

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**  
**SECCION POSTGRADO**



**SEGURIDAD EN EL COLAPSO POR INESTABILIDAD BAJO**  
**CARGAS LATERALES**

TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE MAGISTER EN CIENCIAS MENCIÓN  
INGENIERÍA ESTRUCTURAL

RUBEN GUZMAN COLQUE

Lima, Perú

1999

# SEGURIDAD EN EL COLAPSO POR INESTABILIDAD BAJO CARGAS LATERALES

## SUMARIO

Una aproximación directa para verificar el estado último de la estabilidad es la tendencia en el diseño de estructuras de acero. El colapso por inestabilidad debido a cargas de naturaleza cíclica tiene un tratamiento simplista, e investigación escasa en el tema. En el presente estudio, se obtiene cargas últimas laterales, para pórticos con modelos de estructuras que simulan un comportamiento real, a través de un análisis de segundo orden y modelos de fibra discretos para considerar la no linealidad del material. Los resultados son comparados con valores de resistencia calculados por el código del AISC. Previamente se hace un seguimiento a investigaciones previas y una discusión de la validez del modelo.

**Palabras claves:** Análisis de Segundo Orden. Estabilidad. Análisis incremental.

## OBJETIVOS

- Estudio de la precisión en la formulación del análisis de segundo orden para considerar la no linealidad geométrica en el análisis incremental de estructuras.
- Validar el Análisis Avanzado de estructuras para predecir la resistencia última tanto de pórticos ensayados en laboratorio a cargas laterales y curvas de resistencia de diseño.
- Mostrar niveles de seguridad frente a cargas laterales.

# SEGURIDAD EN EL COLAPSO POR ESTABILIDAD BAJO CARGAS LATERALES

## INDICE

Dedicatoria	ii
Agradecimiento	iii
Sumario y objetivos del tema	iv
Resumen en español	v
Resumen en Inglés	vi
INDICE	vii
1. INTRODUCCION	1
2. APROXIMACION DIRECTA PARA PREDECIR EL COLAPSO POR INESTABILIDAD ANTE CARGAS LATERALES	5
2.1 La aproximación directa a la estabilidad	
2.2 Antecedentes de su implementación en el diseño	
2.3 La aproximación directa en el diseño sismo resistente	
2.4 Evolución de la aplicación práctica del Análisis de Segundo Orden	
2.5 Inclusión de la no linealidad del material	
2.6 Tratamiento al colapso por inestabilidad sísmica	
3. DEFINICIONES PREVIAS	11
3.1 Definición de Estabilidad	
3.2 Estabilidad ante cargas sísmicas.	
3.3 Procedimientos para considerar la inestabilidad ante cargas laterales	
3.4 La estabilidad en el diseño convencional.	
3.5 El Análisis Avanzado de estructuras de acero	
3.6 Comportamiento experimental de vigas-columnas	

4.	LA TEORÍA DE SEGUNDO ORDEN EN EL ANÁLISIS INCREMENTAL	23
4.1	Discretización de vigas-columnas (barras)	
4.2	Formulación del análisis de segundo orden	
4.3	El elemento Multi Resorte (Multi-Spring MS)	
4.4	Implementación de la T. II O. en programas de análisis incremental	
4.5	El efecto P- $\delta$ en el análisis de segundo orden	
4.6	Calculos preliminares en el Análisis Avanzado usando el programa de oficina	
4.7	Verificación de la curva de resistencia de columna del AISC	
4.8	Métodos aproximado para el análisis de segundo orden	
5.	CALCULO DE LOS NIVELES DE SEGURIDAD	39
5.1	Descripción del pórtico a estudiar	
5.2	Análisis teórico de ensayo monotónico	
5.3	Análisis teórico de ensayo cíclico	
5.4	Cálculo de la carga última de comparación según el AISC	
5.5	Análisis respecto a la esbeltez	
5.6	El efecto P- $\delta$ en el en el análisis cíclico de pórticos	
5.7	Seguridad respecto a la esbeltez	
5.8	Análisis respecto a la proporción de carga	
5.9	Seguridad respecto a la proporción de carga	
6.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	56
7.	REFERENCIAS	58
A.	APENDICE	61
	Descripción del método de histéresis en el elemento MS	

**SEGURIDAD EN EL COLAPSO POR INESTABILIDAD BAJO CARGAS  
LATERALES  
RESUMEN**

Al establecer el estado último de estructuras ante cargas laterales de naturaleza cíclica en el rango inelástico, el colapso por inestabilidad no está claramente definido, cuando debe considerarse o ignorarse. El denominado Análisis Avanzado de estructuras de acero, verifica directamente el estado límite de la estabilidad, traducida en resistencia. Usando el análisis incremental, formulación de segundo orden y modelos de no linealidad del material, se ha expuesto la validez de este método, para cargas cuasi-estáticas. Así se redefine la concepción de los códigos de diseño, que establecen procedimientos indirectos para considerar el rango no lineal y compensar resultados provenientes de un análisis elástico con factores de longitud efectiva o procedimientos semi-empíricos. Las investigaciones para el caso de cargas cíclicas para este procedimiento son escasas; el objetivo del presente estudio es obtener niveles de factores de seguridad y así clarificar la estabilidad bajo cargas laterales cíclicas. Un análisis incremental es la manera más práctica y directa de tener una idea en el rango no lineal y como procedimiento para determinar niveles de seguridad ante una falla por inestabilidad de pórticos de acero sujetos a cargas laterales. El modelo de la estructura considera la no linealidad geométrica en elementos elásticos (viga-columna), y en segmentos localizados, donde se prevé la no linealidad del material modelos Multi Spring (MS) o Multi Resorte. Se hace un seguimiento analítico, en cuanto al estado del arte de la estabilidad en el caso de cargas laterales para esta aproximación. Se adecua para el análisis un programa de cálculo de colapso de estructuras, discutiéndose la importancia y precisión del análisis de segundo orden en predecir la resistencia última de estructuras, mostrándose la habilidad del programa para el análisis avanzado. Se muestra la validez del modelo en pórticos de acero ensayados tomados de una referencia así como la curva de resistencia del AISC-LRFD. Considerando pórticos análogos, se hace un estudio paramétrico, considerando la variación de la esbeltez y carga axial en las columnas. El trabajo está limitado a pórticos planos y se asume secciones compactas.

# **SAFETY ON THE INESTABILITY TYPE COLAPSE UNDER LATERAL LOADS**

## **ABSTRACT**

When establishing ultimate state of structures against lateral loads over the inelastic range, collapse due to instability is not clearly defined, whether it should be considered or not. The so called Advanced Analysis of steel structures, verifies directly the limit state of stability translated to strength. Using an incremental analysis, second order formulation and models for material non linearity it has been shown method validity for quasi-static loads. So it is redefined design codes conception that establish indirect procedures in order to consider the non linear range to compensate results from elastic analysis like effective length factors and semi-empiric procedures. Research in case of cyclic loading for this procedure is spare; the objective for the present study is to obtain levels of safety factor and clarify the stability ion case of lateral cyclic loading.

An incremental analysis is the most practical and direct way to have an idea in the non linear range as a procedure to determine levels of safety for instability in steel frames subjected to lateral loads. Structure model considers geometric non linearity in elastic frame elements and material non linearity in expected located segments with Multi-Spring model (MS)

Previously it is carried out an analytical survey to the state of art of stability in case of lateral loading for this approach. It is adapted an computer analysis program for response structures, discussing the importance and precision of second order analysis in predicting ultimate response of structures. It is shown the model validity in tested steel frames from a reference and strength curves from AISC-LRFD. With similar frames, it is carried out a parametric study considering variation of slenderness ratio and axial loads in columns.

The study is limited to plane frames and assumes compact sections.

## Capítulo 1

### INTRODUCCION

Entre los estados límites de resistencia, el estado último de la estabilidad, es asociado al problema de bifurcación del equilibrio y se concibe como un colapso catastrófico. Para verificar este estado, los códigos de diseño en estructuras de acero, han establecido concepciones para el dimensionamiento y expresiones para analizar con modelos elásticos. La filosofía de diseño ha sido verificar la estabilidad a través del elemento, mediante conceptos de factores de longitud efectiva, métodos semi empíricos para calcular los factores de amplificación de momento y en base a un análisis elástico.

Para cargas de naturaleza cíclica, (como es el caso de sismos), el tratamiento es menos explícito, debido a que las cargas laterales equivalentes vienen reducidas por factores de ductilidad. El problema de la estabilidad ante cargas laterales cíclicas, estabilidad dinámica o estabilidad sísmica, es una materia de reciente desarrollo que ha tenido los primeros seminarios de discusión a partir de los primeros años de la década del 90. Se reconoce como una tarea para el siglo venidero dentro de la Teoría de la Estabilidad, Galambos 1997[1]. Los reportes en el tema son escasos; cuando debe considerarse o ignorarse, o cual es el nivel de aceleración que causa el colapso por inestabilidad ante cargas sísmicas, no está aún claramente definido[2].

Por otro lado, una Aproximación Directa para determinar los estados últimos y así dimensionar los elementos, es la tendencia en los procedimientos de diseño en estructuras de acero. El denominado Análisis Avanzado de estructuras de

acero [3], o desarrollos similares [4], [5], [6], verifica directamente el estado límite de la estabilidad, traducida en resistencia. Usando cargas factorizadas y proporcionales, se conduce un análisis incremental, con modelos que consideren la no linealidad geométrica y la no linealidad del material concentrada en rótulas plásticas especiales (en su versión mas simple), que es un análisis inelástico de segundo orden. El cálculo es posible, si se cuenta con un programa de computo propio de oficina donde este implementado este procedimiento. Este enfoque se hace válido, calibrando con el código de diseño vigente, que representa el Estado de Arte del diseño. La implementación de este método de diseño para cargas de naturaleza cuasi estática ha sido desarrollada a principios de la década del 90 por Chen W.F. en relación al AISC-LRFD [7]. No existen reportes, en el caso de cargas cíclicas para este procedimiento; el objetivo del presente estudio es obtener niveles de factores de seguridad y así clarificar la estabilidad bajo cargas laterales cíclica. Siguiendo las suposiciones de una aproximación directa, se obtienen niveles de carga última lateral de pórticos con modelos que simulan un comportamiento real y se comparan con las carga últimas dadas por reglamento. Como referencia práctica se compara con los resultados de un análisis de primer orden.

Una aproximación para predecir el colapso por inestabilidad, es a través de la estabilidad dinámica, pero está limitada a ejemplos teóricos simples. El procedimiento indirecto usual es construyendo la curva de espectro de respuesta que tome en cuenta el efecto de la no linealidad geométrica, definiendo una pendiente negativa a la función de respuesta. Un procedimiento "exacto" es usando modelos de fibra mediante un análisis tiempo - historia con distintos niveles de aceleración para registro de sismos, pero aun está lejos de tener una aplicación práctica. Un análisis incremental de cargas es la manera más práctica y directa de tener una idea en el rango no lineal y como procedimiento para determinar niveles de seguridad ante una falla por inestabilidad de pórticos de acero sujetos a cargas laterales cíclicas. El modelo de la estructura debe superar las limitaciones de los modelos de rótulas plásticas sin llegar a la complejidad los modelos de fibra. Para el presente estudio, el modelo a usar es un ensamblaje de elementos elásticos con una formulación de segundo orden y elementos de fibra discretos para considerar la no linealidad del

material en segmentos localizados, donde se prevé la no linealidad, denominados elementos Multi Spring (MS) [8] o multi resorte.

La estabilidad se verifica con una aproximación directa, considerando el análisis de segundo orden; para el estudio se pone énfasis en este procedimiento desde su evolución como aplicación práctica, descripción de su formulación e implementación en un programa de computo para el análisis incremental. Se valida el procedimiento usado, para predecir la resistencia última tanto de pórticos ensayados en laboratorio a cargas laterales y curvas de resistencia de diseño y se muestra niveles de seguridad frente a cargas laterales.

La estructura que sirve como base de estudio, es el pórtico ensayado a carga monótonica y cíclica por Wakabayashi M. [9]. Se muestra la habilidad del modelo de estructura usado en predecir el comportamiento real. Calibrada la herramienta de análisis, se hace un estudio paramétrico de pórticos análogos, considerando la variación de la esbeltez y carga axial en las columnas. La definición de seguridad esta dada por la probabilidad de ocurrencia de carga, contra la probabilidad de resistencia. En este estudio se considera valores determinísticos, comparándose con valores de carga última del código de diseño.

La tesis se ha organizado de la siguiente manera:

En el Capítulo 1, se introduce en el estudio, sus objetivos y alcances.

En el Capítulo 2, se presenta los antecedentes de una aproximación directa como método de verificación de la estabilidad y la aplicación práctica del análisis de segundo orden, para esta filosofía de diseño. Se resume una visión general del tratamiento actual de la verificación de la estabilidad en el caso de carga laterales.

En el Capítulo 3, se anota los conceptos de estabilidad y los procedimientos para predecir la inestabilidad ante cargas laterales. Se presenta el método usado para el cálculo de la estabilidad en un procedimiento de diseño convencional y por una

aproximación directa. Las variables a tomar en cuenta, se deducen del resumen del comportamiento experimental que se dispone en la literatura.

En el Capítulo 4, se describe el modelo de estructura adoptado y el método de análisis usado. Se detalla las principales suposiciones en la formulación del análisis de segundo orden y así adecuar el programa de cálculo propio. Se presentan resultados con la herramienta de análisis para los conceptos que se manejan en el Análisis Avanzado. En la parte final se muestra como método aproximado, el 'método P- $\Delta$ ', que usualmente es implementado en programas comerciales de análisis de estructuras tal como el ETABS[51].

En el Capítulo 5 se muestra en forma detallada, el pórtico a estudiarse, y su calibración con los ensayos experimentales. Demostrado la habilidad del modelo para predecir el comportamiento de estructuras reales, se muestra resultados del análisis paramétrico usado.

En el Capítulo 6 se presenta las conclusiones y recomendaciones del estudio. El apéndice se describe, el modelo de histéresis usado.

El trabajo esta limitado a pórticos planos y se asume secciones compactas, de tal manera que la ductilidad y deformación inelástica sea alcanzada antes del pandeo local. El código actual de diseño considera un nivel de performance de análisis, por lo que está limitado a ello. Sin embargo es un procedimiento válido para verificar en varios niveles que será la tendencia para los códigos de diseño del futuro [10]. En el Perú, para estructuras de acero, el Reglamento Nacional de Construcciones [11], recomienda el uso del reglamento AISC[12], por lo que el estudio toma como referencia este código.

## Capítulo 2

### APROXIMACION DIRECTA PARA PREDECIR EL COLAPSO POR INESTABILIDAD ANTE CARGAS LATERALES

#### 2.1 La aproximación directa a la estabilidad

La suposición de usar el análisis inelástico de segundo orden para verificar la estabilidad ha empezado a aplicarse en forma práctica en el diseño. Se puede mostrar y explicar esta aproximación en forma simple, usando las definiciones de cargas y métodos de análisis incremental en pórticos esquematizados en la Fig. 2.1. El pórtico se carga en forma proporcional, donde las cargas se mantienen constantes o también proporcionales (la no linealidad del material concentrada en rotulas plásticas ( R. P.) La idea estabilidad esta asociada a la carga de bifurcación del equilibrio ' $H_e$ '. Un análisis elástico de primer orden (T. I O.)\* [13] no da luces respecto a esta carga. Un análisis elástico de segundo orden es asintótico a la carga crítica elástica. Considerando modelos de barras rígidas y rótulas plásticas se establece la carga plástica ' $H_p$ ', Un análisis con elementos elásticos tendrá como frontera esta carga. Si se consideran los efectos de segundo orden y modelos inelásticos (T.R.P. II O.), se define la carga última de la estructura ' $H_u$ '. Así, la estabilidad se toma en cuenta en el análisis en forma implícita. Bajo este concepto se desarrolla una aproximación directa en el diseño. El pandeo local y la inestabilidad lateral influyen en el comportamiento real de la estructura, por lo cual la carga última real es menor.

---

\* En la formulación de la teoría de vigas, cuando se establece el equilibrio en la posición no deformada se denomina análisis de primer orden o Teoría de Primer Orden (T. I O.), si se considera términos de orden mayor se denominará Análisis de Segundo Orden o Teoría de Segundo Orden (T. II O.).

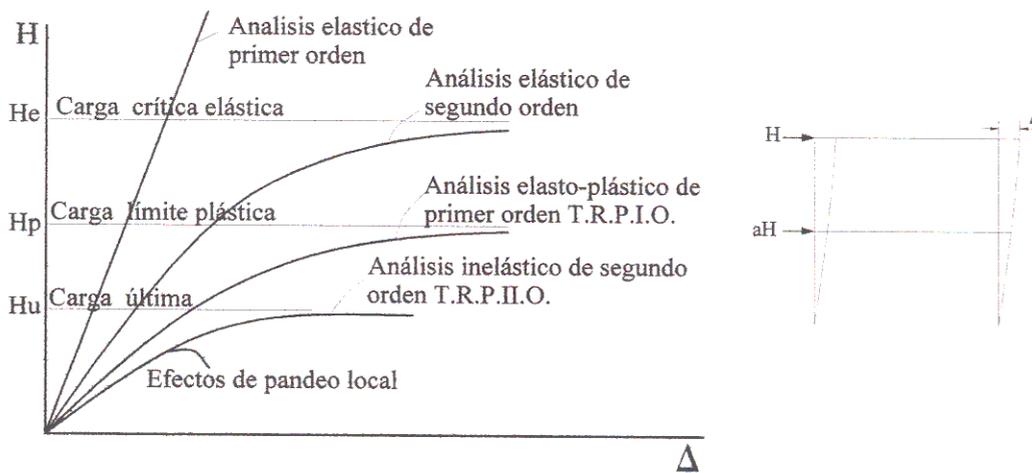


Fig. 2.1. Denominaciones de los métodos de análisis incremental

## 2.2 Antecedentes de su implementación en el diseño

Implementar la verificación directa de la estabilidad en los códigos de diseño, ha sido tema de intensa investigación reciente. El análisis de segundo orden, como método de verificación de la estabilidad ha venido proponiéndose en el código alemán a finales de los 70, Vogel [5]. En ese entonces, la no linealidad del material se proponía en rótulas plásticas.

El código australiano vigente desde 1990[14], es el que permite usar el Análisis Avanzado en forma explícita y es el primero en permitir el uso de esta concepción del diseño. en estructuras donde se limita el pandeo local y se restringe lateralmente la barra. En el caso del Japón, debido a que se encuentra en una zona sísmica activa, las cargas laterales son importantes y los miembros tienen baja relación de esbeltez, y no se ha desarrollado esta filosofía de diseño. En el caso del AISC, Chen W. F. ha desarrollado este procedimiento en los 90s, usando por primera vez como denominación en 1994[3] y como aplicación respecto al AISC-LRFD en 1997 [7].

## 2.3 La aproximación directa en el diseño sismo resistente

El proceso de cargar en forma proporcional la estructura se recomienda en ingeniería sismo resistente como un método de verificación mas que de

dimensionamiento. El diseño se explica como un proceso de dos pasos comprende la concepción del proyecto y se denomina como el arte de ingeniería. Un segundo paso es la evaluación de la capacidad y demanda en niveles de performance o comportamiento de la estructura. La herramienta de análisis alternativa se denomina 'push-over'. Así se identifica el comportamiento no lineal a través de parámetros tales como desplazamientos globales de entrepisos, fuerzas de sección, etc. La hipótesis en la que se basa es que la respuesta de un sistema de múltiples grados de libertad es controlada por el primer modo de vibración y permanece constante durante el tiempo. La aplicación de este análisis incremental requiere definir la distribución de fuerzas laterales en la altura, que podrían considerarse la influencia de otros modos de vibración. Una evaluación de las ventajas y desventajas de este procedimiento estas resumidas por Krawinkler H., 1998 [15].

#### **2.4 Evolución de la aplicación práctica del Análisis de Segundo Orden.**

En la formulación del análisis inelástico, se desacopla la no linealidad del material y la no linealidad geométrica. En este último caso, el análisis de pórticos se conoce usualmente como análisis de segundo orden. La aplicación práctica depende del modelo y la estructura a analizarse. Se divide en forma genérica en modelos de vigas columnas con grandes deformaciones y grandes desplazamientos [16].

Las diversas definiciones para grandes deformaciones en el análisis de vigas-columnas: deformación unitaria, de deformación de Green y deformación logarítmica, para casos prácticos la primera es suficiente, por lo que en el análisis de vigas-columnas es suficiente un análisis con pequeñas deformaciones. [13]

El tratamiento a problemas de grandes desplazamientos se simplifica de acuerdo a la estructura a analizar. Para el análisis de cables [17], problemas carga límite de carga límite (snap trough) [18] y modelos de histéresis de arriostres se considera usualmente el acortamiento de la barra [19]. En el caso general de barras tipo viga-columna, solo se considera grandes desplazamientos laterales y giros.

La formulación en un análisis matricial de rigideces se ha hecho, considerando la relación cerrada entre los desplazamientos y las fuerzas externas a

través de la matriz de rigidez en función de las llamadas funciones de estabilidad. Usualmente se refiere a Livesley [20] el introducir en forma explícita este concepto en barras planas. Chan[18] extiende a modelos que consideren la no linealidad del nudo (conexiones semi rígidas) Sharataram [17] ha establecido una formulación general de barras en 3 dimensiones, considerando la interacción entre de las fuerzas axiales a flexión y torsión y el acortamiento de barras. Representa el estado del arte de esta formulación. La formulación a través de la matriz de rigidez geométrica (elementos finitos), permite la generalización del modelo. Yang, 1986 [21], presenta campos de desplazamientos lineales en el desplazamiento axial y funciones cúbicas para los desplazamientos a flexión incluyendo la torsión no uniforme. Es la formulación más elaborada para esta formulación.

## **2.5 Inclusión de la no linealidad del material.**

La inclusión de la no linealidad del material se puede clasificar en modelos de plasticidad concentrada y plasticidad distribuida.

En el primer caso los modelos de rótulas plásticas, han servido desde los años 60 como modelo por su facilidad de implementar en el diseño práctico. Con el nuevo enfoque del análisis avanzado, el modelo clásico de una única superficie de fluencia, se ha propuesto modelos de rótulas que se ajusten a las curvas de resistencia de columnas (interacción con la carga axial en barra) con expresiones aproximadas para considerar las columnas intermedias [3]. Estos modelos no consideran un proceso de carga cíclico. Powell, a fin de considerar la zona de endurecimiento, desarrollo su modelo de componentes paralelos[22] a elementos en 3D [23].

Los modelos de plasticidad distribuida, consideran la plastificación gradual en la barra. Attala[24] considerando varias superficies de fluencia, obtiene fórmulas de ajuste basadas en experimentos. Para un proceso de carga cíclica, Lai [25] inicia los modelos de fibra (resortes) localizados en segmentos para barras de concreto. La implementación en barras de acero, supone que el modelo incluya los efectos de endurecimiento por deformación, fenómeno de Bauschinger y pandeo local, Ohi[8] aplica a barras de acero en 3D, adicionando el modelo de 'shift eskeleton' para considerar la histéresis en los resortes. La extensión a la inclusión de conexiones

semi rígidas esta desarrollada por Fu[26].

El estado del arte en cuanto al análisis inelástico de barras, son los modelos de fibra. En concreto armado, se tiene calibrado el modelo de histéresis con experimentos [27]. En estructuras de acero, Clarke M. en [3] presenta su modelo de fibra, para carga monotónica. Challa [2], presenta un modelo general que incluye las deformaciones por corte en las conexiones.

Esta descripción del desarrollo desde sus conceptos más simple hasta los modelos que modelan cualquier barra, ha tenido una aplicación discreta en el diseño práctico. Ha estado dirigida en principio a incluir la no linealidad geométrica. En principio ha estado dirigida a evitar los factores de amplificación de momentos debido a los efectos de segundo orden. Una descripción muy didáctica y usualmente referida para la aplicación práctica de la T. II O. Esta resumida por White, 1991[28]. Hoy los códigos (Canadá, Australia, LRFD, [29]) recomiendan en forma explícita usar el análisis elástico de segundo orden como método alternativo. Similar aplicación se ha desarrollado por Mazzolani [30], en su propuesta original para el diseño orientado al control del modo de falla ante cargas de sismos, corrige el uso de factores aproximados para compensar con un análisis de segundo orden.

En el caso del AISC, el hecho de usar una única curva de resistencia que toma en cuenta la estabilidad, y su conexión con el factor de longitud efectiva ha hecho que este concepto haya sido discutido su validez desde los 70 hasta la fecha. Son ejemplos, con la inclusión de factores  $\beta_s$  en los nomogramas de cálculo práctico de 'k', para incluir el pandeo inelástico, Yura[31] 1973, hasta la inclusión de la no linealidad del nudo Aristizabal 1994 [32]).

El uso de rótulas plásticas especiales para la inclusión en el diseño práctico, para el AISC, esta expuesto en forma explícita con ejemplo para armaduras, pórticos rígidos y semirígidos y arriostres por Chen, 1997 [7]. Similar intento con rótulas plásticas presenta en [33].

## **2.6 Tratamiento del colapso por inestabilidad sísmica**

En el caso de cargas sísmicas, el sismo que es un conjunto de ondas del terreno en tres dimensiones, se ha caracterizado en un análisis en el plano a través del

espectro de respuesta y se descarta el efecto de las ondas verticales. Las cargas laterales equivalentes o espectros para el análisis modal, se reducen por factores de ductilidad, y así desarrollar un análisis elástico. En ingeniería sísmo resistente, se asocia al término ‘efecto P- $\Delta$ ’ (no incluye el efecto P- $\delta$ , sección 4.4). En los códigos se trata en forma muy simple esta consideración. En el UCB [34] y similares [11], se consideran los efectos de segundo orden, si la relación de momentos de segundo orden y primer orden no exceden en 10%. Y en zonas de alta sismicidad, si el desplazamiento de entrepiso no excede  $0.02/R_w$  ( $R_w$ , factor de ductilidad).

En el código japonés [35] se limita la esbeltez de los elementos a través de expresiones aproximadas\* Así para valor de esbeltez  $\lambda=1$  ( $kL/r=90$ ) la carga axial se limita al 20% de la carga plástica; si esta carga es 40% de la carga plástica, la esbeltez se limita a  $\lambda=0.8$  ( $kL/r=70$ ).

El estado actual del método push-over [15], toma en cuenta en forma indirecta la estabilidad, calculando el desplazamiento asociado con un espectro de respuesta corregido, pero no discute si debe tomar en cuenta un análisis de segundo orden para el proceso de carga.

El tratamiento teórico de la estabilidad clásica tiene como texto referencia universal a Timoshenko, 1932 (1ra ed. 1962 2da ed.) [36]. Un tratamiento actualizado es el libro de Bazant [37]. No hay un texto que se dedique a discutir el tema de estabilidad ante cargas sísmicas. Los seminarios dedicados a coleccionar y discutir información específicamente en el tema se inicia en 1991[38], Hawaii 1996, [15] y una serie de coloquios en “Estabilidad y Ductilidad de estructuras”. El primero realizado en Hungría en 1995 y el quinto en Nagoya, Julio 1997 [1], donde se usa en forma difundida en varios reportes el término ‘Análisis Avanzado’.

La Guía para la Estabilidad de Estructuras Metálicas, que ha servido como referencia en estructuras de diseño, incluye por primera vez en su recién en su última edición 1998 [39] un capítulo de estabilidad ante cargas sísmicas. ( la primera publicada en 1976) .

---

\*  $n_y \lambda^2 < 0.25$ ,  $n_y < 0.75$ .  $n_y = n/n_p$ ;  $n_p = A \cdot F_y$  donde  $n$ : Carga axial en el elemento

## Capítulo 3

### DEFINICIONES PREVIAS

#### 3.1 Definición de Estabilidad

La definición clásica de estabilidad se ilustra en la Fig. 3.1. Usando el esquema clásico para definir la estabilidad, un sistema es inestable, si para un parámetro inicial de desplazamiento ' $\chi$ ', se tiene un desplazamiento infinito en la respuesta.

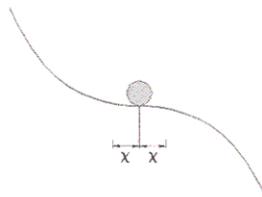
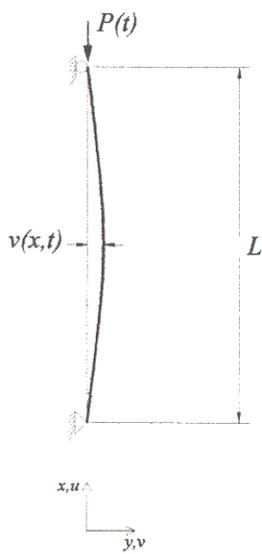


Fig. 3.1 Idea de estabilidad

Entre los criterios para mostrar la estabilidad en pórticos (barras), esto es, usando el método de equilibrio de Euler, método de energía o método dinámico, esta última es una aproximación más realista a la estabilidad y es la mejor manera de definir estrictamente [37]. Para la barra elástica sometida a la carga dependiente del tiempo (Fig. 3.2), asumiendo que se cumple la hipótesis de Navier Bernoulli, la expresión {3.1} es la ecuación diferencial de movimiento que incluye la inercia transversal, se desprecia la inercia torsional y el amortiguamiento proporcional a la velocidad. Considerando la rigidez constante a lo largo de la viga, la fuerza conservativa y la deflexión lateral ' $v$ ' expresada en serie de Fourier que satisfaga las condiciones de borde, se llega a {3.2}



$$\frac{\partial}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( P(t) \frac{\partial v}{\partial x} \right) + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \{3.1\}$$

$$v(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \text{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad \text{y sea} \quad f_n(t) = A_n e^{\lambda_n t}$$

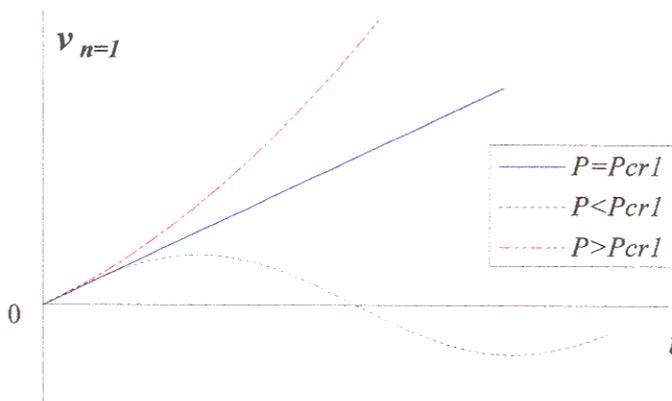
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( EI \frac{n^2 \pi^2}{L^2} - P \right) \frac{n^2 \pi^2}{L^2} + m \lambda_n^2 + 2cm \lambda_n \right] A_n \text{sen} \frac{\pi x}{L} e^{\lambda_n t} = 0 \quad \{3.2\}$$

Si  $c=0$ , las raíces de  $\lambda_n$  son

$$\lambda_n = \pm i \omega_n \quad \text{y} \quad \omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m} \left( 1 - \frac{P}{P_{crn}} \right)} \quad \{3.3\}$$

Fig. 3.2

La deflexión  $v$  para el primer término del producto de {3.2} se grafica en la Fig. 3.3. Para  $P$  igual a la carga crítica, hay un incremento proporcional al desplazamiento. (Inestabilidad). Para  $P < P_{cr1}$ , la vibración es constante. Para  $P > P_{cr1}$ , el desplazamiento es divergente, por ende inestable.



Ecuac. {3.3 a,b,c}

$$P < P_{crn} \quad f_n(t) = A_n \cos \omega_n t + B_n \text{sen}(\omega_n t)$$

$$P = P_{crn} \quad f_n(t) = A_n + B_n t$$

$$P > P_{crn} \quad f_n(t) = A_n e^{-\lambda_n t} + B_n e^{-\lambda_n t}$$

$A_n, B_n$  Constantes

Para el caso de elementos de barra, la estabilidad estática, esta asociada con el fenómeno de bifurcación del equilibrio. Para una pequeña perturbación en la carga limite, resulta en un cambio brusco en una dirección diferente. Así por ejemplo, para el caso de barras planas sujetas a compresión. En el proceso incremental de cargas, se llega a un punto, donde decrece la capacidad de resistir mas carga, que seria la condición de inestabilidad. La carga crítica en barras, asociada a la primera forma de pandeo, se le conoce como carga crítica de Euler. A la carga crítica en la barra se conoce como carga crítica de Euler. (Término factorizado en la ec. {3.3})

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad \{3.4\}$$

### 3.2 Estabilidad ante a cargas sísmicas

La inestabilidad esta referida a ala pérdida de capacidad de carga e un proceso de carga incremental, donde la inestabilidad se define en el punto máximo de carga (Punto Q en la Fig. 3.4). La inestabilidad ante cargas sísmicas se refiere a la pérdida de capacidad lateral de carga. Como la carga de sismo implica ingreso de energía, después del punto Q, aunque la capacidad d carga se mantiene, hay equilibrio de energía. La inestabilidad esta asociada al desplazamiento para el cual la capacidad de carga es cero.

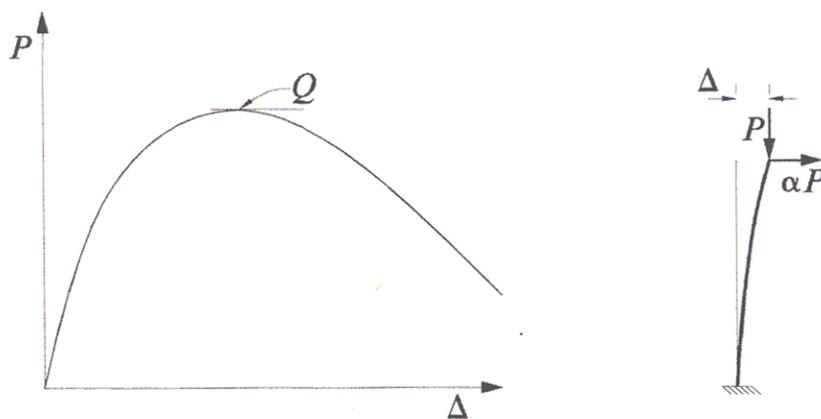


Fig. 3.4 Curva Carga vs desplazamiento en un análisis incremental

### 3.3 Procedimientos para considerar la estabilidad ante cargas laterales

#### A través de la teoría de estabilidad dinámica.

La estabilidad dinámica esta relacionada en función al tiempo. Así una estructura puede ser estable respecto a uno o varios parámetros e inestable respecto a otros, o puede ser estable para un periodo de tiempo dado e inestable respecto a otro. El primer caso corresponde al problema de resonancia paramétrica y el segundo caso al problema de velocidad con que se carga la barra.

La Fig. 3.5, corresponde al problema de resonancia paramétrica. En forma simple se puede decir que para una fracción de la carga crítica, la barra es inestable para cierto rango de frecuencias  $\theta$  con que se aplica la carga respecto a la frecuencia natural de vibración transversal de la barra. (la perturbacion se mide respecto al parámetro  $\Omega$ , usando las variables que acompañan al diagrama de Strut). El problema fue expuesto por Bolotin [40] y muestra la extensión a pórticos elásticos.

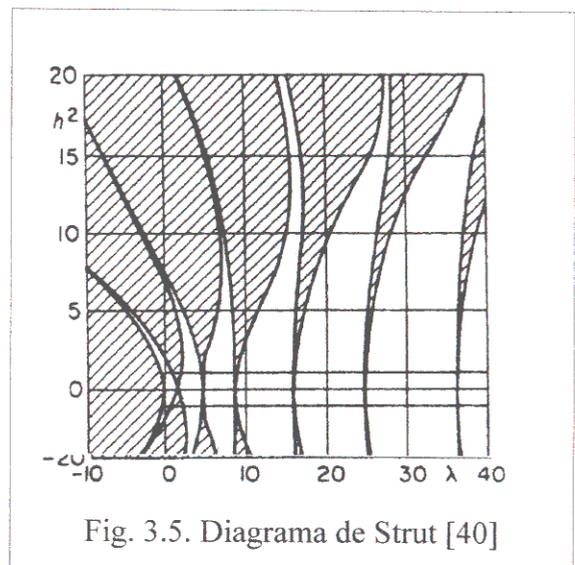
En la ecuación {3.1}, si  $c=0$  y sea la función periódica  $\Phi(t) = P_o + P_t \cos \theta t$

$$f'' + \Omega^2 [1 - 2\mu\Phi(t)]f = 0$$

$$\Omega_i = w_i \sqrt{1 - \frac{P_o}{P_{cri}}} \quad \text{y} \quad \mu_i = \frac{P_t}{2(P_{cri} - P_o)}$$

En el gráfico

$$\lambda = \Omega^2 \quad \text{y} \quad h^2 = 2\mu\Omega^2$$



En el caso de la velocidad de aplicación de las cargas, para rangos de  $10^{-1}$  a  $10^2$   $s^{-1}$  (hertz), el pandeo ocurre en toda la longitud de la barra, mientras que para valores hasta  $10^6$   $s^{-1}$ , el pandeo ocurre en segmentos de barra, lo que implica describir el problema de propagación de ondas. Una aproximación a través de la estabilidad

dinámica de estructuras, esta aun muy lejos de tener una aplicación en estructuras aporticadas. Esta limitada a estructuras simples y conclusiones generales. Como el estudio de Hjelmestad, [41], muestra para una barra rígida, con resorte en la base que consideran modelos de histéresis, que el problema de inestabilidad dinámica es un problema de servicio mas que de resistencia.

### A través del espectro de respuesta

La curva de espectro de respuesta, viene ha ser una herramienta en ingeniería sismoresistente , que permite considerar la inelasticidad en forma indirecta. Para incluir la no linealidad geométrica se calcula con la pendiente negativa, usando como parámetro el valor de  $\theta$  (Fig. 3.6). Se han determinado expresiones aproximadas para determinar estos parámetros, [42], [43]. Si se considera los efectos de segundo orden en este paso del diseño, y luego al desarrollar un análisis elástico, se considera los efectos de segundo orden, se utiliza un procedimiento no consistente, y no conduce a un proceso de diseño transparente.

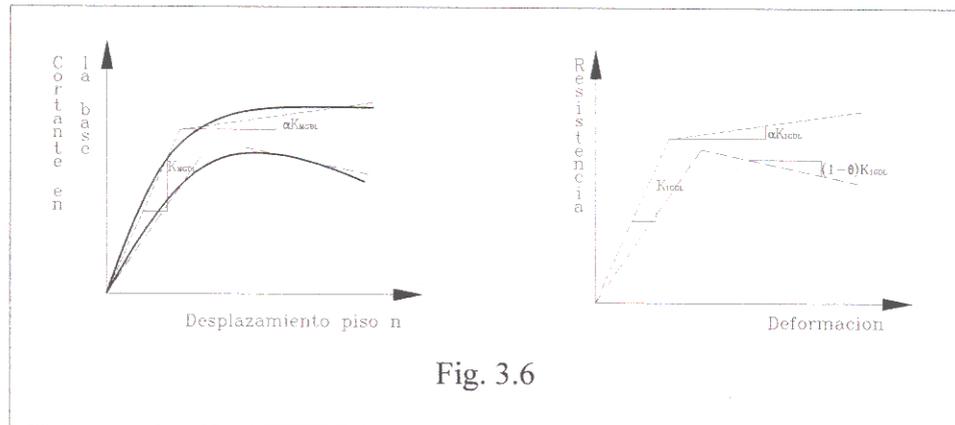


Fig. 3.6

### 3.4 La estabilidad en el diseño convencional

El procedimiento actual de diseño trata al problema de estabilidad en pórticos, a través del criterio de resistencia y estabilidad de elementos (vigas – columnas). Los factores que influyen la estabilidad de elementos viga-columna están ilustrados en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Factores que Influyen la Estabilidad de Pórticos

Geometría del pórtico	Geometría del los elementos, no linealidad en nudos, elementos secundarios.
Imperfecciones del elemento	Esfuerzos residuales, excentricidad de carga, encorvamientos, elementos no alineados o fuera de plomo.
Condiciones de carga	Distribución , magnitud de carga. Velocidad y duración de carga.

El procedimiento seguido por el AISC-LRFD y similares [12],[29],[35], es aislar el elemento del pórtico a través de un factor de longitud efectiva  $k$ . Este factor considera la rigidez de los elementos circundantes y se determinan haciendo un análisis incremental de carga vertical, en su versión extrema, un análisis de valores propios. El elemento se verifica con una ecuación de interacción del elemento, considerando los momentos en los extremos Ecuación {3.5}

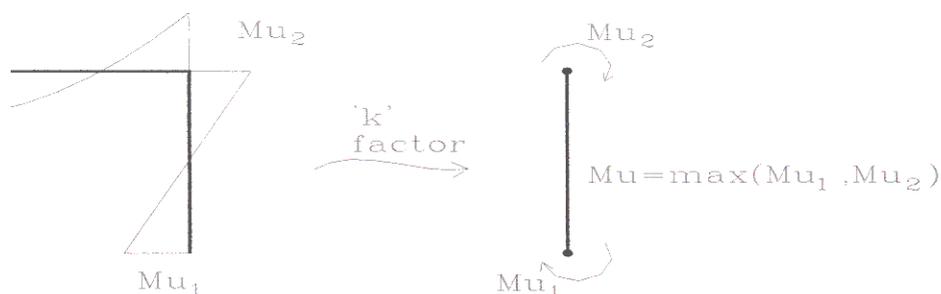


Fig. 3.7

## Resistencia de columna segun el AISC

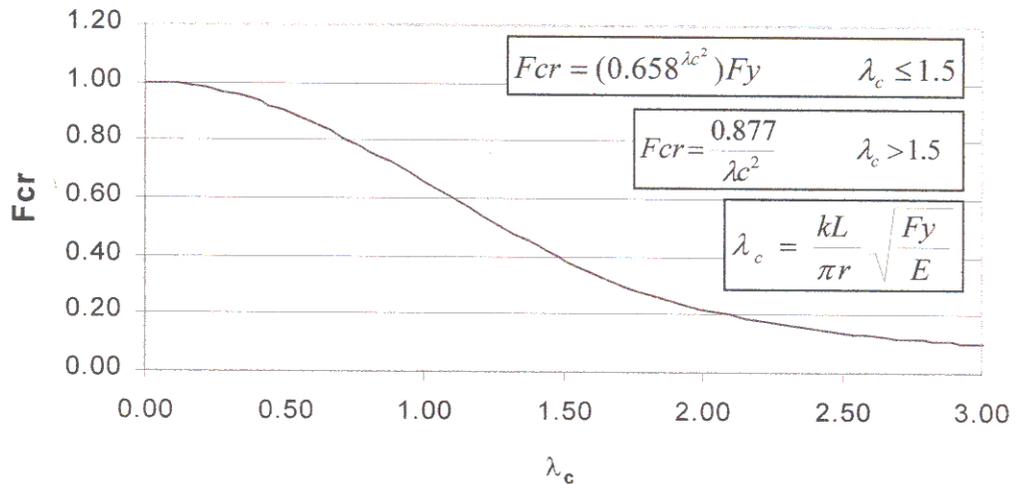


Fig.3.8

$$a \frac{P_u}{P_n} + b \frac{M_u}{M_n} \leq 1 \quad \{3.5\}$$

Donde

$P_n$  y  $M_n$  es la resistencia a compresión y flexión del elemento

$P_u$  y  $M_u$  son acciones últimas en el elemento.

$a$  y  $b$  son ctes.  $A$ , área de la sección y en la Fig. 3.8  $F_{cr}$  esfuerzo ( $P_n = A \cdot F_{cr}$ ).

La estabilidad esta considerada en ambos términos de la ecuación {3.5}. el primer término verifica la capacidad de resistir a carga axial solamente a través de la curva de resistencia de columna (Fig. 3.8) y la amplificación de momentos debido a los efectos de segundo orden se consideran en el segundo término. Esta amplificación se calcula mediante expresiones que se reducen a un factor, tal como 'b'.

Una propuesta genérica dada por el SSRC y considerada en otros códigos, es usando multiples ecuaciones de interacción, para el cálculo de la resistencia ' $P_n$ '. En el actual código, el AISC-LRFD, solo propone una curva de resistencia ' $P_n$ '. Esta curva fue obtenida por Bjorjove y representa una curva de ajuste de la recopilación de diversos experimentos (Fig. 3.9 )

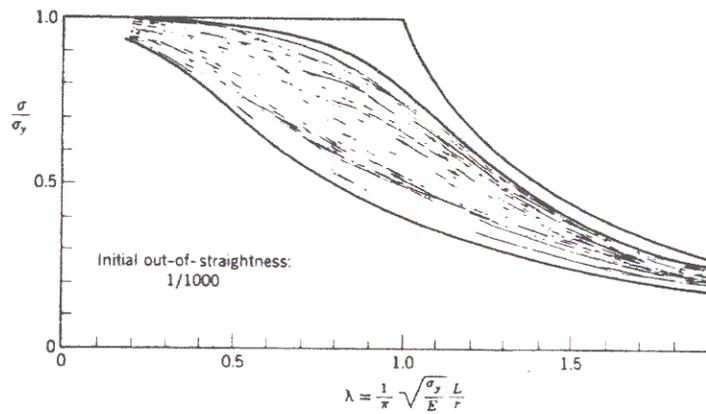


Fig. 3.9 Resistencia de columnas a carga axial [44]

### 3.5 El Análisis Avanzado de estructuras de acero

Bajo esta filosofía de diseño, la aproximación al problema de estabilidad es verificando la resistencia de la estructura, más que el elemento. Se evita el concepto de factor de longitud efectiva o factores semi empíricos de amplificación de momentos (Método de los coeficientes B1 y B2). En la Fig. 3.10 se resumen la caracterización del denominado Análisis Avanzado.

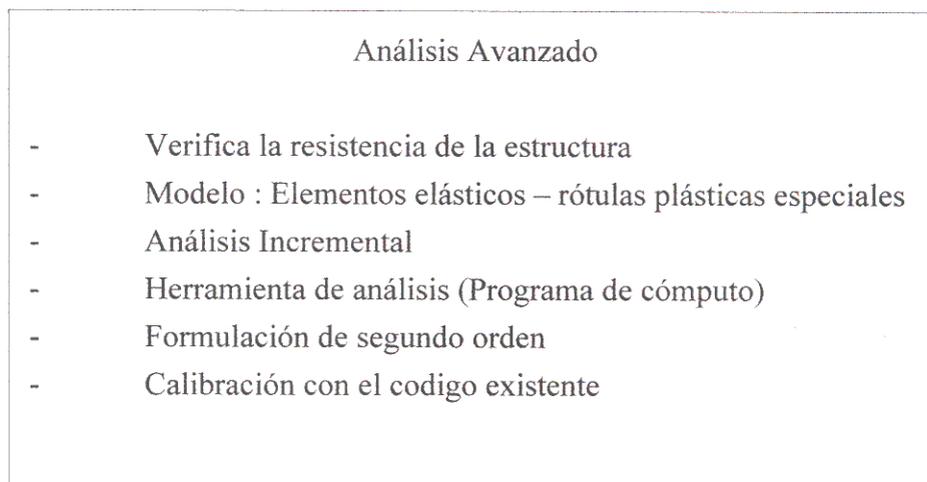


Fig. 3.10 Características del Análisis avanzado

La verificación se determina mediante un análisis incremental con cargas factorizadas proporcionales y considerando en la formulación la no linealidad

geométrica a través de la teoría de segundo orden. Se tienen numerosos ejemplos de implementación para modelos planos [3]. La no linealidad del material esta considerada en rótulas plásticas especiales, que consideran la inelasticidad e imperfección de la columna, siendo una manera de calibración con el reglamento vigente. El modelar el comportamiento inelástico en rótulas, tiene la ventaja de simplificar el análisis numérico. Así se usa un solo elemento elástico entre nudos. Un concepto implícito en esta aproximación que se requiere de una herramienta de análisis o programa de computo, donde se pueda implementar el modelo.

En cuanto al análisis incremental, aun cuando se tenga el modelo mecánico mas elaborado, aun queda pendiente el problema de la variabilidad y distribución de cargas.

### 3.6 Comportamiento experimental de vigas-columnas

Un espécimen de material acero sujeto a un ensayo de tracción simple tiene un comportamiento genérico en tres regiones: elástico - elasto plástico – zona de endurecimiento por deformación. Fig. 3.11a. Un ensayo a compresión (3.11b), tiene un comportamiento ligeramente diferente.

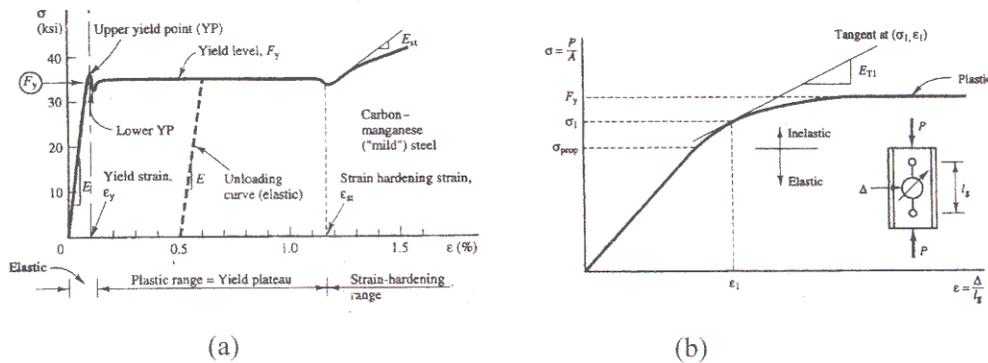


Fig. 3.11. Especimen de material Acero sujetos a tracción y compresión simple [44].

Existen abundantes reportes de ensayos experimentales de elementos barra de acero sujetos a carga vertical y lateral monotónica y cíclica. El comportamiento en general se puede resumir en las siguientes figuras.

La Fig. 3.12a muestra el ensayo a carga axial constante y carga lateral repetida de una barra plana y compacta. El aumento de la resistencia respecto a la carga monótonica se debe al endurecimiento por deformación. Cuando se somete una barra a carga lateral cíclica, la resistencia máxima varía en el tiempo y se denomina efecto de Bauschinger.

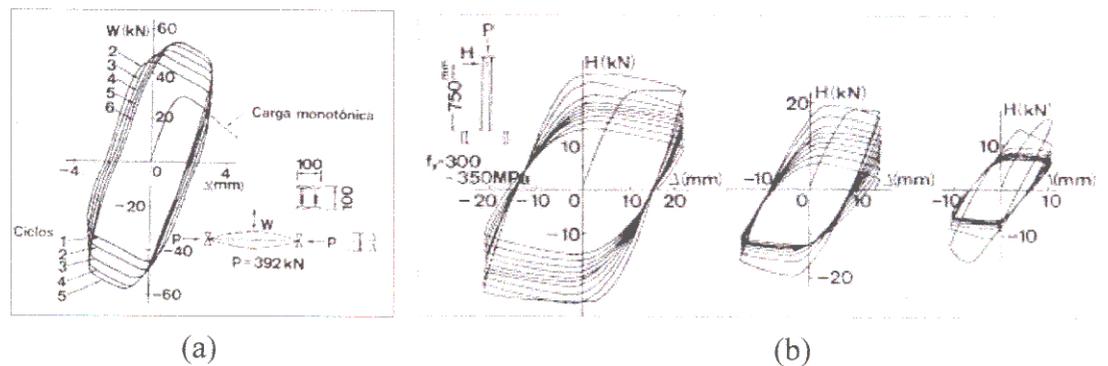


Fig. 3.12 (a) Carga vs Deformación de barra sometida a carga axial constante y carga lateral cíclica. Tanabashi Y., et al. (b) Carga vs deformación de barras de diferente proporción ancho espesor de la sección.  $b/t=8$ ,  $b/t=11$  y  $b/t=16$  respectivamente. Mitani I., et. al., publicado en [45].

El pandeo local disminuye sensiblemente la resistencia de la barra, como se deduce de la Fig. 3.12b. Es un factor muy importante en el diseño de elementos de barra.

En los estudios experimentales existentes, se mantenía la carga vertical constante  $P$ , prediciendo la carga horizontal. Ohi. K [46], toma en cuenta la variación de la carga vertical. Así en (a) y (c) Figuras 3.13, se incrementa la carga vertical en proporción a la carga lateral. Mientras que en (b) y (d) la carga axial decrece en proporción al incremento de la carga lateral, (hay. un aumento de la capacidad a carga lateral)

Para el ensayo a carga monótonica se observa que cuando se incrementa la carga axial en forma proporcional, se obtiene casi el mismo nivel de carga lateral máxima. En cambio cuando se decrece la carga axial vertical, hay un incremento del orden del 105% en la resistencia lateral de la barra.

En el caso de carga cíclica, (Figs. (c) y (d)) para un mismo nivel de desplazamiento, tanto para carga y descarga se obtiene diferentes valores de carga última.

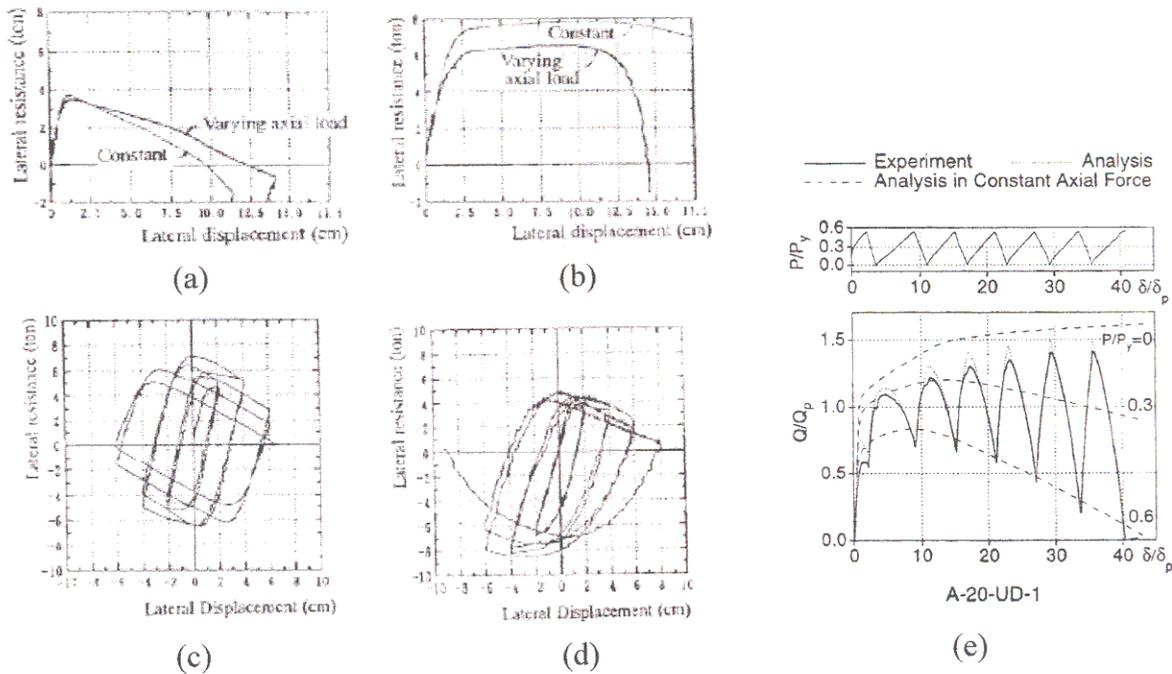


Fig. 3.13. Ensayos de barra considerando la variación de la carga axial [46] (a)-(d), [47] (e).

En general la variación de la carga vertical, las curvas con carga cíclica axial tienen como frontera la curva de carga monotónica con carga axial constante (e)

La tendencia en el estudio experimental de barra a carga cíclica es considerar la no linealidad del nudo o conexiones semirígidas, que presentan el fenómeno de deslizamiento o 'slip', que disminuye la resistencia de la barra a carga cíclica.

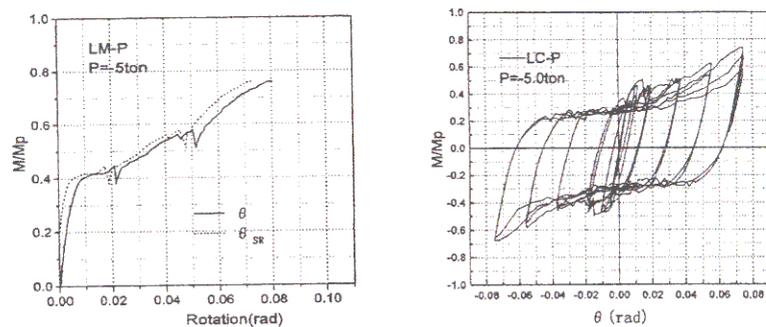


Fig. 3.14. Ensayos considerando la carga axial en conexiones semirígidas [26]

Similar intento es incluyendo en el modelo de la conexión del nudo (considerando rigidez del suelo infinita). En la Fig. 3.15 se muestra la variación del facto 'k' en función del parámetro s. El cálculo del factor de longitud efectiva, debe incluir el modelo que incluya la rigidez en la conexión.

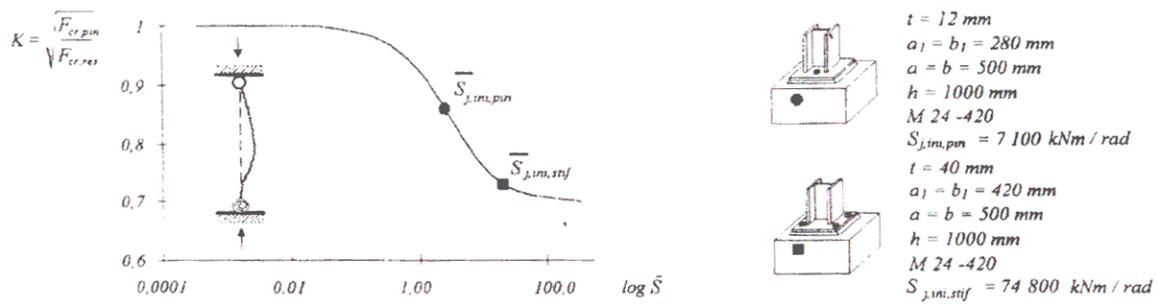


Fig. 3.15. Variación de la rigidez del apoyo. Wald[48]

## Capítulo 4

### LA TEORIA DE SEGUNDO ORDEN EN EL ANALISIS INCREMENTAL

#### 4.1 Discretización de vigas columnas (barras)

La barra (viga-columna) de la Fig. 4.1 es idealizada por dos elementos. Un elemento viga-columna elástico y en las zonas donde se presenta un comportamiento inelástico se modela con un elemento multi-resorte MS (multi spring). Se evita discretizar toda la barra en fibras y se alivia el cálculo numérico usando un elemento elástico. Las limitaciones de modelos de rótulas plásticas que consideran una única superficie de fluencia se superan considerando el comportamiento elastoplástico y la zona de endurecimiento por deformación. En el caso de una carga cíclica, el modelo de histéresis usado considera el efecto de Bauschinger. El implementar el análisis de segundo orden, implica formular para el proceso de análisis incremental una formulación completa según la teoría de segundo orden para el elemento elástico. En el caso de análisis estático, debe modelar para cualquier relación de esbeltez.

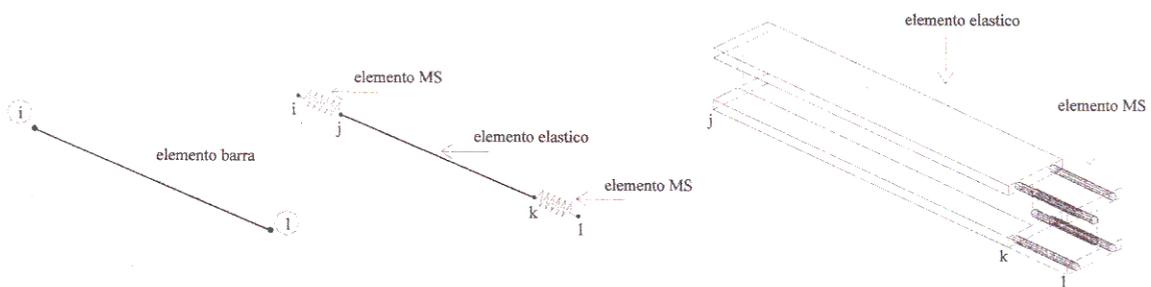
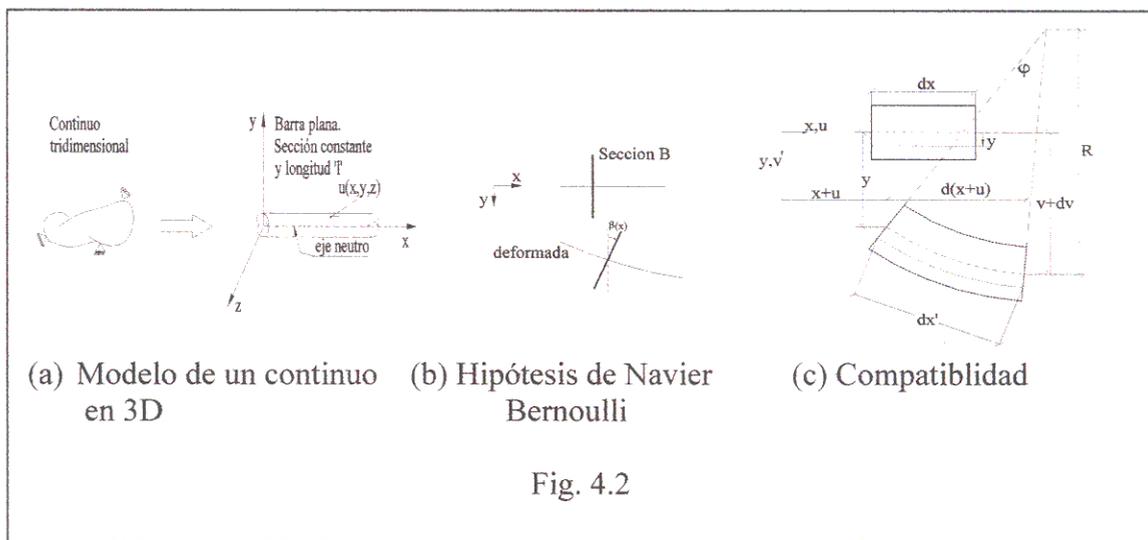


Fig. 4.1 Modelo de viga-columna

## 4.2 Formulación del análisis de segundo orden

Para el elemento elástico las hipótesis del modelo matemático, se construyen, considerando la teoría clásica de vigas. En general la deformada de un elemento tridimensional continuo (Fig.4.2). se describe por tres campos de desplazamientos definidos sobre su eje neutro :  $u$ ,  $v$  y  $w$ . Restringiendo al análisis de pórticos planos, se asume barras rectas, de sección constante y sin imperfecciones planas, la formulación general se simplifica, como se ilustra en el cuadro 4.1.



La relación fuerza desplazamiento que incluye los efectos de segundo orden está dada por.

$$\{F\} = [K]\{U\} \quad \{4.1\}$$

Donde  $[K]$ , es la rigidez del elemento

La matriz de rigidez del elemento elástico según la T. II O., depende de las fuerzas axiales en las barras. Dos aproximaciones son usuales para la formulación. Mediante la rigidez geométrica y mediante las funciones de estabilidad.

Siguiendo la Fig. 4.2.

Análisis en el plano y eje de simetría en el plano

$$u = u(x, y) \quad v = v(x, y)$$

Desplazamientos en la sección transversal son iguales (constantes).

$$v = v(x, y) = v(x)$$

Sección transversal permanece plana, en el sistema deformado (b)

$$\beta = \beta(x, y) = \beta(x) \quad \beta(x) = v'(x)$$

Desplazamiento de un punto en la sección transversal es :

$$u(x, y) = u(x) - \beta(x)y \quad u(x, y) = u(x) + v'(x)y$$

Deformación pequeña y para la deformación se usa la definición de deformación unitaria:

$$\varepsilon = \frac{dx' - dx}{dx} \quad dx' = \sqrt{(1 + u')^2 + v'^2} = u' + \frac{1}{2}v'^2 - \frac{1}{2}u'v'^2 = u' \quad (4.3)$$

$$\varphi = \frac{v'}{1 + u'} = v' \quad y \quad \varphi' = \frac{v''(1 + u') - u''v'}{(1 + u')^2 + v'^2} \quad \varphi' = \frac{v''}{1 + 2u''} = v''$$

$\varepsilon = u' - \varepsilon_0$  y  $\varphi' = v'' - \varphi'_0$  (si se considera esfuerzos iniciales)

Equilibrio de las fuerzas de sección

$$N = \int_A \sigma dA = E \int_A \xi dA - E \varphi' \int_A y' dA = Eu' A$$

$$M = \int_A \sigma y dA = Elv''$$

Cuadro 4.1

### Aproximación por la rigidez geométrica

La manera mas simple de mostrar esto es deduciendo la matriz de rigidez de un elemento de barra tipo cable (Fig. 4.3).

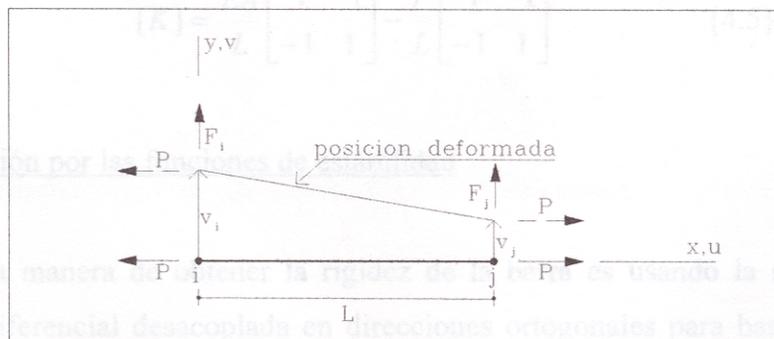


Fig. 4.3

Si se considera la posición deformada, estos es desplazamientos  $v_i$  y  $v_j$ , tomando momentos en el nudo  $j$  de la posición deformada y el equilibrio de fuerzas en la dirección del eje 'y' se tiene:

$$F_i = \frac{P}{L}(v_i - v_j) \quad \{4.2a\}$$

Expresado en forma matricial

$$\begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \end{Bmatrix} = \frac{P}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ v_j \end{Bmatrix} \quad \{4.2b\}$$

$$\{F_g\} = [K_g]\{v\} \quad \{4.3\}$$

El vector de fuerzas laterales  $\{F_g\}$  se relaciona con los desplazamientos laterales a través de la llamada matriz de rigidez geométrica  $[K_g]$  ec.  $\{4.3\}$  y es independiente de las propiedades mecánicas.

Similar deducción se puede obtener para el elemento barra, extendido a 3D. Una manera es usando una función de desplazamientos para la barra (método de los elementos finitos ([16], [49]) que conduce a la matriz de rigidez de la barra como la suma de la rigidez elástica ( $[K_e]$ ) y la rigidez geométrica.

$$[K] = [K_e] + [K_g] \quad \{4.4\}$$

para la barra de la Fig. 4.3

$$[K] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - \frac{P}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \{4.5\}$$

#### Aproximación por las funciones de estabilidad

Otra manera de obtener la rigidez de la barra es usando la solución de la ecuación diferencial desacoplada en direcciones ortogonales para barras (Fig. 4.4).



$$s_{1y} = 1 + \frac{\pi^2 \rho_y}{30} - \frac{(0.01\rho_y + 0.543)\rho_y^2}{4(4 + \rho_y)} - \frac{(0.004\rho_y + 0.285)\rho_y^2}{2(8.183 + \rho_y)} \quad \{4.7a\}$$

$$s_{2y} = 1 - \frac{\pi^2 \rho_y}{60} + \frac{(0.01\rho_y + 0.543)\rho_y^2}{2(4 + \rho_y)} - \frac{(0.004\rho_y + 0.285)\rho_y^2}{2(8.183 + \rho_y)} \quad \{4.7b\}$$

$$\rho_y = \frac{PL^2}{\pi^2 EI_y} \quad \{4.7c\}$$

En el caso de  $s_{1z}$  y  $s_{2z}$  las relaciones anteriores se usa  $\rho_z$ , donde,

$$\rho_z = \frac{PL^2}{\pi^2 EI_z} \quad \{4.8\}$$

$P$  : carga axial en la barra

Las funciones de estabilidad (Fig. 4.6) se escriben en forma de series, a fin de evitar la aparente indefinición cuando  $\rho \rightarrow 0$  (Chen W.F. [3]) y limitado para propósitos práctico  $|\rho| < 3$

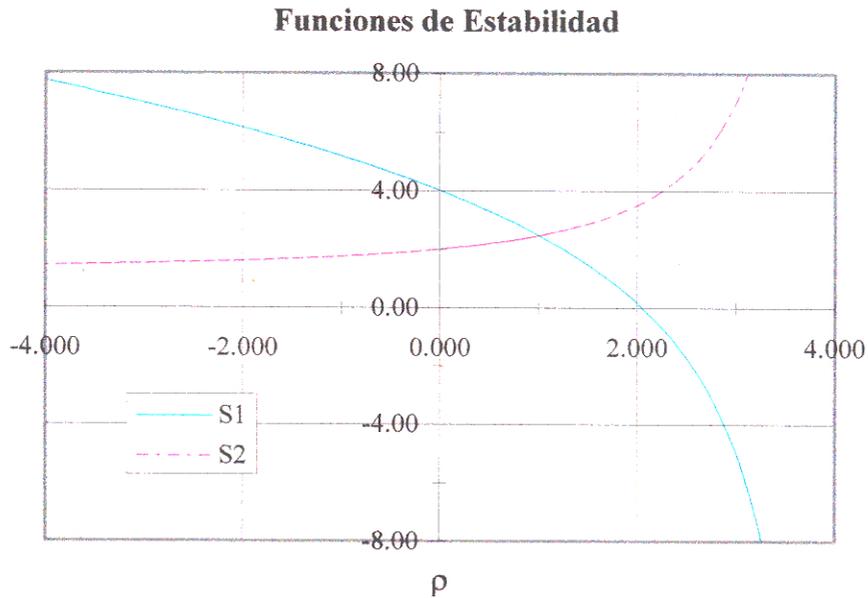


Fig. 4.6

### 4.3 El elemento Multi Resorte (Multi-Spring MS)

La no linealidad del material se modela en pequeños segmentos donde se prevé no linealidad discretizando la barra en segmentos de dimensión 'L' denominados Multispring o MS. La figura 4.7 muestra, como la sección de la barra se puede discretizarse en 'n' resortes (springs). Los resortes modelan las acciones internas a flexión y carga axial. Adicionalmente, considera resortes para tomar en cuenta la rigidez al corte, denotado por 'Ks', en las direcciones y, z y la rigidez a la torsión 'K $\theta$ '.

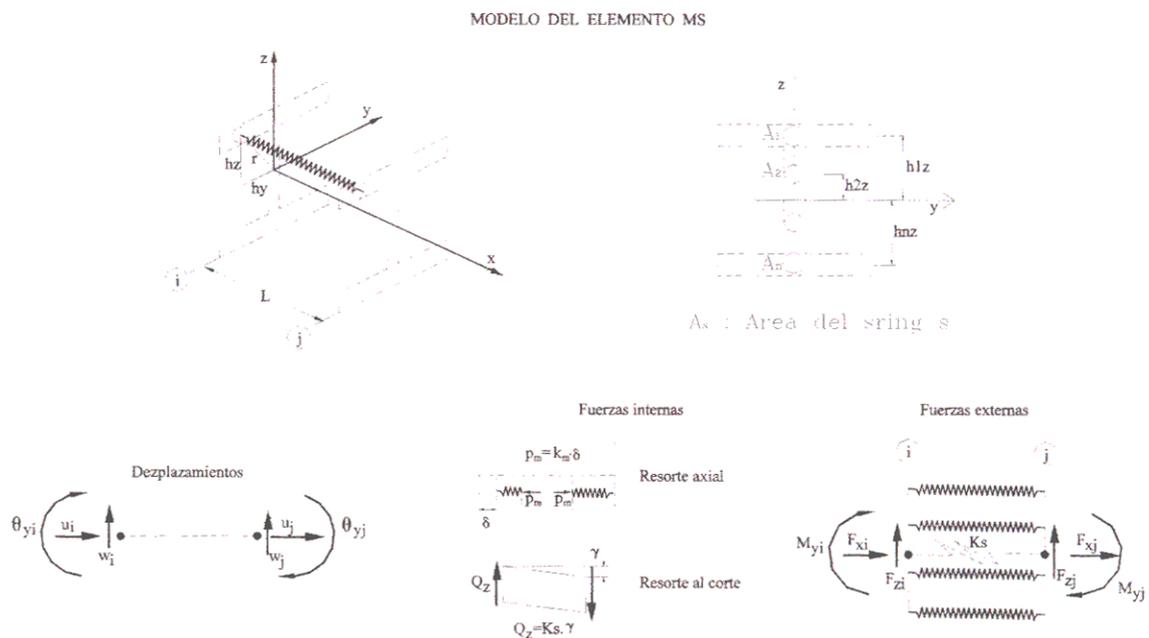


Fig. 4.7

En el caso de barras planas, se establece la rigidez del elemento El equilibrio de las fuerzas externas son

$$F_{xi} + F_{xj} = 0$$

$$F_{zi} + F_{zj} = 0$$

$$M_{zi} + M_{zj} + F_{yj} L = 0$$

El equilibrio de las fuerzas internas en el nudo j, en función de las fuerzas en los resortes son:

$$\begin{aligned}
Q_z &= F_{zj} = -F_{zi} \\
F_{xj} &= \sum p_m \\
M_{yj} &= \sum p_m h_{zm} + Q_z L/2
\end{aligned}$$

Expresado en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{zi} \\ M_{yi} \\ F_{xj} \\ F_{zj} \\ M_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & \dots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ -h_{z1} & -h_{z2} & \dots & -h_{zn} & L/2 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ h_{z1} & h_{z2} & \dots & h_{zn} & L/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \\ Q_z \end{Bmatrix}$$

considerando la compatibilidad en le elemento

$$\begin{Bmatrix} \delta_{x1} \\ \delta_{x2} \\ \vdots \\ \delta_{xn} \\ \delta_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -h_{z1} & 1 & 0 & h_{z1} \\ -1 & 0 & -h_{z2} & 1 & 0 & h_{z2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -1 & 0 & -h_{zn} & 1 & 0 & h_{zn} \\ 0 & 1 & L/2 & 0 & 1 & L/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ w_i \\ \theta_{yi} \\ \vdots \\ u_j \\ w_j \\ \theta_{yj} \end{Bmatrix}$$

En forma sintética

$$\{F\} = [C]\{p\}$$

$$\{\delta\} = [C^T]\{d\}$$

A cada resorte se le puede asignar una función de histéresis para el comportamiento cíclico que consideren fluencia, endurecimiento por deformación, efectos de Bauschinger o pandeo local. (detalles del modelo de histéresis en al apéndice).

#### 4.4 Implementación de la T. II O. en programas de análisis incremental

El análisis no lineal, el problema básico es considerar el equilibrio de un cuerpo correspondiente para las cargas aplicadas.

$${}^a R - {}^a F = 0$$

${}^a R$  : vector de fuerzas aplicadas.  ${}^a F$  : vector de fuerzas nodales que corresponde a esfuerzos en los elementos.

El cálculo se resuelve usando una solución incremental con pasos discretos ' $a$ '. Para un paso  $\Delta a$

$${}^{a+\Delta a} R - {}^{a+\Delta a} F = 0$$

$$\text{donde } {}^{a+\Delta a} F = {}^a F + F$$

$F$  es el incremento en las fuerzas nodales ente el paso  $a$  y  $a+\Delta a$ . El vector  $F$  . puede aproximarse con la matriz tangente  $[{}^a K]$ , siendo  $U$  el vector de desplazamientos incrementales y

$${}^a K = \frac{\partial {}^a F}{\partial {}^a U}$$

Debido al tamaño del paso, la estimación de la rigidez al inicio del paso, o no linealidad del material, aparecen las fuerzas desbalanceadas, lo que conduce a adoptar soluciones numéricas apropiadas. En los programas usuales de cálculo de respuesta de estructuras, se considera el efecto de segundo orden en las barras, considerando el término de desplazamientos entre barras, mediante la actualización de coordenadas[21],[51]. El efecto  $p-\delta$  es usualmente despreciado. Si se discretiza en las elemento la barra elástico se conseguirá la misma aproximación.

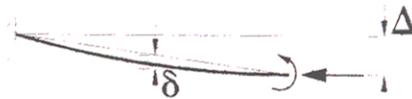


Fig. 4.8 El efecto  $P-\delta$  y  $P-\Delta$

A fin de tener un programa general y que pueda modelar con un solo elemento, se incluyen en la matriz de rigidez en las filas y columnas correspondientes al efecto de flexibilización por el efecto  $P-\delta$

En el programa se adiciona un primer ciclo que estime las fuerzas axiales en las barras. En el procedimiento incremental se calcula las fuerzas de sección y cálculo de desplazamientos con la matriz de la barra (ec. 4.6) el efecto de segundo orden. A fin de comparar resultados que no consideren los efectos de segundo orden, en el mismo programa se suprime las líneas donde se actualiza las coordenadas.

#### 4.5 El efecto $P-\delta$ en el análisis de segundo orden

Los resultados, sin considerar la influencia del efecto  $P-\delta$  se denota con el nombre  $k_0$  (y los cálculos que con el se hagan). Cuando se considere se denota como  $k_2$ . El cálculo según la T. I O. se denomina  $k_1$ . La importancia de considerar la flexibilización de la estructura es útil cuando se considera el análisis alrededor de la carga crítica estática ( $P_{cr}$ , ec. {3.4}), como se muestra en el cálculo hecho para una barra elástica de la Fig. 4.9b. (La barra tiene una predeformación inicial de  $1/1000$ ).

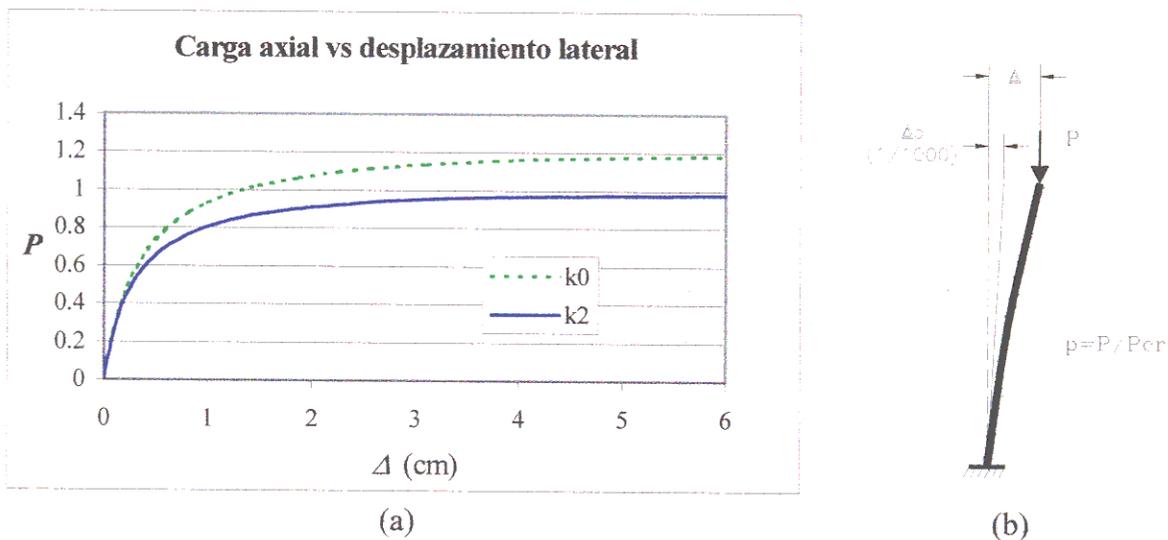


Fig. 4.9 Importancia de considerar la flexibilización de la rigidez de la estructura en un análisis de segundo orden

Cuando se trata pórticos sujetos a carga lateral cíclica, se muestra en la sección 5.6 (Fig. 5.13)

#### 4.6 Cálculos preliminares en el Análisis Avanzado usando el programa de oficina

La implementación del Análisis Avanzado en los códigos de diseño dependerá de la aceptación en las oficinas de cálculo. Estos conceptos serán expuestos mediante el uso de un programa o herramienta de cálculo de oficina. Los diferentes métodos de cálculo descritos en la Fig. 1.1, pueden mostrarse con el programa que sirve para el estudio. El pórtico de la Fig. 4.10 sirve para mostrar la habilidad del programa para el cálculo de la carga crítica, el análisis de primer y segundo orden que considere rótulas plásticas. Las propiedades de sección y del material están descritas en la Tabla 4.1.

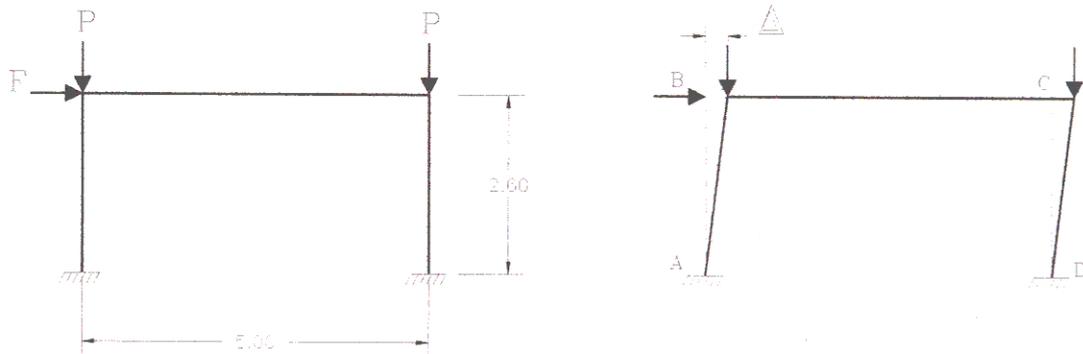


Fig. 4.10

Tabla 4.1 Propiedades geométricas y mecánicas del pórtico (Fig. 4.10)

$E=2100$ $G=840$		Units: tn cm				
Sección	$I$	$A$	$Z^*$	$F_y$	$M_p$	
Columna: 175x175x7.5x11	2840.0	50.6	363.0	2.83	1027	
Viga : 250x125x6x9	4050.0	37.3	363.0	2.83	1027	

\*  $Z$ : Modulo plástico.  $F_y$ : esfuerzo de fluencia

### Inestabilidad elástica de pórticos.

La inestabilidad elástica se entiende como un súbito incremento de desplazamientos ( $\rightarrow \infty$ ) en una dirección diferente a la dirección de carga. La estabilidad puede verificarse directamente usando un análisis de segundo orden, así para el pórtico de la Fig 4.10 y  $F=10$  tn, la curva  $P$  vs  $\Delta$  es asíntota a la carga crítica. Ver Figura 4.11

### El analisis de segundo orden y la carga crítica

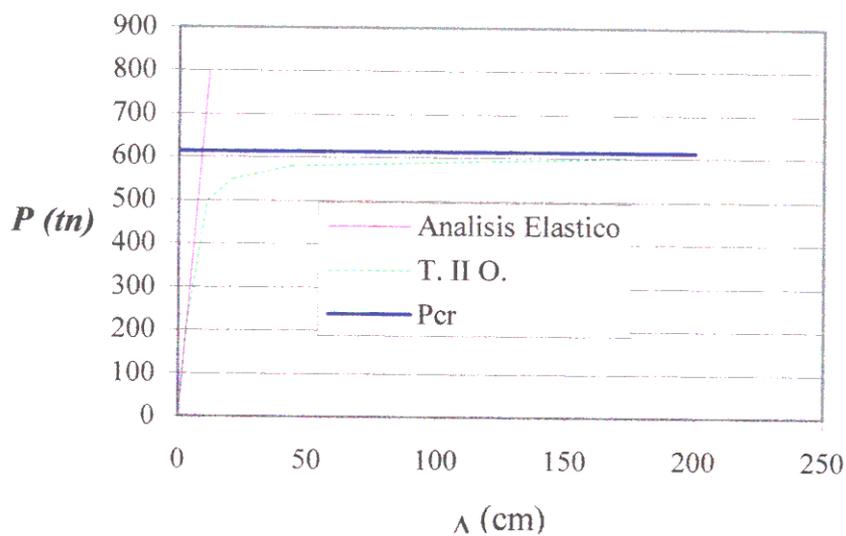


Fig. 4.11. Inestabilidad elástica de pórticos

Teoría de rótulas plásticas de primer y segundo orden (T. R. P. I O y T. R. P. II O)

Una aproximación directa para el diseño empieza mostrando la inclusión en el análisis clásico con rótulas plásticas, una formulación de segundo orden. En el programa se puede modelar una relación elasto-plástica para los resortes y se considera la interacción entre carga axial y momento. La distribución de los resortes en la sección se demuestra que cumple muy aproximadamente la curva de interacción para la sección de ala ancha dada y eje fuerte del elemento columna, comparado con la ecuación de interacción del AISC-LRFD. (Fig.4.12)

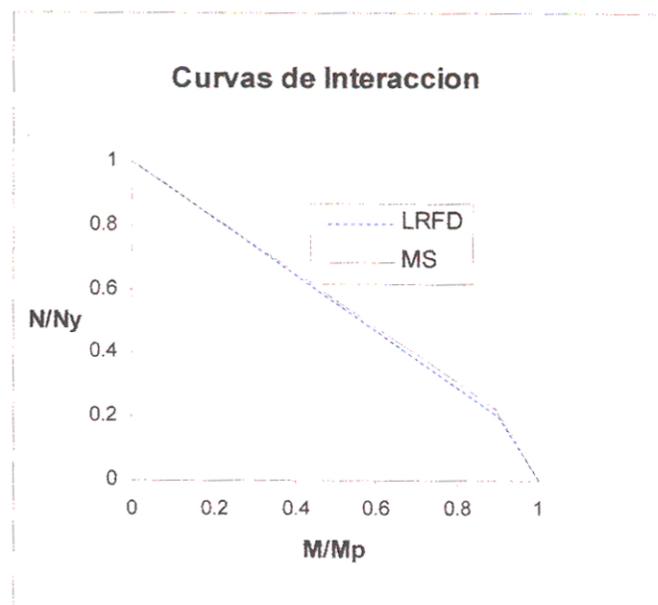


Fig. 4.12 Curva de interacción para el modelo MS

El análisis arroja resultados muy similares cuando se analiza como barras rígidas o cuando se considera la influencia de la carga axial en determinar la capacidad plástica de la rótula.

Es el análisis de segundo orden considerando relación elasto-plástica para los resortes (rotulas plásticas). Usando el programa Juliet, se demuestra que se obtiene una carga lateral máxima que difiere en un 25% respecto a la T. R. P. I O. (Fig. 4.13) Para el elemento MS, se consideró un comportamiento elásto-plástico. El

procedimiento se utiliza para el caso de cargas estáticas . En el casos de sismos, la estructura esta sujeta a carga y descarga por lo que es necesario verificar la validez de este procedimiento para el caso de cargas laterales.

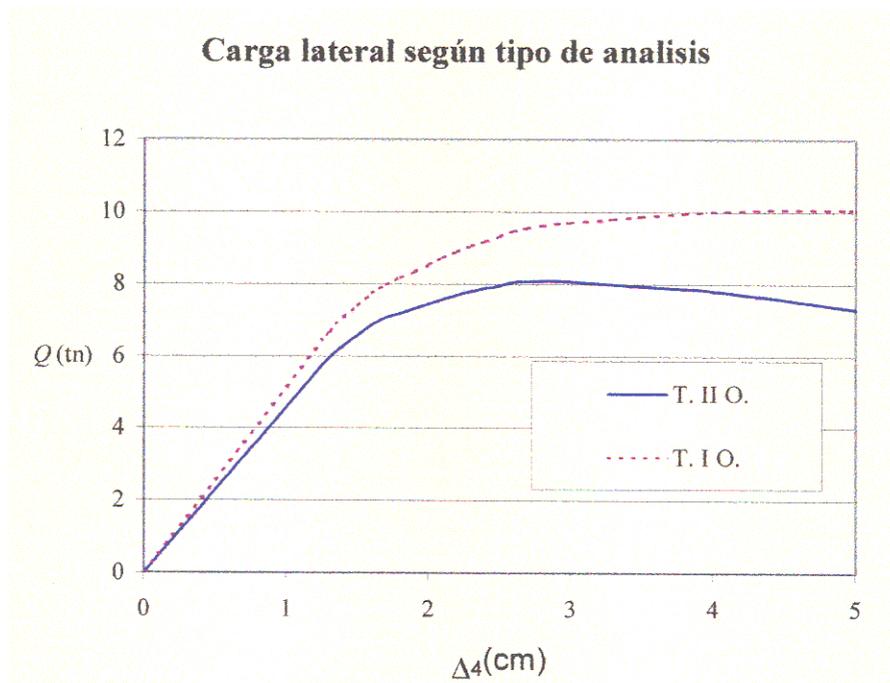


Fig. 4.13. La T. R. P. I O. y T. R. P. II O. usando la herramienta de

#### 4.7 Verificación de la curva de resistencia de columna del AISC

A fin de calibrar el modelo elemento elástico – multiresorte (MS), con la resistencia que del reglamento, se considera una barra articulada en ambos extremos y una imperfección de 1/1000 sin esfuerzos. Se hace el análisis considerando la mitad de la barra para diferentes valores de esbeltez (variación de la longitud de la barra), con las mismas propiedades del elemento columna. La resistencia máxima, se compara con las curvas de resistencia del AISC-LRFD y la curva #1 del SSRC. Se observa que la resistencia dad por el modelo propuesto, se encuentra en el lado seguro entre ambas curvas. La curva del AISC, considera en forma indistinta la esbeltez en el eje fuerte o débil de la sección. La Curva del SSRC, corresponde al eje fuerte. En este caso no esta modelado los esfuerzos residuales. Ver Fig. 4.14.

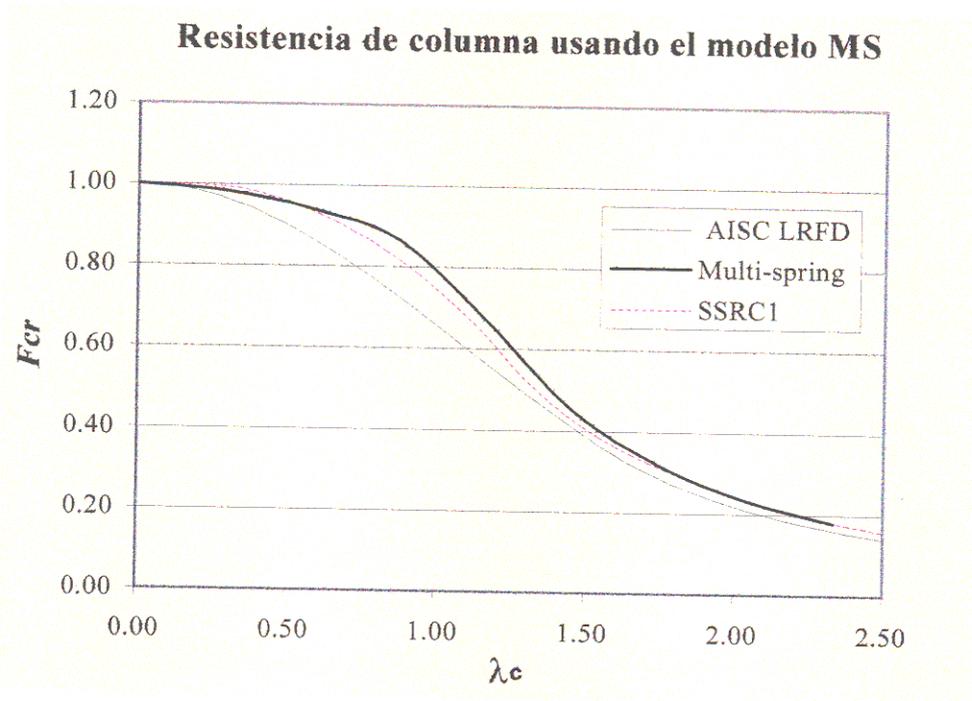


Fig. 4.14

#### 4.8 Métodos Aproximado para el análisis de segundo orden

Una manera indirecta de tomar en cuenta la T. II O., es el denominado Método P- $\Delta$  [15]. La Fig. 4.16 (a) y (b) muestra el desplazamiento  $\Delta$  inducido por la carga horizontal H, en un análisis de primer orden. El momento adicional P $\Delta$  es reemplazado por un par equivalente "vh". Con la carga  $H+P\Delta/h$  se repite el análisis encontrándose un efecto equivalente. (Ver Fig. 4.15)

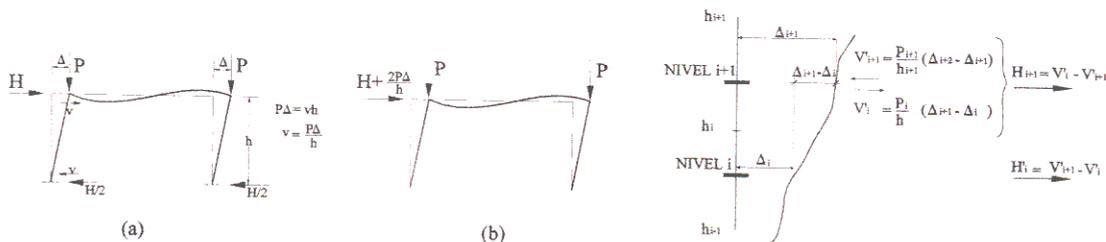


Fig. 4.15 Hipótesis para el Método P- $\Delta$

Siguiendo esta formulación la gráfica P- $\Delta$  para la barra, muestra que el procedimiento aproximado alcanza la carga crítica en forma casi lineal.

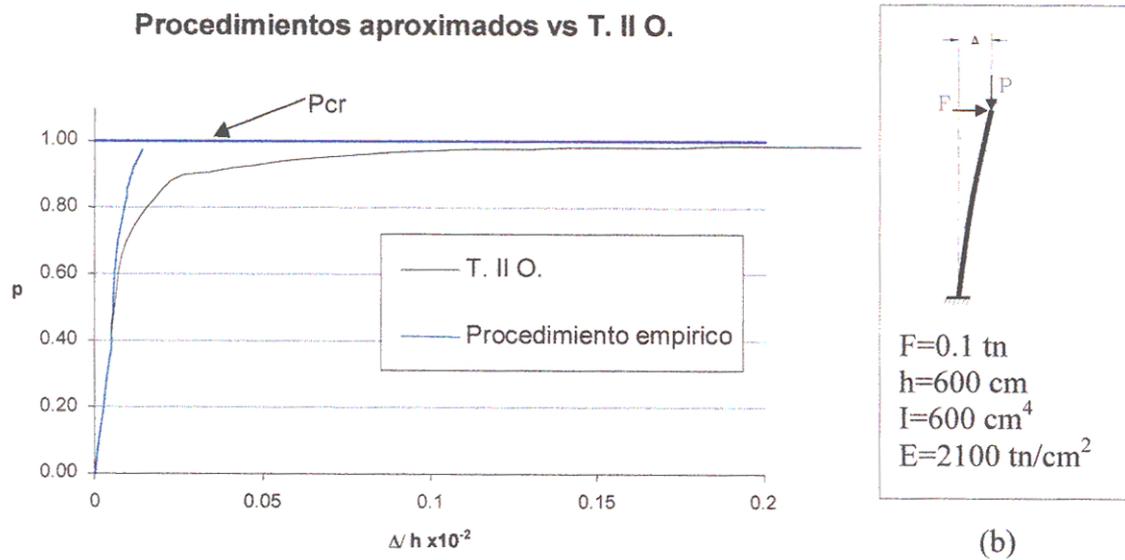


Fig. 4.15 (a) Análisis usando un método aproximado, para la barra mostrada en (b)

\* Las variables a usarse a lo largo del texto se indican en cursiva.  $P$  : se refiere a la carga axial y  $F$ : a la carga lateral y  $L$ : la longitud de la barra a carga axial principalmente o columna,  $A$  : Area de la barra e  $I$  : Momento de Inercia de la sección,  $E$ : Módulo de Young y  $G$ : Módulo de corte.

## Capítulo 5

### CALCULO DE NIVELES DE SEGURIDAD

Se muestra la validez del modelo estructural para predecir la resistencia de un pórtico real. Con las mismas propiedades e historia de carga se obtiene la resistencia de pórticos análogos, considerando la variación de la esbeltez de las columnas y la proporción de carga axial en columnas. Se define el nivel de seguridad como un factor obtenido dividiendo la carga lateral obtenida para un nivel de desplazamiento dado sobre la carga lateral última dada por el reglamento.

#### 5.1 Descripción del pórtico a estudiar

Para mostrar la habilidad de la herramienta de análisis en predecir el comportamiento de estructuras reales, se modela el pórtico a escala natural ensayado a carga monotónica y cíclica hecho por el profesor M. Wakabayashi [9]. El espécimen de ensayo se muestra en la Fig. 5.1. Los especímenes son soportados fuera del en cuatro puntos en la viga y en el punto medio de la columna, para evitar el pandeo local. Los paneles en las conexiones son rigidizados para evitar el pandeo por corte; por lo que el modo de falla es por flexión.

Se toma los resultados de los pórticos con carga vertical de  $P=50$  tn en los nudos. La ubicación y denominación de nudos y elementos se muestran en la Fig. 5.2

#### 5.2 Análisis teórico de ensayo monotónico

Las propiedades mecánicas fueron obtenidas de especímenes estándares que fueron tomados de las alas de los perfiles. Con las propiedades mecánicas y geométricas de

la referencia (Tabla 5.1. cuya denominación original es FM5), se calculan los correspondientes parámetros de los elementos MS discretizados en una longitud de 20 cm. (Tabla 5.2a y 5.2b). El módulo de elasticidad es  $E=2100 \text{ tn/cm}^2$

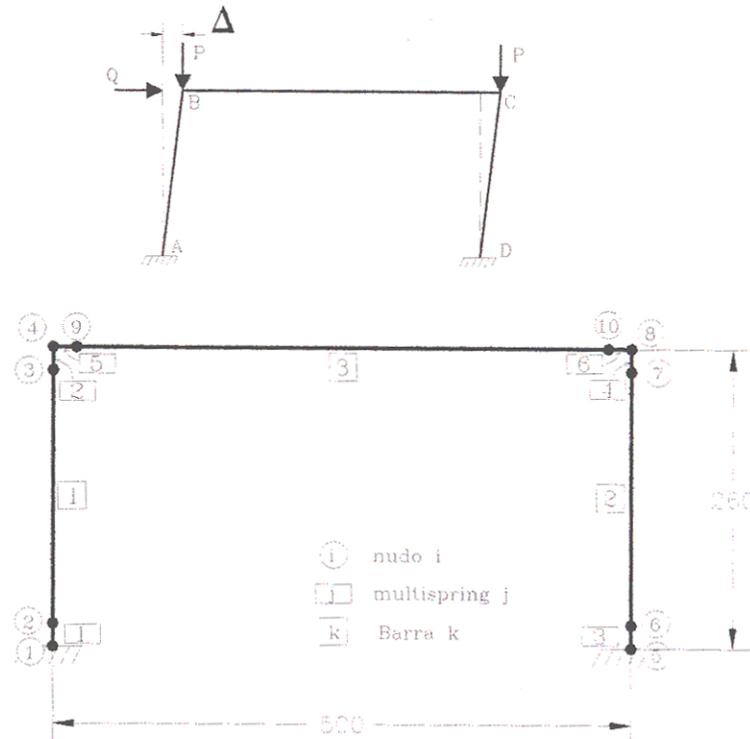
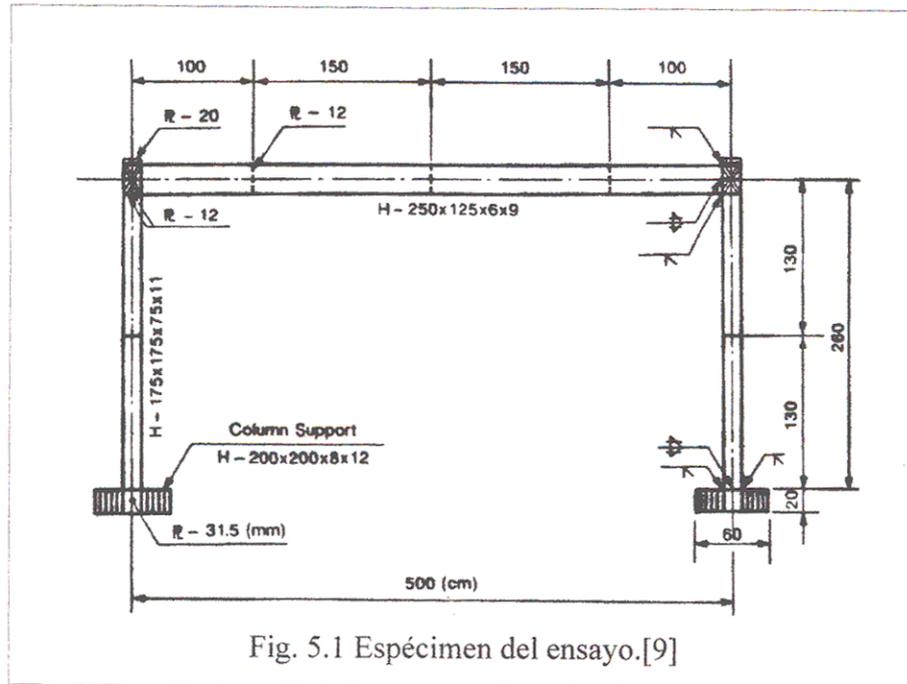


Fig. 5.2 Modelo del pórtico. Distribución de nudos y elementos

Tabla 5.1 Propiedades geométricas y mecánicas del pórtico FM5  
y su correspondiente gráfico  $\sigma$  vs  $\epsilon$

Sección (tn cm)	$I$	$A$	$Z$	$F_y$	$F_u$	$\epsilon_u(\%)$
Col. 175x175x7.5x11	2840	50.6	363	2.78	4.44	32.2
Vig. 250x125x6x9	4050	37.3	363	2.88	4.35	30.5

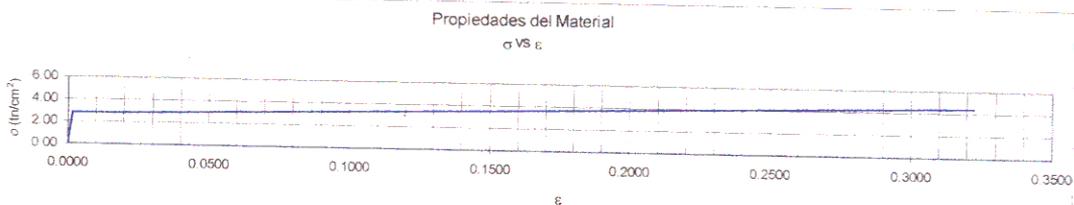


Tabla 5.2a Parámetros de los spring del pórtico FM5

Propiedades spring 0						Propiedades spring 1					
$K1$	$P_{yt}$	$P_{ut}$	$K2t$	$K2c$	$P_{uc}$	$K1$	$P_{yt}$	$P_{ut}$	$K2t$	$K2c$	$P_{uc}$
2039.6	54.0	86.2	7.14	7.14	86.2	601.7	15.9	25.4	2.11	2.11	25.4
1246.9	34.2	51.7	4.36	4.36	51.7	727.7	20.0	30.1	2.55	2.55	30.1

Tabla 5.2b Posición de los MS

$h0/2$	$h1/2$	$K_s$
8.34	3.43	459.4
12.57	4.74	525.0

En la Fig. 5.3, se muestran los resultados del análisis, Se observa que se obtiene el mismo nivel de carga lateral máxima, sin embargo la pendiente carga desplazamiento varía sensiblemente un tanto diferente en el caso de carga monotónica.

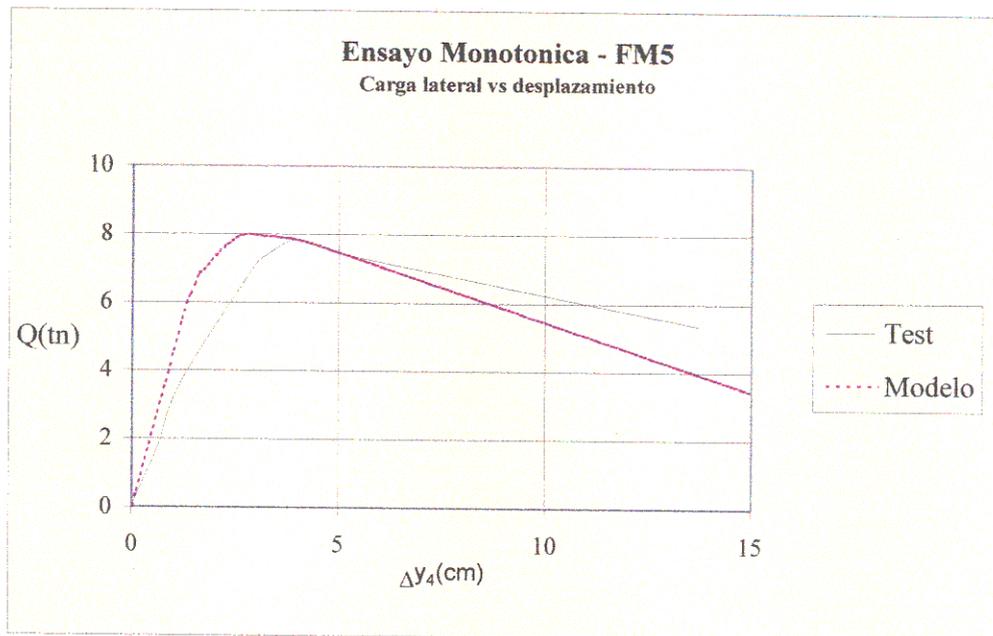


Fig. 5.3 Análisis incremental de segundo orden comparado con resultados experimentales

### 5.3 Análisis teórico de ensayo cíclico

De igual modo, se toman las propiedades mecánicas y geométricas del pórtico sujeto a carga cíclica y denominado originalmente como FC5. (Tabla 5.3). Sus correspondientes parámetros de los elementos MS se dan en la Tabla 5.4a y 5.4b.

Tabla 5.3 Propiedades geométricas y mecánicas del pórtico FC5

Seccion (tn cm)	$I$	$A$	$Z$	$F_y$	$F_u$	$\epsilon_u(\%)$
Col. 175x175x7.5x11	2840	50.6	363	2.78	4.44	32.2
Vig. 250x125x6x9	4050	37.3	363	2.88	4.35	30.5

En la Fig. 5.6 a modo de ejemplo se muestra la influencia de considerar el endurecimiento por deformación.

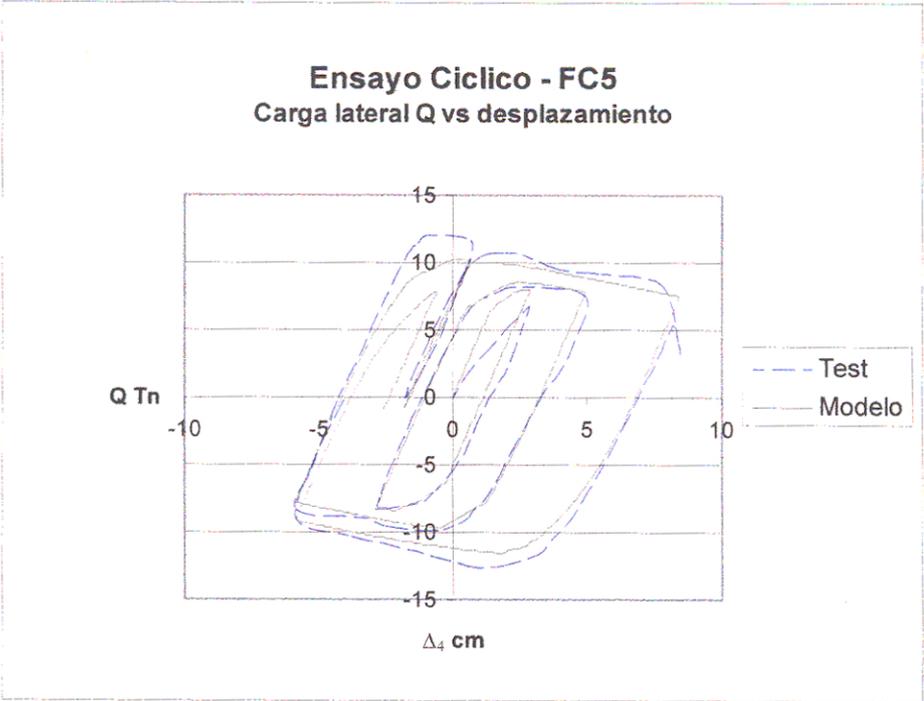


Fig. 5.5 Análisis incremental de segundo orden comparado con resultados experimentales

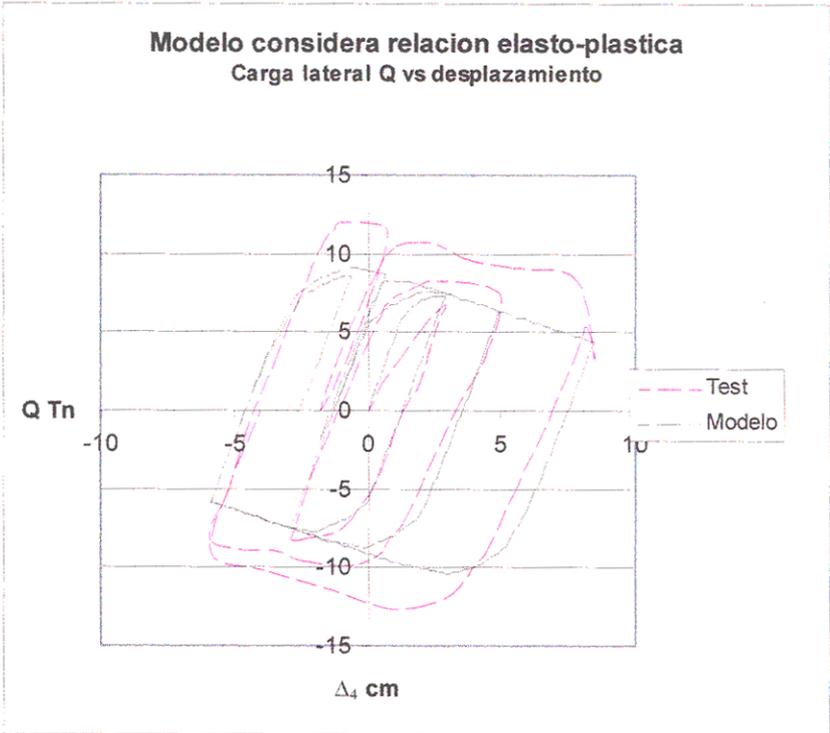


Fig. 5.6. Análisis sin considerar endurecimiento por deformación

## 5.4 Cálculo de la carga última de comparación según el AISC

La carga última de referencia, se calcula de acuerdo al código de diseño vigente. El momento último, ecuación {5.1} es función de la carga lateral y se determina conforme al código con un análisis elástico de segundo orden.(eq. {1.1} [12]) De igual modo la carga vertical última se obtiene como se ilustra en la Fig. 5.7. La influencia de la carga lateral en la fuerza axial en la columna es menor que del 8% de la carga vertical P. (en el caso extremo de P40). El mecanismo se forma debido a que la influencia de la fuerza axial disminuye el momento en las columnas.

$$Mu = f(F) \quad \{5.1\}$$

$$Mu = \frac{9}{8} \left( 1 - \frac{Pu}{Pn} \right) Mn \quad \{5.2\}$$

Donde  $Mn = Mp$

$Pn$  y  $Mn$ : Resistencia de la barra a compresión y flexión, respectivamente.

$Mp$ : Momento plástico de la barra.

$$Mu = f(F) \quad \text{and} \quad Mn = Mp \quad (Mn = \phi_b ZFy)$$

$$Mu = \frac{9}{8} \left( 1 - \frac{Pu}{Pn} \right) Mn \quad \{5.3\}$$

( $Pn = \phi_c A Fcr$ ,  $Fcr$  de la curva de resistencia de columna, Fig. 3.8)

$Pn$  y  $Mn$ : Resistencia a la compresión y flexión del elemento.

$\phi_b = 0.9$  and  $\phi_c = 0.85$ , factores de resistencia a la compresión y flexión respectivamente.

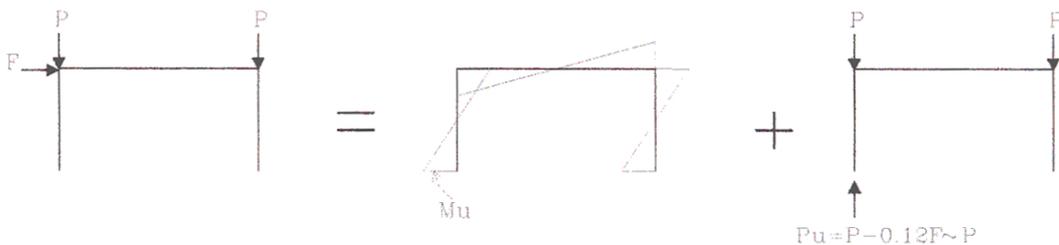


Fig. 5.7 Hipótesis de cálculo para definir la carga última de referencia

El estado límite de servicio o performance se calcula en forma independiente; la carga lateral última es independiente del nivel de desplazamiento. Para propósito de comparación se determina el desplazamiento asociado a la carga última mediante un análisis elástico de segundo orden y una variación lineal carga desplazamiento hasta ese punto.

## 5.5 Análisis respecto a la esbeltez

### Pórticos a estudiarse

A fin de mostrar el nivel de seguridad se analiza la respuesta a carga lateral para varios pórticos, en este caso se estudia la variable de esbeltez. En la Tabla 5.5 se indican la denominación del pórtico. La distribución de elementos será la misma que la adoptada en la Fig. 5.2 Las propiedades mecánicas y geométricas son las mismas que el pórtico FC5. Se utiliza el mismo patrón de desplazamientos dado en la Fig. 5.4.

Tabla 5.5. Código de pórtico para el análisis

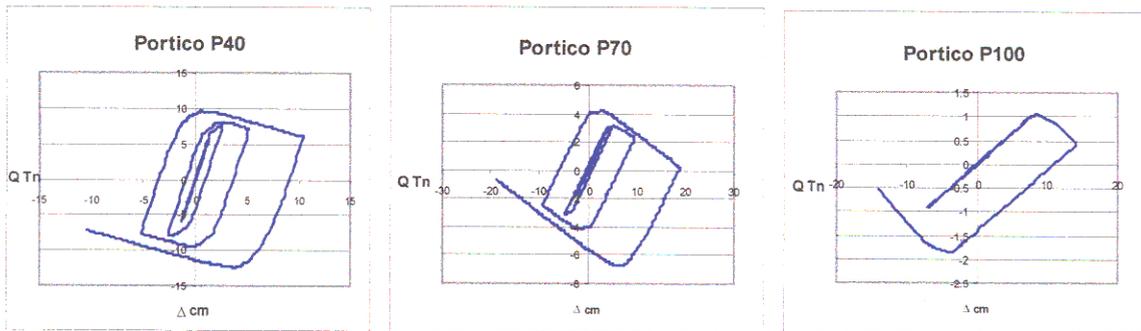
Denominación del pórtico	Esbeltez de columna adoptada
P40	$kL/r=40$
P70	$kL/r=70$
P100	$kL/r=100$

Donde  $L$ , altura de la columna.  $r$ , radio de giro de la sección,  $k$ : factor de longitud efectiva teórico, esto es de igualar a cero el determinante de la matriz de rigidez del pórtico.

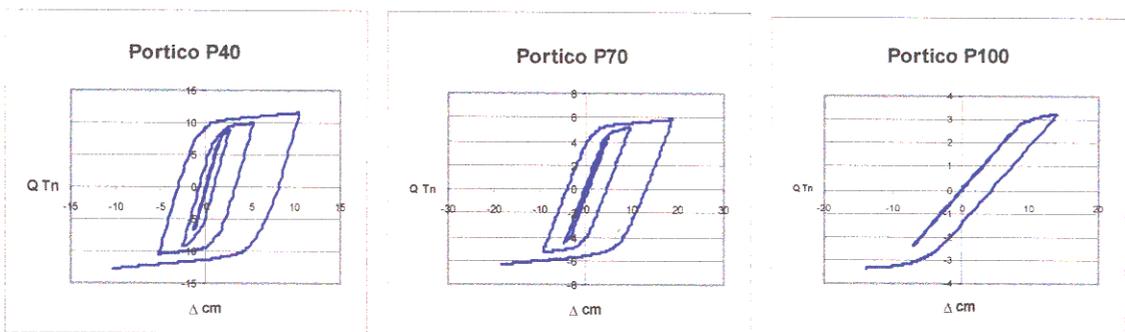
### Resultados

La Fig. 5.8a modelos de cargados en forma cíclica para diferentes relaciones de esbeltez y en 5.8b lo que sería no considerar los efectos de segundo orden. Se observa que medida que se aumenta la esbeltez de las columnas la capacidad de carga disminuye pero con pérdida de capacidad de disipación de energía.

En el caso de analizar sin considerar los efectos de segundo orden, se obtiene cargas irreales.



a) Considerando efectos de segundo orden



b) Sin considerar efectos de segundo orden

Fig. 5.8 Análisis de pórticos con diferente esbeltez en columnas sujetos a carga cíclica.

La envolvente de los niveles máximos de carga se grafica en las Figs, 5.9, 5.10 y 5.11. Se muestran tanto para los desplazamientos positivos, como negativos, asumiéndose la envolvente más desfavorable para propósito de comparación.

En la Fig.5.9 se observa que un análisis de carga incremental que corresponde al ensayo monotónico puede representar la envolvente de una carga cíclica.

En línea gruesa se muestra la carga última dada por el reglamento. Se observa que para un desplazamiento mayor a 1/50 de la altura se pierde el umbral dado por el reglamento

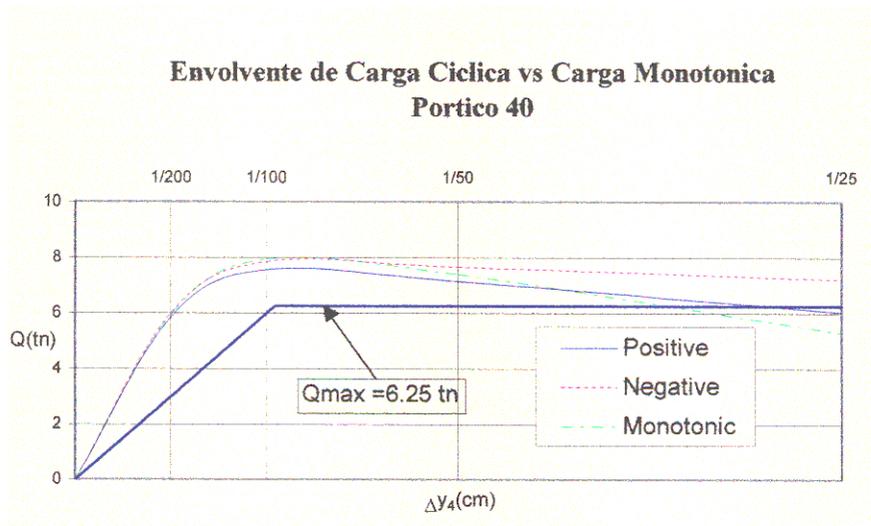


Fig. 5.9

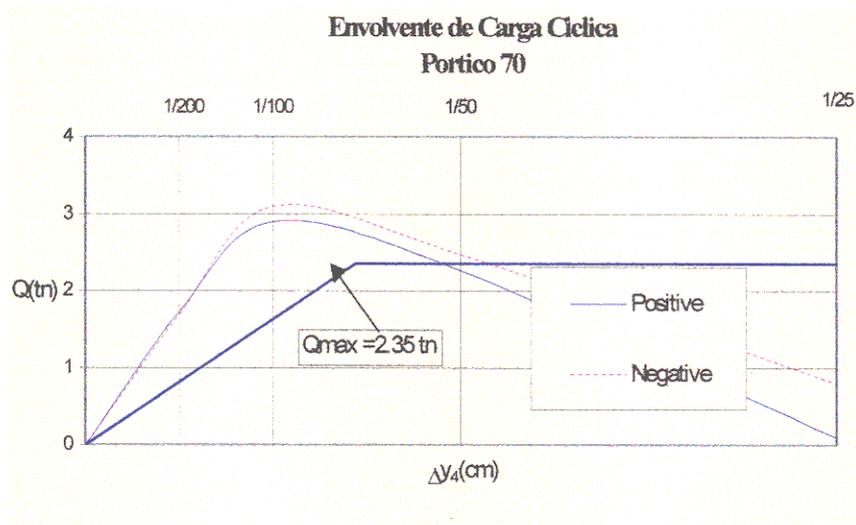


Fig. 5.10

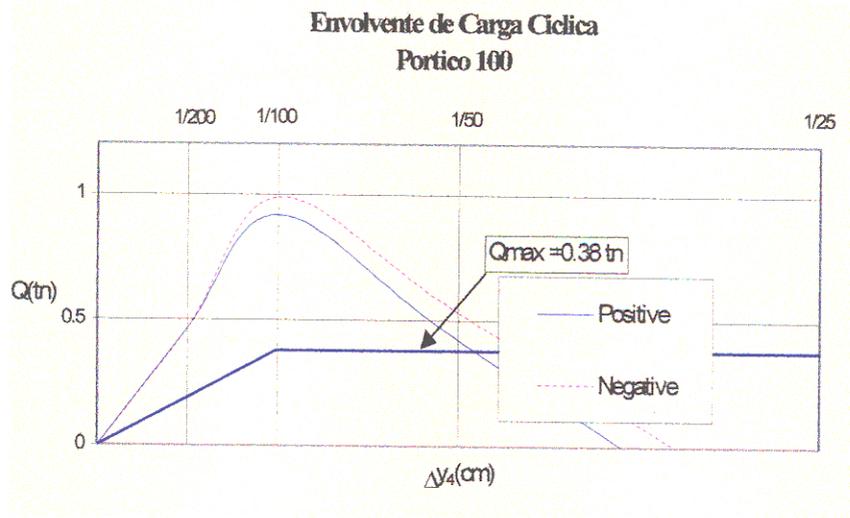


Fig. 5.11

### 5.6 El efecto $P-\delta$ en el análisis cíclico de pórticos

Cuando no se considera el efecto  $P-\delta$  en la matriz de rigidez, la carga máxima es ligeramente diferente cuando la esbeltez de la barra es igual a 100 como lo muestra la Fig. 5.12 (conforme a la sección 4.3 'k2' representa el análisis que incluye el efecto  $P-\delta$ ). Dado que se trata de un sistema estructural de varias barras, los efectos son menores respecto a un análisis de carga crítica de barra (Fig. 4.9)

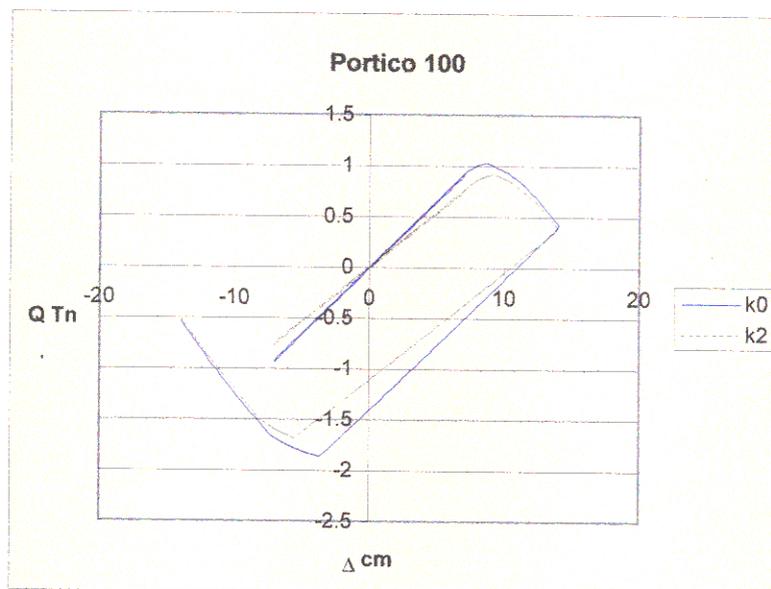


Fig. 5.12 Influencia del efecto  $P-\delta$  en un análisis cíclico

## 5.7 Seguridad respecto a la esbeltez

En las Figuras 5.13 y 5.14 se traza una curva de la respuesta del pórtico a carga lateral, interpolando para diversos valores de relación de esbeltez. Se muestra para un desplazamiento dado, las cargas laterales, que corresponden a un comportamiento real considerando una formulación de segundo orden (T. II O., en las figuras). Se comparan con respecto a curvas que muestran un análisis inelástico de primer orden (T. I O.) y la carga última que provee el reglamento.

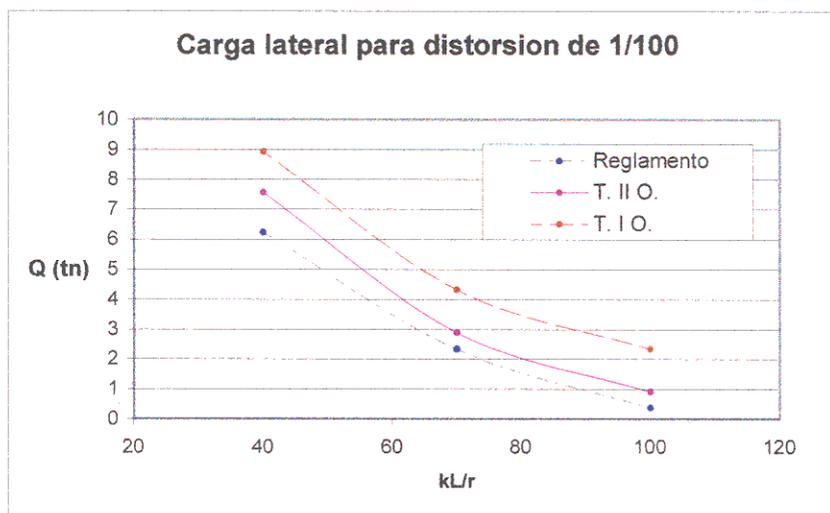


Fig. 5.13

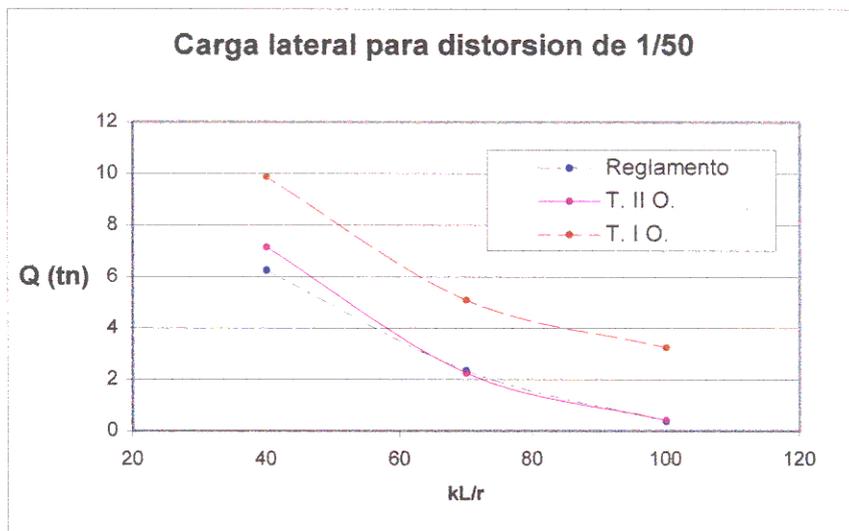


Fig. 5.14

Cuando se varía la relación de esbeltez en las columnas, para niveles de desplazamiento 1/50, se observa cargas laterales menores de las que prevee el reglamento. El colapso ocurre a niveles de distorsión angular entre 1/50 a 1/25. Un análisis inelástico de primer orden, arrojan factores de seguridad diferentes en un 20%, respecto al comportamiento 'real' que representa un el análisis de segundo orden.

De acuerdo a las Figuras 5.9, 5.10, 5.11, se observa que existe un margen de seguridad respecto a la carga última dada por reglamento para una desplazamiento de entrepiso menores a 1/100 de la altura. Un desplazamiento de 1/50 definiría la distorsión angular que proporciona la carga última dada por el reglamento, que se puede visualizar en las siguiente Figura.

Usando como factor la relación entre la carga obtenida para un análisis inelástico de segundo orden respecto a la carga última de reglamento se traza la curva de factor de seguridad variando la relación de esbeltez (Fig. 5.15)

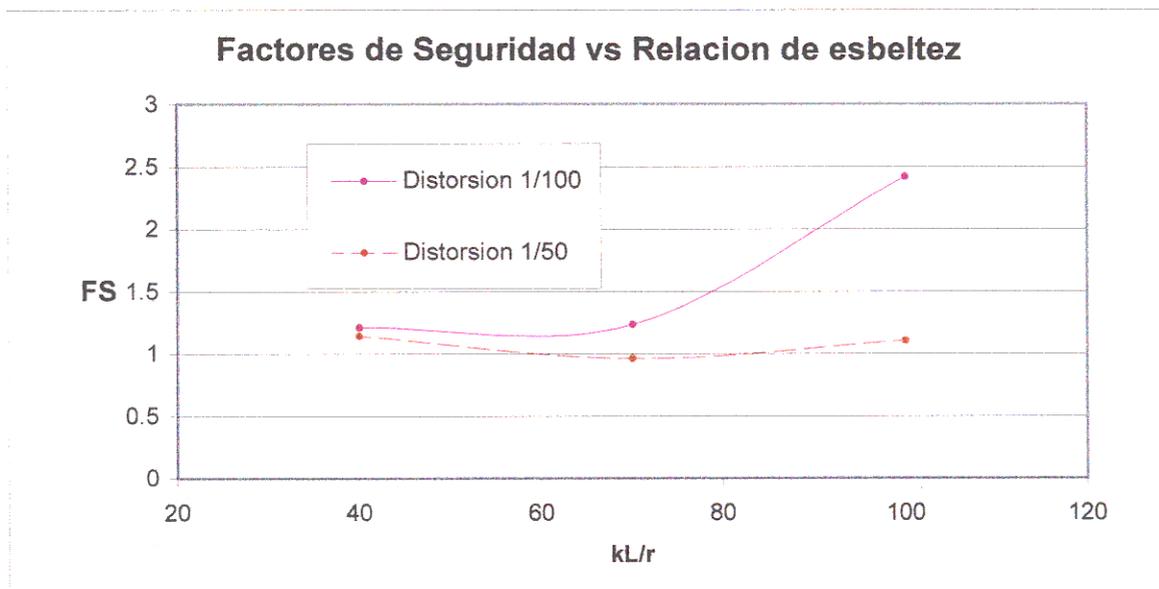


Fig. 5.15

## 5.8 Análisis respecto a la proporción de carga

En el análisis respecto a la estabilidad de la estructura, para un pórtico dado, a mayor carga axial en las barras (columnas, los efectos de segundo orden serán mayores). Para estudiar esta variable se realiza el análisis para el mismo patrón de desplazamientos dado (Fig. 5.4). Se analiza el P70 (o pórtico 70) para las cargas dadas en la Tabla 5.6.  $P_{cr}$  es la carga crítica de Euler y la carga de reglamento de acuerdo a la Fig. 3.8

Tabla 5.6. Cargas últimas verticales para el análisis con diferentes proporciones de carga

Carga ultima $P_u$ (en tn)	Relación respecto a la carga crítica ( $P_u/P_{cr}$ )	Relación respecto a la carga última de reglamento ( $P_u/P_n$ )
50	0.227	0.450
70	0.318	0.631
90	0.409	0.811

Los resultados están dados en la Fig. 5.16.

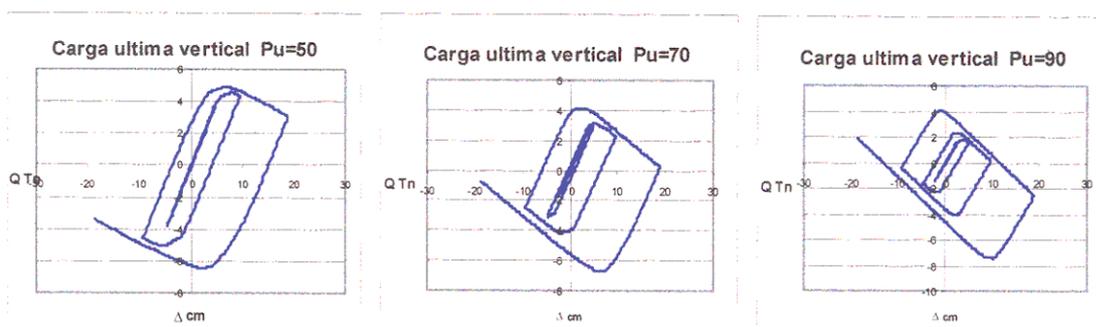
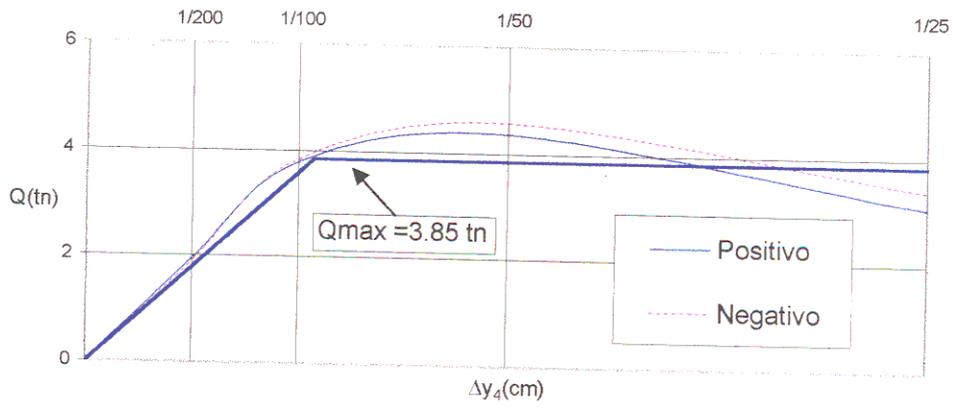


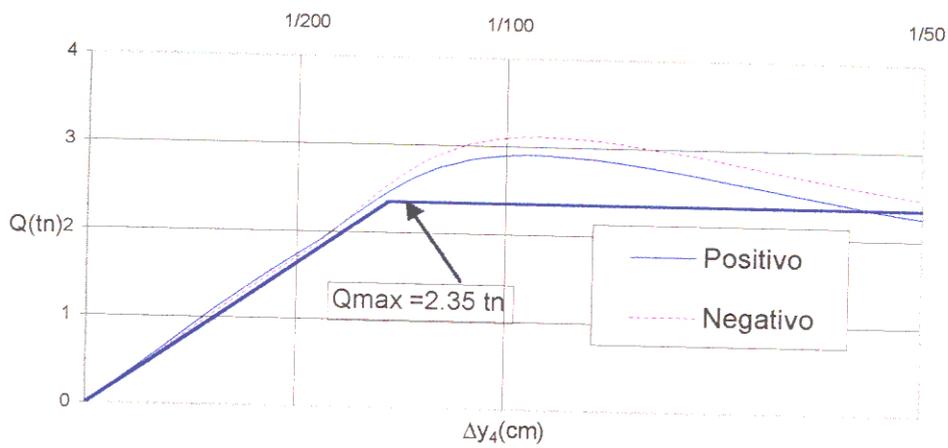
Fig. 5.16

Un resumen de la envolvente se grafica en al Fig. 5.17, comparados con el nivel de carga lateral dado por el reglamento

Envolvente para P= 50 tn



Envolvente para P=70 tn



Envolvente para P=90 tn

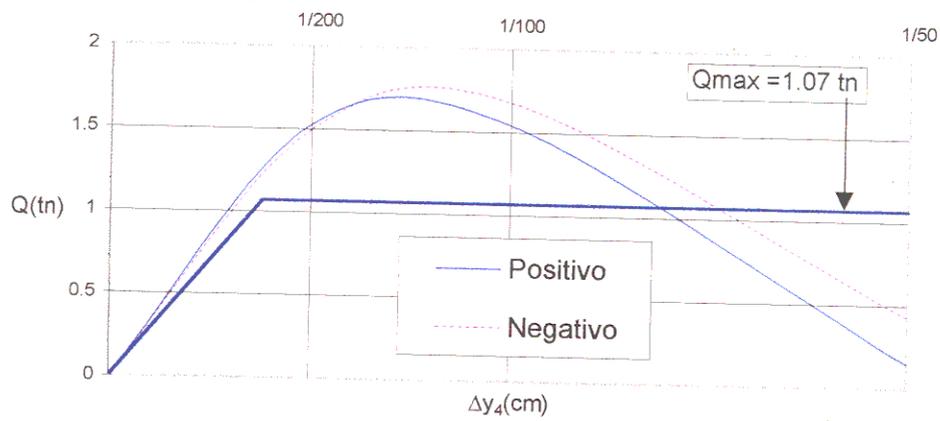


Fig. 5.17 Envlovente de la carga cíclica para diferentes cargas verticales

## 5.9 Seguridad respecto a la proporción de carga

Se vuelve a observar que para niveles de desplazamiento 1/50 el comportamiento real de la estructura arroja valores menores que el dado por reglamento. En la Fig. 5.18 y 5.19 se grafica un resumen de las cargas laterales entre el análisis inelástico de segundo orden y las cargas últimas calculadas según el reglamento para un nivel de desplazamiento 1/100 y 1/50.

Se deduce que el análisis de segundo orden arroja niveles de seguridad menores a lo calculado por reglamento, para distorsiones de 1/50.

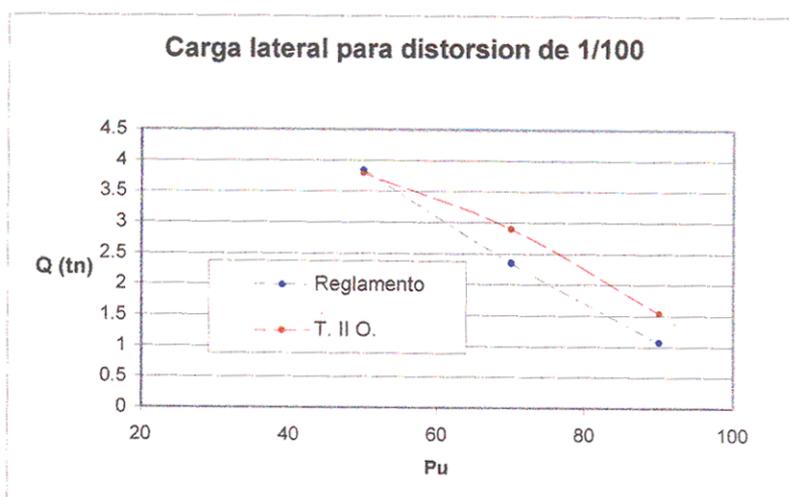


Fig. 5.18

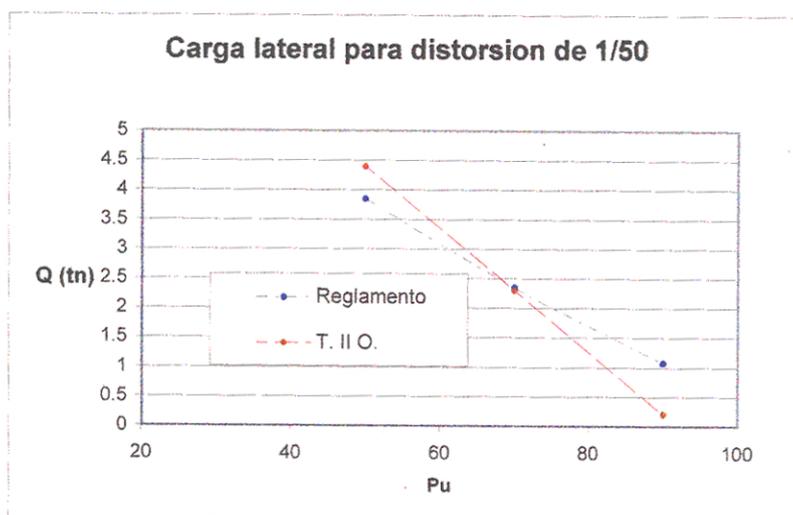


Fig. 5.19

En forma similar a la Figura 5.15, considerando como variable la proporción de carga, se traza el Factor de Seguridad para niveles de distorsión angular en la Figura 5.20. Como abcisa se usa la carga axial plástica ( $P_y=A.F_y$ ) Para un desplazamiento de entrepiso de 1/100 la altura de la columna, existe un margen de seguridad mayor a 1. La siguiente curva para una distorsión de 1/80, representa el nivel de desplazamiento, para el cual el margen de seguridad, respecto al dado por el reglamento aun es mayor que uno. En el caso de una distorsión de 1/50, el reglamento arroja cargas últimas menores que las cargas reales para una proporción de carga axial mayor a 0.5

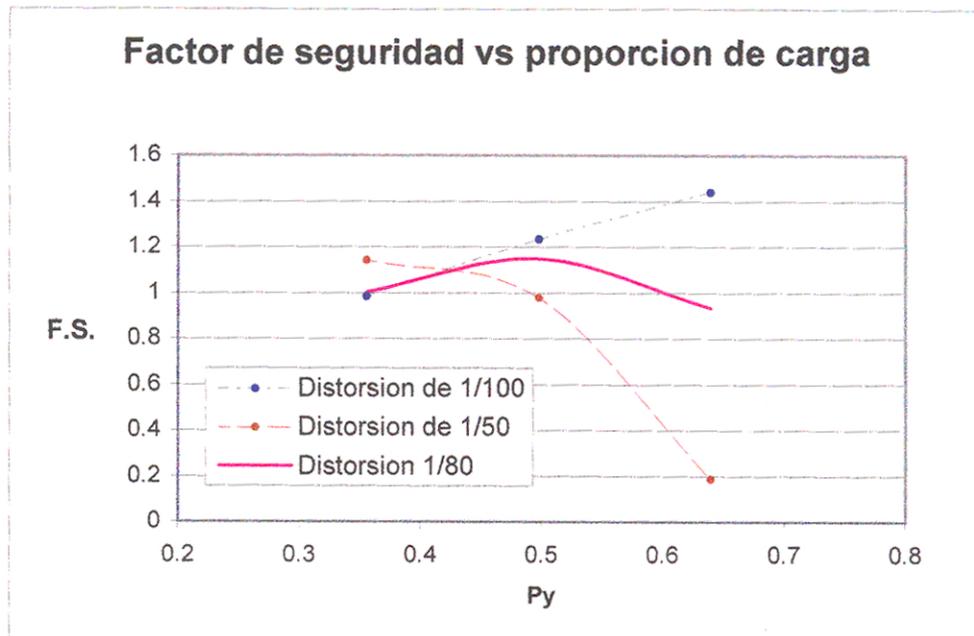


Fig. 5.20

## Capítulo 6

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- El problema de estabilidad se debe empezar a explicar como un problema de flexión, esto es, la poca capacidad a flexión de un barra conduce a grandes desplazamientos laterales, conduciendo un análisis convencional. A este fenómeno también se conoce como inestabilidad. (Análisis convencional entendido como análisis de segundo orden).
- En el análisis de segundo orden de barras, considerando un elemento por barra, la influencia del efecto P- $\delta$  en la matriz de rigidez es importante para el problema de bifurcación del equilibrio; en el casos de carga cíclica de pórticos, debido a la interacción con otros elementos y no linealidad del material, el efecto es despreciable, y basta considerar un actualización lagrangiana de desplazamientos.
- En el análisis numérico, cuando se evalúa las fuerzas desbalanceadas, se corrige contra la formulación de segundo orden completa, por ello se obtiene una convergencia más rápida respecto al comportamiento real de la viga-columna.
- El modelo considerando una relación bilineal en base a parámetros ingenieriles del material, predice resistencias mayores, respecto a la curva de resistencia del AISC-LRFD
- Un análisis inelastico de primer orden ante una historia de carga cíclica arroja niveles de carga última menores del orden del 20% respecto a un análisis de segundo orden.
- La envolvente de los ciclos de carga y descarga de una carga cíclica obtenidos mediante un análisis de segundo orden, corresponden a la carga monotónica, siempre y cuando consideren los efectos de endurecimiento por deformación.
- Una aproximación directa, (considerando una formulación de segundo orden) predice resistencias mayores a las propuestas por reglamento, hasta un desplazamiento menor a 1/50, variando la relación de esbeltez. En el caso de

la variación de la carga axial en barras, la aproximación directa predice hasta un valor de desplazamiento menor a  $1/80$ . Esta conclusión se obtiene para valores menores al 50% de la carga plástica.

- Se obtienen Curvas de factor de seguridad dadas en las Figuras 5.15 y 5.20 que muestran las cargas laterales de pórticos reales versus las cargas dadas por el reglamento.
- El procedimiento utilizado, esta en el marco del denominado Análisis Avanzado para el diseño de estructuras de acero; se cumplen las suposiciones indicadas en la Fig.3.10. Las adiciones que se hacen en el presente estudio son usar modelos que consideren el comportamiento cíclico y se indican en el sgte cuadro.

Análisis Avanzado	
-	Verifica la resistencia de la estructura
-	Modelo : Elementos elásticos – elementos multi-resorte MS
-	Análisis Incremental. Carga cíclica
-	Herramienta de análisis (Programa de cómputo)
-	Formulación de segundo orden
-	Calibración con el código existente

- Un procedimiento de diseño directo es transparente y permite al diseñador elegir el nivel de resistencia, para diversos niveles de sollicitación
- Los parametros del modelo de histéresis, para considerar el pandeo local se fijan aun de acuerdo a los datos de las barras, queda pendiente el estudio paramétrico de las secciones comerciales para evaluar la tercera pendiente 'k3' en el modelo de histéresis.
- La generalización del Análisis Avanzado, hoy esta limitada a barras planas. Se requiere extenderse este método de diseño a barras en tres dimensiones y calibrarse, usando un multiples curvas de interacción y así evitar una aproximación gruesa que proporciona una única curva que presenta el AISC-LRFD
- El procedimiento usado, aun no toma en cuenta la variabilidad de la carga.
- El análisis avanzado cambia totalmente la filosofía del diseño respecto a la estabilidad. La concepción actual del código de verificar el elemento, confunde el entendimiento de una aproximación directa, siendo necesario difundir esta concepción del diseño para el próximo milenio

## 7. REFERENCIAS

- [1] Galambos T., *History of Research and Practice of the Stability of Steel Structures in the Twentieth Century*. Proceeding of the 5<sup>th</sup> international colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures. T. Usami. Editor. 1997.
- [2] Challa, V. R., Hall, J. F. *Earthquake Collapse Analysis of Steel Frames*. Earthquake Eng. and Struct. Dyn., 23. 1994.
- [3] Chen W. F., Toma S. *Advanced Analysis of Steel Frames*. C.R.C. press 1994.
- [4] Bridge R.Q., Clarke M.J., Osterreder P., Pi Y. L., *Design by Advanced Analysis*. J. Of Const. Steel Research. 1-3 Vol. 46. Elsevier. 1998.
- [5] Vogel U. *New German Rules and research on Beam Columns*. Proceedings on the international colloquium Stability of Structures and Dynamic Loads. ASCE. 1977.
- [6] Chan S. L., Zhou Z.H. *Second Order and Advanced Analysis , the integrated approach from Theoty to Practice*. Proceeding of the 5<sup>th</sup> international colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures. T. Usami. Editor. 1997.
- [7] Chen W.F., Kim S.E. *LRFD Steel Design using Advanced Analysis*. CRC. 1997.
- [8] Ohi K., Takanashi K. & Meng L.. *Multispring joint model for inelastic Behavior of Steel Members with Local Buckling*. Bull. ERS No. 24. 1991.
- [9] Wakabayashi M. et al. *Elastic plastic behavior of full size steel frame*. Trans. Arch. Jpn., 198 (August) 7-17, 1972 a.
- [10] Bertero V. *Codification, design and application. General Report*. Proceedings of the Second International Conference. Stessa'97.1997.
- [11] Reglamento Nacional de Construcciones. Edicion CAPECO. Perú.1988.
- [12] AISC. *Load and Resistance Factor Design especification*, 2<sup>nd</sup> ed. Chicago. 1994.
- [13] Menzel A., *Análisis Estático No Lineal de Estructuras de Barras*. Lecture notes. SPG. FIC. UNI. 1992.

- [14] Thahair N.S., Papangelis J.P. *Structural Behavior and Limit States Design Codes*. Proceedings of the third Pacific Structure Steel Conference. JSCE. 1992.
- [15] Krawinkler H., Seneviratna G. D. P. K. *Pushover analysis for seismic performance evaluation*. Engrg. Struct. Vol 20 (4-6). Elsevier. 1998.
- [16] Bathe K. J. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall. 1996.
- [17] Sharataram E. et al. (1989) *Stability functions for three-dimensional beam-columns*. ASCE. 115 (2).1989.
- [18] Chan S.L., Zhou Z.H. *Second Order Analysis of frame using a single imperfect element per member*. J. Struct. Engrg. ASCE. 121(6). 1995.
- [19] Remennikov A.M, Warpole W.R. *Analytical prediction of seismic behavior for concentrically-braced Steel Systems*. Eng. and Struct. Dyn., 26. 1997
- [20] Livesley R. K. *Matrix Methods of Structural Analysis*. Pergamon International. 1975.
- [21] Yang Y. B., Mc Guire W. *Stiffness matrix for geometric nonlinear Analysis*. J. Struct. Engrg. ASCE. 112(4). 1986.
- [22] Grahan Powell. *DRAIN 2D. Users Guide*. Grahan Powell. E.E.R.C. Univ. of California. 1973.
- [24] Attalla M.R., Deierlien C.G. and McGuire W. *Spread of Plasticity' A Quasy Plastic Hinge Approach*. J. Struct. Engrg. ASCE. 120(8). 1994.
- [25] Lai S., Will G., Otani S. *Model for inelastic Biaxial of Bending of Concrete Members..* J. Struct. Engrg. ASCE. 110(11). 1984.
- [26] Fu Z., *A study on inelastic behavior of semi-rigid steel frames with braces under seismic loading*. Doctoral thesis. The University of tokyo. 1998.
- [27] Spacone E., Filippou F.C. and TaucerF.F. *Fibre beam-Column for non-linear Analysis of R/C frames. Part I. Formulation*. Earthquake Eng. and Struct. Dyn., 25. 1996
- [28] White R. W., Hajjar J. F. *Application of Second-Order Elastic Analysis in L.R.F.D.: Research to Practice..* Engineering Journal. Fourth Quarter. AISC.1991.
- [29] White R. W., Clarke M. J. *Design of beam columns in steel frames. I. Philosophies and Procedures*. J. Struct. Engrg. ASCE. 123(12). 1996.

- [30] Mazzonali F. M, Piluso V., *A new method to design steel frames failing in global mode including P- $\delta$  effects*. Proc. Int. Workshop. Behavior of steel structures in seismic areas. F. M. Mazzolani and V. Gioncu. Eds. 1994.
- [31] Yura J.A. *The effective length of column in unbraced frames*. Engineering Journal. Fourth Quarter. AISC. 1991.
- [32] Aristizabal Ochoa. *k-factor for columns in any type of construction: non paradoxical approach*. J. Struct. Engrg. ASCE. 120(4). 1994a
- [33] Guzman R., Zapata L., *Practical applications of second order analysis*. IX Congress of Civil Engineer. Peru 1997. (in Spanish)
- [34] IAEE. *Regulations for Seismic Design a World List - 1996*. International Association for Earthquake Engineering. June 1996.
- [35] AIJ. *Standard for limit state design of steel structures*. Draft. Architectural Institute of Japan. 1990. (English version, oct. 1992)
- [36] Timoshenko S. P. And Gere J.M. *Theory of Elastic Stability*. 2nd. Ed. Mc Graw Hill. 1961.
- [37] Bazant P.Z., Cedolin L. *Stability of Structures. Elastic, Inelastica Fracture and Damage Theories*. Oxford University Press. 1991
- [38] Fukumoto Y., Lee G. (Eds) *Stability and Ductility of Steel Structures under cyclic loading*. Proc. US –Japan joint seminar. Osaka. Japan. CRC 1991.
- [39] Galambos T. V. *Guide to Stability Design criteria for Metal Structures*. 5<sup>th</sup> Ed. John Wiley & Sons. 1998.
- [40] Bolotin V. V. *The Dynamic Stability of Elastic Systems*. Holden-Day Inc., San francisco Calif., 1964.
- [41] K. D. Hjelmstad, E.B. Williamson. *Dynamic Stability of Structural systems subjected to base excitation*. Engrg. Struct. Vol 20 (4-6). 1998. Elsevier
- [42] D. J. Bernal. *Instability of Buildings Subjected to Earthquakes*. Struc. Engrg. ASCE. 116(6) 1992.
- [43] G. MacRae. *P- $\Delta$  effects on single degree of freedom structures in earthquakes*. Earthquake Spectra. Vol 10, (3). EERI. 1994.
- [44] Geshwindner L.F., Disque O.R., Bjorhovde R. *Load and Resistance Factor Design of Steel Structures*. Prentice hall. 1994.
- [45] Wakabayashi M, Martinez E. *Diseño de estructuras Sismo resistentes*. Mc Grawn Hill. 1990.

- [46] Ohi K., Takanashi K., Chen Y. *Intelligent Loading Tests on Steel Beam-columns under varying axial and lateral loads* . Bull. ERS 25 (1992).
- [47] Yamazaki S., Minami S. *Inelastic behavior of steel beam-columns subjected to varying axial force and cyclic bending moment*. Proceeding of the 5<sup>th</sup> international colloquim on Stability and Ductility of Steel Structures. T. Usami. Editor. 1997.
- [48] Wald F. Jaspert, J. P. *Stiffness Design of columns Bases*. J. of Const. Steel Reseach. 1-3 Vol. 46. Elsevier. 1998.
- [49] Cook. R. D. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. 2<sup>nd</sup> Edition. Wiley, N.Y., 1981.
- [50] JULIET. *Program manual*. Ohi Ken.The University of Tokyo. I.I.S. press 1992 (in japanese)
- [51] Wilson, E. L. *Geometric Stiffness and P-Delta effects*. [www.csiberkeley.com/tech\\_info/geostiff.htm](http://www.csiberkeley.com/tech_info/geostiff.htm). 1998.

## A. APENDICE

### Descripción del modelo de histéresis en el spring del elemento MS

Seguendo la Fig. A.1, se puede asignar diversas curvas esqueléticas a los spring o resorte (a). Para tracción se puede asignar un comportamiento tri-lineal como un espécimen de material acero y para la compresión se puede asumir una pendiente negativa para considerar el pandeo local.

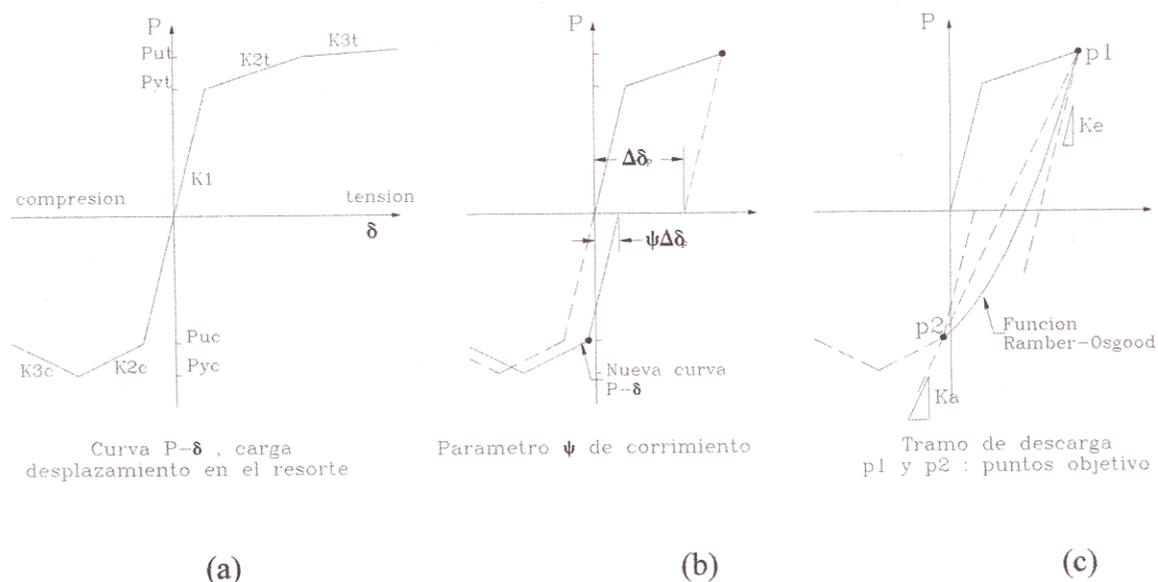


Fig. A.1 Parámetros del resorte en el elemento MS

Los llamando Puntos objetivo, sirven para determinar las curva de forma para el ciclo de descarga y el parámetro  $\psi$  es un factor del desplazamiento plástico  $\delta_p$  producido, que servirá para que la curva esquelética opuesta se mueva en la dirección de carga y modelar así los efectos de endurecimiento por deformación y Bauschinger. Un valor igual a cero no considerara efectos de endurecimiento o degradación y un valor igual a 1 no considerara los efectos de ablandamiento de Bauschinger. El comportamiento inelástico del acero cae entre estos dos valores, para el estudio, se utilizó un valor igual a 0.5.

De la figura (c), el tramo de descarga es parte de la función Ramberg Osgood,  $\delta=RO(P)$  donde el punto objetivo  $p1=(\delta_u, P_u)$  al inicio del tramo de descarga es reemplazado por el punto objetivo  $p2=(\delta_T, P_T)$  en el tramo de descarga. La pendiente inicial de descarga será  $Ke$  (rigidez inicial elástica). La rigidez tangente de la curva ( $K^*$ ) esta dada por la ec {A.1}

$$K^* = \frac{KeKa}{Ka + r(Ke - Ka) \left( \frac{P - Pu}{P_T - Pu} \right)^{r-1}} \quad \{A.1\}$$

$r$  : parámetro de la función Ramberg Osgood y  $Ka$  esta dada por la pendiente entre  $p2$  y  $p1$ . Se determina calibrando con el ensayo experimental. En este estudio se adopto un valor igual a 8.

La rigidez al corte y a la torsión (referidas en la sección 3.2 se calculan siguiendo las hipótesis de resistencia de materiales)