

Universidad Nacional de Ingeniería

Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica



**La Teoría de Control Óptimo Aplicado
a un Sistema de Potencia**

T E S I S

Para Optar el Título Profesional de

INGENIERO ELECTRICISTA

MARCO ANTONIO RIVAS QUEZADA

Promoción 1984 - 2

Lima - Perú

1986

INDICE

LA TEORIA DE CONTROL OPTIMO APLICADO A UN SISTEMA DE POTENCIA

INTRODUCCION	1
<u>CAPITULO I</u> : DEFINICIONES PRELIMINARES	6
1.1 Control de un generador en funcionamiento aislado.	6
1.2 Operación de un generador como parte de un sistema de potencia.	8
1.3 Estados de operación de un sistema de potencia.	9
1.4 Interacción Potencia Activa-Frecuencia	12
1.4.1 Mecanismo Carga-Frecuencia	12
1.4.2 Control Carga-Frecuencia	13
1.5 Interacción Potencia reactiva-Tensión	13
1.6 Acoplamiento Potencia activa-Frecuencia y Potencia Reactiva-Tensión.	15
1.7 El problema del Flujo de Potencia.	16
1.8 Estrategias Optimas de Operación.	18
1.9 El Problema de Control de la Operación	19
1.9.1 Sistemas de Control de Excitación	20
1.9.2 Sistemas de Control de velocidad.	20

1.10	El control de la Generación y del Flujo de Potencia en Sistemas Interconectados.	22
1.10.1	Conceptos Básicos	22
1.10.2	El Problema del Control de la Generación para un sistema Interconectado.	24
1.10.2.1	Caso de un sistema de área única	26
1.10.2.2	Caso de una interconexión Multiárea	27
1.10.2.3	Regulación natural	29
1.10.2.4	Regulación suplementaria	29
1.10.2.5	Dinámica de un sistema - Multiárea a pequeñas perturbaciones.	31
1.11	Conceptos de la Teoría de Control Moderna.	33
1.12	Conceptos de la Teoría de Control Optimo.	40
<u>CAPITULO II</u>	EL PROBLEMA POTENCIA ACTIVA-FRECUENCIA VIA LA TEORIA DE CONTROL OPTIMO	44
2.1	Modelación Dinámica	48
2.2	Dinámica del sistema en la forma de variable de Estado.	60
2.3	Especificaciones del Sistema.	65

2.4	Aplicación de los Teoremas de Control Optimo. Simulación Resultados	69
2.5	Síntesis del controlador Optimo.	72
<u>CAPITULO III</u>	EL CONTROL OPTIMO DE UNA MAQUINA SINCRONA	80
3.1	Modelación Dinámica	84
3.2	Dinámica del sistema en la forma de variable de Estado.	109
3.3	Aplicación de los Teoremas de Control Optimo. Simulación Resultados.	112
3.4	Síntesis de la Realimentación Optima	114
	PUNTOS ANEXOS	122
	CONCLUSIONES	128
	DESCRIPCION DE LOS PROGRAMAS DESARROLLADOS	138
	APENDICE	
	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	

RESUMEN

En el primer capítulo, se muestra el panorama en el que se desenvuelve la operación y control de los sistemas de potencia, y en una forma independiente, los conceptos de la Teoría de Control Moderna y Optima en una profundidad adecuada para el más claro entendimiento.

Posteriormente, se es enfrentado el problema del control de la generación de la energía eléctrica mediante la formulación en variable de estado y la consiguiente utilización de los teoremas del Control Optimo que se detallan en el Apéndice; al final de este segundo Capítulo, se sintetiza el controlador obtenido expresándolo en términos de los significados físicos de las variables escogidas como estados del sistema.

Una estrategia similar se emplea para conseguir la realimentación óptima para el control de una máquina síncrona, específicamente un generador conectado a un gran sistema de potencia.

En los puntos anexos se describen nuevos esquemas de control subóptimo que pueden desprenderse de la Teoría de Control Óptimo considerando modificaciones en la modelación dinámica de los sistemas; intentando de esta forma, presentar una visión amplia de la factibilidad de implementación de los nuevos controladores aún en el caso de no contar con el número total de variables de estado por realimentar.

Por último, se comentan someramente las conclusiones, se añade el apéndice en el que se resume la deducción matemática de la ecuación de Riccati a partir del Principio de Pontryagin, se describen los programas desarrollados y se proporciona una relación bibliográfica utilizada para la realización de este trabajo.

INTRODUCCION

Muchas ventajas económicas y operativas pueden conseguirse con la interconexión de los sistemas de potencia, éstas incluyen la obtención de un mayor grado de estabilidad, la posibilidad de vender e intercambiar energía en las interconexiones, de operar unidades de generación cada vez más grandes y quizás lo de mayor importancia la obtención de un grado de confiabilidad superior que resulta de tener la posibilidad de respaldarse en algunos de los sistemas adyacentes en las circunstancias que sean necesario.

Por otra parte, el ser miembro de una interconexión de un sistema de potencia conlleva ciertas obligaciones, una de éstas es la responsabilidad de satisfacer sus requerimientos de carga con su generación de una manera tal que no entorpezca a los vecinos, otra es la responsabilidad compartida de ayudar a mantener el error de frecuencia y tiempo dentro de límites aceptables. El crecimiento de las cargas del sistema y el establecimiento de nue-

vas interconexiones provocan inicialmente un deterioro en la calidad del control y un incremento del intercambio inadvertido, ésto se evidencia por unas excursiones cada vez mayores de la frecuencia y la necesidad de corregir los errores de tiempo con mayor periodicidad.

Cuando un miembro de la red interconectada no logra la satisfacción de su carga demandada origina que otros miembros de la interconexión incrementen o disminuyan su generación según sea el caso, resultando un intercambio inadvertido. El hecho de no poder satisfacer esta primera obligación puede ser el resultado de un control impropio o por la oportunidad de conseguir un objetivo económico, un ejemplo típico de ésto último, es cuando el operador quiere evitar el arranque de unidades de alto costo de encendido; la ventaja económica así "ganada" a expensas de otros miembros de la interconexión, quienes están forzados a suplir esta deficiencia de potencia, de seguro con la puesta en funcionamiento de unidades que poseen un costo de arranque igual o superior.

Hay que reconocer que uno de los mecanismos más complejos hechos por el hombre son los sistemas eléctricos de potencia; estos sistemas están compuestos de la combinación de la carga eléctrica de los usuarios, del equipo de generación necesario para satisfacer esta car-

ga y los sistemas de transmisión que los conectan. El control de estos sistemas no es simple principalmente debido a que:

- Es uno de los sistemas realimentados más grandes que existen, de tipo multivariable, no-lineal, variable en el tiempo, geográficamente extenso, etc.
- Casi nunca permanece en estado estacionario, es más es un sistema dinámico, en el cual la carga varía continuamente y consecuentemente las potencias de generación respondiendo a impulsos de control tratando de seguir la carga, con el desbalance transitorio de carga y generación reflejado en las variaciones de velocidad o de frecuencia.

Una complicación posterior es que el sistema total está dividido en entidades unidas en sistemas de potencia individuales y a su vez éstos están controlados para reconocer su responsabilidad de carga dentro de sus dominios.

Así pues, las interconexiones siempre deben ser operadas dentro de las siguientes restricciones básicas, que están enmarcadas en cualquier política de despacho, entre ellas:

- a) La interconexión debe ser operada de una manera elec
tricamente estable y segura.
- b) Cada sistema debería tener la capacidad suficiente
de regulación para responder a los shocks inicia-
les del desbalance carga-generación y proveer la su
ficiente capacidad de regulación dentro de su área
de control para corregir desbalances internos den-
tro de un tiempo razonable. En otras palabras, -
mientras la interconexión o el sistema total propor-
cione la regulación Base, cada sistema regula su -
propia carga.
- c) La variación del tiempo de la interconexión y de -
la frecuencia sirven como puntos de alarmas para -
la acción interconexión.
- d) Cada sistema debería mantener una operación económi-
ca en todo momento.
- e) Cada sistema debería mantener niveles de tensión ra-
zonables.
- f) Todos los circuitos de interconexión interna o ex-
terna deben ser operados dentro de los límites se-
guros de carga.
- g) Todos los sistemas deberían estar pendientes de los
requerimientos de los usuarios.

De esta manera, la naturaleza, complejidad y la se-
veridad de estos problemas de operación varían de compa-
ñía en compañía. Sin embargo, cualquiera que sea ella
y sus condiciones específicas, la solución de ellos ha

sido históricamente delegada al operador humano.

El operador ha tenido que dejar generalmente a su intuición las decisiones de operación con poca información acerca de la naturaleza del problema y de las implicaciones de cualquier decisión alternativa que él podía considerar. Irónicamente, en los casos realmente serios y difíciles, el operador estaba inundado con demasiada información que lo confundían en lugar de asistirlo en el proceso de toma de decisiones.

La operación moderna de los sistemas de potencia dan la posibilidad de materializar la estrategia de funcionamiento en los centros de control de energía con la utilización de programas computacionales ejecutados en tiempo real, cual es la práctica usual en los países pioneros; como se verá la generación de las acciones de control desarrolladas con la aplicación de la Teoría de Control Optimo, serán una composición de señales espacialmente distantes las cuales son recopiladas y verificadas por los subsistemas de adquisición de Datos y Programas de Aplicación para los Sistemas de Potencia como el paquete de Estimador de Estado, configurador de la Red de Potencia, etc. Asimismo, este trabajo concibe las nuevas estructuras de los reguladores de velocidad y excitación que pueden ser confrontados con las últimas generaciones de controladores desarrollados por la industria eléctrica.

CAPITULO I

DEFINICIONES PRELIMINARES

CAPITULO I

DEFINICIONES PRELIMINARES

1.1 CÓNTROL DE UN GENERADOR EN FUNCIONAMIENTO AISLADO

Los generadores síncronos pueden ser operados tanto con cargas individuales o en paralelo con otros generadores, como parte de un sistema eléctrico interconectado. En el primer modo de operación, la frecuencia y el nivel de tensión en barras debe ser controlado por medio del torque del motor-primero y la corriente de campo respectivamente. La potencia del generador, activa y reactiva, está esencialmente determinada por la carga misma. Tan pronto como la carga sea aplicada, las corrientes resultantes del estator crearán una onda estatórica y un torque en el entrehierro, este último tenderá a decelerar el rotor. Con el propósito de mantener una velocidad constante se hace necesario incrementar el torque del motor-primero hasta que el balance de torques sea restablecido. Así el torque en el entrehierro constituye el mecanismo por el cual la

potencia mecánica del motor-primo es transformada en potencia eléctrica a las impedancias de carga.

La corriente del estator también causará una caída de tensión en la reactancia síncrona, para recuperar una tensión constante en bornes obviamente se deberá aumentar el nivel de excitación.

Cuando un generador está operando aisladamente alimentando a una carga individual el problema de controlar su velocidad y voltaje en bornes puede convertirse en una operación delicada. Fundamentalmente la potencia activa entregada depende de la carga y es controlada regulando el torque del motor-primo para conseguir un balance de torques resultando una frecuencia y velocidad constantes. La tensión en bornes es controlada regulando el nivel de excitación.

Sin embargo, existe una interacción o un acoplamiento cruzado entre estos dos canales de control; un incremento en la excitación causa un incremento en la potencia activa entregada la cual a su vez requiere un ajuste del motor-primo.

1.2 OPERACION DE UN GENERADOR COMO PARTE DE UN SISTEMA DE POTENCIA

Antes de que la máquina pueda ser operada como elemento de la red debe ser sincronizada a ella e interconectada al sistema en operación. Una vez conectada a la red, la máquina producirá o consumirá potencia activa o reactiva. La magnitud y dirección del flujo de megavatios está determinado por medio del torque en el eje. El flujo de megavares es controlado por el nivel de excitación.

A diferencia del caso del funcionamiento aislado, aquí la red externa impone una tensión y frecuencia constantes impidiendo que un incremento en el nivel de excitación afecte la potencia activa de salida del generador. La excitación cambiará sin embargo, la magnitud de la potencia máxima transmisible. Esto significa que el ángulo de carga pero no la potencia activa, variará.

Un cambio en el torque aplicado al eje afectará inmediatamente la potencia activa. Al mismo tiempo el ángulo de carga cambiará y la potencia reactiva experimentará una variación, pero los ángulos de carga usuales de funcionamiento hacen insensitivos

estas fluctuaciones de la potencia reactiva. En resumen la interacción de los canales de control no es trascendental.

1.3 ESTADOS DE OPERACION DE UN SISTEMA DE POTENCIA

El sistema de potencia puede ser asumido como siendo operado bajo dos grupos de restricciones: restricciones de carga y de operación. Las restricciones de carga imponen el requerimiento que las demandas de carga deben ser satisfechas por el sistema. Las restricciones de operación imponen límites máximos y mínimos de operación en las variables del sistema y están asociadas con las limitaciones de estabilidad y de estado estacionario. Matemáticamente, las restricciones de carga pueden ser expresadas en la forma familiar de las ecuaciones de flujo de carga. Las restricciones de operación pueden ser expresadas en la forma de desigualdades, tales como, cargas del equipo, tensiones de barra, diferencia de ángulos de fase, potencias activa y reactiva de los generadores, etc.

Las condiciones de operación pueden entonces ser categorizadas en cinco estados de operación.

Un sistema está en estado normal cuando las restricciones de carga y de operación son satisfechas,

Aparte de caracterizarse por el mantenimiento de la frecuencia y tensiones en valores prescritos lo es también por el poseer cierto margen de seguridad lo que requiere un nivel de generación - adicional en la forma de reserva rodante.

Ante la ocurrencia de una perturbación se reduce el nivel de seguridad y el sistema entra al estado de alerta, sin embargo, si las restricciones son aún satisfechas y el sistema todavía opera sincronizada - mente podría seguir así por un intervalo de tiempo. Debería iniciarse las acciones de control preventivas para restablecer el margen apropiado de generación y/o eliminar las perturbaciones y así retornar el sistema a su estado de operación normal.

Un sistema entra en el estado de emergencia cuando las acciones de control preventiva fallan y las restricciones de operación no son completamente satisfechas. Dos tipos de emergencia pueden observarse. La primera es cuando restricciones de operación de estado estacionario son violadas, por ejemplo, existen sobrecargas de equipos o la tensión en alguna barra está por debajo de un nivel prescrito.

La segunda, es cuando una restricción de operación de estabilidad es violada y como resultado el sistema no podrá mantener la estabilidad y el sistema empezará a desintegrarse. Es más urgente que el sistema retorne al estado normal o de alerta por medio de las acciones de control de emergencia, por ejemplo, desconexión de la sección fallada, re-direccionamiento de la potencia, si todo ésto falla, rechazo de carga.

Si las acciones de control de emergencia fallan el sistema ingresará a un estado extremo desintegrándose en subsistemas o islas. Algunos de estos subsistemas poseerán suficiente generación para satisfacer la carga otros quizás no y el descalabro general es inminente.

La cadena de eventos que transfiere el sistema desde el estado normal al estado extremo podría típicamente ser de pocos segundos a varios minutos. Para llevarlo de regreso al estado normal a través de un estado de recuperación, es un proceso mucho más lento en el que las restricciones de carga no son completamente satisfechas, las cargas perdidas son conectadas gradualmente y la resincronización de los subsistemas es una tarea pausada.

1.4 INTERACCION POTENCIA ACTIVA FRECUENCIA

Una frecuencia constante está identificada como la señal fundamental de un estado de operación normal del sistema eléctrico.

Desviaciones inusuales de la frecuencia indican que algo hay de malo en el sistema. En los sistemas modernos de potencia la frecuencia es mantenida dentro de los límites ± 0.05 Hertz.

1.4.1 Mecanismo Carga-Frecuencia

La frecuencia está íntimamente relacionada al balance de la potencia activa de la red en su totalidad. Bajo condiciones de operación normal giran sincronizadamente y generan juntos la potencia que en cada momento es consumida por las cargas y las pérdidas activas en la transmisión, así la razón de producción de energía debe ser igual a la razón de consumo en cada instante de tiempo. Si no existiera un balance de potencia esta diferencia ingresará o saldría de la energía cinética almacenada, como ésta depende de la velocidad del generador, este desbalance de potencia se traduciría en una desviación de la velocidad y por tanto de la frecuencia, cuantitativamente dependerá de la cantidad de exceso o decremento de potencia y la inercia total de las máquinas rotativas.

1.4.2 Control Carga-Frecuencia

Debido a los cambios de carga del sistema, se hace imprescindible ajustar la generación de forma tal que el desbalance de potencia sea anulado o por lo menos minimizado. El controlar la generación de potencia se convierte en un problema de "seguimiento de carga" y por cuanto la frecuencia constituye un indicador sensitivo del balance de energía en el sistema, debería ser usado como sensor del sistema de control encargado de proveer un balance automático.

1.5 INTERACCION POTENCIA REACTIVA - TENSION

Todo equipo usado en la operación de un sistema de potencia está diseñado para cierto nivel de tensión, su voltaje nominal de placa. Las fluctuaciones de tensión repercuten en el funcionamiento de tales dispositivos disminuyendo su tiempo de vida esperado, sin embargo, no hay necesidad de regular las tensiones dentro de márgenes estrechos como en el caso de la frecuencia del sistema. Existe una importante razón adicional para el control de voltaje, las pérdidas activas en las líneas dependen de las pérdidas reactivas y de los flujos de potencia activa en ellas. Es posible minimizar estas -

pérdidas seleccionando un flujo de potencia óptimo, en términos de potencia activa y reactiva. El flujo de reactivos en las líneas dependen fundamentalmente de las tensiones en los extremos de ellas, lo que llega a ser un medio de controlar las pérdidas activas.

Dentro de un sistema de potencia se designan ciertas barras en las cuales los niveles de tensión deben de mantenerse en valores programados, entre los medios para lograr este control de voltaje tenemos:

1. Control de excitación de los generadores, es el principal medio encargado de mantener un buen control de tensión en las barras del generador.
2. Reactores y capacitores, hacen posible la absorción o inyección de potencia reactiva en las barras de las que están conectadas.
3. Condensadores síncronos, permiten un control con tínuo de la potencia reactiva.
4. Transformadores con derivaciones.

La característica común de todas estas acciones de control relaciona el hecho de que el nivel de tensión en una barra está estrechamente influenciada con la inyección de potencia reactiva en ella.

1.6 ACOPLAMIENTO POTENCIA ACTIVA - FRECUENCIA Y POTENCIA REACTIVA - TENSION

Un exceso de potencia activa incrementará la frecuencia del sistema, la frecuencia es una variable contexto del sistema de allí que será sentida uniformemente en toda la red.

Un exceso de potencia reactiva incrementará el nivel de tensión del sistema, los cambios no serán uniformes siendo mayores en las barras donde se registran incrementos mayores de megavares. Esta es una diferencia característica entre el control potencia activa - Frecuencia y Potencia Reactiva-Tensión.

Otra diferencia importante es el acoplamiento entre estos dos canales de control. Cuando se varía los megavattios de salida de uno o varios generadores con el propósito de mantener una frecuencia constante no se observarán cambios notables en los niveles de tensión. De otro lado, la variación de megavares de entrada en una barra en particular afectando su nivel de tensión, casi inmediatamente se notarán cambios en la potencia activa en esa barra involucrada, ésto por supuesto tendrá un efecto simultáneo en el Control Carga-Frecuencia. No existe

pues, un acoplamiento notable del canal Potencia Activa-Frecuencia al canal Potencia reactiva-Tensión mientras que en la dirección opuesta sí.

1.7 EL PROBLEMA DEL FLUJO DE POTENCIA

Un sistema de potencia interconectado representa una red eléctrica con una multitud de nodos y ramas, - donde las líneas de transmisión constituyen normalmente las ramas y las barras, los nodos.

En algunas de estas barras se es inyectada la potencia a la red y en otras son extraídas. Un grupo dado de cargas puede ser servida desde un conjunto - determinado de generadores en un número infinito - de configuraciones de flujos de potencia. El análisis del flujo de potencia concierne no solamente el mecanismo físico que controla el flujo de potencia en la red sino también como seleccionar la mejor - configuración de flujo de entre las innumerables - posibilidades. Entre los aspectos más importantes que debe observarse en este análisis.

1. La cantidad total de potencia activa en la red proviene desde las centrales de generación, cuya dimensión y ubicación son fijas. La generación debe igualar la demanda en cada instante, así la potencia debe ser dividida entre los genera-

dores en una relación única con el fin de conseguir operación económica, por ello las potencias individuales de los generadores deben ser mantenidos cercanamente a los valores consigna predeterminados. Debe observarse que la curva de demanda varía lenta pero ampliamente durante las 24 horas del día, de allí que estos valores consigna de generación fluctuarán durante el transcurso del día. Esto significa que la configuración del flujo de carga que satisface la demanda a cierta hora del día, podría transformarse notablemente en la siguiente hora.

2. Los enlaces de transmisión pueden conducir solo ciertas cantidades de potencia explotándolas apropiadamente dentro de sus límites de estabilidad térmica.
3. Es necesario mantener los niveles de tensión de ciertas barras en especial. Esto es logrado con una programación de potencia reactiva.
4. Si el sistema de potencia es parte de una gran red, debe cumplir con convenios de intercambio a través de las líneas de interconexión con sus vecinos.
5. Las perturbaciones siguientes a una falla en la red puede causar aislamiento de los subsistemas cuyos efectos podrían ser minimizados por una

estrategia de flujo de potencia especial.

6. Los análisis de flujos de potencia son muy importantes en las etapas de planeamiento de nuevas redes o en las adiciones a las existentes.

1.8 ESTRATEGIAS OPTIMAS DE OPERACION

Dentro de las infinitas posibilidades de combinaciones de generación para satisfacer la carga del sistema existe un grupo específico de potencias - de generación individuales que es mejor en algún sentido que alguna otra combinación. Si los generadores son ajustados en tales valores consigna para compartir la carga total se dice que el sistema opera en un Despacho Optimo.

El mínimo costo económico de generación es un criterio relevante y los sistemas de potencia actuales son operados de tal forma de conseguir un mínimo costo total.

Como las pérdidas activas del sistema dependen de los flujos de megavattios y megavares en las líneas se deduce que alguna combinación óptima de flujos de reactivos en las líneas podría reducir las pérdidas. Los flujos de reactivos pueden ser varia -

dos solamente cambiando las magnitudes de tensiones de las barras pero debido a que éstas deben ser mantenidas a un valor constante ya no parece ser una solución viable. Sin embargo, las restricciones de tensión no son rígidas, permiten un ajuste de potencia reactiva dentro de ciertos límites. Las ecuaciones de Despacho Óptimo pueden ser derivadas y las potencias óptimas de generación pueden ser obtenidas, pero ésto es solo parte del problema, lo restante consiste de implementarlo en tiempo real.

1.9 EL PROBLEMA DEL CONTROL DE LA OPERACION

Determinado ya el estado de operación del sistema de potencia, el problema del control es el de mantenerlo en ese estado por medio de un control automático continuo de lazo cerrado.

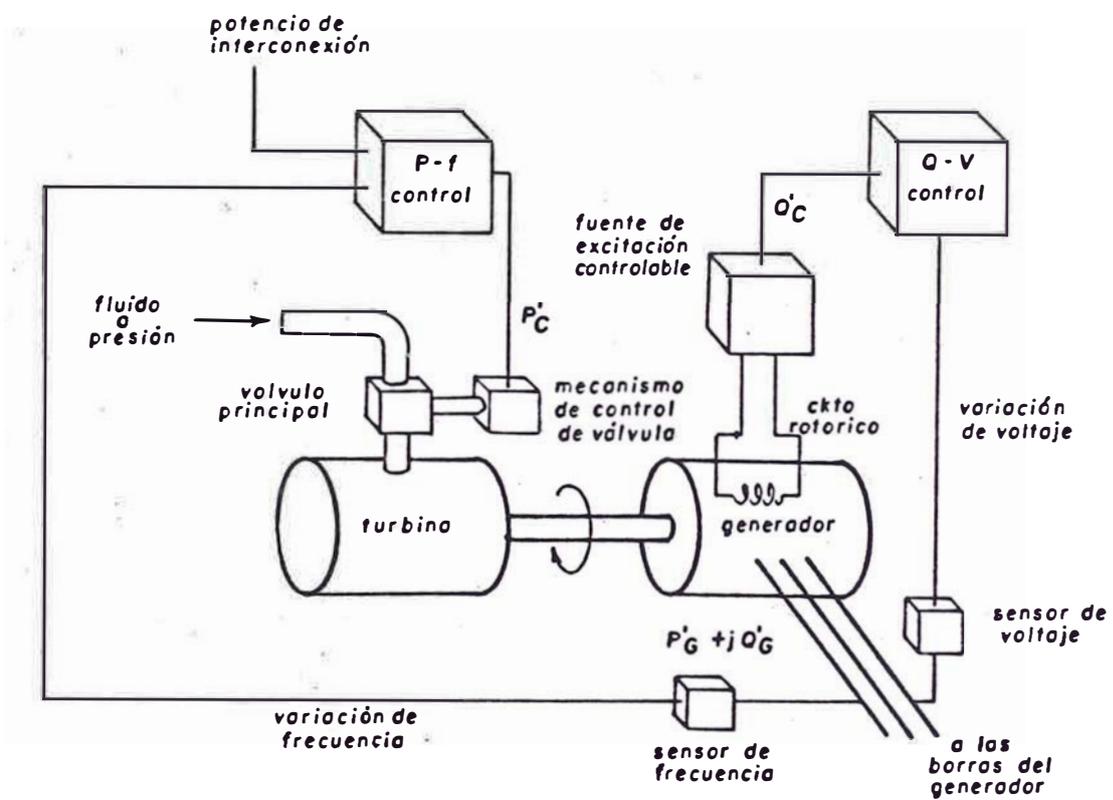
En razón de que la demanda se desvía de su valor normal en una cantidad pequeña e impredecible el estado de operación del sistema también cambiará, por ello, el sistema de control automático debe detectar estos cambios, e iniciar en tiempo real las acciones de control correctivas para eliminar tan rápida y efectivamente como sea posible estas desviaciones de estado.

1.9.1 Sistema de Control de Excitación

El objetivo de este canal es el de ejercer el control del estado de las tensiones. El error de tensión es sensado y esta señal es transformada en una señal comando de potencia reactiva la cual es alimentada a la fuente de excitación. El resultado es un cambio en la corriente del circuito rotórico y así, en la fuerza electromotriz, - quién finalmente incrementa la generación reactiva.

1.9.2 Sistema de Control de Velocidad

El objetivo de este lazo es el de controlar simultáneamente la frecuencia y la potencia de intercambio en las líneas de interconexión. La desviación de la frecuencia y de los flujos de intercambio son medidos, luego estas señales son mezcladas, amplificadas y transformadas en una señal comando de potencia activa que es enviada al motor-primo para proporcionar un incremento en el torque. Los esquemas correspondientes a los controladores convencionales de los generadores se muestran en: - la Figura N° 1.1.



CONTROLADORES DEL GENERADOR

Figura Nº 1.1

1.10 CONTROL DE GENERACION Y FLUJO DE POTENCIA EN SISTEMAS INTERCONECTADOS.

1.10.1 Conceptos Básicos

El control automático en la industria eléctrica.

Las modernas estaciones de potencia hacen uso extensivo del equipo de control automático para regular muchos de los parámetros relacionados con la conversión y utilización de la energía. El objetivo que justifica tal uso generalizado de los controles automáticos es la seguridad, operación confiable de la estación a un costo mínimo. Cuando muchas estaciones están enlazadas juntas formando un sistema interconectado, surgen nuevos retos de control adicional. Uno de los principales es cuán mejor podría distribuirse las necesidades de energía entre las estaciones.

Ventajas de las interconexiones.

La interconexión contribuye a dos de los objetivos cardinales de la operación de los sistemas de potencia:

1. Continuidad del servicio.
2. Economía de la producción de la energía eléctrica.

Durante períodos de operación normal, la generación es compartida. Los intercambios entre las empresas de servicios de electricidad son programadas para explotar la diversidad de la carga o el menor costo de capacidad disponible, permitiendo un menor costo de operación total y una postergación factible del capital de inversión para las nuevas estaciones. Salidas programas para mantenimiento pueden ser más efectivamente coordinadas.

Durante emergencias, la capacidad de reserva rodante es compartida de este modo contribuyendo a la continuidad del servicio.

Sistemas y áreas

La Figura N°1.2, muestra todas las compañías de servicios, la interconexión completa, operando como una área única, las cargas en los enlaces intercompañías no son consecuencia de algo estipulado. Los cambios de carga que ocurren en el sistema son asignadas, sin considerar dónde ocurren ellas, de acuerdo con los programas de distribución del sistema unificado. Con este criterio, cualesquiera de las compañías tiene la posibilidad de absorber los cambios de carga de alguna otra. Las compañías interconectadas son al mismo tiempo un sistema y una área.

La figura N°1.3, ilustra la operación multiárea de las mismas compañías de la interconexión operando independientemente como una área individual. Cuando un cambio de carga ocurre en una área dada, es la generación en esa área la que debería ser mo dific ada para acomodarse a ese cambio de carga. Los intercambios en los enlaces interáreas son aho ra importantes y están programados a valores específicos.

Responsabilidades de las interconexiones.

De igual manera de que disfruta de la operación in ter con ec tada, cada participante debe compartir com par ati vamente las responsabilidades. Esto involucra la participación cooperativa en la regulación del sistema de acuerdo con las filosofías establecidas de la interconexión.

1.10.2 El problema del control de generación para un sistema interconectado

Para una área de operación en particular de una interconexión, el control de la generación total y su distribución entre los generadores que la conforman puede ser considerado, sin tomar en cuenta

su complejidad y el número de variables involucradas, como un único problema de control integrado. Los pasos típicos de detección, evaluación y corrección, inherente en la solución de cualquier problema de control, puede sucederse en puntos geográficamente distantes, y los canales de información que enlazan las partes componentes de la medida y lazos de control podrían ser de cientos de kilómetros.

1.10.2.1 Caso de un sistema de área única.

Existen dos etapas definidas en la solución del problema del control de la generación en una interconexión de área única. La primera es conseguir una correcta generación del sistema; la segunda distribuir esta energía total entre las fuentes alternativas del sistema para lograr una economía óptima.

ETAPA 1. Satisfacción de la demanda total del sistema.

Es lograda cuando la generación total del sistema iguala la carga demandada. El criterio para determinar cuándo la carga ha sido satisfecha es una frecuencia estable del sistema. Es importante observar que ésto no significa una frecuencia única,

como 60 Hertz, sino una frecuencia invariable, significa una ausencia de aceleración o desaceleración del sistema.

ETAPA 2. Distribución de la generación total entre las fuentes alternativas.

El criterio aplicable a esta etapa lo conforman - las computaciones de Despacho Optimo.

1.10.2.2 Caso de una interconexión Multi-área

Son tres los pasos en la solución del problema del control de la generación en una interconexión multi-área. La primera es conseguir la generación correcta total del sistema, la segunda es distribuir la generación en forma apropiada entre las áreas de interconexión y la tercera es subdividir cada generación de área entre sus fuentes alternativas para una óptima economía.

ETAPA 1. Satisfacción de la demanda total del sistema.

Al igual que en el caso de área única, una aceleración cero, una invariabilidad de la frecuencia es el criterio que confirma una correspondencia - entre la generación y la demanda.

1.10.2.3 Regulación Natural

Está aplicado para definir dos efectos, para el ajuste de las potencias entregadas de los generadores por la acción de los gobernadores de las turbinas en respuesta a cambios en la velocidad del sistema y para la variación de la carga conectada con las fluctuaciones de la frecuencia.

1.10.2.4 Regulación suplementaria

Es la operación manual o automática para variar la generación o la velocidad de las máquinas desplazando la característica velocidad-potencia de los generadores.

Los dos propósitos de la regulación suplementaria: corregir las desviaciones de la frecuencia y la distribución de la generación después que las respuestas de los sistemas de regulación natural producen flujos de potencias no deseados de mantener; son conseguidos actuando sobre la característica velocidad-potencia. Una consideración importante, generalmente subestimada, es que para cada condición de carga prevaleciente, cada paso de regulación suplementaria es seguida por una acción de regulación natural. La rapidez de esta última es superior a la primera, así para un cambio de carga determinado

1.10.2.3 Regulación Natural

Está aplicado para definir dos efectos, para el ajuste de las potencias entregadas de los generadores por la acción de los gobernadores de las turbinas en respuesta a cambios en la velocidad del sistema y para la variación de la carga conectada con las fluctuaciones de la frecuencia.

1.10.2.4 Regulación suplementaria

Es la operación manual o automática para variar la generación o la velocidad de las máquinas desplazando la característica velocidad-potencia de los generadores.

Los dos propósitos de la regulación suplementaria: corregir las desviaciones de la frecuencia y la distribución de la generación después que las respuestas de los sistemas de regulación natural producen flujos de potencias no deseados de mantener; son conseguidos actuando sobre la característica velocidad-potencia. Una consideración importante, generalmente subestimada, es que para cada condición de carga prevaleciente, cada paso de regulación suplementaria es seguida por una acción de regulación natural. La rapidez de esta última es superior a la primera, así para un cambio de carga determinado

ya se habrá establecido un balance generación-demanda antes de la respuesta de la regulación suplementaria. Cuando ésta es aplicada a uno o más generadores, incrementando la generación, existirá un exceso de producción originando una aceleración. Correspondientemente el lazo de regulación natural respondería para rechazar tal exceso.

Regulación del Area

La acción de regulación natural en un sistema interconectado no puede identificar la ubicación u origen del cambio de carga. Si bien esta regulación compensa la generación y la carga, no es capaz, por sí sola, acomodar los requerimientos de sistemas multi-área de manera que cada una absorba su propia carga. Cada área debe ser equipada con un control automático suplementario para conseguir tal regulación. El control usado en cada una de ellas debe operar apropiadamente en paralelo con los controles de las áreas vecinas, sin introducir inestabilidades.

Las líneas de interconexión

La realización de una comparación directa de la carga y generación totales de una área dentro de un sistema interconectado es virtualmente impracticable, afortunadamente hay métodos indirectos de eva-

luarla y tal índice es fácilmente accesible; es el flujo en las líneas de interconexión de una área con las adyacentes y tal flujo es la suma algebraica entre la carga y generación del área.

Un cronograma es establecido para los flujos en las interconexiones, tan pronto como el área ajuste su generación para mantener tal intercambio sucede que está ajustando su generación para absorber sus propios cambios de carga. Cuando un área tiene muchas interconexiones con sus vecinos, la pregunta que surge es ¿Cuál de ellas deberían ser controladas y programadas?. También ¿cuáles de las dos áreas adyacentes deberían ajustar su generación cuando el flujo de potencia entre ellas se desvía de lo programado?

1.10.2.5 Dinámica de un sistema Multi-área a pequeñas perturbaciones

La cadena de eventos que ocurren en un sistema interconectado a consecuencia de incrementos en la carga muestran la necesidad de la regulación suplementaria:

1. Acomodación al cambio de carga a expensas de la energía almacenada en el sistema, con la correspondiente desaceleración de la velocidad.

2. Reconocimiento de la desaceleración con la acción de regulación natural resultante en todo el sistema para balancear la demanda y cancelar la desaceleración, tal equilibrio es logrado violando los flujos programados en las interconexiones.
3. La regulación suplementaria en el área en la cual ocurrió el cambio de carga para asignar ese cambio a esa área retornando la frecuencia y flujos a valores prefijados.

El requerimiento de acción suplementaria en las otras áreas debería ser "evitada" durante la sucesión de la transición expuesta, esto obviamente contradice pues la afirmación de que cada área debe mantener su intercambio neto. Esta contradicción aparente es salvada y la operación paralela de los subsistemas es obtenida asignando a cada área un intercambio programado neto que varíe con la frecuencia en lugar de que sea mantenido rígidamente a independientemente de las variaciones de la frecuencia.

1.11 CONCEPTOS BASICOS DE LA TEORIA DE CONTROL MODERNA

El conocimiento del mundo físico está basado en la experimentación y la abstracción determinando así las leyes básicas que gobiernan y describen el comportamiento de los sistemas en general.

El estudio de ellos, con objetivos definidos en mente, está concentrado fundamentalmente en la aplicación de ciertas "señales" de entrada para luego observar y medir las "señales" de salida. La finalidad principal es la determinación de la "señal" de entrada que producirá una salida con ciertas características específicas. El procedimiento para sintetizarla conlleva primordialmente a una descripción del comportamiento del sistema desarrollando modelos matemáticos con ecuaciones que relacionen la entrada con la salida. Los tipos de los modelos escogidos son respaldados por la experimentación, suposiciones y leyes fundamentales (axiomas). Todo aquel sistema físico que es factible de ser descrito adecuadamente por modelos matemáticos es denominado Sistema Dinámico. La modelación matemática es siempre un compromiso entre la exactitud y complejidad por un lado y la aproximación y simplicidad por otro; las técnicas modernas de Espacio de Estado proveen de herramientas eficientes y poderosas para una presentación conveniente de las ecuaciones-ligazón

para las discusiones generales, una representación metódica de sistemas de alto orden, para una programación casi directa en el lenguaje de codificación, etc. El estado de un sistema puede interpretarse como el vector en el espacio n -dimensional - que nos provee de su descripción concreta y exacta así en el caso de una red eléctrica el conocimiento de las tensiones y ángulos de fase son suficiente - para la evaluación de los flujos en los enlaces y - por lo tanto, para saber el estado de operación del sistema eléctrico. Las componentes de dicho vector son las denominadas variables de estado y concen - tran toda la información indispensable de la histo - ria anterior del sistema y permiten la determinación del comportamiento o estado futuro de él, conociendo de antemano las señales de entrada (fuerzas de - control) además de las expresiones matemáticas de la modelación. El número de las variables de estado - determinan la dimensión del sistema.

Comúnmente, la mayoría de los sistemas físicos en razón de las suposiciones, pueden ser abstraídos a un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales que reducidas a su forma normal pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$\frac{dx_i}{dt} = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_k, \dots, u_m, z_1, z_2, \dots, z_j, \dots, z_q)$$

En la que:

x_i = variable de estado

u_k = señal de control

f_i = ecuación-ligazón

z_j = señal perturbadora

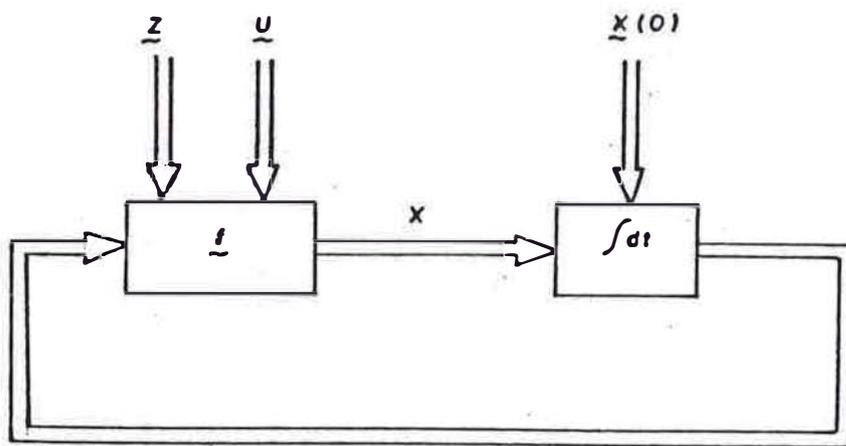
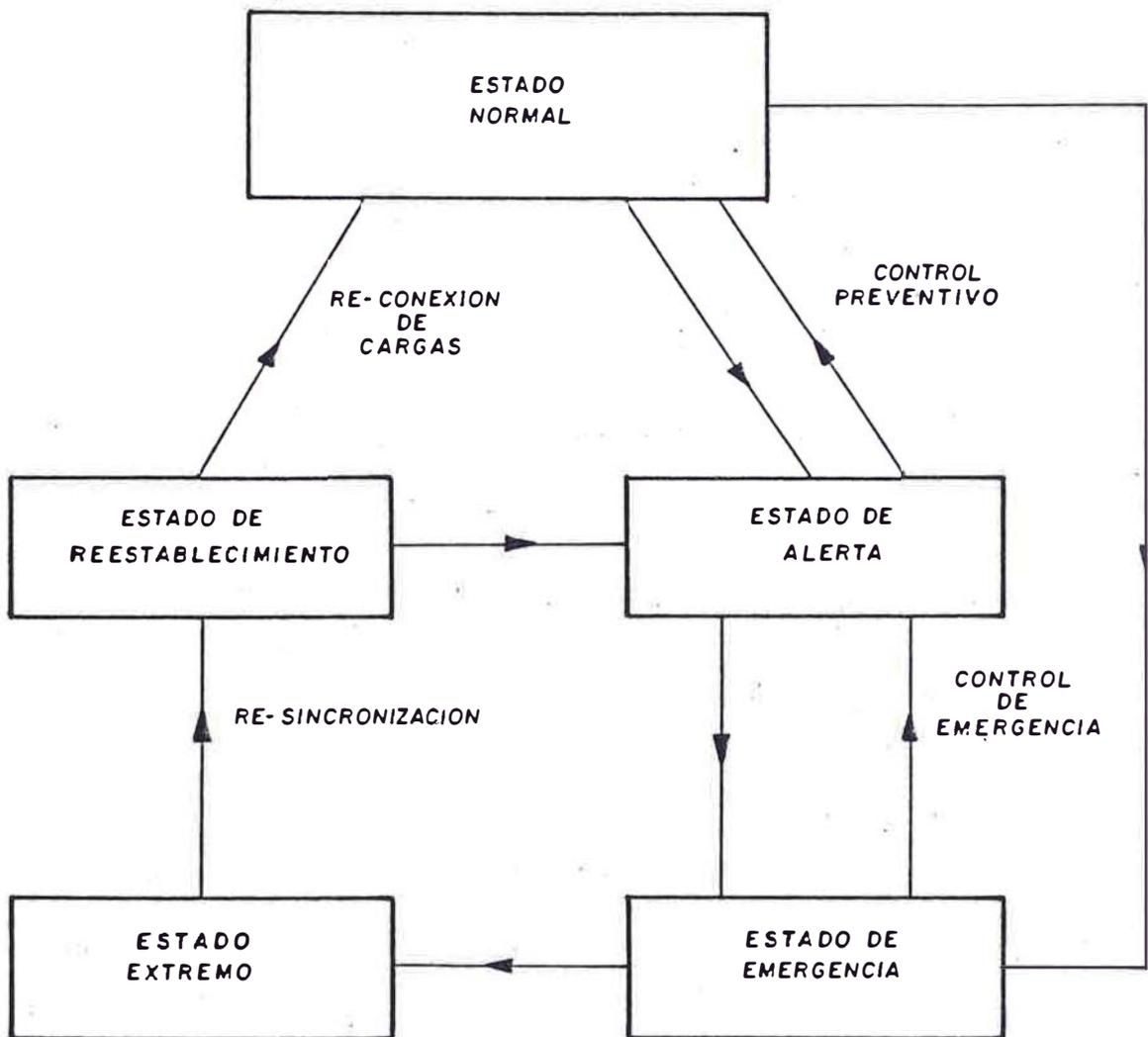
$\frac{dx_i}{dt}$ = derivada de x_i con respecto al tiempo.

Cuya representación en bloques se muestra en la fi gura N°1.4.

Abordar el problema de control, síntesis de las ac- ciones de control, a este nivel en el que las rela- ciones no lineales y la dependencia de los parámetros con el tiempo caracterizan las ecuaciones de liga - dura, entrañaría una complejidad insoslayable y una incertidumbre de la validez y optimidad de la solu- ción, si es que se tiene la buena ventura de ser ha llada.

La técnica de la linealización a lo largo de la tra yectoria entre dos estados del sistema permite la aplicación de métodos generales analíticos propor- cionándonos la descripción, formulación y resolu - ción al problema, limitando la atención exclusiva-

ESTADOS DE OPERACION DE UN SISTEMA ELECTRICO



REPRESENTACION DE UN SISTEMA DINAMICO

Figura Nº 1.4

mente a las pequeñas perturbaciones en la trayectoria. En algunos casos la linealización de las ecuaciones debe ser el método estándar de solución. La obtención de la versión linealizada de sistema no lineal se deriva de un análisis incremental; sin considerar las perturbaciones; los pasos a seguir son los siguientes:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}) \quad 1.1$$

$$\dot{\underline{x}}^\circ = \underline{f}(\underline{x}^\circ, \underline{u}^\circ)$$

donde: \underline{x}° , \underline{u}° son el estado de referencia y la fuerza de control correspondiente.

Definiendo los vectores de estado y control.

$$\underline{x} = \underline{x}^\circ + \Delta \underline{x}$$

$$\underline{u} = \underline{u}^\circ + \Delta \underline{u}$$

los cuales satisfacen la ecuación 1.1

$$\dot{\underline{x}}^\circ + \Delta \dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}^\circ + \Delta \underline{x}, \underline{u}^\circ + \Delta \underline{u})$$

exponiendo el segundo miembro en la forma de serie de Taylor, se tiene:

$$\dot{\underline{x}}^\circ + \Delta \dot{\underline{x}}_i = f_i(\underline{x}^\circ, \underline{u}^\circ) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \frac{\partial f_i}{\partial u_m} \Delta u_m$$

$$\Delta \dot{\underline{x}}_i = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_1}\right)^\circ \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_2}\right)^\circ \Delta x_2 + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_n}\right)^\circ \Delta x_n + \left(\frac{\partial f_i}{\partial u_1}\right)^\circ \Delta u_1 + \dots +$$

$$+ \left(\frac{\partial f_i}{\partial u_m}\right)^\circ \Delta u_m$$

Introduciendo las matrices jacobianas.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{af_1}{ax_1} & \frac{af_1}{ax_n} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{af_n}{ax_1} & \frac{af_n}{ax_n} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{af_1}{au_1} & \frac{af_1}{au_m} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{af_n}{au_1} & \frac{af_n}{au_m} \end{bmatrix}$$

Todos los elementos son computados a lo largo de la trayectoria de referencia. Así, las ecuaciones 1.2 pueden ser escritas en la forma:

$$\Delta \dot{\underline{x}} = A \Delta x + B \Delta u$$

De esta manera, si bien las ecuaciones del sistema no son lineales, las ecuaciones diferenciales que describen las perturbaciones alrededor de la trayectoria son lineales, pudiéndose reescribir las ecuaciones originales para el caso incremental así:

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} + F\underline{z} \quad (1.3)$$

A = matriz del sistema

B = matriz de control

F = matriz de perturbación.

La presentación matricial del problema facilita considerablemente el análisis para determinar si el sistema es estable, tiene la capacidad de recuperarse luego de aplicársele una perturbación; es controlable, si es posible encontrar un vector u de control, que en un tiempo finito conduzca el sistema entre dos estados especificados; es observable; si las mediciones del vector de salida contiene suficiente información para reconstruir o identificar el estado del sistema.

Una representación en bloques de la Ecuación (1.3) se muestra en la figura N°1.5

1.12 CONCEPTOS BASICOS DE LA TEORIA DE CONTROL OPTIMO

El problema de controlar optimamente un sistema dinámico es el de obtener una salida deseada con una señal de entrada que minimize algún costo o índice de performance. La traducción de los objetivos de diseño en un lenguaje formal es la formulación del problema de control, cuyos elementos esenciales son:

1. El sistema dinámico a controlar
2. La salida deseada u objetivo del sistema
3. Un conjunto de acciones de control (entradas) factibles, permisibles.
4. Un índice de funcionamiento que mida la efectividad de la acción de control.

Las señales de control en sistemas físicos son obtenidas usualmente desde los equipos que pueden - proveer solo cierta cantidad de energía o fuerza. Esto conlleva a restricciones y/o penalizaciones de las señales de entrada que pueden ser usadas - para controlar el sistema.

Si el objetivo deseado, puede ser conseguido mediante diferentes entradas o controles, pero cada una de las cuales producirá respuestas diferentes. Es aconsejable evaluar cada respuesta, si es posible, a fin de escoger la mejor. Esto requiere el

uso de un criterio de performance que mida el costo de controlar el sistema, obviamente tendrá que depender de los estados durante los cuales la acción de control toma lugar de la trayectoria de los estados, del intervalo de tiempo que es aplicado el control y del control en particular utilizado.

Un índice de performance es un número que indica la "bondad" del funcionamiento del sistema. Se puede considerar óptimo a un sistema de control si los valores de los parámetros están elegidos en forma tal que el índice de performance es mínimo o máximo. Por ello los valores óptimos de los parámetros dependen directamente de él. Un índice de performance debe brindar selectividad; es decir, el ajuste óptimo de los parámetros debe ser claramente distinguible del ajuste no óptimo de los mismos, además debe ser fácilmente computable analítica o experimentalmente.

El procedimiento general para la solución del problema de control Óptimo se inicia con la determinación de las condiciones para la optimalidad. Vea Apéndice.

Una vez confirmado que el control óptimo existe, debe determinarse si él es único. La herramien-

ta matemática para minimizar las funcionales, índice de performance, es el cálculo Variacional. Son tres los métodos utilizados para solucionar los problemas de Control Optimo: La Ecuación de Euler, el Principio de Pontryagin y la Programación Dinámica.

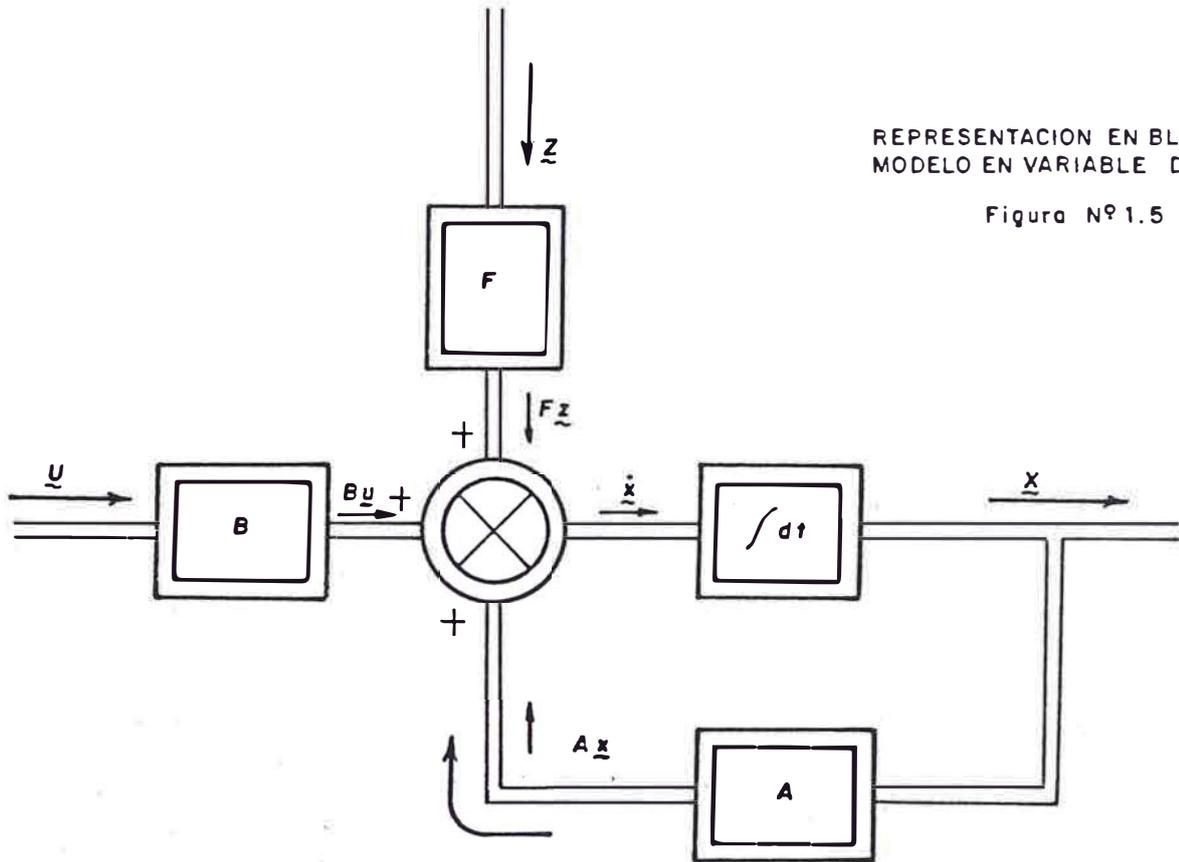
La aplicación de la Ecuación de Euler es aconsejable cuando la formulación del problema es: Lineal, cuando está caracterizado por un Índice de performance tipo cuadrático, cuando no hay penalización en los estados ni en los esfuerzos de control, cuando el sistema es de baja dimensión.

La programación Dinámica enfrenta el problema de la transición óptima entre dos estados optimizando la trayectoria "discretizada" convirtiendo el problema en uno de decisión multietapa, en el cual el período de control es dividido en intervalos ca da uno de los cuales guíe al sistema en forma óptima durante su aplicación.

El Principio de Pontryagin, utilizado para el desarrollo de este trabajo, está descrito en el Apéndice. Resultando de esta aplicación la estructura del sistema de Control Optimo como se muestra en la Figura N°1.6.

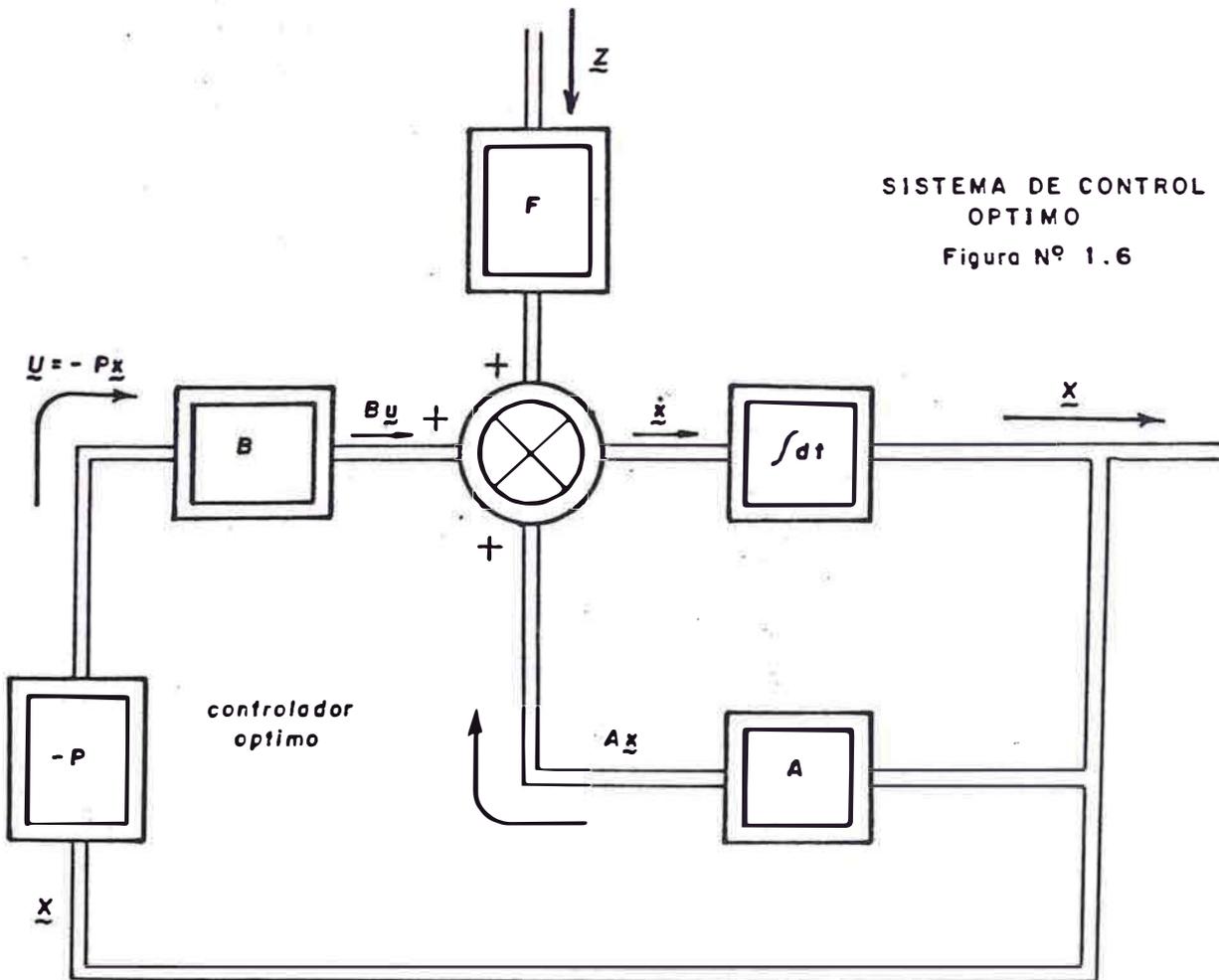
REPRESENTACION EN BLOQUES DEL
MODELO EN VARIABLE DE ESTADO

Figura N° 1.5



SISTEMA DE CONTROL
OPTIMO

Figura N° 1.6



CAPITULO II

PROBLEMA POTENCIA ACTIVA - FRECUENCIA VIA

LA TEORIA DE CONTROL OPTIMO

CAPITULO II

PROBLEMA POTENCIA ACTIVA-FRECUENCIA VIA LA TEORIA DE CONTROL OPTIMO

Nomenclatura

x	Vector estado
u	Vector control
A	Matriz del sistema no-controlado
B	Matriz de control
C	Indice de performance, costo escalar
Q	Matriz de penalización de las variables de estado.
R	Matriz de penalización de las variables de control.
S	Matriz producto igual a $BR^{-1}B^t$
K	Matriz solución de la ecuación algebraica de Riccati
P	Matriz de ganancia óptima.

Parámetros del Sistema.

$W_{cin,i}$	Energía cinética del área i
f_i	Frecuencia del área i
$P_{exp i}$	Potencia total de intercambio del área i .
P_{ni}	Potencia nominal del área i .
ϕ_i	Angulo de potencia del área i .
$X_{i,v}$	Reactancia serie de la línea de enlace de las áreas i,v .
V_i	Tensiones en la barra de interconexión del área i .
H_i	Constante de inercia del área i .
D_i	Constante frecuencia-carga del área i .
$P_{G,1}$	Potencia generada del área i
$P_{d,1}$	Potencia de demanda del área i .
$T_{i,v}^{\circ}$	Coefficiente sincronizante
$P_{c,i}$	Potencia comandada del área i , a través del variador de velocidad.
f°	Frecuencia nominal del sistema interconectado.
$\tilde{}$	Tilde, significa cantidad incremental

EL PROBLEMA DEL CONTROL POTENCIA ACTIVA-FRECUENCIA
VIA LA TEORIA DE CONTROL OPTIMO

Se enfrentará el problema modelando el sistema en la forma de variable de estado, siendo indispensable para la aplicación de los teoremas de la Teoría de Control Optimo; la utilización de ellos resultará en la obtención de la estructura del controlador de realimentación óptima sugiriendo alternativas factibles de mejorar la respuesta dinámica y los márgenes de estabilidad del sistema de control Potencia Activa - Frecuencia.

Las especificaciones que el sistema debe satisfacer serán definidos en términos de un costo integral a ser minimizado. La minimización de este costo proporcionará el controlador óptimo como una combinación lineal de las variables de estado del sistema.

Formulación del Problema

Será formulado en la forma de la Teoría de Control Optimo como sigue: Dado el sistema lineal invariante en el tiempo representado por las ecuaciones diferenciales en variable de estado:

$$\underline{\dot{x}} = A \underline{x} + Bu$$

Donde: x $n \times 1$ vector estado

u $m \times 1$ vector de control

A $n \times n$ matriz del sistema no-controlado

B $n \times m$ matriz de control

encontrar el vector de control u que minimice el costo:

$$C = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{u}^T R \underline{u}) dt$$

donde: Q $n \times n$ matriz de penalización de estado, simétrica, semidefinida positiva.

R $m \times m$ matriz de penalización del control, simétrica semidefinida positiva.

El Costo del Sistema

El funcionamiento del sistema es especificado en función de un costo que será minimizado por el controlador. Las componentes de Q y R son escogidas para expresar en forma matemática la manera en que se desea funcione el sistema. Por ejemplo si R es nula, más no Q , no hay restricciones para las acciones de control pero si el estado, en este caso la mejor estrategia de control sería la de impulsos infinitos llevando el estado a cero en el menor tiempo posible con el más grande esfuerzo de control.

De otro lado si Q es nula pero R no, entonces se condiciona el esfuerzo de control y no la trayectoria del estado, en este caso el mejor control a usar es $u = 0$ lo cual es absurdo.

Estos son dos casos extremos, ellos enfatizan la importancia de seleccionar las componentes de Q y R .

El Controlador Optimo u

El controlador es una función de los estados actuales del sistema multiplicados por una matriz de ganancia constante P de dimensión $m \times n$:

$$\underline{u} = - P \underline{x}$$

Esta matriz de ganancia óptima es obtenida resolviendo la ecuación diferencial matricial de Ricatti, que para el problema de tiempo infinito tiene una respuesta estacionaria. Ver Apéndice.

2.1 MODELACION DINAMICA DEL SISTEMA

Dos consideraciones se tomaran como punto de partida. La primera es que para cambios incrementales en la potencia de demanda, los dos problemas, el de control de potencia activa y frecuencia, y el de potencia reactiva y tensión son independientes. La segunda asunción es que las conexiones eléctricas

cas individuales dentro de un área son tan estrechas, por lo menos en comparación con las interconexiones entre áreas vecinas, que cada área puede ser representada por una única frecuencia. Esta característica del área es llamada coherencia. En otras palabras, todos los generadores en una área única oscilan al unísono durante cambios en la carga del área. Ver Figura N°2.1.

Ecuación de Equilibrio de Potencias.

La potencia neta en exceso en un área, representada por la diferencia del incremento de generación P'_G y el incremento de demanda P'_D es absorbida por el sistema en tres formas:

1. Incremento de energía cinética representado por

$$\frac{2 W_{cin, i}}{f^0} \frac{d f'}{dt}$$

2. Incremento en el consumo de la carga:

$$D f'_i$$

3. Incremento en la exportación de potencia a través de las interconexiones:

$$P'_{exp i}$$

Expresando lo dicho en forma matemática de la ecuación de equilibrio de potencia en valores por unidad para el área i:

$$P'_{Gi} - P'_{di} = \frac{2H_i}{f^0} \frac{df'_i}{dt} + D_i f'_i + P'_{exp,i}$$

donde: $H_i = \frac{W_{cin,i}}{P_{ni}}$ constante de inercia en seg.

Potencia en la línea de interconexión

La potencia activa total exportada desde el área i es igual a la suma algebraica de las potencias en las interconexiones $P_{exp,i,v}$ a las áreas adyacentes v .

$$P_{exp,i} = \sum_v P_{exp,i,v}$$

La potencia activa en valores por unidad transmitida a través de una línea sin pérdidas, con reactancia $X_{i,v}$ es:

$$P_{exp,i,v} = \frac{V_i V_v}{X_{iv} P_{ni}} \text{sen}(d_i - d_v)$$

donde:

$$\begin{aligned} V_i &= V_i e^{jd_i} \\ V_v &= V_v e^{jd_v} \end{aligned}$$

Asumiendo pequeños desviaciones en los ángulos de desfase

$$d_i = d_i^0 + d'_i$$

además:

$$d'_i = 2\pi \int f'_i dt$$

La expresión para cambios incrementales en la potencia de interconexión en el área i es:

$$P_{\text{exp } i, v} = \frac{a P_{\text{exp } i, v}}{a d_i} d_i' + \frac{a P_{\text{exp } i, v}}{a d_v} d_v'$$

$$P_{\text{exp } i, v} = \frac{T_{iv}}{2\pi} (d_i' - d_v')$$

$$T_{iv} = 2\pi \frac{(V_i)(V_v)}{X_{i,v} P_{ni}} \cos (d_i^{\circ} - d_v^{\circ})$$

Así:

$$P_{\text{exp } i} = \sum_v T_{iv}^{\circ} \left(\int f_i' dt - \int f_v' dt \right)$$

Cuya representación en diagrama de bloques se muestra en la Figura N°2.2.

Potencia incremental generada

La potencia activa generada por una máquina síncrona es controlada por medio del torque el motor primo.

Refiriéndonos a la figura N°2.3.

Vemos que controlando la posición, medida por la coordenada x_E , de las válvulas controladas por el gobernador, se puede ejercer control sobre el flujo de alta presión y por lo tanto el torque.

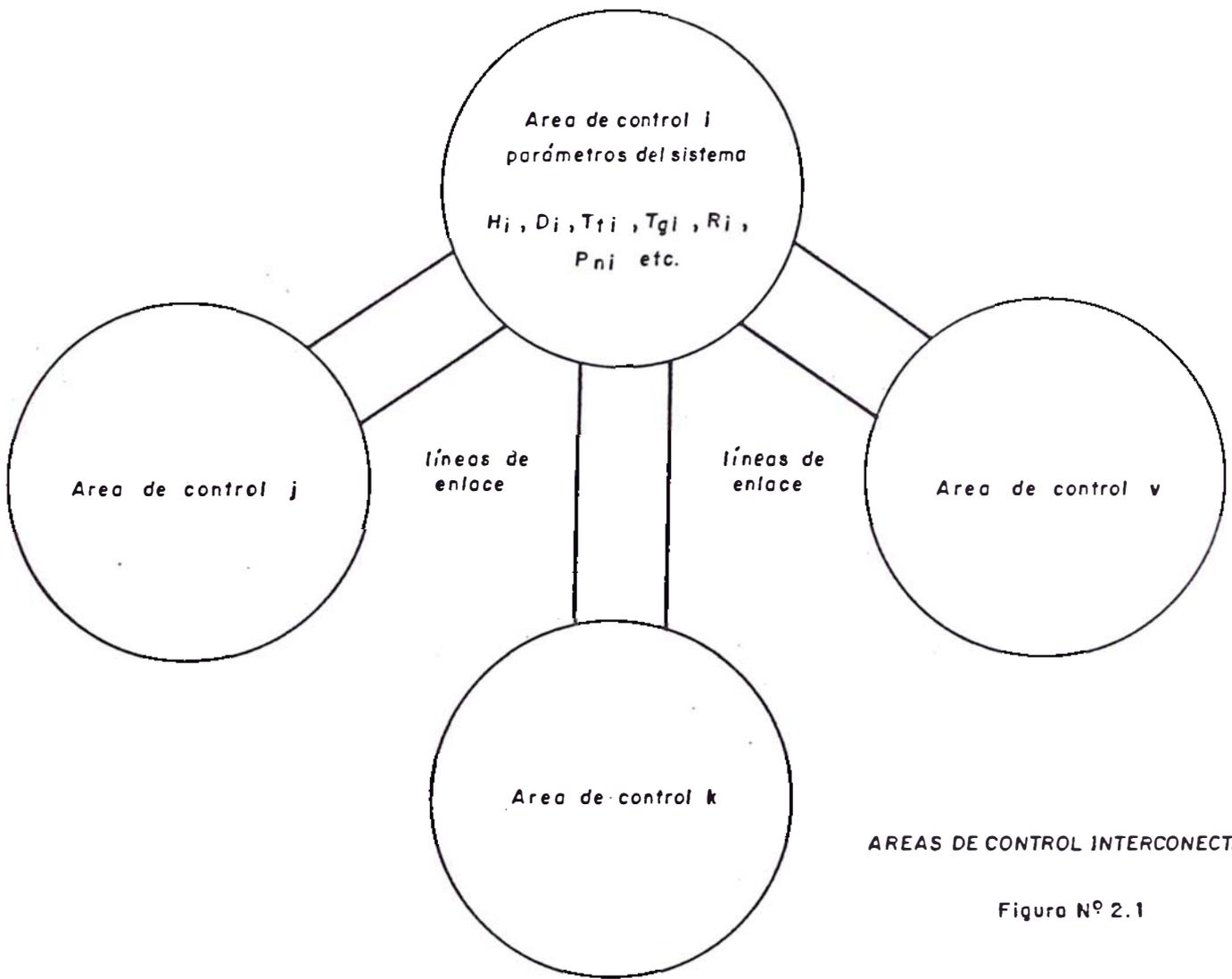


Figura N° 2.1

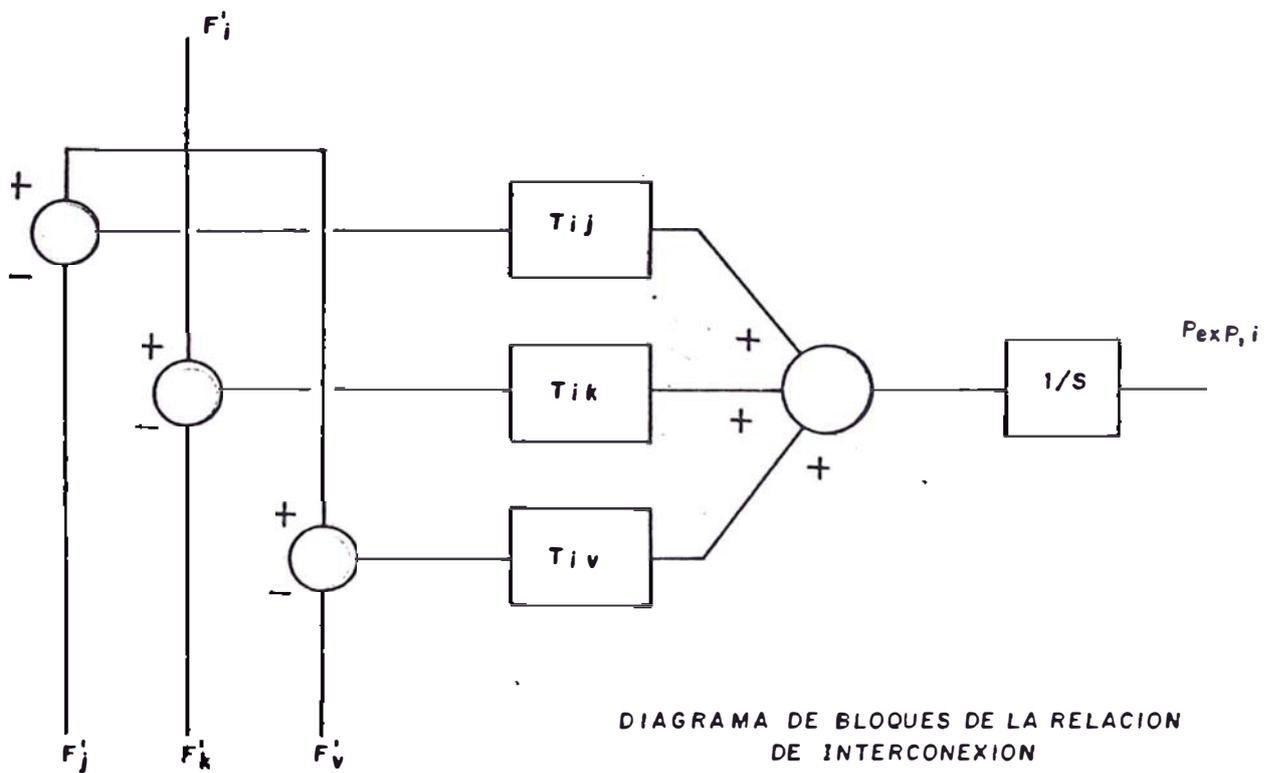


Figura N° 2.2

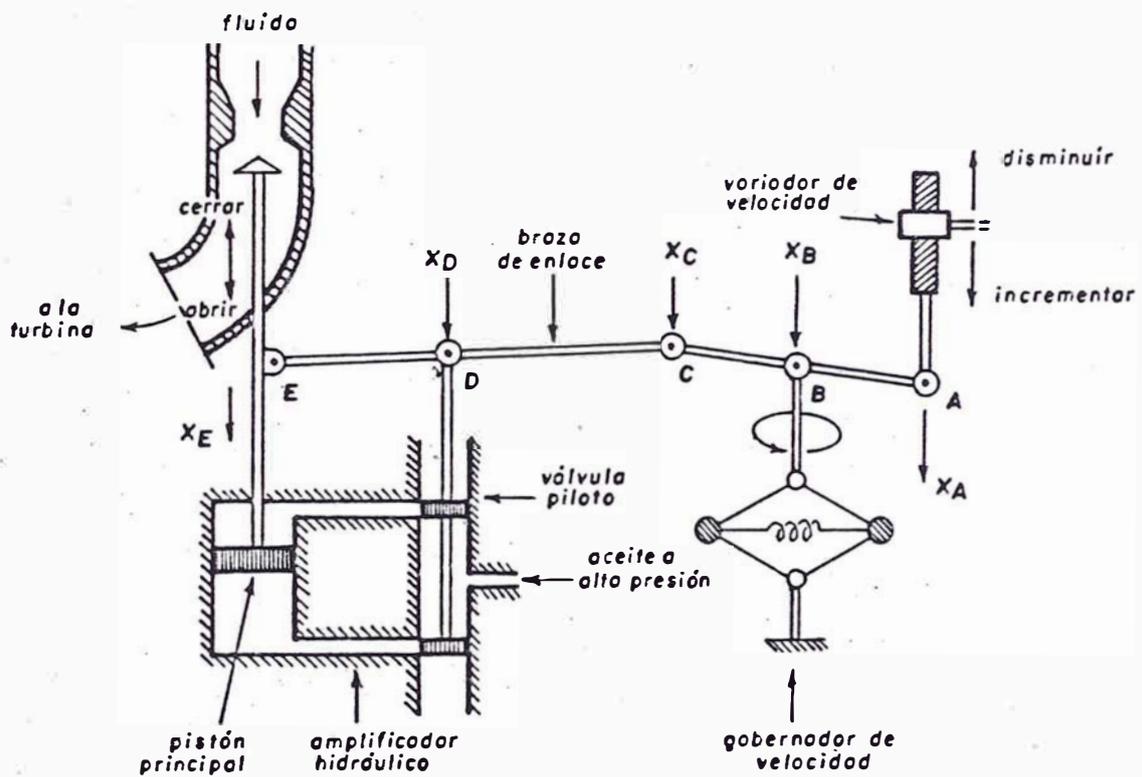
La posición de la válvula piloto puede ser afectado a través de los enlaces mecánicos en tres formas:

1. Directamente, moviendo el punto de enlace A por los comandos incrementar o disminuir del variador de velocidad.
2. Indirectamente, realimentando la posición del pistón principal.
3. Indirectamente, vía realimentación, debido a los cambios de posición del punto de enlace B como resultado de variaciones en la velocidad.

Modelo matemático del sistema gobernador de velocidad.

El modelo desarrollado se aplica a pequeñas perturbaciones alrededor de un estado estacionario, para ello debe considerarse la cadena de eventos:

1. El sistema está inicialmente en un estado estacionario, caracterizado por una velocidad constante o frecuencia nominal, un ajuste constante de la válvula y una potencia generada constante de la máquina.
2. Por medio del variador de velocidad, se comanda un incremento de potencia P'_C como resultado de este comando el punto A desciende una pequeña cantidad X'_A proporcional a P'_C .



MECANISMO DE CONTROL TÍPICO DE POTENCIA

Figura Nº 2.3

3. El movimiento del punto de enlace A origina un pequeño cambio de posición X'_C y X'_D de los puntos C y D, el ingreso del aceite a presión moverá la válvula una distancia X'_E produciendo un incremento en el torque y por lo tanto en la potencia generada.
4. El incremento de potencia causará un exceso momentáneo, una aceleración, en el sistema de potencia. Si el sistema es muy grande, la potencia en exceso del generador, no trascenderá en la velocidad o frecuencia. Sin embargo, si el sistema es pequeño, la velocidad y frecuencia experimentará un sensible aumento que causará que el punto de enlace B descienda una pequeña cantidad X'_B proporcional a la variación de la frecuencia.

Todos los movimientos incrementales X'_A X'_B ... X'_E son positivos en las direcciones indicadas.

Pueden establecerse las relaciones lineales:

$$X'_C = k_1 f' - k_2 P'_C$$

$$X'_D = k_3 X'_C + k_4 X'_E$$

Las constantes positivas k_1 y k_2 dependen de las longitudes de los brazos 1 y 2 y de las constantes proporcionales del variador y gobernador de velocidad. Las constantes k_3 y k_4 igualmente de los brazos 3 y 4. Considerando que el sistema - oleoneumático responde a la siguiente característica:

$$X'_E = k_5 \int (-X'_D) dt$$

es decir, que el flujo de aceite al motor hidráulico es proporcional a la posición de la posición X'_D de la válvula piloto, la constante k_5 depende de la geometría de los cilindros y de la presión del fluido.

Introduciendo la variable de Laplace en las tres últimas ecuaciones y eliminando las variables X'_C y X'_D se obtiene la siguiente ecuación:

$$X'_E(s) = \frac{k_2 k_3 P'_C(s) - k_1 k_3 F'(s)}{k_4 + s/k_5}$$

Reescribiendo ésta como sigue:

$$X'_E(s) = \frac{K_g}{1 + s T_g} (P'_C(s) - \frac{1}{R} F'(s))$$

donde: $R = k_2/k_1$ regulación de velocidad debido a la regulación natural.

$$K_g = \frac{k_2 k_3}{k_4} \text{ ganancia estática del mecanismo gobernador de velocidad}$$

$$T_g = \frac{1}{k_4 k_5} \text{ constante de tiempo del mecanismo gobernador de velocidad.}$$

La representación en diagrama de bloques de la función de transferencia del sistema gobernador de velocidad se muestra en la figura N°2.4a. T_g es una medida de la rapidez de reacción del mecanismo.

Modelo matemático de la turbina

Primordialmente el interés está en el incremento P'_G de la potencia generada por la máquina más que por la posición de la válvula piloto.

El cambio en la posición de la válvula, X'_E , causa un incremento en la potencia de la turbina, P'_T la cual, vía interacción electromecánica con el alternador, provocará un incremento en megavatios P'_G .

El proceso es relativamente complicado, particularmente si el voltaje del alternador fluctúa con la perturbación en la red. En este problema se considera que el nivel de tensión es constante y las variaciones en el torque son pequeña magnitud, por lo que un análisis de tipo incremental puede ser realizado proporcionando una relación dinámica sencilla. La representación básica de una turbina de

vapor se caracteriza por la siguiente función de transferencia:

$$G_T(s) = \frac{K_t}{1 + s T_t}$$

su representación en diagrama de bloques se muestra en la figura N°2.4 b.

Ecuaciones del Sistema

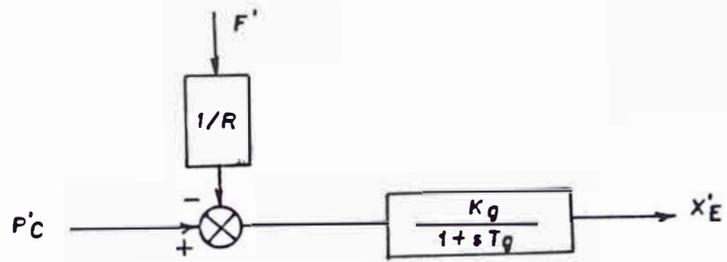
Reuniendo las ecuaciones de equilibrio de potencia, el flujo incremental y el cambio en la generación y en la posición del gobernador de velocidad en el área i , se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{2H_i}{f^\circ} \frac{d f'_i}{dt} + D_i f'_i + \sum_v T_{iv}^\circ \left(\int f'_i dt - \int f'_v dt \right) &= \\ &= P'_{Gi} - P'_{di} \end{aligned}$$

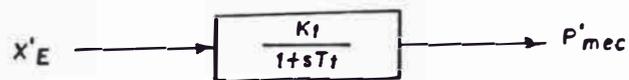
$$\frac{d P'_{Gi}}{dt} = \frac{1}{T_{ti}} P'_{Gi} + \frac{1}{T_{ti}} X'_{Ei}$$

$$\frac{d X'_{Ei}}{dt} = - \frac{1}{T_{gi}} X'_{Ei} - \frac{1}{T_{gi} R_i} f'_i + \frac{1}{T_{gi}} P'_{Ci}$$

Para cada área se dispone de tres ecuaciones diferenciales que describen la dinámica del sistema a cambios incrementales en la carga. Ver Figura N° 2.4c.



GOBERNADOR DE VELOCIDAD
 Figura N° 2.4.a



TURBINA DE VAPOR
 Figura N° 2.4.b

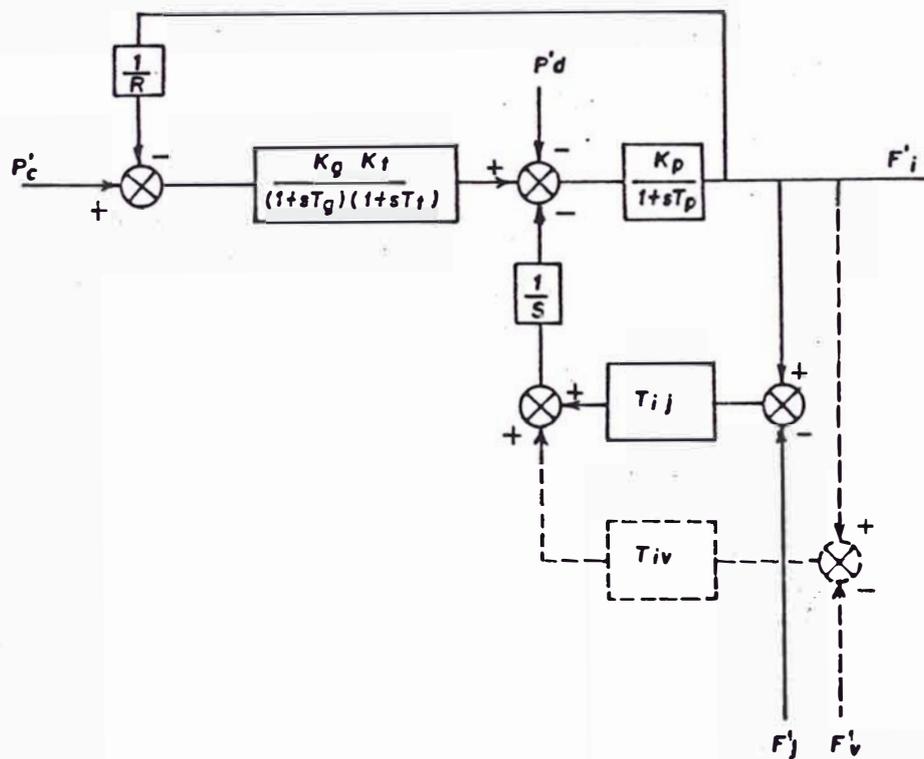


DIAGRAMA DE BLOQUES DEL AREA i
 Figura N° 2.4.c

2.2 DINAMICA DEL SISTEMA EN LA FORMA DE VARIABLE DE ESTADO

Para escribir las tres ecuaciones que representan la dinámica de una área dentro de un sistema multiárea en términos de las variables de estado y de control, se definen:

$$x_1 = \int P'_{\text{exp } 1} dt$$

$$x_2 = \int f'_1 dt$$

$$x_3 = f'_1$$

$$x_4 = P'_{G1}$$

$$x_5 = X'_{E1}$$

$$u_1 = P'_{C1}$$

En cada área la variable a controlar es la potencia del generador, actuando sobre la salida del generador podrá mantenerse la desviación de la frecuencia dentro de ciertos límites. Para variar la potencia del generador, se debe cambiar la posición del variador de velocidad, por ello la variable de control es la posición de este último.

Las variables que cambian como respuesta a un desbalance de potencia en un área son la posición de la válvula, la potencia entregada, la frecuencia del sistema, el flujo en la interconexión, la cual es una función de la integral de la desviación de la

frecuencia. Por esta razón, vienen a conformar las variables de estado. La integral de la desviación del flujo en la interconexión debe ser definida como variable de estado pues una de las especificaciones del sistema es que la desviación en el flujo en la interconexión será cero siguiente a una perturbación de carga. Para garantizar esto es necesario tener un conocimiento de la integral de esa desviación.

Así cada área tiene un conjunto de cinco variables de estado y una de control. En el problema de dos áreas, que es el que se trata aquí, la desviación en la interconexión en la primera área es proporcional a la desviación en la segunda área por una constante:

$$P'_{\text{exp } 1} = a_{12} P'_{\text{exp } 2}$$

donde:

$$a_{12} = -P_{n1}/P_{n2}$$

En este caso no es necesario definir una variable de estado adicional para la integral de la desviación del flujo en la interconexión en el área 2.

Para el problema de dos áreas interconectadas las variables de estado y de control son:

$$x_1 = \int p'_{exp 1} dt$$

$$x_2 = \int f'_{1} dt$$

$$x_3 = f'_{1}$$

$$x_4 = P'_{G1}$$

$$x_5 = X'_{E1}$$

$$u_1 = P'_{C1}$$

$$x_6 = \int f'_{2} dt$$

$$x_7 = f'_{2}$$

$$x_8 = P'_{G2}$$

$$x_9 = X'_{E2}$$

$$u_2 = P'_{C2}$$

Las señales de perturbación:

$$z_1 = P'_{d1}$$

$$z_2 = P'_{d2}$$

El diagrama de bloques del sistema interconectado se muestra en la figura N°2.5

Substituyendo la definición de estados y control en las seis ecuaciones diferenciales que definen el problema de dos áreas se obtiene la siguiente formulación matricial:

$$\dot{\underline{x}} = A \underline{x} + B \underline{u} + Fz$$

En donde las matrices A,B,F se definen en las páginas siguientes.

El modelo conseguido hasta ahora, no está en la forma deseada por dos razones. Primero, en la formulación del problema de control Optimo la matriz de perturbación F no aparece, segundo la función costo requiere que los estados sean conducidos a cero para que ella tenga un mínimo. Así para un escalón de carga en área 1, se requiere que la desviación de la frecuencia en el estado estacionario en ambas áreas sea cero; pero, el incremento de generación en el área 1, será necesariamente una cantidad no nula que iguale el incremento de la demanda. Para salvar este problema, se puede redefinir las variables de estado en términos de sus valores en estado estacionario:

$$x_i^1 = x_i - x_i, \text{ final}$$

Al hacer ésto, se ha desplazado la posición de referencia del sistema pero las matrices A y B quedan como inicialmente fueron definidas y la matriz F desaparece.

2.3 ESPECIFICACIONES DEL SISTEMA

Los requerimientos que sistema debe satisfacer son:

1. La desviación estacionaria de la frecuencia siguiente a una perturbación de carga debe ser nula.
2. El cambio estático en el flujo en la interconexión siguiente a una perturbación de carga debe ser cero.
3. La desviación transitoria de la frecuencia no debería exceder $\pm 0.05\text{Hz}$, bajo condiciones normales.
4. El error de tiempo representado por la integral de la desviación de la frecuencia no debería de exceder los ± 3 segundos.

Para definir estas especificaciones matemáticamente se requiere la suma de los siguientes términos:

$$\begin{array}{cccccccc}
0 & T_{12}^{\circ} & 0 & 0 & 0 & -T_{12}^{\circ} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{f^{\circ}T_{12}^{\circ}}{2H_1} & -\frac{f^{\circ}D_1}{2H_1} & \frac{f^{\circ}}{2H_1} & 0 & \frac{f^{\circ}T_{12}^{\circ}}{2H_1} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{t1}} & \frac{1}{T_{t1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{1}{T_{g1}R_1} & 0 & -\frac{1}{T_{g1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{a_{12}f^{\circ}T_{12}^{\circ}}{2H_2} & 0 & 0 & 0 & \frac{a_{12}f^{\circ}T_{12}^{\circ}}{2H_2} & -\frac{f^{\circ}D_2}{2H_2} & \frac{f^{\circ}}{2H_2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{t2}} & \frac{1}{T_{t2}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{g2}R_2} & 0 & -\frac{1}{T_{g2}}
\end{array}$$

M A T R I Z "A"

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	$-\frac{f^\circ}{2 H_1}$	0
0	0	0	0
$\frac{1}{T_{g1}}$	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	$-\frac{f^\circ}{2 H_2}$
0	0	0	0
0	$\frac{1}{T_{g2}}$	0	0

MATRIZ "B"

MATRIZ "F"

De la condición 1) $F_1'^2 + F_2'^2$

De la condición 2)

$$P_{\text{exp } 1}'^2 = T_{12}^{\circ 2} \left(\int F_1' dt - \int F_2' dt \right)^2$$

De las condiciones 3) y 4)

$$\left(\int F_1' dt \right)^2 + \left(\int F_2' dt \right)^2$$

Definiendo estas variables en términos de sus estados respectivos y poniendo los productos en la forma matricial $x^t Q x$ entonces la matriz Q resulta:

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{12}^{\circ 2} + 1 & 0 & 0 & 0 & -T_{12}^{\circ 2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -T_{12}^{\circ 2} & 0 & 0 & 0 & T_{12}^{\circ 2} + 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

El esfuerzo de control es penalizado sumando los términos:

$$u_1^2 + u_2^2$$

Lo que se traduce en que la matriz R es la matriz de identidad.

2.4 APLICACION DE LOS TEOREMAS DE CONTROL OPTIMO

Con el problema formulado apropiadamente para la aplicación de la teoría de control óptimo, se prosigue con la ejecución de la siguiente rutina de programación, ver Figura N°2.6.

Simulación

Datos del problema potencia activa- Frecuencia.

Caso de dos áreas interconectadas.

AREA N°1

P_{n1}	2000 MW
H_1	5 sgs.
D_1	0.00833 p.u. MW/Hz
T_{t1}	0.3 sgs.
T_{g1}	0.08 sgs.
R_1	2.4 Hz/p.u.MW
P'_{d1}	0.01 p.u. MW

AREA N°2

P_{n2}	2000 MW
H_2	5 sgs.
D_2	0.00833 p.u. MW/Hz
T_{t2}	0.3 sgs.
T_{g2}	0.08 sgs.
R_2	2.4 Hz/p.u. MW
P'_{d2}	0.0 p.u. MW

Además, el estado de la interconexión $P_{12} = 0.545$ MW
Resultados de la simulación (Cantidades incrementales)

- Figura N° 2.8

Frecuencias en el área N°1 sin controlador y con controlador óptimo.

- Figura N° 2.9

Frecuencias en el área 2 sin controlador y con controlador óptimo.

- Figura N° 2.10

Potencias de interconexión sin controlador y con controlador óptimo.

- Figura N° 2.11

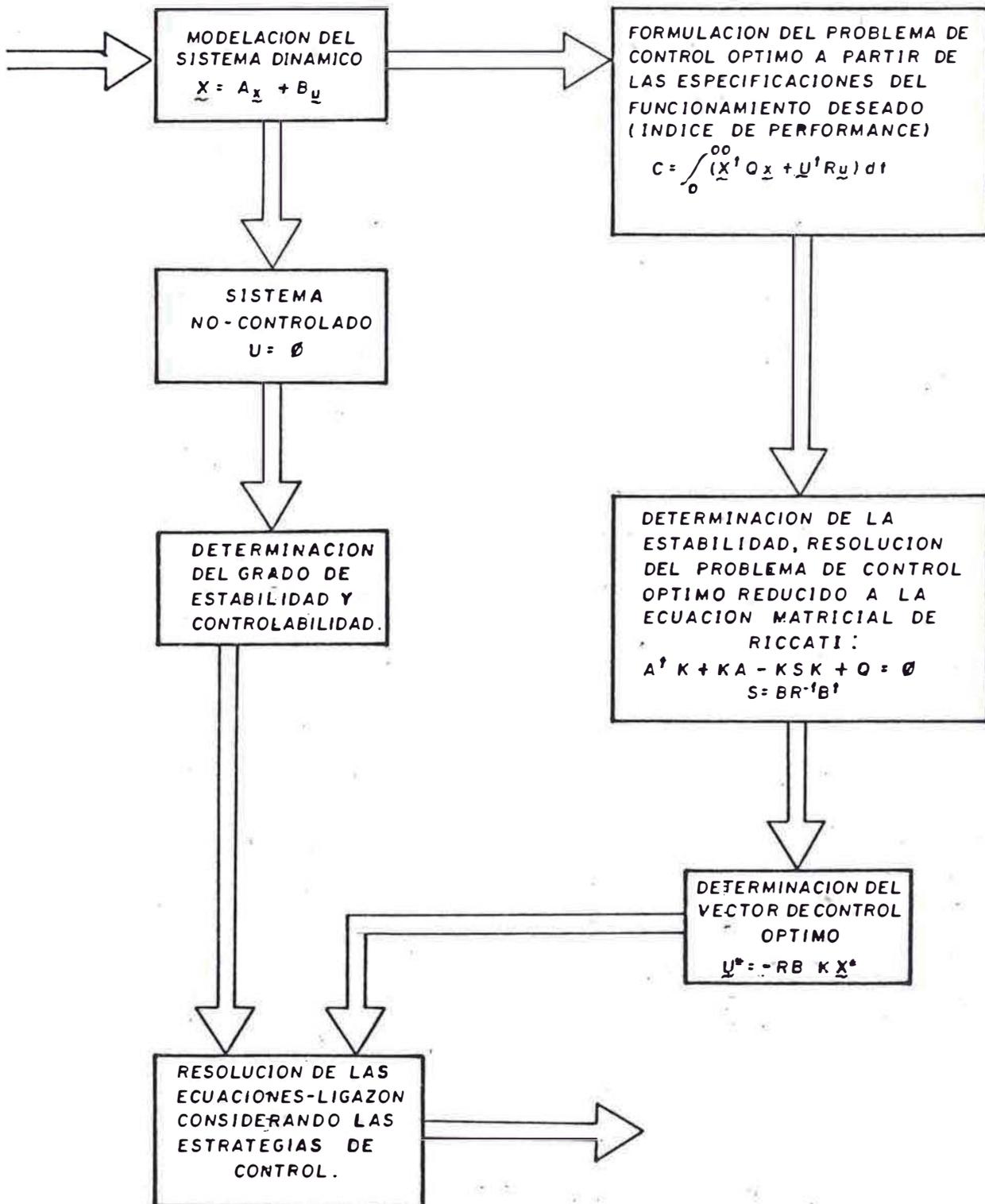
Potencias generadas en el área N°1 sin controlador y con controlador óptimo.

- Figura N° 2.12

Potencias generadas en el área N°2 sin controlador óptimo.

- Figura N° 2.13

Señales de control óptima en las áreas N°1 y N°2.



RUTINA DE PROGRAMACION PARA LA SOLUCION DEL PROBLEMA DE CONTROL OPTIMO

Figura N° 2.6

2.5 SINTESIS DEL CONTROLADOR OPTIMO

Las señales de control resultan ser:

$$u_1 = -0.707 x_1 - 0.055 x_2 - 0.85 x_3 - 1.198 x_4 - 0.28 x_5 \\ - 0.945 x_6 - 0.14625 x_7 - 0.10875 x_8 - 0.0225 x_9$$

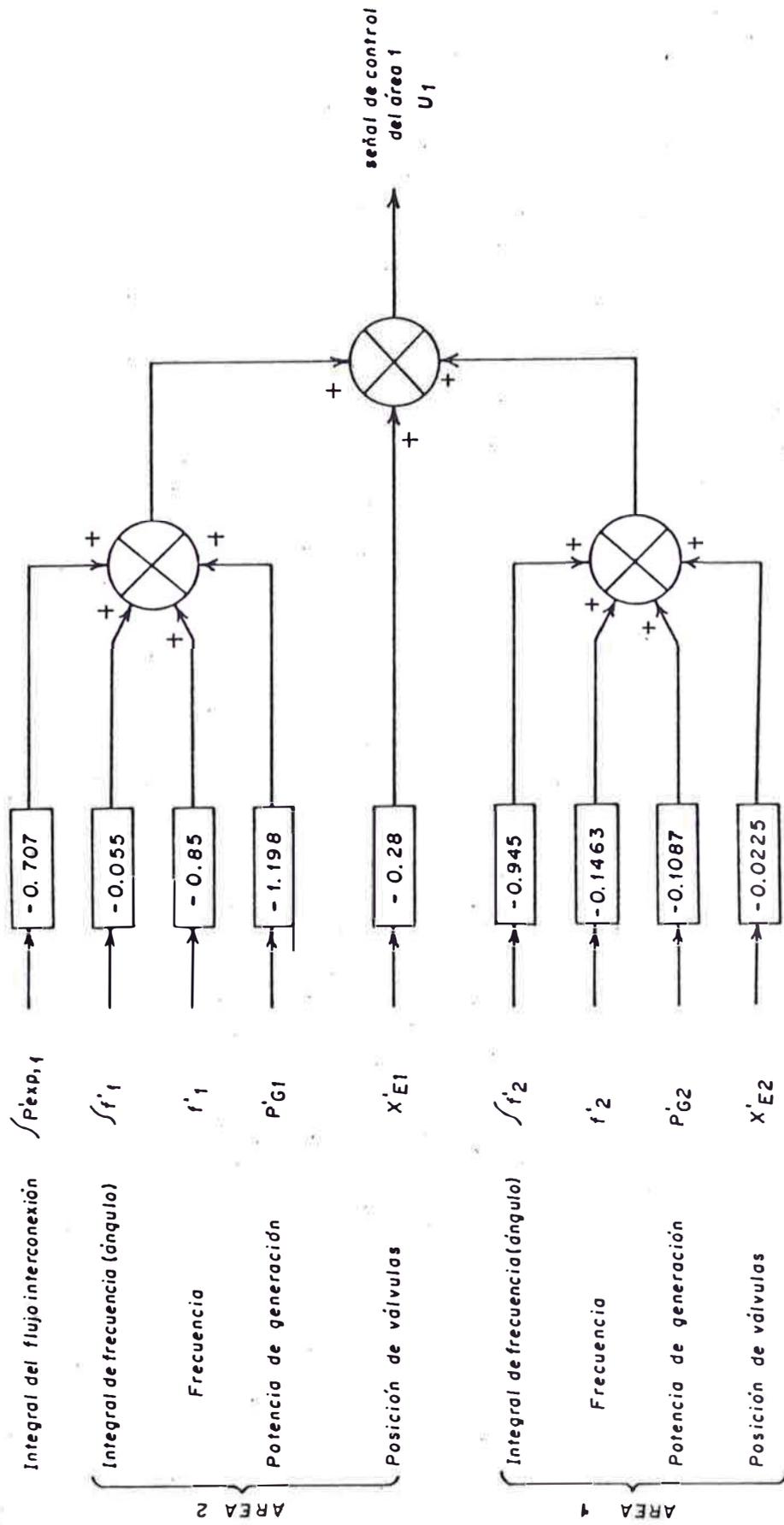
$$u_2 = 0.707 x_1 - 0.945 x_2 - 0.14625 x_3 - 0.10875 x_4 - 0.0225 x_5 \\ - 0.055 x_6 - 0.85 x_7 - 1.198 x_8 - 0.28 x_9$$

que expresadas en sus significados físicos son:

$$u_1 = -0.707 (P'_{exp1} + 1.41 f'_1) dt + 1.733 P'_{exp1} + 0.2683 \frac{dP'_{exp1}}{dt} \\ - 0.996 f'_1 - 1.198 P'_{g1} - 0.28 X'_{g1} - 0.10875 P'_{g2} - 0.0225 X'_{g2}$$

$$u_2 = -0.707 (P'_{exp2} + 1.41 f'_2) dt + 1.733 P'_{exp2} + 0.2683 \frac{dP'_{exp2}}{dt} \\ - 0.996 f'_2 - 1.198 P'_{g2} - 0.28 X'_{g2} - 0.10875 P'_{g1} - 0.0225 X'_{g1}$$

La representación en el diagrama completo del sistema se muestra en la figura N°2.7. Para mayor claridad solo se bosqueja la composición de la señal de control correspondiente al área 1.



SINTESIS DE LA ACCION DE CONTROL U_1

Figura Nº 2.7

CAPITULO III

CONTROL OPTIMO DE UNA MAQUINA SINCRONA

CAPITULO III

CONTROL OPTIMO DE UNA MAQUINA SINCRONA

Nomenclatura

x	Vector estado
u	Vector control
A	Matriz del sistema no-controlado
B	Matriz de control
C	Indice de performance, costo escalar
Q	Matriz de penalización de las variables de estado.
R	Matriz de penalización de las variables de control.
S	Matriz producto igual a $BR^{-1}B^t$
K	Matriz solución de la ecuación algebraica de Riccati.

Parámetros del sistema

B	Susceptancia de la línea de transmisión
x	Reactancia de la línea de transmisión.
D	Coefficiente de amortiguamiento
M	Constante de inercia
x_d	Reactancia síncrona en el eje directo.
x'_d	Reactancia transitoria en el eje directo.
t'_{do}	Constante de tiempo de circuito abierto del campo
t_e	Constante de tiempo de la excitatriz
t_s	Constante de tiempo del lazo de realimentación del control de tensión.
t_g	Constante de tiempo de la compuerta
t_a	Constante de tiempo del actuador
t_w	Constante de tiempo del agua
u_e	Ganancia de la excitatriz.
u_s	Ganancia del lazo de realimentación del control de tensión.
u_a	Ganancia del actuador.
T	Constante de caída permanente.

General

P_i	Potencia mecánica de entrada
P_e	Potencia de la conversión de la energía electromecánica
P	Potencia de salida del generador.

Q	Potencia reactiva de salida del generador.
V_o	Tensión de la barra infinita, asumida constante.
V_t	Tensión en los terminales del generador
V_d	Componente directa de V_t
V_q	Componente en cuadratura de V_t
V_F	Una tensión de campo.
i	Corriente de armadura
i_d	Componente directa de i
i_q	Componente en cuadratura de i
d	flujo concatenado en el eje directo
q	Flujo concatenado en el eje en cuadratura
F	Flujo concatenado en el campo rotórico
	Angulo de torque (radianes)
ω_o	Velocidad síncrona (377 rad/seg)
ω	Velocidad (rad/seg)
g	Abertura de la compuerta
g_f	señal del lazo de realimentación del gobernador
h	Altura de agua
'	Tilde, significa cantidades incrementales.

EL CONTROL OPTIMO DE UNA MAQUINA SINCRONA

La lejanía de la generación hidráulica de los centros de carga, la introducción de los sistemas de excitación y velocidad de alta ganancia además de la creciente interconexión de los grandes sistemas de potencia no solo incrementan su tamaño y complejidad, sino también origina problemas de interacción dinámica resultando en oscilaciones mecánicas severas; por ello, algún tipo de señales estabilizantes deben ser introducidas para mejorar el amortiguamiento del sistema. Aquí se determinarán las señales que tienen que ser realimentadas a los sistemas gobernadores de excitación y velocidad para estabilizar el sistema de potencia ante perturbaciones, al mismo tiempo que se minimiza el esfuerzo de control y el error de la respuesta dinámica.

En forma similar al problema tratado anteriormente, las ecuaciones de la máquina síncrona y de los sistemas gobernadores se expresarán en la forma:

$$\underline{x} = A \underline{x} + B \underline{u}$$

donde: x $n \times 1$ vector estado

u $m \times 1$ vector de control

A $n \times n$ matriz del sistema no controlado

B $n \times m$ matriz de control.

Además dada la funcional de costo:

$$C = \int_0^{\infty} (\underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{u}^T R \underline{u}) dt$$

Donde:

Q nxn matriz de penalización de estado, simétrica semidefinida positiva.

R mxm matriz de penalización del control, simétrica semidefinida positiva.

El problema consiste en obtener el vector de control u , como una composición lineal de las variables de estado que minimize el costo.

3.1 MODELACION DINAMICA DEL SISTEMA

La siguiente teoría está desarrollada viendo a la máquina como un conjunto de circuitos acoplados inductivamente, con los parámetros de autoinducción e inductancia mutua variables periódicamente con la posición angular del rotor.

Se considerará, para la formulación de las ecuaciones, una máquina trifásica de polos salientes, sin devanados amortiguadores, las pérdidas en el hierro y la saturación serán despreciadas, posee cuatro arrollamientos; el arrollamiento de campo y los tres arrollamientos de la armadura o estator.

Ver Figura N°3.1.a

La tensión instantánea en cualquiera de estos arrollamientos puede ser escrita en la forma:

$$v = r i + \frac{d\psi}{dt}$$

donde: r es la resistencia del arrollamiento

i es la corriente

ψ es el flujo concatenado en el arrollamiento, el cual depende de la autoinductancia y la inductancia mutua con los otros.

Los flujos en todos los circuitos pueden expresarse:

$$\psi = \sum L i$$

Denotando los arrollamientos estáticos por los índices a, b, c , y el arrollamiento del circuito de campo por f , entonces las dos últimas ecuaciones pueden expandirse así:

$$v_a = r i_a + \frac{d\psi_a}{dt}$$

$$v_b = r i_b + \frac{d\psi_b}{dt}$$

$$v_c = r i_c + \frac{d\psi_c}{dt}$$

$$v_f = r_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt}$$

$$\psi_a = L_{aa} i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c + L_{af} i_f$$

$$\psi_b = L_{ba} i_a + L_{bb} i_b + L_{bc} i_c + L_{bf} i_f$$

$$\psi_c = L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_{cc} i_c + L_{cf} i_f$$

r representa la resistencia de cada arrollamiento estatórico y r_f representa la resistencia de campo. Como muchas de las inductancias varían con el tiempo, es imposible solucionar las ecuaciones diferenciales y determinar así las corrientes si no conocemos estas inductancias como funciones del tiempo. Sabiendo que: $\theta = \omega_0 t - \delta$

Siendo ω_0 la velocidad angular nominal y δ el valor inicial de θ_0 , se determinan las inductancias en función de la posición del rotor.

Las convenciones para las direcciones positivas de las corrientes y ángulo serán de acuerdo a la Figura N°3.1.b. Los ejes magnéticos de las tres fases del estator están desplazadas una de otra 120° elect. Los ejes directo y en cuadratura del campo están desplazados 90° elect., con el eje en cuadratura adelantado. La posición del rotor está dada por el ángulo θ medido respecto al eje magnético de la fase a.

La autoinductancia de cada fase estatórica es siempre positiva pero varía con la posición del rotor,

siendo mayor cuando el eje directo del campo coincide con el eje de la fase correspondiente y toma su menor valor cuando el eje en cuadratura coincide con él. La variación de la autoinductancia de la fase a puede escribirse mediante la siguiente ecuación:

$$L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta$$

donde L_s es mayor que L_m

Para la fase b y c la variación de la autoinductancia es similar:

$$L_{bb} = L_s + L_m \cos (2\theta + 120)$$

$$L_{cc} = L_s + L_m \cos (2\theta - 120)$$

La inductancia mutua también varía con la posición del rotor. Siempre es negativa, su más grande valor ocurre cuando el eje directo se encuentra entre los ejes de una fase y la dirección opuesta de la otra involucrada. Así el máximo valor absoluto de la inductancia mutua entre las fases a y b ocurre en $\theta = -30$ ó 150 . Las expresiones para ellas son:

$$L_{ab} = -M_s + L_m \cos(2\theta - 120)$$

$$L_{bc} = -M_s + L_m \cos 2\theta$$

$$L_{ca} = -M_s + L_m \cos(2\theta + 120)$$

$$L_{ba} = L_{ab} \quad L_{cb} = L_{bc} \quad L_{ac} = L_{ca}$$

La inductancia mutua entre el arrollamiento de campo y cualquier fase estática toma su mayor valor cuando el eje directo coincide con el eje de esa fase. Ellas pueden ser descritas:

$$\begin{aligned}L_{af} &= L_{fa} = M_f \cos \theta \\L_{bf} &= L_{fb} = M_f \cos(\theta - 120) \\L_{cf} &= L_{fc} = M_f \cos(\theta - 120)\end{aligned}$$

La autoinductancia del arrollamiento de campo L_{ff} es constante. Si se reemplazaran las expresiones de las inductancias, variables en el tiempo, en las ecuaciones de flujos y éstas en las de tensiones - las resultantes serían muy complicadas, como por ejemplo para la fase a:

$$\begin{aligned}v_a &= (r - 2\omega L_m \sin 2(\omega t - \delta_o)) i_a - (2\omega L_m \sin(2\omega t - 2\delta_o - 120)) i_b \\&\quad - (2\omega L_m \sin(2\omega t - 2\delta_o + 120)) i_c - (\omega M_f \sin(\omega t - \delta_o)) i_f \\&\quad + (L_s + L_m \cos 2(\omega t - \delta_o)) \frac{di_a}{dt} + (M_s + L_m \cos(2\omega t - 2\delta_o - 120)) \frac{di_b}{dt} \\&\quad + (M_s + L_m \cos(2\omega t - 2\delta_o + 120)) \frac{di_c}{dt} + (M_f \cos(\omega t - \delta_o)) \frac{di_f}{dt}\end{aligned}$$

Las ecuaciones de la máquina síncrona pueden ser simplificadas mediante una substitución apropiada de variables, una transformación. Es decir, un conjunto de corrientes, tensiones y flujos ficticios definidos como funciones de las corrientes, tensiones y flujos reales, y luego serán reemplazados en las ecuaciones, como en la última por -

ejemplo. La substitución particular que será usada es la derivada por R.H. Park, de allí su denominación la transformación de Park y a las variables ficticias, variables de Park. Es la siguiente:

Sea:

$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta & 1 \\ \cos(\theta-120) & -\text{sen}(\theta-120) & 1 \\ \cos(\theta+120) & -\text{sen}(\theta+120) & 1 \end{bmatrix}$$

entonces, toda variable real puede ser expresada como:

$$\text{variable}_{a,b,c} = (T) \times \text{variable}_{d,q,o}$$

Ninguna transformación afectará las variables del circuito de campo.

De esta manera:

$$i_a = i_d \cos \theta - i_q \text{sen } \theta \quad i_o$$

$$i_b = i_d \cos(\theta-120) - i_q \text{sen}(\theta-120) \quad i_o$$

$$i_c = i_d \cos(\theta+120) - i_q \text{sen}(\theta+120) \quad i_o$$

De igual forma los flujos reales y las tensiones.

Las nuevas expresiones resultantes se enumeran:

- Para los flujos

$$\psi_d = (L_s + M_s + 3/2 L_m) i_d + M_f i_f$$

$$\psi_q = (L_s + M_s - 3/2 L_m) i_q$$

$$\psi_o = (L_s - 2M_s) i_o$$

$$\psi_f = 3/2 M_f i_d + L_f i_f$$

$$\text{Haciendo: } L_d = L_s + M_s \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_s}$$

$$L_q = L_s + M_s - \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_s}$$

$$L_o = L_s - 2M_s$$

Las ecuaciones pueden escribirse así:

$$\psi_d = L_d i_d + M_f i_f$$

$$\psi_q = L_q i_q$$

$$\psi_o = L_o i_o$$

$$\psi_f = \frac{3}{2} M_f i_d + L_f i_f$$

La corriente i_d puede interpretarse como una corriente instantánea en un arrollamiento ficticio estático que gira a la misma velocidad del rotor y permanece en tal posición que su eje coincide con el eje directo del campo, la interpretación de i_q es similar excepto que actúa en el eje en cuadratura. Los flujos concatenados por estos arrollamientos ficticios son ψ_d y ψ_q , se ve que en estos circuitos la permanencia es constante por lo que L_d y L_q son independientes de la posición del rotor.

Para las tensiones

$$v_d = r i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_q = r i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \psi_d \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_o = r i_o + \frac{d\psi_o}{dt}$$

Colocando las tensiones en función de las corrientes exclusivamente:

$$v_d = r i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - L_q i_q \frac{d\theta}{dt} + M_f \frac{dif}{dt}$$

$$v_q = r i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + (L_d i_d + M_f i_f) \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_o = r i_o + L_o \frac{di_o}{dt}$$

$$v_f = r_f i_f + L_{ff} \frac{dif}{dt} + \frac{3}{2} M_f \frac{did}{dt}$$

Generalizando las ecuaciones cuando la máquina posee arrollamientos amortiguadores en los ejes directo y cuadratura, además de considerar el funcionamiento como generador de la máquina síncrona para lo cual los sentidos de i_d e i_q se invierten, las ecuaciones se escriben:

$$\psi_d = M_f i_f - L_d i_d + M_{1dd} i_{1d}$$

$$\psi_q = M_{1qq} i_{1q} - L_q i_q$$

$$\psi_f = L_{ff} i_f - \frac{3}{2} M_f i_d + M_{1df} i_{1d} \quad \text{Ecuac. 3.1}$$

$$\psi_{1q} = L_{1qq} i_{1q} - \frac{3}{2} M_{1qq} i_q$$

$$\psi_{1d} = L_{1dd} i_{1d} - \frac{3}{2} M_{1dd} i_d + M_{1df} i_f$$

$$v_d = -r i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_q = -r i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \psi_d \frac{d\theta}{dt} \quad \text{Ecuac. 3.2}$$

$$v_{1q} = r_{1q} i_{1q} + \frac{d\psi_{1q}}{dt}$$

$$v_{1d} = r_{1d} i_{1d} + \frac{d\psi_{1d}}{dt}$$

Expresando las ecuaciones en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_{1d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_d & M_f & M_{1dd} \\ -\frac{3}{2} M_f & L_{ff} & M_{1df} \\ -\frac{3}{2} M_{1df} & M_{1df} & L_{1dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{1d} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_q \\ \psi_{1q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_q & M_{1q} \\ -\frac{3}{2} M_{1q} & L_{1qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_{1q} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuac. 3.3}$$

Formulación de las ecuaciones de la máquina sin crona en la forma de variable de estado.

Seleccionando a los flujos como variables de estado, pues lleva a una formulación directa a partir de las ecuaciones, además considerando que:

$$\theta = \omega_0 t - \delta, \text{ tenemos que de las ecuaciones 3.2:}$$

$$\frac{d\psi_d}{dt} = v_d - r i_d - \psi_q \left(\omega_0 - \frac{d\delta}{dt} \right)$$

$$\frac{d\psi_q}{dt} = -v_q - r i_q - \psi_d \left(\omega_0 - \frac{d\delta}{dt} \right)$$

$$\frac{d\psi_f}{dt} = -v_f - r_f i_f \quad \text{Ecuac. 3.4}$$

$$\frac{d\psi_{1q}}{dt} = r_{1q} i_{1q}$$

$$\frac{d\psi_{1d}}{dt} = r_{1s} i_{1d}$$

Despejando las corrientes en función de los flujos de las ecuaciones 2.1, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_{1d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11d} & Y_{12d} & Y_{13d} \\ Y_{21d} & Y_{22d} & Y_{23d} \\ Y_{31d} & Y_{32d} & Y_{33d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_f \\ \psi_{1d} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_q \\ i_{1q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11q} & Y_{12q} \\ Y_{21q} & Y_{22q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_q \\ \psi_{1q} \end{bmatrix}$$

Que sustituyendo en las ecuaciones 3.4 resultan las ecuaciones en variable de estado de las puertas eléctricas; para la puerta mecánica se despeja del balance de potencias:

$$P_{mec} = M \frac{d^2\delta}{dt^2} + D \frac{d\delta}{dt} + P_{elect.}$$

Donde:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_0 - \omega$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

$$P_{\text{elect}} = i_1 v_q + i_d v_d = w(i_q \psi_d - i_d \psi_q) = w M_{\text{elect}}$$

Reescribiendo entonces, las ecuaciones de la -
puerta mecánica son:

$$\frac{d\mathcal{J}}{dt} = \omega_0 - w$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M} \left(-D \frac{d\mathcal{J}}{dt} - \omega_0 M_{\text{elec}} + P_{\text{mec}} \right)$$

Resumiendo se tiene:

$$\dot{\psi}_d = -v_d - r_{11d} \psi_d - r_{12d} \psi_f - r_{13d} \psi_{1d} - \omega_0 \psi_q + \dot{\mathcal{J}} \psi_q$$

$$\dot{\psi}_q = -v_q - r_{11q} \psi_q - r_{12q} \psi_{1q} - \omega_0 \psi_d + \dot{\mathcal{J}} \psi_d$$

$$\dot{\psi}_f = v_f - r_{f21d} \psi_d - r_{f22d} \psi_f - r_{f23d} \psi_{1d}$$

$$\dot{\psi}_{1q} = -r_{1q21q} \psi_q - r_{1q22q} \psi_{1q}$$

$$\dot{\psi}_{1d} = -r_{1d31d} \psi_d - r_{1d32d} \psi_f - r_{1d33d} \psi_{1d}$$

$$\dot{\mathcal{J}} = \omega_0 - w$$

$$\ddot{\mathcal{J}} = \frac{1}{M} \left(-D \dot{\mathcal{J}} - \omega_0 M_{\text{elec}} + P_{\text{mec}} \right)$$

Formulación de las ecuaciones de la máquina -
síncrona en la forma de variable de estado.

Haciendo:

$$x_1 = \delta$$

$$x_2 = \dot{\delta}$$

$$x_3 = \psi_d$$

$$x_4 = \psi_f$$

$$x_5 = \psi_{1d}$$

$$x_6 = \psi_q$$

$$x_7 = \psi_{1q}$$

Tenemos en variable de estado:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{D}{M} x_2 - \omega_0 M_{elec} + P_{mec}$$

$$\dot{x}_3 = -v_d - r_{11d} x_3 - r_{12d} x_4 - r_{13d} x_5 + x_2 x_6 - \omega_0 x_6$$

$$\dot{x}_4 = v_f - r_{f21d} x_3 - r_{f22d} x_4 - r_{f23d} x_5$$

$$\dot{x}_5 = -r_{1d} Y_{31d} x_3 - r_{1d} Y_{32d} x_4 - r_{1d} Y_{33d} x_5$$

$$\dot{x}_6 = -v_q - r_{11q} x_6 - r_{12q} x_7 + x_2 x_3 - \omega_0 x_3$$

$$\dot{x}_7 = -r_{1q} Y_{21q} x_6 - r_{1q} Y_{22q} x_7$$

En donde P_{mec} y V_f son determinadas por los reguladores de velocidad y tensión respectivamente; v_d y v_q de las características de la red.

Simplificaciones:

Considerando para el problema que:

- La resistencia de los devanados estáticos es despreciable.
- No existen devanados amortiguadores.
- Las variaciones de los flujos ψ_d, ψ_q con respecto al tiempo son despreciables.
- La variación del ψ_f respecto al tiempo es pequeño.

Entonces las ecuaciones 3.1 y 3.2 se reducen.

$$\psi_d = -L_d i_d + M_f i_f \quad 3.6.1$$

$$\psi_q = -L_q i_q \quad 3.6.2$$

$$\psi_f = -3/2 M_f i_d + L_{ff} i_f \quad 3.6.3 \quad \text{Ec.3.6}$$

$$v_d = -w \psi_q \quad 3.6.4$$

$$v_q = w \psi_d \quad 3.6.5$$

$$v_f = r_f i_f + \frac{d \psi_f}{dt}$$

De la topología de la red de estudio. Ver figura N°3.2

$$v_t(j B) + (V_t - V_0) / jx = i$$

$$v_t = v_d + jv_q$$

$$i = i_d + jv_q$$

Se derivan las ecuaciones:

$$v_d \left(B - \frac{1}{x} \right) + \frac{V_o \operatorname{sen} \delta}{x} = i_q \quad 3.7$$

$$v_q \left(\frac{1}{x} - B \right) - \frac{V_o \operatorname{cos} \delta}{x} = i_d \quad 3.8$$

Reemplazando 3.6.2 en 3.6.4 luego en 3.7 entonces:

$$i_q = \frac{V_o \operatorname{sen} \delta}{X_q} \quad 3.9$$

$$v_d = \frac{x_q V_o \operatorname{sen} \delta}{X_q} \quad 3.10$$

Donde:

$$X_q = x + x_q (1 - xB)$$

De 3.6.5. en 3.6.1 resolviendo para v_q e i_d

$$\frac{v_q}{\omega} + 2 i_d = M_f i_f$$

conjuntamente con 3.8 se tiene:

$$i_d = \frac{\omega M_f (1 - xB) i_f - v_o \operatorname{cos} \delta}{X_d} \quad 3.11$$

Donde: $X_d = (1 - xB)x_d + x$

despejando i_p en 3.6.6 junto con 3.11 en 3.6.3

luego de trabajo algebraico:

$$\psi_f = \frac{t'_{do} X'_d}{X_d} (\dot{\psi}_f - v_f) + 3/2 M_f \frac{v_o \operatorname{cos} \delta}{X_d} \quad 3.12$$

Donde:

$$t'_{do} = L_{ff}/r_f$$

$$x'_d = w \left(L_d - \frac{3}{2} \frac{M_f^2}{L_{ff}} \right)$$

$$X'_d = (1-x_B)x'_d + x$$

Multiplicando 3.12 por M_f/r_f y reagrupando

$$\dot{\psi}_F = v_F \frac{X_d}{t_{do} X'_d} \psi_F + \frac{(k_d - x'_d)}{X'_d} v_o \cos \delta \quad 3.13$$

Donde:

$$\psi_F = \frac{w M_f}{r_f} \psi_f$$

$$v_F = \frac{w M_f}{r_f} v_f$$

Además:

$$v_F \dot{\psi}_F = w M_f i_f = \frac{X_d}{t_{do} X'_d} \psi_F - \frac{(x_d - x'_d)}{X'_d} v_o \cos \delta$$

En 3.11

$$i_d = \frac{(1-x_B)}{X'_d t'_{do}} \psi_F - \frac{v_o \cos \delta}{X'_d}$$

$$v_q = \frac{x \psi_F}{X'_d t'_{do}} + \frac{x'_d v_o \cos \delta}{X'_d}$$

$$P_{\text{elect}} = i_q v_q + v_d i_d$$

$$P_{\text{elect}} = \frac{v_o \psi_F \sin \delta}{x'_d t'_{do}} + \frac{(x'_d - x_q) v_o^2 \sin 2\delta}{2 x'_d x_q} \quad 3.14$$

Para la puerta mecánica, en cantidades incrementales :

$$P'_{\text{mec}} = M \frac{dw'}{dt} + Dw' + (P_{\text{elect}} - P_o)$$

$$\frac{dw'}{dt} = \frac{1}{M} (P_{\text{mec}} - Dw' - (P_{\text{elect}} - P_o)) \quad 3.15$$

$$P_{\text{mec}} = g' + 1.5 h'$$

Linealización.

De las ecuaciones no lineales 3.13 y 3.14 se deriva la ecuación diferencial lineal para las cantidades incrementales ψ'_F , δ' , w'

$$\frac{d\delta'}{dt} = w' \quad 3.16$$

$$\begin{aligned} \frac{dw'}{dt} = \frac{1}{M} (g' + 1.5h' - Dw' - & \left(\frac{v_o \cos \delta_o \psi_{F_o} + (x'_d - x_q) v_o^2 \cos 2\delta_o}{x'_d t'_{do} x_q} \right) \delta' \\ & - \frac{v_o \sin \delta_o \psi_F}{x'_d t'_{do}}) \end{aligned} \quad 3.17$$

$$\frac{d\psi'_F}{dt} = -\frac{(x_d - x'_d)}{x'_d} v_o \sin \delta_o \delta' - \frac{x_d}{x'_d} \frac{\psi'_F}{t'_{do}} + v'_F \quad 3.13$$

Modelación de los sistemas reguladores

De la ecuación

Referencia a la figura N°3.3

Si R_e y L_e representan respectivamente la resistencia e inductancia del campo de la excitatriz, entonces por la ley de Kirchhoff.

$$V_R = R_e \Delta i_e + L_e \frac{d}{dt} (\Delta i_e)$$

La excitatriz producirá K_1 voltios en la armadura por amperio de la corriente de campo, esto es

$$V_f = K_1 \Delta i_e$$

Tomando la transformada de Laplace y las dos últimas expresiones y la eliminación de i_e se obtiene la función de transferencia de la excitatriz.

$$G_e = \frac{V_f(s)}{V_R(s)} = \frac{K_e}{1 + S T_e}$$

$$K_e = \frac{K_1}{R_e} \quad T_e = \frac{L_e}{R_e}$$

Del gobernador de velocidad

De la deducción realizada en el capítulo anterior, es función de transferencia correspondiente:

$$= \frac{1}{\sigma + Tg s}$$

Los esquemas de control ensayados, en las que se indican las estrategias de control u_1 u_2 a implementar se muestran en las figuras N°3.4

Asimismo, la realimentación de u_1 e u_2 se realizan vía interfase un amplificador y un servomotor respectivamente cuyas funciones de transferencia también se indican.

Modelación de la turbina y tubería de presión.

En referencia a la figura N°3.5

$L = A + B$ longitud de la tubería de presión

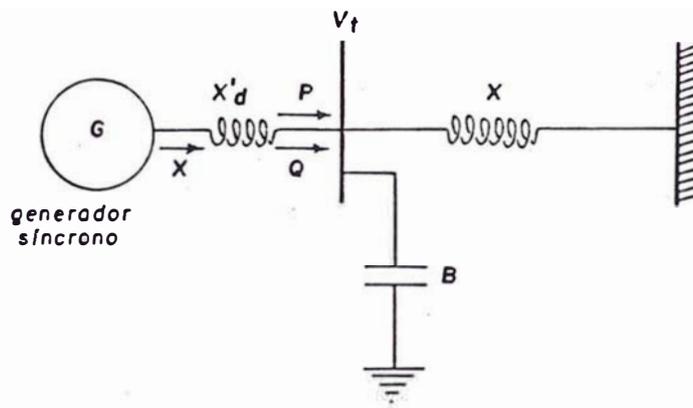
$V =$ velocidad del agua

$H =$ carga hidráulica

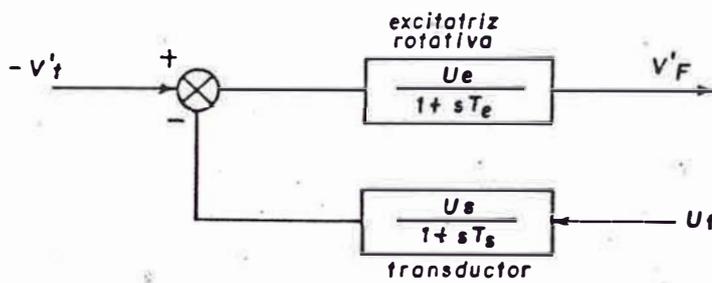
$=$ peso específico.

La velocidad del agua en la tubería está dada por:

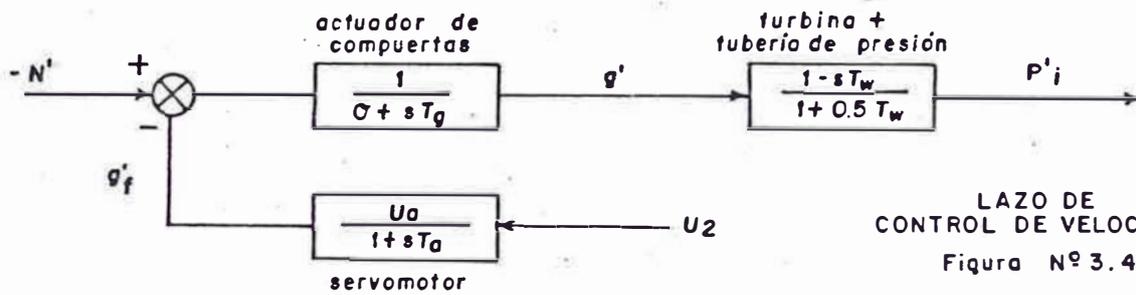
$$V = G \sqrt{H}$$



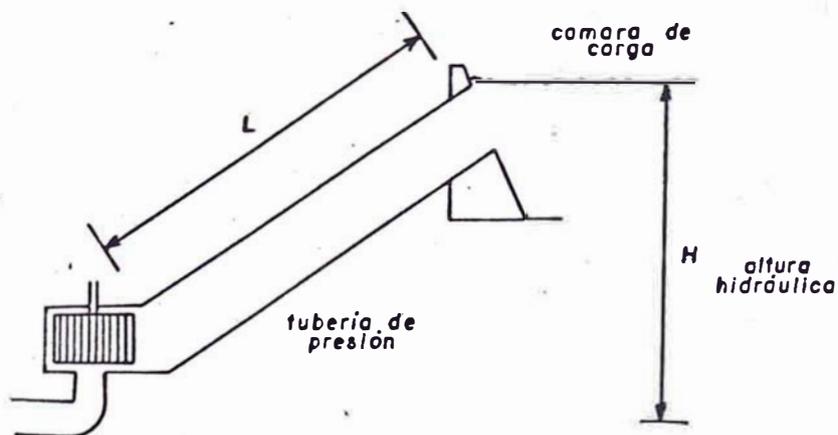
RED DE ESTUDIO
Figura N°3.2



LAZO DE CONTROL DE EXCITACION
Figura N°3.3



LAZO DE CONTROL DE VELOCIDAD
Figura N°3.4



CENTRAL HIDRAULICA

Figura N°3.5

Donde: G representa la posición de las compuertas.

Para pequeñas perturbaciones alrededor del punto de operación, linealizando:

$$\Delta v = 1/2 \Delta H + \Delta G$$

Normalizando

$$= \frac{\Delta V}{V^*} \quad h = \frac{\Delta H}{H^*} \quad g = \frac{\Delta G}{G^*}$$

Sustituyendo en:

$$\frac{\Delta V}{V^*} = \frac{1}{2} \frac{\Delta H}{H^*} + \frac{\Delta G}{G^*}$$

La ecuación para la aceleración de la columna - hidráulica se obtiene de las leyes de Newton.

$$F = m.a.$$

- Columna de agua

a) Masa del agua en la tubería $L \Delta \rho$

b) Aceleración de la masa de agua en la tubería

$$= \frac{d}{dt} \Delta v$$

- Compuertas

c) Cambio incremental de la masa de la carga hidráulica en las compuertas = $\Delta \rho \Delta H$

d) a aceleración de la gravedad

Linealizando $\Delta P = \Delta H + \Delta V$

Normalizando $P_m = \frac{\Delta P}{P^*}$

$$\frac{\Delta P}{P^*} = \frac{\Delta H}{H^*} + \frac{\Delta V}{V^*}$$

Sustituyendo:

$$\frac{\Delta P}{P^*} = -T_w s \frac{\frac{\Delta G}{G^*}}{(1+0.5 T_w s)} + \frac{\frac{\Delta G}{G^*}}{(1+0.5 T_w s)}$$

$$\frac{\Delta P}{P^*} = \left(\frac{1-T_w s}{1+0.5 T_w s} \right) \frac{\Delta G}{G^*}$$

Normalizando:

$$\frac{P_m}{g} = \frac{1-T_w s}{1+0.5 t_w s}$$

es la ecuación de transferencia, expresa los cambios de potencia en función de cambios de posición de las compuertas.

Con los modelos simplificados de los reguladores de excitación y velocidad que se muestran en la figura N°3.4.

Lazo de control excitación.

$$\frac{d v_F'}{dt} = \frac{v_F'}{t_e} + \frac{u_e}{t_e} (-v_t' - v_s') \quad 3.19$$

$$\frac{dv'_s}{dt} = \frac{-v'_s}{ts} + \frac{us}{ts} u_1 \quad 3.20$$

Ademas:

$$v_t = v_d^2 + v_q^2$$

$$v'_t = \frac{v_{do}}{v_{to}} v'_d + \frac{v_{qo}}{v_{to}} v'_q$$

$$v'_t = \frac{v_{do}}{v_{to}} \frac{x_q v_o \cos \delta_o}{x_q} \delta' + \frac{v_{qo}}{v_{to}}$$

$$\left(\frac{x}{x'_d} \frac{v_o}{v_{do}} \psi' F - \frac{x'_d v_o \sin \delta_o}{x'_d} \right) \delta'$$

Lazo de control Velocidad

$$\frac{dq'}{dt} = \frac{q'}{tg} + \frac{1}{tg} (-w' - gf) \quad 3.21$$

$$\frac{dg'}{dt} = \frac{-g'}{ta} + \frac{ua}{ta} u_2 \quad 3.22$$

$$\frac{dh'}{dt} = -2 \frac{dg'}{dt} = \frac{2}{tw} h' \quad 3.23$$

3.2 DINAMICA DEL SISTEMA EN LA FORMA DE VARIABLE DE ESTADO

Reuniendo las ecuaciones de las puertas y de los reguladores y escogiendo como variables de estado:

$$x_1 = \delta'$$

$$x_2 = w'$$

$$x_3 = F'$$

$$x_4 = v_F'$$

$$x_5 = v_S'$$

$$x_6 = g'$$

$$x_7 = g_f'$$

$$x_8 = h'$$

Formulando el problema en variable de estado:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

la matrices A y B resultan ser como:

- Matriz A

0	1	0	0	0	0	0	0
a_{21}	$-\frac{D}{M}$	a_{23}	0	0	$\frac{1}{M}$	0	$\frac{1.5}{M}$
a_{31}	0	a_{33}	1	0	0	0	0
a_{41}	0	a_{43}	$-\frac{1}{te}$	$-\frac{ue}{te}$	0	0	0
0	0	0	0	$-\frac{1}{ts}$	0	0	0
0	$\frac{1}{w_0 tg}$	0	0	0	$-\frac{\sigma}{tg}$	$-\frac{1}{tg}$	0
0	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{t}$	0
0	$\frac{2}{w_0 tg}$	0	0	0	$\frac{2\sigma}{tg}$	$\frac{2}{tg}$	$-\frac{2\sigma}{tw}$

$$a_{21} = \frac{-1}{M} \left(\frac{v_o \cos \delta_o}{x'_d t'_{do}} \psi_{Fo} + \frac{(x'_d - x_q)}{x'_d x_l} v_o^2 \cos 2\delta_o \right)$$

$$a_{23} = -\frac{v_o \sin \delta_o}{M x'_d t'_{do}}$$

$$a_{31} = \frac{(x_d - x'_d) v_o \sin \delta_o}{x'_d}$$

$$a_{33} = \frac{-x_d}{x'_d t'_{do}}$$

$$a_{41} = -\frac{u_e v_o}{t_e v_{to}} \left(\frac{x_q v_{do} \cos \delta_o}{x_q} - \frac{x'_d v_{qo} \sin \delta_o}{x'_d} \right)$$

$$a_{43} = -\frac{u_e}{t_e v_{to}} \frac{x v_{qo}}{x'_d t'_{do}}$$

MATRIZ B

0 0

0 0

0 0

0 0

$\frac{u_s}{t_s}$ 0

0 0

0 0

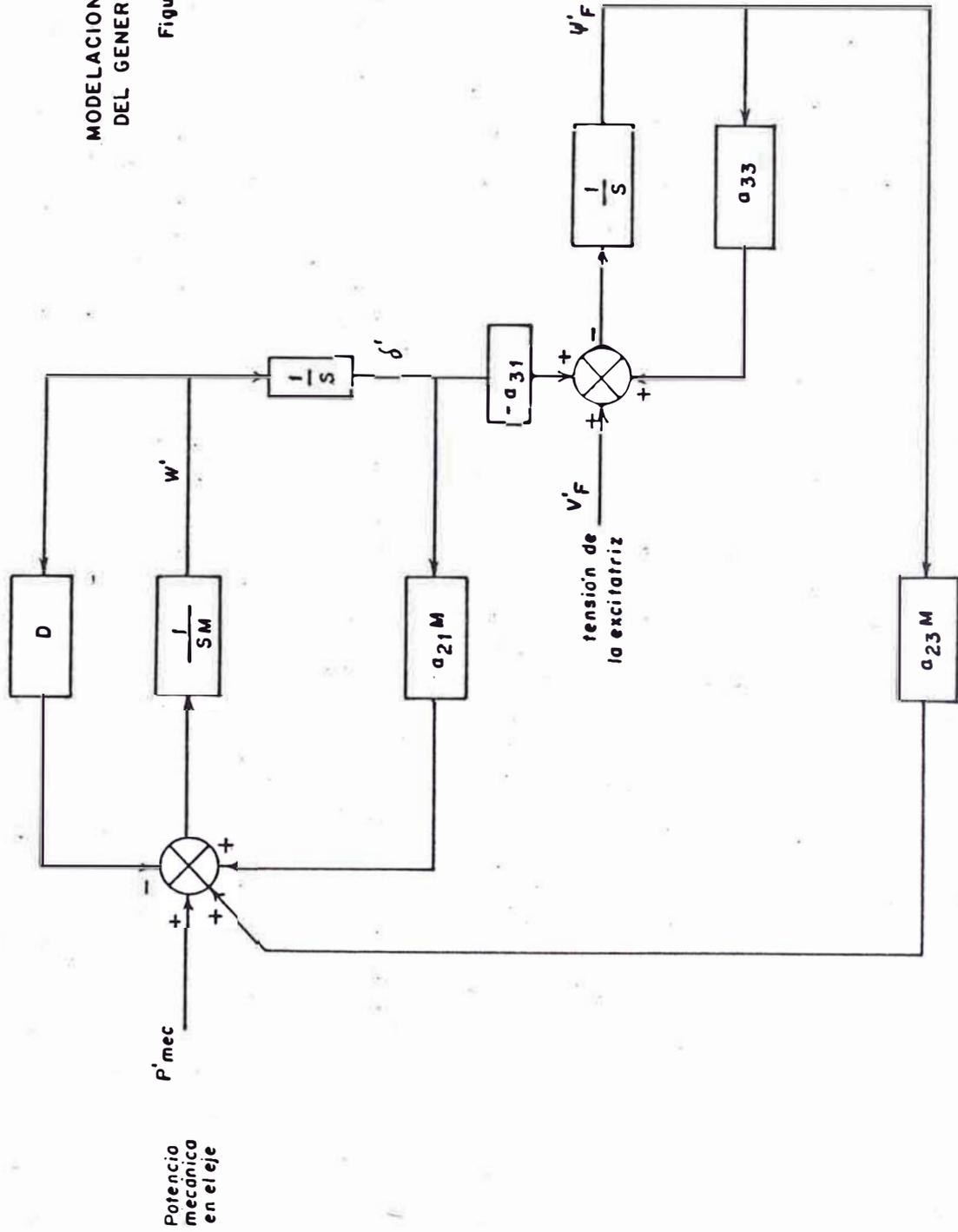
0 $\frac{u_a}{t_a}$

0 $\frac{u_a}{t_a}$

0 0

MODELACION INCREMENTAL
DEL GENERADOR SINCRONO

Figura Nº3.6



3.3 APLICACION DE LOS TEOREMAS DE CONTROL OPTIMO

Con el problema formulado apropiadamente para la aplicación de los Teoremas de Control Optimo, ésta se puede esquematizar en la rutina de programación que se muestra en la figura N°2.6

Simulación

Datos del problema del Control Optimo de una Máquina Síncrona.

- De la línea de transmisión

$$x = 0.7417 \quad B = 0.1339$$

- De la Máquina Síncrona

$$x_d = 1.000 \quad x'_d = 0.270 \quad x_q = 0.6000$$

$$t'_{do} = 9.000 \text{ sgds.} \quad M = 0.02122 \quad D = 0.00537$$

- Del sistema de Control de Excitación

$$u_e = 10.000 \quad t_e = 1.000 \text{ sgds.} \quad t_s = 0.5000 \text{ sgds}$$

- Del gobernador de velocidad y del sistema hidráulico.

$$\alpha = 0.045 \quad t_g = 0.100 \text{ sgds.}$$

$$t_a = 0.010 \text{ sgds.} \quad t_w = 1.600 \text{ sgds.}$$

- De las condiciones de operación de la máquina síncrona.

$$P_o = 0.735 \quad Q_o = 0.-34 \quad v_{t_o} = 1.050$$

$$i_{d_o} = 0.286 \quad i_{q_o} = 0.640 \quad v_{d_o} = 0.384$$

$$v_{q_o} = 0.977 \quad v_{F_o} = 1.263 \quad v_o = 1.058$$

$$\psi_{F_o} = 9.491 \quad \delta_o = 0.887 (50.82^\circ)$$

Las cantidades en las que no se indican unidades se encuentran en valores por unidad.

Resultados

Resultados de la simulación cuando hay énfasis en la penalización de la desviación angular y velocidad.

- Figura N° 3.7

Angulos, sin control y con realimentación óptima.

- Figura N° 3.8

Velocidades, sin control y con realimentación óptima.

- Figura N° 3.9

Tensiones en el devanado de campo, sin control y con realimentación óptima.

- Figura N° 3.10

Flujos concatenados en el devanado de campo, sin control y con realimentación óptima.

Resultados de la simulación, cuando hay énfasis en la penalización de las variables de control.

- Figura N° 3.11

Angulos, sin control y con realimentación óptima.

- Figura N° 3.12

Velocidades, sin control y con realimentación óptima.

- Figura N° 313

Flujos concatenados en el devanado de campo,
sin control y con realimentación óptima.

3.4 SINTESIS DE LA REALIMENTACION OPTIMA

Las acciones de control obtenidas resultan ser:

- Caso Enfasis en las penalizaciones de las desviaciones δ y n

$$u_1 = 0.3321x_1 + 0.1069x_2 + 0.8011x_3 + \\ + 0.9761x_4 - 1.9363x_5 - 3.0831x_6 + \\ + 0.0213 x_7 - 1.4119x_8$$

$$u_2 = 1.1572x_1 - 4.6774x_2 + 0.3102x_3 \\ - 0.0022x_4 + 0.0213x_5 + 1.6709x_6 - \\ - 1.1555x_7 - 5.0032x_8$$

- Caso Penalización similar en todas las variables de estado.

$$u_1 = 0.1538x_1 + 0.0495x_2 + 0.7295x_3 + 0.9634x_4 - \\ - 1.6534x_5 - 1.1230x_6 + 0.0025x_7 - 0.05399x_8$$

$$u_2 = 0.8849x_1 - 1.1104x_2 + 0.2035x_3 + 0.0142x_4 + \\ + 0.0025x_5 + 0.1013x_6 - 0.5224x_7 - 2.4284x_8$$

PUNTOS ANEXOS

La concepción de estos esquemas de control óptimo cuyas ganancias de realimentación han sido ajustadas a valores constantes, fué desarrollada a partir de una aproximación de primer orden del sistema dinámico alrededor de un punto de operación estacionario que no podría considerarse como conservador en el sentido de su ubicación dentro de los límites de estabilidad de funcionamiento.

De esta manera, pues, si la calibración de dichas constantes hubieran sido derivadas de una linealización en algún otro punto, dicho esquema no proporcionaría un adecuado amortiguamiento cuando alguna perturbación considerable se suceda.

La implementación del control óptimo requiere la medición de todas las variables de estado del sistema, lo que no siempre es factible en la práctica; y más aún, si ello es realizable, los requerimientos de observadores y retardos introducidos son incrementados.

Se han ensayado, teóricamente, alternativas de control Supóptimo a partir de una compresión o reducción de la modelación linealizada del sistema, reduciendo en alguna forma el orden original. La política subóptima así obtenida no exige la realimentación de todas las variables, simplificando de esta forma la estructura de control.

Política subóptima de Control

Los métodos de reducción de orden de los sistemas para su utilización en la confección del controlador óptimo, están fundamentados en la determinación espacial de los eigenvalores de los modelos, entre estos métodos pueden enumerarse:

- La partición del vector de estado del sistema en dos o más partes obteniendo así dos o más sistemas de ecuaciones las cuales son de menor dimensión que el sistema original, luego, los controles son especificados para cada sistema particionado, obtenidos de manera análoga al procedimiento empleado en este trabajo. Finalmente, estos controles son combinados linealmente proveyendo el vector control completo. En resumen, esta aproximación utiliza resultados teóricos óptimos como una guía en la determinación del control subóptimo.

Aquí se requiere una cantidad considerable de análisis antes de obtener un control subóptimo satisfactorio, además la partición de la matriz de control y la del sistema no-controlado exige un proceso de ensayo-error para conseguir un diseño adecuado.

- La técnica de agrupación de los eigenvalores. Consiste en dividir un sistema grande en sistemas más pequeños y obtener un sistema simplificado, de menor orden, que retenga todos los eigenvalores dominantes del sistema original.

Principio del Método Propuesto:

Sea el problema de control óptimo el de conseguir las acciones de control u que gobiernen el sistema.

$$\dot{\underline{x}} = A \underline{x} + B \underline{u} \quad \text{ec.1.}$$

minimizando el costo de funcionamiento.

$$C = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\underline{x}^t Q \underline{x} + \underline{u}^t R \underline{u}) dt \quad \text{ec. 2}$$

Bajo una apropiada transformación $x = Mz$. ec.3

La ecuación 1 llega ser

$$\dot{\underline{z}} = \mathcal{L} \underline{z} + b \underline{u} \quad \text{ec.4}$$

Donde \mathcal{L} es la matriz diagonal cuyos elementos son los eigenvalores del sistema original.

La ecuación 4 puede ser ordenada y seccionada en:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{z}}_1 \\ \dot{\underline{z}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{L}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_1 \\ \underline{z}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \underline{u}$$

De tal manera que $\mathcal{L}_1 \ll \mathcal{L}_2$, tomando en cuenta el mismo ordenamiento y división, las ecuaciones 1 y 3 se pueden expresar:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}}_1 \\ \dot{\underline{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \underline{u}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_1 \\ \underline{z}_2 \end{bmatrix}$$

De la condición $\mathcal{L}_1 \ll \mathcal{L}_2$ determina que el comportamiento del sistema está afectado por los eigenvalores dominantes \mathcal{L}_1

$$\dot{\underline{x}}_1 = A_1^* \underline{x}_1 + B_1 \underline{u} + C_1^*$$

$$A_1^* = A_{11} + A_{12} M_{21} M_{11}^{-1}$$

$$c_1 = A_{12} (M_{22} - M_{21} M_{11}^{-1} M_{12}) \underline{z}_2(t)$$

$$\underline{z}_2(t) = \lim_{\substack{\mathcal{L}_2 t \\ e \rightarrow 0}} \frac{\mathcal{L}_2 t}{e} \underline{z}_2(0) + \int_0^t \frac{\mathcal{L}_2(t, \tau)}{e} b_2 \underline{u}(\tau) d\tau$$

como \mathcal{L}_2 son muy grandes $\underline{z}_2 = 0$

De aquí que el modelo reducido está dado:

$$\dot{\underline{x}}_1 = A_1^* \underline{x}_1 + B_1 \underline{u} \quad \text{ec. 5}$$

Además, las variables \underline{x}_2 del sistema están dadas por:

$$\underline{x}_2 = M_{21} M_{11}^{-1} \underline{x}_1 \quad \text{ec. 6}$$

Reemplazando las ecuaciones 5 y 6 en la función de costo de funcionamiento ecuación 2, el nuevo índice de performance resulta:

$$T^* = 1/2 \int_0^{\infty} (\underline{x}_1^t Q_1 \underline{x}_1 + \underline{u}^t R \underline{u}) dt \quad \text{ec. 7}$$

Q_1 es obtenido de:

$$Q_1 = (I (M_{21} M_{11}^{-1})^t) Q (M_{21}^I M_{11}^{-1}) \quad \text{ec. 8}$$

Finalmente, las ecuaciones 5 y 7 son las correspondientes a las ecuaciones 1 y 2, obtenidas con la técnica de agrupación de eigenvalores, así el problema de control óptimo si bien conserva su formulación, el grado de complejidad ha sido disminuído.

Trascendencia de los controladores óptimos en la estabilidad de los modelos.

En breves palabras, todo problema de control puede entenderse como una reubicación de los polos del sistema, conforme a ello, la utilización de la teoría de control óptimo permite esa localización subordinada al mejoramiento del índice de performance.

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

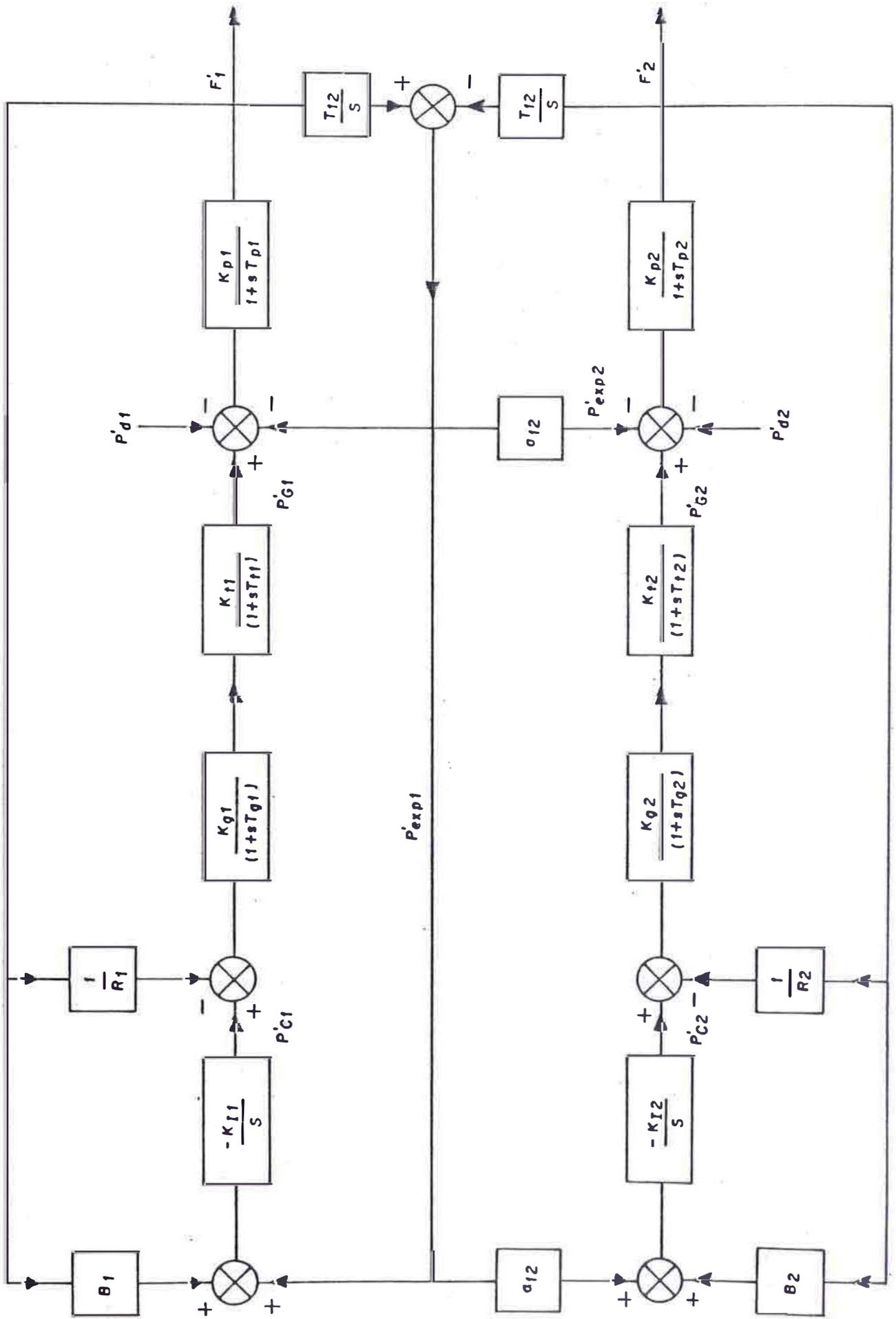
El problema de mantener la invariabilidad de la frecuencia en una forma superior a la que es obtenida con solo la Regulación Natural, es solucionada actuando sobre la posición del variador de velocidad de acuerdo con alguna estrategia de control apropiada. Al margen de que si los esquemas son convencionales o del tipo propuesto aquí, ambos deben ceñirse a un grupo de especificaciones para el sistema de control propuesto que al final determinará la sofisticación del método sugerido, entre ellas:

1. El lazo de control debe ser caracterizado por un suficiente grado de estabilidad.
2. La desviación de la frecuencia debe retornar a cero luego de alguna perturbación de carga. La desviación transitoria de la frecuencia debería ser minimizada tomando en cuenta que ésta depende la magnitud de la perturbación.

3. La integral del error de la frecuencia no debería exceder cierto límite máximo identificado como error máximo de tiempo.
4. Los generadores individuales del área de control deberían dividirse la carga total para obtener una máxima economía.
5. La variación estacionaria de la potencia de interconexión, luego de una perturbación, debería ser -cero. Esto garantiza que cada área absorba su pro pia carga.

La estabilidad siempre ha sido un problema en el control de lazo cerrado. Por lo general, a mayor rigidez y exigencia de las restricciones, mayor es el riesgo de que el lazo de control se torne inestable.

De un vistazo a las especificaciones pueden deducirse una jerarquía y subordinación entre ellas, y unívocamente pueden plantearse lazos de control, correspondiendo a un determinado grado de importancia una acción de control cuya velocidad de respuesta sea similarmente ponderada. De acuerdo a ello, y en referencia al problema Potencia-Frecuencia para el caso de dos áreas interconectadas, la estructura típica del controlador utilizado se observa en la figu ra N°C.1 y su expresión matemática es de la forma:



CONTROL TIPICO CARGA - FRECUENCIA CASO 2 AREAS

$$K \int (P'_{\text{exp}} + Bf') dt$$

del tipo integral, en la que parcialmente el variador de velocidad es comandado por una señal que es obtenida amplificando y luego integrando la desviación de la frecuencia con lo que las especificaciones que la involucran son satisfechas. Esta componente de control integral llevará a cero la desviación estática de la frecuencia debido a que si algún error de frecuencia persistiera, la salida del integrador se incrementaría originando la actuación del variador de velocidad. La posición de éste logrará estabilizarse solamente cuando la desviación de frecuencia se haya reducido a cero. La constante de amplificación controla la razón de integración y por lo tanto, la velocidad de respuesta de este lazo, además de la característica dinámica de recuperación de la frecuencia.

De igual manera, se explica la naturaleza del término restante del integrando que está concebido para la eliminación del error estacionario en el flujo de potencia de intercambio. El requerimiento económico de una distribución óptima de la generación es el lazo más externo, más lento que corresponde a un esquema de control de Despacho Económico y que no

se muestra directamente sino en la forma de los valores consigna de intercambio predeterminados con dicha rutina.

La respuesta estática de este controlador será la eliminación de las desviaciones estacionarias. A consecuencia de cualquier perturbación en alguna de las áreas, un nuevo estado de equilibrio puede conseguirse solamente después que los variadores de velocidad hayan alcanzado posiciones estacionarias, ésto evidentemente requiere que ambos integrandos sean nulos:

$$P'_{\text{exp } 1, ee} + B_1 f'_{ee} = 0$$

$$P'_{\text{exp } 2, ee} + B_2 f'_{ee} = 0$$

$$f'_{ec} = \frac{-P'_{\text{exp } 1, ee}}{B_1} \quad \text{Ecuación C.1}$$

La respuesta dinámica está sujeta a las innumerables alternativas de asignar valores a las constantes B que podrían variar desde los extremos siguientes:

$B = 0$, el sistema controla la potencia de interconexión pero la frecuencia tendrá un error estacionario.

$K = 0$ y $K \times B \neq 0$ entonces las acciones de control son insensibles a las desviaciones en el flujo de interconexión pero la frecuencia es controlada apropiadamente.

Existirán pues entre estos dos extremos, valores intermedios de B y K para que la frecuencia y la potencia de intercambio no presenten errores estacionarios, siendo éste el caso de interés.

La metodología convencional para la determinación de los valores B está fundamentada en un razonamiento para la condición de estado estacionario, así puede despejarse que la desviación estacionaria de la frecuencia que es producida por una perturbación de carga, para el sistema de dos áreas sin esquema de control alguno, está dado por:

$$f'_{ee} = \frac{-P'_{exp} 1,ee}{D_1 + \frac{1}{R_1}} \quad \text{Ecuac. C.2}$$

cuando la perturbación ocurre en esa área, considerando que el flujo de interconexión no debe modificarse. Por lo que de las ecuaciones C.1 y C.2 se determina que las constantes deberían tomar los valores:

$$B_1 = D_1 + \frac{1}{R_1} \quad B_2 = D_2 + \frac{1}{R_2}$$

Es decir, que el ajuste del controlador para un área dada, está determinado por las características de esa área y no está influenciada por las características de las áreas a las que está interconectada. Como puede verse esta estrategia de control está basada en un razonamiento netamente intuitivo y aún si el ajuste de los parámetros están "respaldados" formalmente, casi en lo absoluto la característica transitoria de recuperación no se ha tomado en consideración. La aplicación de la Teoría de Control Óptimo para el desarrollo del controlador óptimo, - del cual solo se preveía que era la composición lineal de las variables de estado, demuestra no solamente la estrategia obtenida satisface los requerimientos de carácter estacionario, sino que la transición a un nuevo estado de equilibrio no presenta tendencias oscilatorias, siendo ésto último fundamental para un sistema de Potencia en el que virtualmente no existe estado estacionario debido a la peculiaridad de la demanda del consumo. La forma del controlador óptimo muestra que:

- Utilizando toda la información sobre el sistema, las variables de estado, la respuesta del sistema, es del tipo suave, no oscilatoria.
- Los controladores de las áreas son esencialmente desacoplados, ésto puede observarse a partir

de los coeficientes del controlador de una área en los que de menor ponderación son los correspondientes a las variables de estado referentes al área vecina. Prescindiendo de estas señales, extrañas al área de interés, se observa que la ubicación de los eigenvalores no se altera significativamente.

Los controladores Megavatios - Frecuencia, deberían ser funciones no solamente de la integral de las desviaciones del flujo en la interconexión y de la frecuencia, sino también de la desviación del flujo en la interconexión, de su rapidez de variación, de la desviación de la frecuencia, de la posición de la válvula del gobernador y de la desviación de la generación del área en particular.

Inicialmente, el problema Potencia Activa-Frecuencia se consideró independiente del problema Potencia Reactiva-Tensión por dos razones: una razón es que para pequeños cambios en la carga del sistema, los niveles de tensión permanecen casi imperturbables aún cuando la frecuencia si experimenta fluctuaciones. La otra, es que el problema de control Potencia Reactiva-Tensión tiene una respuesta más rápida que el lazo Megavatios-Frecuencia.

En el problema del Control Óptimo de una máquina síncrona se consideró tal acoplamiento existente. Como se vé, solo se tomó en cuenta la característica - de los dispositivos actuantes-excitatriz rotativa y el gobernador de las compuertas y la presencia de - los retardos introducidos por los transductores; con la aplicación de la Teoría de Control Óptimo, en una forma "natural" se logró la estructura de lo que en realidad vendrían a conformar el Regulador de Voltaje y el Controlador de la velocidad. Consiguiéndose en este sentido de un sustento formal para la implementación de los nuevos reguladores no solo de velocidad sino de excitación en el cual confluyen además de la señal de tensión del generador, mediciones de los diferentes estados del sistema y en forma indirecta las convencionales señales estabilizantes que siempre se realimentan al dispositivo actuador.

El grado de interacción puede observarse de la comparación de las gráficas de las señales eléctricas y mecánicas correspondientes a penalizaciones - diferentes de las variables de estado. Así, el penalizar en un grado bastante diferente las señales mecánicas, distorsionan levemente las respuestas eléctricas; desde el otro punto de vista de las penalizaciones, las respuestas mecánicas si son afectadas considerablemente.

La pregunta de cómo implementar los resultados en un sistema de potencia real; desde que el control es una combinación lineal de las variables de estado, solo una señal será la requerida para alimentar a los actuadores, además al ser un sistema lineal, es siempre posible obtener las variables no medibles por intermedio de las que si son factibles de serlo. Se ha asumido que las mediciones de las variables de estado son medidas continuamente; si en realidad ellas son muestreadas periódicamente entonces, será necesario una razón de muestreo suficientemente alto y un apropiado filtrado de las señales así medidas.

DESCRIPCION DE LOS PROGRAMAS DESARROLLADOS

Descripción del programa que determina la estabilidad absoluta y relativa de los sistemas modelados. La tarea de este programa es el de determinar la estabilidad relativa y absoluta de los sistemas de control lineales expresados en la forma:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}\underline{u} \quad 5.1$$

donde la matriz A es la matriz del sistema no controlado y B es la matriz de control. Una vez que el vector de control u es expresado como una función lineal de las variables de estado x de la siguiente manera:

$$\underline{u} = \underline{P}\underline{x} \quad 5.2$$

la ecuación 5.1 se escribe:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}_c \underline{x} \quad 5.3$$

siendo; $\underline{A}_c = \underline{A} + \underline{B}\underline{P}$

El sistema expresado como en 5.3 es apropiado para el estudio de su estabilidad para diversas estrategias de control así como para el caso no controlado ($P = \emptyset$)

Basado en el hecho de que toda información sobre la estabilidad del sistema en 5.3 está encerrada en los valores propios de la matriz \underline{A}_c ; se obtiene inicialmente la ecuación característica del sistema:

$$p(\lambda) = \det(\underline{A}_c - \lambda I)$$

El siguiente paso consiste en resolver este polinomio obteniendo la ubicación de sus raíces (valores propios) en el plano complejo y por tanto el grado de estabilidad del sistema, la estabilidad relativa.

Finalmente, como son conocidas las posiciones de los valores propios, la estabilidad absoluta es obtenida verificando que todos ellos se encuentren en el semiplano izquierdo, con parte real negativa.

La determinación de los coeficientes de la ecuación característica del sistema se realiza en el programa principal, el análisis de la estabilidad relativa es llevada a cabo en la subrutina ROOTS a quién le es transferida dichos coeficientes, retornando los valores propios del sistema. Los métodos numéricos-empleados corresponden a:

Determinación de la ecuación característica:

Método de Faddeev - Leverrier

Determinación de las raíces de la ecuación característica:

Método de Lin-Bairstow.

- Entrada de datos.

La formulación del problema es: Sea el sistema lineal caracterizado por la ecuación:

$$\dot{\underline{x}} = A_c \underline{x}$$

entonces la ecuación característica es:

$$p(\lambda) = \det(A_c - \lambda I)$$

$$p(\lambda) = a_1\lambda^n + a_2\lambda^{n-1} + \dots + a_i\lambda^{n-i-1} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n$$

cuyas raíces son, $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_k \dots \lambda_n$

n es el orden del sistema.

VARIABLE	VARIABLE FORTRAN	DESCRIPCION
n	ORDEN	Orden de la matriz A.
$a_c(i,j)$	MAT(I,J)	Elementos de matriz A_c
a_i	COEF(I)	i-ésimo coeficiente de la ecuación característica.
	ROOT(K)	k-ésima raíz de la ecuación característica

Tarjeta N°	Variable y formato
1	ORDEN, I2
2	MAT(I,J), primera fila de matriz A_c , nF10.5
.	.
.	.
.	.
n+1	MAT(I,J) última fila de matriz A_c , nF10.5

```

FR ALL
MO EC =ON
FO
  INTEGER ORDEN,B1,C1,D1,L1,M1
  REAL T,MAT,COEF
  COMPLEX ROOT
  DIMENSION MAT(20,20),COEF(10),ROOT(10)
  COMMON ROOT
  DATA MAT/406*0/,COEF/10*0/,ROOT/10*(0,0)/
  *****
  *
  *   PROGRAMA QUE DETERMINA LA ESTABILIDAD RELATIVA Y
  *   ABSOLUTA DE SISTEMAS DINAMICOS LINEALES EXPRESADOS
  *   EN LA FORMA COMPACTA DE VARIABLE DE ESTADO
  *
  *           X = A*X+B*U+G*P
  *           X = MAT*X + G*P
  *   DONDE:  MAT=(A+B*H)   SIENDO: U=H*X
  *
  *   DIMENSIONAR MATRIZ MAT(I,J) DE LA SIGUIENTE MANERA:
  *           MAT(2*ORDEN,ORDEN)
  *
  *****
  READ(20,11)ORDEN
  READ(20,12)((MAT(I,J),J=1,ORDEN),I=1,ORDEN)
  WRITE(30,12)((MAT(I,J),J=1,ORDEN),I=1,ORDEN)
C      DETERMINACION DE LA ECUACION CARACTERISTICA
C      P(Y)=DET(MAT-S*I)

  NN=ORDEN
  DO 5 I=1,ORDEN
  DO 5 J=1,ORDEN
5  MAT(I+ORDEN,J)=MAT(I,J)
  B1=ORDEN+1
  C1=B1+ORDEN
  D1=C1+1
  M1=ORDEN-1
  DO 35 K=1,M1
  T=0
  DO 10 I=1,ORDEN
10  T=T+MAT(I+ORDEN,I)
  MAT(D1,K)=T/K
  DO 20 I=1,ORDEN
20  MAT(I+ORDEN,I)=MAT(I+ORDEN,I)-MAT(D1,K)
  DO 35 J=1,ORDEN
  DO 25 I=1,ORDEN
25  MAT(C1,I)=MAT(I+ORDEN,J)
  DO 35 I=B1,2*ORDEN
  MAT(I,J)=0
  DO 30 L1=1,ORDEN
30  MAT(I,J)=MAT(I,J)+MAT(I-ORDEN,L1)*MAT(C1,L1)
35  CONTINUE
  MAT(D1,ORDEN)=MAT(B1,1)
C  LOS COEFICIENTES DEL POLINOMIO ESTAN ALMACENADOS
C  EN EL VECTOR COEF, EN EL SIGUIENTE ARREGLO:
C      COEF(1)= COEFICIENTE DEL EXPONENTE MAYOR
C      COEF(2)=

```

```

C           "           "           "
C           "           "           "
C           COEF(ORDEN+1)= COEFICIENTE DEL TERMINO CONST. *
COEF(1)=1
DO 40 I=2,ORDEN+1
40 COEF(I)=-MAT(D1,I-1)
WRITE(30,13)'* POLINOMIO CARACTERISTICO *'
DO 45 K=0,ORDEN
45 WRITE(30,14)K,COEF(ORDEN+1-K)
WRITE(30,13)'* VALORES PROPIOS DEL SISTEMA *'
CALL ROOTS(NN,COEF)
DO 50 I=1,ORDEN
50 WRITE(30,15)ROOT(I)
C           VERIFICACION DE LA ESTABILIDAD ABSOLUTA DEL SISTEMA
DO 65 I=1,ORDEN
65 IF(REAL(ROOT(I)).GT.0)GOTO 70
WRITE(30,13)'* SISTEMA ESTABLE *'
STOP
70 WRITE(30,13)'* SISTEMA INESTABLE *'
11 FORMAT(12)
12 FORMAT(8F10.5)
13 FORMAT(1X,A30)
14 FORMAT(1X,'EXPONENTE=',I2,5X,'COEFICIENTE=',F12.6)
15 FORMAT(1X,'PARTE REAL=',F10.5,2X,'PARTE IMAGINARIA=',F10.5)
STOP
END

C*****
C
C           SUBROUTINE ROOTS(N,A)
C           DETERMINA LOS VALORES PROPIOS DEL SISTEMA
C           SOLUCIONANDO LA ECUACION CARACTERISTICA
C           OBTENIENDOSE EL GRADO DE ESTABILIDAD DEL
C           MODELO DINAMICO
C*****
INTEGER B,T,O
COMPLEX RAIZ,SQR,R
DIMENSION A(50),RAIZ(10)
COMMON RAIZ
O=0
V=0
U=0
10 A(N+2)=A(1)
A(N+3)=A(2)+U*A(N+2)
A(N+4)=A(3)+U*A(N+3)+V*A(N+2)
DO 15 I=4,N+1
15 A(N+1+I)=A(1)+U*A(N+1)+V*A(N+1-1)
B=2*N
T=3*N
A(B+3)=A(N+2)
A(B+4)=A(N+3)+U*A(B+3)
A(B+5)=A(N+4)+U*A(B+4)+V*A(B+3)
DO 20 I=4,N
20 A(B+2+I)=A(N+1+1)+U*A(B+1+1)+V*A(B+1)
D=A(T+1)**2-A(1)*A(T+2)
IF(D.NE.0)GOTO 25

```

```

      X=X+1
      Y=Y+1
      GOTO 30
25    X=(A(T)*A(B+2)-A(T+1)*A(B+1))/D
      Y=(A(B+1)*A(T+2)-A(T+1)*A(B+2))/D
30    K=ABS(X)+ABS(Y)
      IF(K.LE.0.00001)GOTO 35
      U=U+X
      V=V+Y
      GOTO 10
35    R=U**2+4*V
      SQR=SQRT(R)
      U=U+1
      RAIZ(O)=(U+SQR)*0.5
      U=U+1
      RAIZ(O)=(U-SQR)*0.5
      GOTO 45
40    U=U+1
      RAIZ(O)=-A(2)/A(1)
      RETURN
45    A(N+2)=A(1)
      A(N+3)=A(2)+U*A(1)
      DO 50 I=3,N-1
50    A(N+1+I)=A(1)+U*A(N+I)+V*A(N+I-1)
      DO 55 I=1,N-1
55    A(I)=A(N+1+I)
      N=N-2
      IF(N.EQ.0)RETURN
      GOTO(40,60,65),N
60    U=-A(2)/A(1)
      V=-A(3)/A(1)
      GOTO 10
65    U=0
      V=0
      GOTO 10
      END
$VU.X
AS 20=DATA
AS 30=RAICES
BEGIN

```

Programa que soluciona la ecuación matricial no lineal de Riccati.

Este programa obtiene la matriz de Riccati derivada en el Apéndice. La ecuación matricial no lineal es "transformada" en un sistema de n^2 ecuaciones cuadráticas simultáneas (n es el grado de las matrices involucradas en la ecuación) sobre las cuales es aplicado el procedimiento general de solución de ecuaciones no lineales de Newton-Raphson extendido al caso vectorial:

$$\underline{v}^{(k)} = \underline{v}^{(k-1)} - \left(\frac{f}{J} \right)^{(k-1)}$$

Donde:

k e-ésima iteración

v es el vector incógnita

f es el vector función

J es la matriz jacobiana del vector función f

En el procedimiento no hace falta despejar individualmente tales ecuaciones cuadráticas pues un manejo apropiado de subíndices evita la formación tediosa de las n^2 ecuaciones; asimismo la utilización del método de diferencias divididas es empleado para la obtención de la matriz jacobiana en forma computacional, no siendo necesario su ingreso en forma ana-

lítica. Durante la computación del algoritmo es indispensable utilizar subrutinas convencionales - de inversión de una matriz y operaciones matriciales para la "evaluación" continua de las n^2 ecuaciones y la obtención de la inversa de la matriz jacobiana.

- Entrada de datos.

La formulación del problema es: Sea la ecuación matricial no lineal:

$$A^t K + KA - KSK + Q = \emptyset \quad 5.4$$

donde A, S y Q son matrices de orden n , A^t es la transpuesta de A.

Entonces se busca la matriz K que cumple 5.4

VARIABLE	VARIABLE FORTRAN	DESCRIPCION
n	N	Orden de las matrices
a(i,j)	AM (I,J)	Elemento de matriz A.
q(i,j)	Q (I,J)	Elemento de matriz Q.
s(imj)	S(I,J)	Elemento de matriz S.
k(i,j)	K(I,J)	Elemento de matriz K.
j(i,j)	JAC(I,J)	Elemento de matriz Jacobiana.
	ERROR	Aproximación en <u>conver</u> gencia.
	DELTA	Parámetro en el método de diferencias divididas.

NITER Número de iteraciones máximo

Tarjeta N°	Variable y formato
1	N, NITER 2I2
2	AM(I,J), primera fila de A, nF10.5
•	•
•	•
•	•
n+1	AM(I,J) última fila de A, nF10.5
n+2	Q(I,J), primera fila de Q, nF10.5
•	•
•	•
•	•
2n+1	Q(I,J), última fila de Q, nF10.5
2n+2	S(I,J), primera fila de S, nF10.5
•	•
•	•
•	•
3n+1	S(I,J), última fila de S, nF10.5
3n+2	K(I,J), primera fila de K, nF10.5
•	•
•	•
•	•
4n+1	K(I,J) última fila de K, nF10.5
4n+2	ERROR, DELTA, 2F10.7

```

FR ALL
MO FO EC=ON
FO
    REAL K,AUXI,INV,JAC
    DIMENSION AM(10,10),A1(10,10),Q(10,10),S(10,10),
    1INV(100,100),PROD(10,10),Q1(10,10),K(10,10),AUXI(10,10),
    2JAC(100,100),FO(100),F1(100),X(100,100),PRGD1(10,10)
    COMMON JAC,INV
    DATA AM/100*0/,A1/100*0/,Q/100*0/,S/100*0/,1INV/10000*0/,
    1PROD/100*0/,Q1/100*0/,K/100*0/,AUXI/100*0/,PRGD1/100*0/,
    2JAC/10000*0/,FO/100*0/,F1/100*0/,X/10000*0/
*****
*
*   PROGRAMA QUE DETERMINA LA MATRIZ DE RICCATI (K) MEDIANTE
*   LA SOLUCION DE LA ECUACION MATRICIAL NO LINEAL DE RICCATI
*
*
*           A*K + K*A - K*S*K + Q = 0
*
*****
    READ(20,11)N,NITER
    READ(20,12)((AM(I,J),J=1,N),I=1,N)
    READ(20,12)((Q(I,J),J=1,N),I=1,N)
    READ(20,12)((S(I,J),J=1,N),I=1,N)
    READ(20,12)((K(I,J),J=1,N),I=1,N)
    READ(20,13)ERROR,DELTA
    KCONT=0
C           INICIALIZACION DEL ALGORITMO
    DO 10 I=1,N
    DO 10 J=1,N
10     AUXI(I,J)=K(I,J)
    NN=N*N
20     KCONT=KCONT+1
    CALL TABUL(AM,AUXI,Q,S,N,FO)
C           DETERMINACION DE LA MATRIZ JACOBIANA
C           METODO DE DIFERENCIAS DIVIDIDAS
    DO 50 J=1,N
    DO 40 I=1,N
    II=(J-1)*N+I
    AUXI(I,J)=AUXI(I,J)+DELTA
    CALL TABUL(AM,AUXI,Q,S,N,F1)
    AUXI(I,J)=AUXI(I,J)-DELTA
    DO 30 JJ=1,NN
    JAC(JJ,II)=(F1(JJ)-FO(JJ))/DELTA
30     CONTINUE
40     CONTINUE
50     CONTINUE
C           ALGORITMO DE NEWTON-RAPHSON
C           CASO VECTORIAL
    CALL INVERS(NN,IFLAG)
    IF(IFLAG.NE.2)GOTO 55
    WRITE(30,14)IFLAG
    STOP
55     CALL TABUL(AM,AUXI,Q,S,N,FO)
    CALL MULT(INV,FO,N,F1)
C           ACTUALIZACION DE LA MATRIZ K

```

```

        DO 60 J=1,N
        DO 60 J=1,N
        X(1,J)=-F1((J-1)*N+1)
60      AUX1(1,J)=AUX1(1,J)+X(1,J)
        IF(KCONT.L1.NITER)GOTO 65
        WRITE(30,15)NITER
        STOP
65      DO 70 J=1,N
        DO 70 J=1,N
70      K(I,J)=AUX1(1,J)
        DO 75 I=1,N
        DO 75 J=1,N
75      IF(ABS(X(I,J)).GT.ERROR)GOTO 20
        CONTINUE
        WRITE(30,16)KCONT
        WRITE(30,12)((K(I,J),J=1,N),I=1,N)
11      FORMAT(2I2)
12      FORMAT(8F9.5)
13      FORMAT(F9.6)
14      FORMAT(5X,'**JACOBIANA SINGULAR, INICIALIZACION ERRONEA**')
15      FORMAT(5X,'**NO CONVERGE EN ',I2,' ITERACIONES**')
16      FORMAT(5X,'APROXIMACION NUMERO: ',I2)
        STOP
        END
C*****
        SUBROUTINE INVERS(ISI,IFLAG)
C*****
        COMMON A(100,100),AIN(100,100)
        DIMENSION AB(5000),B1(100),IPIVOT(100),
        1AINV(5000)
        DO 10 I=1,ISI
        DO 10 J=1,ISI
10      AB((J-1)*ISI+1)=A(I,J)
        CALL FACTOR(AB,AB,IPIVOT,B1,ISI,IFLAG)
        GOTO(20,11),IFLAG
11      RETURN
20      DO 21 I=1,ISI
21      B1(I)=0
        IBEG=1
        DO 30 J=1,ISI
        B1(J)=1.0
        CALL SUBST(AB,B1,AINV(IBEG),IPIVOT,ISI)
        B1(J)=0
30      IBEG=IBEG+ISI
        DO 40 I=1,ISI
        DO 40 J=1,ISI
40      AIN(1,J)=AINV((J-1)*ISI+I)
        RETURN
        END
C*****
        SUBROUTINE FACTOR(AB,W,IPIVOT,D,ISI,IFLAG)
C*****
        DIMENSION AB(ISI,ISI),W(ISI,ISI),IPIVOT(ISI),D(ISI)
        IFLAG=1
        DO 10 I=1,ISI

```

```

      IPIVOT(J)=I
      ROWMAX=0
      DO 9 J=1,ISI
      W(1,J)=AB(1,J)
9      ROWMAX=AMAX2(ROWMAX,ABS(W(1,J)))
      IF(ROWMAX.EQ.0)GOTO 30
10     D(I)=ROWMAX
      NM1=ISI-1
      IF(NM1.EQ.0)RETURN
      DO 20 K=1,NM1
      J=K
      KP1=K+1
      IP=IPIVOT(K)
      COLMAX=ABS(W(IP,K))/D(IP)
      DO 11 I=KP1,ISI
      IP=IPIVOT(I)
      AWIKOV=ABS(W(IP,K))/D(IP)
      IF(AWIKOV.LE.COLMAX)GOTO 11
      COLMAX=AWIKOV
      J=I
      CONTINUE
      IF(COLMAX.EQ.0)GOTO 30
      IPK=IPIVOT(J)
      IPIVOT(J)=IPIVOT(K)
      IPIVOT(K)=IPK
      DO 20 I=KP1,ISI
      IP=IPIVOT(I)
      W(IP,K)=W(IP,K)/W(IPK,K)
      RATIO=-W(IP,K)
      DO 20 J=KP1,ISI
20     W(IP,J)=RATIO*W(IPK,J)+W(IP,J)
      IF(W(IP,ISI).EQ.0)GOTO 30
      RETURN
30     IFLAG=2
      RETURN
      END
C*****
      SUBROUTINE SUBST(W,B1,X,IPIVOT,ISI)
C*****
      DIMENSION W(ISI,ISI),B1(ISI),X(ISI),IPIVOT(ISI)
      IF(ISI.GT.1)GOTO 10
      X(1)=B1(1)/W(1,1)
      RETURN
10     IP=IPIVOT(1)
      X(1)=B1(IP)
      DO 15 K=2,ISI
      IP=IPIVOT(K)
      KM1=K-1
      SUM=0
      DO 14 J=1,KM1
14     SUM=SUM+W(IP,J)*X(J)
15     X(K)=B1(IP)-SUM
      X(ISI)=X(ISI)/W(IP,ISI)
      K=ISI
      DO 20 NP1MK=2,ISI

```

```

      KP1=K
      K=K-1
      IP=IPIVOT(K)
      SUM=0
      DO 19 J=KP1,ISI
19      SUM=SUM+W(IP,J)*X(J)
20      X(K)=(X(K)-SUM)/W(IP,K)
      RETURN
      END

C*****
      SUBROUTINE PRODUCT(FACTA,FACTB,M,N,P,RESC)
C*****
      INTEGER M,N,P
      DIMENSION FACTA(10,10),FACTB(10,10),RESC(10,10)
      DO 15 I=1,M
      DO 15 J=1,P
      RESC(I,J)=0
      DO 10 K=1,N
      RESC(I,J)=RESC(I,J)+FACTA(I,K)*FACTB(K,J)
10      CONTINUE
15      CONTINUE
      RETURN
      END

C*****
      SUBROUTINE SUMA(SUM,SUMB,N,SUMC,ISIGNO)
C*****
      DIMENSION SUM(10,10),SUMB(10,10),SUMC(10,10)
      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
      SUMC(I,J)=SUM(I,J)+ISIGNO*SUMB(I,J)
10      CONTINUE
      RETURN
      END

C*****
      SUBROUTINE TABUL(MATA,MATK,MATQ,MATS,N,V)
C*****
      REAL MATA(10,10),MATK(10,10),MATQ(10,10),V(100),MATRA(10,10),
      1MATS(10,10)
      DIMENSION PROD1(10,10),PROD2(10,10),SUM(10,10),TOT(10,10)
      1,TOTO(10,10),PROD3(10,10),PROD4(10,10)
      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
10      MATRA(J,I)=MATA(I,J)
      CALL PRODUCT(MATK,MATA,N,N,N,PROD1)
      CALL PRODUCT(MATRA,MATK,N,N,N,PROD2)
      CALL SUMA(PROD1,PROD2,N,SUM,1)
      CALL PRODUCT(MATS,MATK,N,N,N,PROD3)
      CALL PRODUCT(MATK,PROD3,N,N,N,PROD4)
      CALL SUMA(SUM,MATQ,N,TOTO,1)
      CALL SUMA(TOTO,PROD4,N,TOT,-1)
      DO 20 I=1,N
      DO 20 J=1,N
20      V((J-1)*N+1)=TOT(I,J)
      RETURN
      END

```

```
C*****  
      SUBROUTINE MULTI(FACTA,FACTB,N,R)  
C*****  
      INTEGER NN1  
      DIMENSION FACTA(100,100),FACTB(100),R(100)  
      NN1=N*N  
      DO 10 I=1,NN1  
      R(I)=0  
      DO 10 J=1,NN1  
10    R(I)=R(I)+FACTA(I,J)*FACTB(J)  
      RETURN  
      END  
$VU.X  
AS 20=D.MRIC  
AS 30=S.MRIC  
BEGIN
```

Programa que determina la respuesta dinámica de los sistemas no controlado y con control óptimo.

Este programa resuelve las ecuaciones ligazón del sistema modelado, pueden estudiarse ambos, el sistema no controlado y el sistema con una específica estrategia de control, asimismo permite la inclusión de perturbaciones y condiciones iniciales.

Es fundamentalmente el método Runge Kutta de cuarto orden para la solución de ecuaciones diferenciales simultáneas y por ello es aplicable a modelos lineales y no lineales. Consta, aparte del programa principal de una subrutina que evalúa las derivadas con lo que cualquier modificación de las ecuaciones diferenciales no entrañaría impacto alguno en el programa en su conjunto.

- Entrada de datos.

Variable	Variable FORTRAN	Descripción
n	N	Orden del sistema o número de ecuaciones diferenciales.
m	M	Número de fuerzas perturbadoras.
	X0	Punto inicial t.
	XN	Punto final de integración.

	H	Paso de integración
$a_c(I,J)$	CONT(I,J)	Elemento de matriz $A_c = A + BP$
$g(I,J)$	G(I,J)	Elemento de matriz G
x_i	VAR(I)	i-ésima variable de estado
\dot{x}_i	DER(I)	Derivada de la i-ésima variable de estado.
Tiempo	IND	Variable independiente
	PERT(I)	Perturbación
Tarjeta N°	Variable y Formato	
1	N,M,X0,XN, H; 2I2, 3F10.7	
2	CONT(I,J), primera fila de matriz A_c , nF10.5	
n+1	CONT(I,J), última fila de matriz A_c , nF10.5	
n+2	G(I,J), primera fila de matriz G, mF10.5	
n+m+1	G(I,J), última fila de matriz G, mF10.5	
n+m+2	Condiciones iniciales, nF10.5	
n+m+3	Perturbaciones, mF10.5	

Programa que grafica la respuesta dinámica de los sistemas sin control y con control óptimo.

El análisis y comparaciones de las estrategias de control obtenidas son fáciles de visualizar mediante la presentación de los resultados en una forma apropiada. Este programa lo hace, explotando las utilidades del manejo de variables carácter, suscritas y los comandos de control de carro (impresora).

```

FR ALL
MO FU E=ON
FO
C *****
C *
C * PROGRAMA QUE SOLUCIONA LAS ECUACIONES DE LIGADURA *
C * DE LOS SISTEMAS DINAMICOS LINEALES Y NO-LINEALES *
C * METODO DE INTEGRACION DE RUNGE KUTTA CUARTO ORDEN *
C *
C *****
REAL IND,H,X,K1,K2,K3,K4
DIMENSION START(20),VAR(20),DER(20),K1(20),K2(20),K3(20),K4(20)
1,CONT(10,10),G(10,10),PERT(10)
COMMON /SET1/CONT,N,G,PERT
DATA START/20*0/,VAR/20*0/,DER/20*0/,K1/20*0/,K2/20*0/,K3/20*0/,
1K4/20*0/,CONT/100*0/,G/100*0/,PERT/10*0/
READ(20,11)N,M,X0,XN,H
READ(20,12)((CONT(I,J),J=1,N),I=1,N)
READ(20,13)((G(I,J),J=1,M),I=1,N)
READ(20,12)(START(I),I=1,N)
READ(20,13)(PERT(I),I=1,M)
10 IND=X
DO 20 I=1,N
20 VAR(I)=START(I)
WRITE(30,14)
WRITE(30,15)IND,(VAR(I),I=1,N)
CALL DERIVADA(IND,VAR,DER)
CALL VECTOR(H,DER,START,VAR,K1,0.5,N)
IND=X+H/2.
CALL DERIVADA(IND,VAR,DER)
CALL VECTOR(H,DER,START,VAR,K2,0.5,N)
CALL DERIVADA(IND,VAR,DER)
CALL VECTOR(H,DER,START,VAR,K3,1.0,N)
IND=X+H
CALL DERIVADA(IND,VAR,DER)
CALL VECTOR(H,DER,START,VAR,K4,0.0,N)
DO 30 I=1,N
30 START(I)=START(I)+(K1(I)+2*K2(I)+2*K3(I)+K4(I))/6
X=X+H
IF(X.LT.XN)GOTO 10
11 FORMAT(2I2,3F10.7)
12 FORMAT(8F10.5)
13 FORMAT(2F10.5)
14 FORMAT(1X,'TIEMPO VAR(1) VAR(2) VAR(3) VAR(4)....')
15 FORMAT(9F9.5)
STOP
END
C *****
C *
C * PROGRAMA QUE EVALUA LAS DERIVADAS *
C * SUBROUTINE DERIVADA(IND,VAR,DER) *
C * MODULO INDEPENDIENTE,MODIFICABLE SEGUN SEAN LAS ECUACIONES *
C * DE LIGADURA DEL SISTEMA DINAMICO *
C *****
REAL IND
COMMON /SET1/CONT(10,10),N,G(10,10),PERT(10)

```

```

      DIMENSION VAR(20),DER(20),STAT(20)
C COLOCAR LAS FUNCIONES DE LA SIGUIENTE MANERA:
C   DER(I)= FUNCION(IND,VAR(1),VAR(2),...VAR(I),... VAR(N))
C EN DONDE   IND=VARIABLE INDEPENDIENTE
C           VAR(I)=VARIABLE DEPENDIENTE(I)
      DO 10 I=1,N
      STAT(I)=0
      DO 10 J=1,N
10     STAT(I)=STAT(I)+CONT(I,J)*VAR(J)
      DO 20 I=1,N
      XPERT(I)=0
      DO 20 J=1,M
20     XPERT(I)=XPERT(I)+G(I,J)*PERT(J)
      DO 30 I=1,N
30     DER(I)=STAT(I)+XPERT(I)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE VECTOR(H,DER,START,VAR,VECT,CONST,N)
      DIMENSION DER(20),START(20),VAR(20),VECT(20)
      DO 10 I=1,N
      VECT(I)=H*DER(I)
10     VAR(I)=START(I)+CONST*VECT(I)
      RETURN
      END
$VU *CON
AS 20=DATA
AS 30=ADDER
BEGIN

```

Se tiene la posibilidad de graficar dos curvas en forma simultánea, fácilmente expandible a otras - adicionales.

Se fundamenta en la asignación de una ubicación a un valor numérico en una forma unívoca y proporcional tomando en consideración el ancho físico del papel - de impresión.

- Entrada de datos.

Variable	Variable FORTRAN	Descripción
n	N	Número de puntos/arreglo
	VARØ(I)	Valor i del primer arreglo.
	VAR1(I)	Valor i del segundo arreglo.
	IAMP	Amplitud absoluta.
	MAX	Valor absoluto máximo entre los elementos de ambos arreglos.
	CURVA(I)	i-ésima línea de impresión de las curvas.

TARJETA N°	VARIABLE Y FORMATO
1	N, IAMP, 2I3
2	VARØ(1), VAR1(1), 2F10.4
3	VARØ(2), VAR1(2), 2F10.4
n+1	VARØ(n), VAR1(n), 2F10.4

```
FR ALL
MO EC=ON
FO
```

```
CHARACTER*1 BLANC,AST,CURVA(136),HOR,VERT,SUM
INTEGER Y,X
REAL VAR0,VAR1,MOD0,MOD1,MAX,ISIGN
DIMENSION VAR0(500),VAR1(500),X(500),Y(500)
COMMON N,VAR0,VAR1
DATA VAR0/500*0/,VAR1/500*0/,X/500*0/,Y/500*0/
DATA BLANC/' '/,AST/'*'/,HOR/'-'/,VERT/'!'/,SUM/'+'/
```

```
C *****
C *
C *          PROGRAMA QUE GRAFICA LA RESPUESTA DINAMICA *
C *          DEL SISTEMA CONTROLADO Y NO-CONTROLADO *
C *
C *****
```

```
READ(20,11)N,IAMP
DO 1 I=1,N
1 READ(20,12)VAR0(I),VAR1(I)
C          ESCALAMIENTO DE LAS CURVAS
```

```
CALL MAXIMO(MAX)
WRITE(30,13)MAX
DO 5 I=1,N
MOD0=ABS(VAR0(I))
IF(MOD0.EQ.0.0)GOTO 5
ISIGN=VAR0(I)/MOD0
5 X(I)=IAMP/2+ISIGN*MOD0*(IAMP/2-2)/MAX
DO 10 I=1,N
MOD1=ABS(VAR1(I))
IF(MOD1.EQ.0.0)GOTO 10
ISIGN=VAR1(I)/MOD1
10 Y(I)=IAMP/2+ISIGN*MOD1*(IAMP/2-2)/MAX
```

```
C          FORMACION DE LAS LINEAS DE IMPRESION
```

```
DO 25 L=1,N
DO 15 K=1,135
15 CURVA(K)=BLANC
CURVA(X(L))=SUM
CURVA(Y(L))=AST
CURVA(IAMP/2)=VERT
IF(L.NE.1) GOTO 25
DO 20 K=1,135
20 CURVA(K)=HOR
25 WRITE(30,14)(CURVA(I),I=1,135)
11 FORMAT(2I3)
12 FORMAT(2F10.5)
13 FORMAT(5X,'VALOR MAXIMO ALCANZADO= ',F10.5)
14 FORMAT(135A1)
STOP
END
```

```
C *****
```

```
SUBROUTINE MAXIMO(MAX)
```

```
C *****
```

```
REAL MAX,VALUE(1000)
COMMON N,VAL0(500),VAL1(500)
DO 5 I=1,N
```

```
VALUE(I)=VALO(I)
5  VALUE(I+N)=VALI(I)
   MAX=ABS(VALUE(I))
   DO 10 I=1,N
   IF(ABS(VALUE(I)).LT.MAX)GOTO 10
   MAX=ABS(VALUE(I))
10  CONTINUE
   RETURN
   END
$VU.X
AS 20=FNIS
AS 30=GRAF
BEGIN
```