

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
SECCIÓN DE POSGRADO**



**ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD LATERAL DE UN PUENTE DE ARCO
ATIRANTADO A PARTIR DE UN MODELO EXPERIMENTAL
A ESCALA REDUCIDA**

**TESIS
PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
CON MENCIÓN EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL**

AUTOR: ING. RAFAEL ROLANDO SALINAS BASUALDO

ASESOR: DR. VÍCTOR SÁNCHEZ MOYA

LIMA – PERÚ

2008

**ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD LATERAL DE UN PUENTE DE ARCO
ATIRANTADO A PARTIR DE UN MODELO EXPERIMENTAL
A ESCALA REDUCIDA**

ING. RAFAEL ROLANDO SALINAS BASUALDO

Presentado a la Sección de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Civil, en cumplimiento
parcial de los requerimientos para optar el Grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL
DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**

Junio de 2008

© 2008, Universidad Nacional de Ingeniería. Todos los derechos reservados.

Autor: Ing. RAFAEL ROLANDO SALINAS BASUALDO
Facultad de Ingeniería Civil

Recomendado por: Dr. Víctor Sánchez Moya
Profesor de Posgrado
Asesor de Tesis

Aceptado por: Dr.-Ing. José Carlos Matías León
Jefe de la Sección de Posgrado

**ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD LATERAL DE UN PUENTE DE ARCO
ATIRANTADO A PARTIR DE UN MODELO EXPERIMENTAL
A ESCALA REDUCIDA**

INDICE

AGRADECIMIENTO

RESUMEN

ABSTRACT

CAPÍTULO 1. INTRODUCCION

CAPÍTULO 2. GENERALIDADES.

- 2.1. Objetivos del estudio.
- 2.2. El puente en arco atirantado. Componentes.
 - 2.2.1 El arco. Componentes.
 - 2.2.2 Clasificación de arcos.
 - 2.2.3 El puente de arco atirantado.
- 2.3. Criterios de diseño de un arco.
- 2.4. Características del puente a evaluar.

CAPÍTULO 3. ESTABILIDAD DE ARCOS.

- 3.0. Introducción.
- 3.1. Pandeo en el plano.
- 3.2. Pandeo lateral.
- 3.3. Efectos de la no linealidad.
- 3.4. Modelos de análisis.
 - 3.4.1 Fundamentos de la formulación matricial del problema de estabilidad en estructuras.
 - 3.4.1.1 Matriz de rigidez para un elemento viga-columna con rotaciones en los extremos y desplazamiento relativo en los apoyos.
 - 3.4.1.2 Estrategia general para el análisis computacional.

- 3.4.2 Análisis elásticos.
- 3.4.3 Análisis inelásticos.

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD ESTRUCTURAL.

- 4.0. Introducción.
- 4.1. Características de los modelos de análisis.
 - 4.1.1 Puente a escala natural (prototipo).
 - 4.1.2. Puente a escala reducida 1:100 (modelo).
- 4.2. Análisis estructural de los modelos.
 - 4.2.1 Puente a escala natural (prototipo).
 - 4.2.1.1 Análisis por cargas permanentes.
 - 4.2.1.2 Análisis por cargas móviles.
 - 4.2.1.3 Análisis sísmico.
 - 4.2.2 Puente a escala reducida (modelo).
 - 4.2.2.1 Análisis por cargas permanentes.
 - 4.2.2.2 Análisis por cargas móviles.
- 4.3. Análisis del pandeo.
 - 4.3.1 Pandeo en el prototipo.
 - 4.3.1.1 Análisis en el arco libre.
 - 4.3.1.2 Análisis en el arco atirantado.
 - 4.3.1.3 Análisis en el puente sin arriostres.
 - 4.3.1.4 Análisis en el puente completo.
 - 4.3.1.5 Comparación de sistemas estructurales.
 - 4.3.2 Post-pandeo en el prototipo.
 - 4.3.2.1 Introducción.
 - 4.3.2.2 Resultados de los análisis realizados en el prototipo.
- 4.4. Análisis paramétrico del pandeo en el prototipo.
 - 4.4.1 Influencia del área del arriostre.
 - 4.4.2 Influencia del momento de inercia del arriostre alrededor del eje horizontal.
 - 4.4.3 Influencia del momento de inercia del arriostre alrededor del eje vertical.
 - 4.4.4 Influencia del número de arriostres.

- 4.4.5 Influencia de la posición de los arriostres.
- 4.4.6 Influencia del área de las péndolas.
- 4.4.7 Influencia del momento de inercia del tirante alrededor del eje horizontal.
- 4.4.8 Influencia del momento de inercia del tirante alrededor del eje vertical.
- 4.4.9 Consideraciones sobre el factor de esbeltez y los diferentes factores que inciden en el comportamiento del puente de arco atirantado.

CAPÍTULO 5. ENSAYO DEL MODELO A ESCALA REDUCIDA.

- 5.1. Criterios de escalamiento.
- 5.2. Características del modelo a escala.
 - 5.2.1 Características geométricas.
 - 5.2.2 Esfuerzos residuales.
- 5.3. Relaciones modelo – prototipo.
- 5.4. Plan de ensayo.
 - 5.4.1 Equipo utilizado.
 - 5.4.2 Procedimiento de ensayo.
- 5.5. Resultados obtenidos.

CAPÍTULO 6. ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE RESULTADOS.

- 6.1. Resultados a escala reducida.
 - 6.1.1. Esfuerzos y deflexiones a nivel de cargas de servicio.
 - 6.1.2. Esfuerzos y deflexiones a nivel de cargas últimas.
 - 6.1.3. Estabilidad lateral.
- 6.2. Resultados a escala natural.
 - 6.2.1. Esfuerzos y deflexiones a nivel de cargas de servicio.
 - 6.2.2. Esfuerzos y deflexiones a nivel de cargas últimas.
 - 6.2.3. Estabilidad lateral.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

REFERENCIAS.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.1. Puentes de arco más importantes.
- Figura 2.1. Elementos de un arco.
- Figura 2.2. Clasificación según la geometría.
- Figura 2.3. Clasificación según los apoyos y articulaciones.
- Figura 2.4. Clasificación según la posición del tablero.
- Figura 2.5. Clasificación según el sistema de estabilidad lateral.
- Figura 2.6. Arcos de sección sólida y de celosía.
- Figura 2.7. Tipos de péndolas.
- Figura 2.8. Elementos de un puente de arco atirantado
- Figura 2.9. Factores de reducción SSRC y AISC.
- Figura 2.10. Esquemas del puente prototipo.
- Figura 3.1. Estados de equilibrio.
- Figura 3.2. Deformación del arco.
- Figura 3.3. Arco circular bajo presión radial uniforme.
- Figura 3.4. Arco circular y equilibrio en un elemento de arco.
- Figura 3.5. Sistema de coordenadas en la barra circular.
- Figura 3.6. Elemento viga-columna.
- Figura 3.7. Elemento viga-columna con desplazamiento de los apoyos.
- Figura 3.8. Componentes de desplazamiento y fuerza.
- Figura 3.9. Ejes de coordenadas locales en el elemento tridimensional.
- Figura 3.10. Módulo tangente.
- Figura 4.1. Esquemas del puente prototipo.
- Figura 4.2. Geometría Básica de los Modelos. Programa Mastan2.
- Figura 4.3. Cargas puntuales en el puente prototipo (ton)
- Figura 4.4. Fuerzas internas por cargas permanentes (ton, ton-m).
- Figura 4.5. Fuerzas internas por cargas móviles (ton, ton-m).
- Figura 4.6. Capacidades de los componentes del puente prototipo (ton, ton-m).
- Figura 4.7. Espectro de diseño sismorresistente elástico.
- Figura 4.8. Cargas puntuales en el puente modelo (ton)
- Figura 4.9. Fuerzas internas por cargas permanentes (kg, kg-cm).

- Figura 4.10. Fuerzas internas por cargas móviles (kg, kg-cm).
- Figura 4.11. Capacidades de los componentes del puente modelo (kg, kg-cm).
- Figura 4.12. Arco libre. Análisis de 2° orden.
- Figura 4.13. Arco atirantado. Análisis de 2° orden.
- Figura 4.14. Puente completo, sin arriostres. Análisis de 2° orden.
- Figura 4.15. Puente completo, 2 arriostres a los extremos. Análisis de 2° orden.
- Figura 4.16. Comparación de comportamiento de sistemas con imperfecciones.
- Figura 4.17. Diagramas de Fuerza axial vs desplazamiento lateral. Desplazamiento inicial de 1/5000.
- Figura 4.18. Diagramas de Fuerza axial vs desplazamiento lateral. Desplazamiento inicial de 1/1000.
- Figura 4.19. Diagramas de Fuerza axial vs desplazamiento lateral. Desplazamiento inicial de 1/250.
- Figura 4.20. Fuerza axial en el arco vs desplazamiento lateral.
- Figura 4.21. Fuerza axial en la péndola vs desplazamiento lateral.
- Figura 4.22. Influencia del área del arriostre.
- Figura 4.23. Influencia del momento de inercia en el eje horizontal del arriostre.
- Figura 4.24. Influencia del momento de inercia en el eje vertical del arriostre.
- Figura 4.25. Influencia del número de arriostres en la estructura original.
- Figura 4.26. Influencia del número de arriostres con variación del momento de inercia en el eje vertical de los arriostres.
- Figura 4.27. Variación de posición de los arriostres.
- Figura 4.28. Comparación de comportamiento. Influencia de la ubicación de los arriostres. Sin imperfecciones.
- Figura 4.29. Comparación de comportamiento. Imperfecciones de 1/1000.
- Figura 4.30. Comparación de comportamiento. Imperfecciones de 1/250.
- Figura 4.31. Influencia de la variación del área de las péndolas.
- Figura 4.32. Comparación de comportamiento. Imperfecciones de 1/1000.
- Figura 4.33. Influencia de la variación del momento de inercia. Eje horizontal del tirante.
- Figura 4.34. Influencia de la variación del momento de inercia. Eje vertical del tirante.
- Figura 4.35. Comparación de comportamiento. Imperfecciones de 1/1000.
- Figura 4.36. Factores de influencia f versus α .

- Figura 4.37. Factores de reducción χ según el SSRC y el AISC.
- Figura 5.1. Esfuerzos residuales.
- Figura 5.2. Aplicación de la carga.
- Figura 5.3. Equipo usado en el ensayo de estabilidad.
- Figura 5.4. Instrumentación del modelo.
- Figura 5.5. Ubicación de deformímetros en elementos del puente.
- Figura 5.6. Diagramas de carga total versus desplazamientos en los arcos.
- Figura 5.7. Diagrama de carga total versus desplazamiento vertical de los tirantes.
- Figura 5.8. Fuerzas axiales vs desplazamiento lateral en los arcos.
- Figura 5.9. Fuerzas axiales vs desplazamiento vertical en los arcos.
- Figura 5.10. Momentos flectores coplanares vs desplazamiento vertical en los arcos.
- Figura 5.11. Fuerzas axiales vs desplazamiento lateral en los arriostres.
- Figura 5.12. Momentos flectores vs desplazamiento lateral en los arriostres.
- Figura 5.13. Fuerzas axiales vs desplazamiento vertical en los tirantes.
- Figura 6.1. Comparación de fuerzas axiales en los arcos. Deflexión lateral 1/1000.
- Figura 6.2. Comparación de fuerzas axiales en los arcos. Deflexión lateral 1/250.
- Figura 6.3. Comparación de desplazamientos laterales en el arco Oeste.
- Figura 6.4. Comparación de desplazamientos verticales en el arco Oeste.

LISTA DE TABLAS

- Tabla 1.1. Puentes de arco de mayor longitud en el mundo.
- Tabla 4.1. Propiedades de las secciones del puente prototipo.
- Tabla 4.2. Características geométricas del puente modelo.
- Tabla 4.3. Fuerzas axiales críticas y desplazamientos en el arco. Arco libre.
- Tabla 4.4. Fuerzas axiales críticas y desplazamientos en el arco. Arco atirantado.
- Tabla 4.5. Fuerzas axiales críticas y desplazamientos en el arco. Puente completo sin arriostres.
- Tabla 4.6. Fuerzas axiales críticas y desplazamientos en el arco. Puente completo con dos arriostres extremos.
- Tabla 4.7. Fuerzas axiales máximas de pandeo.
- Tabla 5.1. Dimensiones de las secciones en el modelo.
- Tabla 5.2. Parámetros adimensionales del prototipo y el modelo.
- Tabla 5.3. Pasos de carga del ensayo de estabilidad lateral.
- Tabla 5.4. Resultados principales del ensayo de estabilidad.
- Tabla 6.1. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco. Arco Oeste.
- Tabla 6.2. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco. Arco Este.
- Tabla 6.3. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco modelo. T2O elástico.
- Tabla 6.4. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco modelo. T2O inelástico.
- Tabla 6.5. Fuerzas y desplazamientos en el arco modelo. Comparación de valores registrados en el ensayo y valores calculados.
- Tabla 6.6. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco. Arco Oeste.
- Tabla 6.7. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco. Arco Este.
- Tabla 6.8. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco modelo. T2O elástico.
- Tabla 6.9. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco modelo. T2O inelástico.
- Tabla 6.10. Fuerzas y desplazamientos en el arco modelo. Comparación de valores registrados en el ensayo y valores calculados.

- Tabla 6.11. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco. Arco Oeste.
- Tabla 6.12. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco. Arco Este.
- Tabla 6.13. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco modelo. T2O elástico.
- Tabla 6.14. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco modelo. T2O inelástico.
- Tabla 6.15. Fuerzas y desplazamientos en el arco modelo. Comparación de valores registrados en el ensayo y valores calculados.
- Tabla 6.16. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco prototipo. T2O inelástico.
- Tabla 6.17. Fuerzas y desplazamientos en el arco prototipo. Comparación de valores proyectados a partir del ensayo y valores calculados.
- Tabla 6.18. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco prototipo. T2O inelástico.
- Tabla 6.19. Fuerzas y desplazamientos en el arco prototipo. Comparación de valores proyectados a partir del ensayo y valores calculados.
- Tabla 6.20. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco prototipo. T2O inelástico.
- Tabla 6.21. Fuerzas y desplazamientos en el arco prototipo. Comparación de valores proyectados a partir del ensayo y valores calculados.

AGRADECIMIENTO

Este estudio fue realizado en diferentes tiempos y etapas luego de la culminación de mis estudios de Maestría en la Sección de Postgrado de la Facultad de Ingeniería Civil. Comprende tanto un estudio analítico como un ensayo experimental, en el curso de los cuales tuve la colaboración de diversas personas. En primer lugar, expreso mi agradecimiento al Dr. Víctor Sánchez Moya, Asesor de la Tesis, por los consejos y sugerencias que dieron forma final a este estudio. También agradezco el invaluable apoyo del personal técnico y profesional del Laboratorio de Estructuras del CISMID, por el soporte brindado en la realización del ensayo de estabilidad que formó parte de este trabajo. Finalmente, deseo manifestar mi agradecimiento al Dr. Andreas Maurial, Decano de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad de Ciencias Aplicadas de Regensburg (FHR), Alemania, por haberme brindado la oportunidad de hacer una pasantía de estudios en la FHR en 2007 – en el marco de un Convenio de Cooperación Interuniversitaria – sin la cual acaso no hubiera sido posible la preparación de los borradores finales del estudio y por tanto de la Tesis. A todos ellos mi reconocimiento por su apoyo en las diferentes fases del presente estudio.

Lima, Junio de 2008.

RESUMEN

El propósito de la presente Tesis es estudiar los factores que desempeñan un papel importante en la efectividad del arriostamiento en un arco atirantado, tomando como estructura base el proyecto del nuevo Puente Bolognesi, construido el año 2000 en Piura, en el Norte del Perú; en este proyecto se consideró un sistema de arriostre a base de vigas transversales. Para este fin, se realizó una revisión de la literatura sobre el análisis de estabilidad de arcos. Se presenta un resumen de las teorías desarrolladas para evaluar el pandeo en el plano y el pandeo lateral de un arco, así como los fundamentos de la formulación matricial del problema de estabilidad en estructuras, dado que los modelos desarrollados en los programas de cómputo disponibles son solucionados mediante técnicas matriciales.

El análisis estructural desarrollado en el presente trabajo consistió, en primer lugar, en estudiar los niveles de esfuerzos internos en los modelos estudiados, tanto en el prototipo como el modelo a escala reducida, para definir las cargas a ser aplicadas en el ensayo. En segundo lugar, se realizó un análisis sistemático del pandeo en el arco atirantado, desde el arco libre, el arco con viga tirante, el puente sin arriostres y el puente completo, presentándose una comparación de los sistemas analizados. En el caso del puente completo analizado, se demostró que la forma de falla del sistema consiste en la fluencia de la viga tirante. Seguidamente, se realizó el análisis post-pandeo del puente completo, para lo cual se realizó un análisis considerando grandes desplazamientos, cuyos resultados principales fueron la observación de un comportamiento estable luego del pandeo del arco (suponiendo que los otros elementos no fallen antes) y la gran influencia que tienen las péndolas en la etapa post-pandeo, que pueden trabajar más allá de los esfuerzos debidos a la carga vertical, hasta incluso llegar a la falla. Además, se realizó un análisis paramétrico del pandeo en el puente, para estudiar la influencia de diversas variables en la carga crítica de pandeo y, definidas estas influencias, proponer una expresión para considerar las variables más importantes y obtener una esbeltez modificada considerando el sistema de arriostre.

El ensayo del modelo a escala se realizó considerando los resultados de los análisis estructurales previos. Los resultados mostraron que el modelo consiguió soportar con seguridad las cargas últimas de diseño y que era capaz de continuar estable aún con la imposición de desplazamientos laterales bastante mayores a los exigidos por un sismo de diseño. La condición de carga máxima se alcanzó con una carga vertical equivalente a 2.34 veces la carga permanente; ello implica que el modelo soportó el equivalente a 2.56 veces la carga viva de diseño, un valor notoriamente mayor que los factores de carga de las normas vigentes. La extrapolación de los valores del ensayo al prototipo conduciría a valores conservadores de diseño para la capacidad de carga de la estructura. Sin embargo, debe tenerse presente que la condición de falla en el ensayo fue de ruptura de las péndolas en uno de los arcos, lo que trajo como consecuencia un comportamiento no lineal de la estructura, manifestado principalmente por el desplazamiento lateral remanente tras el colapso del modelo. De las formas de falla observadas tanto analítica como experimentalmente, se concluye que la falla por fluencia de la viga-tirante debería controlar el diseño del sistema, como una falla “deseable” dentro de una óptica del diseño por capacidad, en comparación con la falla por pandeo del arco y la ruptura frágil de las uniones en las péndolas.

ABSTRACT

The main objective of the present Thesis is studying the factors that have an important role in the effectiveness of bracing in an arch bridge, taking as a basic structure the project of the new Bolognesi Bridge, built in 2000 in Piura, Northern Peru; in this project, a bracing system with transversal beams were used. In order to get this objective, a review of the allowable literature about stability analysis of arches was done. A summary of theories about analysis of in plane buckling and lateral buckling of arches is presented, as well as the basis of matrix formulation of the problem of stability in structures, because of the models developed in computer analysis programs are solved by matrix techniques.

The structural analysis developed in this study consisted of, firstly, studying the levels of internal stresses in both the prototype and the reduced-scale model, in order to define the loads to be applied during the test. Secondly, a systematic analysis of the arch bridge were done, from the free arch, the arch with tie-beam, the bridge without braces and the complete bridge; a comparison between the analyzed systems are presented. In the complete bridge, the way of failure of the system consists of yielding of tie-beam. In addition to, a post-buckling analysis of the complete bridge was done by large-displacement analysis; the main results were getting a stable post-buckling behavior of the bridge (assuming that the other elements do not fail before) and observing the important influence of the ties during the post-buckling stage, in which they can have stresses greater than those of vertical loads, even reaching failure. A parametric analysis of the arch bridge buckling was also done, in order to study the influence of several variables in the critical load of the bridge and, setting these influences, to propose an expression to consider the most important variables and to get a modified slenderness regarding the characteristics of the bracing system.

The scale-model test was made taking into account the results of previous structural analysis. The results of the test showed that the model could stand the ultimate design loads safely and that could continue stable even with lateral displacements larger than those of a design earthquake. The condition of critical load was reached with a vertical

load equivalent to 2.34 times the permanent load; consequently, the model could stand 2.56 times the live load (additional to maximum permanent load), which is a value larger than the load factors of the current codes. The extrapolation of the values obtained in the test to the prototype would lead to conservative loads for the load capacity of the structure. However, the failure condition in the test was the rupture of ties in one of the arches, which involved a nonlinear behavior of the structure, mainly showed in the remaining lateral displacement after the collapse of the model. From the failure forms observed, analytically and experimentally, it is concluded that the yielding failure of the tie-beam should control the design of the entire system, as a “desirable” failure within a capacity design strategy, in comparison of the buckling failure of the arch and the fragile failure of the ties connectors.

CAPITULO 1

INTRODUCCIÓN

El arco en la Ingeniería Estructural.

El arco es considerado, en el campo de las estructuras, el primer y mayor invento del hombre. Inventado en las culturas mesopotámicas, todo su desarrollo se ha hecho por comunicación entre las diferentes culturas que lo han utilizado (Fernández, 1999).

Fernández Troyano (1999) presenta una sinopsis histórica muy completa sobre el desarrollo del estudio del arco como elemento estructural. Hasta finales del siglo XVII, el conocimiento del comportamiento del arco fue puramente intuitivo y empírico. A finales del XVII y principios del XVIII se empezó a estudiar el comportamiento estático del arco a partir de su contrafigura, la cadena colgada. Esta idea fue planteada por Hooke en 1675 y dio lugar al estudio de la catenaria. En este problema trabajaron muchos científicos de los siglos XVII y XVIII, como Huygens, Leibnitz, Jakob y Johann Bernouilli, Euler y Gregory. Este último propuso obtener la forma del arco mediante esferas pulidas en contacto, intuición usada con frecuencia en el XVIII, entre otros por Poleni en 1748 para estudiar la cúpula de la basílica de San Pedro en Roma, que en ese año se había agrietado.

El primer método de cálculo de los arcos lo estableció La Hire en Francia (1695). El método de La Hire parte de la simplificación que no hay rozamiento en las juntas entre dovelas, lo cual le permitió conocer la trayectoria de la composición de las fuerzas actuantes en el arco, porque debe ser siempre perpendicular a las juntas entre dovelas. El segundo método de cálculo de los arcos fue planteado a partir del proceso de rotura mediante la formación de rótulas; lo inició Couplet (1730) pero sus trabajos no trascendieron.

Coulomb (1773) estudió el comportamiento entre dovelas considerando dos posibilidades, que haya rozamiento en la junta y que no la haya. El aporte de Coulomb fue el estudio analítico de la formación de rótulas en el arco, problema que se conocía experimentalmente por la gran cantidad de ensayos que se habían hecho en modelos reducidos. Coulomb estudió el arco dividiéndolo en dos semiarcos y fijando la posición de la resultante en la clave. A partir de ello determinó las fuerzas en una sección cualesquiera del arco (fuerzas normales y tangenciales), y luego definió las condiciones en que se produce deslizamiento entre dovelas y la generación de una rótula. Los trabajos de Coulomb, aunque no tuvieron un efecto inmediato en el cálculo de los arcos porque no estableció reglas de aplicación fácil, fueron fundamentales para su desarrollo.

Durante el siglo XIX se produjo un avance decisivo en el conocimiento de la teoría de las estructuras. En lo referente al estudio de los arcos se plantearon dos tendencias diferentes, enfocadas al cálculo de los arcos de los dos materiales que se usaban en la época, los arcos de piedra y los arcos metálicos. Para el cálculo de los arcos de piedra se usaron métodos de análisis en rotura, partiendo de la idea que el colapso de un arco se produce cuando forman más de tres rótulas en el elemento. Para poder establecer un criterio de formación de las rótulas era necesario conocer la línea de presiones (trayectoria de fuerzas a lo largo del arco), y por ello su determinación era el problema principal de este procedimiento. Para el cálculo de los arcos metálicos se usaron métodos elásticos, basados en la deformabilidad del elemento, lo que permite obtener las leyes de esfuerzos en ella, y a partir de estas leyes conocer los esfuerzos que se producen en cualquier sección del arco. El primer estudio sistemático de la línea de presiones lo hizo Gerstner (1831). En 1835, Poncelet estudió la resolución gráfica de la línea de presiones, que desarrolló y perfeccionó posteriormente Culmann en 1866.

Los métodos elásticos de cálculo de arcos se iniciaron con los primeros estudios del arco hiperestático y deformable, que hizo Navier en 1826. Navier estudió los esfuerzos y las deformaciones de la barra curva, con lo que calculó el arco hiperestático. El desarrollo sistemático del cálculo elástico de los arcos isostáticos e hiperestáticos fue debido a Bresse, en 1854. El método de Bresse es análogo al de Navier, pero más sistematizado. En primer lugar se liberan las vinculaciones necesarias para convertirla en una estructura isostática, y en ella se estudian sus esfuerzos y sus movimientos. Luego se calculan las

acciones exteriores que se deben introducir en ella para anular los movimientos que no debe tener la estructura hiperestática. Las leyes de esfuerzos totales serán la suma de los debidos a las acciones exteriores sobre la estructura isostática más los debidos a las acciones hiperestáticas.

Culmann propuso un sistema de cálculo basado en los movimientos del centro elástico – un punto que se une con una barra rígida al extremo libre del arco – y en él se planteaban las incógnitas hiperestáticas. La ventaja de usar el centro elástico es que en él se puede independizar la obtención de cada una de las incógnitas, lo que simplifica el cálculo. La posición del centro elástico se puede determinar tanto gráfica como analíticamente. El método del centro elástico se ha usado con frecuencia para calcular los arcos de los puentes.

Actualmente, es usual el empleo de modelos de barras rectas en programas de cómputo, mediante los cuales el arco se discretiza en una serie de barras rectas que forman una poligonal; esta poligonal se puede aproximar todo lo que se quiera al arco. En estos modelos se pueden estudiar todos los fenómenos resistentes que se pueden presentar en el arco, incluidos los debidos al pandeo.

El puente en arco atirantado.

Los puentes de arco son estructuras empleadas para cubrir luces de mediana longitud, entre 80 a 500 m. De aspecto elegante, este tipo de puentes han sido construidos mayormente en zonas urbanas. El puente de arco más grande construido hasta el presente es el Puente Lupu, de 550 m de luz, puesto en operación el año 2002 para cruzar el río Huangpu en Shanghai, China. En la Tabla 1.1 se presentan los puentes de arco de mayor longitud del mundo. En la Figura 1.1 se muestran algunos de los puentes de arco más importantes en la actualidad.

Tabla 1.1. Puentes de arco de mayor longitud en el mundo. (La Poutré, 2005)

Luz (m)	Año	Nombre	Ubicación	Características
298	1916	Hell Gate	New York, EE.UU.	Tablero suspendido, arcos paralelos.
504	1931	Bayonne	New York, EE.UU.	Tablero suspendido, arcos paralelos.
518	1977	New River Gorge	West Virginia, EE.UU.	Tablero superior, arcos paralelos.
550	2002	Lupu	Shanghai, China	Tablero suspendido, arcos inclinados.



(a) Puente Bayonne.



(b) Puente Hell Gate



(c) Puente New River Gorge.



(d) Puente Lupu.

Figura 1.1. Puentes de arco más importantes.

Los puentes en arco atirantado están compuestos generalmente por dos arcos longitudinales conectados entre sí por arriostres transversales que proporcionan al conjunto una mayor estabilidad lateral. Por consiguiente, el diseño de un sistema de arriostres transversales es muy importante para la estabilidad lateral de los arcos. La inestabilidad en los arcos puede manifestarse principalmente de dos modos, a saber, el pandeo lateral y el pandeo en el plano vertical. Mientras los estudios iniciales estuvieron enfocados al análisis del pandeo en el plano, realmente el pandeo lateral es el que puede producirse antes que aquél, por lo que en las últimas dos décadas las investigaciones sobre esta forma de pandeo fueron más extensas (Pi *et al*, 1998).

Cuando un arco o un elemento curvo en general es cargado en su plano, puede llegar a pandear con una deflexión lateral fuera de su plano, sumado a una torsión de su sección transversal. El pandeo flexo-torsional de los arcos ha sido investigado por varios autores. Timoshenko *et al* (1961) obtuvieron soluciones cerradas para el pandeo elástico de un arco simplemente apoyado de sección transversal rectangular sometido a momentos iguales y opuestos en cada apoyo (flexión uniforme), y también para un arco con apoyos articulados sometido a una carga radial uniformemente distribuida (compresión uniforme). En tales análisis iniciales, se obtuvieron expresiones para la curvatura y la torsión de un arco en estado de pandeo, en términos del radio de curvatura inicial y otros factores, así como las componentes de la carga aplicada. Éstos fueron empleados luego para establecer las ecuaciones diferenciales que gobernaban las expresiones del momento de pandeo y el momento torsor.

Vlasov (1961) extendió la solución a arcos con un solo eje de simetría (en adelante denominados *monosimétricos*). Ojalvo *et al* (1969) estudiaron la estabilidad de elementos curvos bajo fuerzas colineales aplicadas en los apoyos. Vacharajittiphan *et al* (1975), Wen *et al* (1981), Yoo *et al* (1983), entre otros, presentaron soluciones numéricas para el pandeo de arcos bajo condiciones de carga más generales. Papangelis *et al* (1987) y Trahair *et al* (1987) investigaron el problema usando métodos energéticos y obtuvieron expresiones para arcos bajo flexión uniforme y bajo compresión uniforme. Rajasekaran *et al* (1989) usaron el principio de trabajos virtuales para producir soluciones ligeramente diferentes a las de Papangelis *et al* (1987).

Los estudios iniciales sobre el pandeo flexo-torsional no tomaban en cuenta el hecho que el arco antes del pandeo ya se encuentra deformado, por las condiciones de carga reales, de manera que el radio de curvatura varía; estas deformaciones en el plano son denominadas *deformaciones pre-pandeo*. Ciertamente, hay arcos con deformaciones pre-pandeo no significativas, como es el caso de los arcos con los dos apoyos articulados fijos, donde las cargas son resistidas básicamente por acciones internas de compresión y las deformaciones en el plano son muy pequeñas; por consiguiente, sus efectos en el pandeo pueden ser ignorados. Pi *et al* (1995) estudiaron los efectos de las deformaciones pre-pandeo a partir de una formulación basada en relaciones no lineales entre los esfuerzos y las deformaciones para establecer ecuaciones de energía. Se demostró que los efectos de las deformaciones pre-pandeo pueden ser considerados modificando la solución clásica para los arcos (que no consideran estas deformaciones) reemplazando la curvatura inicial por aquella que corresponda a la curvatura en el pandeo.

Stussi (1943) fue uno de los primeros en estudiar experimentalmente el pandeo lateral de los arcos, a base de ensayos en arcos parabólicos. Ostlund (1954) ensayó arcos parabólicos atirantados de acero, fijos en los apoyos y sometidos a cargas verticales uniformemente distribuidas. Tokarz (1971) ensayó una serie de arcos circulares y parabólicos de sección rectangular, donde se investigaron los efectos de las condiciones de apoyo. Papangelis y Trahair (1987) realizaron ensayos en arcos circulares de aluminio para calibrar un modelo teórico propuesto por los mismos autores en 1986.

Sakimoto y Komatsu (1985) investigaron la resistencia última de arcos con diferentes sistemas de arriostre lateral, incluyendo los casos en que se producía la inestabilidad lateral en el rango inelástico del material, considerando un comportamiento elasto-plástico para el acero. Los sistemas de arriostre analizados fueron dos: aquellos formados por arriostres transversales tipo Vierendeel (elementos tubulares de sección rectangular), y aquellos formados por arriostres diagonales con arreglo tipo Warren (elementos dispuestos en forma de aspas). Sus conclusiones más importantes fueron:

- a) En los arcos arriostrados, cuando éstos tienen una sección transversal cerrada, la deflexión y la flexión laterales son más importantes que la deformación y el momento torsionales.
- b) La capacidad de carga última de los arcos arriostrados con diagonales en arreglo tipo Warren, siempre que éstos no fallen por pandeo, es mucho mayor que la capacidad de carga de los arcos no arriostrados. Esto se observa con mayor notoriedad en arcos esbeltos.
- c) En arcos de baja esbeltez ($\lambda < 100$), el efecto del arriostramiento lateral en la capacidad de carga última no es grande, debido a que la fluencia del material tiende a controlar la capacidad última.
- d) En los arcos arriostrados con elementos tipo Vierendeel, la rigidez a la flexión de los arriostres, en el eje perpendicular al eje de los arcos, tiene una influencia considerable en la capacidad de carga última de los arcos arriostrados.
- e) Cuando el arriostre lateral con diagonales está concentrado hacia la parte superior de los arcos, la capacidad de carga del conjunto está influida por esbeltez de la longitud no arriostrada (ubicada cerca de los apoyos) del arco y la relación entre la longitud arriostrada y la longitud total del arco.

En los últimos años, La Poutré (2004) estudió el comportamiento de los arcos de acero desde los aspectos analíticos y experimentales para tratar de conseguir expresiones para el diseño de estos elementos. A la fecha, todavía no se cuenta con expresiones analíticas en la normatividad vigente en el mundo para considerar la influencia del arriostramiento en el diseño de los arcos unidos con arriostres laterales. En la realización de los proyectos estructurales de los puentes en arco se usan modelos de barras para representar cada componente del puente, sin que existan criterios claramente establecidos para definir si el proyecto es suficientemente satisfactorio.

CAPITULO 2

GENERALIDADES

2.1 OBJETIVOS DEL ESTUDIO.

En el año 2000, fue construido un puente de arco atirantado de 150m de longitud, en la ciudad de Piura, en la costa norte del Perú. El nuevo Puente Bolognesi vino a solucionar el problema del paso de los vehículos por el río Piura en un sector muy transitado de la ciudad. Este puente reemplazó al antiguo puente de tres tramos que colapsó en 1997, durante el Fenómeno de El Niño que afectó el Norte del Perú, debido a la socavación de sus pilares intermedios.

El proyecto inicial del nuevo puente consideraba dos arcos de sección tubular rectangular, unidos por dos arriostres de sección tubular rectangular, dispuestos en forma transversal al eje longitudinal de los arcos; los arriostres estaban ubicados en los tercios de la longitud del arco. En su tiempo, esta propuesta fue cuestionada por una serie de revisores, a tal punto que tuvo que ser modificada para considerar cinco de estos arriostres uniformemente espaciados. Es así como finalmente fue construido. La ausencia de una metodología y unos criterios claros para la evaluación de la influencia del sistema de arriostre lateral en la estabilidad lateral de los arcos puede llevar a diseños altamente conservadores. El propósito del presente trabajo no es el de establecer expresiones de diseño para los arcos atirantados con sistemas de arriostre lateral – punto de partida para varios trabajos de doctorado en años anteriores – sino el de estudiar los factores que influyen en la efectividad de un sistema de arriostre en este tipo de superestructura, tomando como estructura de estudio el proyecto del nuevo Puente Bolognesi.

Con estas consideraciones, los objetivos del presente estudio son los siguientes:

- 1) Estudiar analíticamente la influencia de la variación de las propiedades del sistema de arriostre lateral en el puente elegido, tales como número, posición o sección transversal de los arriostres, en la estabilidad al pandeo general.
- 2) Desarrollar un modelo a escala 1:100 del puente elegido, para estudiar las características de pandeo que se pueden dar en la estructura.

2.2 EL PUENTE EN ARCO ATIRANTADO. COMPONENTES.

2.2.1. El arco. Componentes.

El arco es, de acuerdo a la definición de Timoshenko y Young (1965), un elemento curvado en un plano, apoyado apropiadamente en sus extremos y cargado de tal modo que resiste esta carga básicamente en compresión pura. Se supone que el plano de curvatura del elemento es también el plano de simetría de las secciones transversales y que las fuerzas externas aplicadas al arco actúan solamente en ese plano.

El arco típico tiene una serie de componentes cuyo significado se presenta en la Figura 2.1. Por simplicidad, la mayoría están referidos a la línea centroidal del arco.

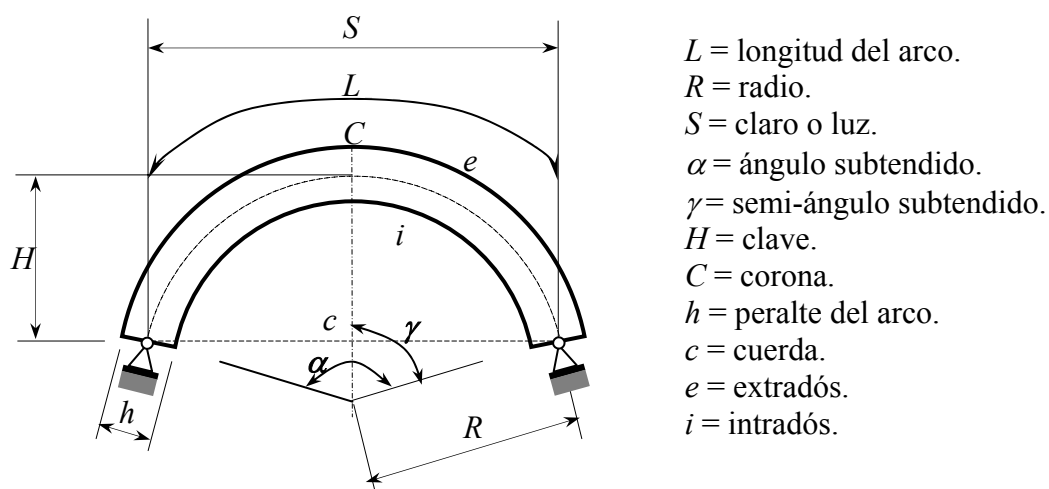


Figura 2.1. Elementos de un arco.

2.2.2. Clasificación de Arcos.

Los arcos pueden ser clasificados de diversas maneras, de acuerdo a la geometría o las condiciones de apoyo. En puentes de arco se pueden dar otros criterios de clasificación, tales como la posición del tablero o la posición del arco en relación a la estabilidad lateral.

Según la geometría del eje centroidal, los arcos son clasificados en circulares y parabólicos. Para arcos que requieren estar solamente en compresión, la curvatura tiene que seguir la línea funicular de la carga aplicada. Por ejemplo, para dos casos de carga, la línea funicular puede ser expresada mediante una función matemática sencilla; en el caso de cargas radiales uniformemente distribuidas mediante un círculo, y en el caso de cargas verticales uniformemente distribuidas mediante una parábola (Figura 2.2). Realmente, debido a las condiciones de apoyo reales y a la variabilidad de las condiciones de carga, es poco probable que un puente de arco resista las cargas mediante fuerzas de compresión pura, si no que además se presentan momentos de flexión.

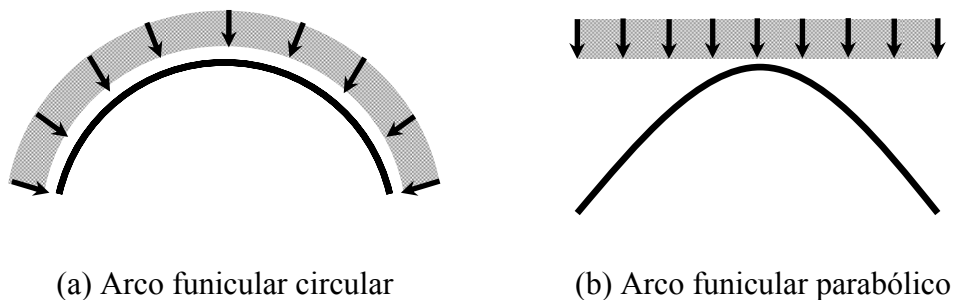


Figura 2.2. Clasificación según la geometría.

Según las condiciones de apoyo, los arcos son clasificados en bi-articulados, tri-articulados y fijos. Puede haber casos en que el arco tenga los apoyos fijos en los extremos y una articulación en la corona. (Figura 2.3). Mientras que el arco tri-articulado es estáticamente determinado, los demás son estáticamente indeterminados, aumentando su redundancia a mayores restricciones en los apoyos.

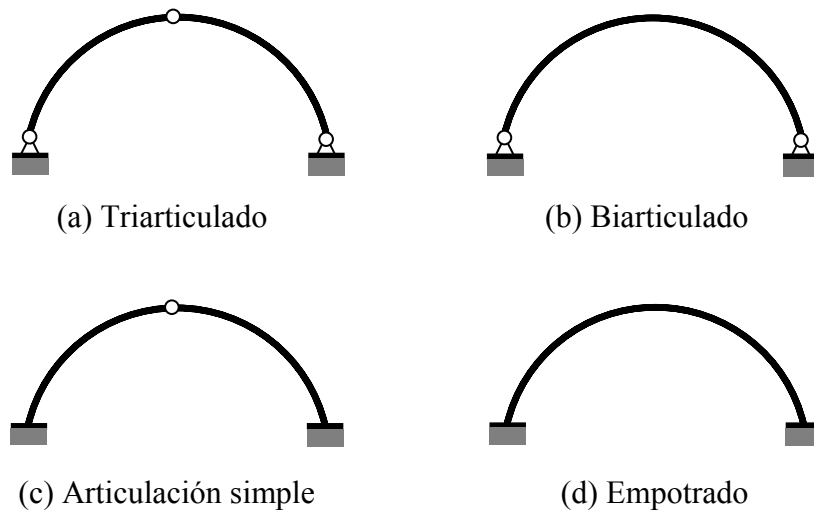


Figura 2.3. Clasificación según los apoyos y articulaciones.

De acuerdo a la posición del tablero, se distinguen tres tipos de puentes de arco: arco con tablero inferior (through), arco con tablero intermedio (half-through) y arco con tablero superior (deck arch). (Figura 2.4) Generalmente, los arcos con tablero inferior tienen vigas de apoyo que se conectan a los arcos en los apoyos extremos, actuando como tirantes e impidiendo prácticamente el desplazamiento relativo de los apoyos; por ello, a estos arcos se les denomina arcos atirantados.

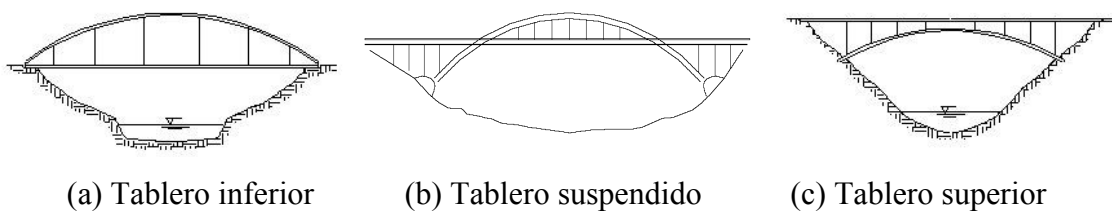


Figura 2.4. Clasificación según la posición del tablero.

Según la posición del arco en relación a la de estabilidad lateral, los puentes de arco pueden tener alguna de tres configuraciones: paralela, inclinada o simple. (Figura 2.5) Los puentes con configuración paralela o inclinada son arcos dobles unidos por arriostres

laterales. Estos arriostres pueden tener un arreglo en X o K o ser vigas transversales. Los puentes con configuración simple consisten en un solo arco que debe tener una rigidez suficiente para soportar las acciones laterales fuera de su plano.

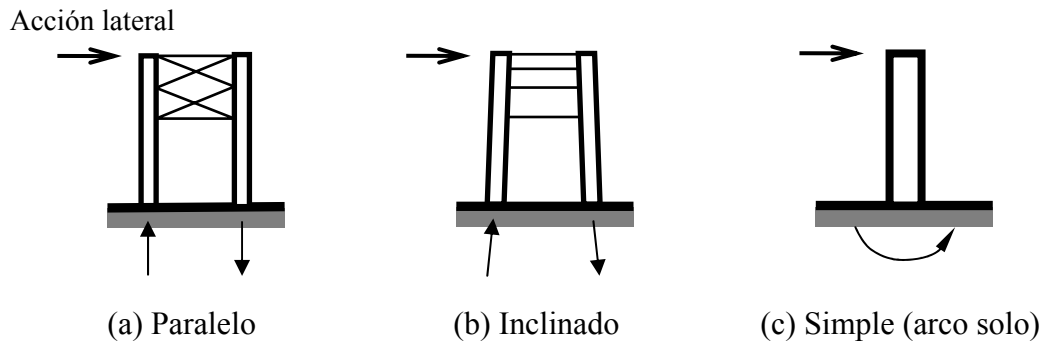


Figura 2.5. Clasificación según el sistema de estabilidad lateral.

El arco como elemento estructural puede tener una sección sólida (solid rib arch) o estar constituido por una armadura de celosía (trussed rib arch), como se muestra en la Figura 2.6. Por otro lado, las péndolas pueden ser de los tipos siguientes: verticales, radiales o cruzadas. (Figura 2.7) Las péndolas pueden ser cables flexibles o elementos más rígidos.

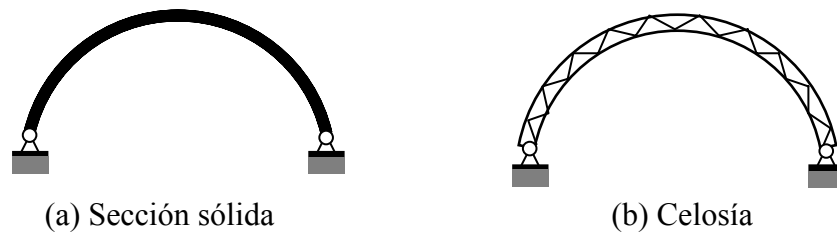


Figura 2.6. Arcos de sección sólida y de celosía.

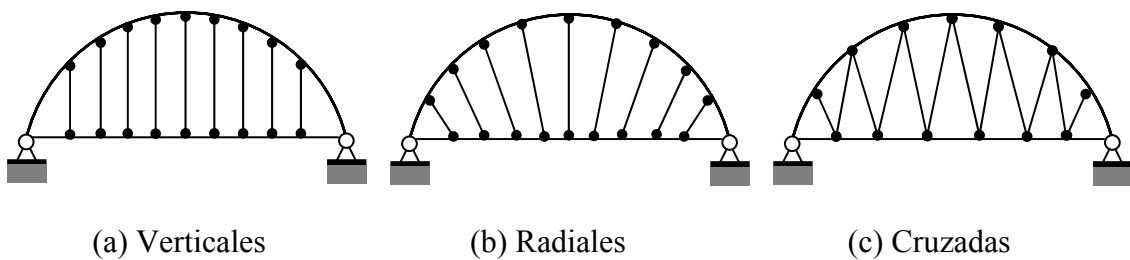


Figura 2.7. Tipos de péndolas.

Desde el punto de vista constructivo, los arcos circulares con péndolas radiales tienen ventajas constructivas por su sencillez geométrica, que permite un proceso de fabricación más fácilmente controlable, además de generar fuerzas internas de compresión pura en el arco.

2.2.3. El Puente de Arco Atirantado.

Un arco atirantado es un conjunto estructural formado por dos elementos unidos por barras verticales o con cierta inclinación respecto de la vertical (denominadas péndolas), y simplemente apoyados en sus extremos. El elemento comprimido es el arco y el elemento sometido a tracción (y con poca curvatura en general) y flexión es la viga tirante (Courbon, 1958). Sánchez *et al* (1999) desarrollaron una formulación simplificada para el análisis de la flexión en el sistema arco-viga tirante, cuya idea básica es la de obtener los momentos flectores en cada elemento como una proporción de su rigidez flexionante (EI) en el eje ortogonal al plano del arco.

La estructura objeto del presente estudio es un puente en arco atirantado paralelo, con péndolas radiales, arriostrado con vigas transversales. El puente es de acero estructural. Los elementos que componen un puente de arco atirantado típico se presentan en la Figura 2.8.

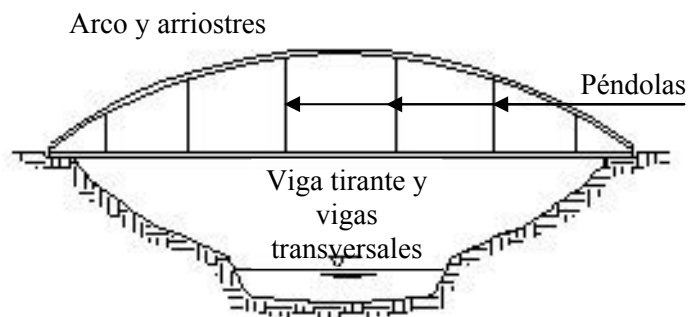


Figura 2.8. Elementos de un puente de arco atirantado

2.3 CRITERIOS DE DISEÑO DE UN ARCO.

El elemento principal de esta clase de estructuras, es decir el arco, está solicitado a fuerzas de compresión o a una combinación de fuerzas de flexión y compresión. En los arcos circulares, un estado de compresión pura aparece en el caso que los apoyos sean articulaciones fijas y las fuerzas sean radiales o normales al eje. La combinación de flexión y compresión se da cuando los apoyos son empotrados parcial o totalmente o cuando las fuerzas son verticales o concentradas. El caso del puente en estudio, con dos arcos atirantados unidos por unas placas muy rígidas y vigas transversales en los apoyos, se asimila mejor a la segunda condición, aunque los esfuerzos normales por flexión generados sean menores que aquellos producidos por la compresión. Además, es usual tener secciones transversales tales que la fuerza compresiva de pandeo es más relevante que el momento flector de pandeo. En cualquier caso, el criterio de estabilidad al pandeo y, en consecuencia, su cálculo, son determinantes. En realidad, en la literatura técnica no se disponen de ecuaciones de diseño para los arcos atirantados en flexión y compresión, en donde la influencia de los arriostres en el valor de la carga crítica de pandeo es importante. Las ecuaciones que se manejan usualmente son aquellas que gobiernan el caso de compresión pura o de flexión pura.

En el diseño por estabilidad, generalmente se calculan la resistencia al pandeo elástico (mediante análisis de valores propios) y la resistencia plástica (para la sección considerándola rígida). Las resistencias calculadas se obtienen a partir de ecuaciones de forma cerrada (closed-form equations). La resistencia plástica puede ser el esfuerzo de fluencia, la capacidad a la fuerza axial o la capacidad de momento flector. Se define como esbeltez modificada $\bar{\lambda}$, la raíz cuadrada de la relación entre la resistencia plástica y la resistencia al pandeo elástico. A cada valor de $\bar{\lambda}$, le corresponde un factor adimensional de reducción χ de acuerdo a ecuaciones o curvas sobre pandeo (Figura 2.9), que se presentan en los manuales de la SSRC (Structural Stability Research Council) o en la norma AISC (American Institute of Steel Construction). El factor de reducción χ fue obtenido empíricamente mediante experimentos o análisis de elementos finitos de manera que, en este factor, el comportamiento no-lineal de las estructuras es tomado en cuenta. Finalmente, el factor de reducción se multiplica por la resistencia plástica y se obtiene así un estimado de la carga límite de la estructura.

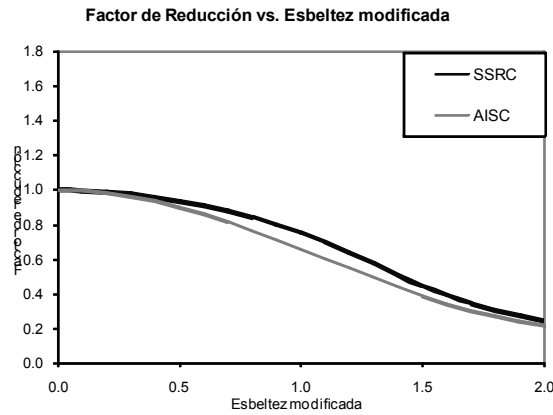


Figura 2.9. Factores de reducción SSRC y AISC.

En la Figura 2.9 se observa que cuando la esbeltez modificada es grande, la curva de pandeo se aproxima a la resistencia al pandeo elástico, en tanto que si la esbeltez modificada es muy pequeña, se aproxima a la resistencia plástica. Cuando la esbeltez modificada es alrededor de la unidad, la diferencia con ambas resistencias es mayor. La esbeltez modificada de la mayor parte de las estructuras de acero tiene un valor cercano a la unidad, por lo que un cálculo basado solamente en la resistencia al pandeo elástico puede llevar a una sobreestimación de la capacidad de carga real (La Poutré, 2005).

El procedimiento de diseño en elementos a flexión y compresión en los códigos de diseño está basado en la consideración conjunta de ambas solicitaciones mediante fórmulas de interacción. Realmente, la interacción entre la flexión y la compresión está influida por factores tales como la esbeltez del arco, el ángulo subtendido, la carga actuante, los esfuerzos residuales y las imperfecciones iniciales (Pi y Trahair, 1999). Con fines de diseño, AASHTO-LRFD (2005) dispone el uso de fórmulas de interacción en rangos de validez que dependen del nivel de la fuerza axial. Para el caso del arco con una solicitación axial más apreciable que el momento flector, tal como es el caso de la presente estructura, se tiene la expresión:

$$\frac{P_u}{P_r} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{M_{rx}} + \frac{M_{uy}}{M_{ry}} \right) \leq 1.0 \quad , \quad \frac{P_u}{P_r} \geq 0.20 \quad (2.1)$$

Donde:

P_r = resistencia factorada a la compresión.

M_{rx} = resistencia factorada a la flexión alrededor del eje x.

M_{ry} = resistencia factorada a la flexión alrededor del eje y.

M_{ux} = momento flexionante máximo alrededor del eje x.

M_{uy} = momento flexionante máximo alrededor del eje y.

La resistencia factorada a la flexión se calcula con la expresión:

$$M_r = \phi_f M_n = F_y S \left[1 - \frac{0.064 F_y S l}{E A} \left(\frac{\sum \frac{b}{t}}{I_y} \right)^{0.5} \right] \quad (2.2)$$

Donde:

$\phi_f = 1.0$

S = módulo de sección alrededor del eje.

F_y = esfuerzo de fluencia.

l = longitud no arriostrada del elemento.

E = módulo de elasticidad.

A = área de la superficie encerrada entre las líneas centrales de las planchas.

I_y = momento de inercia en el eje perpendicular al eje de flexión.

b = distancia neta entre planchas.

t = espesor de planchas.

Los momentos últimos a considerar en la expresión (2.1) son evaluados a partir de análisis elásticos lineales y luego corregidos por un factor de amplificación, para tomar en cuenta la presencia de una sollicitación axial de compresión. Para arcos, AASHTO-LRFD dispone que los momentos flectores debidos a carga viva y de impacto sean incrementados por un factor δ_b , dado por:

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\phi P_E}} \geq 1.0 \quad (2.3)$$

Donde:

$C_m = 1.0$

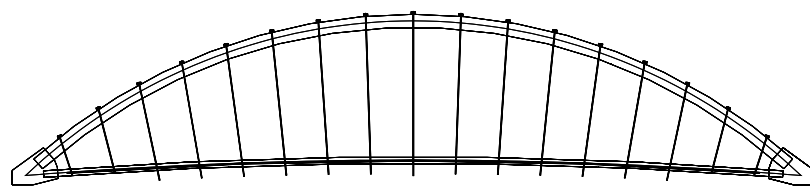
$P_E = \frac{\pi^2 EI}{(k l_u)^2}$

$k = 0.70$

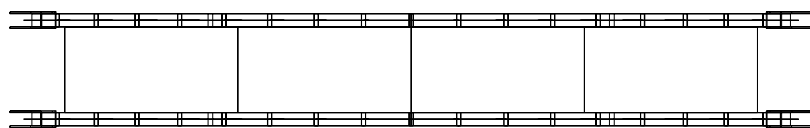
l_u = mitad de la longitud del arco.

2.4 CARACTERÍSTICAS DEL PUENTE A EVALUAR.

El puente en estudio tiene 150 metros de longitud entre ejes de apoyos. La superestructura consiste en dos arcos modulares que soportan un tablero de 22,70 m de ancho mediante 17 péndolas cada uno. Los arcos son de acero y de sección cajón, de dimensiones exteriores 2 x 2 m, a base de planchas de 15 mm de espesor, con rigidizadores de 20 mm de espesor. Cada péndola está formada por 18 torones de 0,5 pulgadas de diámetro. El sistema de arriostre empleado finalmente comprende cinco vigas tubulares de sección rectangular igualmente espaciadas de 1 m x 2 m y 10 mm de espesor. El tablero comprende 15 vigas longitudinales de acero de sección I, de peralte igual a 0,30 m, apoyadas sobre 17 vigas transversales de acero de sección cajón (1,0 x variable). A ambos lados del tablero, como elemento de transmisión de carga entre el tablero y las péndolas, se tienen dos tirantes de acero de sección cajón, de dimensiones exteriores 2 x 1 m, a base de planchas de 12 mm de espesor. Sobre las vigas longitudinales se encuentra la losa de concreto armado, de 0,20 m de espesor, que incluye una berma central de 1,00 m de ancho y veredas de 3,5 m de ancho, a cada lado. Los apoyos de la superestructura consisten en prismas de neopreno reforzado con planchas de acero, de dimensiones 2 m x 2 m y 0,208 m de espesor. En la Figura 2.10 se presenta una vista en elevación y planta del puente en estudio y en la Figura 2.11 los esquemas de las secciones transversales de los elementos principales de los arcos y sus arriostres.



(a) Elevación



(b) Planta

Figura 2.10. Esquemas del puente prototipo.

CAPITULO 3

ESTABILIDAD DE LOS ARCOS

El presente capítulo tiene por objetivo presentar de manera resumida el planteamiento teórico relativo al análisis de estabilidad de las estructuras tipo arco, para introducir los conceptos básicos y los términos relevantes que influyen en la estabilidad de esta clase de estructuras. Es preciso indicar que la formulación teórica que se ha desarrollado más hasta la actualidad corresponde a los arcos unitarios, sin arriostres. Como se verá más adelante, han sido objeto de estudio los puentes de arco doble parabólico con algunos sistemas de arriostre, pero con modelos de barras, ya sea de eje recto o de eje curvo.

3.0 INTRODUCCIÓN.

Se dice que un sistema estructural se encuentra en equilibrio estable si, tras haber sido sometido a una perturbación ligera, luego de ser retirada ésta el sistema tiende a retornar a su estado de equilibrio original. Si la perturbación ocasiona que el sistema abandone su estado de equilibrio, entonces el sistema es inestable. La situación límite en la cual el estado asociado a la perturbación ligera se mantiene luego que ésta es retirada, se denomina equilibrio neutro.

La estabilidad del equilibrio suele ser explicada tomando en cuenta a tres estados de una esfera en reposo sobre una superficie (Figura 3.1). Si la esfera está sobre una superficie esférica cóncava, cualquier desplazamiento desde la posición inicial requerirá una cierta cantidad de trabajo, por tanto la energía potencial del sistema será incrementada; se considera que la esfera está en un equilibrio estable. Si la esfera está sobre una superficie plana, puede ser desplazada sin generar trabajo alguno; no habrá cambio en la energía potencial del sistema; se dice que está en un equilibrio neutro o indiferente. En un tercer caso, la esfera está sobre una superficie esférica convexa; cualquier desplazamiento la

desplazará hacia abajo, por tanto la energía potencial del sistema será menor; se encuentra en un estado de equilibrio inestable.

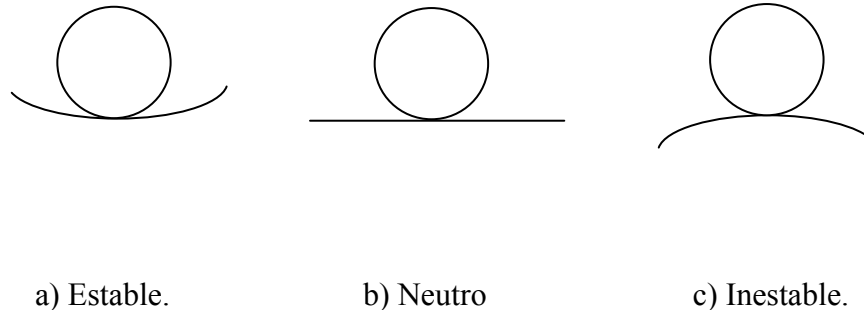


Figura 3.1. Estados de equilibrio.

La definición de la estabilidad del equilibrio de un cuerpo rígido ha sido extendida a los cuerpos deformables introduciendo el concepto de “energía potencial total” (Mc Guire *et al*, 2000):

$$\Pi = U + V \quad (3.1)$$

Π es la energía potencial total, U es la energía de deformación y V es el potencial de las cargas aplicadas. Como en el equilibrio, la energía potencial total toma un valor estacionario (constante), esto significa que, en términos variacionales: $\delta \Pi = 0$.

Aunque es una condición matemática para el equilibrio estático, no es suficiente para determinar si este equilibrio estático es estable, neutro o inestable. Ello depende si, en el equilibrio, la energía potencial total Π es, respectivamente, mínima, neutra o máxima, respectivamente. Esa distinción puede hacerse si se investigan las segundas o mayores variaciones de Π . Su uso en el análisis de la estabilidad de sistemas más complejos puede encontrarse en Timoshenko y Gere (1961), Brush y Almroth (1975) y Ziegler (1977), de acuerdo a Mc Guire *et al* (2000).

En un elemento estructural a compresión, la inestabilidad es una condición en la cual pierde la capacidad para resistir cargas incrementales y exhibe un decremento en su

capacidad de absorber cargas. Es decir, la inestabilidad ocurre en el punto máximo de la curva carga-deflexión.

Los problemas de inestabilidad de los elementos a compresión pueden subdividirse en dos categorías: aquellos asociados con el fenómeno denominado “bifurcación del equilibrio” y aquellos en los cuales la inestabilidad ocurre cuando el sistema alcanza una carga máxima o límite sin una bifurcación previa, si no mediante un incremento progresivo de los desplazamientos (Galambos, 1988). En el primer caso, un elemento perfecto sometido a una carga incremental, se deforma inicialmente con un patrón determinado y luego, a partir de una carga, llamada carga crítica, el patrón de la deformación cambia súbitamente. En el segundo caso, los elementos contienen imperfecciones iniciales o se deforman de un solo modo desde el inicio de la carga, hasta alcanzar la carga máxima, con una disminución progresiva de la rigidez debida al cambio en la geometría del elemento, en un fenómeno llamado “divergencia del equilibrio”.

El análisis clásico para la obtención de la carga crítica proviene del procedimiento de Euler (1744), que estableció las ecuaciones que gobiernan el equilibrio neutro en un elemento perfecto sometido a una carga axial de compresión y con una posición desplazada. Existen otros procedimientos para la obtención de la carga crítica, tales como el planteamiento del potencial de energía del sistema, cuya base ha sido resumida en los párrafos anteriores, o la aproximación dinámica (Bazant y Cedolin, 2003).

3.1 PANDEO EN EL PLANO.

Las primeras aproximaciones al estudio del pandeo en arcos estuvieron orientadas a la inestabilidad en el plano del elemento. En el planteamiento de las ecuaciones de equilibrio se toma en cuenta que la curvatura inicial del arco varía y el arco es inextensible (Figura 3.2). Dado que el momento flector es proporcional al cambio de curvatura, se tiene:

$$M = E I \kappa \quad (3.2)$$

Donde:

$$\kappa = \left(\frac{1}{R-w} - \frac{1}{R} \right) + \frac{d^2 w}{ds^2} \approx \frac{w}{R^2} + \frac{d^2 w}{ds^2} \quad (3.3)$$

κ = cambio de curvatura del arco.

R = radio de curvatura del arco.

w = deflexión normal a la línea central del arco.

s = coordenada de longitud de la línea central del arco.

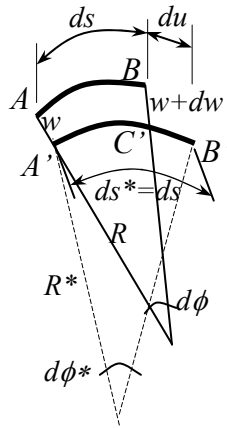


Figura 3.2. Deformación del arco.

Reemplazando (3.3) en (3.2), se tiene la ecuación que gobierna el pandeo en arcos altos, es decir, aquellos arcos donde se puede suponer que la línea central es incompresible.

$$\frac{d^2 w}{ds^2} + \frac{w}{R^2} = \frac{M}{E I} \quad (3.4)$$

En arcos articulados con presión radial uniforme (Figura 3.3), la fuerza axial P es $P = p R$ y el momento flector M debido a la deflexión en el pandeo w es $M = -P w$. Luego, la ecuación (3.4) toma la forma:

$$\frac{d^2 w}{ds^2} + \frac{w}{R^2} = -\frac{P w}{E I}$$

$$\frac{d^2 w}{ds^2} + \left(\frac{1}{R^2} + \frac{P}{EI} \right) w = 0$$

La ecuación es de la forma:

$$\frac{d^2 w}{ds^2} + k^2 w = 0, \quad k^2 = \frac{1}{R^2} + \frac{P}{EI} \quad (3.5)$$

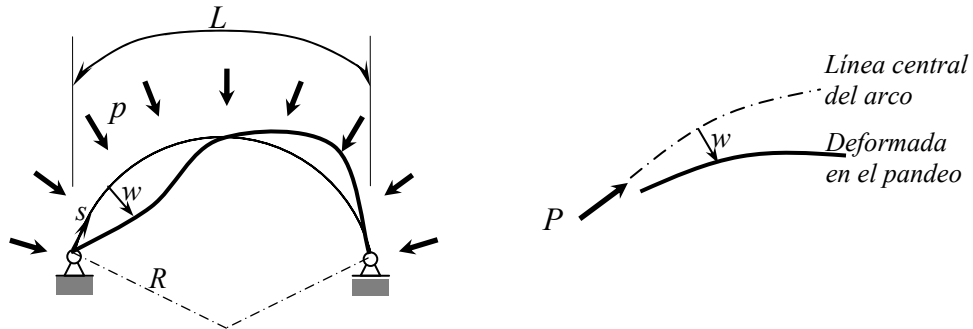


Figura 3.3. Arco circular bajo presión radial uniforme.

Bajo una presión radial uniforme p , la función w que satisface la ecuación (3.5) es:

$$w = A \operatorname{sen} \left(\frac{n \pi s}{L} \right) \quad (3.6)$$

En (3.5):

$$\left(k^2 - \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \right) A \operatorname{sen} \left(\frac{n \pi s}{L} \right) = 0$$

Como $P = p R$:

$$\frac{1}{R^2} + \frac{p R}{EI} = \frac{n^2 \pi^2}{L^2}$$

El valor crítico de P es:

$$P_{CR} = \frac{EI}{R^3} \left[\frac{n^2 \pi^2}{(L/R)^2} - 1 \right], \quad n = 2, 4, 6, \dots \quad (3.7)$$

Esta ecuación puede quedar de la forma siguiente, para la carga crítica menor:

$$P_{CR} R = P_{CR} = \frac{\pi^2 EI}{\left(\beta \frac{L}{2} \right)^2} \quad (3.8)$$

L = longitud total del arco.

βL = longitud efectiva.

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{4 - \left(\frac{L^2}{\pi^2 R^2}\right)}}$$

Es importante notar que en los casos límites cuando L/R tiende a cero, β tiende a la unidad, y cuando el arco es semicircular, β es 1.15. Timoshenko y Gere (1961) estudiaron el problema de los arcos empotrados y presentaron expresiones con los cuales calcularon un valor de β de 0.70 para un arco semicircular.

Bazant y Cedolin (2003) presentan una formulación linealizada basada en ecuaciones de equilibrio más generales, pues consideran el equilibrio en las direcciones radial y tangencial del arco, con los incrementos en el momento flector, la fuerza cortante y la fuerza axial debidos al pandeo (Figura 3.4). Oran y Reagan (1969) plantearon tales ecuaciones de equilibrio, donde las diferenciales están dadas respecto al ángulo ϕ :

$$V' + N = 0 \quad (3.9.a)$$

$$N' - V = 0 \quad (3.9.b)$$

$$M' + R V + p R' \theta = 0 \quad (3.9.c)$$

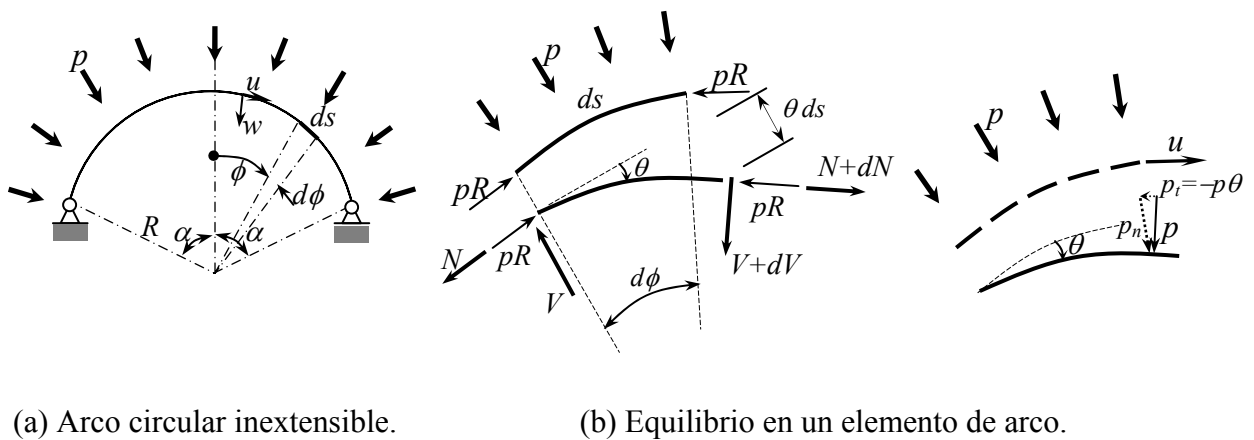


Figura 3.4. Arco circular y equilibrio en un elemento de arco.

Usando la ecuación (3.4) en las ecuaciones (3.9) y considerando que $u' = w$, para satisfacer la condición de inextensibilidad, se obtiene:

$$(u^{IV} + 2u'' + u)'' + K^2(u^{IV} + 2u'' + u) = 0 \quad (3.10)$$

Donde:
$$K^2 = \frac{p R^3}{E I}$$

La solución general puede ser expresada como:

$$u(\phi) = u^S(\phi) + u^A(\phi)$$

Donde la solución tiene una parte simétrica u^S y otra antisimétrica u^A :

$$u^S(\phi) = A_1 \cos k\phi + A_2 \cos \phi + A_3 \phi \sin \phi \quad (3.11)$$

$$u^A(\phi) = A_4 \sin k\phi + A_5 \sin \phi + A_6 \phi \cos \phi \quad (3.12)$$

Considerando el pandeo antisimétrico y las condiciones de borde en los apoyos, se tienen las ecuaciones siguientes, con los que se obtienen las expresiones para K en el pandeo.

Para arcos articulados:

$$2(K \sin K\alpha \cos \alpha - \cos K\alpha \sin \alpha) \sin \alpha - K(K^2 - 1)(\alpha + \sin \alpha \cos \alpha) \sin K\alpha = 0 \quad (3.13)$$

Para arcos empotrados:

$$2(K \sin K\alpha \cos \alpha - \cos K\alpha \sin \alpha) \cos \alpha - (K^2 - 1)(\alpha + \sin \alpha \cos \alpha) \cos K\alpha = 0 \quad (3.14)$$

Con los valores de K , empleando la forma de la ecuación (3.8), se obtiene para un arco semicircular biarticulado $\beta = 1.1078$ y para uno biempotrado $\beta = 0.6667$. Estos resultados, aunque difieren de los de Timoshenko en un porcentaje menor a 4%, están del lado de la seguridad. Sin embargo, cuando se considera que las cargas cambian de dirección de tal manera que se mantengan ortogonales a la línea del arco – para lo cual se

plantea otra ecuación diferencial –, se obtienen valores de $\beta = 1.1547$ para el arco semicircular biarticulado, y $\beta = 0.7071$ para el biempotrado. En consecuencia, la rotación de la carga produce una disminución de la carga crítica (Bazant y Cedolin, 2003).

Papangelis y Trahair (1987) presentaron una estrategia de solución basada en la segunda variación del potencial de energía, obteniendo soluciones similares a las de Timoshenko y otros autores posteriores a él.

3.2 PANDEO LATERAL.

En el planteamiento clásico de este problema (Timoshenko y Gere, 1961) se considera que la deformada de la barra está determinada completamente por el desplazamiento del centroide de la sección transversal y la rotación de la sección respecto a la tangente a la línea del eje. En una sección transversal con una posición definida por el ángulo ψ , se define un sistema de coordenadas rectangulares mostrado en la Figura 3.5.

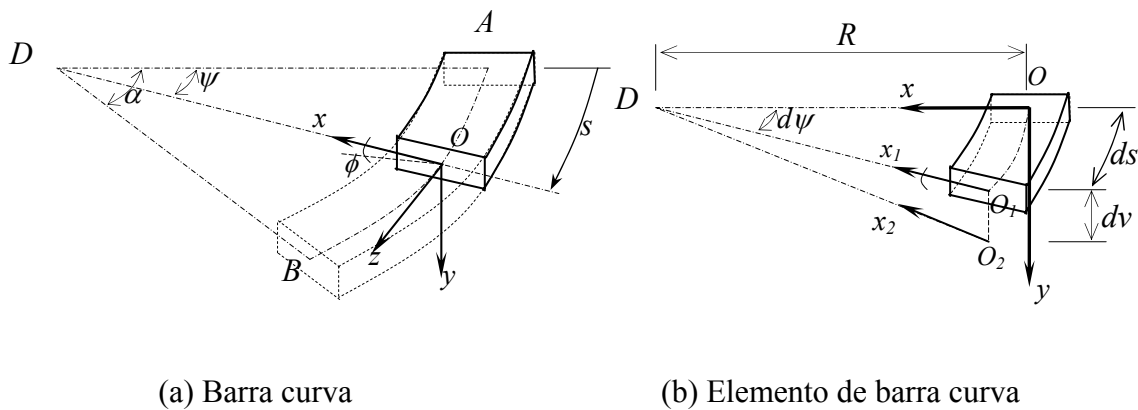


Figura 3.5. Sistema de coordenadas en la barra circular.

El desplazamiento del centroide O tiene tres componentes, u , v , w , en las direcciones x , y , z , respectivamente. La deformación de un elemento de barra curva se debe a la flexión en

cada uno de los planos principales xz y yz, así como a la torsión alrededor del eje z. Las ecuaciones para calcular las curvaturas y el giro unitario por torsión son:

$$M_x = \frac{E I_x}{\rho_1} \quad (3.15.a)$$

$$M_y = E I_y \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{R} \right) \quad (3.15.b)$$

$$M_z = G J \theta = C \theta \quad (3.15.c)$$

Donde:

$1/\rho_1$ = curvatura del eje en el plano yz, después de la deformación.

$1/\rho_2$ = curvatura del eje en el plano xz, después de la deformación.

θ = ángulo de torsión por unidad de longitud.

Para obtener las ecuaciones diferenciales, es necesario establecer las expresiones para las curvaturas y el giro en función de los desplazamientos. Considerando desplazamientos pequeños, se llegan a las siguientes ecuaciones básicas (Timoshenko y Gere, 1961):

$$M_x = E I_x \left(\frac{\phi}{R} - \frac{d^2 v}{ds^2} \right) \quad (3.16.a)$$

$$M_y = E I_y \left(\frac{u}{R} + \frac{d^2 u}{ds^2} \right) \quad (3.16.b)$$

$$M_z = C \left(\frac{d\phi}{ds} + \frac{1}{R} \frac{dv}{ds} \right) \quad (3.16.c)$$

Con estas ecuaciones se estudió el pandeo de arcos sometidos a flexión uniforme, así como el pandeo bajo compresión uniforme. Para este último caso, en un arco biarticulado bajo la acción de cargas radiales cuyas direcciones no cambian durante el pandeo, la carga crítica es:

$$P_{CR} R = P_{CR} = \frac{E I_x}{R^2} \frac{(\pi^2 - \alpha^2)^2}{\alpha^2 \left[\pi^2 + \alpha^2 \left(\frac{E I_x}{C} \right) \right]} \quad (3.17)$$

Suponiendo que las cargas radiales rotan de modo que siempre quedan dirigidas hacia el centro de curvatura inicial del arco, la carga crítica es:

$$P_{CR} R = P_{CR} = \frac{\pi^2 E I_x}{R^2} \frac{(\pi^2 - \alpha^2)}{\alpha^2 \left[\pi^2 + \alpha^2 \left(\frac{EI_x}{C} \right) \right]} \quad (3.18)$$

Se demuestra que la rotación de las cargas aumenta la estabilidad. Por ejemplo, para un arco con $\alpha = \pi/2$, se produce un incremento de 33% en el valor de la carga crítica (Timoshenko y Gere, 1961). También se desarrollaron expresiones para arcos doblemente empotrados.

Como en el caso de pandeo en el plano, Papangelis y Trahair (1987) presentaron una estrategia de solución basada en la segunda variación del potencial de energía. Pi *et al* (1994) y Pi y Trahair (1998), con esta misma estrategia, desarrollaron expresiones para la carga crítica de arcos biarticulados y biempotrados, bajo compresión uniforme y flexión uniforme, considerando las deformaciones que producían las cargas en el estado próximo al pandeo, así como deformación adicional por torsión asociada a la diferencia de posición entre el centro de corte y el centroide de la sección transversal. Con este planteamiento (Pi *et al*, 1994), para un arco biarticulado sometido a una carga radial uniforme la carga crítica elástica para el modo n -ésimo N_{yan} se obtiene resolviendo la ecuación:

$$A_1 \left(\frac{N_{yan}}{N_{yn}} \right)^2 + B_1 \left(\frac{N_{yan}}{N_{yn}} \right) + C_1 = 0 \quad (3.19)$$

Donde:

$$A_1 = \frac{N_{yn}}{N_{zn}}$$

$$B_1 = \left(1 + \frac{a_n^2}{b_n^2} \right) + (1 - a_n^2)^2 \frac{N_{yn}}{N_{zn}}$$

$$C_1 = (1 - a_n^2)^2$$

$$a_n = \frac{L}{n \pi R}$$

$$b_n = \frac{n \pi M_{yzn}}{N_{yn} L}$$

$$M_{yzn} = \sqrt{r_0^2 N_{yn} N_{zn}}$$

$$N_{yn} = \frac{n^2 \pi^2 E I_y}{L^2}$$

$$N_{zn} = \frac{1}{r_0^2} \left(G J + \frac{n^2 \pi^2 E I_w}{L^2} \right) ; r_0^2 = \frac{I_x + I_y}{A}$$

J = constante torsional de la sección transversal.

I_w = constante de alabeo de la sección transversal.

n = número de semi-ondas de pandeo en el arco. ($n=1$ para la carga menor)

La carga crítica menor corresponde a $n = 1$, y la solución de la ecuación (3.19) adopta la forma:

$$N_{ya} = k_{ya} N_y = k_{ya} \frac{\pi^2 E I_y}{L^2} \quad (3.20)$$

Donde:

$$k_{ya} = \frac{1}{2} \frac{N_z}{N_y} \left[\sqrt{\left(1 - \frac{a_1^2}{b_1^2}\right)^2 + 2 \left(\frac{a_1^2}{b_1^2} - 1\right) (1 - a_1^2)^2 \frac{N_y}{N_z} + (1 - a_1^2)^4 \frac{N_y^2}{N_z^2}} - \left(1 + \frac{a_1^2}{b_1^2}\right) - (1 - a_1^2)^2 \frac{N_y}{N_z} \right] \quad (3.21)$$

$$N_z = \frac{1}{r_0^2} \left(G J + \frac{\pi^2 E I_w}{L^2} \right) \quad (3.22)$$

La aplicación de la fórmula (3.20) genera resultados que dentro de los márgenes prácticos no representan una gran variación respecto de los que se pueden obtener con las expresiones de Timoshenko, como se observará en la evaluación de los capítulos siguientes. No obstante, Pi y Trahair (1995) usan esta formulación y la amplían al caso de pandeo inelástico, así como proponen expresiones para el cálculo de la resistencia de

arcos en compresión uniforme y en flexión uniforme. Concluyen, dentro de sus resultados, que los efectos del ángulo subtendido y la curvatura en el plano son significativos en el pandeo y la resistencia de los arcos. Asimismo, los efectos de las imperfecciones iniciales (desalineamientos fuera del plano) y los esfuerzos residuales son más importantes en el pandeo inelástico de arcos en compresión uniforme.

3.3 EFECTOS DE LA NO LINEALIDAD.

En el análisis no lineal considerando la no linealidad geométrica – denominado análisis de segundo orden – se incluyen los efectos de las deformaciones y los desplazamientos en la formulación de las ecuaciones de equilibrio. Existen tres aspectos importantes a considerar (Maurial, 1995): la geometría exacta de los desplazamientos, las relaciones exactas entre los desplazamientos y las deformaciones, y el equilibrio en el sistema deformado. Para solicitaciones axiales de compresión predominantes, el planteamiento del equilibrio en la geometría deformada es el más importante.

Entre las fuentes de no-linealidad se cuentan las siguientes (Mc Guire *et al*, 2000; Wilson, 2001):

Efectos geométricos:

- Imperfecciones iniciales, tales como un alabeo y un emplazamiento desaplomado de la estructura.
- Efecto $P-\Delta$, es decir, cuando por el efecto de fuerzas relativamente grandes, las ecuaciones de equilibrio con la geometría original y aquellas con la geometría deformada pueden ser significativamente diferentes. Un caso típico es el del momento desestabilizador producto del peso de la estructura multiplicado por el desplazamiento horizontal, que sucede por el desplazamiento lateral de la estructura de un piso de una edificación.
- Efecto $P-\delta$, que ocurre como influencia de la fuerza axial en la rigidez a la flexión de un elemento individual.

- Efecto de grandes desplazamientos, que sucede cuando una estructura presenta deformaciones y rotaciones grandes, de modo que las relaciones usuales de esfuerzo-deformación ya no se aplican y las ecuaciones de equilibrio deben ser planteadas a partir de la geometría deformada de la estructura. Una hipótesis importante es la consideración de deformaciones unitarias y rotaciones relativas pequeñas, de modo que el elemento a analizar debe ser subdividido apropiadamente para obtener resultados coherentes. Esta clase de análisis es necesario cuando se evalúa el comportamiento de una estructura después del pandeo (post-pandeo), con el objetivo de establecer si este comportamiento es estable o inestable (Chen y Lui, 1987).

Efectos del material:

- Deformación plástica (en estructuras de acero).
- Agrietamiento o flujo plástico (en estructuras de concreto armado).
- Interacción inelástica de la fuerza axial, la fuerza cortante, el momento flector y el momento torsor.

Efectos combinados:

- Deformación plástica más efectos $P-\Delta$ y/o $P-\delta$.
- Deformaciones en las conexiones.
- Contribuciones de los elementos no estructurales y sistemas secundarios en la rigidez y la resistencia.

3.4 MODELOS DE ANÁLISIS.

En este acápite se resumen los lineamientos principales del modelo usado en los análisis realizados en lo sucesivo, que tiene como base una formulación matricial tridimensional, apropiada para modelos complejos como los de la estructura del estudio. Se presentan las matrices de rigidez geométrica del elemento básico tridimensional, así como la formulación para el cálculo de la carga crítica elástica e inelástica mediante el uso de la técnica matricial (Mc Guire *et al*, 2000).

3.4.1 FUNDAMENTOS DE LA FORMULACIÓN MATRICIAL DEL PROBLEMA DE ESTABILIDAD EN ESTRUCTURAS.

La formulación matricial es una estrategia de solución basada en un aproximación de la teoría clásica de estabilidad, cuyos fundamentos se resumen en los acápites siguientes.

3.4.1.1 Matriz de rigidez para un elemento viga-columna con rotaciones en los extremos y desplazamiento relativo en los apoyos.

Se considera un elemento viga-columna perfectamente recta, elástica, de longitud L luego de aplicar una carga P , con extremo fijo en B, como se muestra en la Figura 3.6. La sección es constante, de tal modo que EI es constante. Se consideran los momentos en sentido antihorario como positivos. La ecuación diferencial y la curva de la deformada w están dadas por:

$$(EI w''')'' + (P w')' = p(x) \quad (3.23)$$

$$w = A \operatorname{sen} kx + B \operatorname{cos} kx + Cx + D + w_p(x)$$

$$k = \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

$w_p(x)$ es una solución particular asociada a las cargas transversales $p(x)$ al eje del elemento, igual a cero en este caso.

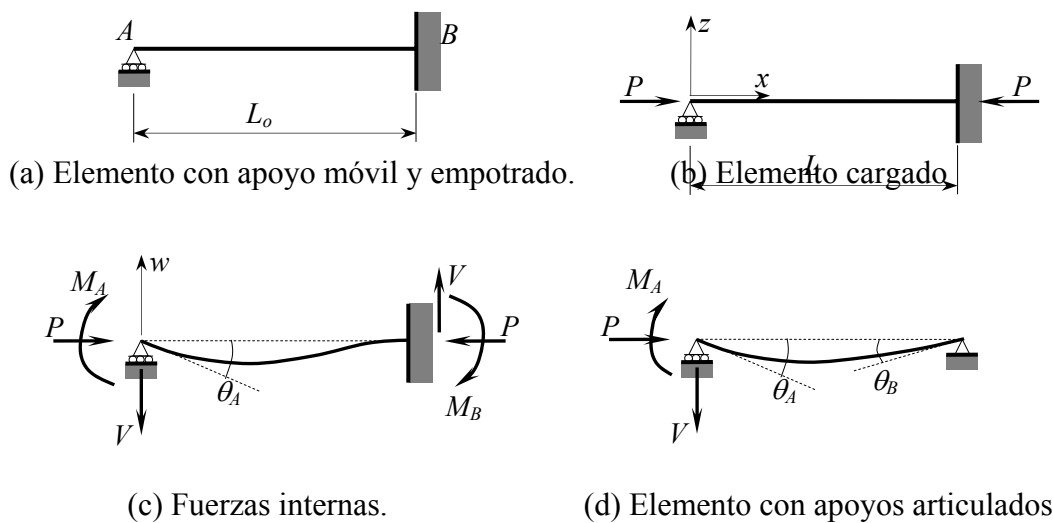


Figura 3.6. Elemento viga-columna.

Las condiciones de borde conducen a ecuaciones que permiten conseguir relaciones entre A y B:

$$\begin{aligned} A(\operatorname{sen} kL - kL) + B(\cos kL - 1) &= \theta_A L \\ A(\cos kL - 1) - B kL \operatorname{sen} kL &= \theta_A L \end{aligned} \quad (3.24)$$

De estas ecuaciones se tiene:

$$A = B \left(\frac{1 - \cos kL - kL \operatorname{sen} kL}{\operatorname{sen} kL - kL \cos kL} \right) \quad (3.25)$$

Ahora, se tiene: $M_A = M(0) = EI w''(0) = -EI k^2 B$

Operando, se obtiene:

$$M_A = K \theta_A \quad (3.26)$$

Donde: $K = s \frac{EI}{L}$ es el coeficiente de rigidez.

$$s = \frac{kL(\operatorname{sen} kL - kL \cos kL)}{2 - 2 \cos kL - kL \operatorname{sen} kL} \quad (3.27)$$

El momento flector en el extremo opuesto puede ser obtenido como:

$$M_B = -M(L) = -EI w''(L) = EI k^2 (A \operatorname{sen} kL + B \cos kL)$$

Dividiendo M_B entre M_A y operando, se obtiene:

$$c = \frac{M_B}{M_A} = \frac{kL - \operatorname{sen} kL}{\operatorname{sen} kL - kL \cos kL} \quad (3.28)$$

El parámetro c es el llamado factor de transporte, como en el método de deformaciones angulares.

Si se conocen los momentos flectores causados por una rotación en el extremo A cuando B está fijo, se conoce la solución cuando B rota manteniendo A fijo. Por simetría, los momentos resultantes son

$$M_B = K \theta_B \quad M_A = c M_B$$

En un elemento con ambos extremos rotados, la solución puede ser obtenida por superposición de los dos casos anteriores. Por tanto:

$$\begin{aligned} M_A &= K \theta_A + K c \theta_B \\ M_B &= K \theta_B + K c \theta_A \end{aligned}$$

Esta expresión se escribe en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{pmatrix} s & sc \\ sc & c \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{Bmatrix} \quad (3.29)$$

La matriz cuadrada de esta ecuación (3.29), con el factor EI/L , es la matriz de rigidez del elemento.

La matriz de flexibilidad, que es la inversa de la matriz de rigidez, es de la forma:

$$\begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{Bmatrix} = \frac{L}{EI} \begin{pmatrix} \psi_s & -\phi_s \\ -\phi_s & \psi_s \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

Donde:

$$\psi_s = \frac{1}{kL} \left(\frac{1}{kL} - \cot kL \right) \quad \phi_s = \frac{1}{kL} \left(\frac{1}{\text{sen } kL} - \frac{1}{kL} \right) \quad (3.31)$$

Estas funciones s , c , ϕ_s , ψ_s , son llamadas funciones de estabilidad.

Nótese que:

$$kL = \sqrt{\frac{P}{EI}} L = \sqrt{\frac{P \pi^2}{\pi^2 \frac{EI}{L^2}}} = \pi \sqrt{\frac{P}{P_E}} \quad (3.32)$$

P_E es la carga de pandeo elástico de Euler.

Las funciones s y sc pueden ser aproximadas mediante la expansión en series de Taylor:

$$\begin{aligned} s &= 4 - \frac{2\pi^2}{15} \left(\frac{P}{P_E} \right) - \frac{11\pi^4}{6,300} \left(\frac{P}{P_E} \right)^2 - \dots \\ sc &= 2 + \frac{\pi^2}{30} \left(\frac{P}{P_E} \right) + \frac{13\pi^4}{12,600} \left(\frac{P}{P_E} \right)^2 + \dots \end{aligned} \quad (3.33)$$

Se observa que las rigideces a flexión del elemento dependen de la carga axial.

Las funciones de estabilidad considerando deformaciones de corte fueron derivadas por Absi (1967) y son:

$$s = \frac{kL (\text{sen } kL - kL \beta \cos kL)}{2 - 2 \cos kL - kL \beta \text{sen } kL} \quad c = \frac{kL\beta - \text{sen } kL}{\text{sen } kL - kL \beta \cos kL} \quad (3.34)$$

Donde:

$$\beta = 1 - \frac{P}{G A_0}$$

G es el módulo de corte y A_0 es el área efectiva al corte.

Si al elemento viga-columna anterior, sometida a la fuerza axial P , bajo la cual tiene la longitud L , como se muestra en la Figura 3.7, le es impuesto en los extremos unos desplazamientos laterales pequeños w_A y w_B , junto con rotaciones pequeñas θ_A y θ_B , entonces el elemento será deformado mediante la imposición en los extremos de las rotaciones:

$$\begin{aligned} \phi_A &= \theta_A + \frac{\Delta}{L} \\ \phi_B &= \theta_B + \frac{\Delta}{L} \end{aligned} \quad (3.35)$$

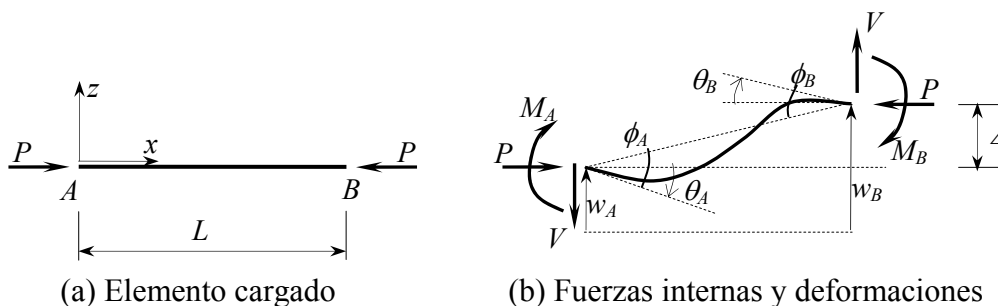


Figura 3.7. Elemento viga-columna con desplazamiento de los apoyos.

$\Delta = w_A - w_B$, es el desplazamiento lateral relativo (pequeño) entre los dos extremos. Considerando que la traslación y la rotación de cuerpo rígido, definido por el ángulo $-\Delta/L$, no afecta las fuerzas internas en el elemento, y de acuerdo a la ecuación (3.29), se obtiene:

$$\begin{aligned}
M_A &= \frac{EI}{L} (s \phi_A + s c \phi_B) = \frac{EI}{L} \left[s \theta_A + s c \theta_B + \frac{s(1+c)}{L} \Delta \right] \\
M_B &= \frac{EI}{L} (s c \phi_A + s \phi_B) = \frac{EI}{L} \left[s c \theta_A + s \theta_B + \frac{s(1+c)}{L} \Delta \right]
\end{aligned} \tag{3.36}$$

Considerando el equilibrio de momentos en el estado deformado, se tiene:

$$M_A + M_B - V L - P \Delta = 0$$

Sustituyendo apropiadamente los momentos e incluyendo la expresión de la carga de pandeo de Euler, se obtiene:

$$V = \frac{M_A + M_B}{L} - P \frac{\Delta}{L} = \frac{EI}{L} \left\{ \frac{s(1+c)}{L} \theta_A + \frac{s(1+c)}{L} \theta_B + \left[\frac{2s(1+c)}{L^2} - \frac{\pi^2}{L^2} \left(\frac{P}{P_E} \right) \right] \Delta \right\} \tag{3.37}$$

Las ecuaciones (3.36) y (3.37) se colocan en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \\ V \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{pmatrix} s & sc & \frac{\bar{s}}{L} \\ sc & s & \frac{\bar{s}}{L} \\ \frac{\bar{s}}{L} & \frac{\bar{s}}{L} & \frac{s^*}{L^2} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \Delta \end{Bmatrix} \tag{3.38}$$

Donde:

$$\bar{s} = s(1+c) \quad s^* = 2\bar{s} - \pi^2 \frac{P}{P_E} \tag{3.39}$$

La matriz cuadrada (con el factor EI/L) representa la matriz de rigidez general para deformaciones pequeñas de un elemento viga-columna.

3.4.1.2 Estrategia general para el análisis computacional

Para un elemento de longitud L se consideran 6 parámetros de desplazamiento, u_1, u_2, \dots, u_6 , así como las fuerzas asociadas F_1, F_2, \dots, F_6 (ver Figura 3.8).

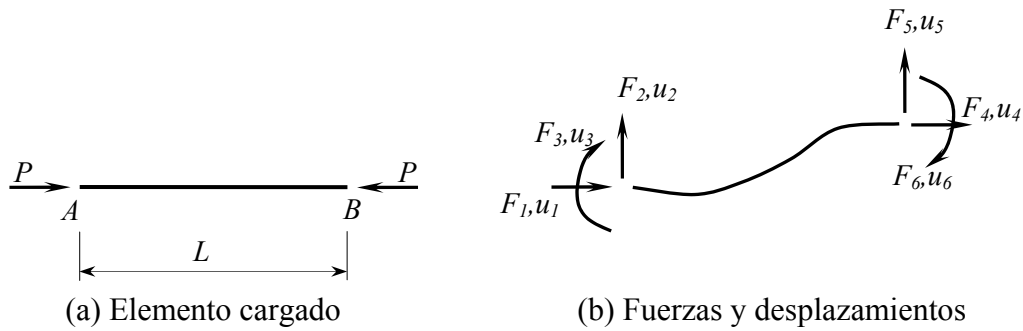


Figura 3.8. Componentes de desplazamiento y fuerza.

Sustituyendo:

$$\Delta = u_5 - u_6 \quad \theta_A = u_3 \quad \theta_B = u_6$$

$$F_5 = V \quad F_5 = -V \quad F_3 = M_A \quad F_6 = M_B$$

$$F_5 = (u_4 - u_1) \frac{EA}{L} = (u_4 - u_1) \frac{EI}{r^2 L}$$

$$F_1 = -(u_4 - u_1) \frac{EA}{L} = -(u_4 - u_1) \frac{EI}{r^2 L}$$

Ello da lugar a la expresión matricial:

$$[K] = [F][u] \quad (3.40)$$

Donde:

$$[K] = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} r^{-2} & 0 & 0 & -r^2 & 0 & 0 \\ s^* L^{-2} & -\bar{s} L^{-1} & 0 & -s^* L^{-2} & -\bar{s} L^{-1} & \\ & s & 0 & \bar{s} L^{-1} & sc & \\ & & r^{-2} & 0 & 0 & \\ sim. & & & s^* L^{-2} & \bar{s} L^{-1} & \\ & & & & & s \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

La matriz hallada puede también ser usada para un análisis incremental del comportamiento carga-desplazamiento de la estructura. En este caso los incrementos en las fuerzas son añadidos a los valores iniciales y las coordenadas de los extremos son actualizados después de cada paso.

El análisis de pandeo en estructuras generalmente se reduce a una ecuación lineal matricial de la forma:

$$[K(\mu)][u] = [f] \quad (3.42)$$

$[u]$ es el vector de incrementos de desplazamientos pequeños desde el estado inicial.

$[f]$ es el vector de incrementos de las fuerzas asociadas.

$[K(\mu)]$ es una matriz de rigidez incremental y μ es el parámetro de cargas iniciales, que es finito e independiente de $[f]$.

Si el determinante de la matriz $[K]$ tiende a cero, los desplazamientos se incrementan al infinito y cualquier fuerza causará desplazamientos infinitamente grandes; ello representa inestabilidad. Por tanto, el determinante nulo es la condición de carga crítica. La ecuación (3.42) es un problema de valores propios matricial, pero los coeficientes de la matriz de rigidez dependen de μ en forma no lineal.

Una manera de eliminar la no linealidad consiste en subdividir el elemento en sub-elementos (3 o más) cortos. Con ello, la relación $\rho = P_{cr}/P_E$ para cada sub-elemento será pequeña, típicamente cerca de 0.1 (Bazant, 2003). En ese rango, se puede usar una expresión linealizada, correspondiente a la parte lineal de la expansión en series de Taylor alrededor de $\rho = 0$. De las ecuaciones (3.33) a (3.39), se obtiene:

$$\begin{aligned} s &= 4 - \frac{2\pi^2}{15} \left(\frac{P}{P_E} \right) & sc &= 2 + \frac{\pi^2}{30} \left(\frac{P}{P_E} \right) \\ \bar{s} &= 6 - \frac{\pi^2}{10} \left(\frac{P}{P_E} \right) & s^* &= 12 - \frac{6\pi^2}{5} \left(\frac{P}{P_E} \right) \end{aligned} \quad (3.43)$$

Sustituyendo (3.43) en (3.41), se tiene:

$$[K] = [K_e] + [K_g] \quad (3.44)$$

Donde $[K_e]$ es la matriz de rigidez elástica lineal del elemento (sin fuerza axial) y $[K_g]$ es la matriz de rigidez geométrica, que está dada por:

$$[K_g] = -\frac{P}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ & & \frac{2L^2}{15} & 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & sim. & & & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ & & & & & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Esta matriz es también llamada matriz de esfuerzos iniciales. La subdivisión de los elementos en otros más cortos permite considerar situaciones tales como secciones con inercia variable y cargas P variables a lo largo del eje.

En la técnica de solución matricial se formula una matriz de rigidez geométrica como una aproximación usual, entre otras que se conocen en la literatura (Guzmán, 1999). En consecuencia, la formulación matricial es una aproximación de la teoría clásica, la cual considera funciones de estabilidad que relacionan las deformaciones y las fuerzas asociadas.

Para el análisis matricial de un elemento tridimensional, los términos de la matriz del elemento suelen obtenerse aplicando el principio de desplazamientos virtuales con funciones de forma apropiadas para cada sollicitación, tomando en cuenta la interacción entre los efectos axiales y los de flexión, los efectos axiales y los de torsión, así como los efectos de flexión y de torsión, aplicando los criterios de Saint Venant (Mc Guire *et al*, 2000). La matriz de rigidez geométrica considerando todos estos efectos está dada por la expresión (3.46), en términos de las coordenadas locales en un elemento recto (Figura 3.9):

$$[K_g] = \begin{bmatrix}
 \frac{F_{x2}}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{F_{x2}}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{6F_{x2}}{5L} & 0 & \frac{M_{y1}}{L} & \frac{M_{x2}}{L} & \frac{F_{x2}}{10} & 0 & 0 & -\frac{6F_{x2}}{5L} & 0 & \frac{M_{y2}}{L} & -\frac{M_{x2}}{L} & \frac{F_{x2}}{10} \\
 \frac{6F_{x2}}{5L} & 0 & \frac{M_{z1}}{L} & -\frac{F_{x2}}{10} & \frac{M_{x2}}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6F_{x2}}{5L} & \frac{M_{z2}}{L} & \frac{F_{x2}}{10} & -\frac{M_{x2}}{L} \\
 \frac{F_{x2} I_p}{AL} & -\frac{2M_{z1} - M_{z2}}{6} & \frac{2M_{y1} - M_{y2}}{6} & 0 & -\frac{M_{y1}}{L} & -\frac{M_{z1}}{L} & -\frac{F_{x2} I_p}{AL} & -\frac{M_{z1} + M_{z2}}{6} & \frac{M_{y1} + M_{y2}}{6} \\
 0 & \frac{2F_{x2} L}{15} & 0 & 0 & -\frac{M_{x2}}{L} & \frac{F_{x2}}{10} & -\frac{M_{z1} + M_{z2}}{6} & -\frac{F_{x2} L}{30} & \frac{M_{x2}}{2} \\
 0 & 0 & \frac{2F_{x2} L}{15} & 0 & -\frac{F_{x2}}{10} & -\frac{M_{x2}}{L} & \frac{M_{y1} + M_{y2}}{6} & -\frac{M_{x2}}{2} & -\frac{F_{x2} L}{30} \\
 \frac{F_{x2}}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{6F_{x2}}{5L} & 0 & -\frac{M_{y2}}{L} & \frac{M_{x2}}{L} & -\frac{F_{x2}}{10} & \frac{M_{z2}}{L} & -\frac{M_{y2}}{L} & \frac{M_{x2}}{L} & -\frac{F_{x2}}{10} \\
 \frac{6F_{x2}}{5L} & 0 & -\frac{M_{z2}}{L} & \frac{F_{x2}}{10} & -\frac{M_{z2}}{L} & \frac{M_{y2}}{L} & -\frac{M_{z2}}{L} & \frac{F_{x2}}{10} & -\frac{M_{z2}}{L} \\
 \frac{F_{x2} I_p}{AL} & \frac{M_{z1} - 2M_{z2}}{6} & -\frac{M_{y1} - 2M_{y2}}{6} & 0 & \frac{F_{x2} I_p}{AL} & \frac{M_{z1} - 2M_{z2}}{6} & -\frac{M_{y1} - 2M_{y2}}{6} \\
 0 & \frac{2F_{x2} L}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2F_{x2} L}{15} & 0 \\
 0 & 0 & \frac{2F_{x2} L}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2F_{x2} L}{15}
 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

simétrico

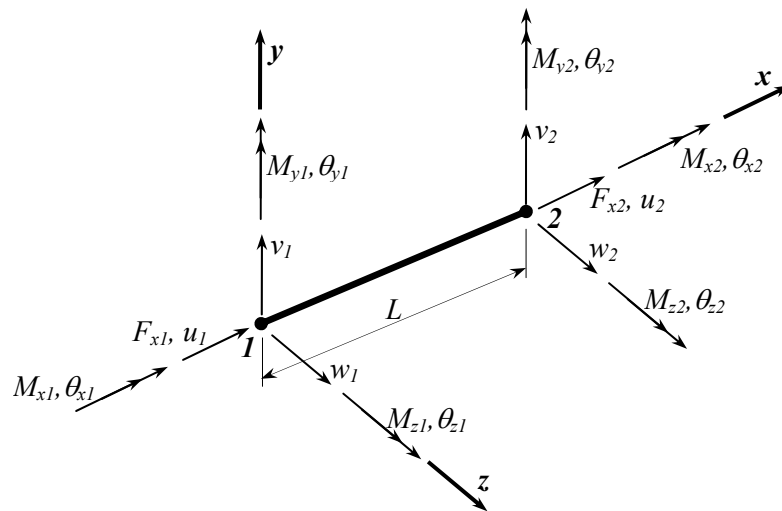


Figura 3.9 Ejes de coordenadas locales en el elemento tridimensional.

3.4.2 ANÁLISIS ELÁSTICOS.

Es conocida la formulación matricial para los análisis elásticos lineales. Con la matriz de rigidez elástico lineal $[K_e]$, se tiene:

$$[K_e][\Delta] = [P] \quad (3.47)$$

En los niveles de análisis superior, las ecuaciones no-lineales de equilibrio implícitas pueden ser reducidas a un conjunto en el cual es posible adaptar las técnicas usadas para resolver ecuaciones lineales simultáneas, por lo que el comportamiento puede ser estudiado incrementalmente. De este modo, en los análisis de segundo orden, los efectos de deformaciones y desplazamientos finitos son tomados en cuenta en la formulación de las ecuaciones de equilibrio y la ecuación viene a ser:

$$[K_e + K_g][d\Delta] = [dP] \quad (3.48)$$

En esta ecuación $[K_g]$, la matriz de rigidez geométrica, representa el cambio en la rigidez que resulta de estos efectos, $[d\Delta]$ es un vector de desplazamientos nodales incremental y $[dP]$ es un vector de fuerzas nodales incrementales. Generalmente, los elementos deben ser subdivididos para producir resultados óptimos, lo cual es particularmente importante en el caso del arco, debido a que será modelado como una serie de elementos planos en suficiente número para conseguir resultados convergentes.

Para el cálculo de las cargas elásticas de pandeo, la ecuación de rigidez global es puesta en la forma de un problema generalizado de valores propios, donde la ecuación de equilibrio en el estado crítico es:

$$[K_e + \lambda K_g][\Delta] = [0] \quad (3.49)$$

Donde $[K_g]$ es la matriz geométrica calculada para una carga de referencia $[P_{ref}]$, λ (el valor propio) es el factor de carga respecto a la carga de referencia $[P_{ref}]$ y $[\Delta]$ (el vector propio) es la forma de pandeo. El menor valor de λ conduce al vector de carga crítica elástica $\lambda [P_{ref}]$ y el correspondiente $[\Delta]$ define la configuración geométrica de pandeo.

La modificación de las constantes del material en $[K_e]$ puede ser útil para calcular las cargas críticas inelásticas, en concordancia con un concepto aceptado, tal como el de la teoría del módulo tangente. Los métodos comúnmente usados para el cálculo de los valores y vectores propios están basados en la forma reducida de la ecuación anterior:

$$\frac{1}{\lambda} [\Delta_f] = -[K_{ef}]^{-1} [\dot{K}_{gf}] [\Delta_f] \quad (3.50)$$

El subíndice f designa a las matrices y vectores relacionados a los grados de libertad libres, y se reconoce que la matriz $[K_{ef}]$ debe ser no-singular. La solución requiere algunos pasos intermedios y un procedimiento iterativo (Mc Guire *et al*, 2000).

3.4.3 ANÁLISIS INELÁSTICOS.

En el análisis inelástico de segundo orden las no-linealidades geométrica y material son consideradas de modo que la ecuación toma la forma:

$$[K_e + K_g + K_m][d\Delta] = [dP] \quad (3.51)$$

Donde $[K_m]$ es la llamada matriz de reducción plástica, que representa el cambio en la rigidez que resulta del comportamiento inelástico del sistema.

La matriz de rigidez plástica resulta de la aplicación de la teoría de superficies de fluencia y el criterio de normalidad (Mc Guire *et al*, 2000). La estrategia para la obtención de la matriz $[K_m]$ fue desarrollada por Porter y Powell (1971). Se supone que el desplazamiento incremental resultante en los extremos del elemento plastificado es la suma de una contribución elástica y otra plástica:

$$[d\Delta] = [d\Delta_e] + [d\Delta_p] \quad (3.52)$$

Con el criterio de normalidad la deformación plástica se expresa como:

$$[d\Delta_p] = [G][\lambda] \quad (3.53)$$

$[G]$ es un vector obtenido en base a las superficies de fluencia, generalmente usado con las resultantes de los esfuerzos, en base a ecuaciones de interacción (AISC y códigos de

diseño semejantes) o fórmulas aproximadas. Reconociendo que el cambio en las fuerzas sigue la relación elástica, la matriz de reducción plástica se halla con la expresión:

$$[K_m] = -[K_e][G][G]^T [K_e][G]^{-1} [G]^T [K_e] \quad (3.54)$$

En el acápite anterior se mencionó que el cálculo de la carga crítica inelástica se puede realizar con la ecuación (3.50) con las propiedades de la matriz de rigidez elástica modificadas por el uso de un módulo tangente E_t . Se basa en la observación experimental del comportamiento del material, que puede ser no lineal a valores apreciablemente menores que el esfuerzo de fluencia, por factores tales como los esfuerzos residuales derivados del proceso de fabricación (Figura 3.10).

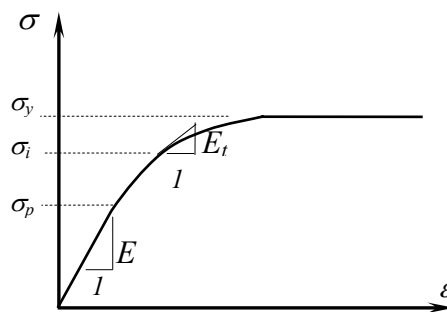


Figura 3.10. Módulo tangente.

Suponiendo que el límite de proporcionalidad es la mitad del esfuerzo de fluencia, una expresión usada con frecuencia para el cálculo del módulo tangente es:

$$E_t = 4 E \left[\frac{\sigma}{\sigma_y} \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_y} \right) \right] \quad (3.55)$$

De este modo, teóricamente en una columna perfecta, para esfuerzos mayores a σ_p , el pandeo ocurre con la carga crítica:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_t I}{L^2} \quad (3.56)$$

CAPITULO 4

ANALISIS DE ESTABILIDAD ESTRUCTURAL

4.0 INTRODUCCIÓN

La superestructura del puente de arco atirantado tiene cinco elementos principales: los arcos, que trabajan principalmente en compresión y en menor medida en flexión; las péndolas, que trabajan en tracción al estar conectadas en sus extremos con uniones articuladas; las vigas tirantes, que trabajan en flexión y en tracción; las vigas transversales, que soportan el tablero y trabajan en flexión, y; los arriostres, que trabajan en flexión y compresión. Las condiciones de conectividad entre el arco y la viga tirante modifican las proporciones de las solicitaciones axiales o a flexión, pero ello podrá ser determinado mediante un modelo adecuado de análisis estructural que represente tales condiciones.

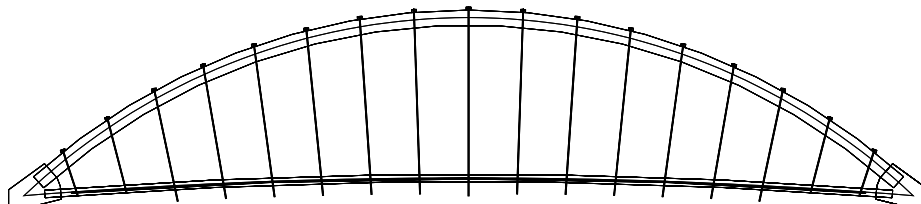
En adelante, se denominará “prototipo” a la estructura a escala natural y “modelo” a la estructura a escala reducida. En el caso del presente estudio, se prepararon modelos matemáticos del puente prototipo y del puente modelo, para la determinación de los esfuerzos internos bajo cargas de servicio y cargas últimas, así como para la determinación de las cargas de pandeo. Para el logro del primer objetivo, se realizaron modelos de análisis usando un programa de oficina, tal como el programa SAP-2000 Non linear, de Computers & Structures Inc.; en estos modelos fueron realizados análisis elásticos lineales. Para el segundo objetivo, se prepararon modelos usando el programa MASTAN, de R.D. Ziemian y W. McGuire (McGuire *et al*, 2000); en estos modelos se realizaron los análisis no lineales de segundo orden.

4.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS MODELOS DE ANÁLISIS.

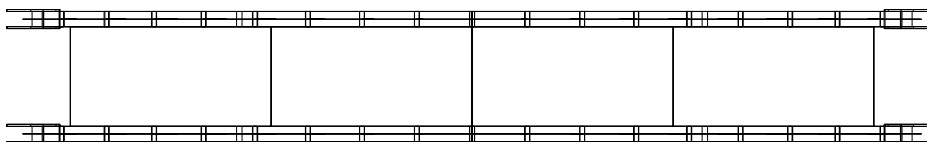
4.1.1 PUENTE A ESCALA NATURAL (PROTOTIPO).

El puente prototipo fue proyectado para ser construido con acero estructural ASTM A709, grado 50, con un esfuerzo de fluencia $f_Y = 3500 \text{ kg/cm}^2$ (350 MPa), a excepción de las péndolas, que fueron de acero ASTM A416, grado 270, con un $f_Y = 18000 \text{ kg/cm}^2$ (1800 MPa). El concreto de la losa del tablero fue especificado con una resistencia a la compresión de $f'_C = 300 \text{ kg/cm}^2$ (30MPa). Los apoyos fueron de neopreno reforzado con planchas de acero, con un neopreno de Dureza 60 – Shore A.

En la Figura 4.1 se presentan los esquemas en elevación y planta del puente. En la Tabla 4.1 se listan las propiedades de las secciones del puente prototipo, de acuerdo a la información contenida en el expediente técnico correspondiente (Lotti y Asociados, 1999).



(a) Elevación



(b) Planta

Figura 4.1. Esquemas del puente prototipo.

Tabla 4.1. Propiedades de las secciones del puente prototipo.

Elemento	Área (m ²)	I _{xx} (m ⁴)	I _{yy} (m ⁴)	Z _{xx} (m ³)	Z _{yy} (m ³)
Arcos	0.1959	0.11482	0.11482	0.12188	0.12188
Tirantes	0.0885	0.0174	0.0553	0.03747	0.06390
Péndolas	22.86E-04	-	-	-	-
Arriostres	0.0596	0.03274	0.01137	0.0395	0.0246
Viga transversal (extremos)	Var.	Var.	Var.	-	-
Viga transversal (interiores)	Var.	Var.	Var.	-	-

4.1.2 PUENTE A ESCALA REDUCIDA 1:100 (MODELO).

El puente modelo fue preparado a escala 1:100 para ser construido con acero de un esfuerzo de fluencia $f_Y = 2,290 \text{ kg/cm}^2$ (229 MPa). Las péndolas fueron de acero con un $f_Y = 12,500 \text{ kg/cm}^2$ (1,250 MPa). La losa del tablero fue representada por una plancha metálica de 1mm de espesor. Los materiales fueron escogidos entre lo disponible en el mercado para construir los elementos con las dimensiones del modelo reducido. Los criterios principales del análisis dimensional para la definición del modelo a escala son presentados en el acápite 5.1 de la presente Tesis. En la Tabla 4.2 se muestran las propiedades de las secciones del puente modelo.

Tabla 4.2. Características geométricas del puente modelo.

Elemento	Área (cm ²)	I _{xx} (cm ⁴)	I _{yy} (cm ⁴)	Z _{xx} (cm ³)	Z _{yy} (cm ³)
Arcos	1.162	1.1366	1.1366	1.05502	1.05502
Tirantes	0.653	0.17889	0.54036	0.42092	0.53067
Péndolas	1.77E-02	-	-	-	-
Arriostres	0.653	0.54036	0.17889	0.53067	0.42092
Viga transversal (extremos)	0.48	0.0016	0.0016	-	-
Viga transversal (interiores)	0.48	0.0016	0.0016	-	-

4.2 ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LOS MODELOS.

Los análisis estructurales fueron realizados con el objeto de conocer la distribución de las fuerzas internas y la magnitud de los desplazamientos y las deflexiones de la estructura prototipo, para luego llevar al modelo el nivel de esfuerzos alcanzado en el prototipo por la acción de las distintas solicitaciones. En la Figura 4.2 se presenta la forma básica del modelo estructural analizado con el programa MASTAN. Un análisis alternativo fue realizado con el programa de oficina. Los resultados obtenidos en ambos programas de análisis estructural fueron prácticamente iguales, por lo que aquellos resumidos en el presente trabajo corresponden a los del programa MASTAN.

En el cálculo de las cargas se consideró la sobrecarga vehicular C-30 – de acuerdo a las especificaciones de la memoria de cálculo – ocupando todas las vías (cuatro) con el respectivo factor de reducción, así como la sobrecarga peatonal ocupando las veredas. Las cargas fueron definidas de tal forma que las acciones fueron simplificadas como cargas puntuales en los nudos de la intersección de la viga tirante con las péndolas.

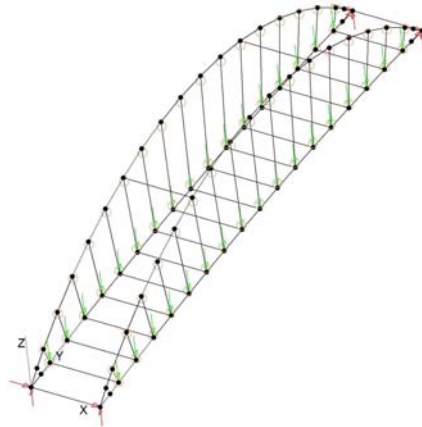


Figura 4.2 Geometría Básica de los Modelos. Programa Mastan2.

4.2.1 PUENTE A ESCALA NATURAL (PROTOTIPO).

Las cargas puntuales equivalentes representativas de la carga permanente y la sobrecarga se presentan esquemáticamente en la Figura 4.3. Corresponden a las cargas en un nudo de un arco atirantado. En este caso, la carga viva representa el 31.2% de la carga permanente; este porcentaje es un índice usual en puentes de mediana longitud.

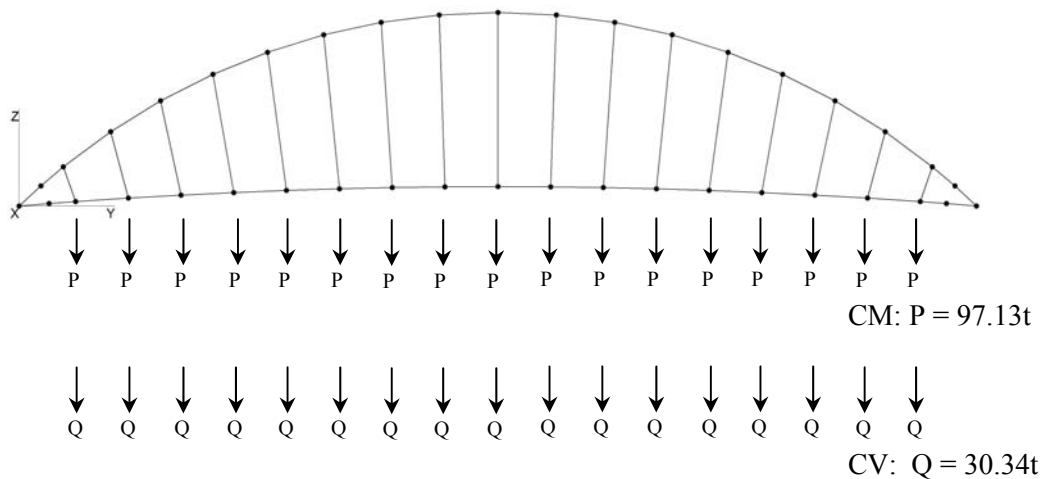
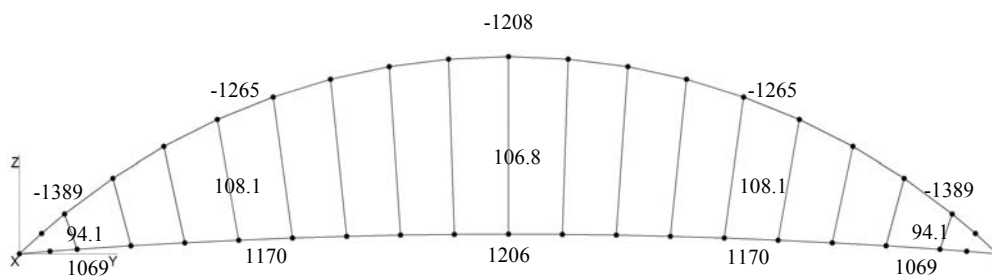


Figura 4.3. Cargas puntuales en el puente prototipo (t)

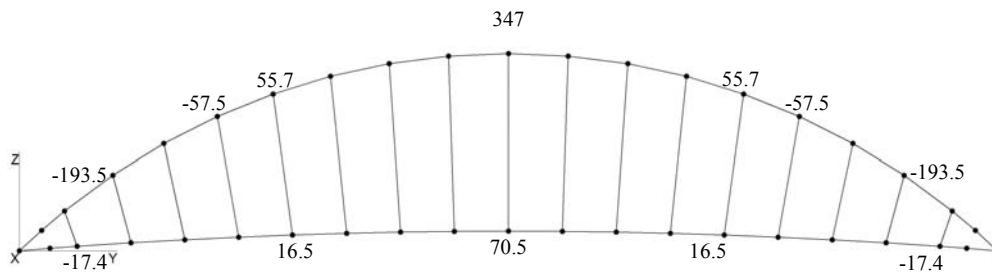
En estas condiciones, la carga de servicio será 1.312 veces la carga permanente, en tanto que la carga última será 1.986 veces la carga permanente. Estos valores serán de utilidad cuando se evalúen las cargas de pandeo analíticas y las cargas máximas en el ensayo experimental.

4.2.1.1 Análisis por Cargas Permanentes.

En la Figura 4.4 se muestra la distribución de las principales fuerzas internas en uno de los arcos atirantados, debidas a la acción de las cargas permanentes. En general, se observa que las fuerzas axiales máximas se encuentran en las secciones cercanas al arranque del arco. A nivel de momentos flectores, hay una variación que va de momentos negativos en el arranque de los arcos a la presencia de momentos positivos en las secciones centrales.



a. Fuerzas axiales. Tracción (+), Compresión (-).

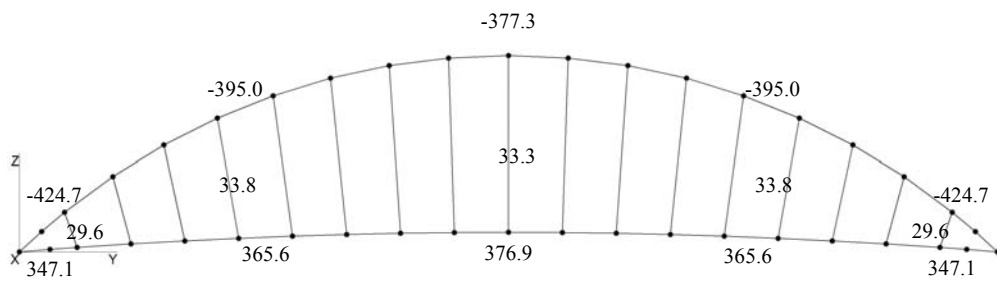


b. Momentos flectores.

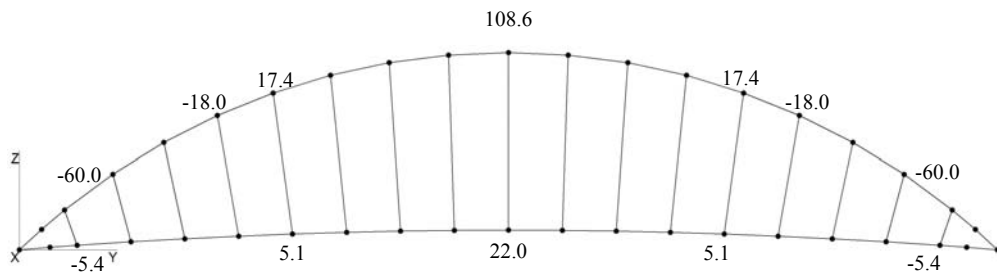
Figura 4.4. Fuerzas internas por cargas permanentes (t, t-m).

4.2.1.2 Análisis por Cargas Móviles.

En la Figura 4.5 se muestra la distribución de las principales fuerzas internas en uno de los arcos atirantados, debidas a la acción de las cargas móviles. Tratándose de un análisis lineal elástico se mantiene la tendencia del análisis anterior.



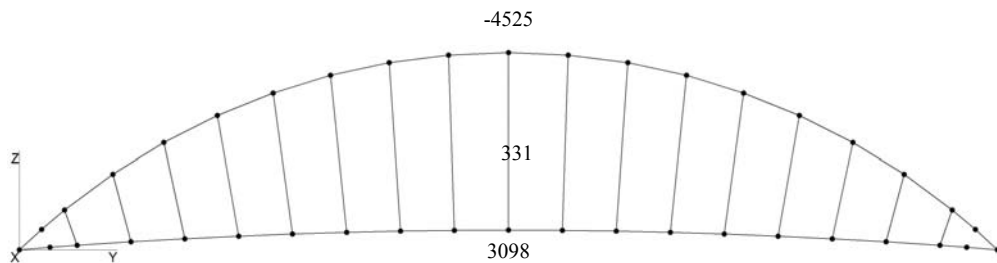
a. Fuerzas axiales. Tracción (+), Compresión (-).



b. Momentos flectores.

Figura 4.5. Fuerzas internas por cargas móviles (t, t-m).

En la Figura 4.6 se presentan las capacidades de fuerza axial y de flexión de los componentes del puente atirantado. La capacidad a compresión del arco está estimada preliminarmente considerándolo un elemento recto a compresión pura.



a. Fuerzas axiales. Tracción (+), Compresión (-).

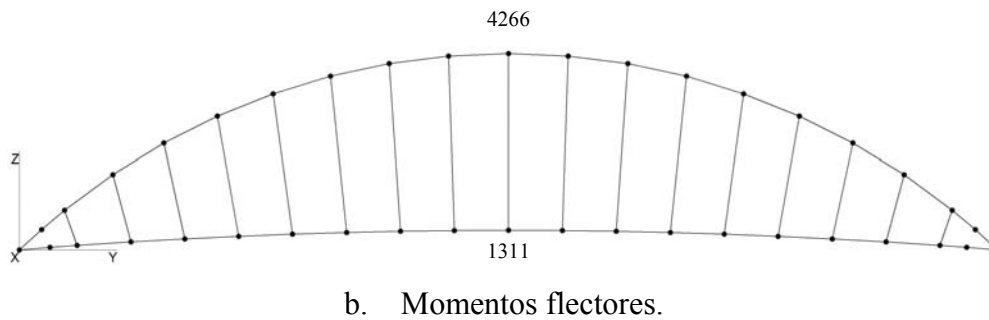


Figura 4.6. Capacidades de los componentes del puente prototipo (t, t-m).

De la comparación entre las demandas de fuerzas internas y las capacidades de los elementos, puede inferirse que, así como es posible que se alcance el pandeo en los arcos, también puede producirse la fluencia en la viga tirante o la rotura de las péndolas. Se puede establecer que para un mismo nivel de carga permanente, las vigas tirantes se encuentran del 35 al 39% de su capacidad a tracción, las péndolas del 28 al 32% de su capacidad a tracción y los arcos – sin considerar el pandeo – del 27 al 31% de su capacidad a compresión. Dependiendo de la capacidad de carga al pandeo de los arcos, es posible que primero se alcance la fluencia en la viga tirante.

En general, los momentos flectores no representan unas sollicitaciones grandes en comparación a las fuerzas axiales. Para evaluar la influencia de la interacción entre la fuerza axial y el momento flector, se utilizó la formulación de AASHTO-LRFD para elementos de arco, resumida en la sección 2.3 del presente trabajo. Con esta formulación y las propiedades del arco, se calculó un momento flector resistente de 3592 t-m, por lo que en la fórmula de interacción se tiene:

$$\frac{P_u}{P_r} + 0.17 \leq 1.0$$

La influencia de la flexión en el cálculo de la carga máxima del arco es el de reducir en cerca de un 83% aproximadamente la carga que se puede obtener si el arco estuviera bajo compresión uniforme.

En la evaluación del momento último, se consideró el factor de amplificación para la carga viva y de impacto, de acuerdo al procedimiento AASHTO, reseñado en la sección 2.3. Se realizó el cálculo con este procedimiento, así como con el procedimiento riguroso considerando los efectos de segundo orden. En el centro del arco, el momento último calculado con el procedimiento AASHTO fue de 706.0 t-m, mientras que el momento último considerando efectos de segundo orden fue de 661.9 t-m. Como es usual, el procedimiento de AASHTO supone resultados más conservadores.

4.2.1.3 Análisis Sísmico.

El puente original se encuentra en la Costa Norte del Perú, por lo que los parámetros del espectro de diseño sismorresistente son, de acuerdo al Reglamento Nacional de Puentes, los siguientes:

- Factor de Zona: $Z = 0.40$
- Factor de Suelo: $S = 1.50$ (Ref. Lotti y asociados)
- Aceleración espectral elástica: $\frac{S_a}{g} = 1.2 \frac{Z S}{T^{2/3}} \leq 2.5 Z$

En la Figura 4.7 se presenta el espectro de diseño sismorresistente usado en el análisis. Dado que los resultados relevantes al estudio son los desplazamientos, se presenta el espectro elástico (sin división entre R). Es necesario anotar que no se usó el factor de uso U en el cálculo, considerando que no se trata del diseño del puente ni de una evaluación estructural.

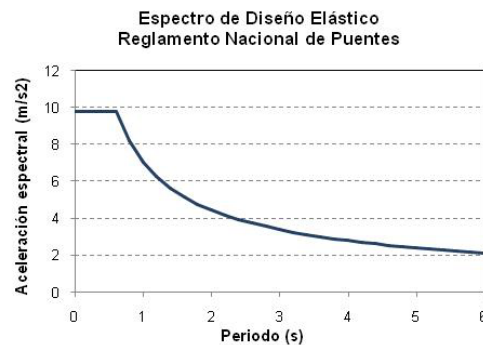


Figura 4.7. Espectro de diseño sismorresistente elástico.

El análisis sísmico común se realizó con el programa de oficina, obteniéndose los resultados relevantes siguientes:

- Desplazamiento lateral máximo en la corona del arco: 0.56m
- Desplazamiento lateral máximo al centro de la viga: 0.09m

El desplazamiento lateral máximo del arco es del orden de 1/250 veces la longitud horizontal del arco. Este parámetro adimensional será tomado como referencia en el modelo a escala, adicionalmente al desplazamiento lateral máximo tolerable en la fabricación, que es de 1/1000 veces la longitud horizontal del arco.

4.2.2 PUENTE A ESCALA REDUCIDA 1:100 (MODELO).

De modo similar al acápite anterior, las cargas puntuales equivalentes representativas de la carga permanente y la sobrecarga se presentan en la Figura 4.8. Corresponden a las cargas en un nudo de un arco atirantado. Los criterios para su obtención se presentan en el Capítulo 5.

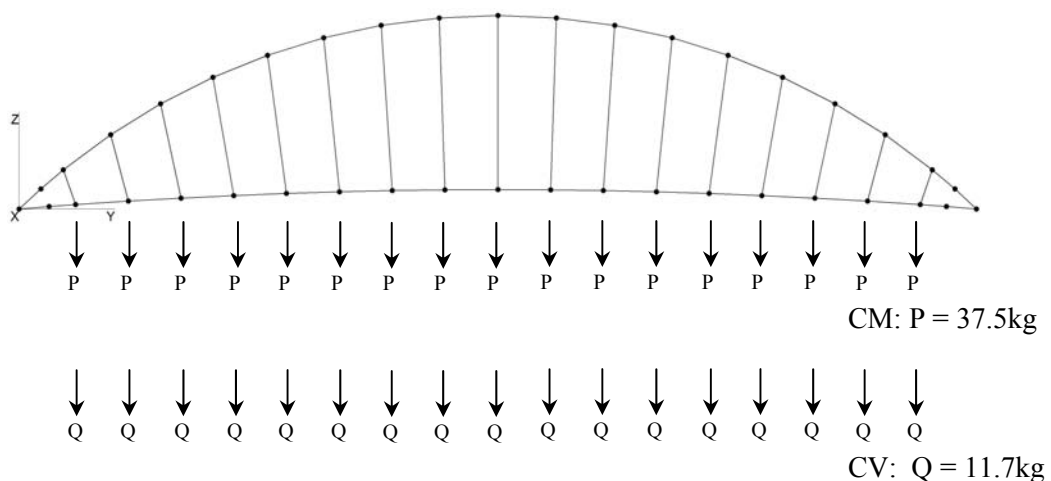
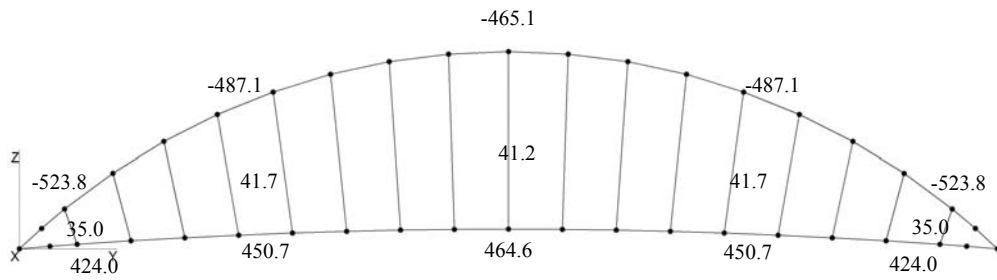


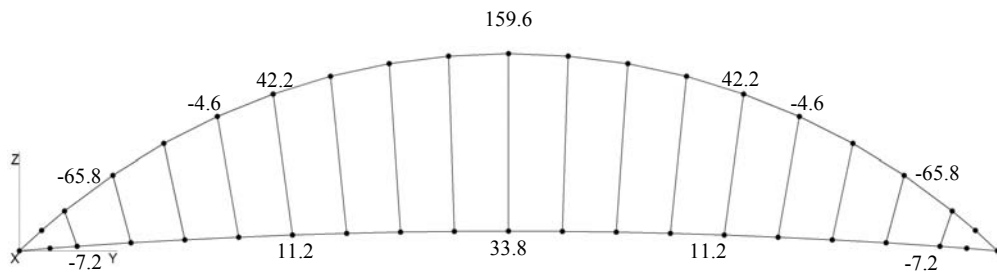
Figura 4.8. Cargas puntuales en el puente modelo (kg)

4.2.2.1 Análisis por Cargas Permanentes.

En la Figura 4.9 se muestra la distribución de las principales fuerzas internas en uno de los arcos atirantados, debidas a la acción de las cargas permanentes. Las tendencias en la variación de las fuerzas se asemejan a las descritas en el caso del puente prototipo.



a. Fuerzas axiales. Tracción (+), Compresión (-).

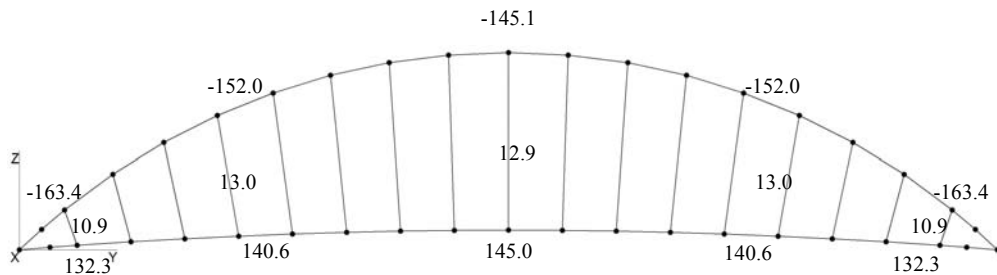


b. Momentos flectores.

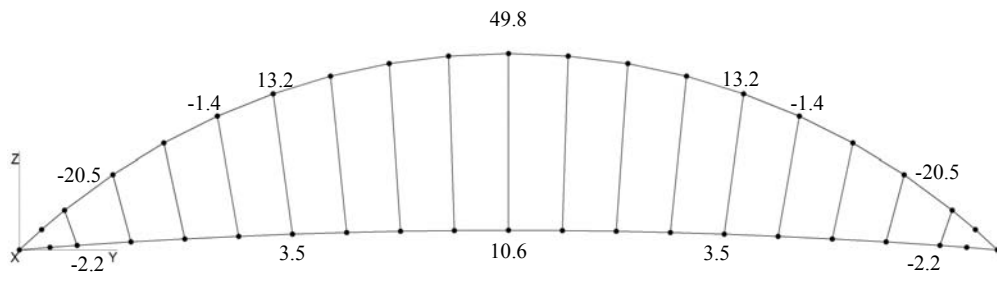
Figura 4.9. Fuerzas internas por cargas permanentes (kg, kg-cm).

4.2.2.2 Análisis por Cargas Móviles.

En la Figura 4.10 se muestra la distribución de las principales fuerzas internas en uno de los arcos atirantados, debidas a la acción de las cargas móviles.



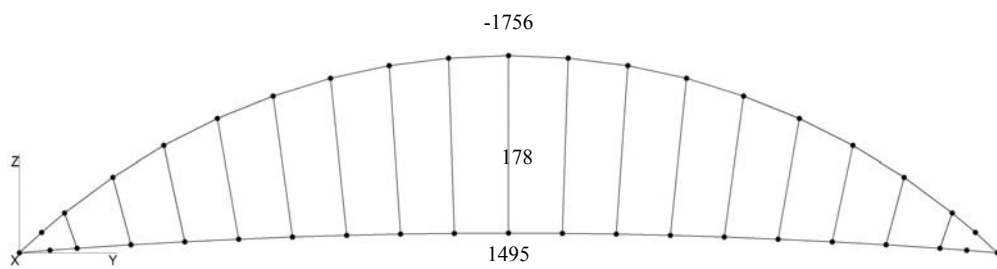
a. Fuerzas axiales. Tracción (+), Compresión (-).



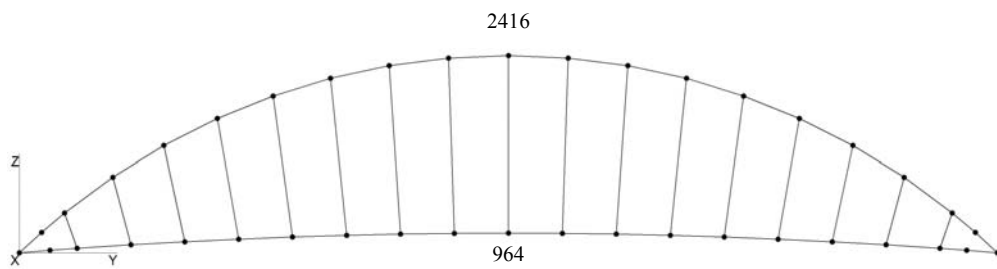
b. Momentos flectores.

Figura 4.10. Fuerzas internas por cargas móviles (kg, kg-cm).

En la Figura 4.11 se presentan las capacidades de fuerza axial y de flexión de los componentes del modelo a escala del puente atirantado.



a. Fuerzas axiales. Tracción (+), Compresión (-).



b. Momentos flectores.

Figura 4.11. Capacidades de los componentes del puente modelo (kg, kg-cm).

En el caso del puente modelo, para un mismo nivel de carga permanente, las vigas tirantes se encuentran del 28 al 31% de su capacidad a tracción, las péndolas del 20 al 23% de su capacidad a tracción y los arcos – sin considerar el pandeo – del 26 al 30% de su capacidad a compresión. Estos índices pueden considerarse razonablemente semejantes a los calculados en los elementos del prototipo, sobre todo en lo concerniente a los arcos y las vigas.

4.3 ANÁLISIS DEL PANDEO.

4.3.1 PANDEO EN EL PROTOTIPO.

Los análisis de pandeo en el prototipo se realizaron con los objetivos siguientes:

- a) Analizar el pandeo de un arco libre, es decir, un solo arco sin péndolas ni tirante, para obtener la carga crítica en el elemento principal libre. Aunque las condiciones de apoyo son diferentes de un arco completamente articulado, se compararon los resultados con aquellos obtenidos en la literatura revisada (Timoshenko *et al*, 1961; Pi *et al*, 1998).
- b) Analizar el pandeo de un arco atirantado (con péndolas y tirante), para evaluar la influencia del comportamiento conjunto en el pandeo, en comparación al arco libre.
- c) Analizar el pandeo del conjunto total del puente. A partir de este modelo, se realizaron análisis paramétricos para evaluar la influencia de distintas variables que podrían modificar la magnitud de la carga crítica.

En los tres modelos se consideraron tres casos: estructura sin imperfecciones laterales, estructura con imperfecciones laterales de 1/1000 de la luz total en la corona del arco y estructura con imperfecciones laterales de 1/250 de la luz total en la corona del arco. Se evaluarán las consecuencias en el comportamiento estructural asociadas a las cargas críticas obtenidas, a partir de las curvas de fuerza axial en el centro del arco y los

desplazamientos lateral y vertical en la corona. Estas curvas fueron graficadas a base de los resultados de sendos análisis incrementales de segundo orden, en el rango elástico e inelástico. Los factores de carga evaluados están referidos a la carga permanente (CM), que fue tomada como la carga base en los cálculos de la carga de pandeo, así como en los análisis de segundo orden, cuyos resultados, en términos de las fuerzas críticas máximas y los desplazamientos máximos en el centro del arco, son presentados a continuación.

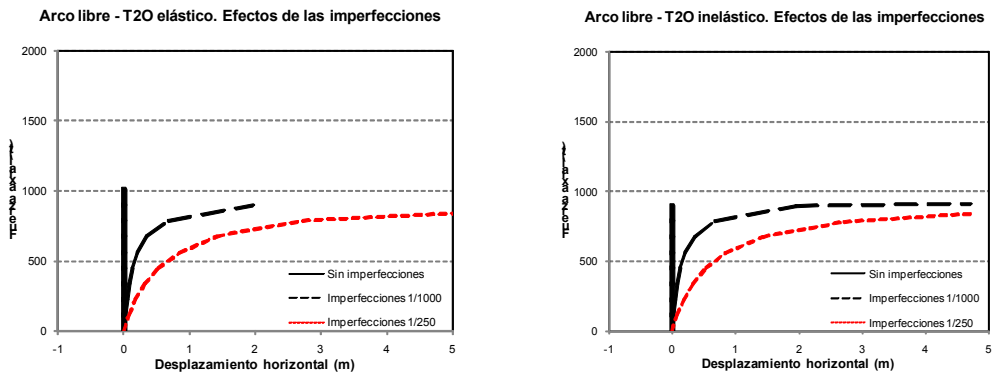
4.3.1.1 Análisis en el arco libre.

El análisis en el arco libre fue realizado considerando las cargas paralelas a la dirección de las péndolas, sin cambio en esta dirección. En la Tabla 4.3 se presentan los factores de carga, las fuerzas críticas (máximas alcanzadas) y los desplazamientos máximos en la corona del arco. En la Figura 4.12 se muestran los diagramas de fuerza axial versus el desplazamiento horizontal y vertical al centro del arco. Se observa la influencia de las imperfecciones en la magnitud de las fuerzas axiales máximas y los desplazamientos, así como el comportamiento marcadamente no lineal a medida que las imperfecciones laterales del arco aumentan.

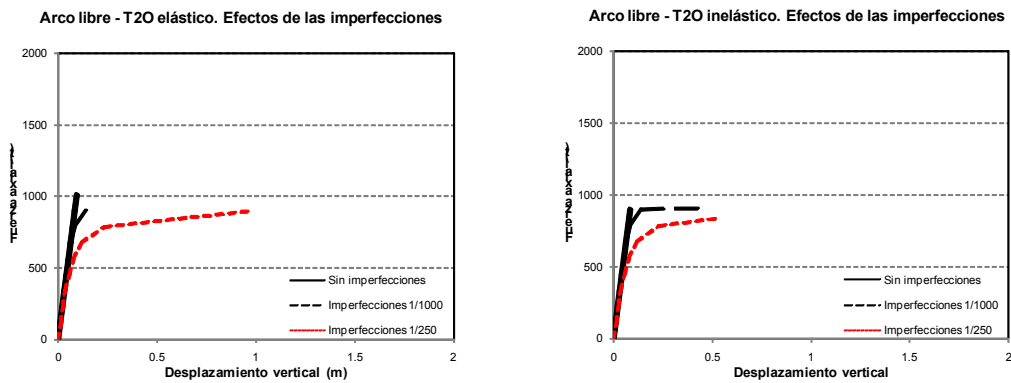
La fuerza axial crítica elástica calculada con las expresiones de Timoshenko es de 310.3 t considerando el arco simplemente apoyado bajo cargas radiales y de 405.5 t si las fuerzas mantienen su dirección (orientadas al centro de curvatura). Con la formulación de Pi y Trahair, la fuerza axial crítica es de 299.1 t, valor parecido a los anteriores. La fuerza crítica en el arco con los apoyos empotrados es de 2571.2 t. De la Tabla 4.3 se observa que la fuerza axial máxima calculada es de 1010 t – arco sin imperfecciones – y que un valor semejante se produciría con las expresiones de Timoshenko si se considerase un factor de 0.707 en la longitud efectiva del arco. Si el arco estuviese sometido a flexión uniforme, el momento crítico sería de 43153 t-m, lo cual significa que el pandeo por flexión no es importante en este caso.

Tabla 4.3. Fuerzas axiales críticas y desplazamientos en el arco. Arco libre.

Nivel de análisis	Casos de análisis	Factor de carga	N crítico (t)	Desplazamiento lateral máximo (m)	Desplazamiento vertical máximo (m)
T2O elástico	Sin imperfecciones	0.836	1010	0	0.09
	Imperfecciones 1/1000	0.743	898	1.97	0.14
	Imperfecciones 1/250	0.741	895	7.62	0.96
T2O inelástico	Sin imperfecciones	0.743	898	0	0.08
	Imperfecciones 1/1000	0.754	911	4.72	0.45
	Imperfecciones 1/250	0.694	838	4.72	0.52



a. Fuerza axial vs desplazamiento horizontal.



b. Fuerza axial vs desplazamiento vertical.

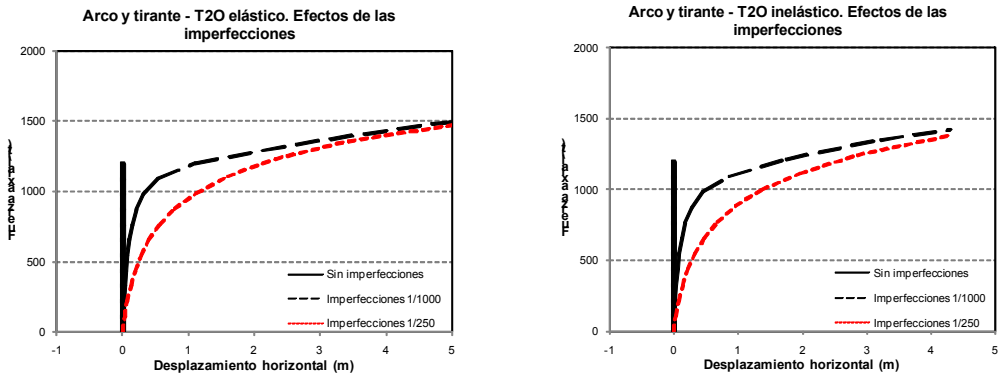
Figura 4.12. Arco libre. Análisis de 2º orden.

4.3.1.2 Análisis en el arco atirantado.

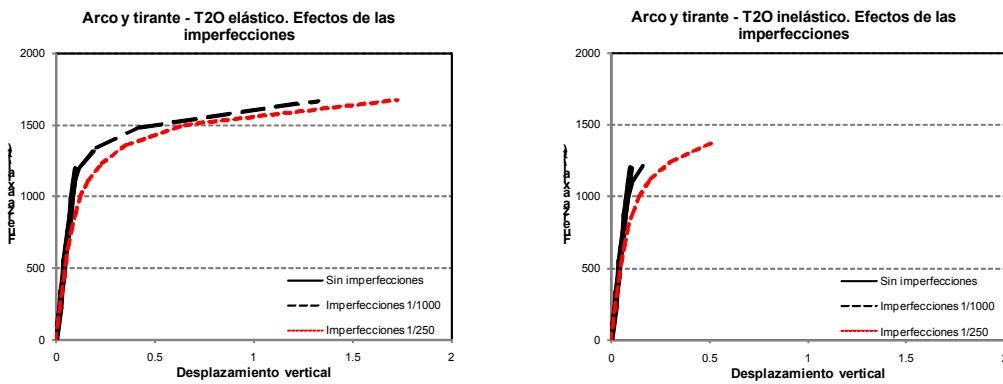
En la Tabla 4.4 se presentan los factores de carga, las fuerzas críticas de pandeo y los desplazamientos máximos en la corona del arco. En la Figura 4.13 se muestran los diagramas de fuerza axial versus el desplazamiento horizontal y vertical al centro del arco. Como en el caso anterior, se observa el comportamiento marcadamente no lineal a medida que las imperfecciones laterales del arco aumentan. Las fuerzas axiales máximas crecen en una proporción que no llega a duplicar el valor de la fuerza máxima en el arco libre, hasta cerca del 165%. Aunque hay una influencia de las péndolas con la viga, asociada a la componente horizontal de la fuerza en la péndola, que incide en el aumento de la rigidez geométrica del sistema, los valores de tal componente son lo suficiente significativas para incrementar las fuerzas máximas en la proporción indicada.

Tabla 4.4. Fuerzas axiales críticas y desplazamientos en el arco. Arco atirantado.

Nivel de análisis	Casos de análisis	Factor de carga	N crítico (t)	Desplazamiento lateral máximo (m)	Desplazamiento vertical máximo (m)
T2O elástico	Sin imperfecciones	0.989	1195	0	0.10
	Imperfecciones 1/1000	1.226	1481	4.74	0.43
	Imperfecciones 1/250	1.242	1500	5.41	0.65
T2O inelástico	Sin imperfecciones	0.988	1194	0	0.10
	Imperfecciones 1/1000	1.174	1418	4.30	0.46
	Imperfecciones 1/250	1.138	1375	4.31	0.52



a. Fuerza axial vs desplazamiento horizontal.



b. Fuerza axial vs desplazamiento vertical.

Figura 4.13. Arco atirantado. Análisis de 2° orden.

4.3.1.3 Análisis en el puente sin arriostres.

Los resultados que se presentan corresponden al puente completo sin arriostres. En la Tabla 4.5 se presentan los factores de carga, las fuerzas críticas de pandeo y los desplazamientos máximos en la corona del arco. En la Figura 4.14 se muestran los diagramas de fuerza axial versus el desplazamiento horizontal y vertical al centro del arco. Como en el caso anterior, se observa el comportamiento marcadamente no lineal a medida que las imperfecciones laterales del arco aumentan. Las fuerzas axiales máximas crecen en una proporción que excede en dos veces el valor de la fuerza máxima en el arco libre, hasta el 220%.

Tabla 4.5. Fuerzas axiales críticas y desplazamientos en el arco.
Puente completo sin arriostres.

Nivel de análisis	Casos de análisis	Factor de carga	N crítico (t)	Desplazamiento lateral máximo (m)	Desplazamiento vertical máximo (m)
T2O elástico	Sin imperfecciones	1.796	2170	0	0.36
	Imperfecciones 1/1000	1.795	2168	0.09	0.36
	Imperfecciones 1/250	1.790	2162	0.36	0.36

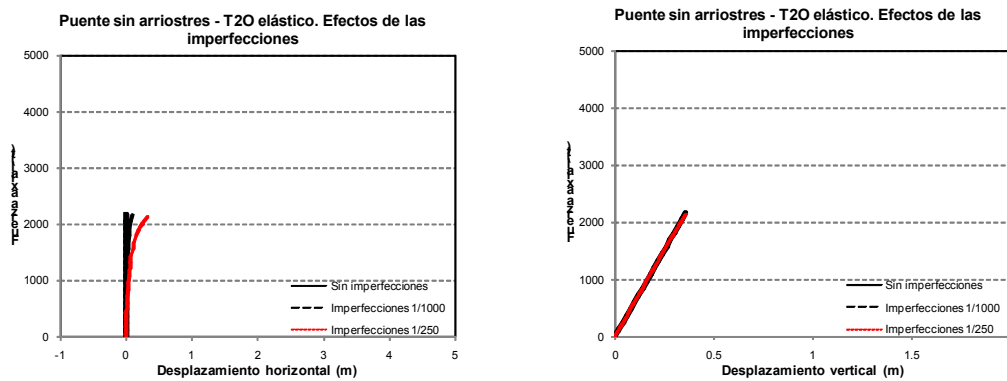


Figura 4.14. Puente completo, sin arriostres. Análisis de 2° orden.

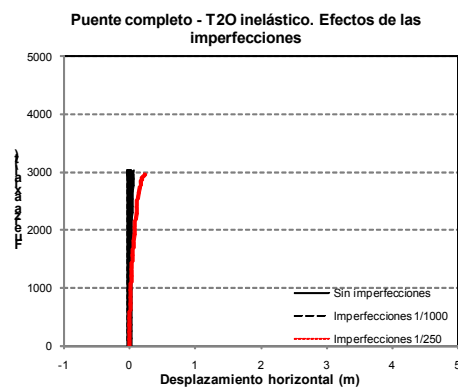
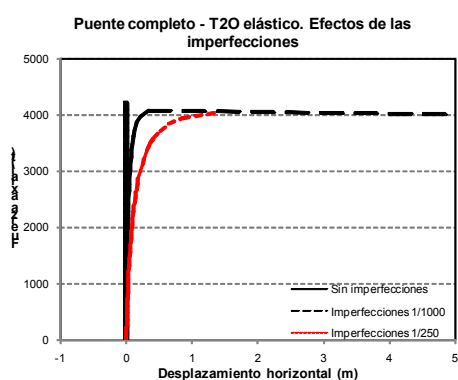
Izquierda: N vs desplazamiento horizontal. Derecha: N vs desplazamiento vertical.

4.3.1.4 Análisis en el puente completo.

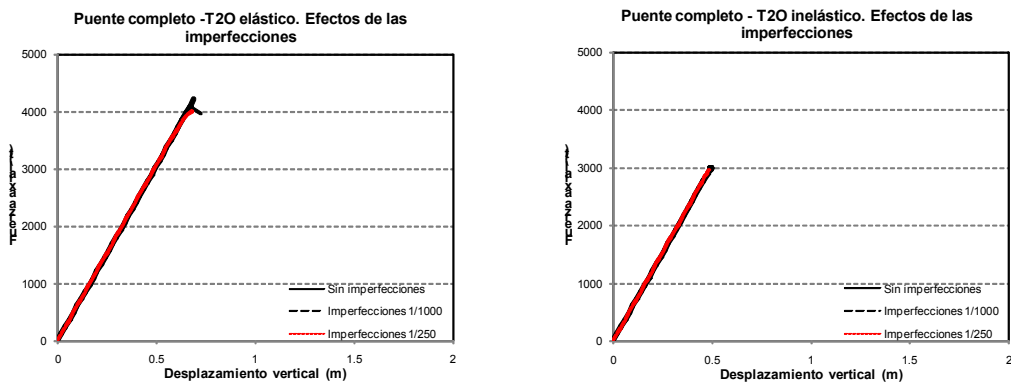
Los resultados que se presentan corresponden al puente completo arriostrado con dos arriostres situados a espacios desiguales, hacia los cuartos extremos del arco. Se presentan los resultados de este modelo por ser el análogo al del modelo a escala. En la Tabla 4.6 se presentan los factores de carga, las fuerzas críticas de pandeo y los desplazamientos máximos en la corona del arco. En la Figura 4.15 se muestran los diagramas de fuerza axial versus el desplazamiento horizontal y vertical al centro del arco. En esta estructura, las fuerzas axiales máximas crecen en una proporción que excede en tres veces el valor de la fuerza máxima en el arco libre, hasta el 350%.

Tabla 4.6. Fuerzas axiales críticas y desplazamientos en el arco.
 Puente completo con dos arriostres extremos.

Nivel de análisis	Casos de análisis	Factor de carga	N crítico (t)	Desplazamiento lateral máximo (m)	Desplazamiento vertical máximo (m)
T2O elástico	Sin imperfecciones	3.488	4213	0	0.69
	Imperfecciones 1/1000	3.281	3964	7.53	0.73
	Imperfecciones 1/250	3.353	4050	1.39	0.70
T2O inelástico	Sin imperfecciones	2.448	2957	0	0.49
	Imperfecciones 1/1000	2.495	3014	0.07	0.50
	Imperfecciones 1/250	2.445	2954	0.24	0.49



a. Fuerza axial vs desplazamiento horizontal.

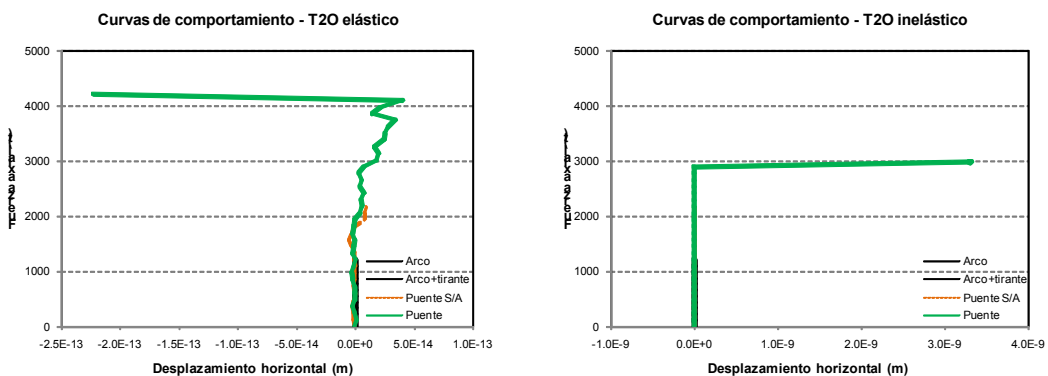


b. Fuerza axial vs desplazamiento vertical.

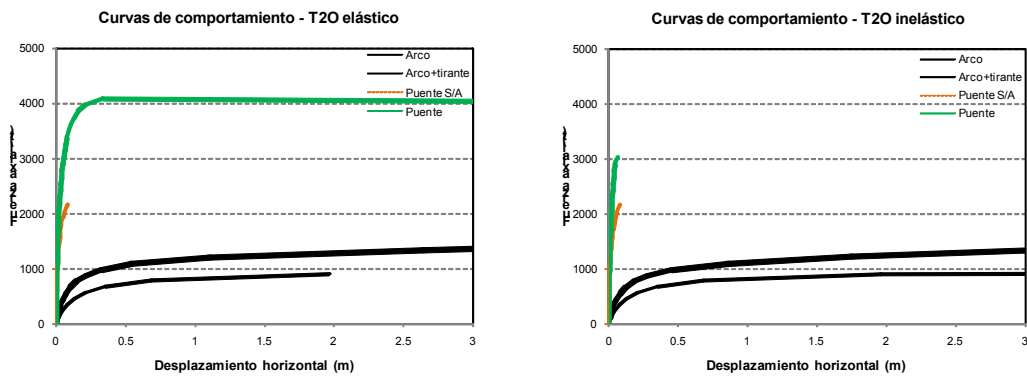
Figura 4.15. Puente completo, 2 arriostres a los extremos. Análisis de 2º orden.

4.3.1.5 Comparación de sistemas estructurales.

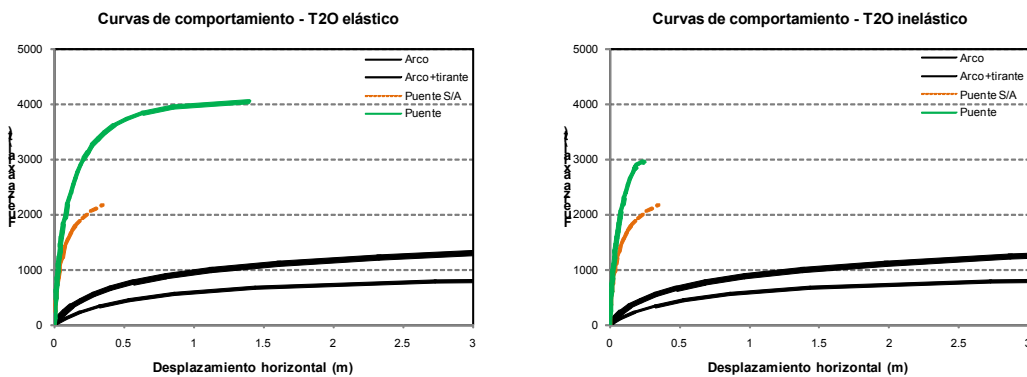
En las Figuras 4.16 a, b y c se muestran los diagramas de comportamiento de fuerza axial versus desplazamiento horizontal para los cuatro sistemas analizados. Se observan las proporciones indicadas en forma numérica en el acápite anterior. Es de esperar, como es evidente en las figuras, que el arco libre sea más propenso a los efectos de la no linealidad, en tanto que la falla del puente completo está gobernada por el pandeo inelástico, porque la falla ocurre prácticamente en un punto intermedio del diagrama elástico y presenta valores menores de carga máxima. En cualquier caso, mayores amplitudes de las imperfecciones laterales implican pendientes iniciales menores en los diagramas.



a. Sistemas sin imperfecciones.



b. Sistemas con imperfecciones máximas de 1/1000.



c. Sistemas con imperfecciones máximas de 1/250.

Figura 4.16. Comparación de comportamiento de sistemas con imperfecciones.

4.3.2 POST-PANDEO EN EL PROTOTIPO.

4.3.2.1 Introducción.

Modelos para el análisis no lineal del post-pandeo de arcos elásticos se vienen proponiendo desde la década de 1990, básicamente vinculados al estudio del pandeo en el plano del arco. Pi y Trahair (1997) estudiaron diferentes modelos de arcos simplemente apoyados bajo cargas radiales y concluyeron que en arcos rebajados (con flecha baja o, en inglés, *shallow arches*), las cargas coplanares de pandeo no lineal eran mucho menores que aquellas calculadas considerando el análisis de la bifurcación del equilibrio,

debido principalmente a las deformaciones previas al pandeo; de otro lado, las cargas de pandeo no lineal en arcos con flecha grande (*deep arches*) se hallaron en un rango que se encuentra entre la carga calculada considerando predeformaciones en la línea central del arco y aquella calculada considerando que la línea central es inextensible. Asimismo, plantearon un criterio para distinguir el modo de pandeo a partir de la relación entre la flecha del arco y el radio de giro de la sección transversal, f/r :

- a) Cuando f/r es mayor que 4.6, el arco está gobernado por el pandeo antisimétrico por bifurcación.
- b) Cuando f/r se encuentra entre 4.1 y 4.6, el arco está gobernado por el pandeo simétrico por carga límite con el punto de bifurcación en el tramo descendiente de la curva carga-deflexión.
- c) Cuando f/r se encuentra entre 1.7 y 4.1, el arco está gobernado por el pandeo por carga límite simétrico.
- d) Cuando f/r es menor que 1.7, el arco no pandeo en el plano.

Por las características geométricas del puente objeto del presente estudio, la estructura califica como un arco con flecha grande, con f/r mayor que 4.6, con lo que de acuerdo al criterio resumido anteriormente, el pandeo en el plano sería antisimétrico y por bifurcación. Los análisis realizados en este estudio demuestran que la primera forma de pandeo en el plano es antisimétrica. No se cuentan hasta el momento con estudios similares referidos al pandeo lateral.

Fue realizado un análisis del comportamiento de la estructura para el estado posterior al pandeo elástico (post-pandeo), con la finalidad de conocer las características de tal comportamiento. Ello puede ser de utilidad para establecer si, después de alcanzada la carga de pandeo, la capacidad de carga de la estructura tiende a mantenerse, aumentar o a disminuir, en función a las deformaciones alcanzadas. El cambio en el comportamiento post-pandeo puede deberse a la influencia de elementos no directamente involucrados con la estabilidad lateral desde el inicio de la aplicación de carga en la estructura. El análisis fue realizado utilizando la teoría lineal de segundo orden con grandes desplazamientos; para ello se utilizó el programa de análisis SAP2000 Nonlinear.

4.3.2.2 Resultados de los Análisis Realizados en el Prototipo.

Los análisis estructurales se llevaron a cabo considerando tres niveles distintos de desplazamiento lateral inicial en la corona de los arcos, 1/5000, 1/1000 y 1/250 veces la luz del puente. Los resultados principales se presentan mediante diagramas de fuerza axial en la sección central del arco y en la péndola central conectada al arco en tal sección. La Figuras 4.17, 4.18 y 4.19 muestran los diagramas correspondientes a los análisis para el arco con una deflexión lateral inicial de 1/5000, 1/1000 y 1/250, respectivamente. En todos los diagramas se distingue, en primer lugar, que la carga máxima de la estructura resulta ligeramente mayor a la carga de pandeo y la estructura tiene un comportamiento post-pandeo estable, y en segundo lugar, que el aporte de las péndolas al comportamiento post-pandeo es realmente considerable. En el ítem 4.2 se calculó la capacidad de la péndola en 331 t, con lo que en el post-pandeo, las péndolas pueden trabajar hasta llegar a la falla en este caso. Considerando ese límite de ruptura de las péndolas, la carga máxima alcanzada en el arco se estimó en 4010 t.

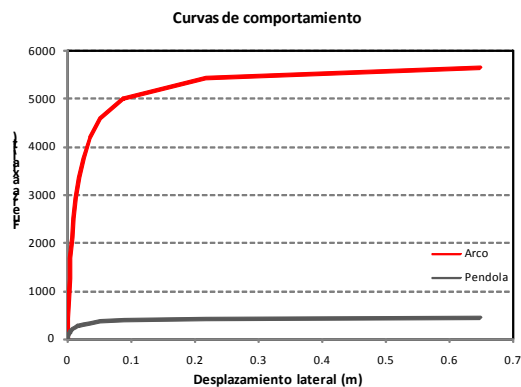


Figura 4.17. Diagramas de Fuerza axial vs desplazamiento lateral.
Desplazamiento inicial de 1/5000.

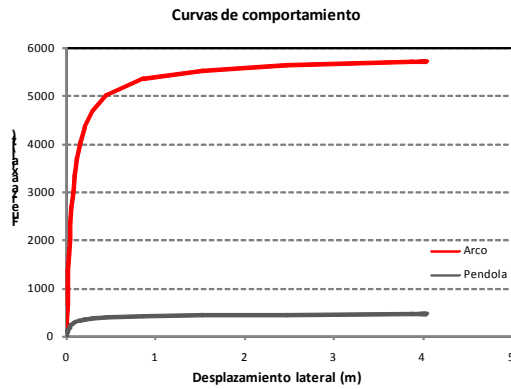


Figura 4.18. Diagramas de Fuerza axial vs desplazamiento lateral.
Desplazamiento inicial de 1/1000.

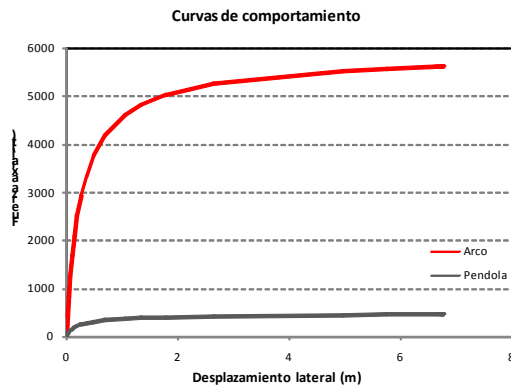


Figura 4.19. Diagramas de Fuerza axial vs desplazamiento lateral.
Desplazamiento inicial de 1/250.

Las Figuras 4.20 y 4.21 presentan los diagramas comparativos de la fuerza axial en el arco y la péndola central, respectivamente, en función del desplazamiento lateral inicial. A medida que el desplazamiento lateral inicial sea mayor, la rigidez lateral de los arcos y las péndolas será menor, aunque la fuerza máxima no varíe apreciablemente.

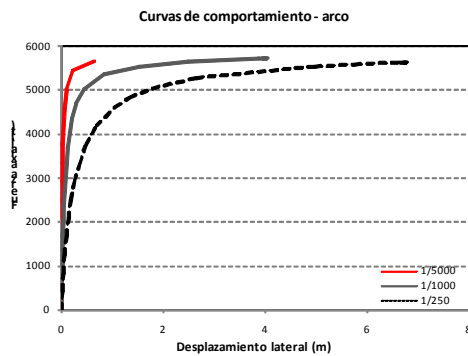


Figura 4.20. Fuerza axial en el arco vs desplazamiento lateral.

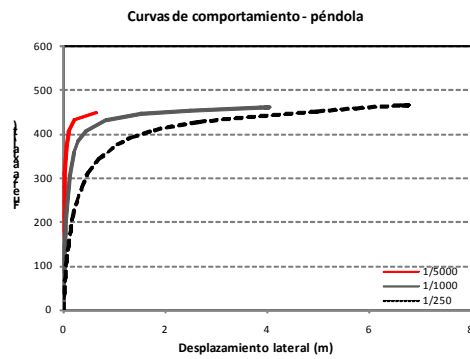


Figura 4.21. Fuerza axial en la péndola vs desplazamiento lateral.

4.4 ANÁLISIS PARAMÉTRICO DEL PANDEO EN EL PROTOTIPO.

Los análisis paramétricos fueron realizados sobre la base del planteamiento original de la estructura del puente, es decir, con la presencia de arriostres igualmente espaciados, de manera que se prepararon modelos de puente sin arriostres y hasta 5 arriostres.

4.4.1 INFLUENCIA DEL ÁREA DEL ARRIOSTRE.

La variación del área del arriostre no tiene influencia sobre los factores de carga elásticos ni inelásticos, habiendo hecho el análisis para estructuras con la mitad del área hasta cuatro veces el área de la sección transversal. En la Figura 4.22 se presentan los resultados, para un número diferente de arriostres, donde se observa que el factor de carga se mantiene prácticamente constante en todos los casos mostrados.

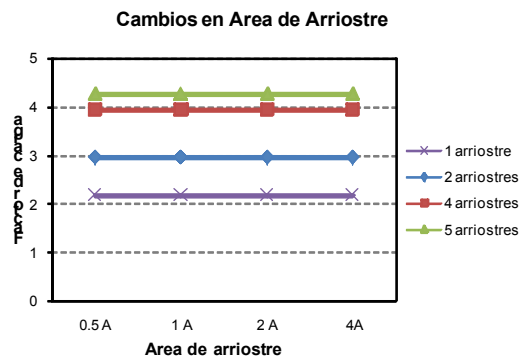


Figura 4.22. Influencia del área del arriostre.

4.4.2 INFLUENCIA DEL MOMENTO DE INERCIA DEL ARRIOSTRE, ALREDEDOR DEL EJE HORIZONTAL.

El momento de inercia de la sección transversal alrededor del eje horizontal de flexión del arriostre fue variado desde 0.05 hasta 4 veces la inercia inicial. En la Figura 4.23 se muestran las curvas de variación del factor de carga versus el momento de inercia, para diferente número de arriostres. En general, no se aprecia diferencia significativa para los tres primeros modos de pandeo elásticos.

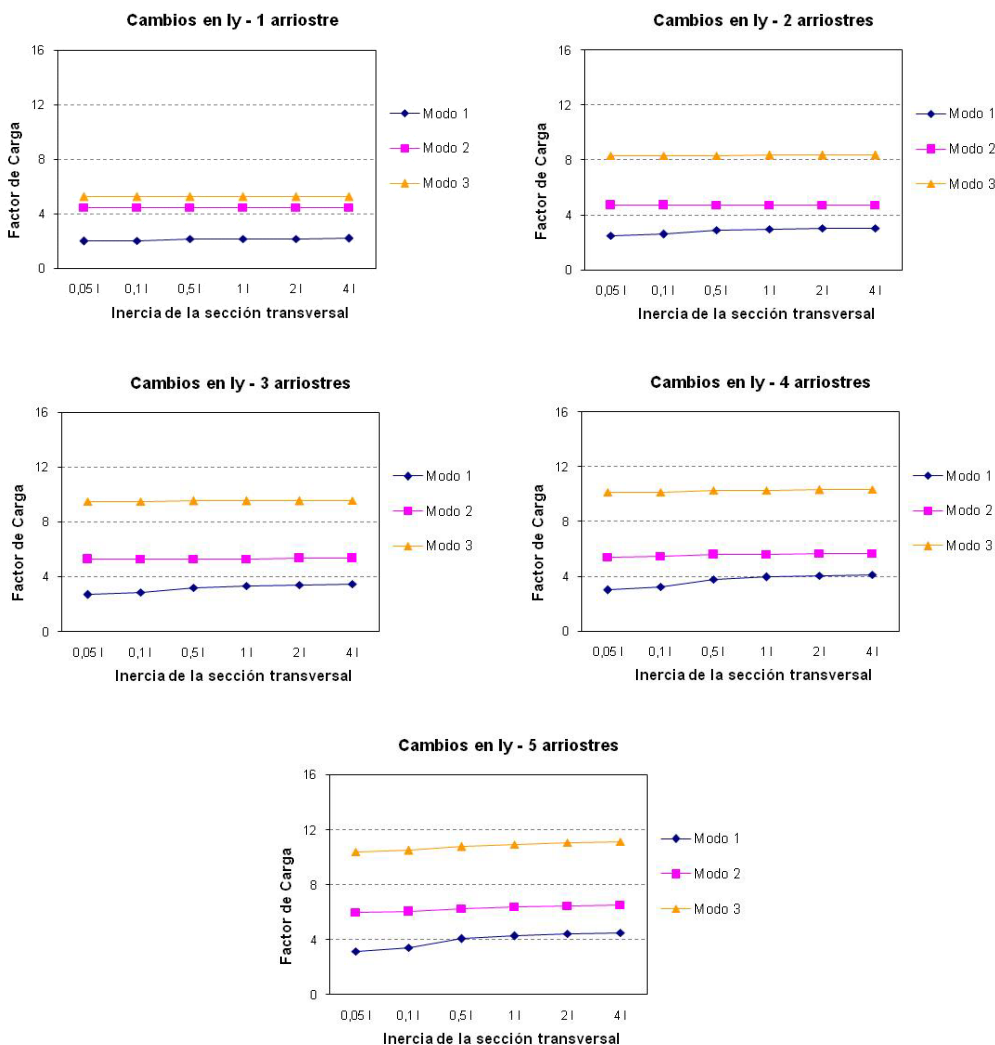


Figura 4.23. Influencia del momento de inercia en el eje horizontal del arriostre.

4.4.3 INFLUENCIA DEL MOMENTO DE INERCIA DEL ARRIOSTRE, ALREDEDOR DEL EJE VERTICAL.

El momento de inercia de la sección transversal alrededor del eje vertical de flexión del arriostre fue variado desde 0.10 hasta 10 veces la inercia inicial. En la Figura 4.24 se presentan las curvas de variación del factor de carga versus el momento de inercia, para diferente número de arriostres. En general, no hay diferencia apreciable en el caso de un solo arriostre (al centro), pero la influencia va siendo más significativa a medida que el número de arriostres aumenta. En conclusión, el momento de inercia alrededor del eje vertical tiene una influencia clara en la magnitud de la carga crítica del arco.

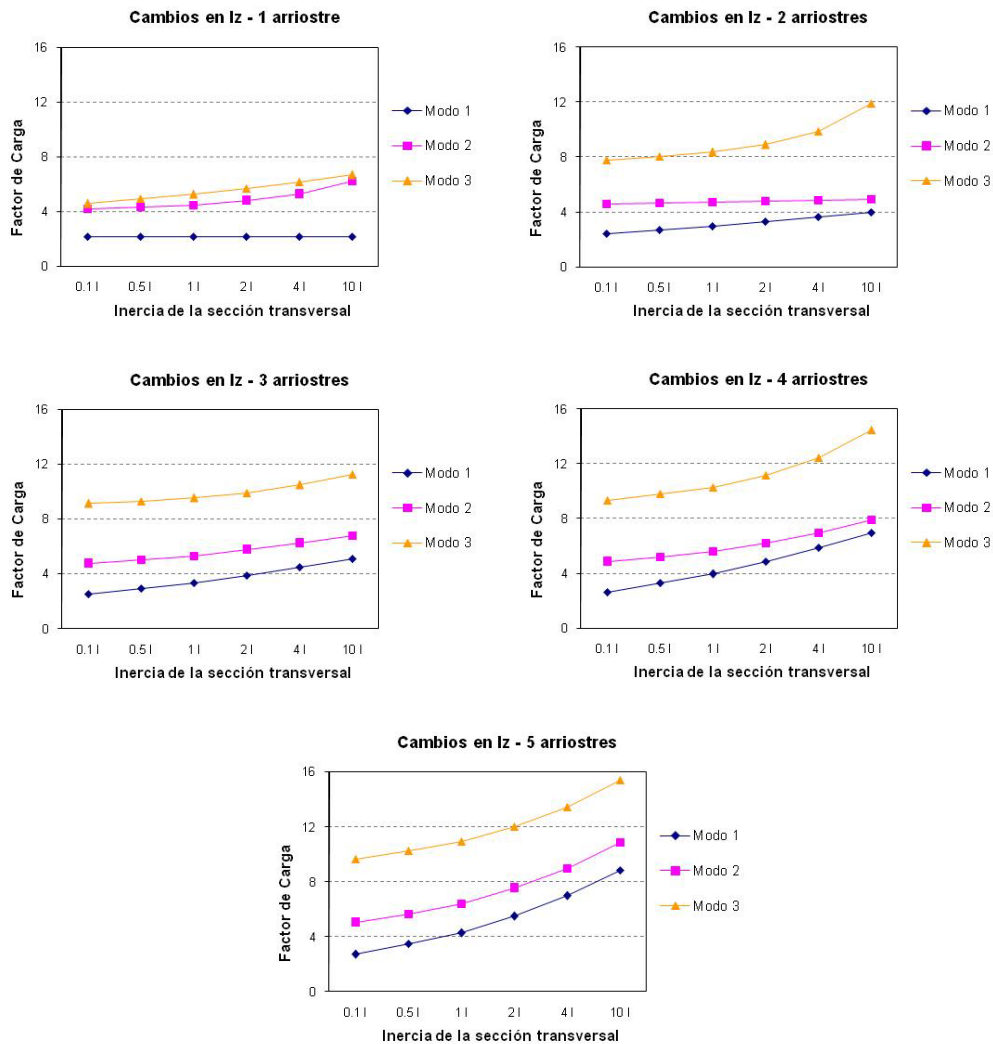


Figura 4.24. Influencia del momento de inercia en el eje vertical del arriostre.

4.4.4 INFLUENCIA DEL NÚMERO DE ARRIOSTRES.

Se analizaron modelos sin arriostres y con arriostres igualmente espaciados hasta en número de cinco. Las Figuras 4.25 y 4.26 muestran la influencia del número de arriostres en la estructura con las dimensiones iniciales y con la inercia en el eje vertical de los arriostres variable.

Aunque en condiciones normales de carga, los arriostres no presentan fuerzas internas relevantes, su influencia en la magnitud de la carga crítica elástica sí es significativa, duplicando y hasta cuadruplicando el valor que se obtiene para un puente sin arriostres, a medida que el número de arriostres y la inercia de la sección aumentan. Sin embargo, algunos factores de carga elevados pueden no ser representativos del comportamiento de la estructura, ya que ésta tendría un pandeo inelástico.

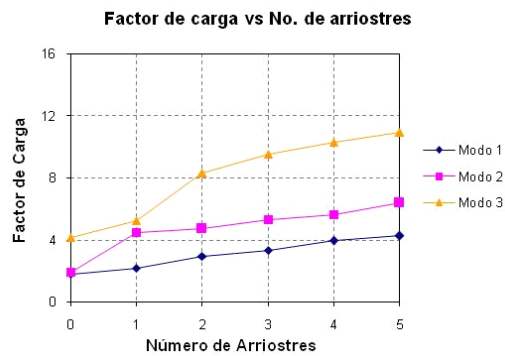


Figura 4.25. Influencia del número de arriostres en la estructura original.

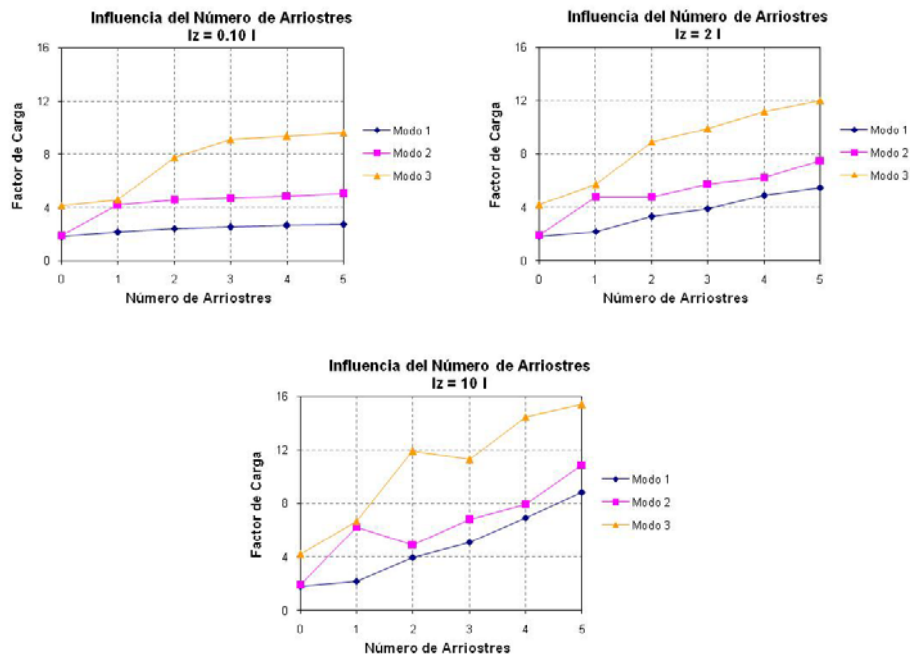


Figura 4.26. Influencia del número de arriostres con variación del momento de inercia en el eje vertical de los arriostres.

4.4.5 INFLUENCIA DE LA POSICION DE LOS ARRIOSTRES.

Una de las posibilidades de variación paramétrica exploradas en este trabajo fue el de la posición de los arriostres, un tema que en el caso de los puentes de arco parabólicos fue estudiado por Sakimoto y Komatsu (1977) y Petersen (1982), aunque con diferentes sistemas de arriostre.

La estructura inicial constaba de dos arriostres igualmente espaciados y los resultados presentados anteriormente corresponden a esa estructura. La deflexión lateral de la primera forma de pandeo sugiere que la longitud efectiva de pandeo puede ser reducida rigidizando los extremos del arco con los arriostres. Por ello, se analizó la variante de dos arriostres situados a los cuartos de la longitud del arco (Figura 4.27). En la Tabla 4.7 se presentan las fuerzas axiales máximas de los análisis elásticos e inelásticos. Los resultados en el modelo modificado – llamado modelo final – señalan una eficiencia mayor en el uso de los arriostres.

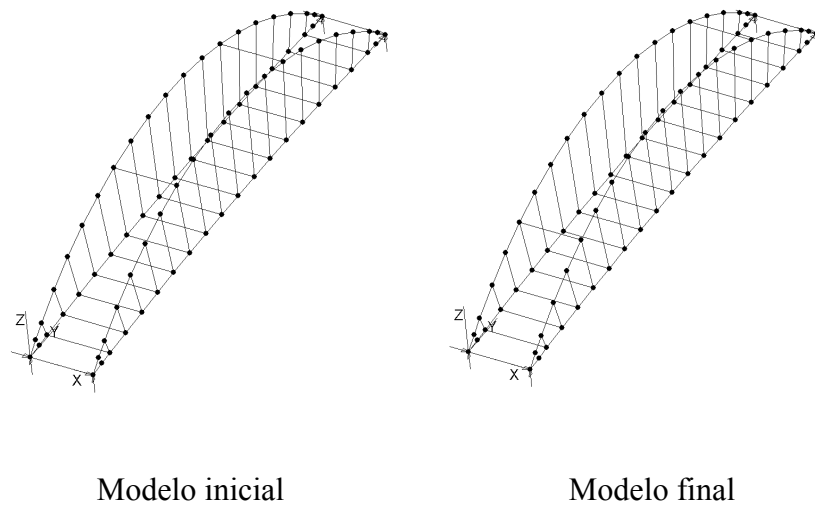


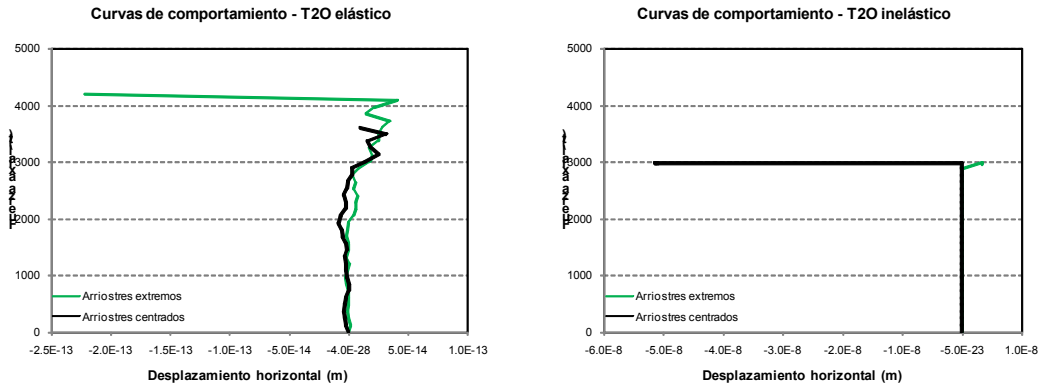
Figura 4.27. Variación de posición de los arriostres.

Tabla 4.7. Fuerzas axiales máximas.

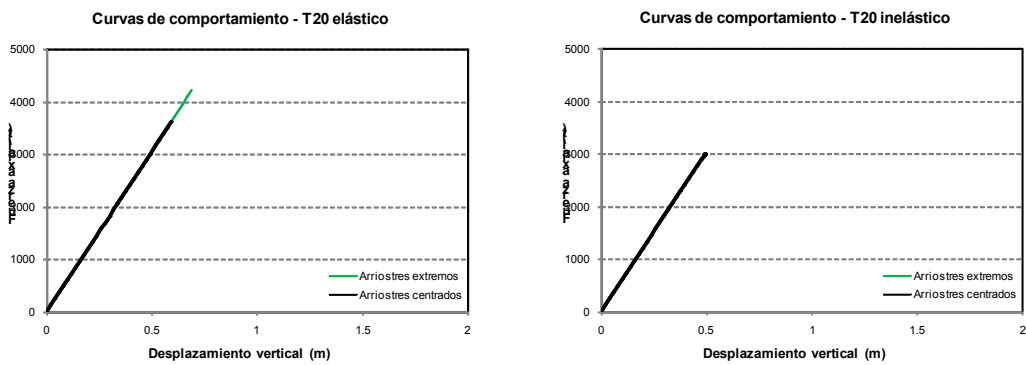
Análisis	Fuerzas máximas en el arco	Modelo inicial	Modelo final
Elástico	Factor de carga	2.954	3.402
	Fuerza (t)	3613	4108
	Esfuerzo (kg/cm^2)	1844 (0.53 f_y)	2096 (0.60 f_y)
Inelástico	Factor de carga	2.899	3.287
	Fuerza (t)	3501	3970
	Esfuerzo (kg/cm^2)	1787 (0.51 f_y)	2025 (0.58 f_y)

En la Figura 4.28 se muestran los resultados de los análisis de segundo orden para los modelos con las variantes de ubicación de arriostres, para estructuras perfectas. En los análisis incrementales inelásticos no se observa la diferencia que se da en los valores numéricos de la tabla anterior. En las Figuras 4.29 y 4.30 se presentan las curvas de comportamiento para las estructuras con imperfecciones iniciales de 1/1000 y 1/250 en la

corona del arco, respectivamente. No se observan variaciones importantes en el comportamiento, sobre todo en el análisis inelástico.



a. Fuerza axial vs desplazamiento horizontal.



b. Fuerza axial vs desplazamiento vertical.

Figura 4.28. Comparación de comportamiento.

Influencia de la ubicación de los arriostres. Sin imperfecciones.

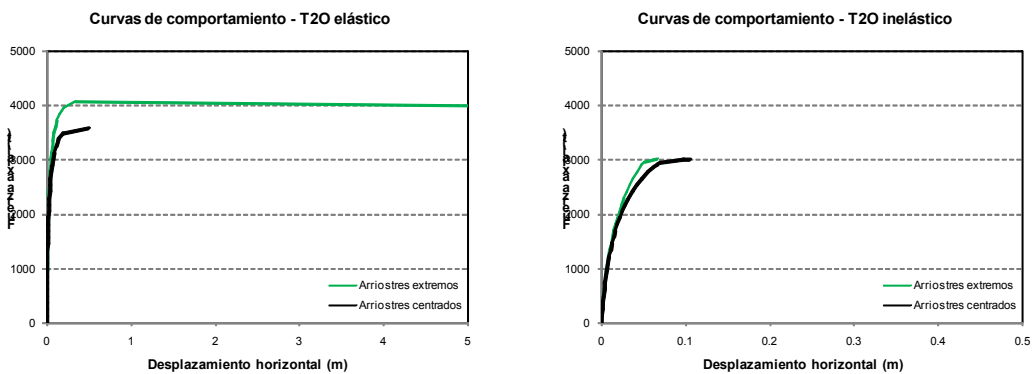


Figura 4.29. Comparación de comportamiento. Imperfecciones de 1/1000.

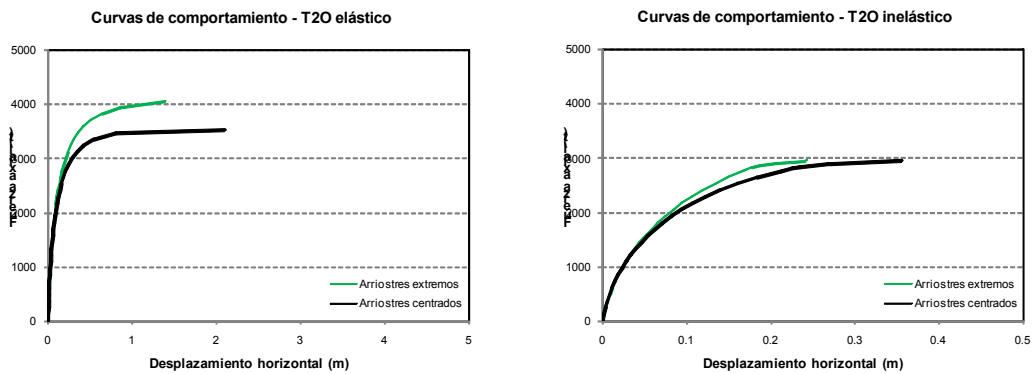


Figura 4.30. Comparación de comportamiento. Imperfecciones de 1/250.

4.4.6 INFLUENCIA DEL ÁREA DE LAS PÉNDOLAS.

El área de las péndolas fue variada desde la mitad hasta 5 veces la magnitud del área de la péndola original. En la Figura 4.31 se observa que la variación del área de las péndolas en el arco no varía prácticamente el valor del factor de carga elástica. Los casos analizados fueron el puente sin arriostres, el puente con dos arriostres centrados (igualmente espaciados) y con dos arriostres extremos (a los cuartos de la longitud de arco). A la misma conclusión se llega en el cálculo del factor de carga para el análisis inelástico. El comportamiento inelástico es similar (Figura 4.32) cuando se varía el área de las péndolas de 1 a 5 veces el área de su sección transversal.

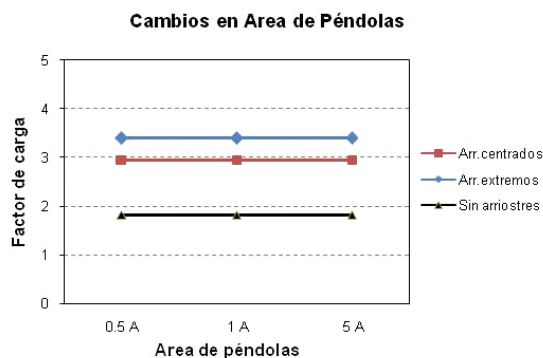


Figura 4.31. Influencia de la variación del área de las péndolas.

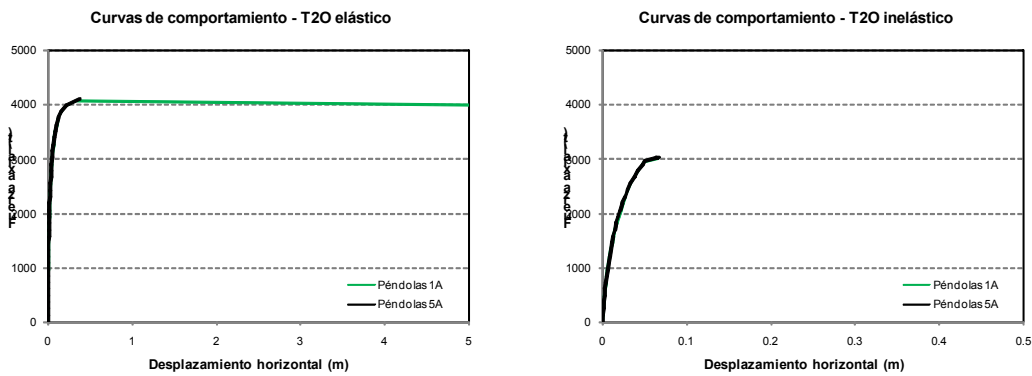


Figura 4.32. Comparación de comportamiento. Imperfecciones de 1/1000.

4.4.7 INFLUENCIA DEL MOMENTO DE INERCIA DEL TIRANTE, ALREDEDOR DEL EJE HORIZONTAL.

En la Figura 4.33 se presenta la gráfica de variación del factor de carga con la variación del momento de inercia, analizándose los casos de puente no arriostrado y el modelo de dos arriostres en los cuartos de la longitud del arco. No existe variación apreciable en los valores mostrados, para un rango de variación de 0.5 hasta 10 veces el valor original.

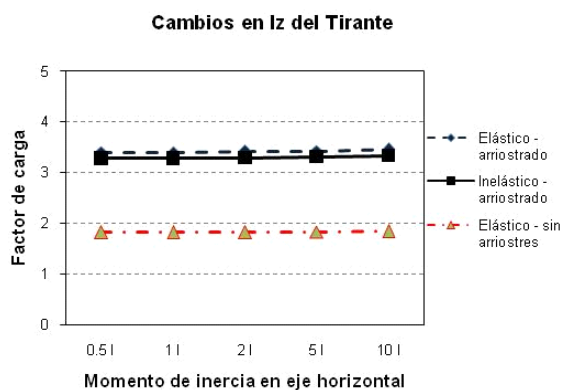


Figura 4.33. Influencia de la variación del momento de inercia. Eje horizontal del tirante.

4.4.8 INFLUENCIA DEL MOMENTO DE INERCIA DEL TIRANTE, ALREDEDOR DEL EJE VERTICAL.

En la Figura 4.34 se presenta la gráfica de variación del factor de carga con la variación del momento de inercia, analizándose los casos de puente no arriostrado y el modelo de dos arriostres en los cuartos de la longitud del arco. Existe variación apreciable en los valores mostrados en el caso del puente sin arriostres, para un rango de variación de 0.25 hasta 10 veces el valor original. Esta influencia en el pandeo del arco señala la importancia de la flexión en el eje vertical del tirante en el movimiento horizontal del arco, cuyo principal medio de transmisión de carga son las péndolas. Sin embargo, no es muy grande en los puentes arriostrados.

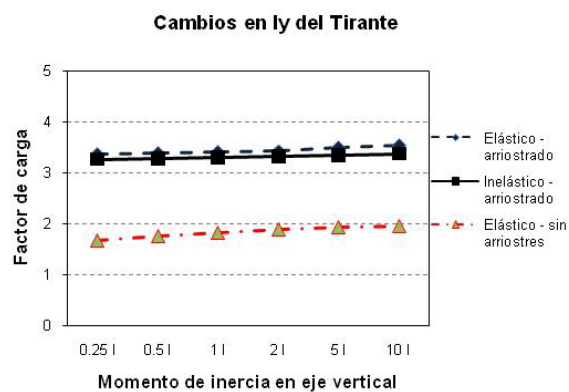


Figura 4.34. Influencia de la variación del momento de inercia. Eje vertical del tirante.

Cuando se varía el momento de inercia de 1 a 10 veces, el comportamiento es el que se muestra en la Figura 4.35. Aún con una variación tan grande, se da una diferencia no relevante en las curvas mostradas, salvo una mayor pendiente lateral del arco en el punto cercano a la carga límite en el análisis inelástico de segundo orden.

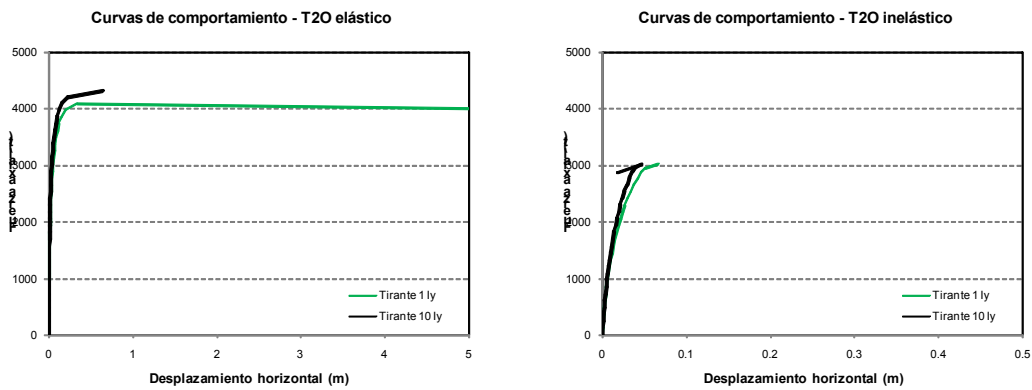


Figura 4.35. Comparación de comportamiento. Imperfecciones de 1/1000.

4.4.9 CONSIDERACIONES SOBRE EL FACTOR DE ESBELTEZ Y LOS DIFERENTES FACTORES QUE INCIDEN EN EL COMPORTAMIENTO DEL PUENTE DE ARCO ATIRANTADO.

La variación del comportamiento conjunto de dos elementos unidos por un sistema de arriostre ha sido tema de una cantidad de investigaciones en el pasado, sobre todo en elementos de flexión, columnas y pórticos, en menor medida en arcos (Bleich, 1952; Timoshenko y Gere, 1961; Yura, 1993; Komatsu y Sakimoto, 1977; Petersen, 1982).

En el capítulo 1 se mencionó el uso de ecuaciones o curvas para estimar la carga límite del arco, sobre la base de la esbeltez modificada, $\bar{\lambda}$, del elemento estructural. A cada valor de $\bar{\lambda}$ le corresponde un factor adimensional de reducción χ de acuerdo a ecuaciones o curvas sobre pandeo. Como el factor de reducción se multiplica por la resistencia plástica para obtener la carga límite de la estructura, se podrían usar expresiones para calcular la esbeltez modificada para considerar la influencia del arriostre en el puente de arco atirantado, con arriostres uniformemente espaciados.

Los análisis resumidos en los acápites anteriores han dado como conclusión principal que la carga límite del puente de arco atirantado está influenciada básicamente por las propiedades a flexión del sistema de arriostre en el eje vertical y el número de arriostres.

Definido ello, y con los resultados de los análisis paramétricos de pandeo, se desarrolló una expresión para la esbeltez modificada considerando el sistema de arriestre:

$$f = \frac{\lambda_{\text{arriestrado}}}{\lambda_{\text{aislado}}} = 1 - 0,1218 \alpha^{0,194} N + 0,0107 \alpha^{0,097} N^2 \quad (4.1)$$

Donde:

f = factor de influencia del arriostamiento

$$\alpha = \frac{\left(\frac{I_z}{d}\right)_{\text{arriestre}}}{\left(\frac{I_y}{S}\right)_{\text{arco}}} = \text{relación de rigideces relativas arriestre/arco.}$$

N = número de arriostres igualmente espaciados. (N no mayor que 5.)

I_z/d = rigidez relativa a la flexión del arriestre en el eje vertical.

I_y/S = rigidez relativa a la flexión del arco en el eje vertical.

d = longitud de los arriostres.

S = longitud de los arcos.

En la Figura 4.36 se presentan las curvas resultantes de la aplicación de la ecuación 4.1. La idea principal es la de ingresar a la ecuación (o la curva) con un dimensionamiento preliminar del arco y del arriestre, luego calcular el valor de f (ordenada de la gráfica) dado un número determinado de arriostres, para proceder a estimar la carga límite con uso de curvas o expresiones como las de SSRC o AISC (Figura 4.37), que asimila AASHTO para el diseño de elementos a compresión.

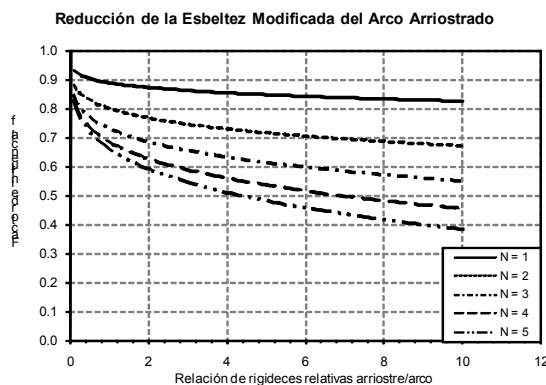


Figura 4.36. Factores de influencia f versus α .

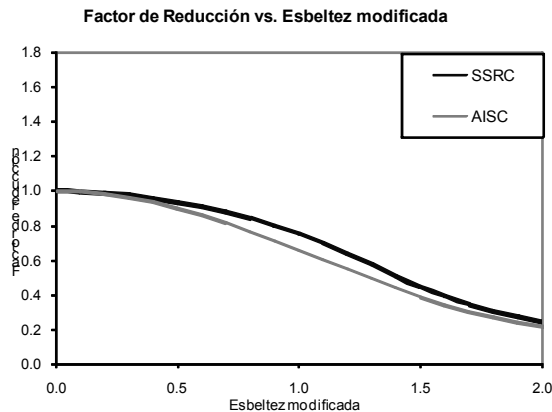


Figura 4.37. Factores de reducción χ según el SSRC y el AISC.

A manera de ejemplo, se calcularon las fuerzas axiales límite para el puente prototipo, en su configuración inicial, con dos arriostres uniformemente espaciados. En el prototipo, se calculó una relación de rigideces relativas arriostre/arco de 0.896, por lo que el factor para $N = 2$ es $f = 0.804$. Como la esbeltez modificada sin arriostres es de 1.644, la esbeltez modificada con arriostres es estimada en 1.3213. Con la ecuación de la SSRC, el factor de reducción es de 0.578 y la fuerza límite es estimada en 3963 t, valor que se aproxima a la fuerza calculada por medios analíticos, como el programa usado en este estudio, con el que se calculó una fuerza límite (en el análisis inelástico) de 4024 t. Con las expresiones del AISC se obtienen valores ligeramente menores por la forma de la ecuación, que considera mayores efectos de esfuerzos residuales.

Del mismo modo, se estimó la fuerza axial crítica para el modelo, suponiendo que tiene arriostres igualmente espaciados. Se calculó una relación de rigideces relativas arriostre/arco de 1.424, por lo que el factor para $N = 2$ es $f = 0.783$; la esbeltez modificada sin arriostres es de 1.279, la esbeltez modificada con arriostres es estimada en 1.0022. Con la ecuación de la SSRC el factor de reducción es de 0.750 y la fuerza límite es estimada en 1996 kg, valor que se aproxima a la fuerza calculada con el programa usado en este estudio, de 2114 kg, en el análisis inelástico.

CAPITULO 5

ENSAYO DEL MODELO A ESCALA REDUCIDA

El propósito de este capítulo es presentar las características del ensayo de carga realizado en el modelo del puente a escala 1:100, así como resumir los parámetros principales que controlaron el diseño del modelo a escala, para obtener una correspondencia razonable con el puente prototipo. Finalmente se listan los resultados más relevantes del ensayo de carga en el puente modelo, los cuales serán analizados en el capítulo siguiente.

En la definición de los elementos de la superestructura del modelo a escala (en adelante llamado simplemente el *modelo*), se tomaron en cuenta no solamente la correspondencia necesaria con las características geométricas del prototipo, sino también los materiales disponibles en el mercado. Para el modelo a la escala establecida no es posible obtener perfiles ni cables con los materiales estructurales de alta resistencia utilizados en el prototipo. Tampoco es posible obtener secciones que se ajusten exactamente a la proporción requerida de acuerdo a las relaciones de escala modelo-prototipo. Sin embargo, se consiguieron elementos que permitieron preparar un modelo suficientemente representativo de la estructura real.

5.1 CRITERIOS DE ESCALAMIENTO.

En el planteamiento del modelo fue necesario establecer las variables importantes en el problema (Housner y Hudson, 1960), para lo cual se conocieron las ecuaciones que gobiernan el pandeo de arcos simples y los resultados de los análisis estructurales presentados en el Capítulo 4.

El ensayo a escala de un modelo presenta efectos de escala que pueden influir en los resultados esperados en diferente medida. Krawinkler (1988) y Sabnis *et al* (1983)

señalan algunos de los más importantes, entre los que se cuentan los efectos de tamaño, los efectos de la fabricación del modelo y los efectos de la velocidad de aplicación de la carga. Los más relevantes al presente estudio son los dos primeros. El efecto principal de la reducción del espécimen es el aumento de las propiedades de resistencia mecánica del material; otro efecto importante es la diferencia de gradientes de deformación entre los especímenes grandes y pequeños. Los efectos de fabricación se originan por el proceso de soldadura y ensamblaje del modelo, que implican la aparición de esfuerzos residuales y flechas o distorsiones no previstas.

Como se indicó en el capítulo 3, los arcos y las vigas del prototipo fueron proyectados con acero estructural de grado 50, con $f_Y = 3500 \text{ kg/cm}^2$ (350 MPa), mientras que las péndolas fueron de acero de grado 270, con $f_Y = 18000 \text{ kg/cm}^2$ (1800 MPa). La losa del tablero fue de concreto armado. En cuanto al modelo, para los arcos y las vigas se usó acero con un esfuerzo de fluencia $f_Y = 2290 \text{ kg/cm}^2$ (229 MPa), mientras que las péndolas fueron de acero con un $f_Y = 12500 \text{ kg/cm}^2$ (1250 MPa); la losa del tablero fue representada por una plancha metálica de 1mm de espesor.

Los criterios básicos para escalar el modelo partieron del conocimiento de los factores más influyentes en la determinación de los factores de carga al pandeo realizados analíticamente. En base a estos análisis fueron tomadas en consideración diversas cantidades adimensionales basadas en las dimensiones y las propiedades geométricas de las secciones de los elementos componentes del puente. Tales cantidades adimensionales se listan a continuación:

- Esbeltez del arco (λ):
$$\lambda = \frac{S}{r_G}$$
- Esbeltez adimensional del arco ($\bar{\lambda}$):
$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}}$$
- Relación de inercias entre el arco y la viga tirante.
- Relación de rigideces relativas entre el arco y el arriostre:
$$\frac{\left(\frac{I}{h}\right)_{\text{arriostre}}}{\left(\frac{I}{S}\right)_{\text{arco}}}$$
- Relación de rigideces entre la péndola y la viga tirante.

La semejanza aproximada se da principalmente en la geometría del puente y en la relación entre las propiedades geométricas de las secciones de los elementos conectados. A nivel de cargas, el escalamiento fue planteado de tal manera que las solicitaciones provocadas por las cargas sean proporciones del esfuerzo de fluencia del material.

5.2 CARACTERÍSTICAS DEL MODELO A ESCALA.

5.2.1 Características geométricas

El modelo a escala fue preparado con perfiles tubulares rectangulares y cables acerados. La dificultad principal radicó en la elección de las secciones transversales, limitadas por la disponibilidad de secciones en el mercado. Las dimensiones de las secciones de los elementos componentes del arco a escala 1:100 se indican en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Dimensiones de las secciones en el modelo.

Elemento	Base (mm)	Altura (mm)	Espesor (mm)
Arco	25.4	25.4	1.2
Arriostre	12.7	25.4	0.9
Viga tirante	25.4	12.7	0.9

Con las propiedades geométricas y mecánicas de las secciones se obtuvieron los parámetros adimensionales de la superestructura modelo, resumidos en la Tabla 5.2. El modelo fue preparado en taller en base a perfiles rectos que fueron doblados en frío. Ello induce en el arco a deformaciones del orden de 1.168 %, que exceden el límite de fluencia del acero pero que no colocan al material al borde de la ruptura ni del endurecimiento, por lo que se puede trabajar con el elemento formado en un nuevo proceso de carga.

5.2.2. Esfuerzos residuales

Como se mencionó en párrafos anteriores, el proceso de fabricación puede generar esfuerzos residuales en las secciones de los elementos estructurales de tal magnitud que podrían alterar significativamente los resultados esperados. El arco fue preparado mediante el doblado en frío de una barra tubular recta, por lo que fue posible estimar los esfuerzos asociados a este procedimiento.

El proceso de doblado induce una curvatura grande en la barra, la cual es parcialmente reducida cuando se da la descarga (es decir, cuando el doblado termina), como se ilustra en el diagrama momento-curvatura de la Figura 5.1(a); la disminución en la curvatura está asociada a una disminución lineal en las deformaciones y por tanto en los esfuerzos. El esfuerzo residual final es la suma del esfuerzo debido al doblado más la disminución lineal debido a la descarga, como se muestra en la Figura 5.1(b).

Los cálculos elasto-plásticos realizados indican que los esfuerzos residuales en los extremos son del orden de 409 kg/cm^2 (40.9 MPa), mientras que cerca al eje neutro son del orden de 2035 kg/cm^2 (203.5 MPa). Durante el ensayo, una pequeña parte de la sección transversal estaría en estado plástico. En consecuencia, es posible considerar que los esfuerzos residuales causados por el doblado de la barra tendrán un efecto menor sobre los resultados del ensayo de estabilidad.

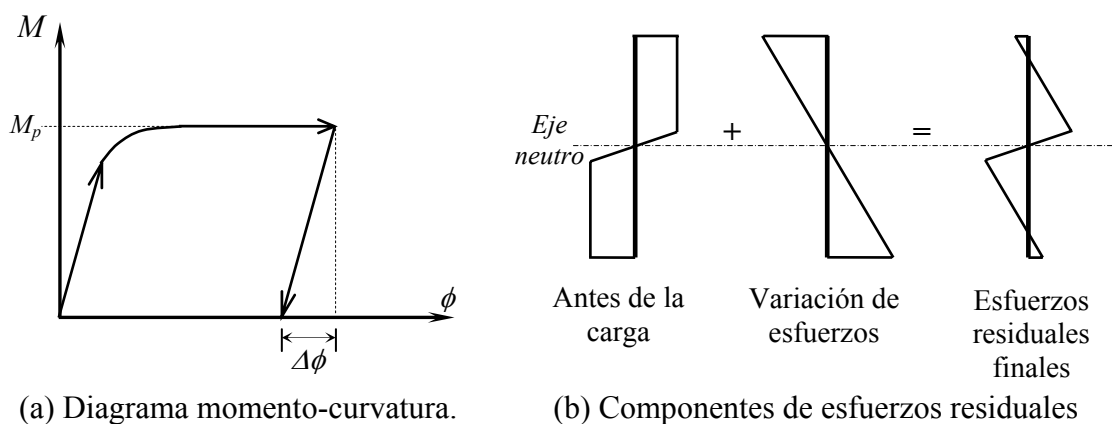


Figura 5.1. Esfuerzos residuales.

No es posible estimar los esfuerzos residuales debidos al proceso de soldadura, los cuales pueden ser más importantes, considerando la escala del modelo. Se conoce que a menor escala, los efectos son mayores. Ello se debe a que las dimensiones de los filetes de soldadura no guardan la proporción geométrica entre el prototipo y el modelo; asimismo, la zona afectada por el calor de la soldadura es mayor en proporción a las dimensiones globales del modelo y, dado que la proporción de volumen a superficie es diferente entre el prototipo y el modelo, el enfriamiento en el modelo es más rápido, lo cual genera esfuerzos residuales mayores (Krawinkler, 1988).

5.3 RELACIONES MODELO-PROTOTIPO.

En la determinación de la geometría del modelo, se procuró conseguir la semejanza de algunos parámetros adimensionales importantes entre el arco, la viga tirante y las péndolas. En la Tabla 5.2 se presentan los términos adimensionales calculados en el prototipo y el modelo diseñado.

Tabla 5.2. Parámetros adimensionales del prototipo y el modelo.

Parámetro	Prototipo	Modelo
$I_{x \text{ arco}} / I_{x \text{ viga}}$	6,592	6,354
$I_{y \text{ arco}} / I_{y \text{ viga}}$	2,075	2,103
$(A/h)_{\text{péndola}} / (I_x/L^3)_{\text{viga}}$	16405	12370
$\lambda_{x \text{ arco}}$	216	167
$\bar{\lambda}_{\text{ arco}}$	1.60	1.00
$\frac{(I/h)_{\text{arriostre}}}{(I/S)_{\text{arco}}}$	0.90	1.42

5.4 PLAN DE ENSAYO.

Para la ejecución del ensayo de estabilidad lateral se impuso al modelo un desplazamiento en la corona del arco de $1/1000$, para simular la presencia de una deformación lateral inicial compatible con las tolerancias de montaje de reglamento. Luego, se aplicaron las cargas verticales que representan el peso propio y la carga permanente, en forma incremental, hasta llegar a la carga de servicio. Luego se alcanzó la carga última – factorada – también en forma incremental. Después de haber alcanzado la carga última, se procedió a someter al arco un desplazamiento lateral especificado en $1/250$, para luego continuar con el incremento de carga hasta el colapso de la estructura.

Las cargas verticales fueron aplicadas sobre el modelo mediante un juego de dos gatas de 20 toneladas de capacidad, dispuestas a ambos extremos del modelo, de modo que transmitieran la carga a una viga de acero. Esta viga estuvo conectada a una serie de cables flexibles de nylon, que transfirieron las cargas verticales en forma distribuida a los arcos. En la Figura 5.2 se presenta un esquema de la aplicación de la carga.

Para la imposición del desplazamiento lateral se contó con una tercera gata de 20 toneladas de capacidad, cuyo desplazamiento fue controlado mediante transductores de desplazamiento (LVDT).

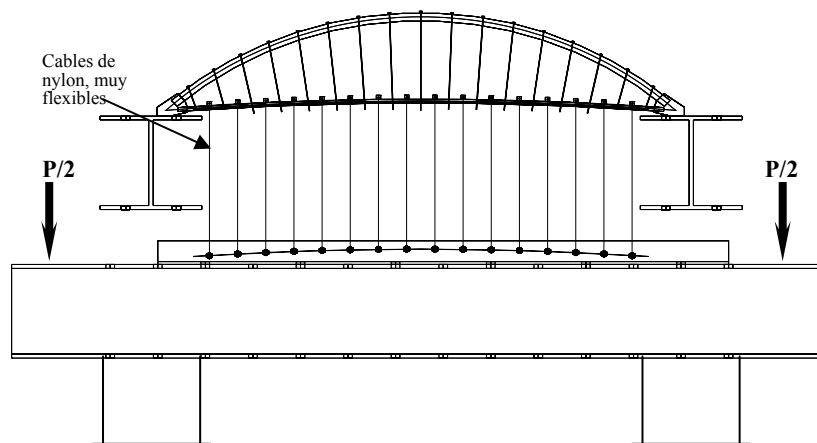


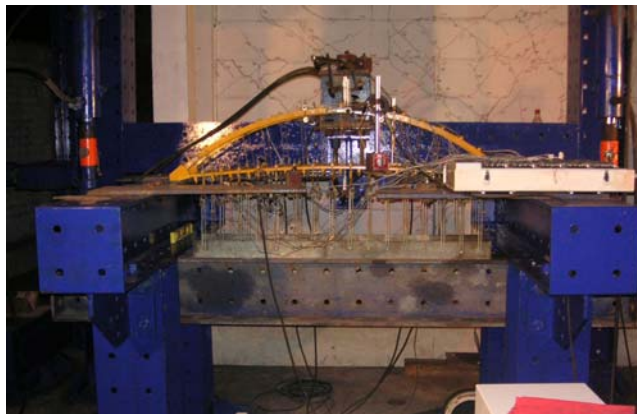
Figura 5.2. Aplicación de la carga.

5.4.1. Equipo utilizado.

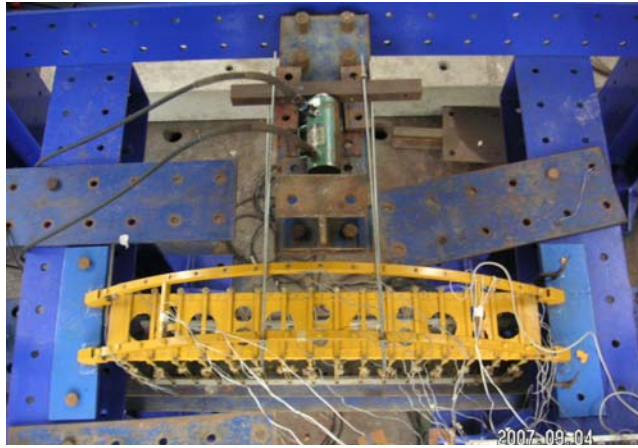
El equipo utilizado en el ensayo consistió en los siguientes elementos:

- a) Dos gatas hidráulicas de 20 toneladas de capacidad para la aplicación de las cargas verticales y una de 50 toneladas para la aplicación de la carga lateral.
- b) Nueve transductores de desplazamiento (LVDT) de 30mm de carrera.
- c) Treinta y cuatro deformímetros (strain gages), para medición de deformaciones en los elementos principales de acero.
- d) Un amplificador Matsunaga, modelo TSA de veinte canales, y dos amplificadores Kyowa, modelo YA-506B de seis canales.
- e) Un convertidor analógico-digital Kyowa, modelo ADC-116 C.
- f) Una computadora, para monitoreo de la carga, lectura de los transductores y almacenamiento de los resultados.
- g) Un equipo de adquisición de datos UCAM-5B, para lectura de los deformímetros e impresión de los resultados.
- h) Un equipo de bombeo de aceite, para activar la carga en las gatas.

En la Figura 5.3 se muestra la disposición del equipo usado en el ensayo de estabilidad realizado.



(a) Elevación.



(b) Planta.

Figura 5.3. Equipo usado en el ensayo de estabilidad.

5.4.2. Procedimiento de ensayo.

El procedimiento de ensayo consistió en los pasos siguientes:

- a) Aplicación gradual de la carga equivalente de peso permanente más peso propio (P_{CM}), aplicando un desplazamiento lateral de $L/1000$ (1.5mm). La carga se aplica en intervalos aproximados de $0.25 P_{CM}$ hasta alcanzar el valor total de P_{CM} . En cada intervalo, los desplazamientos y las deformaciones son medidos.
- b) Aplicación de la sobrecarga P_{CV} . En este estado, los desplazamientos y las deformaciones son medidos.
- c) Aplicación de un desplazamiento lateral de $L/270$. (5.6mm)
- d) Regreso al desplazamiento de $L/1000$ (1.5mm).
- e) Aplicación de la carga última. La carga se aplica en intervalos de $0.10 P_{CM} + 0.40 P_{CV}$, hasta alcanzar una carga adicional de $0.30 P_{CM} + 1.20 P_{CV}$. En consecuencia, la carga finalmente aplicada es $1.30 P_{CM} + 2.20 P_{CV}$. Lectura de desplazamientos y esfuerzos internos.
- f) Aplicación de desplazamientos laterales sucesivos, para imponer al modelo desplazamientos de $L/270$ y más, hasta la pérdida de estabilidad, en caso se produzca. Lectura de desplazamientos y esfuerzos internos.

- g) En caso no se produzca la inestabilidad, imposición de carga vertical incrementada progresivamente hasta la falla del espécimen.

En la Tabla 5.3 se resumen los estados de carga de cada paso del ensayo de estabilidad ejecutado.

Los resultados relevantes para el presente estudio fueron los desplazamientos verticales y laterales en la corona del arco, y verticales en la mitad del tirante. El modelo fue instrumentado con deformímetros (*strain gages*) para la medición de las deformaciones en el centro del arco y del tirante, así como en la zona del arranque del arco. En la Figura 5.4 se muestra la ubicación de los transductores de desplazamiento. En la Figura 5.5 se presenta la ubicación de los deformímetros en el arco, el tirante y los arriostres.

Tabla 5.3. Pasos de carga del ensayo de estabilidad lateral.

Paso	Carga vertical total (Kg)	Desplazamiento horizontal (mm)	Estado de carga	Observaciones	
1	318,8	1.5	0,25 CM	»P(viga de carga)=196 kg. Carga a aplicar al inicio=122.8 kg.	
2	637,6	1.5	0,50 CM		
3	956,4	1.5	0,75 CM		
4	1275,0	1.5	1,00 CM		
5	1672,8	1.5	1,00 CM + 1,00 CV	»Desplazamiento por sismo	
6	1672,8	5,5	1,00 CM + 1,00 CV		
7	1959,4	1.5	1,10 CM + 1,40 CV		
8	2246,0	1.5	1,20 CM + 1,80 CV		
9	2532,6	1.5	1,30 CM + 2,20 CV	»Desplazamiento por sismo	
10	2532,6	5.5	1,30 CM + 2,20 CV		
11	2532,6	Incremental	1,30 CM + 2,20 CV		Falla posible (inestabilidad)
12	Incremental	5.5			Falla posible (inestabilidad)



Figura 5.4 Instrumentación del modelo.

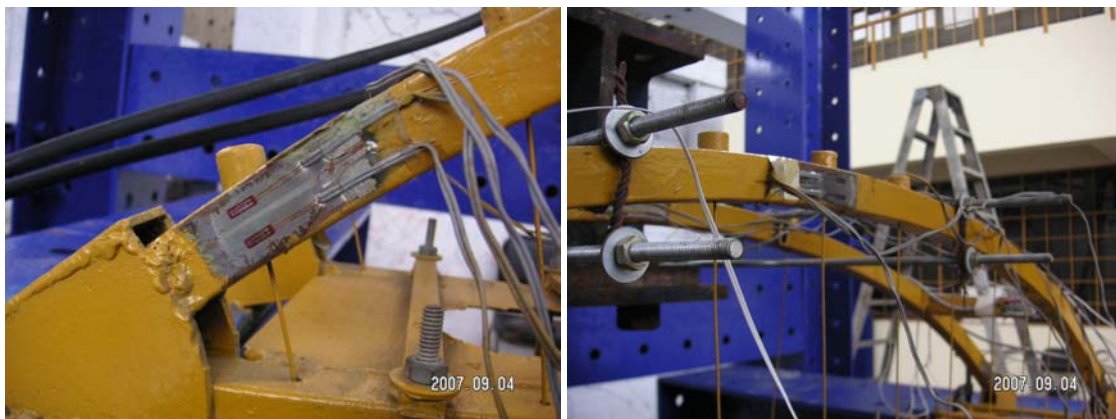


Figura 5.5. Ubicación de deformímetros en elementos del puente.

5.5 RESULTADOS OBTENIDOS.

Las mediciones en los deformímetros fueron usados en el cálculo de las fuerzas internas de los elementos de la estructura. El arreglo de los deformímetros en los elementos seleccionados – cuatro en una sección de interés – permitió calcular las fuerzas axiales y los momentos flectores en los ejes horizontal y vertical de los elementos. Las secciones de interés fueron tres en cada arco (en cada extremo y en el centro), una en cada tirante y una en cada arriostre. Se tuvieron problemas en la obtención de los datos en uno de los

deformímetros del extremo izquierdo del arco Este, por lo que no se presentan los resultados en esta sección.

En la Tabla 5.4 se listan los resultados principales de las mediciones directas efectuadas en los elementos de la estructura y las cargas reales aplicadas en cada paso de carga.

Tabla 5.4. Resultados principales del ensayo de estabilidad.

Paso	Carga total en el puente (kg)	Desplazamiento vertical arco W (mm)	Desplazamiento vertical arco E (mm)	Desplazamiento lateral arco W (mm)	Desplazamiento lateral arco E (mm)	Desplazamiento central viga W (mm)	Desplazamiento central viga E (mm)
1	496	1.37	0.35	1.02	2.22	2.68	0.35
2	596	1.70	0.50	1.10	2.21	3.14	0.50
3	926	2.93	1.48	1.38	2.13	5.59	2.79
4	1266	3.76	2.12	1.59	2.06	7.05	4.30
5	1606	4.69	2.93	1.82	1.97	8.77	6.11
6	1696	2.26	-0.19	5.27	7.80	3.33	0.67
7	1816	5.48	3.61	2.00	1.89	10.33	7.74
8	2056	5.95	4.00	2.13	1.86	11.29	8.58
9	2386	7.12	5.15	2.40	1.73	14.19	11.08
10	2326	5.18	2.80	4.55	5.58	9.82	6.76
11	2306	-2.23	-4.34	15.12	23.48	2.33	-1.59
11.a	2956	10.28	8.36	4.97	5.18	20.74	17.63
12	3126	10.73	8.78	5.12	5.16	21.71	18.53
(*)	300	7.24	5.62	4.10	6.15	41.66	13.09

(*) Descarga.

La estructura alcanzó una capacidad de 3126 kg, habiéndose presentado la falla en las uniones soldadas de los cabezales de la conexión de las péndolas con el arco. En la Figura 5.6 se presentan los diagramas de variación de carga total aplicada a la estructura modelo versus los desplazamientos vertical y lateral de los arcos. En la Figura 5.7 se observa la variación de la carga total versus el desplazamiento vertical en los tirantes. Las discontinuidades en las curvas mostradas señalan el paso de carga en la cual se impone al

modelo un desplazamiento de 5.5mm en el centro del arco, representativo del desplazamiento ocasionado por el sismo.

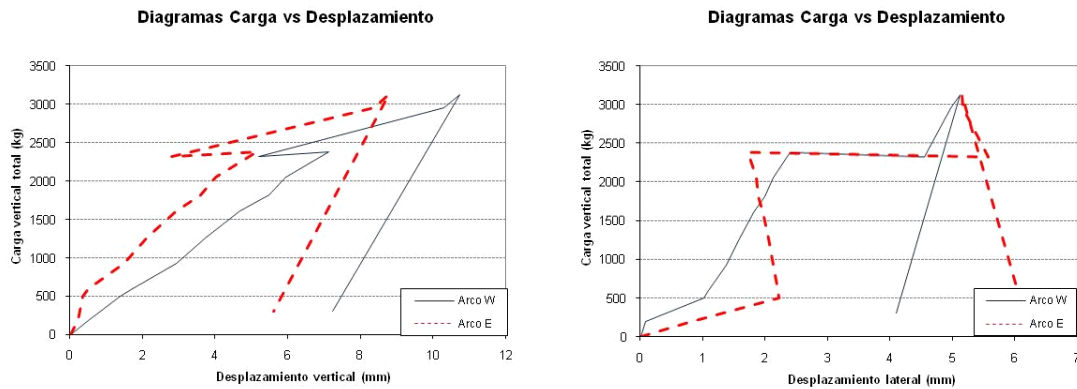


Figura 5.6. Diagramas de carga total versus desplazamientos en los arcos.

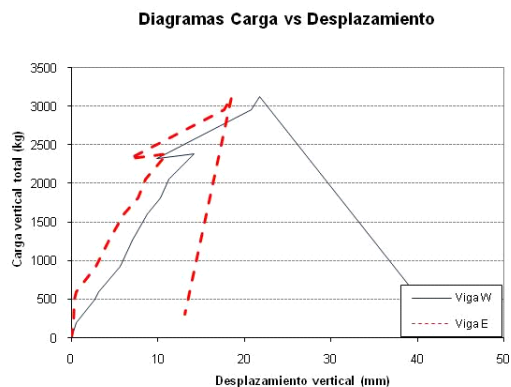


Figura 5.7. Diagrama de carga total versus desplazamiento vertical de los tirantes.

En la Figura 5.8 se presentan las curvas correspondientes a las fuerzas axiales en los arcos y su variación respecto a los desplazamientos laterales en el centro; en el arco Oeste es más visible el efecto del desplazamiento inicial de 1/1000, que ocasiona un desplazamiento lateral progresivo, como se ha visto en los análisis de segundo orden en los modelos de esta estructura. En la Figura 5.9 se muestran los diagramas de fuerzas axiales en los arcos versus los desplazamientos verticales en el centro; en la última etapa de la curva se observan efectos no lineales antes de la falla. Las fuerzas axiales en los arcos alcanzan valores máximos del orden de 1600 kg y 1200 kg en el arco Oeste y el arco Este, respectivamente. En la Figura 5.10 se presentan los momentos flectores en el

plano del arco versus el desplazamiento vertical en el centro; los valores máximos alcanzados, del orden de 900 kg-m, representan magnitudes relativamente menores en relación con los efectos axiales.

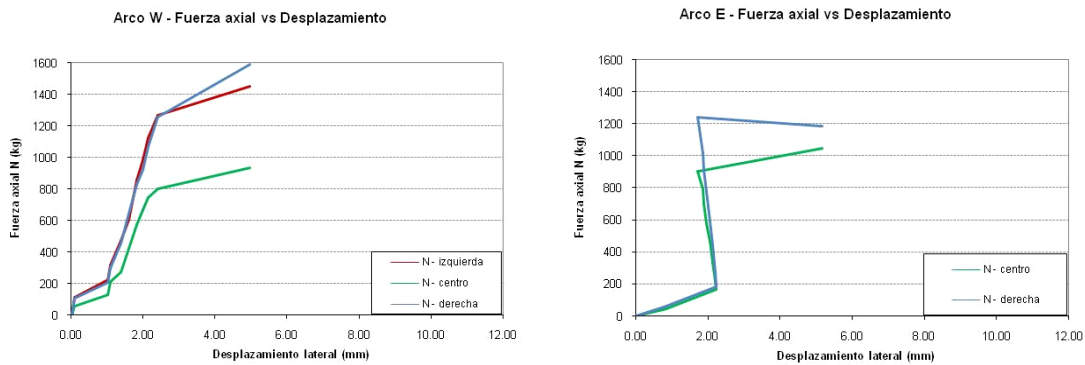


Figura 5.8. Fuerzas axiales vs desplazamiento lateral en los arcos.

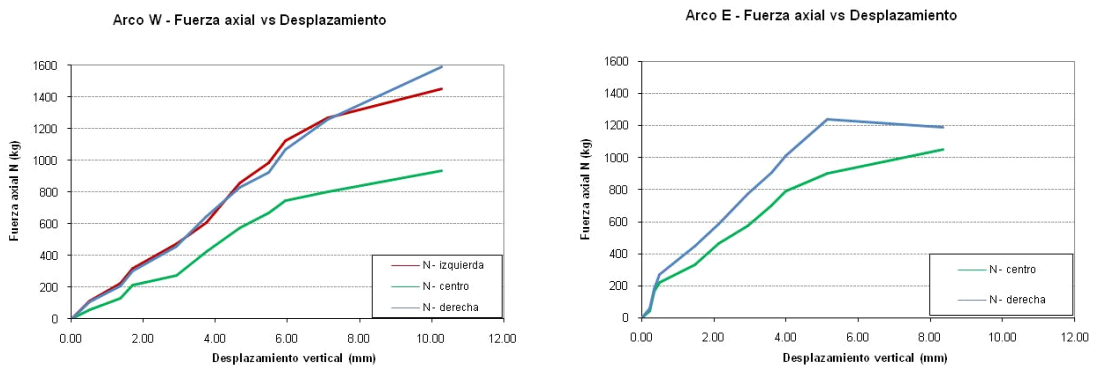


Figura 5.9. Fuerzas axiales vs desplazamiento vertical en los arcos.

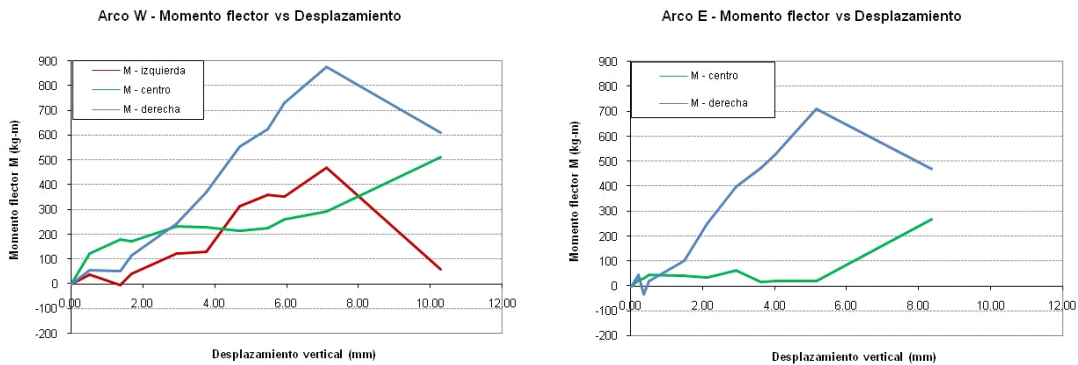


Figura 5.10. Momentos flectores coplanares vs desplazamiento vertical en los arcos.

En la Figura 5.11 se muestra la variación de las fuerzas axiales en los dos arriostres de la estructura modelo en relación a los desplazamientos laterales de la estructura. Se observa el trabajo de estos elementos auxiliares. Los valores bajos encontrados en estos elementos se deben a que no se llegó a la inestabilidad lateral en la estructura, por lo que no han sido esforzados en mayor magnitud. Lo mismo puede establecerse de los momentos flectores (Figura 5.12); aunque en el eje vertical Z se presentan los valores mayores en comparación al eje horizontal, aquellos no alcanzan valores muy por debajo de su capacidad, del orden de 170 kg-m.

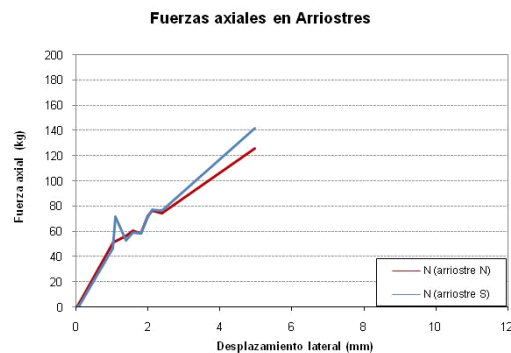


Figura 5.11. Fuerzas axiales vs desplazamiento lateral en los arriostres.

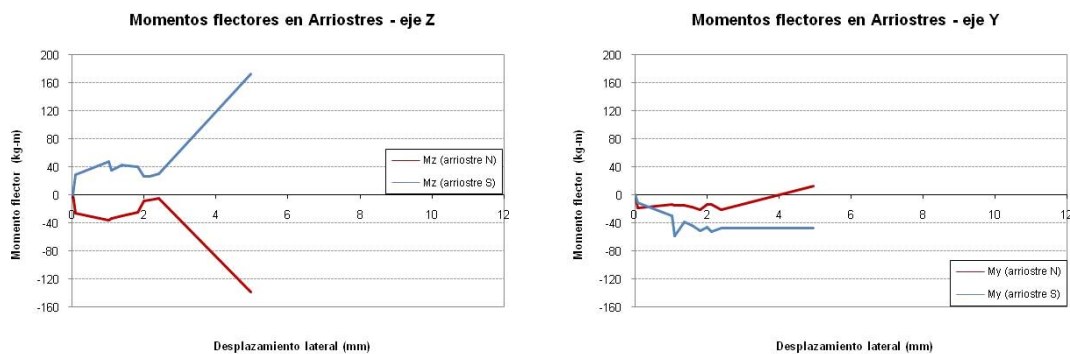


Figura 5.12. Momentos flectores vs desplazamiento lateral en los arriostres.

En la Figura 5.13 se muestra la variación de las fuerzas axiales en relación al desplazamiento vertical en los tirantes. Las fuerzas de tracción alcanzan un máximo de 960 kg en el tirante Oeste y de 540 kg en el tirante Este. Es de resaltar que los resultados

más coherentes se obtuvieron en los elementos situados al Oeste, que no estuvieron sometidos directamente a las solicitaciones de desplazamiento horizontal impuesto al modelo.

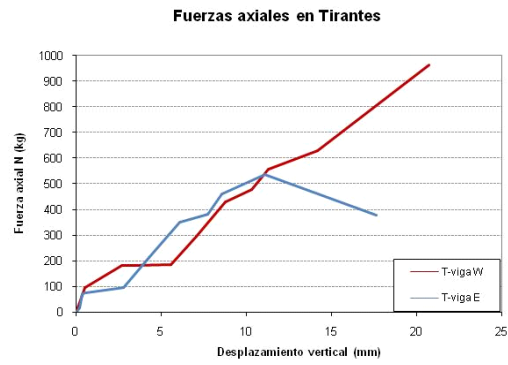


Figura 5.13. Fuerzas axiales vs desplazamiento vertical en los tirantes.

CAPITULO 6

ANÁLISIS Y EVALUACION DE RESULTADOS

El propósito de este capítulo es resumir los resultados en el ensayo de estabilidad lateral ejecutado en el modelo 1:100 y relacionarlos con los resultados de las evaluaciones analíticas, tanto en el modelo como en el prototipo.

Las condiciones de carga crítica en el espécimen fueron realmente cuatro:

- a) La carga vertical de servicio con una deformación lateral asociada al sismo de diseño; la estructura tuvo una respuesta satisfactoria, con un comportamiento lineal.
- b) La carga vertical última de reglamento con una deformación lateral de montaje; la estructura también tuvo una respuesta satisfactoria.
- c) La carga vertical última de reglamento con una deformación lateral mayor, cuya magnitud llegó a ser mayor a la estimada debido al sismo de diseño; la estructura también tuvo un comportamiento satisfactorio, sin llegar a colapsar por inestabilidad lateral.
- d) Una carga vertical mayor a la última de reglamento con una deformación lateral asociada al sismo de diseño; la estructura alcanzó una capacidad de carga de 1.23 veces la carga última de diseño.

La comparación se hará en términos tanto de esfuerzos como de deflexiones, a nivel de cargas de servicio y de cargas últimas. Del mismo modo, se evaluarán los resultados conseguidos en la etapa de carga crítica para la estabilidad lateral del puente, no obstante que no representó, durante el ensayo, la condición de falla del sistema.

6.1 RESULTADOS A ESCALA REDUCIDA.

A continuación se presentan los resultados del ensayo de estabilidad lateral en el modelo a escala del puente, procesados en términos de fuerzas y esfuerzos en las secciones más relevantes del arco y de los arriostres. Estos resultados son contrastados con los obtenidos en forma analítica mediante el modelo numérico.

6.1.1. Esfuerzos y deflexiones a nivel de cargas de servicio.

En las Tablas 6.1 y 6.2 se presentan los resultados del ensayo en los arcos Oeste y Este, respectivamente; los desplazamientos lateral y vertical indicados están referidos al centro del arco. Las fuerzas axiales son prácticamente semejantes, tanto en carga permanente como en carga de servicio (carga permanente más carga móvil), pero los desplazamientos varían principalmente en el nivel de deflexión lateral de 1/250, básicamente por la elevación del arco Este con respecto a su base, debido a la imposición de la deflexión lateral; ello fue posible de notar con los desplazamientos verticales registrados.

Tabla 6.1. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco. Arco Oeste.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (kg)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga permanente	422	363.2	0.16	0.009	0.376
	Carga de servicio	571	491.4	0.21	0.032	0.469
1/250	Carga de servicio	409	352.0	0.15	0.077	0.226

Tabla 6.2. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco. Arco Este.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (kg)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga permanente	463	398.5	0.17	0.056	0.212
	Carga de servicio	576	495.7	0.22	0.047	0.293
1/250	Carga de servicio	627	539.6	0.24	0.280	0.019

Las Tablas 6.3 y 6.4 muestran los resultados analíticos relativos al arco típico del puente modelo, para un análisis elástico e inelástico, respectivamente. Como era de esperar, los resultados son iguales para cargas de servicio. De la comparación entre estos resultados y aquellos obtenidos del ensayo, resumidos en la Tabla 6.5, se observa que los niveles de fuerzas y esfuerzos son semejantes, por ser un parámetro que controló la aplicación de cargas en el espécimen. Los desplazamientos verticales en el espécimen ensayado son notoriamente mayores que los calculados, en una proporción entre 2 a 2.5, mientras que los desplazamientos laterales registrados en el ensayo son mayores en menor proporción que los observados, en un factor bastante variable, entre 1.5 a 1.8 en el arco Oeste y entre 2.5 a 3.5 en el arco Este.

Tabla 6.3. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco modelo.
T2O elástico.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (kg)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga permanente	466	400.8	0.18	0.016	0.106
	Carga de servicio	611	525.6	0.23	0.021	0.139
1/250	Carga de servicio	613	527.6	0.23	0.085	0.138

Tabla 6.4. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco modelo.
T2O inelástico.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (kg)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga permanente	466	400.8	0.18	0.016	0.106
	Carga de servicio	611	525.6	0.23	0.021	0.139
1/250	Carga de servicio	613	527.6	0.23	0.085	0.138

Tabla 6.5. Fuerzas y desplazamientos en el arco modelo.

Comparación de valores registrados en el ensayo y valores calculados.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	Valores registrados (*)			Valores calculados		
		N (kg)	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)	N (kg)	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga permanente	422	0.009	0.376	466	0.016	0.106
	Carga de servicio	571	0.032	0.469	611	0.021	0.139
1/250	Carga de servicio	409	0.077	0.226	613	0.085	0.138

(*): Valores correspondientes al arco Oeste.

6.1.2. Esfuerzos y deflexiones a nivel de cargas últimas.

En las Tablas 6.6 y 6.7 se presentan los resultados del ensayo en los arcos Oeste y Este, respectivamente. Las fuerzas axiales presentan diferencias del orden de 13%, siendo los menores valores aquellos del arco Oeste, tanto para la deflexión lateral de 1/1000 como para 1/250. Los desplazamientos varían en los dos niveles de deflexión lateral; en el caso de la deflexión lateral 1/250 la diferencia es más notable y está asociada a la razón indicada en el apartado anterior, es decir, la elevación del arco Este por la imposición del desplazamiento lateral.

Tabla 6.6. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco. Arco Oeste.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (kg)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga última	801	689.3	0.30	0.090	0.712
1/250	Carga última	743	639.4	0.28	0.005	0.518

Tabla 6.7. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco. Arco Este.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (kg)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga última	901	775.4	0.34	0.023	0.515
1/250	Carga última	823	708.3	0.31	0.058	0.280

Las Tablas 6.8 y 6.9 muestran los resultados analíticos relativos al arco típico del puente modelo, para un análisis elástico e inelástico, respectivamente. Para el nivel de cargas últimas los resultados son iguales, por lo tanto teóricamente es de esperar una linealidad en la respuesta. De la comparación entre estos resultados y aquellos obtenidos del ensayo, presentados en la Tabla 6.10, se observa que los niveles de fuerzas y esfuerzos teóricos son ligeramente mayores que los experimentales. Ello podría ser la manifestación de una no linealidad geométrica. Los desplazamientos verticales en el espécimen ensayado son notoriamente mayores que los calculados, en una proporción entre 2.5 a 3.5, mientras que los desplazamientos laterales registrados en el ensayo son mayores en el arco Oeste y menores en el arco Este, con un factor de 2.5 en el arco Oeste y 0.7 en el arco Este.

Tabla 6.8. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco modelo.
T2O elástico.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (kg)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga última	923	794.7	0.35	0.035	0.211
1/250	Carga última	925	795.9	0.35	0.141	0.209

Tabla 6.9. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco modelo.
T2O inelástico.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (kg)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _Y	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga última	923	794.7	0.35	0.035	0.211
1/250	Carga última	925	795.9	0.35	0.141	0.209

Tabla 6.10. Fuerzas y desplazamientos en el arco modelo.
Comparación de valores registrados en el ensayo y valores calculados.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	Valores registrados (*)			Valores calculados		
		N (kg)	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)	N (kg)	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga última	801	0.090	0.712	923	0.035	0.211
1/250	Carga última	743	0.005	0.518	925	0.141	0.209

(*): Valores correspondientes al arco Oeste.

6.1.3. Estabilidad lateral.

En las Tablas 6.11 y 6.12 se presentan los resultados del ensayo en los arcos Oeste y Este, respectivamente. Con fines de comparar valores, en estas tablas se repiten los resultados obtenidos a nivel de cargas últimas. Las fuerzas axiales (N) máximas presentadas no fueron registradas directamente, sino estimadas a base de la magnitud de la carga axial última alcanzada durante el ensayo. Como se indicó en el capítulo 5, la forma de falla en el ensayo fue por colapso de algunas conexiones en las péndolas del arco Oeste. La fuerza axial máxima estimada en el centro de los arcos fue de 988 y 1108 kg en los arcos Oeste y Este, respectivamente, que corresponden a esfuerzos de $0.37 f_Y$ y $0.47 f_Y$. Se calcularon esfuerzos mayores en los extremos de los arcos, en tendencias parecidas a las obtenidas en análisis matemáticos.

Tabla 6.11. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco. Arco Oeste.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (kg)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga última	801	689.3	0.30	0.090	0.712
1/250	Carga última	743	639.4	0.28	0.005	0.518
	Carga máxima (*)	988	850.3	0.37	0.062	1.073

(*): Fuerza axial máxima estimada en el punto máximo de carga.

Tabla 6.12. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco. Arco Este.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (kg)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga última	901	775.4	0.34	0.023	0.515
1/250	Carga última	823	708.3	0.31	0.058	0.280
	Carga máxima (*)	1108	953.5	0.47	0.016	0.878

(*): Fuerza axial máxima estimada en el punto máximo de carga.

Las Tablas 6.13 y 6.14 muestran los resultados analíticos relativos al arco típico del puente modelo, para un análisis elástico e inelástico, respectivamente. Las fuerzas axiales máximas son mayores en el análisis elástico, debido a que la forma de falla real evidenciada en el análisis inelástico está asociada a la fluencia en la viga tirante. En la Tabla 6.15 se presenta una comparación entre los valores obtenidos en el ensayo y aquellos calculados analíticamente. La fuerza axial máxima alcanzada en el arco en el análisis inelástico es de 1310 kg, es decir, un 33% mayor que la máxima fuerza axial estimada en el ensayo (arco Oeste). Los desplazamientos verticales y laterales resultan mayores en el espécimen de ensayo que en el modelo analítico. En el acápite siguiente se presentarán las estimaciones que se hicieron en el prototipo a partir de los resultados experimentales obtenidos.

Tabla 6.13. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco modelo.
T2O elástico.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (kg)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga de pandeo	2776	2389.0	1.04	1.100	0.634
1/250	Carga de pandeo	2803	2412.2	1.05	9.946	1.598

Tabla 6.14. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco modelo.
T2O inelástico.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (kg)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/1000	Carga máxima	1457	1253.9	0.55	0.079	0.333
1/250	Carga máxima	1310	1127.4	0.49	0.219	0.296

Tabla 6.15. Fuerzas y desplazamientos en el arco modelo.
Comparación de valores registrados en el ensayo y valores calculados.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	Valores registrados (*)			Valores calculados		
		N (kg)	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)	N (kg)	Desplazamiento lateral (cm)	Desplazamiento vertical (cm)
1/250	Carga máxima	988	0.062	1.073	1310	0.219	0.296

(*): Valores correspondientes al arco Oeste.

En el ensayo se registró un desplazamiento lateral en el colapso de 5.12mm, que representa una relación δ/L de 1/293, en tanto que el desplazamiento lateral máximo (para el cual no se alcanzó la falla) fue de 15.12mm, que representa una relación δ/L de 1/99. La deformación lateral alcanzada por el arco en el ensayo implicó que los arcos alcanzaron un comportamiento no lineal, manifestado principalmente por el

desplazamiento lateral remanente tras el colapso del modelo. En realidad, la no linealidad en el arco se produjo luego de la ruptura de las péndolas y la fluencia inmediata de la viga tirante.

6.2 RESULTADOS A ESCALA NATURAL.

En esta parte del trabajo, los parámetros más importantes son los factores de escala a ser usados para estimar las fuerzas y deflexiones en el prototipo, con los valores registrados en el ensayo en el modelo. Se usaron dos criterios para obtener estos factores. El primero, siguiendo la teoría general de modelos, permitió conseguir relaciones de escala útiles en el rango lineal. El segundo, usando los resultados de las evaluaciones analíticas en el prototipo y el modelo, fue de interés para contrastar el criterio anterior y observar las variaciones en los valores estimados.

La relación prototipo-modelo para las **fuerzas axiales** en el arco se basa en la semejanza de proporciones entre los esfuerzos axiales en la sección, en términos del esfuerzo de fluencia del material. En las ecuaciones que siguen, el subíndice m corresponde a los parámetros del modelo y el subíndice p a los del prototipo. Aplicando el criterio de la teoría de modelos, se tiene:

$$\sigma = k f_y \quad (6.1)$$

Como:

$$N = \sigma A \quad (6.2)$$

Relacionando modelo y prototipo:

$$\frac{N_m}{N_p} = \frac{(\sigma A)_m}{(\sigma A)_p} = \frac{(k f_y A)_m}{(k f_y A)_p} = \left(\frac{f_{ym}}{f_{yp}} \right) \left(\frac{A_m}{A_p} \right) \quad (6.3)$$

Reemplazando valores:

$$\frac{N_m}{N_p} = \left(\frac{2290}{3500} \right) \left(\frac{1.162}{1959} \right) = \frac{1}{2577}$$

Luego:

$$N_p = 2577 N_m \quad (6.4)$$

Aplicando el criterio de utilizar los resultados de los análisis en los modelos matemáticos, por ejemplo, para la estructura con una deflexión lateral de 1/1000 y el nivel de cargas últimas, se tendría:

$$\frac{N_m}{N_p} = \left(\frac{0.923}{2393} \right) = \frac{1}{2592}$$

Luego:

$$N_p = 2592 N_m \quad (6.5)$$

Para la estructura con una deflexión lateral de 1/250 se tendría una relación de 1:2583, la cual es parecida a la anterior y a la calculada con la teoría de modelos. Se usará la relación mostrada en la ecuación (6.5).

La relación prototipo-modelo para los **desplazamientos verticales** en el arco se basa en la semejanza de proporciones entre los esfuerzos axiales en la sección, en términos del esfuerzo de fluencia del material y la hipótesis de una relación cúbica entre el desplazamiento y el radio del arco. Aplicando el criterio de la teoría de modelos, se tiene:

$$d_v \approx \alpha \frac{q R^4}{E I} \quad N = q R \quad (6.6)$$

Como:

$$d_v \approx \alpha \frac{N R^3}{E I} = \alpha \frac{\sigma A R^3}{E I} = \alpha \frac{\sigma R^3}{E \left(\frac{I}{A} \right)} = \alpha \frac{\sigma R^3}{E r^2}$$

$$d_v \approx \alpha' \frac{\sigma R}{E} \frac{L^2}{r^2} = \alpha' \frac{k f_y R}{E} \lambda^2 \quad (6.7)$$

Relacionando modelo y prototipo:

$$\frac{d_{vm}}{d_{vp}} = \frac{\left(\alpha' \frac{k f_Y R}{E} \lambda^2\right)_m}{\left(\alpha' \frac{k f_Y R}{E} \lambda^2\right)_p} = \frac{(f_Y R \lambda^2)_m}{(f_Y R \lambda^2)_p} = \left(\frac{f_{Ym}}{f_{Yp}}\right) \left(\frac{L_m}{L_p}\right) \left(\frac{\lambda_m}{\lambda_p}\right)^2 \quad (6.8)$$

Reemplazando valores:

$$\frac{d_{vm}}{d_{vp}} = \left(\frac{2290}{3500}\right) \left(\frac{1}{100}\right) \left(\frac{167}{216}\right)^2 = \frac{1}{256}$$

Luego:

$$d_{vp} = 256 d_{vm} \quad (6.9)$$

Aplicando el criterio de utilizar los resultados de los análisis en los modelos matemáticos, por ejemplo, para la estructura con una deflexión lateral de 1/1000 y el nivel de cargas últimas, se tendría:

$$\frac{d_{vm}}{d_{vp}} = \left(\frac{0.211}{39.3}\right) = \frac{1}{186}$$

Luego:

$$d_{vp} = 186 d_{vm} \quad (6.10)$$

Para la estructura con una deflexión lateral de 1/250 se tendría una relación de 1:186, igual a la anterior, pero que es 73% de la calculada con la teoría de modelos. Se usará la relación presentada en la ecuación (6.10).

La relación prototipo-modelo para los **desplazamientos horizontales** en el arco se encontró en base a los resultados analíticos. Con este criterio, para la estructura con una deflexión lateral de 1/1000 y el nivel de cargas últimas, se tiene:

$$\frac{d_{lm}}{d_{lp}} = \left(\frac{0.035}{3}\right) = \frac{1}{86}$$

Luego:

$$d_{lp} = 86 d_{lm} \quad (6.11)$$

Para la estructura con una deflexión lateral de 1/250 se tendría una relación de 1:84, por lo que se usará la relación presentada en la ecuación (6.11).

6.2.1. Esfuerzos y deflexiones a nivel de cargas de servicio.

En la Tabla 6.16 se resumen las fuerzas axiales y los desplazamientos calculados mediante un análisis inelástico de segundo orden, para los dos niveles de deflexión inicial de 1/1000 y 1/250. Con las cargas de servicio la estructura se comporta realmente dentro del rango elástico. En la Tabla 6.17 se presentan las fuerzas y desplazamientos proyectados – usando los valores obtenidos en el ensayo del modelo y los factores de escala respectivos – y su comparación con las fuerzas y desplazamientos calculados en el análisis estructural del prototipo. Se emplearon los resultados del arco Oeste, por no presentar mucha distorsión asociada a la aplicación directa de la deflexión lateral inicial.

Con relación a las fuerzas axiales, se observa una correlación adecuada para la estructura con una deflexión lateral de 1/1000, dado que las fuerzas proyectadas al prototipo son menores que aquellas calculadas analíticamente, pero con diferencias de 7 a 10%. Los desplazamientos proyectados, tanto laterales como verticales, tienen una diferencia apreciable, siendo la diferencia en desplazamientos verticales mayor, en el orden de 350%.

Tabla 6.16. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco prototipo.
T2O inelástico.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (t)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (m)	Desplazamiento vertical (m)
1/1000	Carga permanente	1206	616	0.18	0.008	0.199
	Carga de servicio	1582	808	0.23	0.013	0.261
1/250	Carga de servicio	1580	807	0.23	0.052	0.258

Tabla 6.17. Fuerzas y desplazamientos en el arco prototipo.
Comparación de valores proyectados a partir del ensayo y valores calculados.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	Valores proyectados (*)			Valores calculados		
		N (t)	Desplazamiento lateral (m)	Desplazamiento vertical (m)	N (t)	Desplazamiento lateral (m)	Desplazamiento vertical (m)
1/1000	Carga permanente	1087	0.008	0.699	1206	0.008	0.199
	Carga de servicio	1471	0.028	0.872	1582	0.013	0.261
1/250	Carga de servicio	1054	0.066	0.420	1580	0.052	0.258

(*): Valores correspondientes al arco Oeste.

6.2.2. Esfuerzos y deflexiones a nivel de cargas últimas.

En la Tabla 6.18 se presentan las fuerzas axiales y los desplazamientos calculados mediante un análisis inelástico de segundo orden, para los dos niveles de deflexión inicial de 1/1000 y 1/250. Tal como se observara en el modelo 1:100, la estructura se comporta también dentro del rango elástico en este nivel de carga. En la Tabla 6.19 se presentan las fuerzas y desplazamientos proyectados, en conjunto con las fuerzas y desplazamientos calculados en el análisis estructural del prototipo.

Con relación a las fuerzas axiales, las fuerzas proyectadas al prototipo son menores que aquellas calculadas analíticamente, con diferencias de 14% para la estructura con deflexión lateral inicial de 1/1000 y 20% para la estructura con deflexión lateral inicial de 1/250. Los desplazamientos proyectados, tanto laterales como verticales, tienen una diferencia apreciable, siendo la diferencia en desplazamientos verticales mayor, hasta del orden de 340%.

Tabla 6.18. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco prototipo.
T2O inelástico.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (t)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _Y	Desplazamiento lateral (m)	Desplazamiento vertical (m)
1/1000	Carga última	2393	1222	0.35	0.030	0.393
1/250	Carga última	2389	1219	0.35	0.118	0.389

Tabla 6.19. Fuerzas y desplazamientos en el arco prototipo.
Comparación de valores proyectados a partir del ensayo y valores calculados.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	Valores proyectados (*)			Valores calculados		
		N (t)	Desplazamiento lateral (m)	Desplazamiento vertical (m)	N (t)	Desplazamiento lateral (m)	Desplazamiento vertical (m)
1/1000	Carga última	2064	0.077	1.324	2393	0.030	0.393
1/250	Carga última	1915	0.004	0.963	2389	0.118	0.389

(*): Valores correspondientes al arco Oeste.

6.2.3. Estabilidad lateral.

En la Tabla 6.20 se resumen las fuerzas axiales y los desplazamientos calculados mediante un análisis inelástico de segundo orden, para los dos niveles de deflexión inicial de 1/1000 y 1/250. Las fuerzas axiales son las máximas alcanzadas tras realizar el análisis inelástico; como se indicó en el capítulo anterior, la forma de falla se dio por fluencia en la viga tirante, ya que el esfuerzo axial en el centro del arco es de $0.44 f_Y$, aunque en los extremos esté cercano a $0.50 f_Y$. En la Tabla 6.21 se presentan las fuerzas y desplazamientos proyectados así como las fuerzas y desplazamientos calculados en el análisis estructural del prototipo; aunque la forma de falla del modelo experimental fue

distinta – rotura de conexiones de péndolas – la fuerza axial máxima proyectada resulta mayor incluso a la fuerza axial asociada al estado de cargas últimas.

Con relación a las fuerzas axiales, se observa la fuerza axial máxima proyectada al prototipo es menor que aquella calculada analíticamente, con una diferencia de 14%. Los desplazamientos proyectados, tanto lateral como vertical, no guardan una correspondencia dado que se produjo el levantamiento del arco Este, que distorsionó los resultados de desplazamientos para el modelo experimental con deflexión inicial de 1/250.

Tabla 6.20. Fuerzas, esfuerzos axiales y desplazamientos en el arco prototipo.
T2O inelástico.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	N (t)	Esfuerzo (kg/cm ²)	Esfuerzo/f _y	Desplazamiento lateral (m)	Desplazamiento vertical (m)
1/1000	Carga máxima	3014	1539	0.44	0.066	0.495
1/250	Carga máxima	2954	1508	0.43	0.244	0.485

Tabla 6.21. Fuerzas y desplazamientos en el arco prototipo.
Comparación de valores proyectados a partir del ensayo y valores calculados.

Nivel de deflexión lateral	Estado de carga	Valores proyectados (*)			Valores calculados		
		N (t)	Desplazamiento lateral (m)	Desplazamiento vertical (m)	N (t)	Desplazamiento lateral (m)	Desplazamiento vertical (m)
1/250	Carga máxima	2546	0.053	1.996	2954	0.244	0.485

(*): Valores correspondientes al arco Oeste.

En la Figura 6.1 se muestran los diagramas comparativos de las fuerzas proyectadas y las calculadas, para ambos arcos, para una deflexión inicial de montaje. En la Figura 6.2 se

muestran diagramas similares, para una deflexión inicial asociada a un sismo de diseño. El modelo experimental no presentó inestabilidad lateral ante la carga última con sismo, ni ante un nivel de desplazamientos mucho mayor al del sismo de diseño; la condición de inestabilidad se presentó ante un incremento de carga vertical y el desplazamiento del sismo de diseño, pero la inestabilidad no fue por flexión lateral sino debido a la ruptura de la conexión soldada en algunas péndolas centrales del arco Oeste. En el arco Este no llegó a romperse alguna conexión.

En general, se tiene una correspondencia entre los valores de fuerza axial en el centro del arco para los distintos estados de carga, principalmente en el caso de la estructura con deflexión inicial de montaje. Se espera que esa correspondencia se mantenga en las secciones cercanas a los apoyos, donde se presentan fuerzas axiales mayores en proporciones que no exceden el 15% de la magnitud de la fuerza axial en el centro.

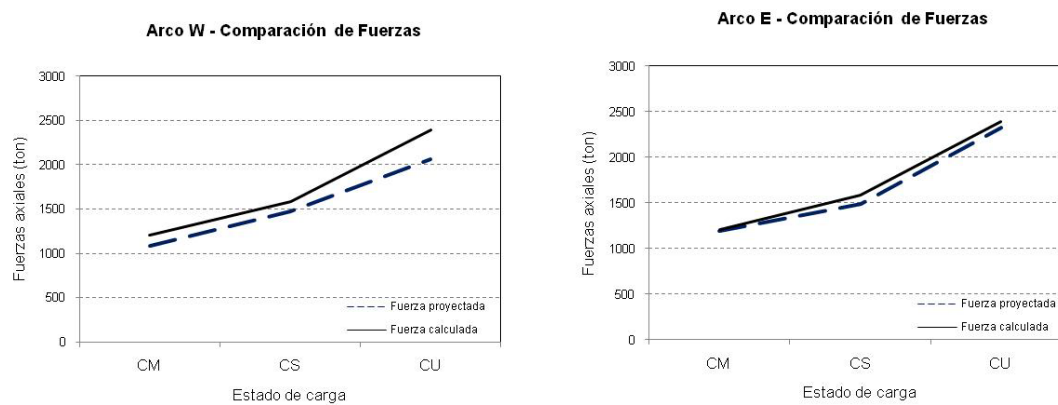


Figura 6.1. Comparación de fuerzas axiales en los arcos. Deflexión lateral 1/1000.

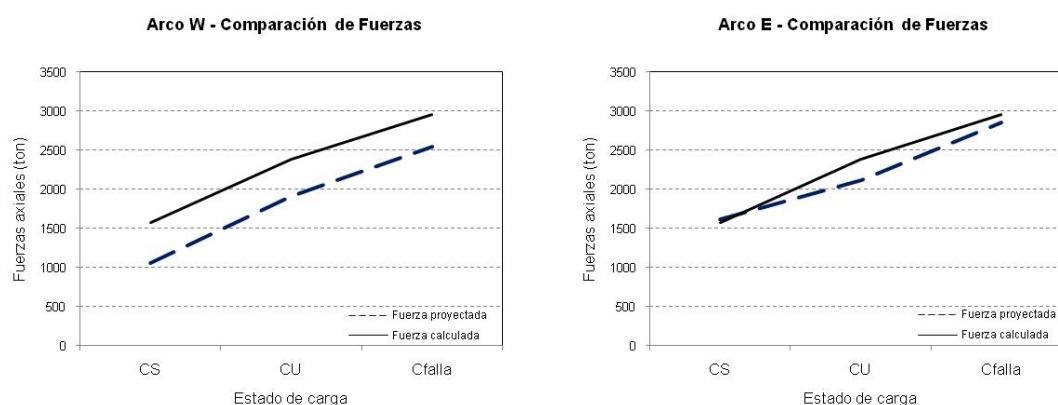


Figura 6.2. Comparación de fuerzas axiales en los arcos. Deflexión lateral 1/250.

El factor de carga máxima obtenido en los análisis fue de 2.817 en el modelo y 2.445 en el prototipo. El factor de carga máxima conseguido en el ensayo fue de 2.341. Por lo tanto, al ser un valor menor, la extrapolación de los valores de carga a partir del ensayo conduciría a valores conservadores de diseño para la capacidad de carga de la estructura.

Asimismo, dado que el factor de carga máxima en el ensayo (arco Oeste) fue de 2.341, la carga última adicional a la carga permanente factorada sería de 1.041 veces la carga permanente. Ello representa $1.041/0.312 = 3.33$ veces la carga viva. Conociendo que el factor de impacto es de 0.30, entonces el factor de mayoración resultante para la carga viva es $3.33/1.30 = 2.56$. Este factor es claramente mayor que los factores de las normas AASHTO estándar y LRFD (1.67 y 1.75, respectivamente), por lo que los resultados del ensayo conducen a afirmar que la estructura soporta con holgura la carga viva de diseño.

Por otro lado, se observaron divergencias entre los desplazamientos proyectados y los calculados, descritos en párrafos anteriores, los cuales se muestran en las Figuras 6.3 y 6.4. Los desplazamientos proyectados resultan sobrestimados, más en el caso de la estructura con una deflexión lateral inicial de 1/250.

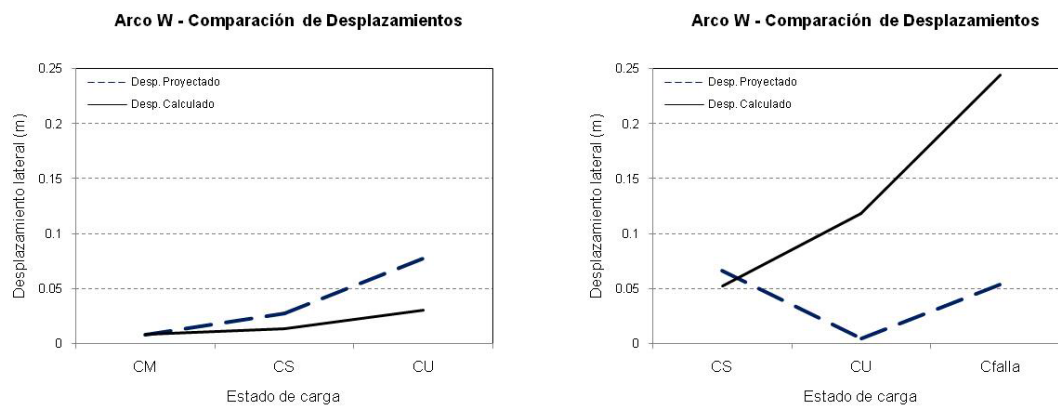


Figura 6.3. Comparación de desplazamientos laterales en el arco Oeste.
Izquierda: deflexión lateral 1/1000. Derecha: deflexión lateral 1/250.

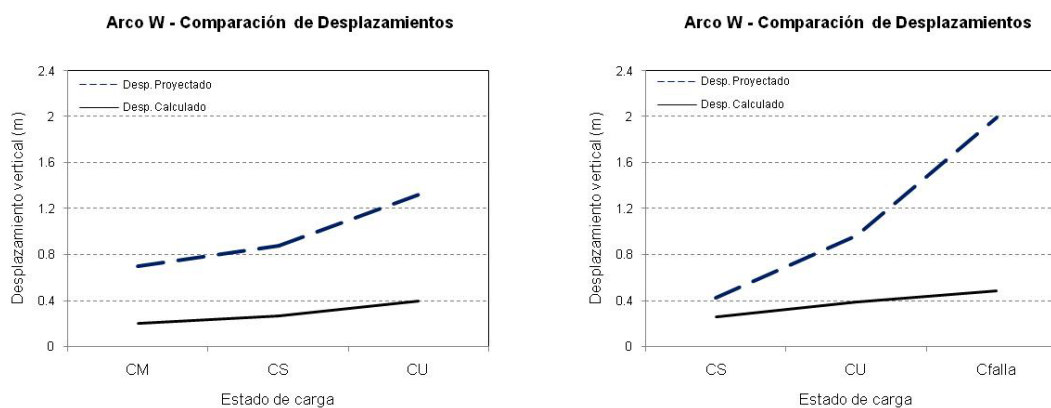


Figura 6.4. Comparación de desplazamientos verticales en el arco Oeste.
Izquierda: deflexión lateral 1/1000. Derecha: deflexión lateral 1/250.

Un aspecto a destacar es la forma de falla del modelo y sus consecuencias sobre la seguridad de la estructura principal (en el prototipo) y los usuarios de la misma. El arco atirantado tiene cuatro elementos principales: el arco, las péndolas, la viga tirante y los arriostres. Se ha observado que es remota la posibilidad de una falla del sistema de arriostre. Entre los otros tres elementos, la falla por fluencia de la viga tirante – predicha en los análisis estructurales – puede resultar la más ventajosa de las formas posibles de falla. El arco falla por pandeo a compresión, que es una falla no deseable, aunque no

tienda a ser abrupta debido a las imperfecciones laterales iniciales que puede tener el elemento. Las péndolas fallan por fluencia y pueden ocasionar la falla en la viga tirante, también por fluencia; el punto crítico en las péndolas es la conexión; su rotura es abrupta y el desprendimiento de los cables puede ocasionar escenarios de inseguridad en la vía. En consecuencia, la falla por fluencia de la viga tirante puede escogerse como uno de los criterios de diseño de esta clase de estructuras, dentro de una óptica de diseño por capacidad.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES.

- 1) Se ha realizado el estudio analítico y experimental de un puente de arco atirantado, para estudiar la influencia del sistema de arriostre en la estabilidad lateral de la estructura, tomando como base las características de un puente existente del Norte del Perú.
- 2) El estudio teórico consistió en el planteamiento del análisis estructural del puente prototipo y de su representación a escala 1:100, denominado, por simplicidad, puente modelo. En el análisis del puente prototipo se realizaron variaciones paramétricas en las propiedades de las secciones del arco, las péndolas y los arriostres, así como también se evaluó la influencia de la posición de los arriostres; las evaluaciones paramétricas tuvieron por objetivo estudiar la influencia de las variaciones indicadas en la magnitud de la carga crítica de pandeo en la estructura.
- 3) El estudio experimental comprendió el ensayo en un modelo a escala 1:100 para representar en aquél las solicitaciones de carga permanente y viva, así como la sollicitación del sismo de diseño. Esta parte del estudio tuvo por objetivo obtener la falla de la estructura de manera experimental, de modo tal que sus resultados pudieran ser extrapolados a la estructura prototipo, con los criterios de la teoría de modelos.
- 4) Se realizaron análisis teóricos de estabilidad al pandeo en forma sistemática a diversas estructuras, desde un arco libre, un arco con tirante y péndolas, el puente sin arriostres, hasta el puente prototipo completo. El arco libre es más propenso a los efectos de la no linealidad, en tanto que la falla teórica del puente completo

está gobernada por la fluencia en la viga tirante, lo cual se ve reflejado en los análisis inelásticos, por lo que la carga máxima presenta valores menores en comparación con los valores de los análisis elásticos. En cualquier caso, mayores amplitudes de las imperfecciones laterales implican pendientes iniciales menores (mayor flexibilidad) en los diagramas de fuerza axial versus desplazamiento lateral.

- 5) De los análisis teóricos de estabilidad en las estructuras indicadas en el párrafo anterior, es importante remarcar las diferencias entre los factores de carga obtenidos en el prototipo sin arriostres y el prototipo con arriostres. En el primer caso, la falla se produce por pandeo lateral elástico en el arco con un factor de carga 1.790. En el segundo caso, la falla se produce por fluencia en la viga tirante con un factor de carga 2.445. Dado que la carga última de diseño corresponde a un factor de carga de 1.986, el arco sin arriostres no tendría la capacidad suficiente para resistir las cargas de diseño. Sin embargo, es posible adoptar esta solución, siempre que la sección sea aumentada, principalmente en términos de la inercia a la flexión en el eje vertical.
- 6) El puente prototipo inicialmente tenía dos arriostres igualmente espaciados. La deflexión lateral de la primera forma de pandeo sugiere que la longitud efectiva de pandeo puede ser reducida rigidizando los extremos del arco con los arriostres. Por ello, se analizó la variante de dos arriostres situados a los cuartos de la longitud del arco. Los resultados de los análisis teóricos en la estructura modificada – llamada prototipo final – señalan una eficiencia mayor, con cargas críticas mayores que en el prototipo inicial.
- 7) Los análisis paramétricos teóricos en el puente prototipo resumidos en el capítulo cuarto dieron como conclusión principal que la carga límite del puente de arco atirantado está influenciada básicamente por las propiedades a flexión del sistema de arriostre en el eje vertical y el número de arriostres, cuando éstos se encuentran igualmente espaciados.
- 8) Con los resultados de los análisis paramétricos de pandeo, se desarrolló una expresión para la esbeltez adimensional modificada por el sistema de arriostre, para arriostres igualmente espaciados. Esta expresión fue usada para estimar las

fuerzas críticas de pandeo en el puente prototipo y en el puente modelo, con las expresiones dadas por el SSRC (Structural Stability Research Council), obteniéndose una concordancia aceptable entre tales valores y aquellos calculados con análisis rigurosos.

- 9) Se realizaron análisis elásticos considerando efectos de grandes deflexiones para la evaluación del comportamiento post-pandeo del puente prototipo. Los análisis estructurales se llevaron a cabo considerando tres niveles distintos de desplazamiento lateral inicial en la corona de los arcos, 1/5000, 1/1000 y 1/250 veces la luz del puente. La estructura tiene un comportamiento post-pandeo estable, con una carga máxima ligeramente mayor a la carga de pandeo que se mantiene sin gran disminución en todos los casos. Además, se concluye que el aporte de las péndolas al comportamiento post-pandeo estable es apreciable, pudiendo las péndolas trabajar hasta alcanzar su capacidad máxima en este estado.
- 10) Las condiciones de carga crítica en el modelo a escala fueron cuatro, con los resultados que se resumen a continuación:
 - a) La carga vertical de servicio con una deformación lateral asociada al sismo de diseño; la estructura tuvo una respuesta satisfactoria, con un comportamiento lineal.
 - b) La carga vertical última de reglamento con una deformación lateral de montaje; la estructura también tuvo una respuesta satisfactoria.
 - c) La carga vertical última de reglamento con una deformación lateral mayor, cuya magnitud llegó a ser mayor a la estimada debido al sismo de diseño; la estructura también tuvo un comportamiento satisfactorio, sin llegar a colapsar por inestabilidad lateral.
 - d) Una carga vertical mayor a la última de reglamento con una deformación lateral asociada al sismo de diseño; la estructura alcanzó una capacidad de carga de 1.23 veces la carga última de diseño.
- 11) El factor de carga máxima en el ensayo (experimental) fue de 2.341 veces la carga permanente, lo que implica que el modelo ensayado soportó el equivalente a 2.56 veces la carga viva de diseño, considerando las relaciones entre carga viva y

permanente y el impacto. El factor encontrado es claramente mayor que los factores de las normas AASHTO estándar y LRFD (1.67 y 1.75, respectivamente), por lo que los resultados del ensayo conducen a afirmar que la estructura soporta con holgura la carga viva de diseño

- 12) Las estructuras presentaron un comportamiento elástico en las condiciones de carga de servicio y carga última, tanto en el análisis teórico (puente prototipo y puente modelo) como en el ensayo experimental (modelo a escala). De la comparación entre los resultados analíticos y aquellos obtenidos del ensayo, se observa que los niveles de fuerzas y esfuerzos son semejantes en servicio, por ser un parámetro que controló la aplicación de cargas en el espécimen. A nivel de cargas últimas, se observó que los niveles de fuerzas y esfuerzos teóricos son ligeramente mayores que los experimentales; ello podría ser la manifestación de una no linealidad geométrica. En cualquier caso, la extrapolación de los resultados experimentales conducen a valores sobrestimados en el prototipo.
- 13) En lo referente a la estabilidad lateral, aunque la forma de falla del modelo experimental fue distinta – rotura de conexiones de péndolas – la fuerza axial máxima proyectada resultó mayor incluso a la fuerza axial asociada al estado de cargas últimas. El modelo a escala ensayado no presentó inestabilidad lateral ante la carga última con sismo, ni ante un nivel de desplazamientos mucho mayor al del sismo de diseño; la condición de inestabilidad se presentó ante un incremento de carga vertical (1.23 veces la carga última) y el desplazamiento del sismo de diseño.
- 14) Los factores de carga máxima obtenidos en los análisis teóricos fueron de 2.817 en el puente modelo y 2.445 en el puente prototipo. El factor de carga máxima conseguido experimentalmente en el modelo a escala fue de 2.341. Por lo tanto, al ser un valor menor, la extrapolación de los valores de carga a partir del ensayo conduciría a valores conservadores de diseño para la capacidad de carga de la estructura.
- 15) En general, se tiene una correspondencia entre los valores de fuerza axial en el centro del arco para los distintos estados de carga, principalmente en el caso de la estructura con deflexión inicial de montaje.

- 16) En el ensayo se registró un desplazamiento lateral en el colapso que representa una relación δ/L de 1/293, en tanto que el desplazamiento lateral máximo alcanzado por el arco en una condición que no significó el colapso (con cargas verticales menores) representa una relación δ/L de 1/99. La deformación lateral alcanzada por el modelo en el ensayo implicó que los arcos alcanzaron un comportamiento no lineal, manifestado principalmente por el desplazamiento lateral remanente tras el colapso del modelo. La no linealidad en el arco está asociada a la ruptura de las péndolas y la fluencia inmediata de la viga tirante.
- 17) Las formas de falla teórica y experimental de la estructura (en el modelo) y sus consecuencias sobre la seguridad de la estructura principal (en el prototipo) fueron evaluadas. La falla por fluencia de la viga tirante – predicha en los análisis estructurales – puede resultar la más ventajosa de las formas posibles de falla. El arco falla por pandeo a compresión, que es una falla no deseable, aunque no tienda a ser abrupta debido a las imperfecciones laterales iniciales que puede tener el elemento. Las péndolas fallan por fluencia y pueden ocasionar la falla en la viga tirante, también por fluencia; el punto crítico en las péndolas es la conexión; su rotura es abrupta y el desprendimiento de los cables puede ocasionar escenarios de inseguridad en la vía. En consecuencia, la falla por fluencia de la viga tirante puede escogerse como uno de los criterios principales de diseño, dentro de la óptica del diseño por capacidad.

RECOMENDACIONES.

- 1) El proceso de diseño de los puentes de arco atirantado debería tomar en cuenta las capacidades de los elementos principales de la estructura completa, de modo tal que se considere como un modo de falla “deseable” la fluencia de la viga tirante, en comparación con la carga de pandeo del arco y la ruptura frágil de las conexiones de las péndolas.

- 2) En el cálculo de la capacidad al pandeo de los arcos arriostrados, se recomienda considerar la ubicación y el número de arriostres. Si se establece que los arriostres van a estar uniformemente espaciados, con fines de predimensionamiento se recomienda estimar la carga de pandeo del arco arriostrado con la esbeltez modificada desarrollada en la ecuación (4.1) y las expresiones o gráficos de la AISC o la SSRC.
- 3) El análisis de la estabilidad de un puente en arco atirantado es un proceso que requiere la consideración del comportamiento inelástico del material, sobre todo si se desea conseguir una optimización de las secciones transversales. Dado que la forma de falla final puede estar asociada a la viga tirante en vez de los arcos, el modelo de análisis debería ser no lineal, tanto geométrica como física. Los modelos que consideran solamente la no linealidad física pueden resultar dando valores sobreestimados de la carga de pandeo.
- 4) Se recomienda la ejecución de ensayos de estabilidad lateral en elementos de arco de distinta esbeltez y diferente ángulo subtendido, entre otros parámetros, para determinar la concordancia de los resultados experimentales con expresiones propuestas en la literatura para el cálculo de la carga de pandeo.
- 5) Se recomienda la ejecución de ensayos de estabilidad en especímenes de arcos dobles con variaciones en el sistema de arriostre, para establecer el grado de influencia real del número y ubicación de los arriostres en la capacidad al pandeo de la estructura completa.

REFERENCIAS

1. Absi, E. (1967). Équations intrinseques d'une poutre droite a section constant. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Vol. 21, No. 229, sec. 2.1. París, Francia.
2. American Association of State Highway and Transportation Officials (2005). AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, SI Units. Third edition. EE.UU.
3. Bazant, Z.P. (1999). Size effect on structural strength: a review. Archive of Applied Mechanics, pp. 703-725. Springer Verlag, Alemania.
4. Bazant, Z.P. (2000). Structural Stability. International Journal of Solids and Structures, 37 (2000), pp. 55-67. Elsevier Science Ltd., Gran Bretaña.
5. Bazant, Z.P. y Cedolin, L. (2003). Stability of structures: elastic, inelastic and damage theories. Dover Publications Inc., N.Y., EE.UU.
6. Bleich, F. (1952). Buckling strength of metal structures. Mc. Graw-Hill Book Co. N.Y., EE.UU.
7. Brush, D.O. y Almroth, B.O. (1975). Buckling of bars, plates, and shells. Mc. Graw-Hill Book Co. N.Y., EE.UU.
8. Chen, W.F. y Lui, E.M. (1987). Structural stability: theory and implementation. Elsevier Science Publishing Co., Inc. N.Y., EE. UU.
9. Courbon, J. (1958). Tratado de Resistencia de Materiales. Aguilar S. A. de Ediciones. Madrid, España.
10. DIN (2003). DIN-Fachbericht 103. Stahlbrücken. Deutsches Institut für Normung. Alemania.
11. Fernández Troyano, L. (2004). Tierra sobre el agua. Visión histórica universal de los puentes. 2ª edición. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Colección de Ciencias, Humanidades e Ingeniería, No 55. Madrid, España.

12. Galambos, T.V. (ed., 1988). Guide to stability design criteria for metal structures. 4th edition. Wiley Interscience Publication, John Wiley & sons, Inc. EE.UU.
13. Guzmán, R. (1999). Seguridad en el colapso por inestabilidad bajo cargas laterales. Tesis de Maestría. Sección de Postgrado, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, Perú.
14. Housner, G. y Hudson, D. (1960). Mecánica aplicada – Dinámica. 2a. edición. Compañía Editorial Continental S.A. México D.F., México.
15. Komatsu, S. y Sakimoto, T. (1977). Ultimate load carrying capacity of steel arches. Journal of Structural Division, ASCE, vol. 103, N° ST12. EE.UU.
16. Krawinkler, H. (1988). Scale effects in static and dynamic model testing of structures. State-of-the-art Report. Memorias de la 9a. Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica, vol VIII. Tokio-Kyoto, Japón.
17. La Poutré, D. (2005). Inelastic spatial stability of circular wide flange steel structures. Tesis doctoral, Technische Universiteit Eindhoven. Eindhoven, Holanda.
18. Lotti & Associati (2000). Memoria descriptiva del Puente Bolognesi, Ciudad Piura. Expediente Técnico. Lima, Perú.
19. Love, A.E.H. (1944). A treatise on the mathematical theory of elasticity. Dover Publications, N.Y., EE.UU.
20. Maurial, A. (1996). Notas de clase del curso Análisis no lineal de estructuras de barras. Sección de Postgrado, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, Perú.
21. McGuire, W., Gallagher, R.H. y Ziemian, R.D. (2000). Matrix Structural Analysis. Second edition. John Wiley and Sons Inc. EE.UU.
22. Ojalvo, M., Demuts, E. y Tokarz, F. (1969). Out of plane buckling of curved members. Journal of Structural Division, ASCE, vol. 95, N° ST10. EE.UU.
23. Oran, C., y Reagan R.S. (1969). Buckling of uniformly compressed circular arches. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, vol. 95, N° 4. EE.UU.
24. Ostlund, L. (1954). Lateral stability of bridge arches braced with transverse beams. Transactions, Royal Institute of Technology, vol. 84. Estocolmo, Suecia.

25. Papangelis, J.P. y Trahair, N.S. (1987). Flexural-torsional buckling of arches. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 113, N° 4. EE.UU.
26. Papangelis, J.P. y Trahair, N.S. (1987). Flexural-torsional buckling tests of arches. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 113, N° 7. EE.UU.
27. Petersen, C. (1982). *Statik und Stabilitat der Baukonstruktionen*. Friedr. Vieweg & Sohn. Braunschweig, Alemania.
28. Pi, Y-L., y Trahair, N.S. (1994). Nonlinear inelastic analysis of steel beam-columns. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 120, N° 7. EE.UU.
29. Pi, Y.L. y Trahair, N.S. (1995). Nonlinear inelastic analysis of arches. *Memorias de la Conferencia Internacional sobre Estabilidad y Diseño Estructural*. S. Kitipornchai, G.J. Hancock & M.A. Bradford (editors); A.A. Balkema. Rotterdam, Holanda.
30. Pi, Y-L., y Trahair, N.S. (1998). Non-linear buckling and post buckling of elastic arches. *Engineering Structures*, vol. 20, N° 7, pp. 571-579. Elsevier Science Ltd., Gran Bretaña.
31. Pi, Y-L., y Trahair, N.S. (1998). Out-of-plane inelastic buckling and strength of steel arches. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 124, N° 2. EE.UU.
32. Pi, Y-L., y Trahair, N.S. (1999). Inelastic lateral buckling strength and design of steel arches. *Report of the Centre for Advanced Structural Engineering*, The University of Sydney, Australia.
33. Pi, Y-L., Papangelis, J.P. y Trahair, N.S. (1996). Prebuckling deformations and flexural-torsional buckling of arches. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 121, N° 9. EE.UU.
34. Popov, E.P. (1997). *Mecánica de materiales*. Editorial Limusa, México.
35. Porter, L. y Powell, G.H. (1971). Static and dynamic analysis of inelastic framed structures. *Report, No. EERC 71-3*. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley. EE.UU.
36. Rajasekaran, S. y Padmanabhan, S. (1989). Equations of curved beams. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, vol. 115, N° 5. EE.UU.
37. Sabnis, G.M., Harris, H.G., White, R.N. y Mirza, M.S. (1983). *Structural modeling and experimental techniques*. Prentice-Hall, EE.UU.

38. Sakimoto, T. y Komatsu, S. (1982). Ultimate strength of arches with bracing systems. *Journal of Structural Division, ASCE*, vol. 108, N° ST5. EE.UU.
39. Sakimoto, T. y Komatsu, S. (1983). Ultimate strength formula for steel arches. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, vol. 109, N° 3. EE.UU.
40. Sánchez, V., Cuadros, G., Alvarado, C. (1999). Puentes en arco atirantado metálicos y de concreto pretensado. XII Congreso Nacional de Ingeniería Civil. Huánuco, Perú.
41. Scaletti, H. (1991). Notas de clase del curso Análisis estructural II. Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, Perú.
42. Stussi, F. (1943). Lateral buckling and vibrations of arches. Publications, International Association for Bridge and Structural Engineering, vol. 7. Suiza.
43. Timoshenko, S. y Gere, J. (1961). Theory of elastic stability. 2nd edition. Mc. Graw-Hill Book Co. N.Y., EE.UU.
44. Timoshenko, S. y Young, D.H. (1965). Theory of structures. 2nd edition. Mc. Graw-Hill Book Co. N.Y., EE.UU.
45. Tokarz, F. (1971). Experimental study of lateral buckling of arches. *Journal of Structural Division, ASCE*, vol. 97, N° ST2. EE.UU.
46. Trahair, N.S. y Papangelis, J.P. (1987). Flexural-torsional buckling of monosymmetric arches. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, vol. 113, N° 10. EE.UU.
47. Vacharajittiphan, P. y Trahair, N.S. (1975). Flexural-torsional buckling of curved members. *Journal of Structural Division, ASCE*, vol. 101, N° 6. EE.UU.
48. Van der Woude, F. y Cousins, B.F. (1979). Deformations of arches: elastic buckling behavior. *Journal of Structural Division, ASCE*, vol. 105, N° ST12. EE.UU.
49. Vlasov, V.Z. (1961). Thin-walled elastic beams. 2nd edition. Israel Program for Scientific Translation. Jerusalem, Israel.
50. Wen, R.K., y Lange, J. (1982). Curved beam element for arch buckling analysis. *Journal of Structural Division, ASCE*, vol. 107, N° ST11. EE.UU.
51. Yoo, C.H. y Pfeiffer, P.A. (1983). Elastic stability of curved members. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, vol. 109, N° 12. EE.UU.

52. Young, W. (1989). Roark's Formulas for stress & strain. Sexta edición. Mc.Graw-Hill Inc. New York, EE.UU.
53. Yura, J. (1993). Summary of bracing recommendations. Structural Engineers Association of Texas, EE.UU.
54. Ziegler, H. (1977). Principles of structural stability. Birkhauser, Basilea. Suiza.