superficial. La temperatura y presión de vapor se definen en base a los parámetros de diseño de la turbina de vapor. El área superficial es establecida durante la fase de diseño del HRSG a fin de lograr las condiciones de vapor final.

La convección forzada es mejorada a través del uso de superficies extendidas y velocidad superficial de los gases como máximo de 100 pie/s, a velocidades mayores de 100 pie/s se corre el riesgo de erosionar la pared del tubo y una excesiva contrapresión en el escape de la turbina o elevada caída de presión a través del HRSG. La máxima caída de presión para el Generador de Vapor de Recuperación de este trabajo es 14 pulg. (355.6mm) de columna de agua. La superficie extendida en

este HRSG se logra usando tubos aleteados. Las aletas son de acero y están seccionadas radialmente y fijadas alrededor del exterior de los tubos en espiral.

Los tubos aleteados absorben la energía calorífica del flujo de gas por convección. El calor no se almacena en las aletas sino que se transfiere por conducción a las paredes externas del tubo, de la pared externa hacia la interna también se transfiere por conducción y finalmente por convección es transferido el calor desde la superficie interior de los tubos hacia el agua o vapor que esta fluyendo a en el interior de los mismos. La energía radiante es despreciable en un HRSG sin combustión suplementaria, en caso de tener combustión suplementaria esta presente en pequeña magnitud.

2.3.2 Bases de Diseño del HRSG considerado en esta Tesis

- 1) Tipo de Generador de Vapor: Circulación Natural, simple presión, montaje exterior
- 2) Condiciones Ambientales:

Temperatura Promedio Anual:	22.2 °C
Temperatura Máxima:	Verano: 44.2 °C Invierno: -8°C
Temperatura de Diseño:	Verano: 38.9 °C Invierno: 3.5°C
Humedad Promedia Anual:	65%
Humedad Relativa de Diseño:	Verano: 22% Invierno: 65%
Velocidad del viento de Diseño:	143 kmph
Dirección del Viento Predominante:	Verano: NE Invierno: NE
Precipitación Promedio anual:	710.2 mm
Máxima Precipitación en 24 horas:	169.8 mm
- 3) Condiciones de Gases a la Salida de la turbina de Gas
(a Carga Base, Temperatura Ambiente: 38.9 °C/ Temperatura Entrada Compresor de la Turbina:7.2°C)

Tipo de combustible:	Gas Natural
Flujo Nominal de Gases Salida de Turbina de Gas:	1512.275 x 10 ³ Kg/h
Temperatura de Gases de Escape de Turbina	596.7°C
Composición de Gases de Escape de turbina	

a.	Ar	0.88
b.	N ₂	74.43
c.	O ₂	12.42
d.	CO ₂	3.93
e.	H ₂ O	8.34
		<hr/>
Emisiones:		Total: 100.0%
a.	NO _x	<25 ppmvd(@15% O ₂)
b.	CO	<15 ppmvd
c.	UBHC	7 ppmvw

2.4 Generador de Vapor de Recuperación de Calor (HRSG) y

Componentes

1) Domo

Datos de Diseño

Presión de Operación (Kg/cm ²)	140.6
Temperatura de operación (°C)	336

Datos de Construcción:

Material:	SA516 Gr.70
Espesor (mm):	160
Diámetro Interior x Longitud Total (mm):	2300 x 17150
Extremos:	Hemisferios

2) Sobrecalentadores

Sección N°:	Sobrec. # 1	Sobrec. # 2	Sobrec. # 3
Numero de Tubos/Fila	84	84	84
Numero de Filas	3	9	3
Diámetro Ext, Tubo (mm)	44.45	44.45	44.45
Espesor de Pared (mm)	8.0	7.0	5.0
Longitud Efectiva (mm)	17500	17500	17500
Material del tubo	SA213-T22	SA213-T22	SA213-T11

Escalonado/Línea	Escalonado	Escalonado	Escalonado
Paso Transversal(mm)	98	98	98
Paso Longitudinal(mm)	110	110	110

Datos de Diseño:

Presión de Operación (Kg/cm ²)	154	154	154
Temperatura de operación (°C)	555	540	405

3) **Evaporador**

Sección N°:	Evapor. ·# 1	Evapor ·# 2	Evapor.·# 3
Numero de Tubos/Fila	84	84	84
Numero de Filas	3	3	3
Diámetro Ext, Tubo (mm)	50.8	50.8	50.8
Espesor de Pared (mm)	5.5	5.5	5.5
Longitud Efectiva (mm)	17500	17500	17500
Material del tubo	SA210-A1	SA210-A1	SA210-A1
Escalonado/Línea	Escalonado	Escalonado	Escalonado
Paso Transversal (mm)	98	98	98
Paso Longitudinal (mm)	110	110	110

Datos de Diseño:

Presión de Operación (Kg/cm ²)	154	154	154
Temperatura de operación (°C)	371.1	371.1	371.1

4) **Economizador**

Sección N°:	Economizador
Numero de Tubos/Fila	84
Numero de Filas	36
Diámetro Ext, Tubo (mm)	44.45
Espesor de Pared (mm)	5.0
Longitud Efectiva (mm)	17500
Material del tubo	SA178-C
Escalonado/Línea	Escalonado
Paso Transversal(mm)	98
Paso Longitudinal(mm)	110

Datos de Diseño:

Presión de Operación (Kg/cm ²)	200
Temperatura de operación (°C)	371.1

5) **Pre calentador de Condensado****Sección N°:**

	Pre calentador de Condensado
Numero de Tubos/Fila	93
Numero de Filas	18
Diámetro Ext, Tubo (mm)	38.1
Espesor de Pared (mm)	2.9
Longitud Efectiva (mm)	17500
Material del tubo	SA178-A
Escalonado/Línea	Escalonado
Paso Transversal (mm)	90
Paso Longitudinal (mm)	110

Datos de Diseño:

Presión de Operación (Kg/cm ²)	30
Temperatura de operación (°C)	371.1

CAPITULO 3

LA COMBUSTION

Por definición la combustión se refiere a una reacción química relativamente rápida, de carácter notablemente exotérmica. que se desarrolla en fase gaseosa o en fase heterogénea (gas-liquido, gas-sólido), sin la presencia de oxígeno necesariamente, con o sin manifestaciones del tipo de llamas o de radiaciones visibles.

Para que se produzca una llama es necesaria tanto la presencia del combustible y del oxidante en forma de mezcla así como de un iniciador, que puede ser una chispa o una fuente de calor.

Una mezcla inflamable puede encenderse por si misma si se conduce a una temperatura a la cual la reacción entre el combustible y el oxidante alcanza una velocidad lo suficientemente elevada

3.1 Aspectos Químicos de la Combustión

En el estudio de los fenómenos relacionados con la combustión, la química desempeña un papel fundamental, ya que las reacciones combustible oxidante constituyen la base del proceso

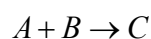
Las leyes que regulan la transmisión del calor y el transporte de masa controlan en bastantes casos el proceso, puesto que las reacciones químicas son generalmente mucho más rápidas. Desde el punto de vista químico, adquiere fundamental importancia el nivel térmico alcanzado por los fluidos en reacción;

Mientras en las llamas con aire las temperaturas son relativamente bajas, en las llamas con oxígeno, de no darse fenómenos de disociación, se podrían alcanzar valores muy altos.

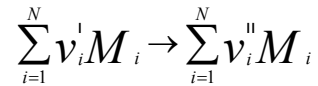
Para que un combustible arda completamente, es necesario que el hidrógeno y el carbono contenidos en el mismo se transformen por reacción con el oxígeno del aire en agua (H_2O) y en dióxido de carbono (CO_2). Si la transformación se realiza parcialmente la combustión se denomina **incompleta**: el carbono da lugar en este caso a parte del CO_2 a una cierta cantidad de óxido de carbono (CO), y parte del hidrógeno puede encontrarse en los gases libres o en forma de hidrocarburos. Existen otros compuestos que pueden formarse durante la combustión, tal es el caso del óxido de nitrógeno (NO) y el dióxido de nitrógeno (NO_2), los cuales se forman debido a la disociación del aire bajo la influencia de altas temperaturas alcanzadas en el seno de la flama. Junto a los gases sin quemar pueden encontrarse en los humos partículas sólidas (hollines) que en parte se vierten al exterior junto con los gases y en parte quedan en el interior, depositándose en los puntos de menor velocidad del gas.

Para lograr la combustión **completa** se requiere la presencia de oxígeno suficiente generalmente en una cantidad superior a la estequiométrica, es decir trabajar con exceso de aire. Una combustión sin humos da lugar a gases que contienen los siguientes productos: CO_2 , H_2O y N_2 (H_2O en forma de vapor); con los combustibles que contienen azufre aparecen también SO_2 y SO_3 .

Una de las consideraciones básicas en el análisis de los procesos de combustión es la reacción teórica o estequiométrica para un combustible dado, tomando en cuenta que el proceso de combustión está regido por el balance de la reacción irreversible siguiente:

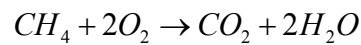


Donde A y B son los reactivos y C es el producto de la reacción. El balance anterior puede expresarse de una manera general como:



Donde: ν^I son los coeficientes estequiométricos de los reactivos y ν^{II} los coeficientes estequiométricos de los productos, M es la especificación arbitraria de todas las especies químicas y N es el número de compuestos involucrados en la reacción. Si una especie representada por M_i no es identificada como reactante, entonces $\nu_i^I = 0$, si la especie no es identificada como un producto de la reacción entonces $\nu_i^{II} = 0$

Por ejemplo la reacción completa entre reactantes como el metano (CH_4) con el Oxígeno (O_2) se puede representar de la siguiente manera



Siendo determinadas las cantidades, por ejemplo en la reacción completa entre el metano (CH_4) y el Oxígeno (O_2) los coeficientes ν_i^I y ν_i^{II} del balance estequiométrico se pueden representar de la siguiente manera :

Tabla 3.1 Reacción Teórica del Metano de un solo paso

M	REACTIVO	PRODUCTO	ν_i^I	ν_i^{II}
1	CH_4	-	1	0
2	O_2	-	2	0
3	-	CO_2	0	1
4	-	H_2O	0	2

Es importante señalar que en la mayoría de los casos de la reacción durante la combustión, los valores de ν_i^I y ν_i^{II} no son necesariamente enteros. Por ejemplo

para el caso de la combustión teórica del CH_4 desarrollada mediante dos pasos, tal como se muestra a continuación

PRIMER PASO: El metano se combina con el O_2 del aire formando $CO + H_2O$, como se muestra en la **Tabla 3.2**

Tabla 3.2 Reacción Teórica del CH_4 mediante dos pasos (primer paso)

M	REACTIVO	PRODUCTO	\mathcal{V}_i^I	\mathcal{V}_i^{II}
1	CH_4	-	1	0
2	O_2	-	1.5	0
3	-	CO	0	1
4	-	H_2O	0	2

SEGUNDO PASO: El $CO + O_2 \rightarrow CO_2$ como se muestra en la Tabla 3.3

Tabla 3.3 Reacción Teórica del CH_4 mediante dos pasos (segundo paso)

M	REACTIVOS	PRODUCTO	\mathcal{V}_i^I	\mathcal{V}_i^{II}
1	CO	-	1	0
2	O_2	-	0.5	0
3	-	CO_2	0	1

3.1.1 Oxidante (Aire)

Todos los combustibles requieren un oxidante, que en la mayoría de los casos, es el aire atmosférico, aunque a veces puede enriquecerse con oxígeno en mayor o menor proporción.

En cuanto a su composición ⁽⁴⁾, se postula técnicamente que sus componentes son oxígeno y nitrógeno atribuyendo a este las cantidades de otros gases inertes entre estos el argón. En base molar o volumétrica, las proporciones son aproximadamente 21% Oxígeno y 79% Nitrógeno, siendo también útiles las proporciones relativas:

$\frac{N_2}{O_2} = 3.76$; La masa molar del aire es 28.9 kg/kmol, y su densidad a 0°C y presión

atmosférica es $\rho_0 = 1.293 \text{ kg/m}^3$.

El nitrógeno, principal componente del aire es un elemento relativamente estable y no disponible para reaccionar en forma química con otros componentes. El nitrógeno es, por tanto supuesto como completamente inerte a temperaturas normales, aunque a elevadas temperaturas este puede disociarse en nitrógeno monoatómico o formar compuestos tales como el óxido de nitrógeno, bióxido de nitrógeno o Nox, etc.

3.1.2 La Combustión de Mezclas Gaseosas

Todos los combustibles gaseosos de uso corriente son mezclas constituidas preferentemente por hidrocarburos con pocos átomos de carbono, del tipo saturado o no saturado (generalmente los primeros términos de la serie parafínica u olefínica). Los combustibles gaseosos más importantes son el gas natural, los gases de refinería y los gases licuados del petróleo (GLP).

El gas natural tiene una composición muy variable: en algunos casos esta constituido casi exclusivamente por metano, y en otros, por una mezcla de metano y de hidrocarburos mas pesados (etano y homólogos de la serie parafínica) junto con dióxido de carbono, nitrógeno, helio, según el origen.

Las llamas de los combustibles gaseosos, por contener solamente CO_2 , vapor de agua (H_2O) y N_2 tienen una emisividad relativamente débil; en el N_2 es prácticamente nula, mientras que en el CO_2 y en el H_2O alcanza valores no muy elevados, lo cual determina que la transferencia de calor de los gases calientes en el recuperador de calor (HRSG) sea casi en su totalidad por convección forzada.

3.1.3 Combustibles usados en los Generadores de Vapor

La mayoría de los combustibles consiste de una amplia y compleja variedad de mezclas de componentes. El diseño del equipo de combustión depende fuertemente de las propiedades físicas y químicas del combustible. El entendimiento de estas propiedades es de esencial importancia para la aplicación del conocimiento del fenómeno de combustión.

La información mas comúnmente usada para combustibles complejos consiste en una parte de las propiedades de estos combustibles, las que son determinadas para que sean de utilidad en la caracterización de la interacción combustible-quemador, de manera que no consuma mucho tiempo o dinero en determinarlas.

Por sus características físicas los combustibles son agrupados en las siguientes categorías:

3.1.3.1 Gas

Esta categoría se refiere a los combustibles que son usados para los sistemas de combustión en estado gaseoso. Estos incluyen: Gas Natural Comprimido y el Gas Licuado de Petróleo (GLP)

3.1.3.2 Destilados

Estos combustibles se obtienen principalmente de las torres de destilación cuando el petróleo es refinado. Los combustibles comerciales más comunes de este tipo son: Keroseno, Turbo-Jet, Diesel.

3.1.3.3 Residuales

Los residuales tales como el R-6 se caracterizan principalmente por contener varias proporciones de residuos de aceites que son debido a la porción no destilada del petróleo original. Estos son usados en aplicaciones tales como calefacción comercial

(fábricas, apartamentos, oficinas, edificios, etc.), generación de energía (centrales termoeléctricas), generación de vapor para procesos industriales y de servicios, etc.

3.1.3.4 Carbón

Es un combustible mineral sólido, el cual ha sido usado por mucho tiempo como el principal combustible en los procesos industriales. Actualmente es usado como alternativa al petróleo en la generación eléctrica debido a que aun existen grandes reservas a nivel mundial y las tecnologías de combustión permiten reducir las emisiones a la atmósfera a límites permisibles exigidos por las legislaciones ambientales de cada país.

El combustible mas usado en los sistemas de generación de vapor es el gas natural, el cual esta constituido principalmente por metano, el mas simple y ligero de todos los hidrocarburos. Junto con el metano, el gas natural también contiene etano, propano, butano, y eventualmente pequeñas cantidades de C5 o C6 de hidrocarburos. En la tabla 3.4 se muestran algunas propiedades del metano usadas para la combustión de este combustible

Tabla 3.4 Propiedades del Metano (Monnot , 1985)

PROPIEDADES DEL GAS	VALOR
Densidad a condiciones estándar (Kg/m ³)	0.716
Gravedad Especifica con respecto al aire	0.55
Poder Calorífico Superior (Kj/m ³)	39789.8
Poder Calorífico Inferior (Kj/m ³)	35856.8
Volumen estequiometrico de aire requerido para combustión (m ³ /m ³)	9.5
Temperatura alcanzada en combustión adiabática con un volumen estequiometrico de aire a 25°C (°C)	185
Limites de Concentración de flamabilidad en aire (%)	
Inferior	5
Superior	15
Temperatura de auto ignición (°C)	580
Velocidad de flama frontal de una mezcla estequiometrica a 25°C (m/s)	0.43

En la tabla 3.5 se presenta la composición del gas natural usado en el proyecto de ciclo combinado considerado en esta tesis.

Tabla 3.5 Composición volumétrica del gas natural de la presente tesis

COMPUESTOS	Formula	% Moles
Metano	CH_4	93.84
Nitrógeno	N_2	0.15
Bióxido de Carbono	CO_2	1.53
Etano	C_2H_6	3.12
Propano	C_3H_8	0.75
1-Butano	C_4H_{10}	0.16
n-Butano	C_4H_{10}	0.12
1-Pentano	C_5H_{12}	0.06
n-Pentano	C_5H_{12}	0.03

Algunos de los combustibles líquidos utilizados en las plantas de generación de vapor son los residuales. De acuerdo a la especificaciones ASTM los combustibles residuales con una viscosidad inferior a 45 SSF (Segundos Saybolt Furol) a 122°F corresponden al residual N° 5 y por encima de 45 SSF al residual N°6 que es el mas utilizado en la industria. En la tabla 3.6 se presentan las características típicas de un combustible residual.

Tabla 3.6 Características típicas de combustible residual (3)

PROPIEDAD DEL COMBUSTIBLE	VALOR
Gravedad Especifica 60°F (°C), °API	14
Punto de inflamación °C	92
Viscosidad SSF a 122°F (50°C) , seg	28
Punto de Fluidez , °C	12
Azufre Total, % masa como S	1,1
Agua y Sedimentos, % vol	0,0
Cenizas, % masa	0,0
Poder Calorífico Alto, Kcal/kg	1035
Poder Calorífico Bajo, Kcal/kg	979
Vanadio, ppm	17
Sodio, ppm	
Níquel, ppm	5
Asfáltenos, % masa	11
Carbón Conradson, % masa	6
Aire teórico para la combustión, kg/kg	14

3.2 Aspectos Físicos de la Combustión

En los procesos de combustión con manifestaciones de llama estable (altas temperaturas y presiones por encima de las atmosféricas) los factores físicos asumen un papel predominante. ⁽²⁾

Para individualizar la forma y estructura de la llama, sus dimensiones, el grado de emisividad y, por consiguiente, el mecanismo de liberación del calor en las condiciones de llama estable, es necesario conocer además de la cinética de las reacciones de oxidación, la aerodinámica del sistema, la geometría del local, el grado de turbulencia de los fluidos, el estado de dispersión del combustible, la homogeneidad de la mezcla en reacción y otros parámetros de carácter puramente físico. ⁽²⁾

3.2.1 Comportamiento de las llamas premezcladas (laminares y turbulentas)

La combustión premezclada requiere que el combustible y el oxidante estén completamente mezclados antes de que esta se realice. Ejemplo de aplicaciones prácticas son el mechero bunsen, motores de encendido por chispa, combustores de turbinas de gas, quemadores domésticos. En todos estos casos el combustible y aire se mezclan antes de entrar a la cámara de combustión, la cual es solamente posible a temperaturas suficientemente bajas donde el mecanismo de reacción en cadena que gobierna la oxidación del hidrogeno e hidrocarburos no puede completarse.⁽⁵⁾

Una vez que el aire y el combustible se hayan mezclado homogéneamente, para esto la cantidad de aire, que se designa como *aire primario* puede ser mayor o menor y se suele referir como aire estequiometrico o aire mínimo necesario y luego se suministra una fuente de calor, existe la posibilidad de la propagación de un frente de llama a través de la mezcla. Esto puede ocurrir si la relación aire-combustible se encuentra dentro de los límites de inflamabilidad. En la siguiente tabla 3.7 se dan los valores de los límites de inflamabilidad para algunos gases y vapores usuales.

Tabla 3.7 Límites de Inflamabilidad de mezclas de gas-aire a 20°C ⁽⁴⁾

Gas o Vapor	Limite (%)	
	Inferior	Superior
H_2	4	75
CO	12,5	74,5
CH_4	5	15
C_2H_6	3	12,4
C_3H_8	2,1	9,5
C_4H_{10}	2	7,6
C_5H_{12}		
C_2H_2	1,4	7,8
C_2H_4	2,3	82
Gas Gasógeno	3	17,7
	16	64

Para quemadores tubulares al aumentar la velocidad del gas en el tubo del quemador, el flujo pasa de laminar (con distribución parabólica de la velocidad y con las capas de los gases paralelas) a turbulento; el tipo de flujo se especifica por el valor obtenido del número de Reynolds:

$$R_e = v \frac{d}{\nu}$$

Donde v , es la velocidad media del gas, d el diámetro del tubo y ν la viscosidad cinemática. Con R_e superiores a unos 3000 – 3500, el flujo resulta casi con certeza turbulento. Cuando la turbulencia aumenta fuertemente, las llamas aireadas tienden a separarse de la boca del quemador y a extinguirse; en estas condiciones puede mantenerse la llama si se provee al quemador principal una pequeña llama piloto, que haga de fuente continua de ignición ⁽²⁾.

3.2.2 Comportamiento de las llamas de difusión (laminares y turbulentas)

Mientras que la velocidad de propagación en las llamas premezcladas viene determinada por las reacciones de oxidación en el frente de llama (onda de deflagración que se mueve dentro de la mezcla homogénea de combustible-oxidante), en las llamas de difusión dicha velocidad no está bien definida, ya que, por la misma naturaleza del proceso, los dos reactivos están siempre separados por un estrato de productos de la combustión, de espesor variable, que condiciona la velocidad de reacción global; además, en el caso de los combustibles constituidos por hidrocarburos, pueden verificarse reacciones de cracking térmico en el seno de la masa del combustible antes que este alcance al oxígeno, y, por tanto, modificaciones

en la naturaleza de los productos en combustión, con ulteriores variaciones de la velocidad de propagación.

Las características principales de las llamas de este tipo están condicionadas por los fenómenos de difusión molecular y por la turbulencia; puesto que tanto la velocidad de reacción como la de difusión están ligadas al camino libre medio de las moléculas, que varia, como es sabido, en forma inversamente proporcional a la presión, a bajas presiones se obtiene una difusión casi instantánea y una deceleración de la velocidad de reacción. A la presión atmosférica, y en el caso de flujos laminares, se debe admitir que la agitación térmica desordenada de las moléculas posee una componente perpendicular a la entrecara combustible/oxidante, y que esta componente es la fuerza motriz de la mezcla de los fluidos.

En las llamas turbulentas de difusión, el nacimiento de torbellinos por efecto de las fuerzas de rozamiento genera el movimiento de pequeños volúmenes elementales de cada uno de los dos reactivos, uno dentro del otro; al mismo tiempo, la difusión molecular en las zonas de contacto de estos pequeños volúmenes determina la mezcla final de los reactivos.

3.3 Tecnología de la Combustión Industrial

Los actuales conocimientos en el campo de la tecnología de la combustión, son en su conjunto, el fruto de la investigación y de las realizaciones practicas que a grandes rasgos pueden subdividirse del modo siguiente:

- a) Desde fines de la década de 1960, se están utilizando cada vez mas los modelos computacionales para predecir procesos de combustión, algunos de los cuales han alcanzado un nivel de validación lo suficientemente amplio como para que se utilice con éxito en el diseño y operación de equipos de combustión.

- b) Investigaciones experimentales efectuadas en unidades de concepción nueva con cámaras de combustión y quemadores, con la finalidad de poner a punto las más avanzadas tecnologías de combustión (combustión intensiva aplicada a los diferentes tipos de combustibles).
- c) Experiencias constructivas avaladas por el tiempo, que han permitido definir (muchas veces sobre bases empíricas) las soluciones más aptas para los diferentes tipos de aplicación.

Las aplicaciones de la combustión industrial van desde la generación de energía, industria de la transformación, calefacción doméstica e industrial, alimentos, etc. El uso de los más variados dispositivos de combustión adecuados para cada aplicación se ve influenciado por las siguientes funciones básicas:

- Aportar combustible a la cámara de combustión en condiciones de ser quemado
- Aportar el aire necesario para la combustión
- Mezclar íntimamente el aire y el combustible
- Encender y quemar la mezcla
- Desplazar los productos de la combustión

El quemador es uno de los dispositivos más importantes de un sistema de combustión, este debe satisfacer las condiciones necesarias para lograr una buena combustión. El diseño o selección del quemador debe realizarse de acuerdo a la forma, dimensiones y temperaturas del hogar o cámara de combustión; el tipo de funcionamiento: continuo o intermitente; el tipo de combustible y exceso de aire requerido. El espacio necesario para la combustión está estrechamente relacionado con la forma y dimensiones de la llama, así el máximo de la intensidad de combustión viene determinado por la velocidad de reacción, condicionada fundamentalmente a

que en la cámara, el tiempo de combustión t_c deba ser siempre igual o inferior al tiempo de permanencia t_r , o sea:

$$t_c \leq t_r$$

Si no se cumple esta condición, la llama desborda la cámara; siendo necesario, por tanto, poder estimar t_r igualándolo en el caso limite a $t_c^{(2)}$

Para que una instalación de combustión industrial pueda considerarse eficiente, tendrá que reunir los siguientes requisitos:

- Campo de regulación apropiado a las necesidades operativas
- Notable estabilidad de operación
- Posibilidades de controlar la forma y dimensiones de la llama
- Dimensiones de la cámara de combustión adecuadas a la instalación que los utiliza
- Métodos de control y protección apropiados a las necesidades de la instalación

3.3.1 Campo de Regulación

Con este termino se define la relación entre el caudal máximo y mínimo del combustible que gasta el quemador; por el caudal mínimo se entiende el que se logra reduciendo la potencia del quemador, mediante los mecanismos de regulación apropiados, hasta valores limites mas allá de los cuales se presentan pulsaciones, formación de inquemados y fenómenos de inestabilidad.

Esta relación, que algunos llaman “elasticidad”, es propia de todo tipo de quemador, y varia, según el combustible utilizado, las dimensiones de los conductos del combustible y del aire, la velocidad de estos últimos y la forma en que se mezclan los fluidos. En general, en el caso de un quemador construido con una sección fija para el paso del aire(cuyo caudal está regulado por una válvula apropiada), el campo de regulación corresponde a la raíz de la relación entre las presiones máxima y mínima

que existe aguas debajo de la válvula, en las condiciones de estabilidad del quemador.

En el lenguaje corriente, el campo de regulación que se refiere al caudal mínimo se indica mediante el cociente **1:n (uno a n)**, entendiéndose por **uno** el caudal máximo y por **n** el factor por el que hay que dividirlo para obtener el mínimo.

En las calderas industriales, generalmente se usan quemadores con un campo de regulación entre 1:3 y 1:5; las calderas navales requieren un campo de regulación mayor, hasta 1:10 y más.

3.3.2 Estabilidad

La estabilidad de un quemador se define como la capacidad de mantener la llama dentro de los límites de su campo de regulación, incluso en cámaras de combustión fría, o en condiciones de presión y depresión diferentes de aquellas para las que ha sido proyectado el quemador. No puede considerarse estable un quemador que permanezca encendido solo cuando se emplee continuamente un encendedor piloto.

Es una práctica normal la de poner en marcha una caldera utilizando el quemador al mínimo de su potencia, con una cantidad de aire correspondiente a un gran exceso con relación al teórico, hasta que se alcanzan temperaturas parecidas a las obtenidas con las cargas mayores. Entre las precauciones que se adoptan para estabilizar la llama, las más corrientes son:

- Aumento de la conducción gaseosa, utilizando la turbulencia
- Pre calentamiento del aire de combustión
- Pre calentamiento de la mezcla combustible por medio de la recirculación de gases parcialmente quemados.

- Instalando un dispositivo en la corriente de flujo de gases de tal manera que se forma un flujo de recirculación. Esta recirculación transporta corriente arriba los productos de combustión y el oxidante inyectados previamente y los mezcla con gas fresco y aun no quemado. Otros nombre para el “estabilizador de llamas por recirculación” es “deflector”, también se conoce como “retenedor de llama”, como se puede apreciar en la figura 3.1

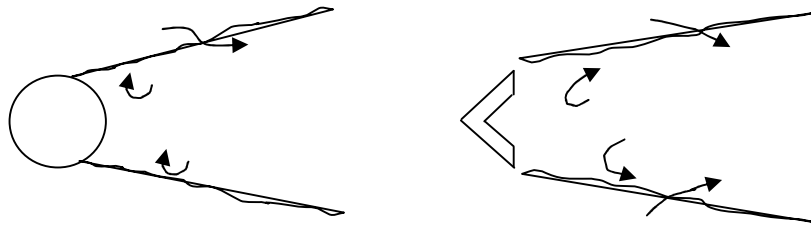


Figura 3.1 Flujo de recirculación detrás de una esfera y canaleta

3.3.3 Forma y dimensiones de la llama

La forma y dimensiones de la llama vienen determinadas por la potencia del quemador; sin embargo, pueden modificarse dentro de ciertos límites, por una serie de variables entre las cuales se pueden destacar:

- Grado de turbulencia
- Velocidad de la mezcla
- Exceso de aire
- Presión del aire de combustión
- Tamaño de las gotas pulverizadas de los combustibles líquidos

El efecto que sobre la geometría de la llama tienen estas variables es el siguiente:

Una buena mezcla de los componentes lograda por medio de una fuerte turbulencia y altas velocidades, da lugar, con condiciones de igualdad de potencia, a una llama corta e intensa, mientras que una mezcla incompleta a bajas velocidades origina llamas largas y suaves.

A igualdad de otras condiciones, un aumento del exceso de aire tiende a acortar la llama, mientras que una disminución de la misma tiende a producir una llama larga.

Un aumento de presión del aire tiende a acortarla, puesto que a este aumento le corresponde un aumento de la energía cinética y en definitiva un aumento de la turbulencia de la velocidad. El parámetro que se utiliza para controlar la forma de una llama es la distribución de la temperatura a lo largo de la misma. En la práctica, la longitud de la llama se controla observando solo la parte luminosa.

3.3.4 Espacio necesario para la combustión

El espacio necesario para la combustión está estrechamente relacionado con la forma de la llama.

Generalmente, es el modelo de quemador el que determina la forma del hogar: solo en casos excepcionales es preciso que un quemador se ajuste a las dimensiones de una cámara de combustión: esto no excluye que para las dimensiones de una llama determinada se pueda fabricar un hogar con dimensiones diferentes.

Cuando más pequeño sea el hogar "furnace", mayor será la liberación de calor por unidad de volumen: a esta liberación, expresada en $\text{kcal/m}^3\text{h}$ se le llama "carga térmica del hogar".

3.4 Quemadores de Gas

En general, los combustibles gaseosos se queman y se regulan con mayor facilidad. La combustión se realiza en una sola fase, y no existen problemas de atomización y vaporización (combustible diesel) o de pulverización (combustibles sólidos).

Los gases generalmente son limpios y por consiguiente no forman atascos ni ensucian las cámaras de combustión. Los quemadores de gas se pueden regular fácilmente y ofrecen amplias condiciones de productividad; generalmente su precio es mas bajo que el de los quemadores de combustibles líquidos y sólidos. Las reacciones de combustión del gas y del oxígeno van estrechamente unidas a los métodos de adición y de mezcla del aire con el gas.

En función de su empleo en la práctica industrial, podemos considerar la siguiente clasificación de los quemadores para gas:

- a) Quemadores con llamas de difusión, en los que el gas y el aire penetran sin mezclar en la cámara de combustión, y la mezcla se efectúa por difusión turbulenta en el lugar de la combustión.
- b) Quemadores con premezclado parcial, en los que se mezcla previamente el gas con una parte de aire, y el resto necesario para la combustión se aspira mas adelante, ya en el horno;
- c) Quemadores con llamas y premezclado total, en los que el gas y todo el aire necesario para la combustión se mezclan antes de que tenga lugar la combustión.

3.4.1 Quemadores con llamas de difusión

El gas sale sin mezclar del quemador y el aire es el de la atmósfera donde tiene lugar la combustión o el aportado para ella. La concepción más simple de este tipo de quemadores es la tubería recta o circular que conduce el gas, con orificios espaciados.

Los quemadores de uso mas difundidos son los llamados de “difusión con mezcla de tobera”. En ellos el gas y el aire se mezclan a la salida de los respectivos orificios de aire y de gas en una tobera, diseñada de tal forma que asegura una rápida mezcla. La característica particular de este quemador es su posibilidad de quemar sin

retornos de la llama y en un campo de regulación muy amplio, hasta un máximo de 1:20. El gas se introduce a una presión que oscila entre los 25 y 150 mm c.a, y el aire, entre los 125 y 200 mm c.a. En la figura 5.4.1 se muestra un quemador de difusión:

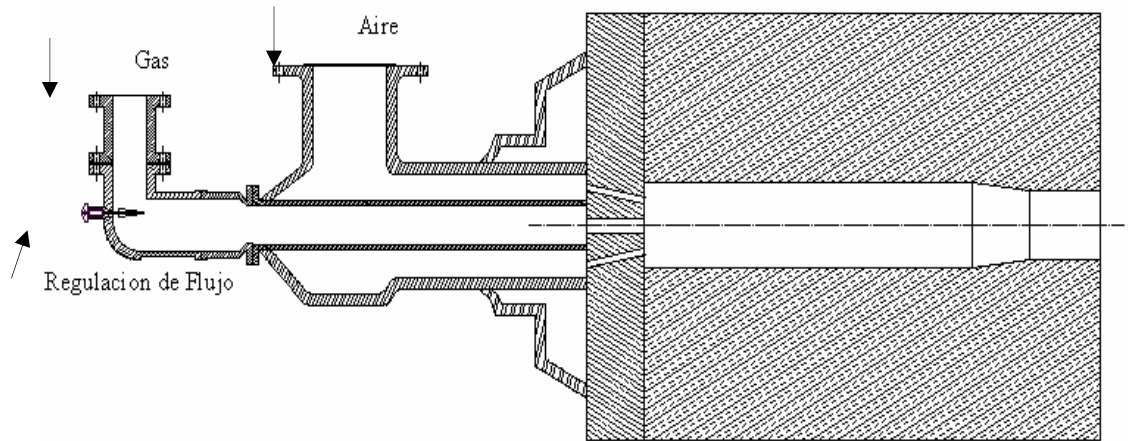


Figura 3.2 Quemador de Gas con Llama de Difusión

3.4.2 Quemadores con premezclado parcial

El gas se mezcla previamente con parte del aire y el aire restante necesario para la combustión se introduce directamente en el hogar.

La premezcla se lleva a cabo mediante un inyector por el que el gas, al pasar a presión superior a la atmosférica, succiona aire. A estos quemadores también se les llama atmosféricos. La limitación que tienen estriba en que tan solo puede mezclarse una cierta cantidad de aire, a menos que la presión del gas sea muy elevada, en cuyo caso, la presión de la mezcla también lo será. En la figura 3.3 se muestra un quemador de premezclado parcial.

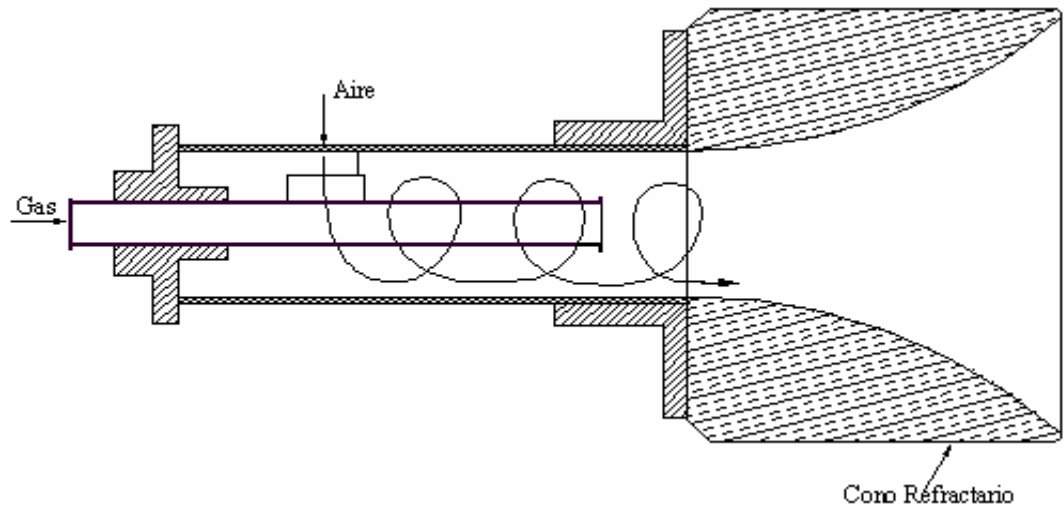


Figura 3.3 Quemador de Mezclado por Tobera

3.4.3 Quemadores con premezclado total

Los quemadores con premezclado representan la categoría más difundida de quemadores industriales de gas; generalmente son capaces de producir todo tipo de mezclas mediante la regulación del aire y del gas. Con el premezclado total se consigue la liberación de calor más uniforme, ó lo que es lo mismo, el menor volumen de combustión para una determinada capacidad.

En los quemadores con premezclado es esencial evitar que la corriente gaseosa entre en la cámara de combustión a una velocidad inferior a la propagación de la llama, ya que de otra forma se producirían retrocesos de la misma. Cuanto más elevada es la velocidad de la mezcla, mayor será la distancia entre el punto de llegada de la mezcla al horno y el punto en que comienza la combustión. La condición que limita la capacidad mínima de un quemador es la que corresponde a la igualdad entre la velocidad de la mezcla y la difusión. En la figura 3.4 se ilustra un quemador de premezclado total.

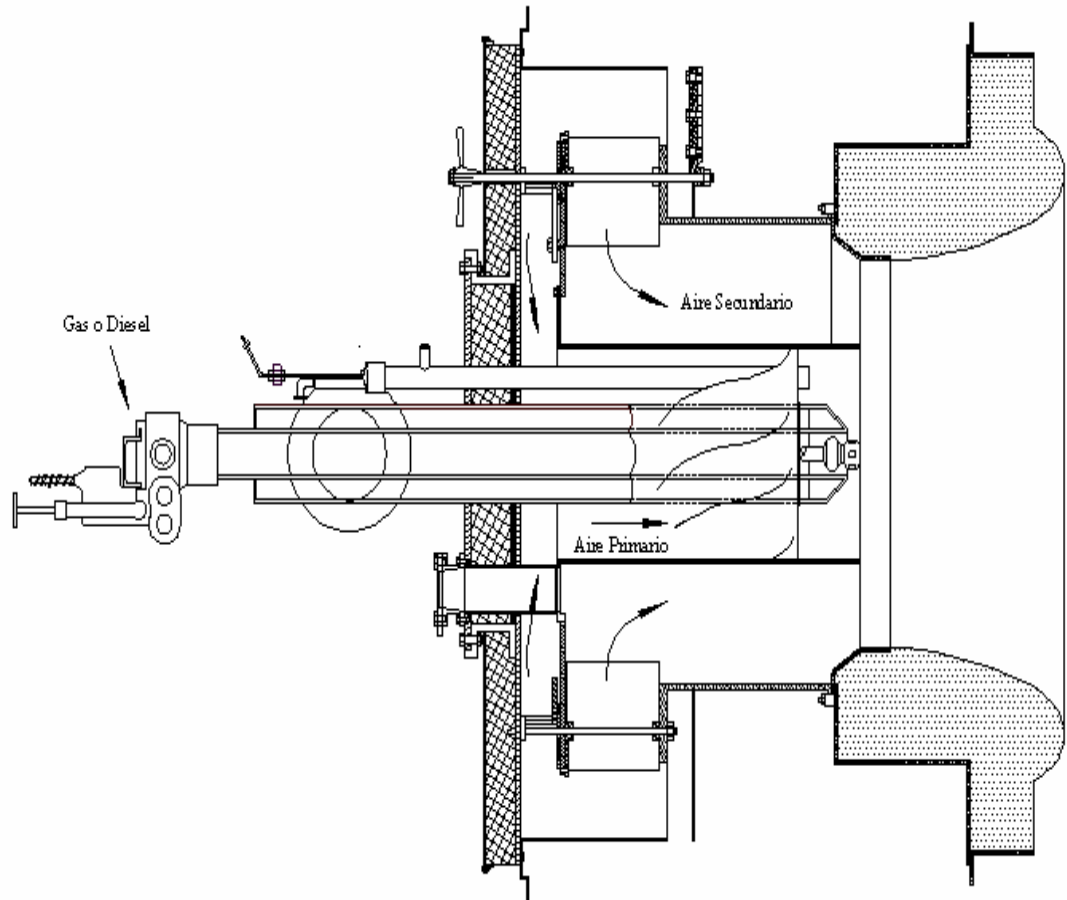


Figura 3.4 Quemador de Premezclado Total

Algunas ventajas del empleo de quemadores de premezcla son: pequeño volumen de llama, orificio grande de inyección del gas, cambio en el flujo de aire con la variación de la proporción de combustible, reducido ensuciamiento de la boquilla cuando se utilizan hidrocarburos insaturados o estos se condensan.

Las desventajas que podrían considerarse incluyen los limitados márgenes de regulación, el riesgo de retorno de la llama y su limitada adaptabilidad para ser usados con múltiples combustibles.

3.4.4 Quemadores de bajo NOx

Un tipo de quemador para gas natural de bajo NOx actualmente utilizado en la industria es el que se muestra en la figura 3.5. Este quemador puede alcanzar niveles

de NOx inferiores a 15 ppm, esto se logra con una adecuada geometría del quemador, combustión en dos etapas y una adecuada mezcla de los gases de combustión. La primera etapa de combustión se realiza con una mezcla rica de aire primario/gas natural con la finalidad de evitar la formación de componentes de NOx térmico debido a las altas temperaturas de que alcanza la flama, en la segunda etapa los productos de la combustión son forzados a recircular afin de tener una mezcla homogénea con aire secundario para así realizar la segunda etapa de combustión, lográndose así completar el proceso de combustión y bajas emisiones de NOx y CO. Algunas de las ventajas de este tipo de quemador es que pueden ser adaptados a calderas existentes, no requiere controles adicionales, trabaja con un exceso de aire normal y puede operar en rangos de Turndown de 4:1 hasta 5:1.

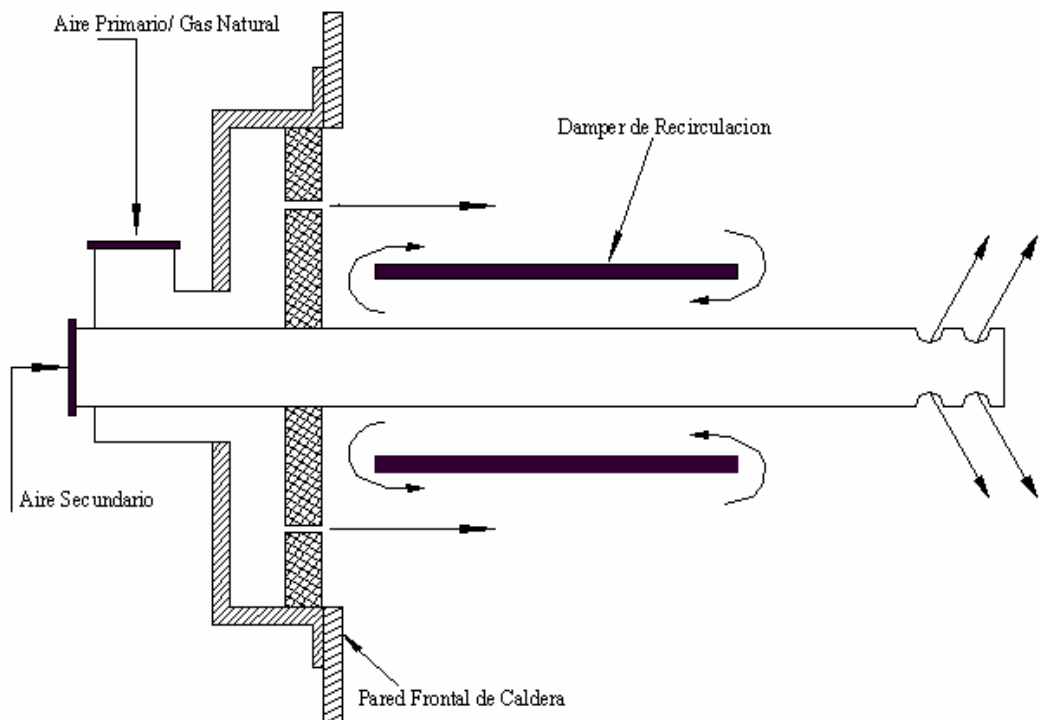


Figura 3.5 Quemador de Bajo NOx

3.4.5 Quemadores Especiales (Ducto para post combustión)

Los gases de escape de la turbina de gas son la única fuente de oxígeno para el combustible del quemador de ducto, así algunas de las emisiones contenidas en estos gases son siempre destruidas en la flama del quemador. La oxidación térmica de los gases de escape de la turbina se realiza en menor grado en el quemador de ducto, para lograr los beneficios de este proceso es importante que el quemador genere las emisiones más bajas posibles.

Las emisiones de NOx en el sistema de quemador de ducto son relativamente bajas en comparación a quemadores que usan aire del ambiente. Esto es parcialmente debido a la baja generación de NOx térmico como resultado de las bajas temperaturas cuando se realiza la combustión con los gases de escape de la turbina como oxidante. Un método pasivo común de reducción total de NOx en sistemas de quemador de ducto es el uso de la recirculación. Recirculación es el concepto de reducir el NOx entrante (procedente de los gases de la turbina de gas) por reacciones inversas pasando de NOx a N₂ en flamas ricas en hidrocarburos inquemados (UHC). La velocidad de las reacciones inversas son cinéticamente lentas, por consiguiente la limitación de la reducción de NOx por recirculación depende del tiempo de residencia en la zona de recirculación.

El tiempo de residencia se puede incrementar mejorando la geometría del estabilizador de flama; el tiempo de residencia típico para estabilizadores de flama convencionales de cualquier geometría es 50 milisegundos. En la figura 5.4.5.a se muestran dos zonas de recirculación independientes, la cual se logra con un estabilizador de diseño mejorado, incrementando el tiempo de residencia en 3 veces en comparación al convencional, sin incrementar la velocidad de los gases de escape de la turbina o la turbulencia, de esta manera se logra caídas de presión similares. El restante de los gases procedentes de la turbina se diverge al extremo de la flama donde la oxidación es casi completa. De esta manera se obtiene una baja formación de NOx y una reducción del CO de aproximadamente el 50%.

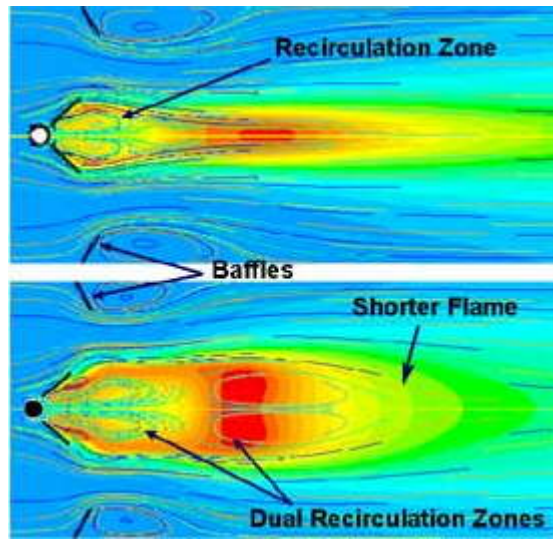


Figura 3.6 Quemador de Ducto Convencional y Bajo NOx

CAPITULO IV

TRANSFERENCIA DE CALOR, PERFIL DE TEMPERATURAS Y CAIDA DE PRESION LADO GASES DEL GENERADOR DE VAPOR DE RECUPERACION DE CALOR

Los Generadores de Vapor de Recuperación de Calor (HRSG) son diseñados para condiciones optimas de operación, pero con frecuencia son operados bajo parámetros diferentes a los del diseño, usualmente por limitaciones de la planta, la cual se ve afectada principalmente por las condiciones ambientales ó variaciones en la generación eléctrica, cuyo impacto se ve reflejado en el flujo y temperatura de los gases de escape de la turbina de gas; Obteniendo por consiguiente perfiles de temperaturas de los gases de escape/vapor y la generación de vapor diferentes a las de diseño. En estas condiciones es necesario realizar evaluaciones en las diversas condiciones de operación para determinar la capacidad de producción de vapor y los perfiles de temperatura como se puede apreciar en la figura 4.1, a fin de encontrar los parámetros más adecuados y seguros.

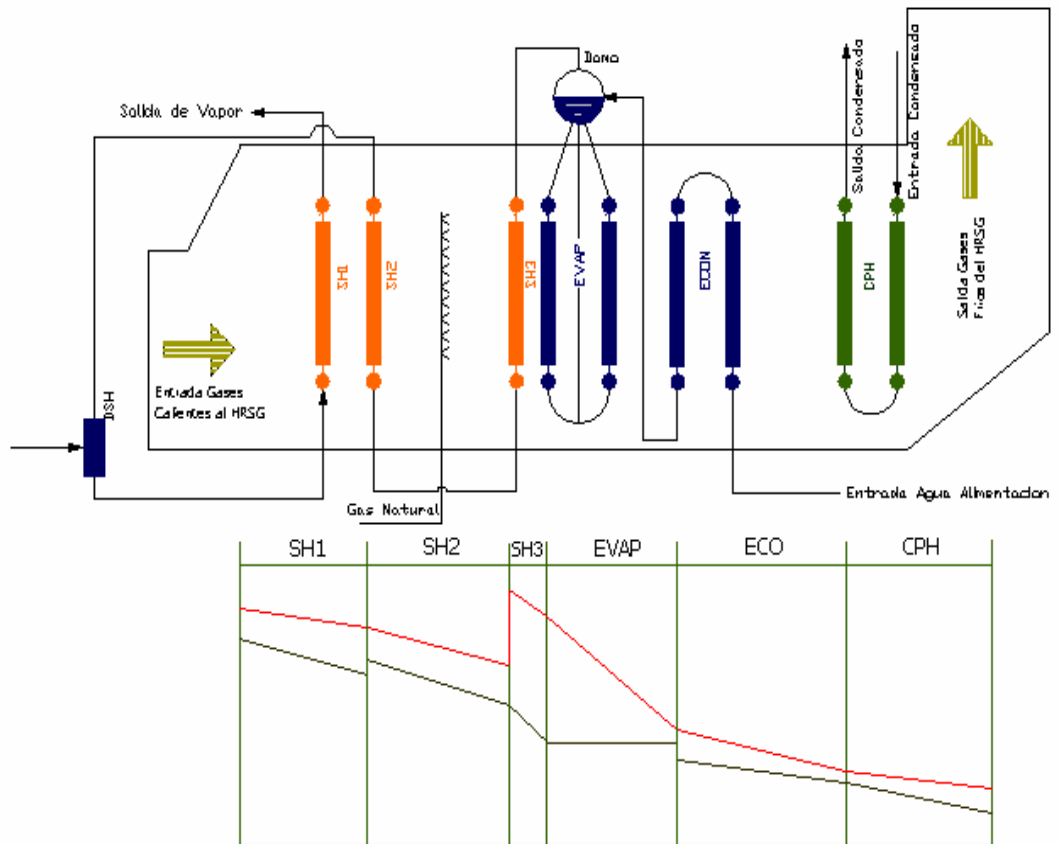


Figura 4.1 Típico perfil de temperaturas del recuperador de calor

También evaluaciones periódicas de los parámetros de operación que afectan el rendimiento térmico del HRSG considerando una condición “limpia” es necesario realizar en instalaciones existentes, a fin de predecir el ensuciamiento de las superficies de transferencia de calor. Si el calor total transferido o la energía total es menor a la evaluada bajo condiciones limpias, se puede inferir que el lado de gases del HRSG se encuentra tapado o sucio.

4.1 Perfil de Temperaturas del HRSG

Dos variables de diseño que afectan directamente la producción de vapor y los perfiles de temperatura son el “Pinch Point” y el Approach Point”. El “Pinch Point” es la diferencia entre la temperatura de los gases a la salida del evaporador y la temperatura de vapor saturado. El “Approach Point” es la diferencia entre la

temperatura del vapor saturado y la temperatura del agua de alimentación entrando al evaporador. La selección de ambas variables afecta también el tamaño del sobrecalentador, evaporador y el economizador. Basados en el tamaño del evaporador el cual debe adecuarse a las condiciones del transporte de los gases, el “Pinch Point” y el “Approach Point” para un HRSG sin combustión suplementaria varía en el rango de 15°F a 40°F (8 °C a 22°C); Para el diseño es recomendado la selección del “Pinch Point” y el “Approach Point” sin considerar la combustión suplementaria. Para HRSG’s con combustión suplementaria, los valores del “Pinch Point” y el “Approach Point” pueden ser muy superiores a aquellos que no lo tienen, dependiendo a demás si es de un solo nivel de presión o de presión múltiple.

Para determinar el perfil de temperaturas que se muestra en la figura 4.2 y la transferencia de calor en cada modulo del HRSG se procederá de acuerdo ala siguiente metodología.

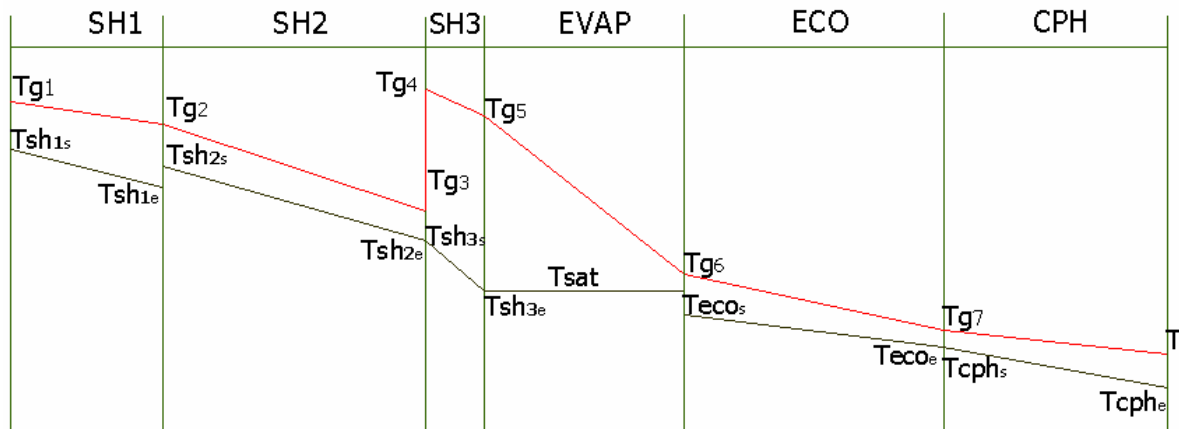


Figura 4.2 Temperaturas de gases y agua vapor de las diferentes secciones del HRSG

4.1.1 Calculo del Perfil de Temperaturas y Transferencia de Calor en el HRSG

Para instalaciones existentes la metodología mas adecuada para obtener el perfil de temperaturas en condiciones de diseño dependerá de la cantidad de datos proporcionados por el fabricante, esta metodología podría ser similar ó diferente para el caso de cálculos en condiciones fuera de diseño. En este caso los datos se pueden obtener de las mediciones en línea con la suficiente precisión y confiabilidad teniendo en cuenta la instrumentación actualmente instalada o instrumentación especial ha ser instalada.

En la tabla 4.1 se presentan las temperaturas de gases y agua/vapor que en nuestro caso podría presentarse como una matriz de datos y aquellos que requerirán ser calculados se indican con una incógnita. Aquí se presentan los datos mínimos de acuerdo a la configuración del HRSG del presente trabajo, para cualquier otro caso, se aplica el mismo concepto.

Tabla 4.1 Temperatura medidas y las que serán calculadas

Variable	Temperatura de Gases, °C		Variable	Temperatura Agua/Vapor, °C	
	Entrada	Salida		Entrada	Salida
Tg ₁ Tg ₂	Dato	?	Tsh _{1e} / Tsh	Dato	Dato
Tg ₂ Tg ₃	?	?	Tsh _{2e} / Tsh	?	Dato
Tg ₃ Tg ₄	?	?	Tsh _{3e} / Tsh	?	?
Tg ₄ Tg ₅	?	?	Teva _e / Tev	?	?
Tg ₅ Tg ₆	?	?	Teco _e / Teco _s	Dato	Dato
Tg ₆ Tg ₇	?	?	Tcph _e / Tcph _s	Dato	Dato
Tg ₇ Tg ₈	?	Dato			

La secuencia de cálculo de los parámetros requeridos se realizará en cada modulo o sección del HRSG, de acuerdo a lo mostrado en la Figura 4.2 es decir Sobrecalentador 1, Sobrecalentador 2, Quemador de Ducto, Sobrecalentador 3, Evaporador, Economizador y Precalentador de Condensado. La metodología que se desarrolla a continuación es general, la cual será aplicada de acuerdo a los datos disponibles.

4.1.2 Cálculos en el sobrecalentador 1

En el sobrecalentador 1, las variables a calcular son la Temperatura de gases a la salida del sobrecalentador y el calor total transferido en el intercambiador. De los datos de diseño proporcionados en el inciso 2.4, el sobrecalentador 1 es del tipo banco de tubos compacto, esta conformado por tres bancos verticales en paralelo cada uno de 84 tubos aleteados. Procedemos a realizar un balance de energía en el intercambiador

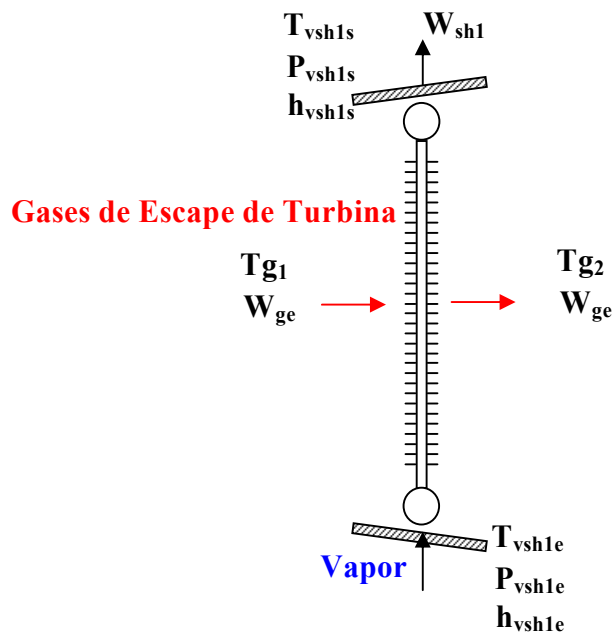


Figura 4.3

De la figura 4.3, tenemos las siguientes relaciones:

$$Q_{gases\ escape} x h_l = Q_{vapor}$$

$$W_{ge} h_l \bar{C}_{pm}^o (T_{g1} - T_{g2}) = W_{vsh1} (h_{vsh1s} - h_{vsh1e}) \tag{4.1}$$

debido a las perdidas

mínimas por radiación y eficiencia del intercambiador se tendrá la siguiente expresión:

$$\bar{C}_{pm}^o (T_{g1} - T_{g2}) = \frac{W_{sh1}}{W_{ge} x h_l} (h_{vsh1s} - h_{vsh1e}) \tag{4.2}$$

Donde: \bar{C}_{pm}^o : Calor específico promedio entre las temperaturas T_{g1} y T_{g2} de la mezcla de gases de escape de la turbina. (kJ/kg)

T_{g1} : Temperatura de gases a la entrada del sobrecalentador 1 (°C)

T_{g2} : Temperatura de gases a la salida del sobrecalentador 1 (°C)

W_{sh1} : Flujo de vapor en el sobrecalentador 1 (kg/h)

W_{ge} : Flujo de gases a través del sobrecalentador 1 (kg/h)

h_l : Perdidas por radiación y ensuciamiento (asumido en base a recomendaciones 1%).

h_{vsh1e} : Entalpía del vapor a la entrada del sobrecalentador 1 (kJ/kg)

h_{vsh1s} : Entalpía del vapor a la salida del sobrecalentador 1 (kJ/kg)

Para determinar el valor de T_{g2} , solo tenemos que despejar de la ecuación (4.2),

pero primero tendremos que calcular el valor de h_{vsh1e} y de \bar{C}_{pm}^o

(1) Entalpía del Vapor a la Entrada del Sobrecalentador 1: h_{vsh1e}

Para calcular h_{vsh1e} , se hará uso de de las tablas termodinámicas del vapor de agua,

de acuerdo a la formulación de la IFC 1967. ⁽⁶⁾ Los datos requeridos para determinar

h_{vsh1e} de tablas son: T_{vsh1e} (dato) y P_{vsh1e} (incógnita). Por tanto procedemos a determinar P_{vsh1e} .

(2) **Presión de Vapor a la Entrada del Sobrecalentador 1: P_{vsh1e}**

Se realiza el siguiente esquema para visualizar los puntos de las presiones en el sobrecalentador.

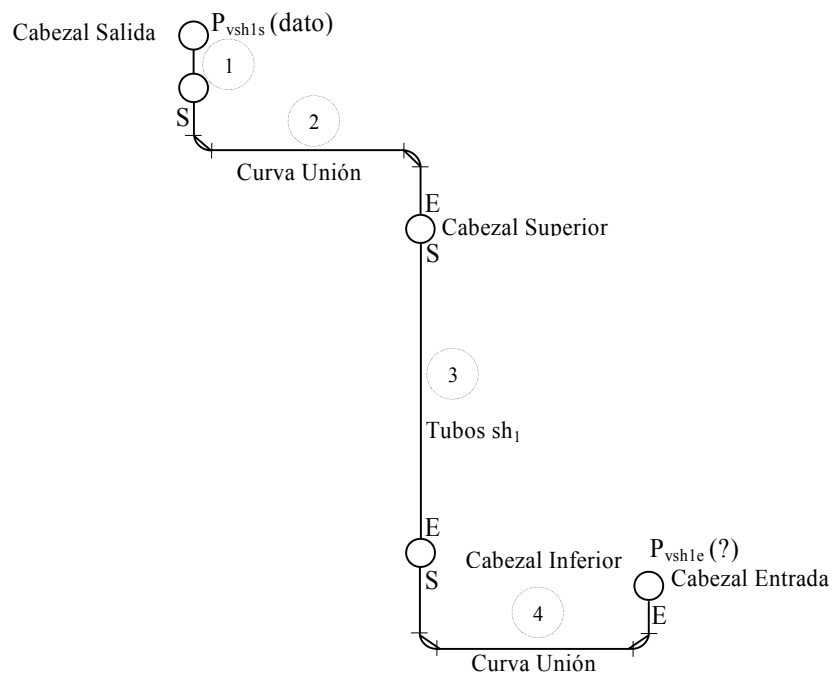


Figura. 4.4

En la figura 4.4 se muestra la ubicación de los puntos donde se encuentran las presiones del vapor tanto a la entrada como a la salida del sobrecalentador 1.

La línea de tubería comprende la sección **1** que es el tubo de salida conectado a los tubos del cabezal de salida del sobrecalentador 1 hasta el transmisor de presión de registro en línea, la sección **2** que es la curva de conexión del cabezal superior con el cabezal de salida, luego la sección **3** que la constituyen los tubos del sobrecalentador propiamente dicho y la sección **4** que corresponde a la curva de conexión del cabezal inferior con el cabezal de entrada.

Así mismo de la misma figura se deduce que la P_{vsh1e} , viene dada por:

$$P_{vsh1e} = P_{vsh1s} + \Delta P_{vsh1} \dots\dots\dots 4.3$$

Donde: P_{vsh1e} : Presión del vapor a la entrada del sobrecalentador 1 (kg/cm²A)

P_{vsh1s} : Presión del vapor a la salida del sobrecalentador 1 (kg/cm²A)

ΔP_{vsh1} : Caída de presión de vapor en el sobrecalentador 1 (kg/cm²A)

También de la misma figura se tiene:

$$\Delta P_{vsh1} = \Delta P_{curva\ superior} + \Delta P_{tubos\ sh1} + \Delta P_{curva\ inferior} \dots\dots\dots 4.4$$

Donde: $\Delta P_{curva\ superior}$: Caída de presión en la sección 1 (kg/cm²A)

$\Delta P_{tubos\ sh1}$: Caída de presión en la sección 2 (kg/cm²A)

$\Delta P_{curva\ inferior}$: Caída de presión en la sección 3 (kg/cm²A)

Para perdidas o caídas de presión en tuberías es conocida la formula de Darcy-Weisbach, la cual es válida tanto para flujo laminar como turbulento de cualquier

líquido en una tubería. Sin embargo para el caso de fluidos compresibles como gases o vapores se mencionarán algunas restricciones:

- Si la pérdida de presión (P_1-P_2) es menor que el 10% de la presión de entrada P_1 , se obtiene una exactitud razonable si el volumen específico que se introduce en la fórmula se basa en las condiciones de entrada o salida, cualesquiera que sean conocida⁽⁷⁾
- Si la caída de presión calculada (P_1-P_2) es mayor que un 10% y menor que el 40% de la presión de entrada P_1 , la ecuación de Darcy puede aplicarse con razonable precisión utilizando el volumen específico basado en una media de las condiciones de entrada y de salida ⁽⁷⁾

$$h_f = f \left(\frac{L}{D_i} \right) \left(\frac{V^2}{2g} \right) \dots\dots\dots 4.5$$

Ya que : $\Delta P = h_f \rho g$

Además: $V = \left(\frac{4}{\pi} \right) \left(\frac{W}{D_i^2 g} \right)$, y $\rho = \frac{1}{v}$

Entonces reemplazando en la ecuación (5) y realizando la conversión de unidades correspondiente se tiene:

$$\Delta P = 637.628415 f L W^2 \left(\frac{v}{D_i^5} \right) \dots\dots\dots 4.6$$

Donde:

ΔP : Caída de presión al interior del tubo (kg/cm²A)

f : Factor de fricción

L : Longitud equivalente (m)

W : Flujo del fluido (kg/h)

ν : Volumen específico del fluido (m³/kg)

D_i : Diámetro interior del tubo (mm)

Para flujo turbulento, $Re > 4000$, la siguiente ecuación empírica representa el diagrama de Moody: ⁽⁸⁾

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0.86 \ln \frac{e}{3.7D_i}$$

De donde despejamos f y la expresamos de la siguiente forma:

$$f = \frac{1}{0.86^2} \times \frac{1}{\left(\ln \frac{3.7D_i}{e} \right)^2} \dots\dots\dots 4.7$$

Donde: e : Rugosidad del material (Hierro Forjado: 0.046 mm)

También L se calcula de la siguiente manera:

$$L = L_{neta} + L_{equiv\ accesorios} \dots\dots\dots 4.8$$

Calcularemos la longitud equivalente L para cada sección de tubería

Sección 1 del Sobrecalentador 1

De acuerdo a la figura 4.4, la sección 1 corresponde al tubo de conexión a la salida del cabezal superior hasta el transmisor de presión de vapor de registro en línea:

De la ecuación (4.4 a..4.8), tenemos lo siguiente:

$$L_1 = L_{neta} + L_{accesorios}$$

$$L_{neta} = 19.04m, \quad L_{eq\ accesorios} = L_{eq\ codo90^0} + L_{eq\ entrada\ / \ salida\ cabezal}$$

Longitud Equivalente Codos: 2x90°:

$$D_e = 559mm, t = 84mm, D_i = D_e - 2t = 391mm,$$

También para accesorios: $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, Para codo 90° y $\frac{r}{D_i} = 2.14$, se tendrá

$K = 12f$ (Manual Crane), luego:

$$L_{eq\ codo90^0} = 12f \frac{391}{f} x \frac{1}{1000} = 4.69m, \quad \text{para los 2 codos:}$$

$$2L_{eq\ codo90} = 2x4.69 = 9.38m$$

Finalmente se tendrá para la sección 1:

$$L_1 = L_{neta} + L_{accesorios} = 19.04 + 9.38 = 28.43m$$

Sección 2 del Sobrecalentador 1

De acuerdo a la figura .4.4, la sección 2 corresponde a la curva superior que conecta el cabezal superior con el cabezal de salida:

De la ecuación (4.8), tenemos lo siguiente:

$$L_2 = L_{neta} + L_{accesorios}$$

$$L_{neta} = 5.02m, \quad L_{eq\ accesorios} = L_{eq\ codo90^0} + L_{eq\ entrada / salida\ cabezal}$$

Longitud Equivalente Codos: 2x90°:

$$D_e = 219.1mm, t = 34mm, D_i = D_e - 2t = 151.1mm,$$

También para accesorios: $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, Para codo 90° y $\frac{r}{D_i} = 2.01$, se tendrá

$K = 12f$ (Manual Crane), luego:

$$L_{eq\ codo90^0} = 12f \frac{151.1}{f} x \frac{1}{1000} = 1.813m, \quad \text{para los 2 codos:}$$

$$2L_{eq\ codo90} = 2x1.813 = 3.63m$$

Longitud Equivalente Entrada a Tubo :

$$D_e = 219.1mm, t = 34mm, D_i = 151.1mm,$$

$L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, para entrada con resalte $K = 0.78$ (Manual Crane), además de la

ecuación (4.7) se tiene: $f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7x151.1}{0.046} \right)^2} = 0.01528$, luego:

$$L_{eq \text{ entrada tubo}} = 0.78x \frac{151.1}{0.01528} x \frac{1}{1000} = 7.71m$$

Longitud Equivalente Salida de Tubo:

$$D_e = 219.1mm, t = 34mm, D_i = 151.1mm,$$

$L_{eq} = Kx \frac{D_i}{f}$, para salida con resalte $K = 1.0$ (Manual Crane), además de la

ecuación (4.7) se tiene: $f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7x151.1}{0.046} \right)^2} = 0.01528$, luego se

tiene que:

$$L_{eq \text{ salida tubo}} = 1.0x \frac{151.1}{0.01528} x \frac{1}{1000} = 9.89m$$

Finalmente se tendrá para la sección 1:

$$L_2 = L_{neta} + L_{accesorios} = 5.02 + 3.63 + 7.71 + 9.89 = 26.24m$$

Sección 3 del Sobrecalentador 1

De acuerdo a la figura 4.4 la sección 3 corresponde a los tubos del sobrecalentador que están conectados al cabezal inferior a la entrada y superior a la salida:

De la ecuación (4.8), tenemos lo siguiente:

$$L_3 = L_{neta} + L_{accesorios}$$

$$L_{neta} = 18.06m, \quad L_{eq \text{ accesorios}} = L_{eq \text{ entrada / salida cabezal}}$$

Longitud Equivalente Entrada a Tubo :

$$D_e = 44.45mm, \quad t = 8mm, \quad D_i = 28.45mm,$$

$$L_{eq} = K \frac{D_i}{f}, \quad \text{para entrada con resalte } K = 0.78 \text{ (Manual Crane), además de la}$$

$$\text{ecuación (4.7) se tiene: } f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7x28.45}{0.046} \right)^2} = 0.0226, \quad \text{luego:}$$

$$L_{eq \text{ entrada tubo}} = 0.78x \frac{28.45}{0.0226} x \frac{1}{1000} = 0.98m$$

Longitud Equivalente Salida de Tubo :

$$D_e = 44.45mm, \quad t = 8mm, \quad D_i = 28.45mm,$$

$$L_{eq} = K \frac{D_i}{f}, \quad \text{para salida con resalte } K = 1.0 \text{ (Manual Crane), además de la}$$

$$\text{ecuación (4.7) se tiene: } f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7x28.45}{0.046} \right)^2} = 0.0226, \quad \text{luego:}$$

$$L_{eq \text{ salida tubo}} = 1.0x \frac{28.45}{0.0226} x \frac{1}{1000} = 1.26m$$

Finalmente se tendrá para la sección 2:

$$L_3 = L_{neta} + L_{accesorios} = 18.06 + 0.98 + 1.26 = 20.30m$$

Sección 4 del Sobrecalentador 1

De acuerdo a la figura 4.4, la sección 4 corresponde a la curva inferior que conecta el cabezal inferior con el cabezal de entrada:

De la ecuación (4.8), tenemos lo siguiente:

$$L_4 = L_{neta} + L_{accesorios}$$

$$L_{neta} = 4.97m, \quad L_{eq\ accesorios} = L_{eq\ codo90^0} + L_{eq\ entrada\ / \ salida\ cabezal}$$

Longitud Equivalente Codos: 2x90°,

$$D_e = 219.1mm, \quad t = 34mm, \quad D_i = D_e - 2t = 151.1mm,$$

También para accesorios: $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, Para codo 90° y $\frac{r}{D_i} = 2.01$, se tendrá

$K = 12f$ (Manual Crane), luego:

$$L_{eq\ codo90^0} = 12f \frac{151.1}{f} \times \frac{1}{1000} = 1.813m, \quad \text{para los 2 codos:}$$

$$2L_{eq\ codo90} = 2 \times 1.813 = 3.63m$$

Longitud Equivalente Entrada a Tubo:

$$D_e = 219.1mm, \quad t = 34mm, \quad D_i = 151.1mm,$$

$L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, para entrada con resalte $K = 0.78$ (Manual Crane), además de la

ecuación (4.7) se tiene: $f = \frac{1}{0.86^2} \times \frac{1}{\left(\ln \frac{3.7 \times 151.1}{0.046} \right)^2} = 0.01528$, luego:

$$L_{eq\ entrada\ tubo} = 0.78 \times \frac{151.1}{0.01528} \times \frac{1}{1000} = 7.71m$$

Longitud Equivalente Salida de Tubo:

$$D_e = 219.1mm, \quad t = 34mm, \quad D_i = 151.1mm,$$

$L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, para salida con resalte $K = 1.0$ (Manual Crane), además de la

ecuación (4.7)

se tiene: $f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7 \times 151.1}{0.046} \right)^2} = 0.01528$, luego:

$$L_{eq \text{ salida tubo}} = 1.0 x \frac{151.1}{0.01528} x \frac{1}{1000} = 9.89 m$$

Finalmente se tendrá para la sección 3:

$$L_4 = L_{neta} + L_{accesorios} = 4.97 + 3.63 + 7.71 + 9.89 = 26.19 m$$

Luego la caída de presión a través del sobrecalentador 1, la calculamos sumando la caída de presión en cada una de las secciones de acuerdo con la ecuación (4.4)

$$\Delta P_{vsh1} = \Delta P_{tubo \text{ salida}} + \Delta P_{curva \text{ superior}} + \Delta P_{tubos \text{ sh1}} + \Delta P_{curva \text{ inferior}}$$

$$\Delta P_{vsh1} = 637.628415 f_1 L_1 W_1^2 \left(\frac{v_1}{D_{i1}^5} \right) + 637.628415 f_2 L_2 W_2^2 \left(\frac{v_2}{D_{i2}^5} \right) + 637.628415 f_3 L_3 W_3^2 \left(\frac{v_3}{D_{i3}^5} \right) +$$

$$637.628415 f_4 L_4 W_4^2 \left(\frac{v_4}{D_{i4}^5} \right)$$

Finalmente se tendrá la siguiente expresión:

$$\Delta P_{vsh1} = 2.5004 \times 10^{-9} W_1^2 v_1 + 3.24688 \times 10^{-9} W_2^2 v_2 + 1.56949 \times 10^{-5} W_3^2 v_3 + 3.24109 \times 10^{-9} W_4^2 v_4 \dots \dots \dots 4.9$$

(3) Temperatura de los Gases a la salida ó entrada del Sobrecalentador 1: T_{g1} ó T_{g2}

Para calcular el \bar{C}_{pm}^o , se utiliza la formulación polinómica⁽⁹⁾ en función de la temperatura para gases ideales, teniendo en cuenta que la presión en el interior del HRSG en el lado del flujo de gases es menor a 1 atm; los gases reales bajo estas

condiciones pueden ser tratados como gases ideales. La siguiente expresión será utilizada para el cálculo de \bar{C}_{pm}^o :

$$\frac{\bar{C}_p^o}{\bar{R}} = a_1 + a_2T + a_3T^2 + a_4T^3 + a_5T^4 \dots\dots\dots 4.10$$

(McBride y Gordon ⁹)

Donde:

\bar{C}_p^o : Calor específico a presión constante a una presión de 1 atm (kJ/kMol x °K)

a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 : Coeficientes de temperatura como función termodinámica

T : Temperatura (°K)

\bar{R} : Constante universal de los gases (8.3134 kJ/kmol x °K)

Luego de definida la expresión para \bar{C}_{pm}^o en función de la temperatura, la reemplazaremos en la ecuación (4.2), obteniendo así una ecuación polinómica de grado 5 en función de T_{g_2} , la cual será resuelta en forma iterativa por el método Newton-Rapson modificado.

En la tabla 4.2 se presentan los coeficientes de la ecuación (4.10), de acuerdo a (McBride y Gordon ⁹) para los gases de escape de la turbina.

Tabla 4.2 coeficientes de la ecuación (4.10)

Sustancia	Fórmula	T (°K)	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅
Bióxido de Carbono	CO ₂	300	2.17000000	1.03715E-01	-1.07338E-03	6.34175E-05	-1.62801E-11
Agua	H ₂ O	300	4.15601600	1.72434E-01	5.69826E-03	4.59044E-05	1.42334E-11
Oxígeno	O ₂	300	3.71894600	2.51688E-01	8.58373E-03	8.29716E-05	2.70880E-11

Nitrógeno	N	30100	3.6914800	-1.33352E-0	2.65000E-0	-9.7634110	-9.97724E-1
Argón	A	30100	2.5000000	0	0	0	0

La ecuación (4.10) se aplicará en forma individual para cada uno de los componentes de la mezcla de gases. Como sabemos que el comportamiento de los gases reales a bajas presiones es similar a la de los gases ideales, tomaremos algunas definiciones y conceptos para mezcla de gases ideales.

En toda mezcla, la fracción molar del componente i se define como:

$$Y_i = \frac{n_i}{n_t}$$

Donde n_i es el número de moles del componente i y n_t es el número total de moles de mezcla.

El número total de moles en una mezcla es:

$$n_t = \sum_{i=1}^n n_i$$

El peso molecular de la mezcla \bar{M} se define por:

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^n Y_i x \bar{M}_i$$

Donde \bar{M}_i es el peso molecular del componente i

El Calor específico promedio de la mezcla se define de la siguiente manera⁽¹⁰⁾:

$$\bar{C}_{pm}^o = \frac{\sum \bar{C}_{pi}^o x \bar{M}_i x Y_i}{\bar{M}} \dots\dots\dots 4.11$$

El calor específico del componente i , (kJ/kMol x °K), que para gases ideales es únicamente función de la temperatura, como se definió en la ecuación (4.10)

De la ecuación (4.10), la temperatura T es el promedio de los gases que atraviesan el sobrecalentador 1(ver figura 4.3), es decir quedará definida de la siguiente manera:

$$T = \frac{T_{g_1} + T_{g_2}}{2} \dots\dots\dots 4.12$$

Ahora definiremos las ecuaciones de Calor específico para cada uno de los componentes de la mezcla de gases de escape de la turbina, los cuales son: CO_2, H_2O, O_2, N_2 y Ar ⁽¹⁰⁾, teniendo como premisa que se realizó una combustión completa.

Para:

$$CO: \quad \bar{C}_{pCO_2}^o = (a_1 + a_2T + a_3T^2 + a_4T^3 + a_5T^4) x \frac{1Kmol}{\bar{M}_{CO_2}} x \bar{R} \dots\dots\dots 4.13$$

$$H_2O \quad \bar{C}_{pH_2O}^o = (a_1 + a_2T + a_3T^2 + a_4T^3 + a_5T^4) x \frac{1Kmol}{\bar{M}_{H_2O}} x \bar{R} \dots\dots\dots 4.14$$

$$O_2 \quad \bar{C}_{pO_2}^o = (a_1 + a_2T + a_3T^2 + a_4T^3 + a_5T^4) x \frac{1Kmol}{\bar{M}_{O_2}} x \bar{R} \dots\dots\dots 4.15$$

$$N_2 \dots \bar{C}_{pN_2}^o = (a_1 + a_2T + a_3T^2 + a_4T^3 + a_5T^4) x \frac{1Kmol}{\bar{M}_{N_2}} x \bar{R} \dots\dots\dots 4.16$$

$$Ar \dots \bar{C}_{pAr}^o = (a_1 + a_2T + a_3T^2 + a_4T^3 + a_5T^4) x \frac{1Kmol}{\bar{M}_{Ar}} x \bar{R} \dots\dots\dots 4.17$$

En la ecuación (4.10), el \bar{C}_p^o tiene como unidades: $\frac{kJ}{kmol x ^\circ K}$, para efectos de simplificar

Unidades en adelante, multiplicamos por $\frac{1 \text{ kmol}}{\bar{M}_i}$ a cada componente. Luego reemplazamos

las ecuaciones (4.13), (4.14), (4.15), (4.16) y (4.17) en la ecuación (4.11) teniendo como

resultado la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{C}_{pm}^o}{\bar{R}} = & \left(\frac{Y_{CO_2} a_{1CO_2} + Y_{H_2O} a_{1H_2O} + Y_{O_2} a_{1O_2} + Y_{N_2} a_{1N_2} + Y_{Ar} a_{1Ar}}{\bar{M}_{CO_2} Y_{CO_2} + \bar{M}_{H_2O} Y_{H_2O} + \bar{M}_{O_2} Y_{O_2} + \bar{M}_{N_2} Y_{N_2} + \bar{M}_{Ar} Y_{Ar}} \right) + \\ & \left(\frac{Y_{CO_2} a_{2CO_2} + Y_{H_2O} a_{2H_2O} + Y_{O_2} a_{2O_2} + Y_{N_2} a_{2N_2} + Y_{Ar} a_{2Ar}}{\bar{M}_{CO_2} Y_{CO_2} + \bar{M}_{H_2O} Y_{H_2O} + \bar{M}_{O_2} Y_{O_2} + \bar{M}_{N_2} Y_{N_2} + \bar{M}_{Ar} Y_{Ar}} \right) T \\ & + \left(\frac{Y_{CO_2} a_{3CO_2} + Y_{H_2O} a_{3H_2O} + Y_{O_2} a_{3O_2} + Y_{N_2} a_{3N_2} + Y_{Ar} a_{3Ar}}{\bar{M}_{CO_2} Y_{CO_2} + \bar{M}_{H_2O} Y_{H_2O} + \bar{M}_{O_2} Y_{O_2} + \bar{M}_{N_2} Y_{N_2} + \bar{M}_{Ar} Y_{Ar}} \right) T^2 + \\ & \left(\frac{Y_{CO_2} a_{4CO_2} + Y_{H_2O} a_{4H_2O} + Y_{O_2} a_{4O_2} + Y_{N_2} a_{4N_2} + Y_{Ar} a_{4Ar}}{\bar{M}_{CO_2} Y_{CO_2} + \bar{M}_{H_2O} Y_{H_2O} + \bar{M}_{O_2} Y_{O_2} + \bar{M}_{N_2} Y_{N_2} + \bar{M}_{Ar} Y_{Ar}} \right) T^3 + \\ & \left(\frac{Y_{CO_2} a_{5CO_2} + Y_{H_2O} a_{5H_2O} + Y_{O_2} a_{5O_2} + Y_{N_2} a_{5N_2} + Y_{Ar} a_{5Ar}}{\bar{M}_{CO_2} Y_{CO_2} + \bar{M}_{H_2O} Y_{H_2O} + \bar{M}_{O_2} Y_{O_2} + \bar{M}_{N_2} Y_{N_2} + \bar{M}_{Ar} Y_{Ar}} \right) T^4 \dots \dots \dots 4.18 \end{aligned}$$

En la ecuación (4.18) reemplazamos T por la expresión presentada en la ecuación (4.12), luego en la misma ecuación (6.18) multiplicamos los miembros derecho e izquierdo por el término $(T_{g_1} - T_{g_2})$, y simplificando convenientemente se obtiene una expresión polinómica de grado 5 en función de la temperatura:

$$\frac{\bar{C}_{pm}^o}{\bar{R}} (T_{g_1} - T_{g_2}) = mT^5 + nT^4 + pT^3 + qT^2 + rT + s$$

De donde finalmente se tiene la siguiente ecuación:

$$mT^5 + nT^4 + pT^3 + qT^2 + rT + s = 0 \dots \dots \dots 4.19$$

Donde los coeficientes se definen la siguiente manera:

a) Para el caso en la cual la temperatura a calcularse es la de salida del sobrecalentador.

En este caso T_{g_2}

$$\begin{aligned}
 m &= -\frac{e}{16} \\
 n &= -\left(\frac{d}{8} + \frac{3}{16}eT_{g_1}\right) \\
 p &= -\left(\frac{c}{4} + \frac{d}{4}T_{g_1} + \frac{e}{8}T_{g_1}^2\right) \\
 q &= -\left(\frac{b}{2} + \frac{c}{4}T_{g_1} - \frac{e}{8}T_{g_1}^3\right) \\
 r &= -\left(a - \frac{c}{4}T_{g_1}^2 - \frac{d}{4}T_{g_1}^3 - \frac{3}{16}eT_{g_1}^4\right) \\
 s &= aT_{g_1} + \frac{b}{2}T_{g_1}^2 + \frac{c}{4}T_{g_1}^3 + \frac{d}{8}T_{g_1}^4 + \frac{e}{16}T_{g_1}^5 \\
 s' &= s - \frac{\bar{C}_{pm}^o}{R}(T_{g_1} - T_{g_2})
 \end{aligned}$$

b) Para el caso en la cual la temperatura a calcularse es la de entrada del

sobrecalentador. En este caso T_{g_1}

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{e}{16} \\
 n &= \left(\frac{d}{8} + \frac{3}{16}eT_{g_2}\right) \\
 p &= \left(\frac{c}{4} + \frac{d}{4}T_{g_1} + \frac{e}{8}T_{g_2}^2\right) \\
 q &= \left(\frac{b}{2} + \frac{c}{4}T_{g_1} - \frac{e}{8}T_{g_2}^3\right) \\
 r &= \left(a - \frac{c}{4}T_{g_2}^2 - \frac{d}{4}T_{g_2}^3 - \frac{3}{16}eT_{g_2}^4\right) \\
 s &= -(aT_{g_2} + \frac{b}{2}T_{g_2}^2 + \frac{c}{4}T_{g_2}^3 + \frac{d}{8}T_{g_2}^4 + \frac{e}{16}T_{g_2}^5) \\
 s' &= s - \bar{C}_{pm}^o x(T_{g_1} - T_{g_2})
 \end{aligned}$$

Así mismo los coeficientes a, b, c, d y e se calculan de la siguiente manera:

$$a = \left(\frac{Y_{CO_2} a_{1CO_2} + Y_{H_2O} a_{1H_2O} + Y_{O_2} a_{1O_2} + Y_{N_2} a_{1N_2} + Y_{Ar} a_{1Ar}}{\bar{M}_{CO_2} Y_{CO_2} + \bar{M}_{H_2O} Y_{H_2O} + \bar{M}_{O_2} Y_{O_2} + \bar{M}_{N_2} Y_{N_2} + \bar{M}_{Ar} Y_{Ar}} \right)$$

$$b = \left(\frac{Y_{CO_2} a_{2CO_2} + Y_{H_2O} a_{2H_2O} + Y_{O_2} a_{2O_2} + Y_{N_2} a_{2N_2} + Y_{Ar} a_{2Ar}}{\bar{M}_{CO_2} Y_{CO_2} + \bar{M}_{H_2O} Y_{H_2O} + \bar{M}_{O_2} Y_{O_2} + \bar{M}_{N_2} Y_{N_2} + \bar{M}_{Ar} Y_{Ar}} \right)$$

$$c = \left(\frac{Y_{CO_2} a_{3CO_2} + Y_{H_2O} a_{3H_2O} + Y_{O_2} a_{3O_2} + Y_{N_2} a_{3N_2} + Y_{Ar} a_{3Ar}}{\bar{M}_{CO_2} Y_{CO_2} + \bar{M}_{H_2O} Y_{H_2O} + \bar{M}_{O_2} Y_{O_2} + \bar{M}_{N_2} Y_{N_2} + \bar{M}_{Ar} Y_{Ar}} \right)$$

$$d = \left(\frac{Y_{CO_2} a_{4CO_2} + Y_{H_2O} a_{4H_2O} + Y_{O_2} a_{4O_2} + Y_{N_2} a_{4N_2} + Y_{Ar} a_{4Ar}}{\bar{M}_{CO_2} Y_{CO_2} + \bar{M}_{H_2O} Y_{H_2O} + \bar{M}_{O_2} Y_{O_2} + \bar{M}_{N_2} Y_{N_2} + \bar{M}_{Ar} Y_{Ar}} \right)$$

$$e = \left(\frac{Y_{CO_2} a_{5CO_2} + Y_{H_2O} a_{5H_2O} + Y_{O_2} a_{5O_2} + Y_{N_2} a_{5N_2} + Y_{Ar} a_{5Ar}}{\bar{M}_{CO_2} Y_{CO_2} + \bar{M}_{H_2O} Y_{H_2O} + \bar{M}_{O_2} Y_{O_2} + \bar{M}_{N_2} Y_{N_2} + \bar{M}_{Ar} Y_{Ar}} \right)$$

La ecuación (4.19) será resuelta utilizando el método de Newton Ráspón modificado⁽¹¹⁾, para esto hacemos lo siguiente:

$$F_{(T)} = mT^5 + nT^4 + pT^3 + qT^2 + rT + s'$$

$$F'_{(T)} = 5mT^4 + 4nT^3 + 3pT^2 + 2qT + r$$

$$F''_{(T)} = 20mT^3 + 12nT^2 + 6pT + 2q$$

La raíz de la función $F_{(T)}$ se calcula de la siguiente manera⁽¹¹⁾

$$T_{(i+1)} = T_i - \frac{F_{(T_i)} x F'_{(T_i)}}{(F'_{(T_i)})^2 - F_{(T_i)} x F''_{(T_i)}} \dots \dots \dots 4.20$$

Los valores de $F_{(T)}, F'_{(T)}, F''_{(T)}$ se reemplazan en la ecuación (4.20), luego se realizarán los cálculos iterativos, hasta lograr la convergencia de la raíz de la

ecuación, en la cual $T_{i+1} = T_i$. Al llegar a esta condición, entonces tendremos la solución final de la ecuación (4.19), obteniendo el valor de T_{g_2} ó T_{g_1} .

Así mismo de la ecuación (4.18) obtendremos el valor de \bar{C}_{pm}^o y de la ecuación (4.1) obtenemos el valor de Q_{gsh1} .

4.1.3 Cálculos en el atemperador

En el atemperador, las variables a calcular son el flujo de agua de atemperación y la caída de presión a través del mismo.

Procederemos a realizar un balance de energía y masa en el atemperador de acuerdo a la figura 4.5

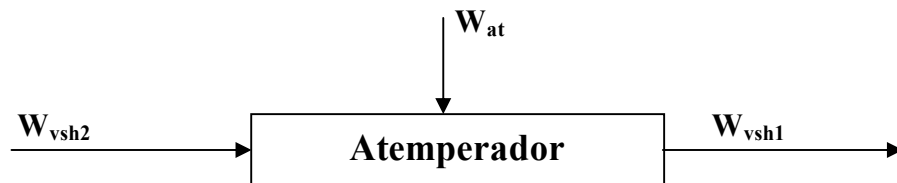


Figura 4.5

De la figura 4.5, tenemos las siguientes relaciones:

Balance de flujos:

$$W_{vsh1} = W_{vsh2} + W_{atemp}$$

Balance de energía

$$Q_{sh2} = Q_{sh1} + Q_{atemp}$$

Que expresado en términos de flujo de vapor, agua de atemperación y entalpías se tiene:

$$(W_{vsh1} - W_{atemp})xh_{vatempe} = W_{vsh1}xh_{vatemps} + W_{atemp}xh_{aatemp}$$

Luego el flujo de agua de atemperación será calculado de la siguiente manera:

$$W_{atemp} = W_{vsh1} \left(\frac{h_{vatempe} - h_{vatemps}}{h_{vatempe} + h_{aatemp}} \right) \dots\dots\dots 4.21$$

Donde:

W_{atemp} : Flujo de agua de atemperación (kg/h)

W_{vsh1} : Flujo de Vapor a través del sobrecalentador 1 (kg/h)

W_{vsh2} : Flujo de Vapor a través del sobrecalentador 2 (kg/h)

$h_{vatempe}$: Entalpía específica del vapor a la entrada al atemperador (kJ/kg)

$h_{vatemps}$: Entalpía específica del vapor a la salida del atemperador (kJ/kg)

h_{aatemp} : Entalpía específica del agua de atemperación (kJ/kg)

4.1.3.1 **Entalpía del agua de atemperación:** h_{aatemp}

Para calcular h_{aatemp} , se hará uso de de las tablas termodinámicas del vapor de agua, de acuerdo a la formulación de la IFC 1967⁽⁶⁾. Los datos requeridos para determinar h_{aatemp} de tablas son: T_{aatemp} (medido). Para este valor de temperatura se determina la entalpía del líquido.

4.1.3.2 **Entalpía del Vapor a la salida del atemperador:** $h_{vatemps}$

Para calcular $h_{vatemps}$, al igual que el caso anterior se hará uso de de las tablas termodinámicas del vapor de agua. Los datos requeridos son: $T_{vatemps}$ (medido) y $P_{vatemps}$ (incógnita). Por tanto procedemos a determinar $P_{vatemps}$.

4.1.3.3 Presión de Vapor a la salida del atemperador: $P_{vatemps}$

Se realiza el siguiente esquema para visualizar los puntos de las presiones en el atemperador.

El vapor ingresa al sobrecalentador 1, luego de pasar por el atemperador unido a través de una tubería de conexión. Así mismo a la salida del sobrecalentador 2, una tubería la conecta con la entrada del atemperador como se apreciará en la figura 4.6

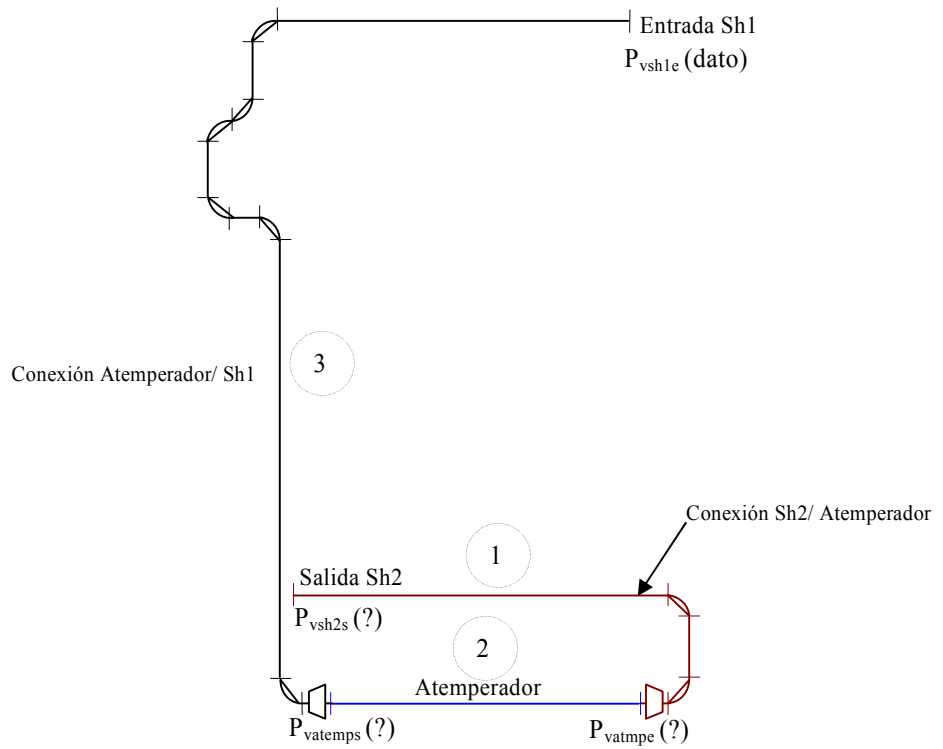


Figura 4.6

La línea de tubería que se muestra en la figura 4.6 comprende las secciones de conexión sh₁/atemperador, atemperador y la conexión atemperador/sh₂

Así mismo de la misma figura se deduce que las presiones $P_{vatempe}$, $P_{vatemps}$, P_{vsh2s} vienen dadas por:

$$P_{vatemps} = P_{vsh1e} + \Delta P_{vconexion atemp / sh1} \dots\dots\dots 4.22$$

$$P_{vatempe} = P_{vatemps} + \Delta P_{vatemp} \dots\dots\dots 4.23$$

$$P_{vsh2s} = P_{vatempe} + \Delta P_{vconexion\ sh2/atemp} \dots\dots\dots 4.24$$

Donde: P_{vsh1s} : Presión del vapor a la salida del sobrecalentador 1 (kg/cm²A). (Dato)

$P_{vatemps}$: Presión del vapor a la salida del atemperador (kg/cm²A)

$P_{vatempe}$: Presión del vapor a la entrada del atemperador (kg/cm²A)

P_{vsh2s} : Presión del vapor a la salida del sobrecalentador 2 (kg/cm²A)

$\Delta P_{vconexion\ atemp/sh1}$: Caída de presión del vapor en conexión del sobrecalentador 1 con el atemperador (kg/cm²A).

ΔP_{vatemp} : Caída de presión del vapor en el atemperador (kg/cm²A).

$\Delta P_{vconexion\ sh2/atemp}$: Caída de presión del vapor en conexión del sobrecalentador 2 con el atemperador (kg/cm²A).

Para el calculo de las caídas de presión en cada sección de tubería usaremos la formula de Darcy-Weisbach que se da en la ecuación (4.6)

Procedemos a calcular la longitud equivalente L para cada sección de tubería

Sección 1: Conexión Atemperador/Sh1

De acuerdo ala figura 4.6, la sección 1 corresponde a la tubería que une la salida del atemperador con la entrada al sobrecalentador 1:

De donde tendremos:

$$L_1 = L_{neta} + L_{accesorios}$$

$$L_{neta} = 50.92m, \quad L_{eq\ accesorios} = L_{eq\ codo90^0} + L_{eq\ reducciones}$$

Longitud Equivalente Codos:12x90°:

$$D_e = 457.2\text{mm}, t = 63\text{mm}, D_i = D_e - 2xt = 331.2\text{mm},$$

También para accesorios: $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, Para codo 90° y $\frac{r}{D_i} = 2.07$, se tendrá

$K = 12f$ (Manual Crane), luego:

$$L_{eq\ codo90^\circ} = 12f \frac{331.2}{f} \times \frac{1}{1000} = 3.974\text{m}, \text{ para los 12 codos:}$$

$$12L_{eq\ codo90} = 12 \times 3.974 = 47.69\text{m}$$

Longitud Equivalente Reducción:

El factor K para el calculo de la longitud equivalente lo obtenemos de la relación de Crane⁽⁷⁾ para ensanchamiento gradual, la cual viene expresada de la siguiente manera:

$$K_2 = \frac{2.6 \left(\text{Sen} \frac{\theta}{2} \right) (1 - \beta^2)}{\beta^4} \dots\dots\dots 4.25$$

También: $\beta = \frac{D_1}{D_2}$

Así mismo de la figura 4.7 se obtiene el valor de $\theta / 2$

$$\frac{\theta}{2} = \text{Arc tan } g \left(\frac{D_2 - D_1}{2L_n} \right)$$

Donde: D_1 : Diámetro interior menor de la reducción (mm)

D_2 : Diámetro interior mayor de la reducción (mm)

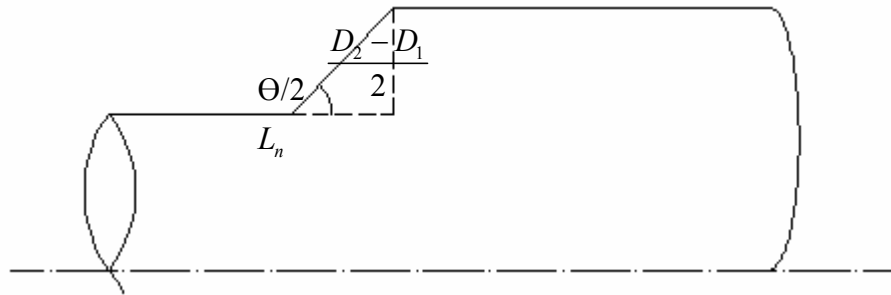


Figura 4.7

Luego con los datos de la reducción: $D_1 = 331.2\text{mm}$, $D_2 = 433\text{mm}$, $L_n = 510\text{mm}$

$$\beta = \frac{331.2}{433} = 0.7649, \quad \frac{\theta}{2} = \text{Arc tan } g\left(\frac{433 - 331.2}{2 \times 501}\right) = 0.0995$$

Reemplazando estos valores en la ecuación (4.25) se tendrá:

$$K_2 = \frac{2.6 \text{Sen}(0.0995)(1 - 0.7649^2)}{0.7649^4} = 0.1299$$

$$L_{\text{reduccion}} = 0.1298 \times \frac{433}{0.01236} \times \frac{1}{1000} = 4.55\text{m}$$

Finalmente se tendrá para la sección 1:

$$L_1 = L_{\text{neto}} + L_{\text{accesorios}} = 50.92 + 47.69 + 4.55 = 103.17\text{m}$$

Sección 2: Atemperador

Como se aprecia en la figura 4.6, consiste básicamente en un tubo recto con toberas insertadas radialmente. Para el cálculo de la caída de presión no se tomará en cuenta el efecto de las toberas debido a su pequeño diámetro en comparación al diámetro del tubo. Por lo tanto:

$$L_2 = L_{\text{neto}} = 9.45\text{m}$$

Sección 3: Conexión Sh2/Atemperador

De acuerdo a la figura 4.6, la sección 3 corresponde a la tubería que une la salida del sobrecalentador 2 con el atemperador:

De donde tendremos:

$$L_3 = L_{neta} + L_{accesorios}$$

$$L_{neta} = 18.16m, \quad L_{eq\ accesorios} = L_{eq\ codo90^0} + L_{eq\ reducciones}$$

Longitud Equivalente Codos:3x90°:

$$D_e = 457.2mm, \quad t = 63mm, \quad D_i = D_e - 2t = 331.2mm,$$

También para accesorios: $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, Para codo 90° y $\frac{r}{D_i} = 2.07$, se tendrá

$K = 12f$ (Manual Crane), luego:

$$L_{eq\ codo90^0} = 12f \frac{331.2}{f} \times \frac{1}{1000} = 3.974m, \quad \text{para los 3 codos:}$$

$$3L_{eq\ codo90} = 3 \times 3.974 = 11.92m$$

Longitud Equivalente Reducción:

De la ecuación (4.25) y la figura 4.7 se tiene:

$$D_1 = 331.2mm, \quad D_2 = 433mm, \quad L_n = 510mm$$

$$\beta = \frac{331.2}{433} = 0.7649, \quad \frac{\theta}{2} = \text{Arc tan } g\left(\frac{433 - 331.2}{2 \times 501}\right) = 0.0995$$

Y reemplazando estos valores en la ecuación (4.25) se tendrá:

$$K_2 = \frac{2.6 \operatorname{Sen}(0.0995)(1 - 0.7649^2)}{0.7649^4} = 0.1299$$

$$L_{reduccion} = 0.1298 \times \frac{433}{0.01236} \times \frac{1}{1000} = 4.55 \text{ m}$$

Finalmente se tendrá para la sección 3:

$$L_3 = L_{neta} + L_{accesorios} = 18.16 + 11.92 + 4.55 = 34.62 \text{ m}$$

Finalmente reemplazamos los valores de L_1 , L_2 y L_3 en la ecuación (4.6) de Darcy-Weisbach para calcular las $\Delta P_{vconexion atemp/sh1}$, ΔP_{vatemp} y $\Delta P_{vconexion sh2/atemp}$ cuyos valores a su vez los reemplazamos en las ecuaciones (4.22), (4.23) y (4.24) determinando así los valores de $P_{vatemps}$, $P_{vatempe}$, P_{vsh2s} :

4.1.4 Sobrecalentador 2

En el sobrecalentador 2, las variables a calcular son la temperatura de los gases a la salida del sobrecalentador, la temperatura y presión del vapor a la entrada del sobrecalentador y el calor total transferido en el intercambiador. De los datos de diseño proporcionados en el inciso 4.4, el sobrecalentador 2 es del tipo banco de tubos compacto, esta conformado por tres grupos de bancos verticales en paralelo cada uno de 84 tubos aleteados los cuales a su vez están interconectados en una configuración en serie. a través de cabezales intermedios.

Para efectos de nuestros cálculos asumimos que el sobrecalentador tiene una configuración de un solo banco de tubos en la cual se distribuye proporcionalmente la transferencia de calor y las caídas de presión en los tubos

Procederemos a realizar un balance de energía en el intercambiador

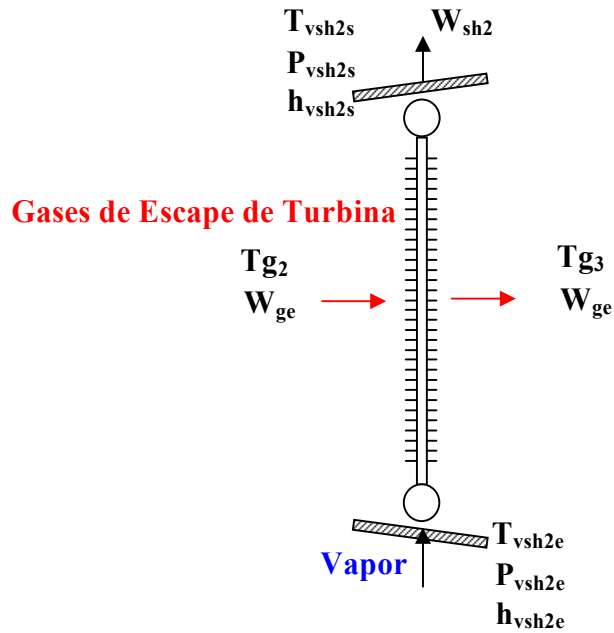


Figura 4.8

De la figura 4.8, tenemos las siguientes relaciones

$$Q_{gases\ escape} \times h_l = Q_{vapor}$$

$$W_{ge} h_l \bar{C}_{pm} (T_{g2} - T_{g3}) = W_{vsh2} (h_{vsh2s} - h_{vsh2e}) \dots\dots\dots 4.26$$

Considerando que solo parte del calor de los gases es cedido al vapor debido a las perdidas mínimas por radiación y eficiencia del intercambiador, por consiguiente se tendrá la siguiente expresión:

$$h_{vsh2e} = h_{vsh2s} - \frac{W_{ge}}{W_{sh2}} h_l \bar{C}_{pm} (T_{g2} - T_{g3}) \dots\dots\dots 4.27$$

Donde: h_{vsh2e} : Entalpía del vapor a la entrada del sobrecalentador 2 (kJ/kg)

h_{vsh2s} : Entalpía del vapor a la salida del sobrecalentador 2 (kJ/kg)

W_{ge} : Flujo de gases a través del sobrecalentador 2 (kg/h)

W_{sh2} : Flujo de vapor en el sobrecalentador 2 (kg/h)

h_l : Perdidas por radiación y ensuciamiento (asumido en base a recomendaciones 1%).

\bar{C}_{pm}^o : Calor específico promedio entre las temperaturas T_{g_2} y T_{g_3} de la mezcla de gases de escape de la turbina. (kJ/kg)

T_{g_2} : Temperatura de gases a la entrada del sobrecalentador 2 (°C)

T_{g_3} : Temperatura de gases a la salida del sobrecalentador 2 (°C)

La ecuación (4.27) nos permitirá obtener la entalpía h_{vsh2e} , pero antes debemos determinar el valor de T_{g_3} , el cual se obtiene de un cálculo de combustión en el quemador de ducto como se vera mas adelante en el inciso 4.1.5.4 para determinar la temperatura de llama adiabática T_{g_4}

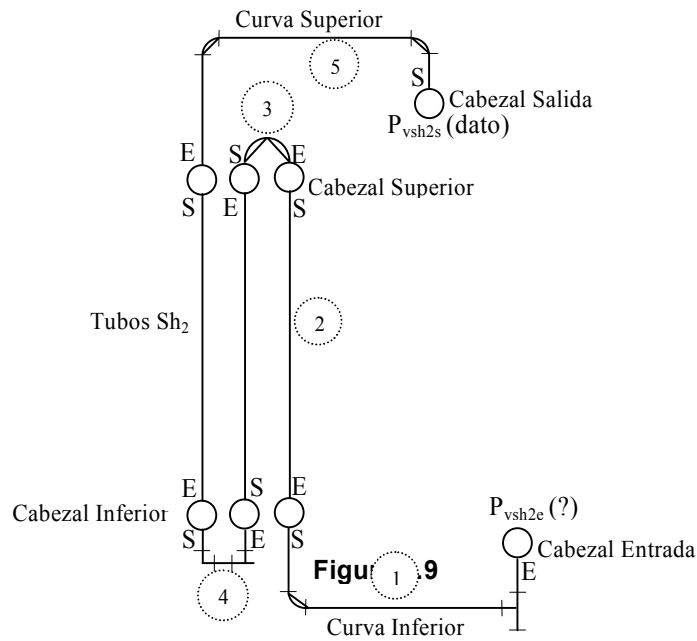
Luego de obtenido el valor de T_{g_3} , podremos calcular el calor liberado por los gases de escape a través del sobrecalentador 2.

4.1.4.1 Temperatura del Vapor a la Entrada del Sobrecalentador 2: T_{vsh2e}

Para calcular T_{vsh2e} , se hará uso de de las tablas termodinámicas del vapor de agua, de acuerdo a la formulación de la IFC 1967. Los datos requeridos para determinar T_{vsh2e} de tablas son: h_{vsh2e} (calculado) y P_{vsh2e} (incógnita). Por tanto procedemos a determinar P_{vsh2e} .

4.1.4.2 Presión de Vapor a la Entrada al Sobrecalentador 2: P_{vsh2e}

Se realiza el siguiente esquema para visualizar los puntos de las presiones en el sobrecalentador.



En la figura 4.9 se muestra la ubicación de los puntos donde se encuentran las presiones del vapor tanto a la entrada como a la salida del sobrecalentador 2.

La línea de tubería comprende la sección 1 que es la curva de conexión del cabezal inferior con el cabezal de entrada del sobrecalentador 2, luego la sección 2 que la constituyen los tubos del sobrecalentador, la sección 3 que son las curvas de unión de los cabezales superiores del segundo y tercer banco de tubos, la sección 4 que son las curvas de unión de los cabezales inferiores del segundo y tercer banco y finalmente la sección 5 que corresponde a la curva de conexión del cabezal superior con el cabezal de salida.

Así mismo de la misma figura se deduce que la P_{vsh2e} , viene dada por:

$$P_{vsh2e} = P_{vsh2s} + \Delta P_{vsh2} \dots\dots\dots 4.28$$

Donde: P_{vsh2e} : Presión del vapor a la entrada del sobrecalentador 2 (kg/cm²A)

P_{vsh2s} : Presión del vapor a la salida del sobrecalentador 2 (kg/cm²A)

ΔP_{vsh2} : Caída de presión del vapor en sobrecalentador 2 (kg/cm²A)

También de la misma figura se tiene:

$$\Delta P_{vsh2} = \Delta P_{curva\ inferior} + \Delta P_{tubos\ sh2} + \Delta P_{curva\ central\ superior} + \Delta P_{curva\ central\ inferior} + \Delta P_{curva\ superior} \dots\dots\dots 4.29$$

Donde: $\Delta P_{curva\ inferior}$: Caída de presión en sección 1 (kg/cm²A)

$\Delta P_{tubos\ sh2}$: Caída de presión en sección 2 (kg/cm²A)

$\Delta P_{curva\ central\ superior}$: Caída de presión en sección 3 (kg/cm²A)

$\Delta P_{curva\ central\ inferior}$: Caída de presión en sección 4 (kg/cm²A)

$\Delta P_{curva\ superior}$: Caída de presión en sección 5 (kg/cm²A)

Para el calculo de las caídas de presión en cada sección de tubería usaremos la formula de Darcy-Weisbach que se da en la ecuación (4.6).

Como se puede ver en esta ecuación una variable muy importante es el volumen específico del vapor (ν), que depende de la presión y temperatura del vapor sobrecalentado. En este caso como metodología de cálculo de las caídas de presión en cada sección del sobrecalentador, optamos por hacerlo en forma iterativa en tres pasos de iteración.

Para el primer paso asumimos el mismo valor de ν en la entrada y salida del sobrecalentador 2, es decir desde la sección 1 a la 5, esto a las condiciones de P_{vsh2s} y T_{vsh2s} ; calculando así la caída de presión en cada sección del sobrecalentador la primera vez el valor de P_{vsh2e} , y de las ecuaciones (4.46), (4.47) y (4.48) una vez calculados los valores de T_{g3} y T_{g4} y de la ecuación (4.27) calculamos

el valor de h_{vsh2e} , la cual nos permitirá obtener de tablas T_{vsh2e} , de esta manera podemos recalculer ν a esta temperatura y P_{vsh2e} . Así realizamos otros dos cálculos sucesivos para esta primera iteración y obtenemos el valor de T_{vsh2e} .

Para la segunda iteración con tres cálculos sucesivos procedemos de manera similar a la primera iteración con la única diferencia de que el valor de h_{vsh2e} , es obtenida de igualar el valor de la h_{vsh3s} , la cual es calculada en la ecuación (4.58) a partir de la primera iteración.

Para la tercera iteración procedemos de la misma manera que en el caso de la segunda, y observaremos que los valores de h_{vsh2e} , P_{vsh2e} y T_{vsh2e} tienden a mantenerse constantes es decir tienen un comportamiento estable, quedando de esta manera calculado los valores finales de estos parámetros.

Procedemos a calcular la longitud equivalente L para cada sección de tubería

Sección 1 del Sobrecalentador 2: Curva Inferior

De acuerdo a la figura 4.9., la sección 1 corresponde a la tubería que une la salida del cabezal de entrada con el primer cabezal del sobrecalentador 2:

De donde tendremos:

$$L_1 = L_{neta} + L_{accesorios}$$

$$L_{neta} = 11.41m, L_{eq\ accesorios} = L_{eq\ codo90^\circ} + L_{eq\ entradas/salida\ cabezales} + L_{eq\ tee}$$

Longitud Equivalente Codos:2x90°

$$D_e = 219.1mm, t = 23.01mm, D_i = D_e - 2t = 173.08mm,$$

También para accesorios: $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, Para codo de 90° y $\frac{r}{D_i} = 1.8$, se tendrá

$K = 14f$ (Manual Crane), luego:

$$L_{eq\ codo90^\circ} = 14f \frac{173.08}{f} \times \frac{1}{1000} = 2.42m \quad , \text{ para los 2 codos:}$$

$$2L_{eq\ codo90^\circ} = 2 \times 2.42 = 4.85m$$

Longitud Equivalente Codos: 2x135°

$$D_e = 219.1mm, t = 23.01mm, D_i = D_e - 2t = 173.08mm,$$

También para accesorios: $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, Para codo de 90° y $\frac{r}{D_i} = 1.8$, se tendrá

$$K_B = (n-1) \times (0.25\pi f \frac{r}{D_i} + 0.5K) + K \text{ (Manual Crane para curvas que no son de}$$

90°), Donde n : numero de curvas, K Coeficiente para curva de 90° . Luego tenemos:

$$K_B = 20.81f$$

$$L_{eq\ codo135^\circ} = 20.81f \frac{173.08}{f} \times \frac{1}{1000} = 3.60m \quad , \text{ para los 2 codos:}$$

$$2L_{eq\ codo135^\circ} = 2 \times 3.60 = 7.20m$$

Longitud Equivalente Tee Estándar:

$$D_e = 219.1mm, t = 23.01mm, D_i = 173.08mm,$$

También para accesorios: $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, Para flujo desviado a 90° se tendrá

$$K = 60xf \text{ (Manual Crane), luego: } L_{eq\ tee} = 60f \frac{173.08}{f} \times \frac{1}{1000} = 10.39m.$$

Longitud Equivalente Entrada a Tubo:

$$D_e = 219.1mm, t = 23.01mm, D_i = 173.08mm, L_{eq} = K \frac{D_i}{f},$$

Para entrada con resalte $K = 0.78$ (Manual Crane), además de la ecuación (4.7) se tiene:

$$f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7 \times 173.08}{0.046} \right)^2} = 0.0149, \quad \text{luego tendremos que:}$$

$$L_{eq \text{ entrada tubo}} = 0.78 x \frac{173.01}{0.0149} x \frac{1}{1000} = 9.09 m$$

Longitud Equivalente Salida de Tubo:

$$D_e = 219.1 mm, \quad t = 34 mm, \quad D_i = 151.1 mm,$$

$L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, para salida con resalte $K = 1.0$ (Manual Crane), además de la

ecuación (4.7) se tiene: $f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7 \times 151.1}{0.046} \right)^2} = 0.0153$, luego tendremos

que:

$$L_{eq \text{ salida tubo}} = 1.0 x \frac{151.1}{0.0153} x \frac{1}{1000} = 9.89 m$$

Finalmente se tendrá para la sección 1:

$$L_1 = L_{neta} + L_{accesorios} = 11.41 + 10.38 + 4.85 + 7.20 + 9.09 + 9.89 = 52.82 m$$

Sección 2 del Sobrecalentador 2

De acuerdo a la figura 4.9, la sección 2 corresponde a los tubos del sobrecalentador que están conectados al cabezal inferior a la entrada y superior a la salida para el primer y el último banco de tubos:

De la ecuación (4.8), tenemos lo siguiente:

$$L_2 = L_{neta} + L_{accesorios}$$

$$L_{neta} = 3 \times 18.04 = 54.12 m, \quad L_{eq \text{ accesorios}} = L_{eq \text{ entradas / salidas cabezales}}$$

Longitud Equivalente Entrada a Tubo:

$$D_e = 44.45\text{mm}, t = 7\text{mm}, D_i = 30.45\text{mm},$$

$$L_{eq} = K \frac{D_i}{f}, \text{ para entrada con resalte } K = 0.78 \text{ (Manual Crane), además de la}$$

ecuación

$$(4.7) \text{ se tiene: } f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7 \times 30.45}{0.046} \right)^2} = 0.0222, \quad \text{luego:}$$

$$L_{eq \text{ entrada tubo}} = 0.78 x \frac{30.45}{0.0222} x \frac{1}{1000} = 1.07\text{m}, \text{ luego para las 3 entradas se tendrá}$$

$$3L_{eq \text{ entrada tubo}} = 3 \times 1.07 = 3.21\text{m}$$

Longitud Equivalente Salida de Tubo:

$$D_e = 44.45\text{mm}, t = 7\text{mm}, D_i = 30.45\text{mm},$$

$$L_{eq} = K \frac{D_i}{f}, \text{ para salida con resalte } K = 1.0 \text{ (Manual Crane), además de la}$$

$$\text{ecuación (4.7) se tiene: } f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7 \times 30.45}{0.046} \right)^2} = 0.0222,$$

$$L_{eq \text{ salida tubo}} = 1.0 x \frac{30.45}{0.0222} x \frac{1}{1000} = 1.37\text{m}, \text{ luego para las 3 salidas se tendrá}$$

$$3L_{eq \text{ salida tubo}} = 3 \times 1.37 = 4.11\text{m}$$

Finalmente se tendrá para la sección 2:

$$L_2 = L_{neta} + L_{accesorios} = 54.12 + 3.21 + 4.11 = 61.45\text{m}$$

Sección 3 del Sobrecalentador 2

De acuerdo a la figura 4.9, la sección 3 corresponde a la curva de interconexión entre cabezales superiores del segundo y tercer banco de tubos:

$$L_3 = L_{neta} + L_{accesorios}, L_{neta} = 1.075m$$

$$L_{eq\ accesorios} = L_{eq\ codo180^\circ} + L_{eq\ entradas/salidas\ cabezales}$$

Longitud Equivalente Codo de 180°:

$$D_e = 219.1mm, t = 34mm, D_i = D_e - 2xt = 151.1mm,$$

También para accesorios: $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, Para curvas de 180° de radio corto se tendrá:

$K = 50f$ (Manual Crane), luego:

$$L_{eq\ codo180^\circ} = 50 \cancel{f} \frac{151.1}{\cancel{f}} \times \frac{1}{1000} = 7.56m$$

Longitud Equivalente Entrada a Tubo:

$$D_e = 219.1mm, t = 34mm, D_i = 151.1mm, L_{eq} = K \frac{D_i}{f},$$

para entrada con resalte $K = 0.78$ (Manual Crane), además de la ecuación (4.7) se tiene:

$$f = \frac{1}{0.86^2} \times \frac{1}{\left(Ln \frac{3.7 \times 151.1}{0.046} \right)^2} = 0.0153, \quad \text{luego:}$$

$$L_{eq\ entrada\ tubo} = 0.78 \times \frac{151.1}{0.0153} \times \frac{1}{1000} = 7.71m,$$

Longitud Equivalente Salida de Tubo:

$$D_e = 219.1mm, t = 34mm, D_i = 151.1mm, L_{eq} = K \frac{D_i}{f},$$

para entrada con resalte $K = 1.0$ (Manual Crane), además de la ecuación (4.7) se tiene:

$$f = \frac{1}{0.86^2} \times \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7 \times 151.1}{0.046} \right)^2} = 0.0153, \quad \text{luego:}$$

$$L_{eq \text{ entrada tubo}} = 1.0 \times \frac{151.1}{0.0153} \times \frac{1}{1000} = 9.89 \text{ m},$$

Finalmente se tendrá para la sección 3:

$$L_3 = L_{neta} + L_{accesorios} = 1.075 + 7.65 + 7.71 + 9.89 = 26.23 \text{ m}$$

Sección 4 del Sobrecalentador 2

De acuerdo a la figura 4.9, la sección 4 corresponde a la curva de interconexión entre cabezales inferiores del segundo y tercer banco de tubos:

$$L_4 = L_{neta} + L_{accesorios}, \quad L_{neta} = 3.72 \text{ m}$$

$$L_{eq \text{ accesorios}} = L_{eq \text{ codo } 180^\circ} + L_{eq \text{ entradas / salidas cabezales}}$$

Longitud Equivalente Codo de 6x90°:

$$D_e = 219.1 \text{ mm}, \quad t = 34 \text{ mm}, \quad D_i = D_e - 2xt = 151.1 \text{ mm},$$

$$\text{También para accesorios: } L_{eq} = K \frac{D_i}{f},$$

Para codo de 90° y $\frac{r}{D_i} = 1.3$, se tendrá $K = 16.82f$ (Manual Crane), luego:

$$L_{eq \text{ codo } 90^\circ} = 16.82 \cancel{f} \frac{151.1}{\cancel{f}} \times \frac{1}{1000} = 2.51 \text{ m}, \quad \text{para los 6 codos:}$$

$$6L_{eq \text{ codo } 90} = 6 \times 2.51 = 15.25 \text{ m}$$

Longitud Equivalente Entrada a Tubo:

$$D_e = 219.1 \text{ mm}, \quad t = 34 \text{ mm}, \quad D_i = 151.1 \text{ mm}, \quad L_{eq} = K \frac{D_i}{f},$$

para entrada con resalte $K = 0.78$ (Manual Crane), además de la ecuación (4.7) se tiene:

$$f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7 \times 151.1}{0.046} \right)^2} = 0.0153,$$

$$L_{eq \text{ entrada tubo}} = 0.78 x \frac{151.1}{0.0153} x \frac{1}{1000} = 7.71m,$$

Longitud Equivalente Salida de Tubo:

$$D_e = 219.1mm, t = 34mm, D_i = 151.1mm, L_{eq} = K \frac{D_i}{f},$$

para entrada con resalte $K = 1.0$ (Manual Crane), además de la ecuación (4.7) se tiene:

$$f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7 \times 151.1}{0.046} \right)^2} = 0.0153, \quad \text{luego:}$$

$$L_{eq \text{ entrada tubo}} = 1.0 x \frac{151.1}{0.0153} x \frac{1}{1000} = 9.89m,$$

Finalmente se tendrá para la sección 4:

$$L_4 = L_{neta} + L_{accesorios} = 3.72 + 15.25 + 7.71 + 9.89 = 36.57m$$

Sección 5 del Sobrecalentador 2: Curva Superior

De acuerdo a la figura 4.9., la sección 5 corresponde a la tubería que une la salida del último cabezal con el cabezal de salida del sobrecalentador 2:

De donde tendremos:

$$L_5 = L_{neta} + L_{accesorios}$$

$$L_{neta} = 6.93m, \quad L_{eq \text{ accesorios}} = L_{eq \text{ codo } 90^\circ} + L_{eq \text{ entradas / salida cabezales}}$$

Longitud Equivalente Codos 2x90°:

$$D_e = 219.1mm, t = 34mm, D_i = D_e - 2t = 151.1mm,$$

También para accesorios: $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$,

Para codo 90° y $\frac{r}{D_i} = 2.02$, se tendrá $K = 12f$ (Manual Crane), luego:

$$L_{eq\ codo90} = 12f \frac{151.1}{f} \times \frac{1}{1000} = 1.81m, \quad \text{para los 2 codos:}$$

$$2L_{eq\ codo90} = 2 \times 1.81 = 3.63m$$

Longitud Equivalente Entrada a Tubo:

$$D_e = 219.1mm, t = 34mm, D_i = 151.1mm, L_{eq} = K \frac{D_i}{f},$$

Para entrada con resalte $K = 0.78$ (Manual Crane), además de la ecuación (4.7) se tiene:

$$f = \frac{1}{0.86^2} \times \frac{1}{\left(\ln \frac{3.7 \times 151.1}{0.046} \right)^2} = 0.0153,$$

$$\text{luego: } L_{eq\ entrada\ tubo} = 0.78 \times \frac{151.1}{0.0153} \times \frac{1}{1000} = 7.71m$$

Longitud Equivalente Salida de Tubo:

$$D_e = 219.1mm, t = 34mm, D_i = 151.1mm, L_{eq} = K \frac{D_i}{f},$$

para salida con resalte $K = 1.0$ (Manual Crane), además de la ecuación (4.7) se tiene:

$$f = \frac{1}{0.86^2} \times \frac{1}{\left(\ln \frac{3.7 \times 151.1}{0.046} \right)^2} = 0.0153, \text{ luego:}$$

$$L_{eq \text{ salida tubo}} = 1.0 \times \frac{151.1}{0.0153} \times \frac{1}{1000} = 9.89 \text{ m}$$

Finalmente se tendrá para la sección 3:

$$L_5 = L_{neta} + L_{accesorios} = 6.93 + 3.63 + 7.71 + 9.89 = 28.16 \text{ m}$$

Luego la caída de presión a través del sobrecalentador 2, la calculamos sumando la caída de presión en cada una de las secciones de acuerdo con la ecuación (4.29)

$$\Delta P_{vsh2} = \Delta P_{curva \text{ inferior}} + \Delta P_{tubos \text{ sh2}} + \Delta P_{curva \text{ superior}}$$

$$\Delta P_{vsh2} = 637.628415 \left(f_1 L_1 W_1^2 \frac{v_1}{D_{i1}^5} + f_2 L_2 W_2^2 \frac{v_2}{D_{i2}^5} + f_3 L_3 W_3^2 \frac{v_3}{D_{i3}^5} + f_4 L_4 W_4^2 \frac{v_4}{D_{i4}^5} + f_5 L_5 W_5^2 \frac{v_5}{D_{i5}^5} \right)$$

Finalmente se tendrá la siguiente expresión para calcular ΔP_{vsh2} :

$$\Delta P_{vsh2} = 4.63267 \times 10^{-9} \times W_1^2 \times v_1 + 3.32313 \times 10^{-5} \times W_2^2 \times v_2 + 3.2452 \times 10^{-9} \times W_3^2 \times v_3 + 4.5247 \times 10^{-9} \times W_4^2 \times v_4 + 3.48477 \times 10^{-9} \times W_5^2 \times v_5 \dots \dots \dots 4.30$$

Obtenido el valor de ΔP_{vsh2} en la ecuación (4.30) lo reemplazamos en la ecuación

(4.28), calculando finalmente el valor de P_{vsh2e} .

4.1.5 Quemador de Ducto

Como se vio en el inciso 2.1.2, el oxígeno remanente en los gases de escape de la turbina es aprovechado para quemar gas natural en un proceso de post combustión.

El proceso de combustión que tiene lugar en el quemador de ducto podemos considerarlo como de **premezcla en flujo turbulento**, la mezcla del gas combustible fresco con los gases calientes se realiza al generarse una fuerte recirculación

alrededor del deflector de cada elemento permitiendo una mezcla íntima entre ambos fluidos para luego transportar la mezcla al seno de la flama.

Las reacciones de combustión se realizan con un exceso de oxígeno, garantizando así una combustión completa, así, para efectos del cálculo de combustión consideramos la premisa de que los productos de la combustión son CO_2, H_2O, O_2, N_2 y A_r , los cuales serán calculados en este desarrollo..

Los demás parámetros ha ser calculados en el quemador de ducto son, el flujo volumétrico estándar de gas natural y su poder calorífico superior, y la temperatura que alcanzan los gases después de la combustión T_{g4} . Como datos tendremos la composición volumétrica o molar de cada uno de los componentes del gas natural, el flujo de gas al quemador de ducto y la composición volumétrica o molar de los gases de escape de la turbina antes del quemador de ducto

4.1.5.1 Calculo de Combustión en el Quemador de Ducto

Consideramos que la combustión que tiene lugar en el quemador de ducto es completa de acuerdo a los conceptos establecidos en el capítulo 3 de esta tesis. Conociendo la composición molar del gas natural y el oxidante podremos conocer que los productos finales de la combustión serán el CO_2, H_2O, O_2, N_2 y A_r .

Para desarrollar la ecuación de la reacción de combustión, tomaremos como referencia 100 moles de gas natural. Como se aprecia en la figura 4.10 consideramos un proceso simple de combustión de estado y flujo estable (EFE), donde, se conserva la masa de cada elemento. De manera que al escribir las ecuaciones químicas y resolver el problema en el que intervengan las cantidades de los diversos componentes, involucra básicamente la conservación de la masa de cada elemento.

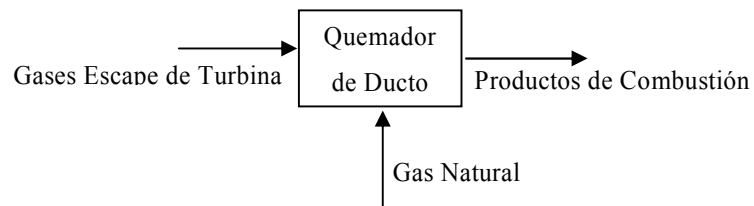


Figura 4.10

En la tabla 4.3, se muestra los componentes del gas natural, y se designarán por n_i el número de moles del componente i , tomando como referencia un total de 100 moles. Esta información resulta de la medición en línea en tiempo real que realiza un cromatógrafo de análisis de gases instalado en la estación de compresión de gas natural en la planta.

Tabla 4.1 Composición molar del gas natural en base a 100 moles

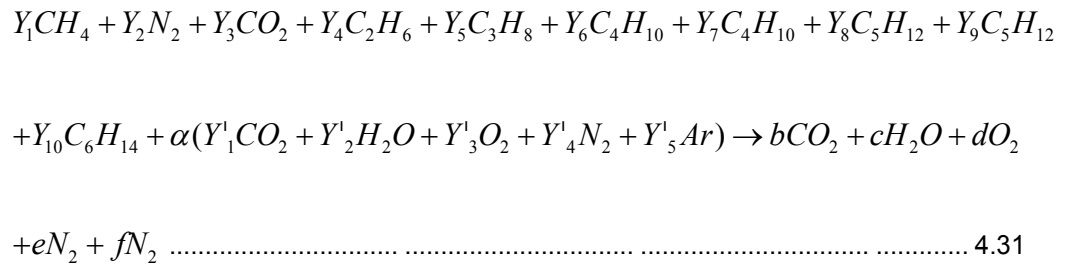
Composición del Gas Natural	Formula	% Moles	% Fracción Molar
Metano	CH_4	n_1	Y_1
Nitrógeno	N_2	n_2	Y_2
Bióxido de Carbono	CO_2	n_3	Y_3
Etano	C_2H_6	n_4	Y_4
Propano	C_3H_8	n_5	Y_5
I-Butano	C_4H_{10}	n_6	Y_6
n-Butano	C_4H_{10}	n_7	Y_7
I-Pentano	C_5H_{12}	n_8	Y_8
n-Pentano	C_5H_{12}	n_9	Y_9
n-Hexano	C_6H_{14}	n_{10}	Y_{10}
Total Moles / Fracción Molar		100.00	1.00

También en la tabla 4.4 se muestra la composición de los gases de escape de la turbina en base a 100 moles de producto, designándose como n_i^l el número de moles del componente i . Esta información es obtenida del programa "PowerSmarts" de General Electric que es la interfase de un software de combustión en línea de la turbina de gas.

Tabla 4.4 Composición molar de los gases de escape de la turbina

Composición Gases de Escape	Formula	% Moles	% Fracción Molar
Bióxido de Carbono	CO_2	n'_1	Y'_1
Vapor de Agua	H_2O	n'_2	Y'_2
Oxígeno	O_2	n'_3	Y'_3
Nitrógeno	N_2	n'_4	Y'_4
Argon	Ar	n'_5	Y'_5
Total de Moles/Fracción Molar		100	1.00

La reacción de combustión se realiza con exceso de oxígeno ⁽¹²⁾ y se presenta en la ecuación (4.31), el procedimiento que desarrollaremos será basado en 1kmol de combustible:



Donde:

Y_i : Fracción molar de los componentes del gas natural (Tabla:4.3)

Y'_i :Fracción molar de los gases de combustión de la turbina (Tabla:4.4).

α : Coeficiente de exceso de aire en los gases de escape

b : Coeficiente molar del CO_2 después de la combustión

c : Coeficiente molar del H_2O después de la combustión

d : Coeficiente molar del O_2 después de la combustión

e : Coeficiente molar del N_2 después de la combustión

f : Coeficiente molar del Ar después de la combustión

Para calcular cada uno de los coeficientes realizamos un balance del número de moles para cada uno de los elementos de los productos. Sabemos además que la masa total antes y después de la reacción de combustión se mantiene constante

Aplicando la conservación de masa para el carbono C y de la ecuación (4.31) tenemos el valor de b :

$$b = Y_1 + Y_3 + 2Y_4 + 3Y_5 + 4Y_6 + 4Y_7 + 5Y_8 + 5Y_9 + 6Y_{10} + \alpha Y_1' \dots\dots\dots 4.32$$

Realizando un balance para el hidrogeno H_2 y obtenemos c

$$c = 2Y_1 + 3Y_4 + 4Y_5 + 5Y_6 + 5Y_7 + 6Y_8 + 6Y_9 + 7Y_{10} + \alpha Y_2' \dots\dots\dots 4.33$$

Luego hacemos un balance para el oxigeno O_2 y tenemos lo siguiente:

$$d = Y_3 + \alpha(Y_1' + 0.5Y_2' + Y_3') - b - \frac{c}{2} \dots\dots\dots 4.34$$

Haciendo un balance para el nitrógeno N_2 , tenemos:

$$e = Y_2 + \alpha Y_4' \dots\dots\dots 4.35$$

Así mismo hacemos un balance para el argón Ar y tenemos:

$$f = \alpha Y_5' \dots\dots\dots 4.36$$

También podemos calcular la fracción molar del argón en términos de los coeficientes de los productos de la siguiente manera:

$$Y''_{Ar} = \frac{f}{a+b+c+d+e+f} \dots\dots\dots 4.37$$

En la ecuación (4.37), si reemplazamos el valor de cada uno de los coeficientes, tendremos la fracción molar del argón en función únicamente de α .

De las ecuaciones (4.32),(4.33),(4.34),(4.35),(4.36), tenemos 6 incógnitas y solo 5 ecuaciones, para poder resolver estas ecuaciones debemos determinar primero el valor de α con la ayuda de la ecuación (4.37) y reemplazarla en las ecuaciones antes indicadas, calculando de esta manera los valores de b, c, d, e y f .

Para el cálculo de α , requerimos primero conocer la composición molar final de los gases después del quemador de ducto, lo cual haremos a continuación en el siguiente punto

4.1.5.2 Composición Molar de los Gases Después del Quemador de Ducto

De los datos de las tablas 4.3 y 4.4 hacemos una evaluación molar de combustión para determinar el valor de la composición final de los gases después del quemador de ducto.

Para el combustible (gas natural), lo descomponemos en los elementos fundamentales en base a 100 moles de combustible, así para cada uno de los componentes tendremos:

$$C: n_C : n_1 + n_3 + 2n_4 + 3n_5 + 4n_6 + 4n_7 + 5n_8 + 5n_9 + 6n_{10}$$

$$H_2: n_{H_2} : 2n_1 + 3n_4 + 4n_5 + 5n_6 + 5n_7 + 6n_8 + 6n_9 + 7n_{10}$$

$$N_2: n_{N_2} : 2n_2$$

$$O_2: n_{O_2} : n_3$$

Luego en la siguiente tabla 4.5 calculamos los Kg de O_2 teórico ⁽¹³⁾ requeridos para cada uno de estos elementos

Tabla 4.5 Oxigeno estequometrico requerido para cada componente o elemento

Elemento	%Moles 100 moles de gas natural	Peso Molecu lar Kg/Mol (\bar{M})	Kg/100 moles de gas natural	Kg/100 kg de gas natural	Kg O_2 teórico /100 kg de gas natural
C	n_C	12.011	$n_C \bar{M}_C$	$\frac{n_C \bar{M}_C}{\sum n_i \bar{M}_i}$	$\frac{n_C \bar{M}_C}{\sum n_i \bar{M}_i} \left(\frac{\bar{M}_C}{\bar{M}_C} \right)$
H ₂	n_{H_2}	2.0159	$n_{H_2} \bar{M}_{H_2}$	$\frac{n_{H_2} \bar{M}_{H_2}}{\sum n_i \bar{M}_i}$	$\frac{n_{H_2} \bar{M}_{H_2}}{\sum n_i \bar{M}_i} \left(0.5 \frac{\bar{M}_{H_2}}{\bar{M}_C} \right)$
N ₂	n_{N_2}	28.013	$n_{N_2} \bar{M}_{N_2}$	$\frac{n_{N_2} \bar{M}_{N_2}}{\sum n_i \bar{M}_i}$	0
O ₂	n_{O_2}	31.998	$n_{O_2} \bar{M}_{O_2}$	$\frac{n_{O_2} \bar{M}_{O_2}}{\sum n_i \bar{M}_i}$	$\frac{n_{O_2} \bar{M}_{O_2}}{\sum n_i \bar{M}_i} (-1)$
Total	$\sum n_i$	Total	$\sum n_i \bar{M}_i$	Total	$\sum O_{2i}$
Total de O₂ requerido en kg/h					$W'_{O_2} = \sum O_{2i}$

Entonces de la tabla 4.5, calculamos el O_2 teórico en kg/kg gas natural. Si lo multiplicamos por el flujo masico de gas natural al quemador de ducto W_{gn} en kg/h, tendremos el flujo total de O_2 en kg/h requerido para tener una combustión completa

El flujo masico de gas al quemador de ducto W_{gn} en kg/h lo calcularemos mas adelante en la ecuación (4.42).

Así mismo para los gases al escape de la turbina de gas tenemos como dato el flujo total W_e en kg/h y la composición molar, podemos calcular el flujo en kg/h para cada componente ⁽¹⁰⁾ en la siguiente tabla.

Tabla 4.6 flujo masico de cada componente gases de escape de la turbina

Elemento	Moles/ 100 moles de gases escape	Peso Molecular Kg/Mol, (\bar{M})	Kg producto /100 moles de gases escape	Kg producto /100 kg de gases escape	Total Kg/h de gases de escape de turbina
CO ₂	n_{CO_2}	12.01 2	$n_{CO_2} \bar{M}_C$	$\frac{n_{CO_2} M_C}{\sum n_i M_i}$	$W_{CO_2} = \frac{n_{CO_2} M_C}{\sum n_i M_i}$
H ₂ O	n_{H_2O}	2.018	$n_{H_2O} \bar{M}_H$	$\frac{n_{H_2O} M_H}{\sum n_i M_i}$	$W_{H_2O} = \frac{n_{H_2O} M_H}{\sum n_i M_i}$
O ₂	n_{O_2}	31.99 8	$n_{O_2} \bar{M}_O$	$\frac{n_{O_2} M_O}{\sum n_i M_i}$	$W_{O_2} = \frac{n_{O_2} M_O}{\sum n_i M_i}$
N ₂	n_{N_2}	28.01 0	$n_{N_2} \bar{M}_N$	$\frac{n_{N_2} M_N}{\sum n_i M_i}$	$W_{N_2} = \frac{n_{N_2} M_N}{\sum n_i M_i}$
Ar	n_{Ar}	39.94 0	$n_{Ar} \bar{M}_A$	$\frac{n_{Ar} M_A}{\sum n_i M_i}$	$W_{Ar} = \frac{n_{Ar} M_A}{\sum n_i M_i}$
Total	100 moles	Total	$\sum n_i \bar{M}_i$	Total	W_e

Como en el quemador de ducto se realiza una combustión completa, entonces de la tabla 4.6, con el oxígeno O_2 en kg/h teórico requerido ya obtenido, calculamos los productos de la combustión resultantes. Debemos considerar que solo se producirán como productos CO_2 y H_2O para la combustión completa, también quedará O_2 del exceso en el suministro y los componentes inertes que no reaccionan como son el N_2 y Ar , debido a que no se alcanzan temperaturas mayores a los 2000 °K requeridas para un proceso de disociación.

Tabla 4.7 Flujo masico de gases de combustión después del quemador de ducto

Elemento	Kg producto/100 kg de gas natural	Kg/h productos en el Quemador de Ducto
CO_2	$\frac{n_C M_C}{\sum n_i M_i} \left(\frac{\bar{M}}{\bar{M}_C} \right)$	$W'_{CO_2} = \left(\frac{n_C M_C}{\sum n_i M_i} \left(\frac{\bar{M}_{CO_2}}{\bar{M}_C} \right) / \sum \text{producto} \right) (W_{gn} +$
H_2O	$\frac{n_{H_2} M_{H_2}}{\sum n_i M_i} \left(\frac{\bar{M}}{\bar{M}_{H_2O}} \right)$	$W'_{H_2O} = \left(\frac{n_{H_2} x M_{H_2}}{\sum n_i x M_i} \left(\frac{\bar{M}_{H_2O}}{\bar{M}_{H_2}} \right) / \sum \text{producto} \right) (W_{gn} +$
N_2	$\frac{n_{N_2} x M_{N_2}}{\sum n_i x M_i} x 1$	$W'_{N_2} = \left(\frac{n_{N_2} M_{N_2}}{\sum n_i M_i} x 1 / \sum \text{producto} \right) (W_{gn} + W_{O_2})$
Tot	$\sum \text{producto}$	$W_{gn} - W'_{O_2}$

De las tablas 4.6 y 4.7, si sumamos el flujo en kg/h de cada uno de los componentes de los gases de escape de la turbina y los producidos durante la combustión en el quemador de ducto se tendrá el flujo de cada uno de estos componentes de los gases después del quemador de ducto.

Luego para la composición molar final de los gases después del quemador de ducto se realizan los cálculos que se muestran en cada una de las columnas de la tabla 4.8.

La fracción molar de cada componente se obtendrá dividiendo el número de moles calculado en la última columna de la derecha de la tabla 4.7 para cada componente $n_i^{\#}$ entre 100, teniendo así la composición final de la mezcla de gases después del quemador de ducto.

Tabla 4.7 Composición molar de gases después del quemador de ducto

Elemento	Peso Molecular Kg/Mol, (\bar{M}_i)	Kg/h producto después del quemador de ducto	Moles de productos después del quemador de ducto	% Molar de productos después del quemador de ducto
CO ₂	44.01	$W_{CO_2} + W_{CO}$	$\frac{W_{CO_2} + W_{CO}}{\bar{M}_{CO_2}}$	$n_{CO_2}^{\#} = \left(\frac{W_{CO_2} + W_{CO}}{\bar{M}_{CO_2}} \right) / \sum moles_i$
H ₂ O	18.015	$W_{H_2O} + W_H$	$\frac{W_{H_2O} + W_H}{\bar{M}_H}$	$n_{H_2O}^{\#} = \left(\frac{W_{H_2O} + W_H}{\bar{M}_{H_2O}} \right) / \sum moles_i$
O ₂	31.998	$W_{O_2} - W_{CO_2} - W_{H_2O}$	$\frac{W_{O_2} - W_{CO_2} - W_{H_2O}}{\bar{M}_{O_2}}$	$n_{O_2}^{\#} = \left(\frac{W_{O_2} - W_{CO_2} - W_{H_2O}}{\bar{M}_{O_2}} \right) / \sum moles_i$
N ₂	28.010	W_{N_2}	$\frac{W_{N_2}}{\bar{M}_{N_2}}$	$n_{N_2}^{\#} = \left(\frac{W_{N_2}}{\bar{M}_{N_2}} / \sum moles_i \right) \times 100$
Ar	39.940	W_{Ar}	$\frac{W_{Ar}}{\bar{M}_{Ar}}$	$n_{Ar}^{\#} = \left(\frac{W_{Ar}}{\bar{M}_{Ar}} / \sum moles_i \right) \times 100$
	Totales	$W_e + W_g$	$\sum Moles$	100

Una vez obtenida la composición final de los gases después del quemador de ducto, y calculada además la fracción molar final; utilizaremos esta información para el cálculo del coeficiente α en la reacción de combustión de la ecuación (4.31).

En este caso igualamos el valor de la fracción molar final calculada del argón con la que se tiene en la ecuación (4.37), determinando de esta manera el valor de α ,

luego se reemplaza este valor en las ecuaciones (4.32),(4.33),(4.34),(4.35) y (4.36) encontrando finalmente los valores de los coeficientes b, c, d, e y f .

4.1.5.3 Calculo de la Densidad y Poder Calorífico del Gas Natural

Para calcular las propiedades del gas natural usaremos la metodología de cálculo de la norma **ISO-6976 1997**, con lo cual determinaremos la densidad y poder calorífico inferior del gas natural a partir de su composición volumétrica o molar. El cálculo se presenta en la tabla 4. 8 y 4.9 para las condiciones **Normal** y **Estándar**. No utilizaremos los datos para todos los gases que incluye la norma solo los que componen el gas natural de la planta.

Entonces para las condiciones Normales se tiene la tabla **4.8**

Tabla 4.2 Propiedades del Gas Natural a Condiciones Normales, ISO-6976

Componente	Fórmula	% Molar	Peso Molecular \bar{M}	Poder Calorífico Inferior Normal $PCI(kJ/l)$	Densidad Ideal Normal $\rho_N(kg/l)$	Factor de sum $\sqrt{b_i}$
Metano	CH_4	n	16.0426	35807	0.7157	0.04
Etano	C_2H_6	n	30.0694	63727	1.3416	0.105
Propano	C_3H_8	n	44.0962	91223	1.9674	0.15
I-Butano	C_4H_{10}	n	58.1233	118206	2.5932	0.202
n-Butano	C_4H_{10}	n	58.1233	118577	2.5932	0.212
I-Pentano	C_5H_{12}	n	72.1498	145668	3.219	0.24
n-Pentano	C_5H_{12}	n	72.1498	146025	3.219	0.26
n-Hexano	C_6H_{14}	n	86.1766	173454	3.8448	0.337
Nitrógeno	N_2	n	28.034	0	1.2498	0.024
Bióxido de Carbono	CO_2	n	44.098	0	1.9635	0.06

Para las condiciones Estándares se tiene la tabla **4.9**

Tabla 4.3 Propiedades del Gas Natural a Condiciones Estándar, ISO-6976

Componente	Formulación	% Molar	Peso Molecular \bar{M}	Densidad Ideal Estándar $\rho_s (kg/m^3)$	Factor de suma Estándar $\sqrt{b_{iS}}$
Metano	CH_4	n_1	16.0426	0.6785	0.0447
Etano	C_2H_6	n_2	30.0694	1.2717	0.0927
Propano	C_3H_8	n_3	44.0962	1.865	0.1393
I-Butano	C_4H_{10}	n_4	58.123	2.4582	0.1847
n-Butano	C_4H_{10}	n_5	58.123	2.4582	0.1913
I-Pentano	C_5H_{12}	n_6	72.1498	3.0514	0.2238
n-Pentano	C_5H_{12}	n_7	72.1498	3.0514	0.2366
n-Hexano	C_6H_{14}	n_8	86.1766	3.6477	0.2975
Nitrógeno	N_2	n_9	28.0134	1.1848	0.0173
Bióxido de Carbono	CO_2	n_{10}	44.0098	1.8613	0.0614

De las tablas 4.8 ó 4.9 calculamos el factor de compresibilidad, en este caso para las condiciones normal y estándar:

$$Z_N = 1 - \left(\frac{\sum n_i \sqrt{b_{iN}}}{100} \right)^2 \quad \text{ó} \quad Z_S = 1 - \left(\frac{\sum n_i \sqrt{b_{iS}}}{100} \right)^2 \dots\dots\dots 4.38$$

Así también calculamos el Poder Calorífico Inferior Real Corregido $PCI_N (kJ/Nm^3)$ en la siguiente relación:

$$PCI_N = \frac{\sum n_i PCI_{iN}}{Z_N} \dots\dots\dots 4.39$$

La densidad también será calculada en la siguiente ecuación:

$$\rho_N = \frac{\sum n_i \rho_{iN}}{Z_N} \quad \text{ó} \quad \rho_S = \frac{\sum n_i \rho_{iS}}{Z_S} \dots\dots\dots 4.40$$

Luego el Poder Calorífico Inferior Real Corregido en condiciones estándares $PCI_S (kJ/Sm^3)$ será calculado en función del PCI en condiciones normalizadas.

$$PCI_S = PCI_N x \frac{\rho_S}{\rho_N} \dots\dots\dots 4.41$$

La medición del flujo de gas natural al quemador de ducto, se da en condiciones estándares en, $SPies^3 / h (SCFH)$ luego el flujo masico en kg/h será calculado de la siguiente manera:

$$W_{gn} = \frac{SCFH x \rho_S}{35.31467} \dots\dots\dots 4.42$$

4.1.5.4 Temperatura de Llama Adiabática en el Quemador de Ducto

Consideramos que la combustión en el quemador de ducto se realiza adiabaticamente, donde no hay ningún trabajo o cambio de energía cinética y potencial. Para tal proceso la temperatura de los productos será la temperatura de llama adiabática, esta será la máxima alcanzada para una combustión completa. Esta temperatura irá disminuyendo en la medida de tener una combustión incompleta.

Si aplicamos la primera ley de la termodinámica al proceso de combustión en el quemador de ducto como se observa en la figura 4.10.

$$Q_{vc} + H_r = H_p \dots\dots\dots 4.43$$

Donde $Q_{vc} = 0$ combustión adiabática, H_r : entalpía de los reactantes y H_p : entalpía de los productos. Luego de la ecuación (4.41) tendremos:

$$H_r = H_p$$

$$\sum_P n_i \bar{h}_{i(T_a)} = \sum_R n_i \bar{h}_{i(T_1)}$$

$$\sum_P n_i \left[\bar{h}_{f_i}^\circ + \underbrace{(\bar{h}_{i(T_a)} - \bar{h}_{i(298k)})}_{\text{Entalpía Sensible}} \right] = \sum_R n_i \left[\bar{h}_{f_i}^\circ + (\bar{h}_{i(T_1)} - \bar{h}_{i(298k)}) \right]$$

↑ Entalpía Química ↑ Entalpía Sensible

Finalmente se tendrá la siguiente expresión

$$\sum_P n_i (\bar{h}_{i(T_a)} - \bar{h}_{i(298k)}) = \sum_R n_i (\bar{h}_{i(T_1)} - \bar{h}_{i(298k)}) - \left[\sum_P n_i \bar{h}_{f_i}^\circ - \sum_R n_i \bar{h}_{f_i}^\circ \right] \dots\dots\dots 4.44$$

Donde:

$\bar{h}_{i(T_a)}$: Entalpía de la mezcla de gases a la temperatura T_a en kJ/kmol

$\bar{h}_{i(T_1)}$: Entalpía de la mezcla de gases a la temperatura T_1 en kJ/kmol

$\bar{h}_{f_i}^\circ$: Entalpía de formación de los componentes de la mezcla en kJ/kmol a 298K y 1 atm

$T_a = T_{g4}$: Temperatura de llama adiabática/a la salida del quemador de ducto en °K

$T_1 = T_{g3}$: Temperatura de los gases antes del quemador de ducto en °K

Para calcular $\bar{h}_{i(T_a)}$, se utiliza la formulación polinómica en función de la temperatura para gases ideales ⁽¹⁴⁾, teniendo en cuenta que la presión en el interior del HRSG en el lado del flujo de gases es menor a 1 atm; los gases reales bajo estas condiciones pueden ser tratados como gases ideales. La siguiente expresión será utilizada para el cálculo de $\bar{h}_{i(T_a)}$:

$$\frac{\bar{h}_{(T)}^\circ}{\bar{R}} = a_1 T + \frac{a_2}{2} T^2 + \frac{a_3}{3} T^3 + \frac{a_4}{4} T^4 + \frac{a_5}{5} T^5 + a_6 \dots\dots\dots 4.45$$

(McBride y Gordon ⁹) y Tablas J-JANAF

Donde:

$\bar{h}_{(T)}^{\circ}$: Entalpía de la mezcla de gases a la temperatura T en kJ/kmol

a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 y a_6 : Coeficientes de temperatura como función termodinámica

T : Temperatura ($^{\circ}\text{K}$)

\bar{R} : Constante universal de los gases (8.3134 kJ/kmol x $^{\circ}\text{K}$)

Luego de definida la expresión para $\bar{h}_{(T)}^{\circ}$ en función de la temperatura, la reemplazaremos en la ecuación (4.44), los coeficientes de temperatura de la ecuación (4.45) se presentan en la tabla 4.9

Los coeficientes para el $\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}, \text{O}_2, \text{N}_2$ y Ar de la ecuación (4.45), son de acuerdo a (McBride y Gordon⁹) y para $\text{CH}_4, \text{C}_2\text{H}_6, \text{C}_3\text{H}_8, \text{C}_4\text{H}_{10}, \text{C}_5\text{H}_{12}$ y C_6H_{14} de acuerdo a (Alexander Burcat¹⁴)

Tabla 4.9 coeficientes para la ecuación polinómica de la entalpía en función de la temperatura

Sustancia	T ($^{\circ}\text{K}$)	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
Bióxido de Carbono	3000	2.17010 E 00	1.03781 E-02	- 1.07339 E-05	6.34591 E-09	- 1.62807 E-12	- 4.89440 E 04
Agua	3000	4.15650 E 00	- 1.72443 E-03	5.69823 E-06	- 4.59300 E-09	1.42336 E-12	- 3.02887 E 04
Oxígeno	3000	3.71899 E 00	- 2.51672 E-03	8.58373 E-06	- 8.29987 E-09	2.70821 E-12	- 1.05767 E 03
Nitrógeno	3000	3.69161 E 00	- 1.33325 E-03	2.65031 E-06	- 9.76883 E-10	- 9.97722 E-14	- 1.06283 E 03
Argón	3000	2.50000 E 00	0	0	0	0	- 7.45375 E 02
Metano	2000	0.51498 2E 01	- 0.136710 E-01	0.491801 E-04	- 0.484744 E-07	0.166694 E-10	- 0.102466 E 05
Etano	3000	0.15395 0E 01	0.150408 E-01	0.668471 E-05	- 0.133829 E-07	0.485613 E-11	- 0.112487 E 05
Propano	3000	0.93355	0.264245	0.610597	-	0.951492	-

o	10 0	1E 00	E-01	E-05	0.219774 E-07	E-11	0.139585 E 05
I- Butano	30 10 0	0.54559 6E 00	0.378253 E-01	0.561977 E-05	- 0.305709 E-07	0.140584 E-10	- 0.180340 E 05
n- Butano	30 10 0	0.15764 1E 01	0.345897 E-01	0.697016 E-05	- 0.281636 E-07	0.123751 E-10	- 0.171470 E 05
I- Pentano	29 10 0	0.10832 2E 01	0.445710 E-01	0.823899 E-05	- 0.352580 E-07	0.157857 E-10	0.208075 E 05
n- Pentano	29 10 0	0.18983 9E 01	0.412030 E-01	0.123121 E-04	- 0.365895 E-07	0.150425 E-10	- 0.200915 E 05
n- Hexano	29 10 0	0.33825 2E 01	0.395766 E-01	0.422484 E-04	- 0.768812 E-07	0.315387 E-10	- 0.230795 E 05

Entonces $\bar{h}_{i(T_a)}$, $\bar{h}_{i(T_1)}$ y en función de la temperatura son reemplazadas en la ecuación (4.44).

Para $\bar{h}_{i(298k)}$ y $\bar{h}_{f_i}^{\circ}$ utilizamos los mismos valores ya que ambos se especifican a 298°K y 1 Atm⁽¹⁴⁾, los cuales se reemplazarán en la ecuación (4.44) y serán presentados en la tabla 4.10

Tabla 4.10 Entalpia de formación a a 298°K y 1 Atm de diferentes sustancias

Componente	Formula	Entalpia de Formación \bar{h}_f° (kJ / kmol)
Metano	CH_4	-74897.66
Etano	C_2H_6	-84724.08
Propano	C_3H_8	-103916.37
I-Butano	C_4H_{10}	-131683.23
n-Butano	C_4H_{10}	-124816.88
I-Pentano	C_5H_{12}	-154576.65
n-Pentano	C_5H_{12}	-146538.00
n-Hexano	C_6H_{14}	-167304.53
Agua	H_2O	-241826.00
Bióxido de Carbono	CO_2	-393522.00
Nitrógeno	N_2	0
Oxigeno	O_2	0
Argon	Ar	0

Los datos de la entalpía de formación que se muestran en la tabla 4.10, los cuales se dan a 298°K y 1 atm son similares a los que se pueden calcular para las mismas condiciones mediante la ecuación (4.45) para cada componente del gas natural, que para efectos de mayor simplicidad en los cálculos se hará uso de estos últimos en el presente trabajo.

Para cada uno de los términos de la ecuación (4.44), aplicaremos el mismo procedimiento de cálculo que en este caso se presenta para uno de los componentes de los reactantes y uno de los productos.

Así para el CO_2

$$n_{CO_2}(\bar{h}_{CO_2(Ta)} - \bar{h}_{CO_2(298k)}) = \bar{R}xn_{CO_2} \left[a_1 T_a + \frac{a_2}{2} T_a^2 + \frac{a_3}{3} T_a^3 + \frac{a_4}{4} T_a^4 + \frac{a_5}{5} T_a^5 + a_6 - \bar{h}_{CO_2(298k)} \right]$$

El cual será reemplazado en los términos $\sum_P n_i (\bar{h}_{i(Ta)} - \bar{h}_{i(298k)})$ y

$\sum_R n_i (\bar{h}_{i(T_1)} - \bar{h}_{i(298k)})$ a T_a y T_1 y $\bar{h}_{CO_2(298k)}$ toma el valor calculado de

$\bar{h}_{fCO_2}^o = -393463.04$ kJ/kmol utilizando la ecuación (4.45) y

$\bar{h}_{fCO_2}^o = -393522.00$ kJ/kmol dado en la tabla 4.10 en este caso el error entre ambos

valores es 0.02% lo cual es tolerable para nuestro calculo.

También para el CH_4

$$n_{CH_4}(\bar{h}_{CH_4(T_1)} - \bar{h}_{CH_4(298k)}) = \bar{R}xn_{CH_4} \left[a_1 T_1 + \frac{a_2}{2} T_1^2 + \frac{a_3}{3} T_1^3 + \frac{a_4}{4} T_1^4 + \frac{a_5}{5} T_1^5 + a_6 - \bar{h}_{CH_4(298k)} \right]$$

Será reemplazado en el término $\sum_R n_i (\bar{h}_{i(T_1)} - \bar{h}_{i(298k)})$ a T_1 y $\bar{h}_{CH_4(298k)}$ toma el valor de $\bar{h}_{fCH_4}^o = -74595.39$ kJ/kmol utilizando la ecuación (4.45) y $\bar{h}_{fCH_4}^o = -74897.66$ kJ/kmol dado en la tabla 4.10 en este caso el error entre ambos valores es 0.4%.

Lo mismo hacemos para cada uno de los demás componentes para reactivos y productos respectivamente. Finalmente simplificando y reordenando los términos adecuadamente tendremos las siguientes expresiones:

$$F_{(T_i)} = \frac{e^1}{5} T_a^5 + \frac{d^1}{4} T_a^4 + \frac{c^1}{3} T_a^3 + \frac{b^1}{2} T_a^2 + a^1 T_a + m^1 - (fT_1 + \frac{g}{2} T_1^2 + \frac{j}{3} T_1^3 + \frac{k}{4} T_1^4 + \frac{l}{5} T_1^5 + p^1) + \frac{1}{R} \left(\sum_P n_i \bar{h}_{f_i}^o - \sum_R n_i \bar{h}_{f_i}^o \right) = 0 \dots\dots\dots 4.46$$

$$F^1_{(T_i)} = e^1 T_a^4 + d^1 T_a^3 + c^1 T_a^2 + b^1 T_a + a^1 \dots\dots\dots 4.47$$

$$F^2_{(T_i)} = 4e^1 T_a^3 + 3d^1 T_a^2 + 2c^1 T_a + b^1 \dots\dots\dots 4.48$$

Donde la ecuación (4.46) es del tipo polinómica de grado 5 y será resuelta utilizando el método de Newton Rapson modificado conforme a la ecuación (4.20), pero esto se hará de manera dependiente de T_1 . De esta manera los valores de $T_a = T_{g_4}$ y $T_1 = T_{g_3}$ serán calculados de manera iterativa partiendo de un valor inicial mayor de 298 °K para T_1 y estos valores se verificarán que sean los correctos cuando la Presión del vapor a la entrada del sobrecalentador 3 P_{vsh3e} calculada es igual al valor medido el cual es dato como se puede ver en la ecuación (4.53) mas adelante.

Los coeficientes y términos constantes de la ecuación (4.46) se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 a^l &= \sum_P n_i a_{1i}, b^l = \sum_P n_i a_{2i}, c^l = \sum_P n_i a_{3i}, d^l = \sum_P n_i a_{4i}, e^l = \sum_P n_i a_{5i} \\
 y, m^l &= \sum_P n_i (a_{6i} - \bar{h}_{i(298k)}) \\
 f &= \sum_R n_i a_{1i}, g = \sum_R n_i a_{2i}, j = \sum_R n_i a_{3i}, k = \sum_R n_i a_{4i}, l = \sum_R n_i a_{5i} \text{ y} \\
 p^l &= \sum_R n_i (a_{6i} - \bar{h}_{i(298k)})
 \end{aligned}$$

Donde n_i es el número de moles de la ecuación (4.31) de reacción de combustión balanceada, es decir los coeficientes a, b, c, d, e y f para los productos y para los reactantes los coeficientes del oxidante multiplicados por α

Y los términos de entalpía de formación también serán calculados como sigue:

$$\sum_P n_i \bar{h}_{f_i}^{\circ} = n_{CO_2} \bar{h}_{f_{CO_2}}^{\circ} + n_{H_2O} \bar{h}_{f_{H_2O}}^{\circ} \dots\dots\dots 4.49$$

$$\begin{aligned}
 \sum_R n_i \bar{h}_{f_i}^{\circ} &= n_{CH_4} \bar{h}_{f_{CH_4}}^{\circ} + n_{CO_2} \bar{h}_{f_{CO_2}}^{\circ} + n_{C_2H_6} \bar{h}_{f_{C_2H_6}}^{\circ} + n_{C_3H_8} \bar{h}_{f_{C_3H_8}}^{\circ} + n_{C_4H_{10}} \bar{h}_{f_{C_4H_{10}}}^{\circ} + n_{H_2O} \bar{h}_{f_{H_2O}}^{\circ} + n^l_{C_4H_{10}} \bar{h}_{f_{C_4H_{10}}}^{o1} \\
 &+ n_{C_3H_{12}} \bar{h}_{f_{C_3H_{12}}}^{\circ} + n^l_{C_3H_{12}} \bar{h}_{f_{C_3H_{12}}}^{o1} + n_{CO_2} \bar{h}_{f_{CO_2}}^{\circ} + n_{H_2O} \bar{h}_{f_{H_2O}}^{\circ} \dots\dots\dots 4.50
 \end{aligned}$$

De las ecuaciones (4.46), (4.47), (4.48), (4.49), (4.50) y las expresiones para los coeficientes y constantes de la ecuación (4.46) reemplazadas en la ecuación (4.20), nos permite determinar los valores de T_1 y T_a , pero estos valores son ambos dependientes y calculados asumiendo un valor mínimo para T_1 . Para verificar que estos valores sean los correctos para la condición de combustión presente realizamos un balance de energías en el quemador de ducto.

De la figura 6.1.9 se tiene:

$$Q_{\text{Quemador Ducto}} = PCI_N V_N \dots\dots\dots 4.51$$

Donde: $Q_{\text{Quemador Ducto}}$ es el calor liberado en el quemador de ducto, PCI_N es el poder calorífico inferior normal del gas natural calculado en la ecuación (4.39) y V_N es el flujo volumétrico normalizado de gas natural medido y se da en el término siguiente:

$$V_N = 0.0268xSCFH (Nm^3 / H) \dots\dots\dots 4.52$$

Así mismo el calor aprovechable suministrado por el quemador de ducto, el cual es: el calor máximo disponible después de la combustión será también igual al calor requerido para incrementar la temperatura de los gases de escape de la turbina y los gases después del quemador de ducto hasta la temperatura de llama adiabática.

$$Q_{\text{Util Quemador Ducto}} = (1 - f_c) Q_{\text{Quemador Ducto}} \dots\dots\dots 4.53$$

Donde f_c son las pérdidas por efectos de radiación y el calentamiento del gas durante la premezcla desde la temperatura de 6 a 10°C con la que ingresa al quemador hasta una temperatura igual a la de los gases de escape de la turbina después del sobrecalentador 2. Para la convergencia iterativa en el cálculo de T_a se requiere que la ecuación (4.53) se cumpla.

4.1.6 Cálculos en el sobrecalentador 3

En el sobrecalentador 3, las variables a calcular son de acuerdo a los datos disponibles que para nuestro análisis consideramos la posible presentación de dos

escenarios. En el primer caso se considera como datos la temperatura de vapor a la entrada y salida del sobrecalentador T_{vsh3e} y T_{vsh3s} , la presión del vapor a la entrada al sobrecalentador P_{vsh3e} y la temperatura de gases a la salida del sobrecalentador T_{g_5} , siendo las variables a calcular P_{vsh3s} y T_{g_4} . En el segundo caso se considera como datos para el vapor P_{vsh3s} y T_{vsh3e} , para los gases T_{g_4} , siendo las variables a calcular T_{vsh3s} y el cálculo de P_{vsh3e} para ser validada con el valor medido en línea.

- **CASO I**

Para este caso tenemos como datos: T_{vsh3e} , P_{vsh3e} , T_{vsh3s} , T_{g_5} y como incógnita tendremos P_{vsh3s} y T_{g_4} .

De los datos de diseño proporcionados en el inciso 4.4, el sobrecalentador 3 es del tipo banco de tubos compacto, esta conformado por tres bancos verticales en paralelo cada uno de 84 tubos lisos. Procederemos a realizar un balance de energía en el intercambiador

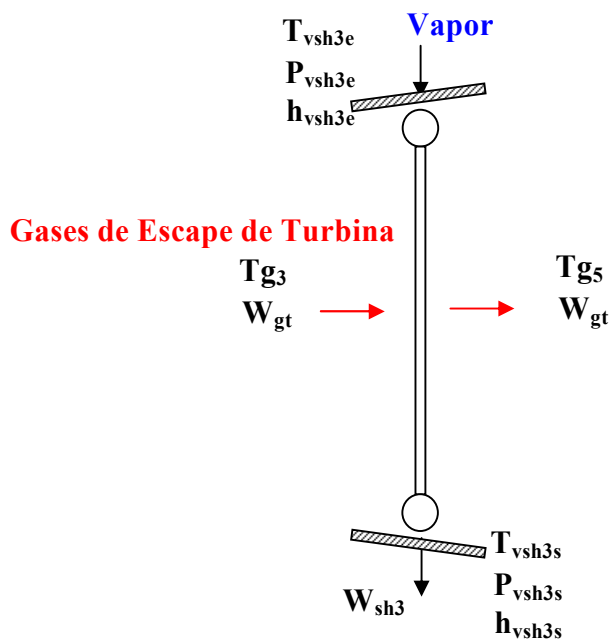


Figura 4.11

De la figura 4.11, tenemos las siguientes relaciones

$$Q_{gases\ escape} x h_l = Q_{vapor}$$

$$W_{gt} x h_l x \bar{C}_{pm}^o (T_{g4} - T_{g5}) = W_{vsh3} x (h_{vsh3s} - h_{vsh3e}) \dots\dots\dots 4.54$$

Considerando que parte del calor de los gases es cedido al vapor debido a las perdidas mínimas por radiación, eficiencia del intercambiador se tendrá la siguiente expresión:

$$\bar{C}_{pm}^o x (T_{g4} - T_{g5}) = \frac{W_{sh3}}{W_{gt} x h_l} (h_{vsh3s} - h_{vsh3e}) \dots\dots\dots 4.55$$

Donde: \bar{C}_{pm}^o : Calor específico promedio entre las temperaturas T_{g4} y T_{g5} de la mezcla de gases de escape de la turbina. (kJ/kg)

T_{g4} : Temperatura de gases a la entrada del sobrecalentador 3 (°C)

T_{g5} : Temperatura de gases a la salida del sobrecalentador 3 (°C)

W_{sh3} : Flujo de vapor en el sobrecalentador 3 (kg/h)

W_{gt} : Flujo de gases a través del sobrecalentador 3 (kg/h)

h_l : Perdidas por radiación y ensuciamiento (asumido en base a recomendaciones 1%).

h_{vsh3e} : Entalpía del vapor a la entrada del sobrecalentador 3 (kJ/kg)

h_{vsh3s} : Entalpía del vapor a la salida del sobrecalentador 3 (kJ/kg)

Para determinar el valor de T_{g4} , solo tenemos que despejar de la ecuación (4.55),

pero primero tendremos que calcular el valor de h_{vsh3s} y de \bar{C}_{pm}^o

4.1.6.1 Entalpía del Vapor a la Salida del Sobrecalentador 3: h_{vsh3s}

Para calcular h_{vsh3s} , se hará uso de de las tablas termodinámicas del vapor de agua, de acuerdo a la formulación de la IFC 1967. Los datos requeridos para determinar h_{vsh3s} de tablas son: T_{vsh3s} (dato) y P_{vsh3s} (incógnita). Por tanto procedemos a determinar P_{vsh3s} . Para lograr una mayor precisión en el calculo de h_{vsh3s} se realizan tres cálculos iterativos de P_{vsh3s} , partiendo de la premisa de verificación de la ecuación

4.1.6.2 Presión de Vapor a la Salida del Sobrecalentador 3: P_{vsh3s}

Se realiza el siguiente esquema para visualizar los puntos de las presiones en el sobrecalentador.

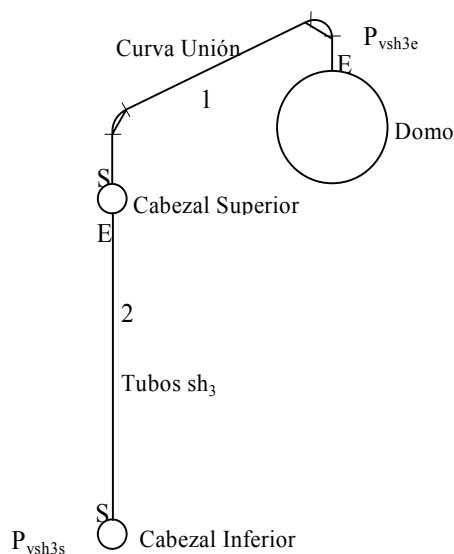


Figura 4.12

En la figura 4.12 se muestra la ubicación de los puntos donde se encuentran las presiones del vapor tanto a la entrada como a la salida del sobrecalentador 3.

La línea de tubería comprende la sección 1 que es la curva de conexión del domo con el cabezal superior, luego la sección 2 que la constituyen los tubos del sobrecalentador propiamente dicho que conectan el cabezal superior e inferior.

Así mismo de la misma figura se deduce que la P_{vsh3s} , viene dada por:

$$P_{vsh3s} = P_{vsh3e} - \Delta P_{vsh3} \quad \text{ó} \quad P_{vsh3e} = P_{vsh3s} + \Delta P_{vsh3} \dots\dots\dots 4.56$$

Donde: P_{vsh3e} : Presión del vapor a la entrada del sobrecalentador 3 (kg/cm²A)

P_{vsh3s} : Presión del vapor a la salida del sobrecalentador 3 (kg/cm²A)

ΔP_{vsh3} : Caída de presión del vapor en sobrecalentador 3 (kg/cm²A)

También de la misma figura se tiene:

$$\Delta P_{vsh3} = \Delta P_{curva superior} + \Delta P_{tubos sh3} \dots\dots\dots 4.57$$

Donde: $\Delta P_{curva superior}$: Caída de presión en sección 1 (kg/cm²A)

$\Delta P_{tubos sh3}$: Caída de presión en sección 2 (kg/cm²A)

Para el calculo de la ecuación (4.57) se hace uso de la ecuación de Darcy-Weisbach donde una variable muy importante es el volumen especifico del vapor (ν), que depende de la presión y temperatura del vapor sobrecalentado. En este caso al igual que en el sobrecalentador 2 el cálculo de las caídas de presión en cada sección del sobrecalentador, optamos por hacerlo en forma iterativa en tres pasos de iteración.

Para la primera iteración con dos cálculos sucesivos asumimos el mismo valor de ν en la entrada y salida del sobrecalentador 3 la primera vez, es decir desde la sección 1 a 2, esto a las condiciones de P_{vsh3s} y T_{vsh3s} determinadas en la primera iteración en

el sobrecalentador 2 para determinar P_{vsh3s} , luego con la ecuación (4.57) de terminamos P_{vsh3e} , para la segunda vez v de entrada es calculada a las condiciones de P_{vsh3e} sobrecalentado, procediendo a calcular un nuevo valor de P_{vsh3e} .

Para la segunda iteración con dos cálculos sucesivos procedemos de manera similar a la primera iteración con la única diferencia de que el valor de P_{vsh3s} , es obtenida de la segunda iteración en el sobrecalentador 2, obteniendo de esta manera. P_{vsh3e} de la ecuación (4.57)

Para la tercera iteración procedemos de la misma manera que en el caso de la segunda, y observaremos que los valores de P_{vsh3e} y P_{vsh3s} tienden a mantenerse constantes es decir tienen un comportamiento estable, quedando de esta manera calculado los valores finales de estos parámetros.

Sección 1 del Sobrecalentador 3: Curva Superior

De acuerdo a la figura 4.12., la sección 1 corresponde a la tubería que une la salida del domo con el cabezal de entrada del Sobrecalentador 3:

De donde tendremos:

$$L_1 = L_{neta} + L_{accesorios}$$

$$L_{neta} = 11.21m, \quad L_{eq\ accesorios} = L_{eq\ codo90^\circ} + L_{eq\ entradas/salida\ cabezal}$$

Longitud Equivalente Codos 3x90°:

Para nuestro cálculo consideramos las dos curvas como codos de 90° por disponibilidad de información (calculo conservador).

$$D_e = 219.1mm, \quad t = 18.26mm, \quad D_i = D_e - 2t = 182.58mm,$$

También para accesorios: $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, Para codo 90° y $\frac{r}{D_i} = 1.67$, se tendrá

$K = 14f$ (Manual Crane), luego:

$$L_{eq \text{ codo } 90^\circ} = 14f \frac{182.58}{f} x \frac{1}{1000} = 2.56m, \quad \text{para los 3 codos:}$$

$$3L_{eq \text{ codo } 90} = 3x2.86 = 7.67m$$

Longitud Equivalente Entrada a Tubo:

$D_e = 219.1mm$, $t = 18.26mm$, $D_i = 182.58mm$, $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, Para entrada con resalte $K = 0.78$ (Manual Crane), además de la ecuación (4.7) se tiene:

$$f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7x182.58}{0.046} \right)^2} = 0.01487,$$

$$\text{luego: } L_{eq \text{ entrada tubo}} = 0.78x \frac{182.58}{0.01487} x \frac{1}{1000} = 9.70m$$

Longitud Equivalente Salida de Tubo:

$D_e = 219.1mm$, $t = 34mm$, $D_i = 182.58mm$, $L_{eq} = K \frac{D_i}{f}$, para salida con resalte

$K = 1.0$ (Manual Crane), además de la ecuación (4.7) se tiene:

$$f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\text{Ln} \frac{3.7x182.58}{0.046} \right)^2} = 0.01487, \quad \text{luego:}$$

$$L_{eq \text{ salida tubo}} = 1.0x \frac{182.58}{0.01487} x \frac{1}{1000} = 12.43m$$

Finalmente se tendrá para la sección 1:

$$L_1 = L_{neta} + L_{accesorios} = 11.11 + 7.67 + 9.70 + 12.43 = 41.01m$$

Sección 2 del Sobrecalentador 3

De acuerdo a la figura 4.12, la sección 2 corresponde a los tubos del sobrecalentador que están conectados al cabezal superior a la entrada e inferior a la salida.

De la ecuación (4.8), tenemos lo siguiente:

$$L_2 = L_{neta} + L_{accesorios}$$

$$L_{neta} = 17.99m, \quad L_{eq\ accesorios} = L_{eq\ entradas\ /salidas\ cabezales}$$

Longitud Equivalente Entrada a Tubo:

$$D_e = 44.45mm, \quad t = 5mm, \quad D_i = 34.45mm,$$

$$L_{eq} = K \frac{D_i}{f}, \quad \text{para entrada con resalte } K = 0.78 \text{ (Manual Crane), además de la}$$

$$\text{ecuación (4.7) se tiene: } f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\ln \frac{3.7x34.45}{0.046} \right)^2} = 0.0215, \quad \text{luego:}$$

$$L_{eq\ entrada\ tubo} = 0.78 x \frac{34.45}{0.0215} x \frac{1}{1000} = 1.25m$$

Longitud Equivalente Salida de Tubo:

$$D_e = 44.45mm, \quad t = 5mm, \quad D_i = 34.45mm,$$

$$L_{eq} = K \frac{D_i}{f}, \quad \text{para salida con resalte } K = 1.0 \text{ (Manual Crane), además de la}$$

$$\text{ecuación (4.7) se tiene: } f = \frac{1}{0.86^2} x \frac{1}{\left(\ln \frac{3.7x34.45}{0.046} \right)^2} = 0.0215, \quad \text{luego:}$$

$$L_{eq\ salida\ tubo} = 1.0 x \frac{34.45}{0.0215} x \frac{1}{1000} = 1.60m,$$

Finalmente se tendrá para la sección 2:

$$L_2 = L_{neta} + L_{accesorios} = 17.99 + 1.25 + 1.60 = 20.85m$$

Luego la caída de presión a través del sobrecalentador 2, la calculamos sumando la caída de presión en cada una de las secciones de acuerdo con la ecuación (4.57)

$$\Delta P_{vsh3} = \Delta P_{curva superior} + \Delta P_{tubos sh3}$$

$$\Delta P_{vsh3} = 637.628415 \left(f_1 L_1 W_1^2 \frac{v_1}{D_{i1}^5} + f_2 L_2 W_2^2 \frac{v_2}{D_{i2}^5} \right)$$

Finalmente se tendrá la siguiente expresión para calcular ΔP_{vsh3} :

$$\Delta P_{vsh3} = 1.89279 \times 10^{-9} W_1^2 v_1 + 5.89457 \times 10^{-6} W_2^2 v_2 \dots\dots\dots 4.58$$

Obtenido el valor de ΔP_{vsh3} en la ecuación (6.58) lo reemplazamos en la ecuación (6.56), calculando finalmente el valor de P_{vsh3s} .

- **CASO II**

Para este caso tenemos como datos: P_{vsh3e} , T_{vsh3e} , T_{g4} y como incógnita tendremos:

P_{vsh3s} , T_{vsh3s} y la verificación de P_{vsh3e} .calculada con el valor de la presión medida.

4.1.6.3 Entalpía del Vapor de Salida del Sobrecalentador 3. Caso II:

h_{vsh3s}

Para calcular h_{vsh3s} , se despeja esta variable de la ecuación (6.55), luego se hará uso de de las tablas termodinámicas del vapor de agua, de acuerdo a la formulación de la IFC 1967⁽⁶⁾ para determinar el valor de la temperatura T_{vsh3s} . Los datos requeridos para determinar T_{vsh3s} de tablas son: P_{vsh3s} (dato) y h_{vsh3s} (incógnita). Por tanto procedemos a determinar h_{vsh3s} .

$$h_{vsh3s} = h_{vsh3e} + \frac{W_{gt} x h_l}{W_{sh3}} \bar{C}_{pm}^o (T_{g4} - T_{g5}) \dots\dots\dots 4.59$$

4.1.6.4 **Verificación de la Presión de Vapor Calculada con la obtenida por Medición a la Entrada del Sobrecalentador 3: P_{vsh3e}**

De la figura 4.12, la presión de vapor a la entrada del sobrecalentador 3, será calculada de la siguiente manera:

$$P_{vsh3e} = P_{vsh3s} + \Delta P_{vsh3} \dots\dots\dots 4.60$$

Al igual que en el caso de la ecuación (4.58), podemos previamente haber calculado

$$\Delta P_{vsh3}, \text{ esto facilitará el calculo de } P_{vsh3e}$$

Donde los valores de $P_{vsh3s} = P_{vsh2e}$ calculado en la ecuación (4.28)

Cuando el valor de P_{vsh3e} medido sea igual al valor de P_{vsh3e} calculado con una aproximación a dos decimales como se aprecia en la ecuación (4.61) , entonces podremos decir que los valores de T_{g3} y T_{g4} calculados en las ecuaciones (4.46), (4.47) y (4.48) serán los correctos. Para la convergencia un error de $\pm 1\%$ entre ambos valores es aceptable.

$$P_{vsh3e \text{ medido}} = P_{vsh3e \text{ calculado}} \dots\dots\dots 4.61$$

4.1.7 **Cálculos en el evaporador**

En el Evaporador, las variables a calcular son la temperatura de gases a la entrada

T_{g3} y el calor total transferido en el intercambiador. De los datos de diseño

proporcionados en el inciso 2.4, el evaporador es del tipo banco de tubos compacto,

esta conformado por tres secciones bancos verticales en paralelo cada uno de 84 tubos aleteados en un arreglo de serie.

Procederemos a realizar un balance de energía en el intercambiador, donde los gases calientes entregan su calor al agua que será evaporada, según se muestra en la figura 4.13

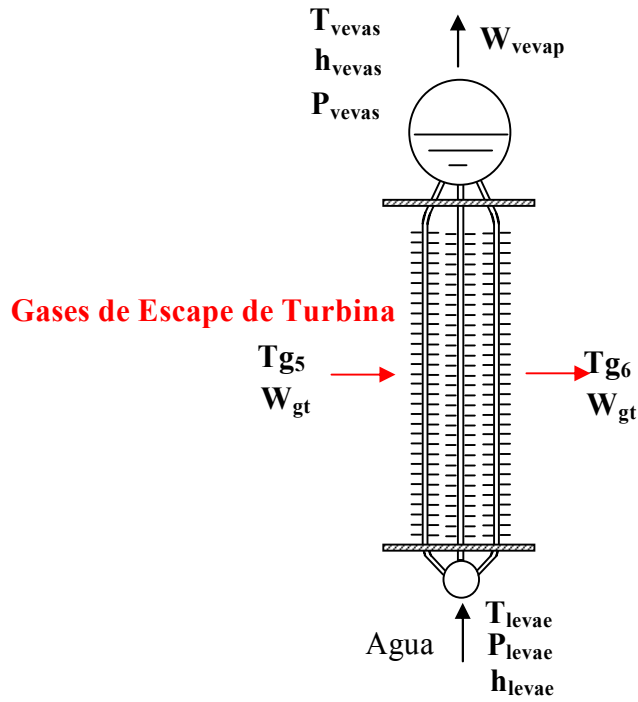


Figura 4.13

De la figura 4.13, tenemos las siguientes relaciones

$$Q_{gases\ escape} x h_l = Q_{vapor}$$

$$W_{gt} h_l \bar{C}_{pm}^o (T_{g_s} - T_{g_e}) = W_{evap} (h_{vevap} - h_{lecos}) + Bd (h_{levap} - h_{lecoe}) \dots\dots\dots 4.62$$

Considerando que parte del calor de los gases es cedido a la mezcla agua/vapor debido a las pérdidas mínimas por radiación, eficiencia del intercambiador se tendrá la siguiente expresión:

$$\bar{C}_{pm}^o (T_{g_s} - T_{g_e}) = \frac{W_{sh1}}{W_{gt} x h_l} (h_{vevap} - h_{lecos}) + \frac{Bd}{W_{gt} x h_l} (h_{levap} - h_{lecoe}) \dots\dots\dots 4.63$$

Donde: \bar{C}_{pm}^o : Calor específico promedio entre las temperaturas T_{g_s} y T_{g_e} de la mezcla de gases de escape de la turbina. (kJ/kg)

T_{g_s} : Temperatura de gases a la entrada del evaporador (°C)

T_{g_e} : Temperatura de gases a la salida del evaporador (°C)

W_{evap} : Flujo de vapor en el evaporador (kg/h)

Bd : Flujo de purga continua en el domo (kg/h)

W_{gt} : Flujo de gases a través del evaporador (kg/h)

h_l : Pérdidas por radiación y ensuciamiento (asumido en base a recomendaciones 1%).

h_{vevap} : Entalpía del vapor a la salida del evaporador (kJ/kg)

h_{levap} : Entalpía del líquido a la entrada del evaporador (kJ/kg)

h_{lecons} : Entalpía del líquido a la salida del economizador (kJ/kg)

h_{lecone} : Entalpía del líquido a la entrada del economizador (kJ/kg)

Para determinar el valor de T_{g5} , solo tenemos que despejar de la ecuación (4.63), pero primero tendremos que calcular los valores de h_{vevap} , h_{levap} , h_{lecone} , h_{lecons} y de \bar{C}_{pm}^o .

4.1.7.1 Entalpías del Agua y Vapor en el Evaporador y Economizador

Para calcular las entalpías, h_{vevap} , h_{levap} , h_{lecone} , h_{lecons} se hará uso de de las tablas termodinámicas del vapor de agua, de acuerdo a la formulación de la IFC 1967⁽⁶⁾. Los datos requeridos para determinar de tablas son: $T_{satevap}$, T_{econe} y T_{econs} (datos).

4.1.7.2 Temperatura de los Gases a la entrada del Evaporador: T_{g5}

Para calcular la temperatura T_{g5} , aplicaremos los conceptos presentados en el punto 4.1.2.3, en donde el calor específico \bar{C}_{pm}^o se reemplaza por una expresión polinómica en función de la temperatura, en donde el término $\bar{C}_{pm}^o(T_{g5} - T_{g6})$ de la ecuación (4.63) es igual a una ecuación polinómica de grado 5 como se muestra a continuación:

$$\bar{C}_{pm}^o(T_{g5} - T_{g6}) = \bar{R}(mT^5 + nT^4 + pT^3 + qT^2 + rT + s)$$

De esta manera podemos aplicar la ecuación (4.19) polinómica de grado 5, cuyos coeficientes se calcularán de acuerdo al caso (b) y la temperatura T_{g5} , se obtiene aplicando la ecuación (4.20) de Newton-Rapson modificada.

4.1.8 Cálculos en el Economizador

En el Economizador, las variables a calcular son la temperatura de gases a la entrada T_{g6} y el calor total transferido en el intercambiador. De los datos de diseño

proporcionados en el inciso 4.4, el evaporador es del tipo banco de tubos compacto, esta conformado por tres secciones bancos verticales en paralelo cada uno de 84 tubos aleteados.

Procederemos a realizar un balance de energía en el intercambiador, donde los gases calientes entregan su calor al agua que será evaporada, según se muestra en la figura 4.14

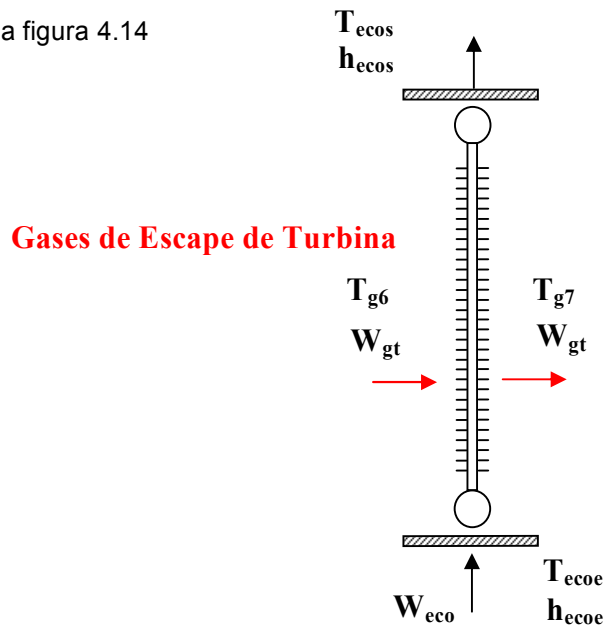


Figura 4.14

De la figura 4.14, tenemos las siguientes relaciones

$$Q_{gases\ escape} x h_l = Q_{agua\ a\ lim\ entacion}$$

$$W_{gt} h_l \bar{C}_{pm} (T_{g_6} - T_{g_7}) = W_{eco} (h_{ecos} - h_{ecoe}) \dots\dots\dots 4.64$$

Considerando que parte del calor de los gases es cedido al agua de alimentación al domo debido a las perdidas mínimas por radiación, eficiencia del intercambiador, se tendrá la siguiente expresión:

$$\bar{C}_{pm}^{\circ} (T_{g_6} - T_{g_7}) = \frac{W_{eco}}{W_{gt} h_l} (h_{ecos} - h_{ecoe}) \dots\dots\dots 4.65$$

Donde: \bar{C}_{pm}° : Calor específico promedio entre las temperaturas T_{g_6} y T_{g_7} de la mezcla de gases de escape de la turbina. (kJ/kg)

T_{g_6} : Temperatura de gases a la entrada del economizador (°C)

T_{g_7} : Temperatura de gases a la salida del economizador (°C)

W_{eco} : Flujo de agua de alimentación en el economizador (kg/h)

W_{gt} : Flujo de gases a través del economizador (kg/h)

h_l : Perdidas por radiación y ensuciamiento (asumido en base a recomendaciones 1%).

h_{ecos} : Entalpía del líquido a la salida del economizador (kJ/kg)

h_{ecoe} : Entalpía del líquido a la entrada del economizador (kJ/kg)

Para determinar el valor de T_{g_6} , solo tenemos que despejar de la ecuación (4.65),

pero primero tendremos que calcular los valores de h_{ecoe} , h_{ecos} y de \bar{C}_{pm}°

4.1.8.1 Entalpía del Agua en el Economizador:

Para calcular las entalpías h_{ecoe} , h_{ecos} se hará uso de de las tablas termodinámicas del vapor de agua, de acuerdo a la formulación de la IFC 1967. Los datos requeridos para determinar de tablas son: T_{ecoe} y T_{ecos} (datos).

4.1.8.2 Temperatura de los Gases a la entrada del Economizador: T_{g_6}

Para calcular la temperatura T_{g_6} , aplicaremos los conceptos presentados en el punto 4.1.2.3, en donde el calor específico \bar{C}_{pm}° se reemplaza por una expresión

polinómica en función de la temperatura, en donde el término $\bar{C}_{pm}^0(T_{g_6} - T_{g_7})$ de la ecuación (4.65) es igual a una ecuación polinómica de grado 5 como se muestra a continuación:

$$\bar{C}_{pm}^0(T_{g_6} - T_{g_7}) = \bar{R}(mT^5 + nT^4 + pT^3 + qT^2 + rT + s)$$

De esta manera podemos aplicar la ecuación (4.19) polinómica de grado 5, cuyos coeficientes se calcularán de acuerdo al caso (b) y la temperatura T_{g_6} , se obtiene aplicando la ecuación (4.20) de Newton-Rapson modificada.

4.1.9 Cálculos en el Precalentador de Condensado (CPH)

En el Precalentador de Condensado, las variables a calcular son la temperatura de gases a la entrada T_{g_7} y el calor total transferido en el intercambiador. De los datos de diseño proporcionados en el inciso 4.4, el evaporador es del tipo banco de tubos compacto, esta conformado por tres secciones bancos verticales en paralelo cada uno de 84 tubos aleteados.

Procederemos a realizar un balance de energía en el intercambiador, donde los gases calientes entregan su calor al agua que será evaporada, según se muestra en la figura 4.15

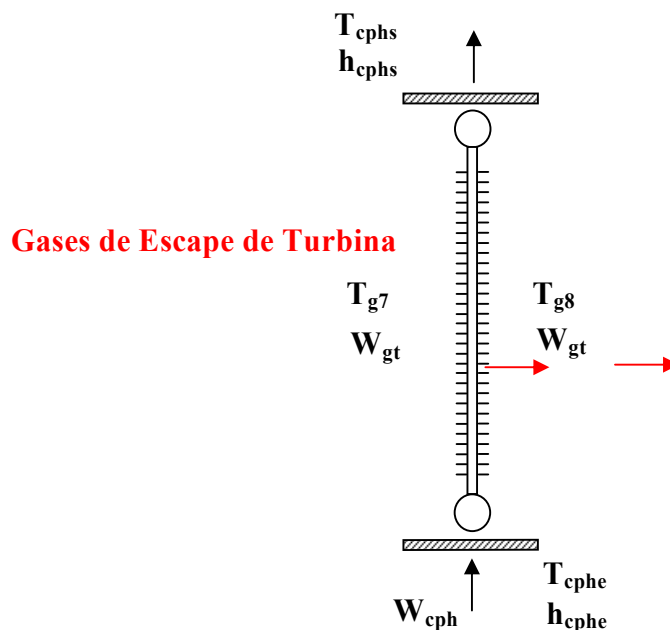


Figura 4.15

De la figura 4.15 tenemos las siguientes relaciones

$$Q_{gases\ escape} x h_l = Q_{condensado}$$

$$W_{gt} h_l \bar{C}_{pm} (T_{g7} - T_{g8}) = W_{cph} (h_{cphs} - h_{cphe}) \dots\dots\dots 4.66$$

Considerando que parte del calor de los gases es cedido al condensado debido a las pérdidas mínimas por radiación, eficiencia del intercambiador, se tendrá la siguiente expresión:

$$\bar{C}_{pm} (T_{g7} - T_{g8}) = \frac{W_{cph}}{W_{gt} x h_l} (h_{cphs} - h_{cphe}) \dots\dots\dots 4.67$$

Donde: \bar{C}_{pm} : Calor específico promedio entre las temperaturas T_{g7} y T_{g8} de la mezcla de gases de escape de la turbina. (kJ/kg)

T_{g7} : Temperatura de gases a la entrada del CPH (°C)

T_{g8} : Temperatura de gases a la salida del CPH (°C)

W_{cph} : Flujo de condensado en el CPH (kg/h)

W_{gt} : Flujo de gases a través del economizador (kg/h)

h_l : Pérdidas por radiación y ensuciamiento (asumido en base a recomendaciones 1%).

h_{cphs} : Entalpía del líquido a la salida del CPH (kJ/kg)

h_{cphe} : Entalpía del líquido a la entrada del CPH (kJ/kg)

Para determinar el valor de T_{g7} , solo tenemos que despejar de la ecuación (6.67), pero primero tendremos que calcular los valores de h_{cphe} , h_{cphs} y de \bar{C}_{pm}°

4.1.9.1 Entalpía del condensado en el CPH

Para calcular las entalpías h_{cphe} , h_{cphs} se hará uso de de las tablas termodinámicas del vapor de agua, de acuerdo a la formulación de la IFC 1967. Los datos requeridos para determinar de tablas son: T_{cphe} y T_{cphs} (datos).

4.1.9.2 Temperatura de los Gases a la entrada del Precalentador de Condensado: T_{g7}

Para calcular la temperatura T_{g7} , tenemos como dato la temperatura T_{gs} la cual es medida y es usada como parámetro de control para el CPH y además aplicaremos los conceptos presentados en el punto 4.1.2.3, en donde el calor específico \bar{C}_{pm}° se reemplaza por una expresión polinómica en función de la temperatura, en donde el término $\bar{C}_{pm}^{\circ}x(T_{g7} - T_{gs})$ de la ecuación (4.67) es igual a una ecuación polinómica de grado 5 como se muestra a continuación:

$$\bar{C}_{pm}^{\circ}x(T_{g7} - T_{gs}) = \bar{R}(mxT^5 + nxT^4 + pxT^3 + qxT^2 + rxT + s)$$

De esta manera podemos aplicar la ecuación (4.19) polinómica de grado 5, cuyos coeficientes se calcularán de acuerdo al caso (b) y la temperatura T_{g7} , se obtiene aplicando la ecuación (4.20) de Newton-Rapson modificada.⁽¹¹⁾

4.2 Caída de Presión al Exterior de los Tubos de Intercambiadores del HRSG

Para flujos con dirección normal o perpendicular al banco de tubos aleteados, haremos uso de la correlación desarrollada por ESCOA⁽¹⁰⁾ para calcular la caída de presión en tubos con aletas sólidas o segmentadas, los cuales pueden presentarse en arreglos en línea o escalonados.

4.2.1 Calculo de la Caída de Presión en Intercambiadores con arreglo de tubos escalonados.

Los intercambiadores de calor del HRSG en estudio son todos del tipo banco de tubos compacto, con arreglo de tubos escalonados. Por lo general cada banco consta de tres paquetes de tubos alineados y separados por baffles formando así el intercambiador como es el caso del Sobrecalentador 1 y 3, para el Sobrecalentador 2 y Evaporador el intercambiador consta de 3 bancos ubicados en serie uno detrás de otro en la dirección del flujo de gases. Para el Economizador el intercambiador consta de 12 bancos ubicados en serie uno detrás de otro y finalmente para el Precalentador de Condensado el intercambiador consta de 6 bancos ubicados en serie uno detrás de otro.

En el calculo de la caída de presión se considera el efecto de los baffles distribuidos entre cada uno de los paquetes de tubos.

4.2.1.1 Para Aletas Sólidas

El Cálculo de la Caída de Presión se realiza con la correlación desarrollada por ESCOA como se muestra en las ecuación (4.68). Las unidades de las variables que se presentan en las siguientes ecuaciones se encuentran disponibles en el manual de ESCOA en el sistema ingles.

$$\Delta P = (f_a + a) \frac{G_n^2 N_r}{\rho_b \times 1.083 \times 10^9} \dots\dots\dots 4.68$$

Donde: ΔP : Caída de Presión, (Pulgadas de H₂O)

f_a : Factor de Fricción, adimensional

a : Termino de perdida de la aceleración de caída de presión, adimensional

G_n : Flujo masico de gases,(lb/h-pie²)

N_r : Numero de filas de tubos

ρ_b : Densidad de los gases a la temperatura T_b , (lb/pie³)

$$f = C_2 C_4 C_6 (d_f / d_o)^{0.5} \dots\dots\dots 4.69$$

Donde: C_2 : Factor de corrección por numero de Reynolds, adimensional

C_4 : Factor de corrección por geometría, adimensional

C_6 : Factor de corrección por configuración de los tubos, adimensional

d_o : Diámetro exterior del tubo, (pulgadas)

d_f : Diámetro exterior de la aleta, (pulgadas)

Término de Pérdida de la Aceleración de Caída de Presión (a):

Se calcula de acuerdo a la ecuación (4.70):

$$a = \left(\frac{1 + B^2}{4N_r} \right) \rho_b \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \dots\dots\dots 4.70$$

Donde: ρ_b : Densidad promedio de gases a la temperatura T_b , (lb/pie³)

ρ_1 : Densidad de gases a la entrada al intercambiador, (lb/pie³)

ρ_2 : Densidad de gases a la salida del intercambiador, (lb/pie³)

Densidad Media de Gases (ρ_m):

Las densidades ρ_b , ρ_1 y ρ_2 son las densidades de la mezcla de gases de escape de la turbina, cada una de las cuales es calculada de acuerdo con la ecuación (4.71)

$$\rho_m = \sum_{i=1}^N Y_i \rho_i \dots\dots\dots 4.71$$

Donde: ρ_m : Densidad promedio de la mezcla a la temperatura T, (lb/pie³)

ρ_i : Densidad del Componente i de la mezcla, (lb/pie³)

Y_i : Fracción molar de cada componente

Factor de Contracción de la Caída de Presión en el Área de Flujo (B):

Se define de la siguiente manera:

$$B = A_n / A_d \dots\dots\dots 4.72$$

Donde: A_n : Área neta libre entre tubos, (pie²)

A_d : Área de la sección transversal del banco, (pie²)

Flujo Masico de los Gases Escape de la Turbina (G_n):

Viene dada por la siguiente expresión:

$$G_n = \frac{W_g}{A_n} \dots\dots\dots 4.73$$

Donde: W_g : Flujo masico de gases de escape de CTG, (lb/hr)

Área Neta Libre entre Tubos (A_n):

Se expresa de la siguiente manera:

$$A_n = A_d - A_c L_e N_t \dots\dots\dots 4.74$$

Donde: L_e : Longitud del tubo, (pie)

N_t : Numero de tubos por fila

Área de Sección Transversal del Banco de Tubos (A_d):

Se expresa de la siguiente manera:

$$A_d = (N_t S_T / 12) L_e \dots\dots\dots 4.75$$

Donde: S_T : Paso transversal, (pulgadas)

Área de Sección Transversal del Tubo Aleteado (A_c):

Se expresa de la siguiente manera:

$$A_c = (d_o + 2l_f t_f n_f) / 12 \dots\dots\dots 4.76$$

Donde: A_c : Área de la sección transversal del tubo aleteado, (pie²/pie)

l_f : Altura de la aleta, (pulgadas)

t_f : Espesor de la aleta, (pulgadas)

n_f : Numero de aletas, (Aletas/pulgada)

Numero de Reynolds: (Re)

Se define de acuerdo a la siguiente expresión:

$$Re = \frac{Gd_o}{12\mu_m} \dots\dots\dots 4.77$$

Donde: μ_m : Viscosidad dinámica media de gases, (lb/pie-h)

Viscosidad Media de Gases (μ_m):

La viscosidad dinámica media μ_m es de la mezcla de gases de escape de la turbina, la cuales es calculada de acuerdo con la ecuación (4.78)

$$\mu_m = \frac{\sum Y_i \mu_i \sqrt{M_i}}{\sum Y_i \sqrt{M_i}} \dots\dots\dots 4.78$$

Donde: Y_i : Fracción molar de cada componente

μ_i : Viscosidad dinámica para cada componente, (lb/pie-h) (ver apéndice A4)

M_i : Peso molecular de cada componente, (lb/mol)

$$s_f = \frac{1}{n_f} - t_f \dots\dots\dots 4.79$$

Donde: s_f : Espacio entre aletas, (pulgadas)

Corrección por el Número de Reynolds:

$$C_2 = 0.075 + 1.85 Re^{-0.3} \dots\dots\dots 4.80$$

Corrección por Geometría:

$$C_4 = 0.11(0.05S_T/d_o)^{-0.7}(l_f/s_f)^{0.20} \dots\dots\dots 4.81$$

Corrección por la Configuración de los Tubos:

$$C_6 = 1.1 + (1.8 - 2.1e^{-0.15N_r^2})e^{-2(S_L/S_T)} - (0.7 - 0.8e^{-0.15N_r^2})e^{-0.6(S_L/S_T)} \dots\dots\dots 4.82$$

Donde: S_L : Paso longitudinal, (pulgadas)

4.2.1.2 Para Aletas Segmentadas

El cálculo de la caída de presión se realiza con la correlación desarrollada por ESCOA ⁽¹⁰⁾ como se muestra en las ecuación (6.68), al igual que para las aletas sólidas siendo en este caso el coeficiente C_4 diferente para aletas segmentadas.

Corrección por Geometría:

$$C_4 = 0.11(0.05S_T/d_o)^{-0.7}\left(\frac{h}{s_f}\right)^{0.23} \dots\dots\dots 4.83$$

Donde: S_L : Paso transversal, (pulgadas)

h : Altura de la aleta, (pulgadas)

CAPITULO V

MODELACION MATEMATICA

Este capítulo tiene como objetivo presentar los fundamentos teóricos necesarios para una mejor comprensión de los problemas con flujos de fluidos en tres dimensiones y de la turbulencia. Se presenta una descripción de las ecuaciones gobernantes del flujo de fluidos y transferencia de calor en forma diferencial expresadas en términos de un volumen de control fijo, un volumen finito en el espacio, para llegar a la ecuación generalizada del transporte, la cual constituye la base del método de volúmenes finitos de la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD).

También se presenta el desarrollo de los conceptos de turbulencia que son necesarios para la apreciación de detalles en diferentes aplicaciones ingenieriles usando CFD. Se muestra la representación física de la turbulencia y las consecuencias de la aparición de fluctuaciones aleatorias en las ecuaciones de flujo. Las ecuaciones resultantes no forman un conjunto cerrado a menos que se introduzca un modelo de turbulencia. Se presenta también el modelo de turbulencia $k - \varepsilon$, el cual es uno de los usados actualmente para el estudio de flujos turbulentos.

5.1 Elementos de Modelación Teórica

Generalmente, los principios generales y las relaciones constitutivas son representados por ecuaciones diferenciales parciales, las cuales permiten modelar el comportamiento de un sistema, tal como el flujo de fluidos en un intercambiador de calor bajo ciertas condiciones de operación.

En el modelo teórico los componentes están interrelacionados de tal manera que las ecuaciones gobernantes puedan acoplarse a las otras ramas del modelo, como las condiciones iniciales, las ecuaciones de estado, las condiciones de frontera, las propiedades termodinámicas y del transporte y de estar disponibles datos empíricos del modelo, dependiendo de la complejidad del problema.

5.2 Ecuaciones Gobernantes del Flujo de Fluidos y Transferencia de Calor

Las ecuaciones gobernantes del flujo de fluidos expresan matemáticamente la relación de las leyes físicas de conservación, las cuales están descritas como:

- La conservación de la masa del fluido
- La rapidez de cambio de momentum (Segunda ley de Newton)
- La rapidez de cambio de la energía (Primera ley de la Termodinámica)

Para la obtención de las ecuaciones de continuidad, momentum y energía, el fluido será considerado como un continuo. Se describirá el comportamiento del fluido en términos de propiedades macroscópicas tales como: Velocidad, presión, densidad, temperatura y sus derivadas espaciales temporales. Consideremos un pequeño elemento de flujo de fluido con caras: dx, dy, dz (Figura 5.1)

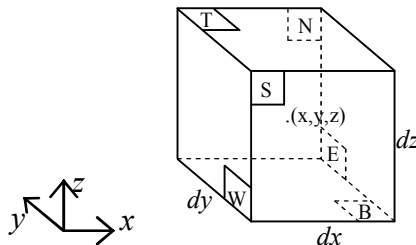


Figura: 5.1 Elemento de fluido para las leyes de conservación

Las seis caras son llamadas N,S,E,W,T,B. También se muestran las direcciones positivas de los ejes coordenados. El centro del elemento se localiza en la posición

(x, y, z) . A causa de los cambios sistemáticos en la masa, momentum y energía del elemento del fluido debido al flujo de fluido a través de sus fronteras y cuando sea apropiado, debido a la acción de fuentes dentro del elemento, guían a las ecuaciones del flujo de fluidos [Patankar, 1980].⁽¹⁶⁾

Todas las propiedades son función del tiempo y del espacio desde una concepción Euleriana, así que podría ser estrictamente necesario escribir $\rho(t, x, y, z)$, $P(t, x, y, z)$, $T(t, x, y, z)$ y $u(t, x, y, z)$ para la densidad, presión, temperatura y vector velocidad respectivamente. Para evitar incómodos en la notación, explícitamente no se indicará la dependencia entre las coordenadas espaciales y el tiempo. Por ejemplo, la densidad de un elemento de fluido en el punto (x, y, z) en el tiempo t se indicará por ρ .

El elemento diferencial de flujo de la figura (7.1) considerado es tan pequeño, que las propiedades sobre cada una de las caras se pueden expresar con suficiente exactitud utilizando los dos primeros términos de una serie de Taylor. Así por ejemplo la presión sobre las caras E y W que están a una distancia de $1/2 dx$ del centro del elemento, se puede expresar como:

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} dx \text{ y } p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} dx$$

5.2.1 Conservación de la Masa: Ecuación de Continuidad.

La ley de conservación de la masa establece que la masa no puede ser creada ni destruida. Con respecto a un volumen de control, se puede enunciar la ley de conservación de la masa de la siguiente forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez de acumulacion} \\ \text{de masa dentro del} \\ \text{volumen de control} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Flujo masico que} \\ \text{entra al volumen} \\ \text{de control} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Flujo masico que} \\ \text{sale del volumen} \\ \text{de control} \end{array} \right\} \dots\dots\dots 5.0$$

La ecuación de continuidad es desarrollada a partir del balance anterior en un volumen de control diferencial $dx dy dz$, como se muestra en la figura (5.2)

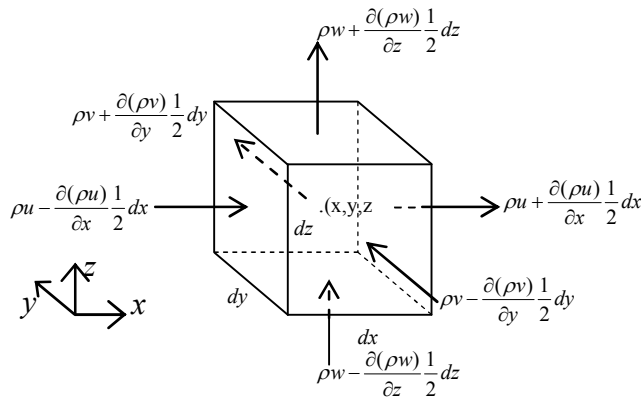


Figura: 5.2 Flujo masico entrando y saliendo del volumen de control

Comenzamos considerando el par de caras perpendiculares al eje x. El flujo masico que entra a través de la cara **x** a una distancia de $x - dx/2$ es $(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{dx}{2}) dy dz$ y el flujo masico que sale a través de la cara $x + d/2$ es $(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{dx}{2}) dy dz$. Para los otros dos pares de caras pueden escribirse expresiones análogas. La rapidez de acumulación de masa en el elemento de volumen es $\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz$. El balance de flujo masico se puede expresar por lo tanto de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz &= \left[\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz - \left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz \\ &+ \left[\rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz - \left[\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dx dz \dots\dots\dots 5.1 \\ &+ \left[\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy - \left[\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dx dy \end{aligned}$$

De la ecuación (5.1), restamos los términos de la derecha y dividimos entre el volumen diferencial $dx dy dz$, luego reordenando adecuadamente tenemos obtenemos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots 5.2$$

Usando la notación vectorial se tiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \dots\dots\dots 5.3$$

También sabemos que las leyes de conservación de momentum y energía tienen una relación importante con los cambios de las propiedades de una partícula de fluido, los cuales dependen de la posición (x,y,z) de la partícula y del tiempo (t). De esta manera si se denota a la propiedad por unidad de masa ϕ en función del tiempo se tendrá:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + w \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi \dots\dots\dots 5.4$$

Así, podemos expresar la ecuación (5.3) en función de la derivada sustancial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0$$

Quedando esta como sigue:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \dots\dots\dots 5.5$$

La ecuación de continuidad también puede expresarse de la siguiente forma:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \dots\dots\dots 5.6$$

Ahora, si el cambio de propiedad se considera por unidad de volumen, es necesario realizar el producto $\frac{D\phi}{Dt}$ y la densidad ρ . Entonces multiplicamos la ecuación (5.4) por la densidad:

$$\rho \frac{D\phi}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi \right) \dots\dots\dots 5.7$$

Sin embargo, para fines computacionales usando el método de volúmenes finitos es más útil la notación vectorial como la presentada en la ecuación (5.3), la cual considera los cambios de la propiedad del fluido.

De manera que de la ecuación (5.3) de conservación de masa por unidad de volumen se toma en cuenta como la cantidad conservada. Entonces, la suma de la rapidez del cambio de la densidad y el término convectivo en la ecuación de la conservación de la masa para un elemento diferencial de fluido es $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u})$, y generalizando este término para una propiedad arbitraria en la ley de conservación se tiene:

$$\rho \frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u} \phi) \dots\dots\dots 5.8$$

5.2.2 Ecuación de Momentum en Tres Dimensiones.

De manera similar a la empleada para obtener la ecuación de continuidad, se obtiene la ecuación de momentum, la cual se realiza a partir de un balance de momentum en el elemento de fluido (volumen diferencial) ⁽¹⁷⁾, por lo que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez de} \\ \text{acumulacion del} \\ \text{momentum en el} \\ \text{volumen de control} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Cantidad de} \\ \text{momentum que} \\ \text{entra al volumen} \\ \text{de control} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Cantidad de} \\ \text{momentum que} \\ \text{sale del volumen} \\ \text{de control} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Suma de fuerzas} \\ \text{que actuan en} \\ \text{el volumen de} \\ \text{control} \end{array} \right\} \dots\dots\dots 5.9$$

El último termino de la derecha esta considerando las fuerzas que actúan sobre la partícula de fluido en el volumen de control. Estas pueden ser de dos tipos: Las fuerzas de superficie y las fuerzas de cuerpo⁽¹⁸⁾.

Fuerzas de Superficie:

Están usualmente expresadas en términos de esfuerzo σ (fuerza por unidad de área)

y las principales son

- Fuerzas debidas a la presión: Actúan en dirección normal a la superficie
- Fuerzas viscosas

Fuerzas de Cuerpo:

Las principales son:

- Fuerzas de gravedad
- Fuerzas centrifugas
- Fuerzas de coriolis

La rapidez del incremento del momentum por unidad de volumen para una partícula de un fluido con respecto a cada componente **x,y,z** del sistema de coordenadas cartesiana está dado por:

$$\rho \frac{Du}{Dt}; \rho \frac{Dv}{Dt}, \rho \frac{Dw}{Dt} \dots\dots\dots 5.10$$

Donde $\rho \frac{Du}{Dt}$ representa el producto de la masa por unidad de volumen por la componente de la aceleración en la dirección \mathbf{x} , la cual se define como la segunda ley de Newton.

Por otro lado la contribución de las fuerzas de cuerpo aplicadas a la partícula en la ecuación de momentum, son incluidas en el término fuente de la ecuación. Por lo tanto, el estado de esfuerzos en el elemento diferencial del fluido queda determinado por la presión y las nueve componentes del esfuerzo viscoso, tal como se muestra en la figura 5.3. La presión queda denotada por p y los esfuerzos viscosos son denotados por τ . Las componentes del esfuerzo actúan en la dirección positiva sobre una cara positiva (un vector normal apunta en la dirección de la coordenada positiva), y en la dirección negativa sobre una cara negativa. La notación con índices τ_{ij} se aplica para indicar la dirección de los esfuerzos viscosos. El primer subíndice de una componente del esfuerzo denota la cara sobre que actúa dicha componente, y el segundo subíndice denota la dirección en la que actúa; la componente τ_{xy} actúa en la dirección \mathbf{y} positiva sobre una cara \mathbf{x} positiva, y en la dirección \mathbf{y} negativa sobre una cara \mathbf{x} negativa.

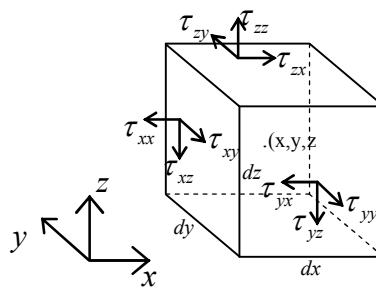


Figura: 5.3 Componentes de los esfuerzos en las tres caras principales del volumen de control

Primero consideramos las componentes en la dirección \mathbf{x} de la fuerza debida a la presión y los esfuerzos τ_{xx} , τ_{yx} y τ_{zx} , mostrados en la figura 5.4. La magnitud de una

fuerza resultante por un esfuerzo en la superficie es el producto del esfuerzo y el área.

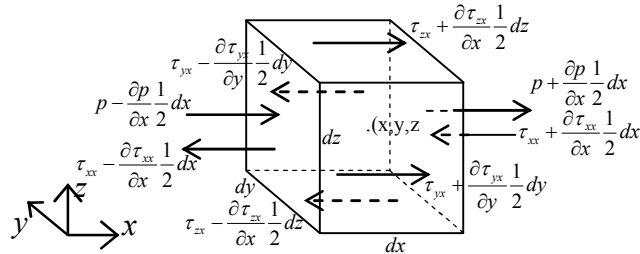


Figura: 5.4 Componentes de los esfuerzos actuando en la dirección **x** del volumen de control

La segunda ley de Newton para la dirección de la componente **x** es $\sum F_x = ma_x$. De la ecuación (5.10) tomamos el término de incremento de momentum en el elemento diferencial de la figura 5.4 en la dirección **x**, la cual será igual a la resultante de las fuerzas de superficie sobre cada una de las caras en la dirección **x** así mismo la fuerza gravitatoria $\rho g_x dx dy dz$ en la dirección **x** como una de las fuerzas de cuerpo; Esta expresión adopta la forma:

$$\begin{aligned} & \left[\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) - \left(\tau_{xx} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) \right] dy dz - \left[\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) + \left(\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) \right] dy dz \\ & - \left[\left(\tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} dy \right) - \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} dy \right) \right] dx dz - \left[\left(\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} dz \right) + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} dz \right) \right] dx dy \\ & + \rho g_x dx dy dz = \rho dx dy dz \frac{Du}{Dt} \dots\dots\dots 5.11 \end{aligned}$$

Dividimos todos los términos de la ecuación (7.11) entre el volumen diferencial $dx dy dz$ y agregamos el termino fuente, el cual incluye todas las fuerzas de cuerpo que actúan en el elemento diferencial y será denotado como S_{Mx} . De manera que la componente **x** de la ecuación de momentum queda determinada como:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \dots\dots\dots 5.12$$

De una manera similar se obtienen las componentes **y** y **z** de la ecuación de momentum:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \dots\dots\dots 5.13$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{xz})}{\partial x} + S_{Mz} \dots\dots\dots 5.14$$

Finalmente sumando las ecuaciones (4.12), (4.13) y (4.14) y reordenando se tendrá una expresión vectorial en tres dimensiones para el momentum:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \tau_{ij} + SM \dots\dots\dots 5.15$$

El término que representa a los esfuerzos viscosos es expresado como la divergencia del tensor de esfuerzos viscosos τ_{ij} :

$$\nabla \tau_{ij} = \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \hat{k} \dots\dots\dots 5.16$$

5.2.3 Ecuación de Navier Stokes

Las ecuaciones de Navier Stokes para flujos compresibles son requeridas para describir flujos de gas a elevadas velocidades subsónicas o hipersónicas en donde μ , λ , y ρ varían con (x, y, z, t) en general.

En muchos flujos de fluidos, los esfuerzos viscosos se expresan como funciones de la rapidez de deformación local. En flujos en tres dimensiones, la rapidez de deformación local se compone de la rapidez de deformación lineal y la rapidez de deformación volumétrica. Esto es considerando que la mayoría de los líquidos y todos los gases son **Isotropicos**, esto es cuando las propiedades del fluido son independientes de la dirección.

La rapidez de deformación lineal de un elemento de fluido en tres dimensiones tiene nueve componentes denotados por e_{ij} , seis de los cuales son independientes para fluidos Newtonianos [Schlichting, 1979]. Donde las componentes de la elongación lineal son:

$$e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, e_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \dots\dots\dots 5.17$$

Las componentes de la deformación lineal al corte son:

$$e_{xy} = e_{yx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad e_{xz} = e_{zx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad e_{yz} = e_{zy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \dots\dots\dots 5.18$$

Y la deformación volumétrica esta dada por:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \nabla \cdot \mathbf{u} \dots\dots\dots 5.19$$

En un fluido Newtoniano, los esfuerzos viscosos son proporcionales a la rapidez de deformación. La forma tridimensional de la ley de Newton de viscosidad para flujos compresibles implica constantes de proporcionalidad:

La primera conocida como viscosidad dinámica μ , para relacionar los esfuerzos de deformación lineales y la segunda la viscosidad λ , para relacionar los esfuerzos a la deformación volumétrica.

Las nueve componentes de los esfuerzos viscosos, de las cuales seis son independientes son los siguientes⁽¹⁷⁾:

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \dots\dots\dots 5.20$$

La viscosidad λ , es poco conocida, pero en la práctica su efecto es pequeño. Para muchos gases una buena aproximación se obtiene tomando el valor de $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$ [Schlichting, 1979]

Sustituyendo la ecuación (5.20) para cada una de las componentes **x**, **y** y **z** de τ_{ij} , se tendrá:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \dots\dots\dots 5.21 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right] \end{aligned}$$

Luego reemplazando la ecuación (5.21) en las ecuaciones (5.12), (5.13) y (5.14) se tendrá lo siguiente:

$$\begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + S_{Mx} \\ \rho \frac{Dv}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + S_{My} \dots\dots\dots 5.22 \\ \rho \frac{Dw}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right] + S_{Mz} \end{aligned}$$

Ahora reagrupamos la ecuación (5.22) para expresar la ecuación gobernante del momentum en forma vectorial conservativa, considerando los términos de viscosidad adicionales a los expresados por $\nabla \cdot (\mu \nabla \cdot \mathbf{u})$ incluidos dentro del término fuente $S_{M\phi}$

.De esta manera para flujos compresibles la ecuación de conservación de momentum queda expresada de la siguiente forma:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = -\nabla p + \nabla(\mu \nabla \cdot u) + S_{M\emptyset} \dots\dots\dots 5.23$$

5.2.4 Ecuación de la Energía en Tres Dimensiones.

La ecuación de la energía se deriva de la primera ley de la termodinámica. Si la rapidez de incremento de la energía de una partícula, está dada por el calor adicionado a la partícula de fluido y el trabajo hecho por la partícula, se puede representar de la siguiente forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez de} \\ \text{incremento de la} \\ \text{energía en el} \\ \text{volumen de control} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Calor neto} \\ \text{adicionado} \\ \text{al fluido en el} \\ \text{volumen de control} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Trabajo neto} \\ \text{adicionado} \\ \text{al fluido en el} \\ \text{volumen de control} \end{array} \right\} \dots\dots\dots 5.24$$

La rapidez del incremento de la energía del fluido en el volumen de control está dado por:

$$\rho \frac{DE}{Dt} \dots\dots\dots 5.25$$

De acuerdo a lo definido en la ecuación (5.24), la energía puede transferirse a un sistema mediante dos procesos diferentes: Calor y Trabajo. Por lo tanto, es necesario deducir los términos involucrados en la ecuación de la energía de una manera separada para una mayor facilidad.

Inicialmente, se determinan los términos de la ecuación de la energía correspondiente al trabajo realizado por las fuerzas de superficie en el volumen de control. Así, considerando estas fuerzas que actúan en cada una de las caras del

elemento diferencial de la figura 5.4 en la dirección **x** y la componente de la velocidad en la dirección de las fuerzas se tiene:

$$\begin{aligned} & \left[\left(pu - \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) - \left(\tau_{xx}u - \frac{\partial(\tau_{xx}u)}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) \right] dydz \\ & - \left[\left(pu + \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) + \left(\tau_{xx}u + \frac{\partial(\tau_{xx}u)}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) \right] dydz \\ & - \left[\left(\tau_{yx}u - \frac{\partial(\tau_{yx}u)}{\partial y} \frac{1}{2} dy \right) - \left(\tau_{yx}u + \frac{\partial(\tau_{yx}u)}{\partial y} \frac{1}{2} dy \right) \right] dx dz \\ & - \left[\left(\tau_{zx}u - \frac{\partial(\tau_{zx}u)}{\partial z} \frac{1}{2} dz \right) + \left(\tau_{zx}u + \frac{\partial(\tau_{zx}u)}{\partial z} \frac{1}{2} dz \right) \right] dx dy \dots\dots\dots 5.26 \end{aligned}$$

Sumando los términos de la ecuación (5.26) y dividiendo entre el volumen de control diferencial $dx dy dz$, se tiene en la dirección **x**:

$$\frac{\partial [u(-p + \tau_{xx})]}{\partial x} + \frac{\partial (u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial (u\tau_{zx})}{\partial z} \dots\dots\dots 5.27$$

De manera similar se realiza para las componentes **y** y **z**, las cuales se expresan de la siguiente manera:

$$\frac{\partial (v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial [v(-p + \tau_{yy})]}{\partial y} + \frac{\partial (v\tau_{zy})}{\partial z} \dots\dots\dots 5.28$$

$$\frac{\partial (w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial (w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial [w(-p + \tau_{zz})]}{\partial z} \dots\dots\dots 5.29$$

Luego sumando las ecuaciones (5.27),(5.28) y (5.29) y reordenando los términos, se obtiene el termino del trabajo realizado sobre el volumen de control por las fuerzas viscosas que actúan sobre la superficie, quedando así expresada:

$$\begin{aligned}
 &-\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) + \left[\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right] + \left[\frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \right] \\
 &+ \left[\frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] \dots\dots\dots 5.30
 \end{aligned}$$

Para obtener el término de la ecuación de energía a la conducción de calor podemos expresar el flujo de calor direccional en términos del gradiente de temperatura local. Para esto, se considera un elemento diferencial en el cual se realiza un balance de calor a través de sus caras, tal como se muestra en la figura 5.5

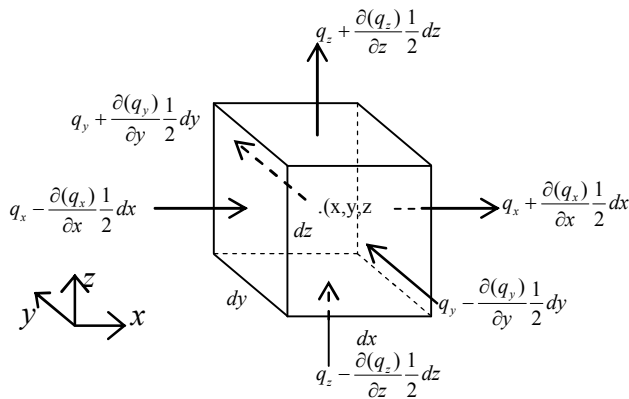


Figura: 5.5 Volumen de control para el balance de flujo de calor

De la figura 5.5, realizamos un balance de flujo de calor en el volumen de control a partir de las aportaciones a cada una de sus caras:

$$\begin{aligned}
 &\left[\left(q_x - \frac{\partial(q_x)}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) - \left(q_x + \frac{\partial(q_x)}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) \right] dydz + \left[\left(q_y - \frac{\partial(q_y)}{\partial y} \frac{1}{2} dy \right) - \left(q_y + \frac{\partial(q_y)}{\partial y} \frac{1}{2} dy \right) \right] dx dz + \\
 &\left[\left(q_z - \frac{\partial(q_z)}{\partial z} \frac{1}{2} dz \right) - \left(q_z + \frac{\partial(q_z)}{\partial z} \frac{1}{2} dz \right) \right] dx dy \dots\dots\dots 5.31
 \end{aligned}$$

De donde reduciendo términos y dividiendo entre el volumen de control diferencial $dx dy dz$, se tiene:

$$-\frac{\partial(q_x)}{\partial x} - \frac{\partial(q_y)}{\partial y} - \frac{\partial(q_z)}{\partial z} = -\nabla \cdot q \dots\dots\dots 5.32$$

Ahora aplicando la ley de Fourier de conducción de calor, donde se relaciona el gradiente de temperatura local con el flujo de calor:

$$-q = k\nabla T \dots\dots\dots 5.33$$

Podemos expresar la ecuación (5.32) en función de la temperatura:

$$-\nabla \cdot q = \nabla \cdot (k\nabla T) \dots\dots\dots 5.34$$

Con esta ultima ecuación, se tienen todos los términos de la ecuación de la energía (E) del volumen de control diferencial, de manera que esta queda conformada por el termino de acumulación de energía, ecuación (5.24), y un termino fuente adicional, en el cual se pueden incluir las aportaciones a la ecuación de la energía debido a los cambios en la energía potencial, S_E

$$\begin{aligned} \rho \frac{DE}{Dt} = & -\nabla \cdot (p\mathbf{u}) + \nabla \cdot (k\nabla T) + S_E + \left[\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right] + \left[\frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \right] \\ & + \left[\frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zx})}{\partial z} \right] \dots\dots\dots 5.35 \end{aligned}$$

Sin embargo la energía (E) esta definida por la suma de la energía interna: (i),

energía cinética: $\rho \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$, y la energía potencial gravitacional. Por tal

motivo es común extraer los cambios de la energía cinética, con el fin de obtener solo una ecuación para la energía interna o temperatura. Para esto multiplicamos cada una de las componentes de la ecuación de momentum, ecuaciones (5.12), (5.13),

(5.14), por su respectiva componente de velocidad (u, v, w) y sumando entre si, se obtiene la ecuación de conservación de la energía cinética:

$$\rho \frac{D\left(\frac{1}{2}\right)(u^2 + v^2 + w^2)}{Dt} = -\mathbf{u} \cdot \nabla p + u \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + v \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + w \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + \mathbf{u} \cdot S\mathbf{u} \dots\dots\dots 5.36$$

Ahora restamos la ecuación (5.35) de la ecuación (5.36) se tiene:

$$\rho \frac{Di}{Dt} = -p \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \left[\tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} \right] + \left[\tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \left[\tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} \right] + S\mathbf{i} \dots\dots\dots 5.37$$

Donde $S\mathbf{i} = S_E - \mathbf{u} \cdot S\mathbf{u}$

Para el caso especial de fluidos incompresibles, $i = cT$, donde c es el calor específico y $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$, por lo que la ecuación (5.37) se modifica a :

$$\rho c \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \left[\tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} \right] + \left[\tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \left[\tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} \right] + S\mathbf{i} \dots\dots\dots 5.38$$

Sin embargo para flujos incompresibles es común reordenar la ecuación de la energía en términos de la entalpía. Donde la entalpía específica esta definida como:

$h = i + \frac{p}{\rho}$, a partir de la cual aplicando la derivada sustancial a ambos términos y

conociendo además que $\frac{D\rho}{Dt} = 0$, tendremos:

$$\frac{Dh}{Dt} = \frac{Di}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{Dp}{Dt} \dots\dots\dots 5.39$$

Luego reemplazando la ecuación (5.39) en (5.37) tendremos la siguiente expresión para la ecuación de la energía en función de la entalpía específica:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = -p \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \frac{Dp}{Dt} + \left[\tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} \right] + \left[\tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \left[\tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} \right] + Si \dots\dots\dots 5.40$$

De esta manera la ecuación diferencial de la energía en función de la energía interna quedara expresada de la siguiente manera:

$$\rho \frac{Di}{Dt} = -p \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \Phi + Si \dots\dots\dots 5.41$$

Finalmente la misma ecuación pero en forma conservativa quedará expresada del siguiente modo:

$$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho i \mathbf{u}) = -p \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \Phi + Si \dots\dots\dots 5.42$$

Donde Φ se conoce como el término de disipación molecular, el cual se determina por:

$$\Phi = \lambda (\nabla \cdot \mathbf{u})^2 + 2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \dots 5.43$$

5.2.5 Ecuación Generalizada del Transporte

Las ecuaciones gobernantes de la conservación de masa (5.3), momentum (5.23) y energía (5.42) presentan una forma similar. Si introducimos una variable general ϕ ,

dependiente la forma constitutiva de todas las ecuaciones gobernantes del flujo de fluidos quedará expresada de la siguiente manera:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla(\rho u\phi - \Gamma\nabla\phi) = S_\phi \dots\dots\dots 5.44$$

Donde Γ es el coeficiente de difusión que representa μ, k y S_ϕ es el término fuente. Las cantidades Γ y S_ϕ son específicos para cada representación de ϕ en particular y ϕ representa u, v, w, h, i ó T . De manera que cada uno de los términos representa:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez de} \\ \text{incremento } \phi \text{ del} \\ \text{fluido en el} \\ \text{volumen} \\ \text{de control} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez neta} \\ \text{del flujo de } \phi \\ \text{del fluido saliendo} \\ \text{del volumen} \\ \text{de control} \end{array} \right\} -$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez de} \\ \text{incremento de } \phi \\ \text{debido a la} \\ \text{difusion en el} \\ \text{volumen de control} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Rapidez del} \\ \text{incremento de} \\ \phi \text{ debido a la} \\ \text{fuente en el} \\ \text{volumen de} \\ \text{control} \end{array} \right\} \dots\dots\dots 7.45$$

La importancia de esta ecuación básicamente esta en que se puede resolver utilizando métodos computacionales como el método de volúmenes finitos, el cual requiere la discretización de la ecuación en términos del área o dominio de la solución, obteniendo así un conjunto de valores discretos conectados como parte de la solución del problema.

5.3 Turbulencia y su Modelación

La turbulencia en fluidos es un fenómeno que ha sido estudiado por una gran cantidad de investigadores, los cuales coinciden en general por la definición dada por Taylor y Von Kármán: “Turbulencia es un movimiento irregular que aparece e los

fluidos, gases o líquidos, cuando estos encuentran un sólido o cuando capas vecinas del mismo o fluido diferente se entremezclan” [Inés,1975].

En un flujo turbulento los movimientos del fluido varían en forma irregular, de modo que las cantidades como velocidad y presión exhiben variaciones aleatorias con las coordenadas de espacio y tiempo.

Debido a este movimiento irregular y aleatorio, se tiene una gran dificultad para la modelación de este fenómeno. Actualmente se han desarrollado una gran cantidad de modelos matemáticos que permiten predecir con una buena aproximación el comportamiento de la turbulencia para ciertos casos en particular.

El número de Reynolds es un parámetro que mide la importancia que tienen las fuerzas inerciales (asociadas a efectos convectivos) y las fuerzas viscosas que actúan en el flujo de un fluido. Generalmente se observan algunos cambios del comportamiento del flujo del fluido cuando el valor del número de Reynolds es crítico R_{crit} ; es decir este parámetro indica cuando un flujo cambia de comportamiento laminar (flujo suave y en forma de laminas) a un comportamiento turbulento (flujo con movimiento caótico y aleatorio). En este último, el movimiento llega a ser inestable aun cuando las propiedades del flujo varían en una forma aleatoria.

5.3.1 Efectos de la Turbulencia Promediada en el Tiempo para las Ecuaciones de Navier Stokes.

Reynolds en 1895 introdujo el concepto de promedio como un método para manejar matemáticamente la variabilidad de las propiedades de flujo a través del tiempo. Según este proceso, se descompone cada variable instantánea en la suma de un valor medio y una fluctuación.

Para obtener las ecuaciones gobernantes de conservación es necesario descomponer las cantidades instantáneas en cantidades medias y de fluctuaciones

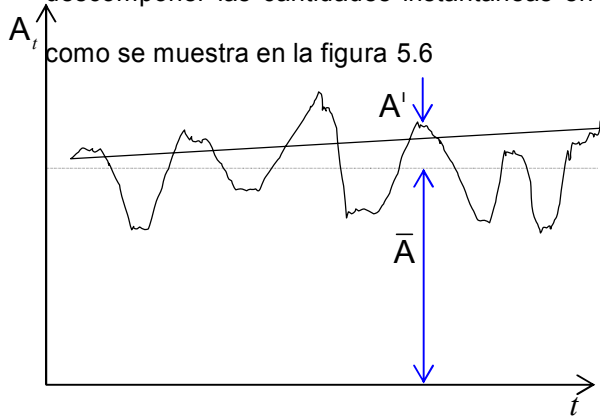


Figura: 5.6 Cantidad física instantánea turbulenta como función del tiempo

La técnica básica de separación, es llamada promedio de Reynolds y para una variable de flujo A dada:

$$A(t) = \bar{A} + A' \dots\dots\dots 5.46$$

El promedio en el tiempo de las fluctuaciones A' es por definición:

$$\bar{A} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} A(t) dt \dots\dots\dots 5.47$$

Δt es un periodo de tiempo largo con respecto a las fluctuaciones de turbulencia, pero corto con respecto a la evolución del flujo laminar. A' , Representa la parte fluctuante de A .

$$\bar{A}' = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} A'(t) dt \cong 0 \dots\dots\dots 5.48$$

En flujos compresibles o de reactivos los componentes de velocidad y las variables termodinámicas son promediadas de una manera diferente, para tomar en cuenta el cambio de densidad. Es conveniente introducir el método de masa promediada o ponderada llamado método de Favre ⁽⁵⁾:

$$A = \tilde{A} + A'' \dots\dots\dots 5.49$$

El promedio de la variable respecto a la masa es definido por:

$$\tilde{A} = \frac{\overline{\rho A}}{\bar{\rho}} \dots\dots\dots 5.50$$

Así mismo $\overline{\rho A''} = 0$

Donde las variables de densidad y presión se descomponen conforme al método de Reynolds y las componentes de velocidad y las variables termodinámicas se descomponen por el método de Favre.⁽⁵⁾

Así, para la componente **x** de la ecuación de continuidad (5.3) descomponemos los términos instantáneos, de acuerdo al método de Reynolds y Favre , para luego aplicando el promedio a las mismas tener lo siguiente:

$$\frac{\partial \overline{\rho_x}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\overline{\rho_x u}) = 0 \dots\dots\dots 5.51$$

Para el primer termino aplicando el método de promedio de Reynolds:

$$\frac{\partial \overline{\rho_x}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{\rho_x}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho_x'}}{\partial t} \overset{=0}{=} \frac{\partial \overline{\rho_x}}{\partial t} \dots\dots\dots 5.52$$

Para el segundo término aplicamos el método de Favre, conociendo que $\overline{\rho A''} = 0$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\overline{\rho_x u}) = \frac{\partial(\overline{\rho_x \tilde{u}})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\rho_x u'})}{\partial x} \overset{=0}{=} \frac{\partial(\overline{\rho_x \tilde{u}})}{\partial x} \dots\dots\dots 5.53$$

Luego, reemplazando las ecuaciones 5.52 y 5.53 en la ecuación 5.51 y expresando vectorialmente en tres dimensiones, la ecuación de continuidad promediada para flujo compresible turbulento quedará:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{u}}) = 0 \dots\dots\dots 5.54$$

Del mismo modo a partir de las ecuaciones (5.15) y (5.23) podemos expresar la ecuación de conservación de momentum de la siguiente manera ⁽¹⁹⁾:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau_{ij} + SM_{\emptyset} \dots\dots\dots 5.55$$

El término que representa las componentes del tensor de esfuerzos τ_{ij} puede ser expresado en notación tensorial como:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \dots\dots\dots 5.56$$

Donde: $\delta_{ij} = 1$, si $i = j$ y, cuando $i \neq j$

Para flujos compresibles turbulentos promediando en el tiempo tenemos la siguiente expresión en notación vectorial:

$$\frac{\partial(\overline{\rho \mathbf{u}})}{\partial t} + \overline{\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u})} = -\overline{\nabla p} + \overline{\nabla \cdot \tau_{ij}} + \overline{SM_{\emptyset}} \dots\dots\dots 5.57$$

ó expresada en notación tensorial de la siguiente manera:

$$\frac{\partial(\overline{\rho u_i})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{(\rho u_i u_j)} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j} + \overline{SM_{x_i}} \dots\dots\dots 5.58$$

De donde descomponiendo los términos instantáneos para la componente \mathbf{x} , de acuerdo al método de Reynolds y Favre, tenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\overline{\rho_x u u}) = \frac{\partial(\overline{\rho_x u u})}{\partial x} = \frac{\partial(\overline{\rho_x \tilde{u} \tilde{u}})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\rho_x u'' u''})}{\partial x} \dots\dots\dots 5.59$$

$$\frac{\partial \overline{p_x}}{\partial x} = \frac{\partial \overline{p_x}}{\partial x} \dots\dots\dots 5.60$$

$$\frac{\partial(\overline{\tau_{xx} + \tau_{yx} + \tau_{zx}})}{\partial x} = \frac{\partial \overline{\tau_{xx}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\tau_{yx}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\tau_{zx}}}{\partial x} \dots\dots\dots 5.61$$

Luego reemplazando las ecuaciones (5.53), (5.59), (5.60), y (5.61) tenemos lo siguiente para la componente **x**:

$$\frac{\partial(\overline{\rho_x \tilde{u}})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\rho_x \tilde{u} \tilde{u}})}{\partial x} = \frac{\partial \overline{p_x}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\tau_{xx}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\tau_{yx}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\tau_{zx}}}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho_x u'' u''})}{\partial x} + \overline{SM_\emptyset} \dots\dots\dots 5.62$$

Si expresamos la ecuación (5.62) vectorialmente en tres dimensiones la ecuación de conservación de momentum promediada para flujo compresible turbulento quedará del siguiente modo:

$$\frac{\partial(\overline{\rho \tilde{u}})}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\rho \tilde{u} \tilde{u}}) = \nabla \overline{p} + \nabla \cdot (\overline{\tau_{ij}} - \overline{\rho u'' u''}) + \overline{SM_\emptyset} \dots\dots\dots 5.63$$

Esta ecuación es similar a la ecuación (5.55), excepto por el tercer termino de la derecha que contiene la correlación $\overline{\rho u'' u''}$, el cual es llamado tensor de esfuerzo de Reynolds. Este término es desconocido y representa el primer problema de cierre a la ecuación de modelación de turbulencia. Los llamados modelos de esfuerzo de Reynolds han sido presentados para flujos con densidades variables, por ejemplo: Jones y Kakhi (1994).

Aunque el modelo de esfuerzo de Reynolds contiene la más completa descripción física del problema, no es muy usado. Muchos códigos computacionales todavía están basados en el modelo $k - \varepsilon$, el cual, usando la viscosidad eddy introduce el

concepto de isotropía. Se sabe que la turbulencia llega a ser isotrópica a pequeñas escalas.

La derivación de las ecuaciones para (k) y (ε) , depende de realizar una adecuada manipulación matemática de las ecuaciones de Navier Stokes, tanto para flujos incompresibles (promedio de Reynolds) como para flujos compresibles (promedio de Favre), obteniendo en ambos casos expresiones similares. La ecuación para (k) en promedios de Favre contiene dos términos adicionales a la ecuación de promedio de Reynolds, pero para un tratamiento práctico, estos términos adicionales se pueden despreciar debido principalmente a la falta de datos para la modelación.

Entonces para el tratamiento del modelo de turbulencia trabajaremos con el promedio de Reynolds.

5.4 Modelos de Turbulencia.

Un modelo de turbulencia consiste en un conjunto de ecuaciones diferenciales, ecuaciones algebraicas y constantes asociadas, cuya solución en conjunto con las ecuaciones de Navier Stokes, se acercan al comportamiento real de los flujos turbulentos [Lauder y spalding, 1974].

El propósito de cualquier modelo de turbulencia es reemplazar la correlación $\overline{\rho u''u''}$ con alguna función conocida de las variables promediadas de flujo que permitan a la ecuación de Navier Stokes simular con un nivel de precisión deseado el comportamiento de las propiedades conforme a la dinámica del flujo.

En la actualidad existen gran cantidad de modelos de turbulencia, los cuales han sido desarrollados tratando de describir el flujo turbulento de fluidos, para ello se han

propuesto modelos que van desde ecuaciones algebraicas hasta sistemas de ecuaciones diferenciales parciales. Durante los inicios de los 50's fueron establecidos cuatro categorías principales para los modelos de turbulencia, estos son:

- Modelos algebraicos
- Modelos de una ecuación
- Modelos cerrados de segundo orden
- Modelos de dos ecuaciones

A partir de los años 60's y con la ayuda de las computadoras se han desarrollado una gran cantidad de modelos a partir de cada una de las categorías listadas, siendo una de las mas importantes la siguiente:

Modelo de Dos Ecuaciones:

El modelo $k - w$ de Kolmogorov fue el primero en este tipo, pero su aplicabilidad fue relativamente nula hasta que llego la computadora. Este modelo fue base para Launder y Spalding, 1972, quienes presentaron el modelo $k - \varepsilon$, el cual es el modelo de dos ecuaciones mas usado en la actualidad.

5.4.1 Modelo k-ε

Launder y Spalding desarrollaron este método particular de turbulencia en 1974. En este modelo, las ecuaciones modeladas del transporte para (k) y (ε) se resuelven. Donde (k) es la energía cinética turbulenta y (ε) la disipación de la energía turbulenta.

El modelo $k - \varepsilon$ es basado en ecuaciones donde el transporte turbulento es difusivo y por consiguiente más fácil de manejar utilizando métodos numéricos que el método de esfuerzo de Reynolds.

La escala de longitud turbulenta (l) se obtiene de:

$$l = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \dots\dots\dots 5.64$$

La viscosidad turbulenta queda especificada de la siguiente manera:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \dots\dots\dots 5.65$$

Donde C_μ es una constante empírica cuyo valor es determinado aproximadamente como 0.09 [Speziale, 1991]. También sabemos que $\mu = \rho\nu$, donde (ν) es la viscosidad cinemática del fluido.

El modelo estándar, usa las siguientes ecuaciones del transporte para (k) y (ε), las cuales se presentan en notación tensorial:

$$\frac{\partial \rho \bar{k}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \bar{u}_j \bar{k})}{\partial x_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] - \rho \bar{\varepsilon} \dots\dots\dots 5.66$$

$$\frac{\partial \rho \bar{\varepsilon}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \bar{u}_j \bar{\varepsilon})}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\bar{\varepsilon}^2}{k}$$

5.67

Estas ecuaciones tienen 5 constantes ajustables $C_\mu, \sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{\varepsilon 1}$ y $C_{\varepsilon 2}$. Los valores para el modelo estándar son los siguientes:

C_μ	σ_k	σ_ε	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$
0.09	1.00	1.30	1.44	1.92

Tabla: 5.1 Cortantes para el modelo $k - \varepsilon$ estándar recomendadas por Launder y spalding

Para calcular los esfuerzos de Reynolds con el modelo $k - \varepsilon$, es necesario usar una relación de Boussinesq extendida, la cual está definida como:

$$\overline{-\rho u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \dots\dots\dots 5.68$$

Las ecuaciones (7.66) y (7.67) recomendadas por Launder y spalding tienen aplicación básicamente para altos números de Reynolds. Para el flujo cerca de la pared, estas ecuaciones se usan normalmente en conjunto con formulaciones empíricas para la función de pared. [Lam y Bremhorst,1981] describen el desarrollo de una modificación al modelo $k - \varepsilon$ para altos números de Reynolds y predecir la turbulencia en las regiones de la pared.

Las ecuaciones gobernantes propuestas para (k) y (ε) son:

$$\frac{\partial \rho \bar{k}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \overline{u_j k})}{\partial x_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] - \rho \bar{\varepsilon} \dots\dots\dots 5.69$$

$$\frac{\partial \rho \bar{\varepsilon}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \overline{u_j \varepsilon})}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\varepsilon}{k} \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] - \rho f_2 C_{\varepsilon 2} \frac{\bar{\varepsilon}^2}{k} \dots\dots\dots 5.70$$

Aquí la viscosidad de remolino esta dada por:

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \dots\dots\dots 5.71$$

Donde los valores de las constantes para este modelo son las recomendadas por Launder y Spalding que están dadas en la tabla 7.1. Y las constantes quedan de la siguiente manera:

$$f_\mu = \left(1 - e^{-A_\mu \mu^{R_k}} \right)^2 \left(1 + \frac{A_t}{R_t} \right) \dots\dots\dots 5.72$$

$$f_1 = 1 + \left(\frac{A_{cl}}{f_\mu} \right)^3 \dots\dots\dots 5.73$$

$$f_2 = 1 - e^{-R_t} \dots\dots\dots 5.74$$

Los valores obtenidos para las constantes A_μ , A_t , y A_{cl} [Inés, 1975], son:

A_μ	A_t	A_{cl}
0.0165	20.5	0.05

Tabla: 5.2 Cortantes para el modelo $k - \varepsilon$ modificado para flujo cerca de pared

Existen actualmente muchas modificaciones al modelo $k - \varepsilon$ estándar, los cuales se han desarrollado para aplicaciones particulares, a fin de lograr una mejor aproximación a las predicciones de flujo en regiones cerca de pared, en ductos curvos, en condiciones de presión adversa o bajos números de Reynolds. En el presente trabajo nos limitaremos solamente a tratar el primer caso en las regiones de pared.

CAPITULO V

RESOLUCION NUMERICA COMPUTACIONAL Y RESULTADOS

Durante las últimas décadas los métodos numéricos aplicados a la transferencia de calor y flujo de fluidos se ha consolidado como una herramienta indispensable para la resolución de problemas de ingeniería mecánica y térmica, siendo en la actualidad un complemento esencial de los estudios experimentales.

La solución numérica es el resultado final de dos etapas: La primera etapa concierne a la modelación del fenómeno físico, la cual permite obtener un conjunto de ecuaciones diferenciales que definen el modelo, ejemplo: el flujo turbulento en un ducto rectangular, las reacciones de cinética química en un proceso de combustión. La segunda es la conversión o discretización de estas ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas, los procedimientos de métodos numéricos para la resolución de estas ecuaciones, además del código computacional a utilizarse y el criterio de convergencia final para obtener la precisión numérica adecuada del modelo.

Ambas etapas introducen aproximaciones en la solución y los errores generados deben ser interpretados y cuantificados en forma independiente de ser posible. Los errores introducidos en la segunda etapa se conocen como errores computacionales y al proceso utilizado para el estudio de este error como proceso de verificación. Una vez que los modelos matemático y computacional han sido independientemente verificados, la validación final del proceso de simulación se realiza comparando los

resultados que fueron predecidos por la simulación computacional con los datos obtenidos vía experimental [J. Cadafalch et al 2002].

Los problemas de flujo de fluidos y transferencia de calor en flujos compresibles presentan ecuaciones muy complejas, siendo muy complicada obtener una solución analítica, por lo que es conveniente emplear métodos numéricos para resolverlas, las cuales proporcionan una buena aproximación a la solución de las ecuaciones diferenciales gobernantes. Entre los métodos numéricos empleados se encuentran: Las diferencias finitas, elementos finitos y volúmenes finitos. Este último quizás es el más accesible para tratar problemas relacionados con flujo de fluidos, puesto que se fundamenta esencialmente en el concepto del método de volumen de control finito [Gerhart et al, 1995]

6.1 Método de Volúmenes Finitos

Como se menciona en el capítulo anterior, la ecuación general del transporte (5.44) representa una gran variedad de cantidades físicas, tales como: Velocidad, entalpía, energía turbulenta, etc. Por lo tanto el método numérico consiste en convertir la ecuación diferencial general del transporte (5.44) en una ecuación algebraica relacionada a la variable ϕ en los puntos P de una malla y los valores de los puntos vecinos. Esto se logra integrando la ecuación (5.44) sobre un volumen de control típico y aproximando los términos en la integración de manera que estos sean expresados en términos de los valores puntuales de ϕ .

El dominio de cálculo se divide en un número discreto de volúmenes de control alrededor de un punto de la malla⁽¹⁸⁾.

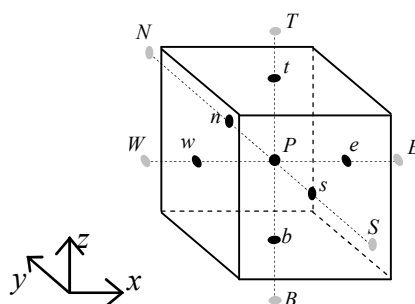


Figura: 6.1 Volumen de control y puntos característicos de malla en coordenadas cartesianas

En la figura 6.1 se muestra el volumen de control y el arreglo de las variables usadas en este método. Todas las variables se almacenan en el punto P ubicado al centro del cubo el cual esta rodeado por los puntos que son los centros de los volúmenes de control vecinos N, S, E, W, T y B para los volúmenes del norte, sur, este, oeste, superior e inferior respectivamente. Los puntos centrales de las caras del volumen son designados como n, s, e, w, t y b , y se colocan en la intersección de las líneas perpendiculares con los ejes centrales de las caras del cubo. También se muestran las direcciones positivas de los ejes coordenados. El centro del elemento se localiza en la posición (x, y, z) .

6.2 Ecuación de conservación para el volumen de control

Para la integración de la ecuación (5.44) sobre el volumen de control es conveniente

combinar los flujos de convección y difusión⁽¹⁶⁾. Denotando J_i como el flujo total (conservación y difusión) en la dirección i , entonces:

$$J_i = \rho u_i \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \dots\dots\dots 6.1$$

Luego la ecuación diferencial (5.44) puede ser representada como:

$$\frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} + \frac{\partial J_i}{\partial x_i} = S \dots\dots\dots 6.2$$

Integrando la ecuación anterior se tiene:

$$\left(\rho_p \phi_p - \rho^o_p \phi^o_p\right) \frac{\Delta V}{\Delta t} + J_e A_e - J_w A_w + J_n A_n - J_s A_s + J_t A_t - J_b A_b = \bar{S}_\phi \Delta V \dots\dots\dots 6.3$$

Donde el subíndice “*o*” es usado para denotar los valores conocidos de ρ y ϕ en el tiempo t . Los valores sin superíndice indican que son valores desconocidos en el tiempo $t + \Delta t$. El volumen de control está dado por ΔV y los A 's representan las áreas de las distintas caras del volumen de control. El termino fuente promedio sobre el volumen de control es denotado por \bar{S} . Los J 's representan los flujos totales para cada una de las caras del volumen de control.

6.3 Formulación Generalizada para el Método de Volúmenes Finitos

Para describir de una manera general la formulación del termino convectivo-difusivo que nos permita considerar las diferentes formas (diferencias centrales, aguas arriba, hibrido, etc.) para la solución de la ecuación general del transporte (5.44) se presentan algunas de las propiedades de los coeficientes involucrados [Patankar, 1980] ⁽¹⁶⁾

Consideramos la malla constituida por los puntos i e $i+1$, separados por una distancia δ , como se muestra en la figura 6.2, se representa el punto J de la variable ϕ a través de estos puntos de la malla. Tomando en cuenta que el flujo total está constituido por el término convectivo y difusivo se tiene:

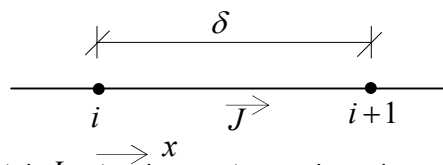


Figura: 6.2 Flujo total J entre dos puntos vecinos de una malla

Denotamos los siguientes términos de acuerdo a lo definido por [Patankar, 1980]

$$F = \rho u \dots\dots\dots 6.4a$$

Y

$$D = \frac{\Gamma}{\delta} \dots\dots\dots 6.4b$$

Entonces, se puede definir el flujo de la variable ϕ como:

$$J^* = \frac{J\delta}{\Gamma} = P\phi - \frac{d\phi}{d\left(\frac{x}{\delta}\right)} \dots\dots\dots 6.5$$

Donde P es conocido como el número de Peclet⁽¹⁶⁾, definido por:

$$P = \frac{\rho u \delta}{\Gamma} \dots\dots\dots 6.6$$

El valor de ϕ en la interfase es un promedio de ϕ_i y ϕ_{i+1} , mientras que el gradiente

$\frac{d\phi}{d\left(\frac{x}{\delta}\right)}$ es un múltiplo de $\phi_i - \phi_{i+1}$. De esta manera, Patankar (1980) propone que

el flujo tota

puede ser representado por:

$$J^* = P[\alpha\phi_i + (1-\alpha)\phi_{i+1}] - \beta(\phi_{i+1} - \phi_i) \dots\dots\dots 6.7$$

Donde α y β son multiplicadores adimensionales que son función del numero de

Peclet. De manera que J^* puede ser expresado como:

$$J^* = B\phi_i - A\phi_{i+1} \dots\dots\dots 6.8$$

Donde A y B son coeficientes adimensionales que están en función del numero de

Peclet. El coeficiente A esta asociado con el punto $i+1$, mientras qu el coeficiente

B esta asociado con el punto i .

Dos propiedades de los coeficientes A y B son importantes en la dependencia del numero de Peclet. La primera esta relacionada con la igualdad de ϕ_i y ϕ_{i+1} , es decir que cuando se cumpla esa igualdad, el flujo por difusión es cero y J solo depende del flujo convectivo $\rho u \phi_i$. Bajo estas condiciones se tiene que:

$$J^* = P\phi_i = P\phi_{i+1} \dots\dots\dots 6.9$$

Por lo que combinando las ecuaciones (6.8) y (6.9) se tiene:

$$B = A + P \dots\dots\dots 6.10$$

La segunda propiedad de A y B esta relacionada con la simetría entre estos dos coeficientes. Es decir si se tiene un flujo en sentido contrario a la coordenada positiva de \mathbf{x} , entonces P aparecerá como $-P$, donde A y B intercambiarán sus relaciones. Así la función $A(P)$ y $B(P)$ pueden ser relacionados como:

$$A(-P) = B(P) \dots\dots\dots 6.11a$$

Y

$$B(-P) = A(P) \dots\dots\dots 6.11b$$

Ahora si se considera la ecuación (6.10), esta se puede reordenar como:

$$A(P) = B(P) - P \dots\dots\dots 6.12$$

Y de la ecuación (8.11a) se tiene:

$$A(P) = A(-P) - P \dots\dots\dots 6.13$$

De manera que para los valores de P , positivos y negativos, la ecuación (6.13), puede ser expresada como:

$$A(P) = A(|P|) + [-P, 0] \dots\dots\dots 6.14$$

Y de la ecuación (8.12), se tiene:

$$B(P) = A(|P|) + [P, 0] \dots\dots\dots 6.15$$

Ahora [^]tomando en cuenta las relaciones representadas por las ecuaciones (6.8) y (6.10), se llega a lo siguiente:

$$J^* - P\phi_i = A(\phi_i - \phi_{i+1}) \dots\dots\dots 6.16a$$

$$J^* - P\phi_{i+1} = B(\phi_i - \phi_{i+1}) \dots\dots\dots 6.16b$$

Por lo tanto, si aplicamos la relación de flujo total (6.8) a las interfaces *e* y *w* y usamos las ecuaciones (6.14) y (6.15), se obtiene la formulación general para los términos de conveccion y difusión:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W \dots\dots\dots 6.17$$

Donde para cada coeficiente tenemos:

$$a_E = D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0] \dots\dots\dots 6.18a$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + [F_w, 0] \dots\dots\dots 6.18b$$

$$a_P = a_E + a_W + [F_e, -F_w] \dots\dots\dots 6.18c$$

Algunas de las formulas mas conocidas para la función $A(|P|)$ se muestran en la tabla 6.1 [Patankar, 1980] ⁽¹⁶⁾.

Esquema	Formula para $A(P_e)$
Diferencias Centrales	$1 - 0.5 P $
Agua arriba	1
Hibrido	$[0, 1 - 0.5 P]$

Tabla: 6.1 La función $A(|P|)$ para diferentes esquemas

6.4 Linearización del Termino fuente

Si el termino fuente \bar{S} en la ecuación (6.3) es conocido, entonces no presenta ninguna dificultad su manejo en la ecuación. Sin embargo, si el termino fuente depende de la variable ϕ , entonces es necesario estimar esta dependencia en la discretización de la ecuación general del transporte. La dependencia puede ser lineal o no, pero en el orden que resulte la Discretización de la ecuación permanecerá lineal [minkowycz et al, 1988]. Por lo tanto, el término fuente es expresado como una función lineal de ϕ_p , así que la relación para \bar{S} linearizada es:

$$\bar{S} = S_C + S_p\phi_p \dots\dots\dots 6.19$$

Donde S_p es el coeficiente de ϕ_p y S_C es la parte del termino fuente que no depende de ϕ_p .

6.5 Discretización de la Ecuación General del Transporte Tridimensional

Cuando el flujo total de la variable ϕ y el término fuente de la ecuación (6.3) son escritos en términos de las expresiones mostradas en las ecuaciones (6.17) y (6.19), la Discretización para la ecuación general del transporte es representada como:

$$a_p\phi_p = a_E\phi_E + a_W\phi_W + a_S\phi_S + a_N\phi_N + a_T\phi_T + a_B\phi_B + b \dots\dots\dots 6.20$$

Donde cada uno de los coeficientes de esta ecuación son representados por:

$$a_E = D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0] \dots\dots\dots 6.21a$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + [F_w, 0] \dots\dots\dots 6.21b$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + [-F_n, 0] \dots\dots\dots 6.21c$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + [F_s, 0] \dots\dots\dots 6.21d$$

$$a_T = D_t A(|P_t|) + [-F_t, 0] \dots\dots\dots 6.21e$$

$$a_B = D_b A(|P_b|) + [F_b, 0] \dots\dots\dots 6.21f$$

$$b = S_C \Delta V + a^o_p \phi^o_p \dots\dots\dots 6.21g$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a^o_p - S_p \Delta V \dots\dots\dots 6.21h$$

Expresando la ecuación (6.21h) en forma compacta se tiene:

$$a_p \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b \dots\dots\dots 6.22$$

Donde el subíndice nb representa los puntos vecinos al punto P de la malla [minkowcz et al, 1988].

6.6 Discretización de las Ecuación de Momentum y Corrección de Presión

La componente de la velocidad que pasa a través de los puntos de malla es normal a las caras del volumen de control. Por ejemplo en la cara del volumen de control que se encuentra entre los puntos P y E de la malla de la figura (8.3), se tiene una componente de la velocidad u_e , este volumen de control es, sin embargo deslocalizado en relación con el volumen de control normal alrededor del punto principal de la malla⁽¹⁶⁾. La ventaja al tener la malla deslocalizada es que la diferencia $P_p - P_E$ puede ser usada para calcular la fuerza de presión actuando en el volumen de control para la velocidad u .

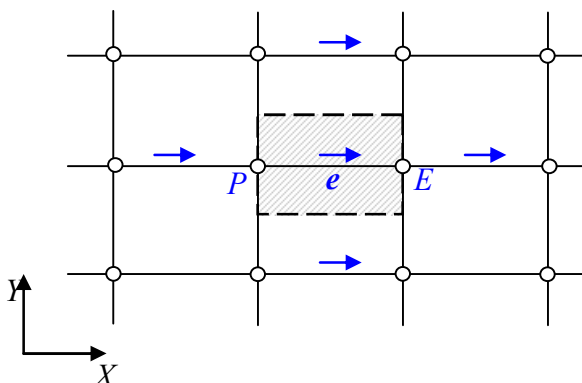


Figura: 6.3 Volumen de control para u

La ecuación de momentum discretizada para esta cara se presenta de la siguiente manera:

$$a_e u_e = \sum a_{nb} u_{nb} + b + A_e (p_P - p_E) \dots\dots\dots 6.23$$

Esta ecuación de momentum puede resolverse solamente cuando el campo de presiones es dado o de alguna manera estimada. Por lo tanto es necesario suponer un campo de presiones p^* ⁽¹⁶⁾. Es decir el campo de velocidades u^* debe ser calculada mediante el campo de presiones p^* . Esto implica que la ecuación (6.23) tome la siguiente forma:

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + b + A_e (p_P^* - p_E^*) \dots\dots\dots 6.24$$

Sin embargo las componentes de la velocidad u^* no satisfacen la ecuación de continuidad, por lo que es necesario hacer una corrección de la presión p^* con el fin de corregir el campo de velocidad u^* y así satisfacer la ecuación de continuidad.

Para hacer esta corrección del campo de presiones se considera las siguientes expresiones:

$$p = p^* + p^l \dots\dots\dots 6.25$$

Y

$$u = u^* + u^l \dots\dots\dots 6.26$$

Donde p^l denota la corrección de la presión y u^l la corrección de las componentes de la velocidad.

Ahora sustituyendo las relaciones (6.25) y (6.26) en la ecuación (6.23) y restando de la ecuación (6.24) se tiene que:

$$a_e u'_e = \sum a_{nb} u'_{nb} + A_e (p'_P - p'_E) \dots\dots\dots 6.27$$

De la ecuación (6.27) omitimos el termino $a_{nb} u'_{nb}$ para efectos de aplicación del método SIMPLE, quedando esta de la siguiente forma:

$$u_e = u^*_e + \frac{A_e}{a_e} (p'_P - p'_E) \dots\dots\dots 6.28$$

Donde:

$$d_e = \frac{A_e}{a_e} \dots\dots\dots 6.29$$

La ecuación (6.28) es conocida como la ecuación de la formula de corrección de la componente **x** velocidad, de la misma manera podemos expresar para las demás componentes.

La ecuación de corrección de presión se obtiene mediante la sustitución de la ecuación de corrección de velocidad en la ecuación de continuidad. La ecuación que resulta de la corrección de presión es expresada como:

$$a_p p'_P = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + a_T p'_T + a_B p'_B + b \dots\dots\dots 6.30$$

Donde los coeficientes son calculados por:

$$a_E = (\rho A d)_e \dots\dots\dots 6.31a$$

$$a_W = (\rho A d)_w \dots\dots\dots 6.31b$$

$$a_N = (\rho A d)_n \dots\dots\dots 6.31c$$

$$a_S = (\rho A d)_s \dots\dots\dots 8.31d$$

$$a_T = (\rho A d)_t \dots\dots\dots 8.31e$$

$$a_B = (\rho A d)_b \dots\dots\dots 8.31f$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B \dots\dots\dots 8.31g$$

$$b = (\rho u^* A)_w - (\rho u^* A)_e + (\rho v^* A)_s - (\rho v^* A)_n + (\rho w^* A)_b - (\rho w^* A)_t + (\rho^0_p - \rho_p) \frac{\Delta V}{\Delta t} \dots\dots\dots 8.31h$$

Ahora con base en la ecuación (8.23) calculamos la presión, considerando la relación de la pseudo velocidad⁽¹⁶⁾.

$$u_e = \frac{\sum a_{nb} u_{nb} + b}{a_e} \dots\dots\dots 6.32$$

Esta relación es interpretada como la velocidad que estaría presente en el punto *e* en ausencia de presión. Sin embargo de la ecuación (8.23) se puede reescribir como:

$$u_e = \hat{u}_e + d_e (p_p - p_E) \dots\dots\dots 6.33$$

Y donde finalmente la forma de la ecuación de la presión es similar a la ecuación de la corrección de la presión, por lo que se define como:

$$a_p p_p = a_E p_E + a_W p_W + a_N p_N + a_S p_S + a_T p_T + a_B p_B + b \dots\dots\dots 6.34$$

Los coeficientes $a_E, a_W, a_N, a_S, a_B, a_B$ y a_p son dados por las ecuaciones (6.31a-6.31g) y el termino fuente b es definido como:

$$b = (\rho u A)_w - (\rho u A)_e + (\rho v A)_s - (\rho v A)_n + (\rho w A)_b - (\rho w A)_t + (\rho^0_p - \rho_p) \frac{\Delta V}{\Delta t} \dots\dots\dots 6.35$$

6.7 Solución de la Ecuación General del Transporte (Método SIMPLE)

El procedimiento general de cálculo esta basado en la ecuación general del transporte. Sin embargo, la ecuación de momentum requiere un tratamiento separado para su solución, esto debido al término de presión involucrado. El tratamiento particular de esta ecuación es considerado en el método SIMPLE (Semi- Implicit Method for Pressure-Linked Equations)⁽¹⁶⁾ empleado para la solución de la ecuación

generalizada del transporte en estado estable. El procedimiento consiste en lo siguiente:

1. Se inicia el cálculo con valores supuestos para todas las variables dependientes relevantes, especialmente para las componentes de la velocidad.
2. Se calculan los coeficientes de la ecuación de momentum y se evalúan las componentes \hat{u} , \hat{v} y \hat{w} sustituyendo los valores de las velocidades de los nodos vecinos.
3. se evalúa el término (b) mediante la ecuación (6.35) y se resuelve la ecuación de presión (6.34) para obtener el campo de presiones p .
4. Se renombra la presión calculada en el punto anterior como p^* y se resuelve la ecuación de momentum (6.24) para obtener las componentes de la velocidad u^* , v^* y w^* .
5. Se calcula el término fuente (b) de la ecuación (6.31h) y posteriormente se resuelve la ecuación para la corrección de presión (6.30).
6. Se resuelve la ecuación de transporte para las demás variables ϕ 's, tales como la temperatura, turbulencia, etc. Y que proporcionan la influencia de estas variables al campo de flujo.
7. Se regresa al paso 2 con el campo de velocidad corregido y los nuevos valores de ϕ 's y se repite el proceso hasta la convergencia.

6.8 Modelo Computacional:

Para realizar el modelo computacional mediante dinámica de fluidos computacional o CFD por sus siglas en ingles, se hace una simplificación de la geometría real del prototipo reproduciendo los parámetros característicos más importantes a fin de que los resultados que se obtengan se puedan escalar al real, esto básicamente teniendo

en cuenta que a más complejidad del modelo, la demanda de recursos y tiempo computacional a emplearse serán mucho mayores. En este trabajo la simulación solo se realiza para calcular el campo de presiones y velocidades y analizar su comportamiento a lo largo del flujo de los gases en el generador de vapor de recuperación de calor.

Los pasos que se seguirán para realizar la simulación son en primer lugar definir el dominio computacional ha ser calculado, en este caso se trata de flujo turbulento confinado a través de un conducto o canal cerrado.. Este comprende el HRSG y sus componentes como son el sobrecalentador1 (Sh1), sobrecalentador2 (Sh2), sobrecalentador3 (Sh3), Evaporador (Evap), Economizador1 (Eco1), economizador 2 (Eco2), economizador3 (eco3), precalentador de condensado1 (Cph1)y precalentador de condensado2 (Cph2).

Se establece un factor de escala para la geometría con respecto al prototipo real instalado de 1/10, esto con la finalidad de simplificar el tamaño de malla a utilizarse. Para que los resultados sean los adecuados, se requiere satisfacer la condición de similitud geométrica y cinemática⁽⁸⁾ entre el modelo y el prototipo, entonces consideramos como parámetros a mantenerse fijos tanto en el modelo como el prototipo el número de Euler (Eu)y el de Reynolds (Re)⁽⁸⁾, los cuales se definen a continuación :

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho V^2} \dots\dots\dots 6.36$$

$$Re = \frac{Dh x V x \rho}{\mu} \dots\dots\dots 6.37$$

$$Dh = \frac{4A_t}{Pm} \dots\dots\dots 6.38$$

Donde: Dh : Diámetro hidráulico (m)

- A_t : Área transversal a la dirección del flujo (m^2)
- Pm : Perímetro mojado (m)
- ΔP : Caída de presión (Pa)
- V : Velocidad promedio de los gases de escape de la CTG (m/s)
- μ : Viscosidad dinámica de los gases de escape de la CTG (kg/ms)
- ρ : Densidad de los gases de escape de la CTG (kg/m^3)

Entonces se debe cumplir que :

$$Eu_p = Eu_m \text{ y } Re_p = Re_m \dots\dots\dots 6.39.$$

De donde deducimos que la velocidad y caída de presión del modelo en función del prototipo y viceversa, quedan expresados de la siguiente manera:

$$V_m = V_p x \left(\frac{\mu_m}{\mu_p} \right) x \left(\frac{\rho_p}{\rho_m} \right) \dots\dots\dots 6.40$$

$$\Delta P_m = \Delta P_p x \left(\frac{V_m}{V_p} \right)^2 x \left(\frac{\rho_m}{\rho_p} \right) \dots\dots\dots 6.41$$

Para el prototipo calculamos el número de Reynolds a partir de los datos de operación del HRSG para el 100% de carga, siendo el flujo de gases: $865.88 \text{ m}^3/\text{s}$ y las dimensiones del ducto de acoplamiento a la entrada del HRSG con un diámetro de 4.23 m, de esta manera el área del prototipo en la sección de entrada es 14.05 m^2 , calculada de acuerdo a la ecuación 6.38:

$$A = \frac{\pi x D^2}{4} \dots\dots\dots 6.42$$

Con lo anterior se tendría que la velocidad promedio en la sección de entrada sería de 61.65 m/s, así mismo, con los valores de densidad y viscosidad dinámica de los

gases de 0.46 kg/m^3 y $3.45 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$ a la entrada del recuperador se obtiene un valor del número de Reynolds, 3.44×10^6 , mucho mayor que 10^5 , con lo cual verificamos que el flujo a la entrada del HRSG es turbulento y completamente desarrollado, esto nos sirve como dato para definir el modelo de turbulencia.

Para los componentes del HRSG en lugar de modelarse a detalle, esta se realiza utilizando la teoría de los medios porosos. En los medios porosos, el coeficiente de resistencia (o la caída de presión) está dado por una curva experimental como una función de la velocidad y puede reducirse a la forma de las ecuaciones 6.43 y 6.44.

$$K_i = \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial X_i} \right)}{v_i} \dots\dots\dots 6.43$$

$$K_i = \alpha_i x v_i + \beta_i \dots\dots\dots 6.44$$

Donde: K_i : Resistencia porosa en la dirección i

v_i : Velocidad en la dirección i

X_i : Longitud en la dirección i

α_i y β_i : Coeficientes de resistencia

Si los valores de α_i y β_i no satisfacen el criterio de alta resistencia en medios porosos para las condiciones del problema en estudio, la simulación requiere de un tratamiento más riguroso de la ecuación de transporte de momentum.

6.8.1 **Simulación computacional de los componentes**

En esta tesis, solo se realiza la simulación del sobrecalentador 1, para obtener las correlaciones de presión y resistencia porosa a lo largo del flujo en los bancos de tubos, como función de la velocidad. La técnica empleada es la sugerida en el manual del usuario del programa computacional StarCd 3.2. La correlación obtenida

se utiliza para la simulación de los demás componentes. Bajo esta consideración, los resultados que se obtengan no serán los esperados, pero la metodología implementada en esta tesis, servirá para realizando la discretización para cada componente en un trabajo a futuro se obtengan los resultados previstos.

El sobrecalentador 1, se discretizó en una cuarta parte del banco de tubos, siguiendo la misma distribución geométrica de los mismos en el intercambiador, es decir una distribución escalonada de 3 filas con 7 tubos cada una de un total de 21 tubos por banco.

Así mismo se considero una longitud de tubo de 10 mm, teniendo en cuenta que para diferentes longitudes el patrón de flujo es similar. Para el dominio computacional se considero solo el diámetro exterior de los tubos (sin incluir las aletas segmentadas) de 4.45 mm, la distancia longitudinal S_L de 11 mm y la transversal S_T de 9.8 mm respectivamente como se ve en la figura 6.4.

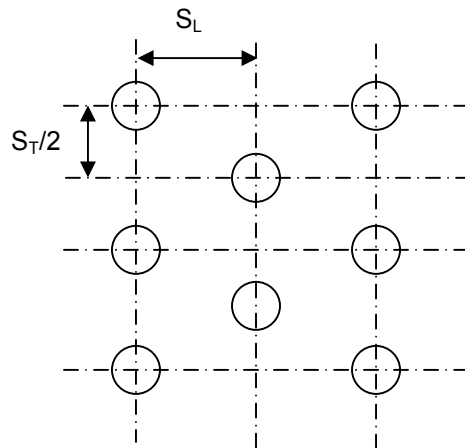


Figura 6.4: Configuración de los tubos

Para obtener la correlación experimental de la forma de la ecuación (6.44), se realizaron varias simulaciones con diferentes velocidades de entrada como

condiciones de frontera, se efectuaron once análisis con velocidades arriba y debajo de la velocidad promedio en ese punto la cual es de 9.56 m/s, esta se obtiene de la ecuación (6.40) a partir de la velocidad del prototipo que en la entrada del sobrecalentador 1 es calculada a partir del flujo volumétrico total de gases: 865.88 m³/s, con las siguientes dimensiones de ancho: 9.57 m y altura: 17.51m.

Los análisis para obtener la correlación mediante CFD se efectuaron empleando un paquete computacional para resolver problemas complejos de mecánica de fluidos, transferencia de calor y transferencia de masa. El código computacional empleado fue el Star-CD v.3.22.

En la siguiente tabla se muestra los puntos y las condiciones de frontera utilizadas para evaluar la caída de presión en la dirección de flujo en función de la velocidad para los once puntos:

Tabla 6.2: Condiciones de frontera de entrada para el sobrecalentador 1

Punto	Velocidad	l	L	k	ϵ
1	2.060	0.04	0.08662	1.018E-02	1.949E-03
2	3.560	0.04	0.08662	3.041E-02	1.006E-02
3	5.060	0.04	0.08662	6.144E-02	2.889E-02
4	6.560	0.04	0.08662	1.033E-01	6.295E-02
5	8.060	0.04	0.08662	1.559E-01	1.168E-01
6	9.560	0.04	0.08662	2.193E-01	1.949E-01
7	11.060	0.04	0.08662	2.936E-01	3.017E-01
8	12.560	0.04	0.08662	3.786E-01	4.419E-01
9	14.060	0.04	0.08662	4.744E-01	6.199E-01
10	15.560	0.04	0.08662	5.811E-01	8.402E-01
11	17.060	0.04	0.08662	6.985E-01	1.107E+00

La malla usada para estas simulaciones se muestra en la figura 6.4.

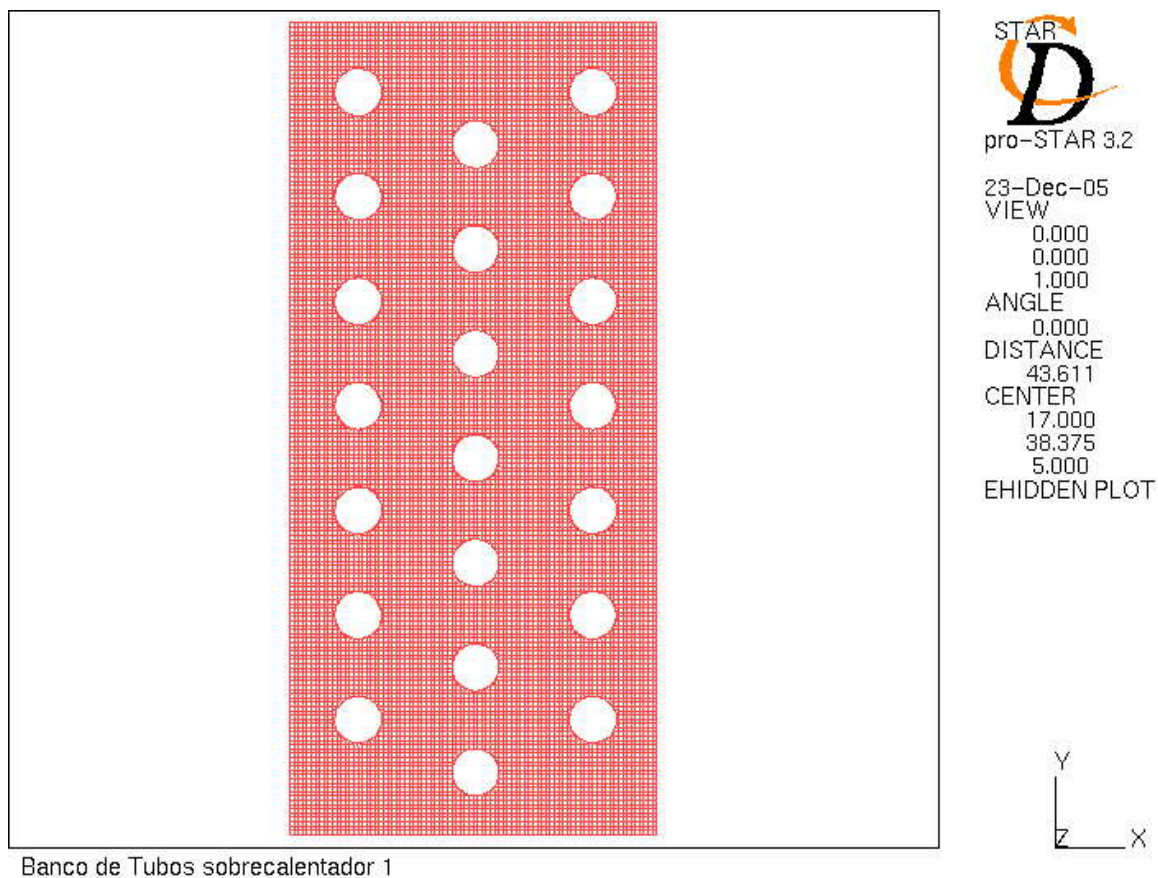


Figura 6.4: Discretización geométrica para los análisis del sobrecalentador 1

Para cada una de las once simulaciones se siguió el mismo procedimiento, para lo cual explicaremos solo una de ellas, siendo para los demás puntos similares.

La metodología empleada para obtener la correlación de la ecuación (6.44) consiste de los siguientes pasos:

1. Seleccionar los vértices en donde se requiere tomar las lecturas,
2. Tomar las lecturas de velocidad, presión relativa y distancia en la dirección del flujo.
3. Obtener los valores de $\left(\frac{\Delta P}{\Delta X}\right)$ en función de su velocidad para cada punto

4. Graficar $\left(\frac{\Delta P}{\Delta X}\right) / V$ y obtener la ecuación lineal de la misma, se puede utilizar regresión numérica, o fácilmente como una tendencia aproximada en Excel, de donde se obtiene los valores de α_i y β_i en la dirección X, para los coeficientes en la dirección Y y Z, se toman valores grandes pero menores de 10^7 .

En la tabla 6.3, se observan las lecturas tomadas en cada uno de los vértices, estos vértices, fueron seleccionados teniendo en cuenta los puntos en los cuales se repite el patrón de flujo a lo largo del mismo, desde la entrada hasta la salida de los tubos, en los cuales se toman las lecturas de la presión y velocidad a una distancia determinada a partir de la entrada al banco de tubos.

Tabla 6.3: Lectura de vértices para el punto 6

Velocidad de Entrada: 9.560 m/s			
Vertices	Línea Central X (mm)	Componente de Velocidad en X: U (m/s)	Presión Relativa: P (Pa)
255255	3.0	9.365	120.897
255249	3.8	9.746	113.802
255490	6.2	16.653	-46.355
255401	8.6	10.282	66.355
255686	17.0	17.993	-99.464
255991	19.8	10.960	24.745
256098	28.2	17.966	-145.056
256349	30.6	11.889	-32.542
256350	31.4	11.765	-16.612

Así mismo en la figura 6.5, se muestra el patrón de presión y velocidades a lo largo del sobrecalentador 1 para el punto 6:

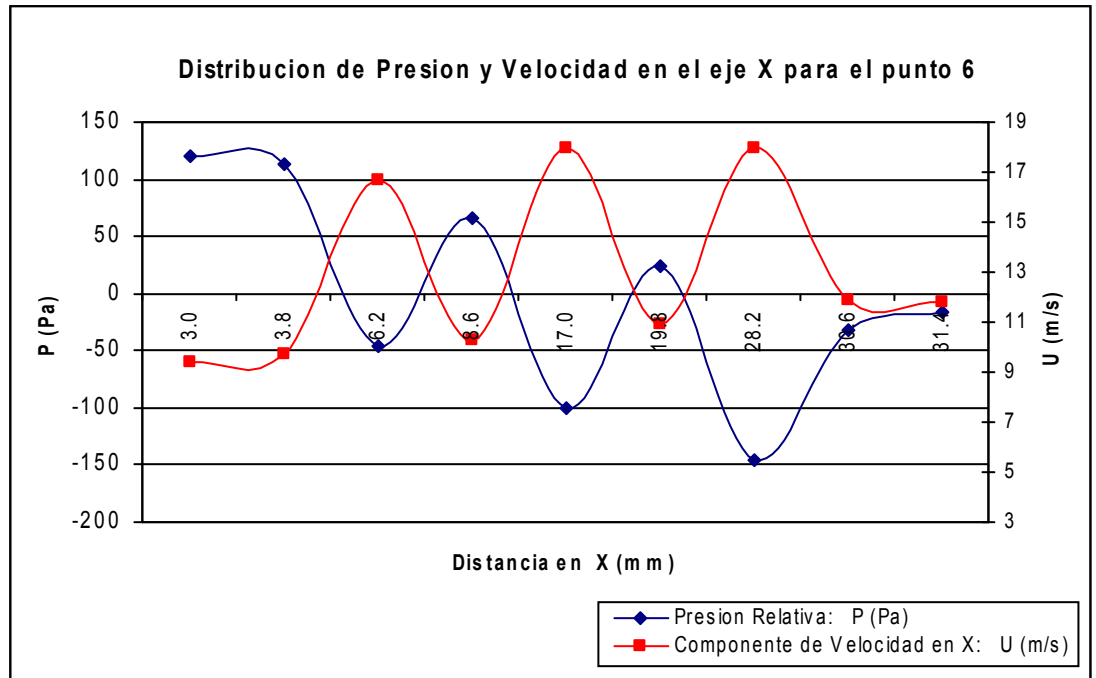


Figura 6.5. Distribución de presión y velocidad a lo largo de la línea central del banco de tubos.

Como se puede observar y mas adelante con los perfiles de velocidad, los cambios significativos de presión y velocidad ocurren cuando el fluido entra y sale del frente del tubo al pasar por el banco de tubos, este comportamiento se tomo en cuenta para la selección de los vértices de toma de lecturas.

En las siguientes figuras 6.6 y 6.7 , se muestran las demás lecturas tomadas para la velocidad y presión a lo largo del flujo para los once puntos.

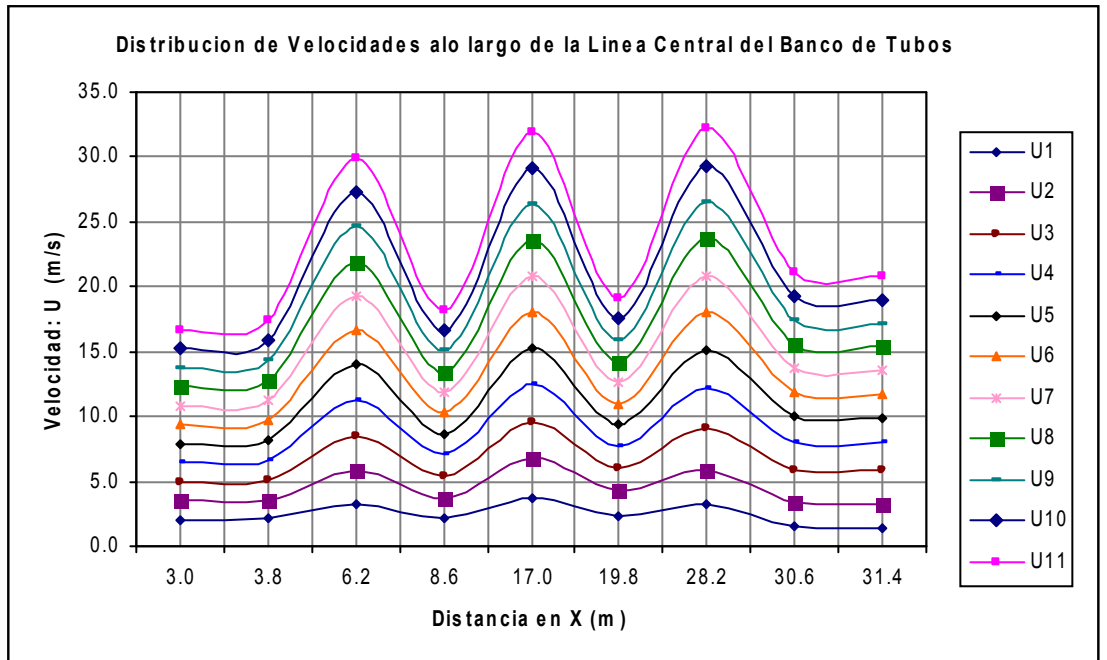


Figura 6.6. Lecturas de velocidad a lo largo de la línea de flujo para los once puntos

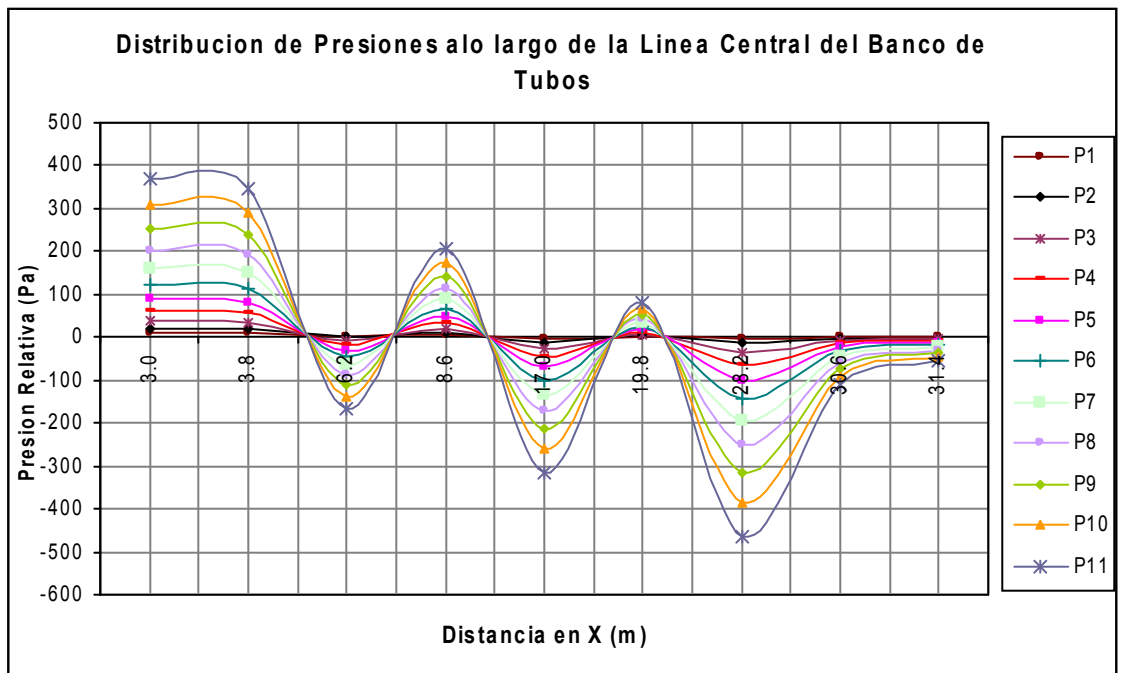


Figura 6.7: Lecturas de presión relativa a lo largo de la línea de flujo para los once puntos

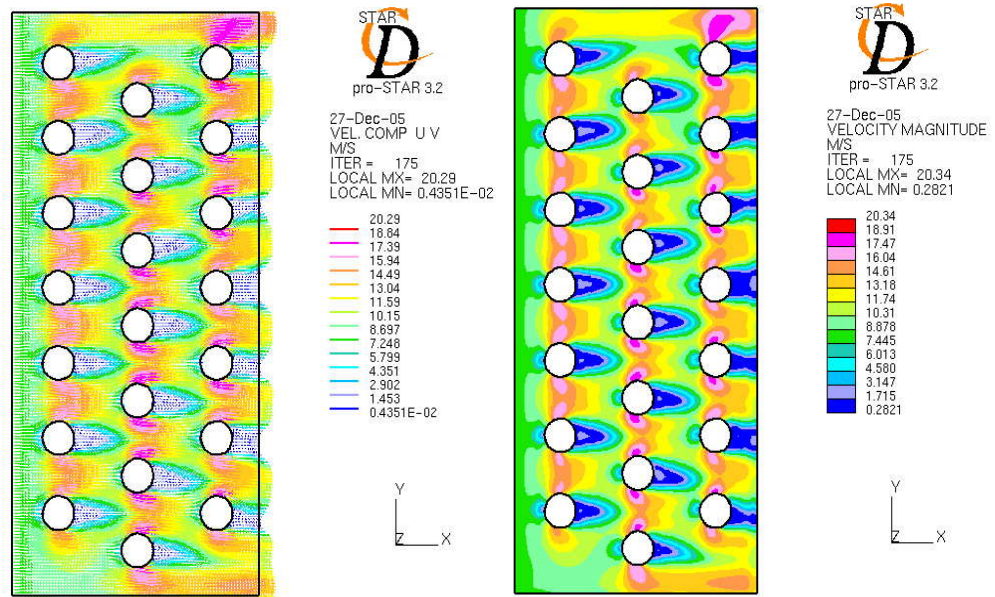


Figura 6.8. Componente de velocidad UV en la dirección del flujo del banco de tubos, SH1

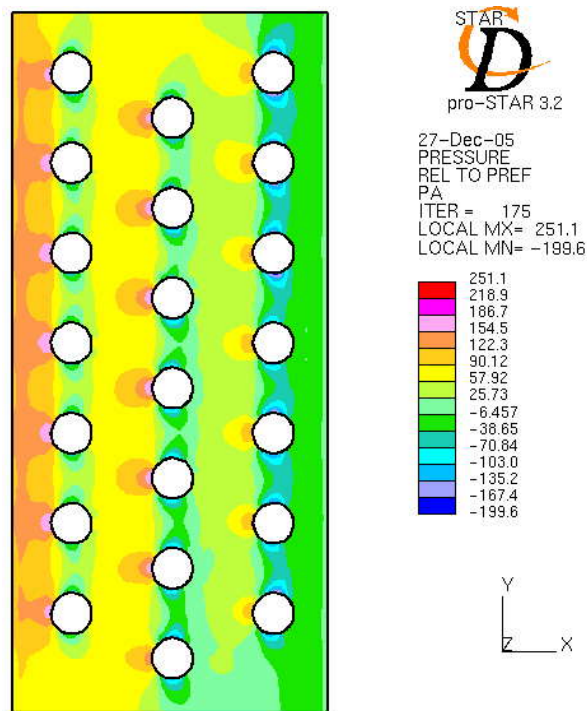


Figura 6.9 Distribución de la presión relativa en la dirección de flujo del banco de tubos, SH1

En las figuras 6.8 y 6.9, se aprecia el patrón de velocidad y presión del flujo a lo largo de los intercambiadores, es importante destacar que este comportamiento es para flujo turbulento con un $Re=8.43 \times 10^5$, este comportamiento, puede variar relativamente con el modelo de turbulencia empleado, y los valores para las condiciones de frontera utilizados en este caso se utilizó el modelo $k-\varepsilon$ estándar, y como valores de frontera k y ε , los cuales se calculan de la siguiente manera:

$$k = \frac{3}{2} \times (U \times I)^2 \dots\dots\dots 6.45$$

$$\varepsilon = C_{\mu}^{3/4} \times \frac{k^{3/2}}{l} \dots\dots\dots 6.46$$

$$l = 0.007 \times L \dots\dots\dots 6.47$$

Donde:

- U : Magnitud de la velocidad en la frontera de entrada
- I : Intensidad turbulenta, puede tomar valores entre 0.01 y 0.05
- C_{μ} : Constante del modelo $k-\varepsilon$ estándar y tiene un valor de 0.9
- l : Longitud de escala
- L : Longitud característica, en nuestro caso el diámetro hidráulico

La ecuación (6.47), es recomendada para flujos internos turbulentos. También, es importante el cálculo del diámetro hidráulico, debido a que la longitud de escala tiene efecto en la formación del tamaño de vortices que se desarrollan en la zona de capa límite del flujo..

Luego en la tabla 6.3, se muestra los valores de la variación de la presión con respecto a la velocidad en la dirección del flujo a través del banco de tubos del sobrecalentador 1

Resultados y conclusiones

Modelo Analítico de Transferencia de Calor y Flujo de fluidos:

El análisis de transferencia de calor, perfil de temperaturas y caída de presión en el lado de gases del recuperador de calor desarrollado es de aplicación únicamente al modelo del presente trabajo. Conocer el comportamiento térmico del recuperador en tiempo real y a diferentes cargas es de utilidad para su operación eficiente, permitiendo tomar decisiones operativas en base a un monitoreo constante, debemos indicar que la capacidad de generación actual depende del flujo y temperatura de los gases de escape de la turbina, siendo esta una limitación para los márgenes de control del recuperador. El quemador de ducto que forma parte del recuperador constituye un elemento importante, sobre el cual podemos tener un mayor control, para de esta manera lograr la máxima generación con un consumo óptimo de gas.

Como se muestra en la figura 6.21 el perfil de temperaturas obtenido para el 100% de carga, esta dentro del rango de la condición de diseño a la misma carga, las temperaturas a la salida del sobrecalentador 2 y entrada al sobrecalentador 3 son calculadas teniendo en cuenta la combustión de gas natural en el quemador de ducto el cual se realiza de manera iterativa, además como parte de la convergencia para el cálculo de estas temperaturas, se restringe el error entre los valores medido y calculado de la presión de vapor saturado en el domo a $\pm 1\%$. En este caso es del $+0.33\%$

Los resultados obtenidos no se han validado como previamente fue indicado, debido a que solo se realizó el análisis para el sobrecalentador 1. La metodología usada es válida para realizar el mismo análisis para los demás componentes a fin de lograr el resultado esperado.

El método de medios porosos usado para calcular la caída de presión en los intercambiadores, se vio limitado por los valores bajos de los coeficientes de resistencia al flujo es decir menos de 100, para tener un correcto tratamiento en este caso es necesario resolver la ecuación de momentum, para los componentes de velocidad donde se agrega el efecto convectivo, para esto es necesario añadir la velocidad como termino fuente y la ecuación de la presión en función de la velocidad que se encuentra experimentalmente y agregar la como subrutina al programa.

El método de turbulencia empleado fue el $k-\varepsilon$ estándar, el cual tiene limitaciones para resolver en las zonas cerca de la pared, para eso considera el método de pared estándar de pared.

Resumen de Anexos

Se presenta también en el anexo A1, los datos de diseño y las variables medidas utilizadas para realizar los cálculos en los diferentes módulos del recuperador.

Así mismo en el anexo A2, se presenta una secuencia de cálculos para cada una las temperaturas en el lado gases a una carga del 100% del recuperador. Las variables de color negra son datos y los de color rojo son calculados.

Finalmente en el anexo A3, se presenta el cálculo de la caída de presión en el sobrecalentador 1, que de manera similar se realiza para los demás intercambiadores.

Bibliografía

- (1) Operating and Maintenance Manual for Heat Recovery Steam Generator (HRSG), Monterrey Cogeneration CCGT Project, Kawasaki Heavy Industries, LTD, (2002)
- (2) La Combustión, Teoría y Aplicaciones, Giuliano Salvi, 1975
- (3) Manual practico de la combustión industrial, Percy Castillo Neira,
- (4) Combustión y Quemadores, Jose Monpin Poblet
- (5) Turbulent Combustión, Norbert Peters
- (6) Tablas de Vapor, Alfaomega
- (7) Flujo de Fluidos en Válvulas, Accesorios y tuberías, Crane
- (8) Mecánica de Fluidos, segunda edición, M. Potter y D. Wiggert
- (9) Thermodynamics Properties to 6000 K for 210 substances involving the first 18 Elements: McBride y Gordon
- (10) Industrial Boilers and Heat Recovery Steam Generators, V. Ganapathy
- (11) Métodos Numéricos para Ingenieros, Steven C. Chapra
- (12) Fundamentos de Termodinámica Técnica, M.J. Morar, H.N. Shapiro
- (13) Design Practices in Combustion and Incineration, Kashi Banerjee
- (14) Third Millenium Ideal Gas and Condensed Phase Thermochemical Database for Combustion Technion Aerospace Engineering (TAE). Report # 867, 2001. Alexander Burcats.
- (15) The Properties of Gases and Liquids, 1987, Robert R. Reid
- (16) Numerical Heat transfer and Fluid Flow, Suhas V. Patankar
- (17) Fenómenos de Transporte, R. B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot
- (18) Introduction to CFD, David Apsley
- (19) Tree-Dimensional Modeling of Flow , Heat Transfer and Combustion, Bjorn H. Hjertager