

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA



**DISEÑO DE ESTRUCTURAS PARA TRANSMISIÓN
ELÉCTRICA USANDO EL MÉTODO DE
ELEMENTOS FINITOS**

TESIS

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO MECANICO**

ALVARO SERGIO, ARMAS OLIVERA

PROMOCION 2007-I

LIMA-PERU

2011

INDICE

PROLOGO	1
CAPITULO 1	
INTRODUCCION.....	3
1.1 Objetivo.....	4
1.2 Justificación.....	4
CAPITULO 2	
MARCO DE REFERENCIA	5
2.1 Marco teórico (FEA)	5
2.1.1 Teoría clásica de Flexión En Vigas.....	7
2.1.1.1 Deformaciones en Vigas	7
2.1.1.2 Deformaciones Unitarias.....	7
2.1.1.3 Ecuación Constitutiva.....	8
2.1.1.4 Distribución de Temperatura.....	9
2.1.1.5 Ecuaciones de equilibrio	9
2.1.2 Teoría Clásica Resolución por Elementos Finitos	10
2.1.2.1 Interpolación de Deformaciones	10
2.1.2.2 Matriz B.....	12
2.1.2.3 Matriz de Rigidez.....	13
2.1.2.4 Fuerzas Aplicadas Sobre el Elemento	15
2.1.2.5 Fuerzas Debidas a Las Temperaturas	16

2.1.3 Flexión De Vigas Con Energía de Cortante. Teoría De	
Timoshenko	17
2.1.3.1 Campos de Desplazamiento	18
2.1.3.2 Deformaciones unitarias	19
2.1.3.3 Ecuación constitutiva. Estado de tensiones	20
2.1.3.4 Funciones de interpolación	20
2.1.3.5 Matriz B	21
2.1.3.6 Matriz de rigidez	22
2.1.3.7 Factor de rigidez a cortadura	24
2.1.3.8 Elemento de dos nudos	26
2.1.3.9 Bloqueo por cortante	27
2.1.3.9 Integración reducida	30
2.1.3.10 Elemento de tres nudos	32
2.2 Métodos de Cálculo y Simulación	33
2.3 Normas y Reglamentos	34

CAPITULO 3

CRITERIOS DE CÁLCULO	35
3.1 Geometría de la torre	36
3.2 Hipótesis de Carga	38
3.3 Aplicación de Cargas	38
3.4 Cargas Aplicadas	38
3.4.1 Cargas Por Peso Propio	38

3.4.2 Cargas de Viento	39
3.4.3 Cargas por Conductores	39
3.5 Combinación de Cargas.....	39
CAPITULO 4	
EVALUACIÓN DE CARGAS INTERNAS	41
4.1 Verificación de Elementos	41
4.1.1 Verificación de Miembros en Compresión	42
4.1.2 Verificación de Miembros en Tracción.....	45
4.1.3 Evaluación de Miembros al Corte.....	46
4.1.4 Uniones Atornilladas.....	47
4.2 Deformaciones.....	49
CAPITULO 5	
5.1 Torre inicial	50
Diagrama de Cargas	51
5.1.1 Verificación Inicial.....	54
5.1.2 Optimización.....	55
CONCLUSIONES.....	82
BIBLIOGRAFIA.....	85
ANEXOS.....	86

PROLOGO

La aplicación de optimización estructural para torres de transmisión se realiza para reducción de costos asociados, tales como material, transporte y construcción. En el presente trabajo combinamos conocimientos de elementos finitos y análisis de estructuras para optimizar nuestra torre de transmisión eléctrica, el trabajo se divide como se muestra a continuación:

CAPITULO 1:

En este capítulo se realiza una introducción donde se muestra la necesidad de realizar un procedimiento de diseño que no solo obtenga torres confiables sino también como lo expresamos anteriormente una torre con un peso optimizado.

CAPITULO 2:

En este capítulo se establece el marco de referencia y se introduce el fundamento teórico de elementos finitos adecuado para nuestro diseño.

CAPITULO 3:

En este capitulo se muestran lo criterios de diseño basados en las normas correspondientes, y estudios previos de estructuras.

CAPITULO 4:

En este capitulo se muestran lo criterios de evaluación de cargas para los diversos elementos que componen la torre basados también en las normas correspondientes.

CAPITULO 5:

En este capitulo se realiza el cálculo de la estructura en el software correspondiente aplicando todos los criterios y con ayuda del Excel verificamos los elementos mas cargado que son los que determinan el espesor de los miembros que componen la estructura.

CAPITULO 1

INTRODUCCION

Las líneas de transmisión eléctrica juegan un rol muy importante en la operación confiable de sistemas de energía eléctrica. Las estructuras de transmisión son componentes vitales cuya confiabilidad y seguridad debe minimizar el riesgo de corte en el suministro de energía, que a su vez puede degenerar en falla de la estructura, llámese pórticos o torres de alta tensión.

La necesidad de expandir nuestro sistema interconectado nacional requiere de estructuras de transmisión confiables y a su vez económicas en términos de transporte, montaje y mantenimiento, lo cual es directamente proporcional al peso de la estructura, la forma de lograrlo es mediante un adecuado proceso de diseño que se oriente a la reducción en peso de dichas estructuras.

1.1 Objetivo

Diseñar la estructura de transmisión eléctrica, llámese torre de alta tensión usando el método de elementos finitos tanto para el diseño como para reducción en peso de dicha estructura con el consiguiente ahorro de materiales.

1.2 Justificación

El diseño de estructuras de uso eléctrico requiere de optimización en peso ya que el ahorro en material conlleva al ahorro en transporte montaje y mantenimiento, los cuales son directamente proporcionales a la masa estructural. En el presente trabajo, se utiliza la herramienta de elementos finitos para el análisis de la estructura, además, con un ayuda del Excel identificamos los elementos con menor carga y buscamos combinaciones de ángulos que soporten las cargas de trabajo logrando de esta forma un diseño con el peso optimo y confiable.

CAPITULO 2

MARCO DE REFERENCIA

En los últimos 20 años se ha dado un gran avance en el desarrollo de nuevas herramientas de análisis. Estas incluyen paquetes de software y diseño, nuevas guías de diseño, las cuales contribuyen de manera muy eficiente en mejoras de diseños. Como resultado tenemos estructuras más eficientes y económicas. Muchas de las herramientas mencionadas se han desarrollado en base a resultados, pruebas realizadas, las cuales se refinan aún más a medida que se realizan más pruebas en un continuo esfuerzo por mejorar los procedimientos actuales. Otra área es el desarrollo de conceptos de diseño basados en confiabilidad. Esta metodología ofrece un procedimiento uniforme en la industria para el cálculo de estructuras y provee una medida de confiabilidad para el diseño de componentes de líneas de transmisión.

2.1 Marco teórico (FEA)

Para nuestro estudio necesitamos conocer fundamentos de vigas. Las vigas pueden estudiarse por el Método de los Elementos Finitos como un problema más de elasticidad. Para simplificar su estudio, no se consideran la

deformación ni el esfuerzo axial, que se sabe están desacoplados de la flexión en el caso habitual de pequeñas deformaciones.

Existen dos suposiciones diferentes relativas a la forma de deformación de la viga:

- Teoría clásica de flexión de vigas, o teoría de Euler. Se supone que las secciones rectas y perpendiculares a la fibra neutra en el estado sin deformar se mantienen rectas y perpendiculares a la fibra neutra en el estado deformado (hipótesis de Navier). Con esta hipótesis y suponiendo pequeñas deformaciones, se cumple que el giro que sufre una sección recta de la viga es igual a la pendiente de la curva deformada elástica. En términos energéticos esta hipótesis corresponde a despreciar la energía de esfuerzo cortante.
- Teoría de vigas con energía de esfuerzo cortante, o teoría de Timoshenko, en la que se supone que las secciones rectas y perpendiculares a la fibra neutra en el estado sin deformar se mantienen rectas en el estado deformado, pero no perpendiculares a la fibra neutra. Con esta hipótesis el giro de la sección recta no es igual a la pendiente de la deformada elástica, y la diferencia entre ellas corresponde a la distorsión debida al esfuerzo cortante.

2.1.1 Teoría clásica de Flexión En Vigas

2.1.1.1 Deformaciones en Vigas

Si se denomina a la deformación vertical del centro de gravedad G de la sección, las deformaciones de un punto P situado a una distancia y de G son (1):

$$u_P = \theta y = \frac{dv}{dx} y$$

$$v_P = v$$

2.1.1.2 Deformaciones Unitarias

Las deformaciones en el punto P son:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u_P}{\partial x} = \frac{d^2 v}{dx^2} y$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v_P}{\partial y} = 0$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_P}{\partial y} + \frac{\partial v_P}{\partial x} = \frac{dv}{dx} + \frac{dv}{dx} = 0$$

El material está en un estado unidimensional de deformación unitaria, sometido sólo a una deformación unitaria longitudinal ϵ_x , que en adelante se denominará ϵ . No aparece ninguna deformación unitaria de cortadura γ , con lo que esta teoría no considera la energía debida al esfuerzo cortante.

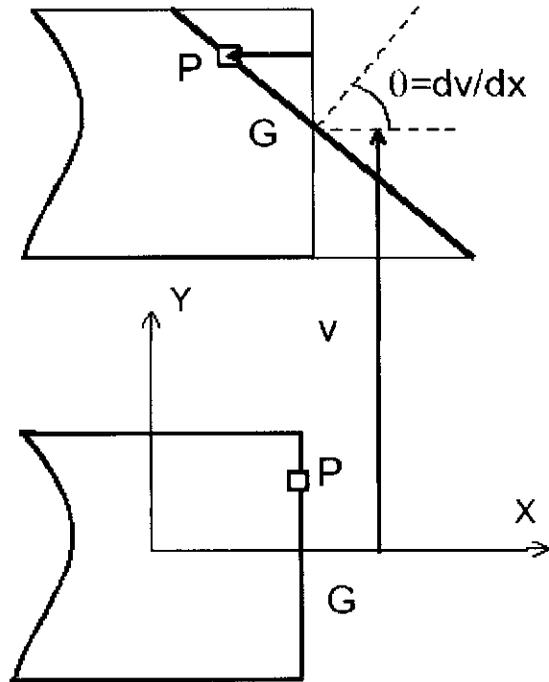


Figura 2.1

2.1.1.3 Ecuación Constitutiva

Suponiendo un material elástico lineal la relación tensión - deformación unitaria es:

$$\sigma = E(\epsilon - \epsilon_0)$$

Sustituyendo el valor de la deformación unitaria se obtiene la expresión de la tensión en el punto P:

$$\sigma = E\left(\frac{d^2v}{dx^2}y - \epsilon_0\right)$$

2.1.1.4 Distribución de Temperatura

Al no considerarse el esfuerzo axial, la única distribución de temperatura que puede admitir la viga es una variación lineal en su sección, desde un valor T_S en la cara superior hasta un valor $-T_S$ en la cara inferior. El gradiente de esta distribución es:

$$T'' = \frac{T_S - (-T_S)}{h} = \frac{2T_S}{h}$$

Siendo h el canto de la viga. La distribución de temperaturas queda entonces como:

$$T = yT_g$$

Con esto la distribución de deformaciones unitarias por temperatura es

$$\epsilon_0 = \alpha T = \alpha y T_g$$

2.1.1.5 Ecuaciones de equilibrio

El equilibrio de un elemento diferencial lleva a la siguiente ecuación de equilibrio:

$$q = \frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 v}{dx^2} + EI \alpha T_g \right)$$

2.1.2 Teoría Clásica Resolución por Elementos Finitos

2.1.2.1 Interpolación de Deformaciones

Se emplean cuatro grados de libertad en el elemento: la deformación y el giro en cada nudo extremo. De esta forma se garantiza la compatibilidad de la deformación lateral v y su derivada primera (el giro) en los extremos de la viga. Los vectores de grados de libertad y de fuerzas en nodos son:

$$\delta^e = \{V_1 \quad \theta_1 \quad V_2 \quad \theta_2\}^T$$

$$P^e = \{P_{1V} \quad M_1 \quad P_{2V} \quad M_2\}^T \quad \dots(1)$$

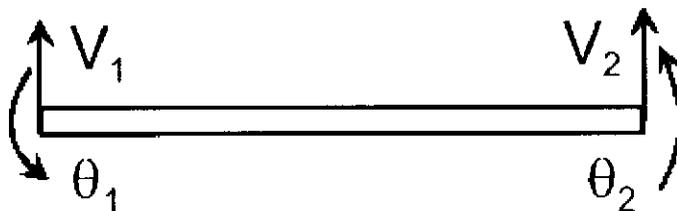


Figura 2.2 Viga Plana

Con cuatro grados de libertad, se puede emplear una ley cúbica de interpolación de deformaciones:

$$v = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad \dots (2)$$

Particularizando esta ley de interpolación a los valores de los cuatro grados de libertad, y agrupando las cuatro ecuaciones obtenidas en forma matricial se obtiene el sistema de ecuaciones siguientes

$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ \theta_1 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 0 & 1 & 2x_1 & 3x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 0 & 1 & 2x_2 & 3x_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} \quad \dots (3)$$

De este sistema se pueden calcular los cuatro coeficientes a_i en función de los grados de libertad. Sustituyéndolos en la ecuación (2) y reagrupando los términos de los diferentes grados de libertad se obtiene la ley de interpolación de la deformación lateral:

$$v = N_1 V_1 + N_2 \theta_1 + N_3 V_2 + N_4 \theta_2 = \mathbf{N} \delta' \quad \dots (4)$$

Las 4 funciones de interpolación son:

$$N_1 = \frac{1}{4}(2 - 3\xi + \xi^3) \quad , \quad N_2 = \frac{1}{4}(1 - \xi + \xi^2 + \xi^3) \quad \dots (5)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(2 + 3\xi - \xi^3) \quad , \quad N_4 = \frac{1}{4}(1 + \xi - \xi^2 + \xi^3) \quad \dots (6)$$

Siendo una coordenada local normalizada que vale -1 en el nudo inicial de la viga, y +1 en el nudo final, con lo que la interpolación de coordenadas es lineal:

$$x = x_1 \left(\frac{1 - \xi}{2} \right) + x_2 \left(\frac{1 + \xi}{2} \right) \quad \dots (7)$$

Se cumple que el Jacobiano de la transformación es $dx/d\xi = L/2$

siendo L la Longitud del elemento.

2.1.2.2 Matriz B

Sustituyendo la ley de interpolación del desplazamiento lateral v en la expresión de la deformación unitaria se obtiene:

$$\epsilon = \frac{d^2 v}{dx^2} = y \left(\frac{d^2 N_1}{dx^2} V_1 + \frac{d^2 N_2}{dx^2} \theta_1 + \frac{d^2 N_3}{dx^2} V_2 + \frac{d^2 N_4}{dx^2} \theta_2 \right) \quad \dots (8)$$

Esta expresión define la matriz B como:

$$\epsilon = \mathbf{B} \delta^e \quad \dots (9)$$

$$\mathbf{B} = y \begin{bmatrix} \frac{d^2 N_1}{dx^2} & \frac{d^2 N_2}{dx^2} & \frac{d^2 N_3}{dx^2} & \frac{d^2 N_4}{dx^2} \end{bmatrix} \quad \dots (10)$$

Las derivadas de las funciones de interpolación son:

$$\frac{dN_i}{dx} = \frac{dN_i}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{dN_i}{d\xi} \frac{2}{L} \quad \dots (11)$$

$$\frac{d^2N_i}{dx^2} = \frac{d^2N_i}{d\xi^2} \frac{d\xi}{dx} \frac{2}{L} = \frac{d^2N_i}{d\xi^2} \frac{4}{L^2} \quad \dots (12)$$

La Matriz B Puede ponerse como:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{d^2N_1}{d\xi^2} & \frac{d^2N_2}{d\xi^2} & \frac{d^2N_3}{d\xi^2} & \frac{d^2N_4}{d\xi^2} \end{bmatrix} \frac{4}{L^2} = \mathbf{B}_s \quad \dots (13)$$

En esta expresión se han separado los términos que dependen sólo de la coordenada longitudinal ξ , para lo que se ha introduciendo la matriz:

$$\mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} \frac{6\xi}{L^2} & \frac{3\xi - 1}{L} & \frac{6\xi}{L^2} & \frac{3\xi - 1}{L} \end{bmatrix} \quad \dots (14)$$

2.1.2.3 Matriz de Rigidez

Su expresión es la habitual para cualquier elemento finito.

Sustituyendo el diferencial de volumen se obtiene:

$$\mathbf{K} = \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv = \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} b dx dy \quad \dots(15)$$

Siendo $b(y)$ la anchura de la viga. Al estar el material en un estado unidimensional de tensiones, la matriz elástica es el módulo de elasticidad E . Sustituyendo el valor de \mathbf{B} se obtiene:

$$\mathbf{K} = \int \int E \mathbf{B}^T \mathbf{B} b \, dx \, dy = \int E \mathbf{B}_s^T \mathbf{B}_s \left(\int b y^2 \, dy \right) dx \quad \dots(16)$$

En la ecuación anterior se identifica el momento de inercia de la sección I . Suponiendo que el producto EI es constante e introduciendo el cambio de coordenadas x/ξ se obtiene:

$$\mathbf{K} = EI \int \mathbf{B}_s^T \mathbf{B}_s \, dx = EI \int \mathbf{B}_s^T \mathbf{B}_s \left(\frac{L}{2} \right) d\xi \quad \dots (17)$$

Cada uno de los términos de la matriz de rigidez tiene la expresión:

$$K_{ij} = EI \int_0^1 \left(\frac{4}{L^2} \right)^2 \frac{d^2 N_i}{d\xi^2} \frac{d^2 N_j}{d\xi^2} \left(\frac{L}{2} \right) d\xi \quad \dots (18)$$

Integrando se Obtiene:

$$\mathbf{K} = EI \begin{bmatrix} 12/L^3 & 6/L^2 & 12/L^3 & 6/L^2 \\ 6/L^2 & 4/L & 6/L^2 & 2/L \\ 12/L^3 & 6/L^2 & 12/L^3 & 6/L^2 \\ 6/L^2 & 2/L & 6/L^2 & 4/L \end{bmatrix}$$

... (19)

Esta expresión corresponde a la matriz de rigidez del elemento viga plana utilizada en el análisis de estructuras reticulares.

2.1.2.4 Fuerzas Aplicadas Sobre el Elemento

En las vigas las fuerzas se definen habitualmente como fuerzas distribuidas por unidad de longitud de la viga q . En este caso, el vector de fuerzas nodales equivalentes se puede poner como:

$$\mathbf{P}_L = \int \mathbf{N}^T q \, dx \quad \dots (20)$$

Donde q se considera positiva si actúa en la dirección de la deformación v . Las fuerzas obtenidas mediante esta expresión son ya directamente fuerzas actuantes sobre los nudos, y su sentido positivo corresponde al de los grados de libertad del nudo.

$$\mathbf{P}_L = q \int_0^L \mathbf{N}^T \left(\frac{L}{2} \right) d\xi = \begin{Bmatrix} qL / 2 \\ qL^2 / 12 \\ qL / 2 \\ qL^2 / 12 \end{Bmatrix} \quad \dots (21)$$

Si la fuerza exterior es uniforme, que es el caso más habitual, q es constante, y la expresión de las fuerzas nodales equivalentes resulta ser:

2.1.2.5 Fuerzas Debidas a Las Temperaturas

Se expresan como:

$$\mathbf{P}_T = \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_0 dV \quad \dots (22)$$

Sustituyendo el valor de las deformaciones unitarias de origen térmico

dado por: $\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \alpha T = \alpha y T_y$, la matriz elástica \mathbf{D} por E y el diferencial de volumen se obtiene:

$$\mathbf{P}_T = \int (-y) \mathbf{B}_s^T E \alpha y T_y b dx dy \quad \dots (23)$$

En el integrando se identifica el momento de inercia de la sección, con lo que obtiene:

$$\mathbf{P}_T = \int_{-1}^{+1} EI \alpha T_y \mathbf{B}_s^T \left(\frac{L}{2} \right) d\xi \quad \dots (24)$$

Suponiendo que las propiedades de la viga y la distribución de temperaturas no dependen de x , se obtiene:

$$\mathbf{P}_T = \begin{Bmatrix} P_{1Y} \\ M_1 \\ P_{2Y} \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ EI\alpha T_y \\ 0 \\ EI\alpha T_y \end{Bmatrix} \quad \dots(25)$$

Esta expresión coincide con la obtenida para las fuerzas de empotramiento perfecto en el método de rigidez, pero con el signo cambiado. Ello es debido a que el vector de fuerzas aquí obtenido corresponde a las fuerzas nodales equivalentes aplicadas ya en los nudos de la discretización de elementos finitos. Sin embargo, en el método de rigidez se obtienen las fuerzas actuantes sobre la barra en la fase de empotramiento perfecto, que después deben ser aplicadas sobre los nudos, cambiándolas de signo.

2.1.3 Flexión De Vigas Con Energía de Cortante. Teoría De Timoshenko

En esta teoría no se considera que las secciones rectas perpendiculares al eje de la viga se mantengan perpendiculares a dicho eje en el estado deformado. Ello origina que aparezcan una tensión y una deformación unitaria cortantes no nulas en la sección de la viga, y en consecuencia se acumule energía debida a ellas.

2.1.3.1 Campos de Desplazamiento

Las deformaciones de la sección recta de la viga son:

- Desplazamiento vertical $v(x)$
- Giro de la sección $\theta(x)$

Las deformaciones de un punto P, situado a una distancia y de la fibra neutra son (Figura 2.3):

- Desplazamiento vertical $v(x)$
- Desplazamiento horizontal $u = -y \theta$

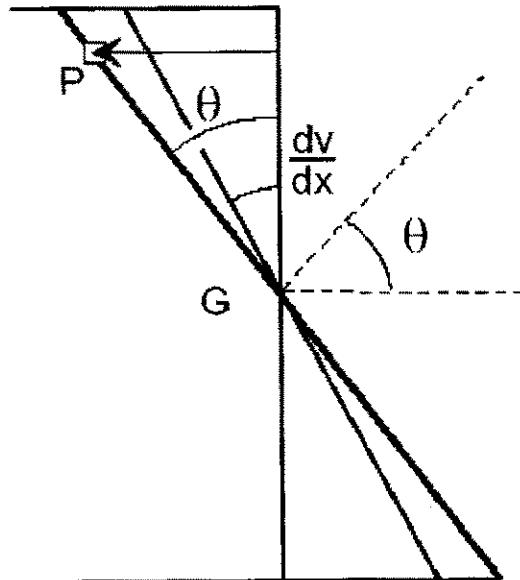


Figura 2.3 Deformaciones en una viga.

2.1.3.2 Deformaciones unitarias

Las deformaciones unitarias en el punto P son:

$$\hat{\epsilon}_x = \frac{du}{dx} - y \frac{d\theta}{dx} \quad \dots$$

(26)

$$\hat{\epsilon}_y = 0 \quad \dots$$

(27)

$$\hat{\gamma}_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} - \theta + \frac{dv}{dx} \quad \dots$$

(28)

En cada punto de la sección hay dos deformaciones unitarias: una de deformación axial y otra de cortadura vertical (que no era predicha por la teoría clásica).

Matricialmente se pueden poner como:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \hat{\epsilon}_x \\ \hat{\gamma}_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & y \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ \theta \end{Bmatrix} = \boldsymbol{\partial} \mathbf{u} \quad \dots(29)$$

El orden de derivación del operador ∂ , que pasa de las deformaciones \mathbf{u} a las deformaciones unitarias ϵ es en este caso 1, mientras que en la teoría clásica era 2.

2.1.3.3 Ecuación constitutiva. Estado de tensiones

En cualquier punto de la viga existen dos tensiones: una tensión simple asociada a la deformación unitaria axial correspondiente y una tensión de cortadura simple asociada a la distorsión de cortadura vertical. Suponiendo un material elástico lineal, la relación con las deformaciones unitarias correspondientes es:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \mathbf{D} \boldsymbol{\epsilon} \quad \dots(30)$$

2.1.3.4 Funciones de interpolación

Se requieren funciones con continuidad C^0 , pues el orden de derivación de las deformaciones para obtener las deformaciones

unitarias es 1 (ver ecuación 29). Se interpolan de la misma forma las dos incógnitas del problema:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \dots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ \theta_1 \\ V_2 \\ \theta_2 \\ \dots \end{Bmatrix} = \mathbf{N} \delta^e \quad \dots (31)$$

Las funciones de interpolación se definen en función de una coordenada ξ Adimensional, que varía entre -1 en el nudo inicial y +1 en el nudo final.

Nótese que esta coordenada es diferente a la usada en la teoría clásica.

2.1.3.5 Matriz B

Su expresión es:

$$\mathbf{B} = \partial \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & y \frac{dN_1}{dr} & 0 & y \frac{dN_2}{dr} & \dots \\ \frac{dN_1}{dr} & N_1 & \frac{dN_2}{dr} & N_2 & \dots \end{bmatrix} \quad \dots (32)$$

Se puede dividir en dos partes, una para cada fila, de tal manera que la primera fila corresponde a la deformación unitaria axial, habitualmente denominada de flexión (subíndice F) y la segunda a la de cortadura (subíndice C).

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_F \\ \mathbf{B}_C \end{bmatrix} \quad \dots(33)$$

Las derivadas de las funciones de interpolación son:

$$\frac{dN_i}{dx} = \frac{dN_i}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{dN_i}{d\xi} \frac{1}{J} \quad \dots (34)$$

Siendo J el jacobiano de la transformación x/\hat{i} . La parte de flexión de

\mathbf{B} se puede poner:

$$\mathbf{B}_F = \frac{y}{J} \begin{bmatrix} 0 & \frac{dN_1}{d\xi} \\ 0 & \frac{dN_2}{d\xi} \\ \dots & \dots \end{bmatrix} = \frac{y}{J} \mathbf{B}_{F1} \quad \dots (35)$$

2.1.3.6 Matriz de rigidez

Su expresión general es:

$$\mathbf{K} = \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv = \int \begin{bmatrix} \mathbf{B}_F^T & \mathbf{B}_C^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_F \\ \mathbf{B}_C \end{bmatrix} dv$$

$$\mathbf{K} = \int E \mathbf{B}_F^T \mathbf{B}_F dv + \int G \mathbf{B}_C^T \mathbf{B}_C dv$$

...(36)

El primer sumando es la rigidez debida a la energía de flexión y el segundo la debida al esfuerzo cortante. En el término debido a la energía de cortadura se introduce el factor de corrección por cortante k , a fin de tener en cuenta que la distribución de tensiones cortantes que se ha supuesto es uniforme, cuando en realidad es variable. La deducción del valor de este coeficiente se efectúa en el punto siguiente.

$$\mathbf{K} = \int \mathbf{B}_{F1}^T \mathbf{B}_{F1} \frac{E y^2}{J^2} b J d\xi dy + \int \mathbf{B}_C^T \mathbf{B}_C G k A dx$$

...(37)

Efectuando la integral en y , la expresión final queda:

$$\mathbf{K} = \int \mathbf{B}_{F1}^T \mathbf{B}_{F1} \frac{EI}{J} d\xi + \int \mathbf{B}_C^T \mathbf{B}_C G k A J d\xi$$

...(38)

El primer término se denomina habitualmente rigidez a flexión y el segundo rigidez a cortante. Nótese que debido a la estructura de la matriz B_F el primer término, que es debido a la energía de flexión, sólo aporta rigidez en los grados de libertad de giro θ , y no en los de deformación V . El segundo término aporta rigidez en todos los grados de libertad.

2.1.3.7 Factor de rigidez a cortadura

La densidad de energía debida a la tensión y deformación de cortante predicha por esta teoría es:

$$U_{\text{cort}} = \frac{1}{2} \sigma_{xy} \gamma_{xy} = \frac{\sigma_{xy}^2}{2G} \quad \dots(39)$$

Integrando al área de la viga se obtiene la energía acumulada por unidad de longitud, debida a la deformación de cortadura:

$$U_{\text{cort}} = \int U_{\text{cort}} dA = \int \frac{\sigma_{xy}^2}{2G} dA \quad \dots(40)$$

Como la tensión cortante es constante en toda la sección de la viga, la integral a la sección puede ponerse fácilmente en función del esfuerzo

cortante existente en la sección Q (que es la resultante de todas las tensiones cortantes $Q = \sigma_{xy}\Lambda$)

$$U_{L.cort} = \frac{\sigma_{xy}^2 \Lambda}{2G} = \frac{Q^2}{2G\Lambda} \quad \dots (41)$$

La distribución de tensiones cortantes exacta, empleando la teoría del esfuerzo cortante es:

$$\tau^{cx} = \frac{Q\bar{A}}{bI} \quad \dots(42)$$

Siendo Q el esfuerzo cortante, \bar{A} el momento estático del área situada entre el punto donde se calcula la tensión y el exterior de la sección de la viga, b el ancho de la sección en el punto donde se calcula la tensión cortante e I el momento de inercia de la sección respecto de su centro de gravedad.

La energía acumulada por unidad de longitud debida a esta tensión es:

$$U_{L.cort} = \int \frac{1}{2} \tau^{cx} \gamma^{cx} d\Lambda = \int \frac{\tau^{cx}}{2G} d\Lambda = \frac{Q^2}{2GI^2} \int \frac{\bar{A}^2}{b^2} d\Lambda \quad \dots (43)$$

Comparando esta expresión con el valor de la energía predicho por esta teoría, se observa que entre ambos valores hay un factor de valor:

$$k = \frac{A}{I^2} \int \frac{\bar{A}^2}{b^2} dA \quad \dots (44)$$

Este es el valor que se ha introducido en la expresión de la matriz de rigidez debida al cortante, a fin de igualar la energía acumulada al valor exacto. Su valor es fácilmente calculable para las secciones más típicas. Para una sección rectangular resulta ser de 6/5, y para una circular maciza es de 10/9.

2.1.3.8 Elemento de dos nudos

Las funciones de interpolación para este elemento son lineales:

$$N_1 = (1 - \xi)/2 \quad N_2 = (1 + \xi)/2 \quad \dots (45)$$

$$\frac{dN_1}{d\xi} = -\frac{1}{2} \quad \frac{dN_2}{d\xi} = \frac{1}{2} \quad \dots (46)$$

El jacobiano es

$$J = \frac{dx}{d\xi} = \sum \frac{dN_i}{d\xi} x_i = \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{2} = \frac{L}{2} \quad \dots (47)$$

Las matrices **B** son:

$$\mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \dots (48)$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{2J} & \frac{1-\xi}{2} & \frac{1}{2J} & \frac{1+\xi}{2} \end{bmatrix} \quad \dots (49)$$

La fuerza de Flexión es:

$$\mathbf{K}_f = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots (50)$$

La matriz de rigidez debida al cortante es:

$$\mathbf{K}_c = \frac{GAk}{2} \begin{bmatrix} \frac{2}{L} & 1 & \frac{2}{L} & 1 \\ 1 & \frac{2L}{3} & 1 & \frac{L}{3} \\ \frac{2}{L} & 1 & \frac{2}{L} & 1 \\ 1 & \frac{L}{3} & 1 & \frac{2L}{3} \end{bmatrix} \quad \dots (51)$$

2.1.3.9 Bloqueo por cortante

De la misma manera que se ha expuesto para la flexión de placas planas, las vigas en formulación de Timoshenko pueden manifestar el problema del bloqueo por cortante. Para estudiarlo se toma como ejemplo una viga en voladizo con una carga puntual P en el extremo (figura 2.4). Se modela con un elemento de dos nudos, empotrado en el nudo 1 y libre en el 2.

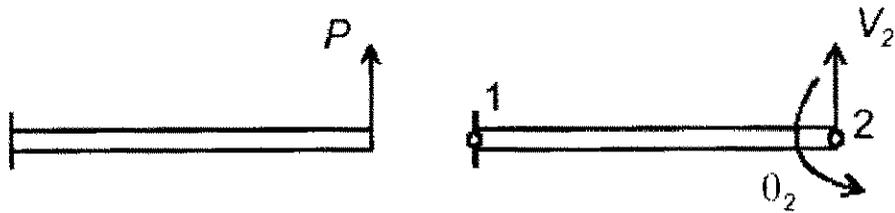


Figura 2.4 Modelo de viga en voladizo

La ecuación de equilibrio, para los dos grados de libertad del nudo 2, es:

$$\begin{bmatrix} \frac{GAk}{L} & \frac{GAk}{2} \\ \frac{GAk}{2} & \left(\frac{GAkL}{3} + \frac{EI}{L} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots (52)$$

Para simplificar las expresiones se adopta $E = 2G$ (que corresponde a $\nu = 0$) y $k=1$. Además se sustituyen:

$$I = Ar^2 \quad \lambda = L/r \quad \dots (53)$$

Siendo r el radio de giro de la sección y λ la esbeltez de la viga. La deformación vertical que se obtiene del sistema (52) es:

$$V_2 = \frac{4PL(\lambda^2 \cdot 6)}{GA(\lambda^2 \cdot 24)} \quad \dots (54)$$

La solución exacta, obtenida por integración analítica de la ecuación de la elástica, según la teoría de Timoshenko, es:

$$V_{ex} = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{PL}{GAk} \quad \dots (55)$$

Con las simplificaciones anteriores esta solución exacta es:

$$V_{ex} = \frac{PL}{GA} \left(\frac{\lambda^2}{6} + 1 \right) \quad \dots (56)$$

Se comprueba que:

- Si $\lambda=0$, ambas soluciones coinciden.

- A medida que λ crece, las dos soluciones se separan cada vez más. La exacta crece parabólicamente, mientras que la obtenida con el modelo de un elemento finito se estabiliza, tendiendo a un valor:

Este valor es claramente inferior al valor real. Este fenómeno se denomina *bloqueo por cortante* y es debido a que la formulación anterior sobrestima la rigidez a cortante. Este efecto aparece de forma clara en el elemento de dos nudos pero no se manifiesta casi en el de tres nudos.

$$V_{MEF(\lambda \rightarrow \infty)} = \frac{APL}{GA} \quad \dots (57)$$

2.1.3.9 Integración reducida

El problema del bloqueo por cortante se origina por la presencia del término λ^2 en el denominador de la expresión de la flecha (ecuación 54). Para evitar este problema una solución simple consiste sencillamente en evaluar la matriz de rigidez a cortante suponiendo $\xi = 0$. Un ejemplo aclara el origen de esta suposición. Sea una viga sometida a un estado de deformación que corresponde a una flexión pura (momento flector constante en la viga), en la que no aparece esfuerzo cortante. Este estado de deformación se representa mediante las siguientes deformaciones nodales:

$$\delta^T = \{0 \quad \theta \quad 0 \quad \theta\}^T \quad \dots(58)$$

El estado de deformaciones unitarias que se obtiene es:

$$\epsilon = \begin{Bmatrix} \epsilon \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{2g\theta}{L} \\ \frac{\xi\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad \dots(59)$$

La deformación unitaria axial es independiente de ξ , lo cual es correcto pues el momento flector es constante. Sin embargo la deformación unitaria de cortante es lineal con ξ , cuando debería ser nula. La solución por lo tanto consiste en evaluar la matriz B_C con la suposición de. El valor que se obtiene es:

$$\mathbf{B}_{C'}^{ord} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2J} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2J} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \dots (60)$$

La matriz de rigidez de cortante obtenida con esta suposición es:

$$\mathbf{K}_C^{mat} = \frac{GAk}{2} \begin{bmatrix} \frac{2}{L} & 1 & \frac{2}{L} & 1 \\ 1 & \frac{L}{2} & 1 & \frac{L}{2} \\ \frac{2}{L} & 1 & \frac{2}{L} & 1 \\ 1 & \frac{L}{2} & 1 & \frac{L}{2} \end{bmatrix} \quad \dots (61)$$

La forma práctica de efectuar esto es sencillamente efectuar una integración reducida de la matriz de rigidez a cortante, empleando una regla de integración de un solo punto, que está localizado en $\xi = 0$. De ahí el nombre del método, que por otra parte da muy buenos resultados.

2.1.3.10 Elemento de tres nudos

Las funciones de interpolación de este elemento son:

$$N_1 = (\xi^2 - \xi)/2 \quad N_2 = (1 - \xi^2) \quad N_3 = (\xi^2 + \xi)/2 \quad \dots (62)$$

$$\frac{dN_1}{d\xi} = \xi - \frac{1}{2} \quad \frac{dN_2}{d\xi} = -2\xi \quad \frac{dN_3}{d\xi} = \xi + \frac{1}{2} \quad \dots (63)$$

El jacobiano es

$$J = \frac{dx}{d\xi} = \sum \frac{dN_i}{d\xi} x_i = \left(\xi - \frac{1}{2}\right)x_1 + 2\xi x_2 + \left(\xi + \frac{1}{2}\right)x_3 \dots(64)$$

La matriz de rigidez tiene la expresión general indicada antes, y se calcula por integración numérica.

2.2 Métodos de Cálculo y Simulación

El diseño de una torre comienza con el diseño conceptual, el cual establece la geometría de la estructura. En el desarrollo de la estructura se establecen las dimensiones tales como el cable de guarda, longitud de mensulas, distancias entre mensulas. El criterio más importante para determinar la geometría son las distancias mínimas entre fases de conductores eléctricos, los cuales son funciones de la línea de voltaje. La altura del cable de guarda se basa en consideraciones para protección contra rayos. Los diseños estándar se desarrollan para estos componentes de una torre.

Los componentes de una torre se distribuyen en montantes y arriostres. Los cuales soportan las cargas verticales y las cargas de corte, adicionalmente se usan arriostres secundarios o redundantes a los miembros

primarios (Montantes) para reducir su longitud no arriostrada e incrementar su resistencia a la carga. La inclinación de las montantes en la zona troncocónica tiene una significativa influencia en el peso de una torre y se debe optimizar para alcanzar un diseño económico. Una inclinación más pronunciada resulta en una base mas ancha, lo cual reduce el ancho del ángulo de las montantes y el tamaño de la cimentación pero incrementa el tamaño de los arriostres.

2.3 Normas y Reglamentos

Para el diseño de las torres se tiene presente la edición más reciente del “CODIGO NACIONAL DE ELECTRICIDAD Y SUMINISTRO”, para la selección de cargas y los factores de carga aplicables a la torre para satisfacer mínimos niveles de seguridad. Además se utilizara el “ASCE STANDARD: ASCE 10-97 DESIGN OF LATTICED STEEL TRANSMISSION STRUCTURES” (Diseño de Estructuras Reticuladas Para Transmisión Eléctrica) para el procedimiento de análisis de la estructura.

CAPITULO 3

CRITERIOS DE CÁLCULO

La norma ASCE para del diseño de Torres de transmisión es el documento de referencia a seguir, el cual indica que una torre reticulada se analiza considerando a todos los nodos pivotantes y móviles a excepción de los nodos ubicados en la base de las torre, se considera además que todos los nodos soportan solamente carga axial no así carga de momento. En el modelo analizado, la torre es dividida en un número discreto de nodos y elementos. Los datos de entrada consisten de coordenadas de nodos, ángulos estructurales con sus respectivas propiedades y las cargas aplicadas. Las cargas aplicadas incluyen el factor de sobrecarga, dichos factores de sobrecarga se explican en el apartado 3.4 Los elementos de la torre son diseñados para soportar fuerzas axiales de compresión y tensión. La carga limite en elementos sujetos a compresión es determinado por el pandeo, el cual causa que el elemento falle a una carga muy por debajo del limite de fluencia. El pandeo de un elemento ocurre en la dirección del eje más débil y depende de la longitud del elemento. La carga limite en elementos sujetos a tensión es el limite de fluencia del material y no depende de la longitud del elemento. El esfuerzo que resiste un elemento esta dada por el área neta de la sección transversal, dicha área esta se define en la sección 4.1.2.

3.1 Geometría de la torre

En la figura 5 se muestra una configuración típica de una Torre reticulada. El diseño de una torre reticulada comienza con el desarrollo de un diseño conceptual, el cual establece la geometría de la estructura, en el desarrollo de la torre, las dimensiones se establecen para las montantes de la torre, las mensulas, la zona troncocónica y la zona recta, asimismo, si es requerido, el cable de guarda, Los criterio más importante para determinar la geometría de la estructura son las distancias mínimas entre fases y el claro mínimo requerido, las cuales son funciones de la línea de transmisión.

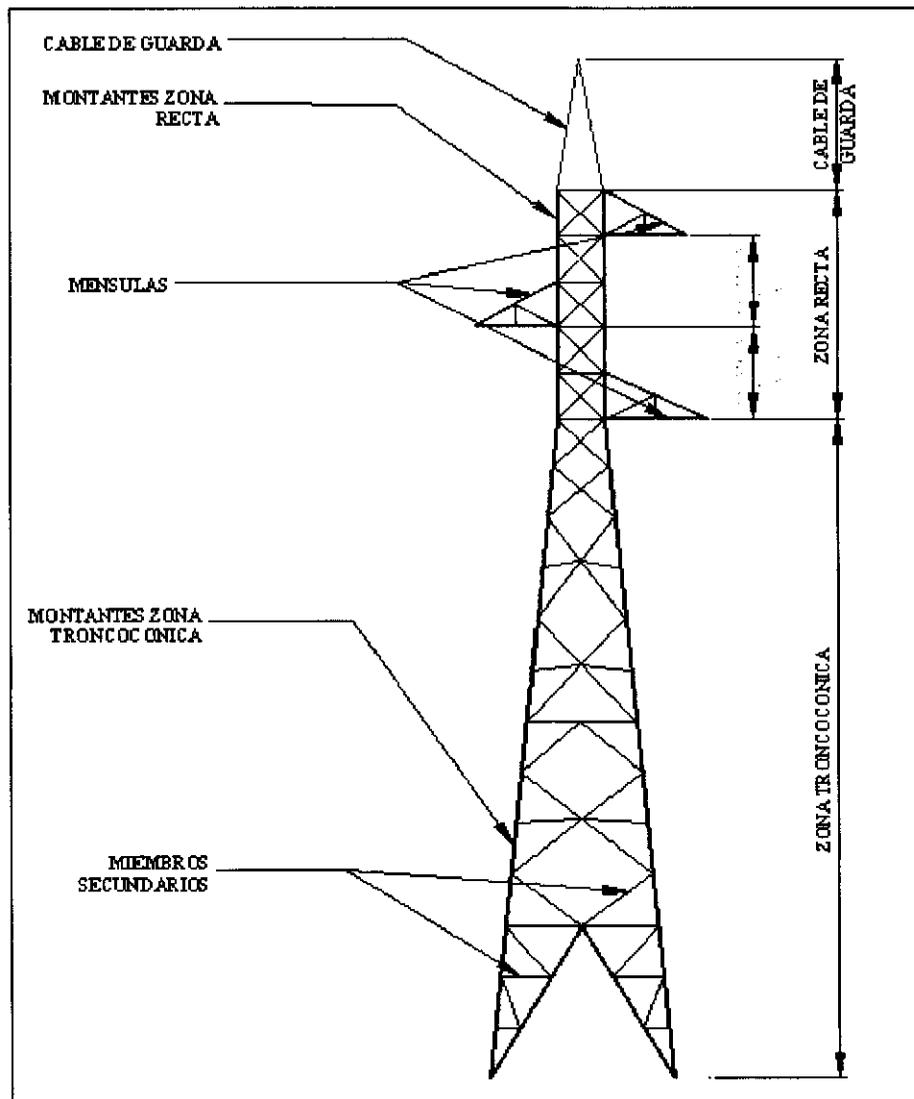


Figura 3.1

Los miembros primarios de una torre, son aquellos miembros que soportan las mayores cargas de la torre, en el diseño, se toma en cuenta a Montantes, Mensulas y Montantes como miembros primarios, Los miembros secundarios de una torre son aquellos que brindan apoyo a los miembros primarios para reducir su longitud no arriostrada e incrementar su resistencia a cargas. La pendiente de la zona troncocónica tiene influencia significativa en el peso de la torre y debe optimizarse para alcanzar un diseño económico. Una

pendiente muy plana resulta en una base más ancha, lo cual reduce el Tamaño de las montantes, pero incrementa la longitud de los miembros secundarios

3.2 Hipótesis de Carga

La estructura será analizada para las hipótesis de carga Normal y extraordinaria según las cargas calculadas acorde al Código nacional de Electricidad y Suministro.

3.3 Aplicación de Cargas

Las cargas de fases con sus accesorios se consideran puntuales en los dos nodos correspondientes.

3.4 Cargas Aplicadas

3.4.1 Cargas Por Peso Propio

La carga muerta está constituida por todo el peso propio y asignado por el software de análisis. Se le ha asignado el 20% adicional por placas, pernos y galvanizado.

3.4.2 Cargas de Viento

La fuerza total del viento se ha distribuido en todos los nodos de la estructura en igual magnitud tanto en la dirección transversal como en la longitudinal a la línea.

3.4.3 Cargas por Conductores

Las cargas en los conductores consideran el peso del conductor, asimismo se toma en cuenta la acción del viento sobre estos, La dirección y la carga del viento sobre las torres se encuentran especificadas en el cuadro de cargas, la cual se encuentra también con los factores de carga respectivo.

3.5 Combinación de Cargas

Las cargas de diseño utilizadas son las especificadas en el cuadro de cargas donde se indica las cargas para cada tipo de torre y para cada condición.

Las cargas de diseño utilizadas están factoradas, es decir se obtuvieron multiplicando las cargas de trabajo por los factores de carga correspondiente. Los factores utilizados son los siguientes:

Cargas Verticales	:	1.5
Cargas Transversales x Viento	:	2.2
Cargas Transversales x Tensión	:	1.1
Cargas Longitudinales	:	1.1

Para las siguientes combinaciones se debe tener en cuenta la siguiente nomenclatura:

P: Peso Propio de la estructura.

C: Carga por conductores.

VT: Viento Transversal.

VL: Viento Longitudinal.

Caso1

Carga viento máximo

$P + VT + C1$

Caso2

$P + C2$

Caso3

Carga viento máximo

$P + VL + C3$

CAPITULO 4

EVALUACIÓN DE CARGAS INTERNAS

Para el cálculo de las cargas internas sobre los elementos se utilizará el programa de elementos finitos SAP 11.04, en el cual se han modelarán espacialmente la torre con todos sus elementos.

El modelo se realizará con las dimensiones en centímetros y las cargas en Kgf.

4.1 Verificación de Elementos

Los perfiles estructurales serán verificados según el Manual ASCE 10-97. De acuerdo a esta se analizarán los elementos factorando las cargas de trabajo y tomando un factor de seguridad de comparación igual a uno.

4.1.1 Verificación de Miembros en Compresión

Del análisis con SAP 2000 se toma las fuerzas de compresión para la hipótesis de carga y tipo de elemento que se quiere verificar.

Se determina la esbeltez ($k.l/r$) del perfil analizado el cual tiene como límite:

150, para montantes

200, para diagonales

250, para rompeteramos

- Relación de esbeltez limite:

$$C_c = \pi \sqrt{\frac{2E}{\sigma_y}}$$

$C_c = 128$ para A-36

$C_c = 109$ para Alta resistencia

- La fuerza axial admisible será:

$$F_{ad} = \sigma_a A$$

- Para:

$$\frac{kL}{r} < C_c$$

∴ Según la norma ASCE 10-90 el esfuerzo admisible será:

$$\sigma_a = \frac{\left[1 - 0.5 \frac{\left(\frac{kL}{r} \right)^2}{(C_c)^2} \right] \sigma_y}{f_s}$$

- Para:

$$\frac{kL}{r} > C_c$$

$$\sigma_a = \frac{\pi^2 E}{f_s \left(\frac{kL}{r} \right)^2}$$

Si P_c es la fuerza de compresión sobre el elemento, se debe verificar que:

$$F_{ad} > P_c; \text{ donde:}$$

σ_y , es el esfuerzo de fluencia del material.

A , es el área del perfil considerado.

C_c , coeficiente límite de esbeltez.

f_s , es el factor de seguridad de acuerdo a la condición que se está verificando.

Esto siempre que:

$$\frac{w}{t} \leq \frac{80}{\sqrt{\sigma_y}}$$

$$\frac{w}{t} \leq 13.33 \quad \dots\dots\dots \text{para A-36}$$

$$\frac{w}{t} \leq 11.1 \quad \dots\dots\dots \text{para Alta resistencia}$$

Si $\frac{w}{t}$, excede estos valores, en las ecuaciones anteriores se sustituye

σ_y por F_{cr} .

Donde:

$$F_{cr} = \frac{[1.667 - 0.677(w/t)]}{fs(80/\sqrt{\sigma_y})} \dots\dots\dots \text{si } \frac{80}{\sqrt{\sigma_y}} < \frac{w}{t} < \frac{144}{\sqrt{\sigma_y}}$$

4.1.2 Verificación de Miembros en Tracción

La tensión de diseño F_t sobre miembros concéntricamente cargados deberá ser F_y sobre la sección transversal neta A_n , donde A_n es el ancho de la sección transversal (la suma de los productos de el espesor por el ancho de cada elemento medido en su sección transversal) menos la pérdida debido a agujeros u otras aperturas en la sección investigada. Si hay una cadena de agujeros en diagonal o zigzag, el espesor neto de un elemento será determinado deduciendo del ancho, la suma de los diámetros de todos los agujeros en la cadena y agregando por cada agujero la cantidad $s^2/4g$, donde s = distancia longitudinal, y g = distancia transversal entre 2 pernos consecutivos. El área neta A_n se obtiene del que da menos área.

La tensión de diseño F_t sobre el área neta conectado por una montante deberá ser $0.9F_y$. Si los ángulos son desiguales y este se encuentra conectado por su lado mas corto, el lado no conectado, deberá ser

considerado del mismo tamaño del lado conectado. Si el centroide del patrón de pernos en el lado conectado está fuera del centro de gravedad del ángulo, la conexión deberá ser verificada por ruptura del modo siguiente:

$$P = 0.60 A_v F_u + A_t F_y$$

Donde:

- P = Fuerza de tracción de diseño.
- F_y = Esfuerzo de fluencia mínimo especificado.
- F_u = Resistencia última de tracción.
- A_v = Área neta mínima en corte a lo largo de la línea de acción de la fuerza.
- A_t = Mínima área neta en tensión desde un agujero al filo del Angulo, perpendicular a la línea de fuerza.

4.1.3 Evaluación de Miembros al Corte

Los componentes de corte V_1 y V_2 de la fuerza de corte aplicada V sobre un ángulo deberán satisfacer las siguientes ecuaciones:

$$\frac{3V_1}{2b_1t} + \frac{V_2at}{J} \leq 0.58F_y$$

$$V_2 \left(\frac{3}{2b_2t} + \frac{at}{J} \right) \leq 0.58F_y$$

$$V_2 \left(\frac{3}{2b_2t} + \frac{at}{J} \right) \leq 0.58F_y$$

Donde:

- V_1 : componente de V en dirección eje x
- V_2 : Componente de V en dirección de eje y
- a : Distancia del centro de corte a la intersección del plano de carga con eje y
- b_1, b_2 : Ancho del ala del ángulo
- t : espesor del ángulo
- J : Constante de St. Venan a la torsión constante = $(b_1+b_2)t^3/3$
- F_y : Esfuerzo de Fluencia

4.1.4 Uniones Atornilladas

Los pernos de unión serán de acero de calidad ASTM A394, con 5,200 Kg/cm² como esfuerzo de rotura y 3,200 Kg/cm² como esfuerzo de corte.

La resistencia del perno al corte viene dada por:

$$R_c = \frac{A_s \sigma_c n}{f_s}$$

Donde:

R_c , es la resistencia total al corte de los pernos de unión.

A_p , es el área de la sección del perno.

σ_c , es esfuerzo de corte del perno.

n , es 1 si se trata de una junta simple y, 2 si la unión tiene cubrejuntas.

f_s , es el factor de seguridad.

Se debe hacer una verificación por aplastamiento; la resistencia del perno al aplastamiento es:

$$Ra = \frac{Aa1.5\sigma_u}{f_s}$$

Donde:

Ra , es la resistencia al aplastamiento del perno de unión.

Aa , es el área de aplastamiento del perno.

σ_u , es el esfuerzo de aplastamiento del material.

f_s , es el factor de seguridad.

Se debe verificar que la tensión de los elementos sobre cada perno, debe ser menor que R_c y R_a .

4.2 Deformaciones

La deformación admisible de la torre se considera $1/100$ la longitud de la torre, aunque clientes mas exigentes solicitan una deformación admisible de $1/150$.

CAPITULO 5

MODELADO DE LA ESTRUCTURA EN SAP

La ubicación de las articulaciones y los elementos es fundamental para determinar la exactitud del modelo estructural. Algunos de los factores que debe tener en cuenta al definir los elementos (y por lo tanto las articulaciones) para la estructura son los siguientes:

- El número de elementos debe ser suficiente para describir la geometría de la estructura. Para las líneas rectas y los bordes, uno de los elementos es el adecuado. Para las curvas y superficies curvas, un elemento se debe utilizar para cada arco de 15° o menos.
- Límites de elementos, y por lo tanto, las articulaciones, deben estar ubicadas en puntos, líneas y superficies de discontinuidad:

5.1 Torre inicial.

La silueta de la torre siguiente (Figura 5.1), muestra los requerimientos de geometría de la torre, asimismo el diagrama estructural muestra la siguiente

selección de ángulos, con el diagrama estructural y el diagrama de cargas realizamos la entrada de datos al SAP Structures.

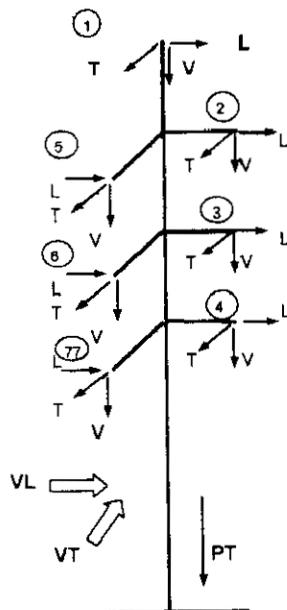
Diagrama de Cargas

ARBOLES DE CARGAS - CON FACTOR DE SEGURIDAD

ESTRUCTURA : TIPO : Anclaje Derivación (TD)

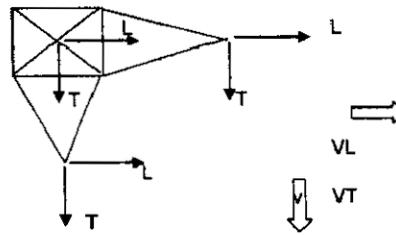
APLICACIÓN : CONDUCTOR : AAAC 280 mm²
CABLE GUARDA: Ao Go 50 mm²

ANGULO : 53 °



Factores de Sobrecarga (FS) (CNE - Tabla 253-1)

* Cargas Verticales =	1,5
* Cargas TransversalesxViento =	2,2
* Cargas TransversalesxTensión =	1,1
* Cargas Longitudinales =	1,1



Casos de Carga Normales : 1-2-3

Casos de Carga Excepcionales : NO EXISTE

Caso de Carga de Montaje : NO EXISTE

TORRE TD						
LISTA DE ELEMENTOS						
ELEMENTO	CANTIDAD	DESCRIPCION	LONGITUD (mm)		PESO (Kg)	
			UNITARIA	TOTAL	Peso (Kg/m)	SUBTOTAL (Kg)
1	4	L 6"X6"X1/2"	16097	64389	29,17	1878,24
2	4	L 6"X6"X1/2"	12100	48400	29,17	1411,83
3	4	L 2"X2"X3/16"	3088	12352	3,64	44,96
4	4	L 2.5"X2.5"X3/16"	3613	14453	4,58	66,19
5	8	L 2"X2"X3/16"	832	6659	3,64	24,24
6	8	L 2"X2"X3/16"	1125	9004	3,64	32,77
7	8	L 2"X2"X3/16"	1665	13317	3,64	48,47
8	8	L 2"X2"X3/16"	1488	11903	3,64	43,33
9	8	L 2.5"X2.5"X3/16"	1766	14125	4,58	64,69
10	8	L 2.5"X2.5"X3/16"	3669	29354	4,58	134,44
11	8	L 2.5"X2.5"X3/16"	3480	27841	4,58	127,51
12	8	L 2.5"X2.5"X3/16"	3293	26341	4,58	120,64
13	8	L 2.5"X2.5"X3/16"	3107	24857	4,58	113,85
14	8	L 2.5"X2.5"X3/16"	2924	23392	4,58	107,14
15	8	L 2.5"X2.5"X3/16"	2744	21950	4,58	100,53
16	8	L 2.5"X2.5"X3/16"	2567	20535	4,58	94,05
17	8	L 2.5"X2.5"X3/16"	2394	19153	4,58	87,72
18	8	L 2.5"X2.5"X3/16"	2226	17812	4,58	81,58
19	8	L 2.5"X2.5"X3/16"	2065	16522	4,58	75,67
20	24	L 2.5"X2.5"X3/16"	1500	36000	4,58	164,88
20A	12	L 2"X2"X3/16"	1500	18000	3,64	65,52
20B	12	L 2.5"X2.5"X3/16"	1500	18000	4,58	82,44
21	88	L 2.5"X2.5"X3/16"	1860	163689	4,58	749,70
22	4	L 2"X2"X3/16"	1615	6460	3,64	23,51
23	4	L 2"X2"X3/16"	983	3931	3,64	14,31
24	4	L 2"X2"X3/16"	1261	5046	3,64	18,37
25	4	L 2"X2"X3/16"	466	1862	3,64	6,78
26	2	L 2"X2"X3/16"	1251	2502	3,64	9,11
27	2	L 2"X2"X3/16"	700	1400	3,64	5,10
28	2	L 2"X2"X3/16"	1079	2158	3,64	7,86
29	2	L 2"X2"X3/16"	300	600	3,64	2,18
30	2	L 2"X2"X3/16"	2850	5701	3,64	20,75
31	2	L 2"X2"X3/16"	3055	6111	3,64	22,24
32	48	L 2.5"X2.5"X3/16"	1060	50880	4,58	233,03
33	4	L 2"X2"X3/16"	1442	5767	3,64	20,99
34	4	L 2"X2"X3/16"	1665	6659	3,64	24,24
35	3	L 2"X2"X3/16"	1633	4899	3,64	17,83
36	6	L 2"X2"X3/16"	955	5727	3,64	20,85
37	3	L 2"X2"X3/16"	1275	3824	3,64	13,92
38	6	L 2"X2"X3/16"	409	2455	3,64	8,93
39	3	L 2"X2"X3/16"	1583	4749	3,64	17,29
40	6	L 2"X2"X3/16"	955	5727	3,64	20,85
41	3	L 2"X2"X3/16"	1210	3631	3,64	13,22
42	6	L 2"X2"X3/16"	409	2455	3,64	8,93
43	4	L 2"X2"X3/16"	1248	4994	3,64	18,18
44	4	L 2"X2"X3/16"	2497	9988	3,64	36,36
PERNOS Y PLACAS						1250,13
TOTAL						7555,33

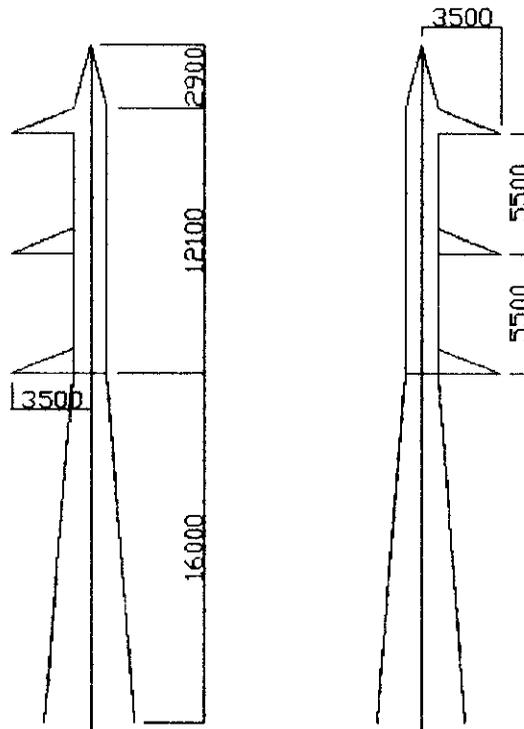


Figura 5.1

5.1.1 Verificación Inicial

Los resultados del SAP permite exportar los resultados de los esfuerzos sobre elementos, realizamos una verificación manual y tenemos los resultados en la tabla resumen mostrada a continuación:

N°	Long.	CASO	Carga	Perfil	Fza. Adm.	SELECCION	f.s.	Esbeltez
112	130,79	COMB2	-89475,19	L 6 x 6 x 1/2"	-88391	Cambiar perfil	0,99	43,74
113	130,79	COMB2	-89096,66	L 6 x 6 x 1/2"	-88391	Cambiar perfil	0,99	43,74
831	100,61	COMB2	-88990,96	L 6 x 6 x 1/2"	-90630	Adecuada	1,02	33,65
114	130,79	COMB2	-88324,81	L 6 x 6 x 1/2"	-88391	Adecuada	1,00	43,74
115	130,79	COMB2	-87713,95	L 6 x 6 x 1/2"	-88391	Adecuada	1,01	43,74
116	130,79	COMB2	-86929,33	L 6 x 6 x 1/2"	-88391	Adecuada	1,02	43,74
117	130,79	COMB2	-86081,06	L 6 x 6 x 1/2"	-88391	Adecuada	1,03	43,74
118	130,79	COMB2	-85098,02	L 6 x 6 x 1/2"	-88391	Adecuada	1,04	43,74
830	100,61	COMB2	-84726,58	L 6 x 6 x 1/2"	-90630	Adecuada	1,07	33,65

Una revisión del número de los elementos 112 y 113, nos muestra que pertenecen a las montantes de la zona troncocónica.

Un análisis de los elementos nos muestra que los elementos secundarios 9 hasta 19 del diagrama estructural puede tener una longitud de mayores a las mostradas en el diagrama. sin comprometer su esbeltez limite, sin embargo; incrementar su longitud en exceso incrementa el peso de la estructura, en consecuencia; debemos ensanchar la base en un mínimo, para eliminar el problema de los ángulos que no satisfacen las hipótesis de carga, incrementaremos el ancho de la base para tener un ancho final de 4200cm.

Los resultados se muestran en la tabla siguiente:

N°	Long.	CASO	Carga	Perfil	Fza. Adm.	SELECCION	f.s.	Esbeltez
58	130,922	COMB2	-86008,14	L 6 x 6 x 1/2"	-88380	Adecuada	1,03	43,79
57	130,922	COMB2	-85789,53	L 6 x 6 x 1/2"	-88380	Adecuada	1,03	43,79
166	100,709	COMB2	-85493,05	L 6 x 6 x 1/2"	-90623	Adecuada	1,06	33,68
56	130,922	COMB2	-85249,89	L 6 x 6 x 1/2"	-88380	Adecuada	1,04	43,79
55	130,922	COMB2	-84875,91	L 6 x 6 x 1/2"	-88380	Adecuada	1,04	43,79
54	130,922	COMB2	-84372,57	L 6 x 6 x 1/2"	-88380	Adecuada	1,05	43,79
53	130,922	COMB2	-83848,01	L 6 x 6 x 1/2"	-88380	Adecuada	1,05	43,79
52	130,922	COMB2	-83258,13	L 6 x 6 x 1/2"	-88380	Adecuada	1,06	43,79
51	130,922	COMB2	-82363,78	L 6 x 6 x 1/2"	-88380	Adecuada	1,07	43,79
50	130,922	COMB2	-82306,23	L 6 x 6 x 1/2"	-88380	Adecuada	1,07	43,79
167	100,709	COMB2	-81611,35	L 6 x 6 x 1/2"	-90623	Adecuada	1,11	33,68

Por el cambio de geometría en el SAP el elemento 112 y 113, son ahora el 58 y 57 respectivamente, como vemos, ambos ahora satisfacen las condiciones de carga.

5.1.2 Optimización.

Ya que hemos resuelto el problema de las montantes en la zona troncocónica, podemos enfocarnos en optimizar el peso de la estructura, para continuar con el proceso, primero veremos las cargas sobre los elementos.

La tabla a continuación muestra los 5 elementos más cargados para las montantes, como vemos, las mayores fuerzas son las de tracción y compresión, siendo la última la mayor entre las 2, para nuestro análisis, iniciaremos la optimización analizando los elementos sometidos a compresión y continuaremos las verificaciones con tracción y corte.

CARGAS ORDENADAS EN FUNCION A LA FUERZA LONGITUDINAL (COMPRESION)						
Frame	Station	OutputCase	CaseType	P	V2	V3
Text	cm	Text	Text	Kgf	Kgf	Kgf
58	130,922	COMB2	Combination	-86008,14	121,13	67,42
57	130,922	COMB2	Combination	-85789,53	36,39	6,92
166	100,709	COMB2	Combination	-85493,05	-256,92	-139,34
56	130,922	COMB2	Combination	-85249,89	-54,06	2,91
55	130,922	COMB2	Combination	-84875,91	10,6	10,48
CARGAS ORDENADAS EN FUNCION A LA FUERZA LONGITUDINAL (COMPRESION)						
Frame	Station	OutputCase	CaseType	P	V2	V3
Text	cm	Text	Text	Kgf	Kgf	Kgf
47	130,922	COMB2	Combination	77561,43	-58,94	-9,01
48	130,922	COMB2	Combination	77504,95	-137,49	45,29
46	130,922	COMB2	Combination	77349,15	16,28	17,94
45	130,922	COMB2	Combination	77251,57	-30,56	7,92
44	130,922	COMB2	Combination	77030,11	-13,14	11,32

Las tablas mostradas a continuación muestran el resumen de la optimización y verificación de elementos para los casos de Compresión - Corte, Tracción - Corte, para detalle de los análisis ver anexos.

RESUMEN ANALISIS A
COMPRESION Y CORTE

CONCLUSIONES

1. La complejidad de la estructura debida al hecho de ser tridimensional y además de tener variedad de ángulos que la componen hacen del diseño una tarea compleja, y por consiguiente sujeta a una alta probabilidad de errores; por lo cual, el uso de software se hace necesario para mayor confiabilidad de diseño.
2. Con el presente trabajo que utiliza el método de elementos finitos se facilita la labor que se realizaría para obtener los cálculos de diseño de forma manual, disminuyendo considerablemente el tiempo empleado para el análisis de estructuras de uso eléctrico, además de alcanzar un mayor nivel de confiabilidad a la hora de obtener los resultados del diseño.
3. Los resultados obtenidos utilizando elementos finitos son directamente aplicables a un contexto práctico en el diseño de estructuras de uso eléctrico. Con un adecuado proceso se puede obtener un considerable ahorro en masa. De acuerdo al resultado del análisis de la torre, verificamos que el uso de elementos finitos para diseño de estructuras de uso eléctrico es adecuado para reducción en peso, para este caso

particular hemos reducido de 7566.24 Kg a 6475.15 Kg, lo que resulta en un 14% menos en peso. Vale aclarar que este es un caso particular ya que normalmente la reducción es del orden del 5%, en casos excepcionales es posible reducciones de entre 5 y 10%.

4. Del análisis comprobamos la importancia del ancho de la base. Una base demasiado angosta resulta en una torre con ángulos muy robustos; por otro lado, una base demasiado ancha incrementa la longitud de sus elementos con el consecuente incremento en peso. Resulta importante un análisis cuidadoso de la estructura para obtener buenos resultados.
5. El método para el análisis permite un rápido diseño de torres de alta tensión con amplia versatilidad en modificaciones a la estructura y resultados confiables.
6. El diseño por elementos finitos provee un alto grado de verificación, con adecuada retroalimentación, una posible extensión del presente trabajo puede reducir o eliminar la necesidad de pruebas de estructura a escala completa.
7. El SAP para estructuras es un software confiable para el análisis de estructuras de uso eléctrico. Cabe resaltar que el software no puede hacer

distinciones entre elementos primarios y secundarios; por lo cual, se hace necesario la ayuda del Excel para una verificación de elementos haciendo la distinción entre primarios y secundarios.

8. Como sabemos la estructura se analiza con todos los nudos pivotantes, a excepción de los 4 nudos de la base, en dichos nudos, existen las siguientes cargas internas asociadas a sus respectivos ángulos:

- Flexión en 2 planos.
- Tracción y Compresión.
- Corte de Cortante (Corte Primario)*
- Corte de Torsión (Corte secundario)

Los esfuerzos de corte de cortante se acumulan cerca de la fibra neutra, dejando libre las fibras externas de la barra; por lo tanto, todas las cargas internas relevantes en una barra que es miembro de una estructura son:

- Flexión en 2 planos.
- Tracción o Compresión.
- Torsión.

BIBLIOGRAFIA

- Standard: ASCE 10-97 Design Of Latticed Steel Transmission Structures
- Código Nacional de Electricidad y Suministro 2001- *Ministerio de Energía y Minas, Dirección general de electricidad.*
- Método de los Elementos Finitos para Análisis Estructural - *Juan Tomás Celigueta Lizarza, 2008.*
- Transmission Structures - *Shu-jin Fang, Subir Roy, and Jacob Kramer, 1999.*
- Numerical Simulation of Structural Behaviour of Transmission Towers - *FGA Albermani1 and S. Kitiporncha, 2001.*