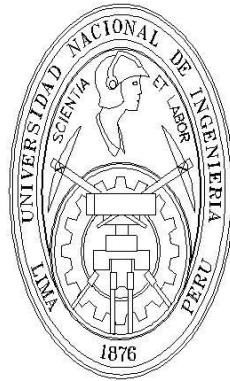


UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA



**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN
SISTEMA DE CONTROL POR MODO
DESLIZANTE USANDO DSP APLICADO A
UN PROTOTIPO DE GRÚA PUENTE**

TESIS

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO MECATRÓNICO

PRESENTADO POR:

Patricio D. San Martín Castillo

LIMA - PERU

2005

Tabla de Contenido

| | |
|--|----|
| PRÓLOGO | 1 |
| Lista de Figuras | 2 |
| Lista de Tablas | 5 |
| Capítulo 1. | |
| Introducción | 6 |
| 1.1. Perspectiva Histórica | 8 |
| 1.2. Formulación del Problema | 9 |
| 1.3. Objetivos Generales | 9 |
| Capítulo 2. | |
| Modelamiento de la Planta | 11 |
| 2.1. Descripción del Sistema | 11 |
| 2.2. Ecuaciones de Lagrange | 13 |
| 2.3. Modelo del Subsistema Cabezal-Péndulo | 15 |
| 2.4. Modelo del Subsistema Motor-Polea | 18 |
| 2.5. Modelo del Sistema Grúa-Puente | 20 |
| 2.6. Respuesta del Sistema Grúa-Puente en Lazo Abierto | 21 |
| Capítulo 3. | |
| Control por Modo Deslizante | 24 |
| 3.1. Ecuaciones Diferenciales Discontinuas | 25 |
| 3.2. Control Fundamental por Modo Deslizante | 28 |
| 3.3. Control Equivalente | 31 |
| 3.4. Condiciones de Existencia | 34 |
| 3.5. Controlador por Modo Deslizante | 37 |
| 3.6. Implementación de la Ley de Control | 41 |
| 3.7. Supresión del Chattering | 47 |
| 3.8. Modo Deslizante en Tiempo Discreto | 48 |
| Capítulo 4. | |
| Implementación en Tiempo Real | 52 |
| 4.1. El Prototipo | 52 |
| 4.2. El Actuador | 55 |
| 4.2.1. Generador de PWM | 55 |

| | | |
|---------------------------------------|---|-----|
| 4.2.2. | Optoacopladores | 56 |
| 4.2.3. | Amplificador de Potencia | 56 |
| 4.2.4. | Motor-Reductor DC | 58 |
| 4.3. | Los Sensores | 60 |
| 4.3.1. | Encoder Óptico Incremental | 60 |
| 4.3.2. | Detector de Cuadratura | 63 |
| 4.3.3. | Sensor de la Varilla | 64 |
| 4.3.4. | Sensor del Cabezal | 64 |
| 4.4. | Tarjeta de Control DSP TMS320F240 | 65 |
| 4.4.1. | Relojes de Propósito-General | 66 |
| 4.4.2. | Unidad de Generación de PWM | 66 |
| 4.4.3. | Circuito Cuadratura Encoder Pulso | 67 |
| 4.5. | Software de Control | 68 |
| | | |
| Capítulo 5. | | |
| Simulaciones | | 70 |
| 5.1. | Ley de Control Original | 70 |
| 5.1.1. | Simulación 1 | 70 |
| 5.1.2. | Simulación 2 | 73 |
| 5.2. | Ley de Control Modificada | 76 |
| 5.2.1. | Simulación 3 | 77 |
| 5.2.2. | Simulación 4 | 80 |
| | | |
| Capítulo 6. | | |
| Resultados Experimentales | | 83 |
| 6.1. | Experimento 1 | 83 |
| 6.2. | Experimento 2 | 85 |
| 6.3. | Experimento 3 | 87 |
| | | |
| Conclusiones y Recomendaciones | | 90 |
| | | |
| Apéndice A. | | |
| Identificación de Parámetros | | 93 |
| A.1. | Identificación del Motor-Reductor DC | 93 |
| A.2. | Cálculo de la Zona Muerta del Motor-Polea | 96 |
| A.3. | Cálculo de la Constante de Fricción del Cabezal | 98 |
| | | |
| Apéndice B. | | |
| Programas en MATLAB | | 101 |
| B.1. | Programa - Ley de Control Original | 101 |
| B.2. | Programa - Ley de Control Modificada | 104 |
| B.3. | Programa - Modelo del PGP | 108 |
| | | |
| Apéndice C. | | |
| Programas en C | | 110 |
| C.1. | Programa - Identificación de Parámetros | 110 |

| | |
|--|-----|
| C.2. Programa - Zona Muerta | 111 |
| C.3. Programa - Algoritmo de Control | 114 |
| C.4. Cabecera - Algoritmo de Control | 117 |

Apéndice D.

| | |
|---|-----|
| Programas en ASSEMBLER | 119 |
| D.1. Configuración DSP - Parámetros | 119 |
| D.2. Configuración DSP - Zona Muerta | 122 |
| D.3. Configuración DSP - Algoritmo de Control | 125 |

Bibliografía.

PRÓLOGO

La presente tesis desarrolla el diseño e implementación de un sistema de control por modo deslizante para el sistema Grúa-Puente. Para este estudio, se ha organizado el trabajo en seis capítulos que serán expuestos de la siguiente forma:

En el **capítulo 1**, se realiza una introducción a esta tesis, se muestra una respectiva histórica de los Sistemas de Control por Modo Deslizante. Se formula el problema para el sistema Grúa-Puente y las consideraciones en su implementación. También se muestran los objetivos de esta tesis.

En el **capítulo 2**, se describe el modelo del sistema Grúa-Puente, se plantean las ecuaciones dinámicas mediante el desarrollo de las *ecuaciones de Lagrange* en términos de la energía cinética, potencial y disipativa para obtener el modelo dinámico del subsistema cabezal-péndulo, se obtiene el modelo dinámico del subsistema motor-polea. Se obtiene el modelo dinámico del sistema grúa-puente y se simula la respuesta de la planta en lazo abierto; los parámetros utilizados en el motor-reductor DC (Direct Current) han sido previamente identificados.

En el **capítulo 3**, se formula el problema del diseño del controlador por modo deslizante para el sistema grúa-puente. Se utiliza la estructura de la dinámica del actuador y el segundo método de Lyapunov para establecer una superficie deslizante en la intersección de las superficies de conmutación de una manera directa se obtiene la ley de control; se prevee un método para suprimir el fenómeno *chattering* que son oscilaciones de amplitud y frecuencia finita que se presentan en el modo deslizante, este fenómeno representa un problema al implementar dicha ley de control.

En el **capítulo 4**, se presenta la descripción general de los equipos que se han utilizado en la implementación del sistema de control, entre ellos, el prototipo Grúa-Puente, el actuador, los sensores y la tarjeta de control DSP (*Digital Signal Processor*) modelo TMS320F240. También, se muestra el diagrama de flujo del algoritmo de control.

En el **capítulo 5**, se muestra las simulaciones en MATLAB del sistema controlado aplicando la ley de control original, y aplicando la ley de control con el método

de supresión de *chattering*. Las simulaciones han sido realizadas para referencias constantes.

En el **capítulo 6**, se muestra los resultados obtenidos de los experimentos realizados en pruebas de laboratorio usando una tarjeta de control DSP TMS320F240 de Texas Instruments.

Finalmente, se presentan las **Conclusiones y Recomendaciones** para investigaciones posteriores. El **apéndice A** contiene el procedimiento realizado para la identificación de parámetros del motor-reductor DC, la determinación de la zona muerta del motor-polea y la determinación de la fricción deslizante para el cabezal. El **apéndice B** contiene el listado de los programas en **MATLAB**. El **apéndice C** contiene el listado de los programas en **C**. El **apéndice D** contiene los programas en **ASSEMBLER** con las configuraciones de los registros para el manejo de los periféricos del DSP TMS320F240.

Quisiera expresar mi agradecimiento a mi asesor de tesis, el Ing. Ricardo Rodriguez Bustinza por sus enseñanzas y sugerencias en el desarrollo de este trabajo de tesis. Mi agradecimiento al Instituto de Investigación de la Facultad de Ingeniería Mecánica por su apoyo financiero para la construcción del prototipo dentro del proyecto de diseño e implementación de un sistema de control basado en Lógica Difusa.

Lista de Figuras

| | |
|---|----|
| 1.1. Terminal internacional de contenedores de Manila, Filipinas | 6 |
| 1.2. Grúa-puente | 7 |
| 2.1. Principales elementos de la grúa-puente | 11 |
| 2.2. Representación del sistema grúa-puente | 12 |
| 2.3. Representación del subsistema cabezal-péndulo | 15 |
| 2.4. Representación del subsistema motor-polea | 18 |
| 2.5. Diagrama de bloques del sistema grúa-puente en lazo abierto | 21 |
| 2.6. Respuesta del cabezal a una entrada escalón | 22 |
| 2.7. Respuesta de la varilla a una entrada escalón | 23 |
| 3.1. Construcción esquemática de Filippov | 27 |
| 3.2. Condición de deslizamiento | 28 |
| 3.3. Interpretación gráfica de las ecuaciones (3.10) y (3.12) con $(n = 2)$ | 30 |
| 3.4. Método de control equivalente para sistemas no-lineales | 33 |
| 3.5. El fenómeno <i>chattering</i> | 47 |
| 4.1. Implementación del hardware de control | 52 |
| 4.2. Prototipo grúa-puente | 53 |
| 4.3. Principales dimensiones del PGP | 53 |
| 4.4. Sistema de tracción del PGP | 54 |
| 4.5. Cabezal del PGP | 54 |
| 4.6. Componentes del actuador | 55 |
| 4.7. Circuito del optoacoplador 4N33 | 56 |
| 4.8. Esquema de operación del amplificador de potencia | 57 |
| 4.9. Amplificador de potencia - puente H | 57 |
| 4.10. Esquema del motor DC | 59 |
| 4.11. Motor-reductor DC GM9236C534-R2 | 59 |
| 4.12. Componentes de los sensores | 60 |

| | |
|---|----|
| 4.13. Módulo óptico y disco codificado | 61 |
| 4.14. Diagrama de tiempos del modulo óptico | 62 |
| 4.15. Circuito del detector de cuadratura LS7184 | 63 |
| 4.16. Diagrama de tiempos del LS7184 | 64 |
| 4.17. Tarjeta de control DSP - TMS320F240 | 65 |
| 4.18. Generación de salidas PWM con <i>deadband</i> | 67 |
| 4.19. Diagrama de tiempos del circuito QEP | 68 |
| 4.20. Diagrama de flujo del algoritmo de control | 69 |
| 5.1. Salidas posición del sistema controlado ($l_e = 0.80$ y $m_e = 2$) | 71 |
| 5.2. Salidas velocidad del sistema controlado ($l_e = 0.80$ y $m_e = 2$) | 72 |
| 5.3. Acción de control y superficie deslizante ($l_e = 0.80$ y $m_e = 2$) | 73 |
| 5.4. Salidas posición del sistema controlado ($l_e = 0.60$ y $m_e = 3$) | 74 |
| 5.5. Salidas velocidad del sistema controlado ($l_e = 0.60$ y $m_e = 3$) | 75 |
| 5.6. Acción de control y superficie deslizante ($l_e = 0.60$ y $m_e = 3$) | 76 |
| 5.7. Salidas posición del sistema controlado ($l_e = 0.8$ y $m_e = 2$) | 77 |
| 5.8. Salidas velocidad del sistema controlado ($l_e = 0.8$ y $m_e = 2$) | 78 |
| 5.9. Acción de control y superficie deslizante ($l_e = 0.8$ y $m_e = 2$) | 79 |
| 5.10. Salidas posición del sistema controlado ($l_e = 0.6$ y $m_e = 3$) | 80 |
| 5.11. Salidas velocidad del sistema controlado ($l_e = 0.6$ y $m_e = 3$) | 81 |
| 5.12. Acción de control y superficie deslizante ($l_e = 0.6$ y $m_e = 3$) | 82 |
| 6.1. Posiciones del sistema controlado - experimento 1 | 84 |
| 6.2. Acción de control y superficie deslizante - experimento 1 | 85 |
| 6.3. Posiciones del sistema controlado - experimento 2 | 86 |
| 6.4. Acción de control y superficie deslizante - experimento 2 | 87 |
| 6.5. Posiciones del sistema controlado - experimento 3 | 88 |
| 6.6. Acción de control y superficie deslizante - experimento 3 | 89 |
| A.1. Curva de velocidad del motor-reductor DC | 94 |
| A.2. Modelo de la zona muerta | 97 |
| A.3. Zona muerta del motor-polea | 97 |
| A.4. Modelo de la fricción de Coulomb | 99 |

Lista de Tablas

| | |
|--|----|
| 2.1. Variables del sistema grúa-puente | 12 |
| 2.2. Parámetros del subsistema cabezal-péndulo | 13 |
| 2.3. Parámetros del subsistema motor-polea | 13 |
| 2.4. Valores de los parámetros del sistema grúa-puente | 22 |
| 4.1. Modos de operación del puente H | 58 |
| 4.2. Parámetros del módulo óptico | 62 |
| A.1. Resultados de ensayos en el laboratorio | 94 |
| A.2. Coeficientes de fricción μ | 99 |

Capítulo 1

Introducción

Las grúas-puente son herramientas utilizadas ampliamente en la industria portuaria en el comercio de contenedores (ver figura 1.1). Este comercio está creciendo, así como la capacidad de los barcos que transportan estos contenedores. Por tal motivo, la interacción entre el barco y el muelle se convierte en el más importante aspecto a mejorar en la productividad del puerto.



Figura 1.1: Terminal internacional de contenedores de Manila, Filipinas

Las grúas-puente tienen la misión de transferir los contenedores del barco al muelle y viceversa, tan rápido como sea posible. Debido a su gran tamaño, realizar una operación manual se hace muy difícil (ver figura 1.2). La eficiencia de la grúa-puente es medida por la relación del número de contenedores transportados por hora. Esta relación está limitada por varios factores, sin embargo, se estima que en el posicionamiento, la alineación y la oscilación del contenedor, se consume hasta un 50 % del tiempo total necesario para la realizar la transferencia del contenedor¹.

¹Estudio realizado por *Patricks Stevedores Holdings Pty Ltd.* en el puerto de Botany de Melbourne, Australia 2002.

En consecuencia, actualmente se desarrollan sistemas de control automáticos para mejorar el desempeño de estas grúas.

En la formulación de cualquier problema de control existirán discrepancias entre la planta y el modelo matemático desarrollado para el diseño del controlador. Esta diferencia es debida a dinámicas no modeladas, variación en los parámetros del sistema o aproximaciones de un fenómeno complejo mediante un modelo. Uno debe asegurar que el controlador resultante debe tener la habilidad de tener el desempeño deseado en la práctica a pesar de las diferencias entre la planta y el modelo.



Figura 1.2: Grúa-puente

Los sistemas de control de estructura variable (VSCS²) se caracterizan por un conjunto de leyes de control de retroalimentación y una regla de decisión. La regla de decisión, tiene como entrada una medida del sistema actual y produce una salida particular de realimentación para ese instante de tiempo. El resultado es un sistema de estructura variable, el cual puede considerarse como una combinación de subsistemas en donde cada subsistema tiene una estructura de control fija y es válida para regiones específicas del comportamiento del sistema.

² *Variable Structure Control System*

El control por modo deslizante es un tipo particular de control de estructura variable, donde el sistema de control es diseñado para dirigir y luego restringir los estados del sistema a permanecer dentro de una vecindad de la superficie de conmutación, llamada también superficie de deslizamiento.

El presente trabajo de tesis se enfocará en el diseño e implementación de un sistema de control por modo deslizante para el sistema grúa-puente, pues este método de control es un candidato natural para resolver el problema de control propuesto.

1.1. Perspectiva Histórica

El estudio de los sistemas de control de estructura variable tuvo su origen en Rusia, con el trabajo de Emelyanov y Barbashin en los 1960s. Las ideas no aparecían fuera de Rusia hasta mediados de los 1970s cuando el libro de Itkis y el trabajo desarrollado por V. Utkin aparecieron publicados en inglés [2]. Desde ese momento se han utilizado los conceptos de sistemas de control de estructura variable cuyo origen fue el control basado en relés. Este control por conmutación puede trabajar a altas frecuencias y es adecuado para el control de plantas no lineales, siendo su desempeño altamente robusto.

El término "Control por Modo Deslizante" inicialmente apareció dentro del contexto de los sistemas de estructura variable. Pronto este se convirtió en el principal modo de operación para esta clase de sistemas de control. Prácticamente todos los métodos para sistemas de estructura variable estaban basados en la introducción deliberada de modos deslizantes los cuales tienen, y siguen teniendo un rol excepcional tanto en el desarrollo teórico como en las aplicaciones prácticas.

Debido a su propiedad de reducir el orden del sistema y a su poca sensibilidad a perturbaciones y a cambios en los parámetros del sistema [17], el control modo deslizante es una eficiente herramienta para controlar sistemas con dinámicas de alto orden bajo condiciones de incertidumbre, los cuales son comunes en muchos procesos modernos.

El desarrollo de la teoría del control modo deslizante ha mostrado un verdadero potencial de las tendencias originales de investigación. Algunos métodos

se han vuelto convencionales para el diseño de sistemas retroalimentados en donde han probado ser prometedores; nuevas direcciones de investigación han sido iniciadas debido a la aparición de nuevas clases de problemas de control, nuevos métodos matemáticos y nuevos principios de control [2].

1.2. Formulación del Problema

El enunciado del problema es: "dado el sistema grúa-puente, se desea diseñar un sistema de control por modo deslizante el cual deberá controlar simultáneamente la posición del cabezal para una referencia arbitraria y compensar las oscilaciones en la varilla sólo considerando al sistema en dos dimensiones, en donde la varilla oscila en el mismo plano en que se mueve el cabezal, con un mínimo sobreimpulso, un mínimo tiempo de establecimiento y un error en estado estable nulo".

El sistema grúa-puente está conformado por un cabezal que se traslada horizontalmente a lo largo de un riel, en este cabezal se encuentra una varilla con un extremo articulado en el centro de gravedad (C.G.) del cabezal y con el otro extremo acoplado a una carga. Este cabezal desarrolla su movimiento de traslación por la acción de dos poleas y una cadena. Una de las poleas está acoplada al eje de un motor-reductor DC. Este último gobierna el movimiento del cabezal.

La implementación del proceso consigna el uso de la tarjeta de control DSP modelo TMS320F240, que se encarga de manejar los datos de las entradas digitales de los sensores y la salida modulada por ancho de pulso (PWM³), requerida para poder mover al motor-reductor DC.

1.3. Objetivos Generales

El propósito de esta tesis es desarrollar un sistema de control por modo deslizante que resuelva el problema de control propuesto. Los objetivos generales de esta tesis son:

- Diseñar una ley de control por modo deslizante que resuelva el problema de control propuesto.

³*Pulse Width Modulation*

- Obtener como respuesta del sistema controlado, un tiempo de establecimiento pequeño con mínimo sobreimpulso y un error en estado estable cero.
- Probar la sensibilidad de la ley de control por modo deslizante diseñada frente a perturbaciones externas y a modificaciones de la longitud de la varilla y peso de la carga.
- Implementar la ley de control por modo deslizante en un prototipo del sistema grúa-puente, utilizando la tarjeta de control DSP TMS320F240.

Capítulo 2

Modelamiento de la Planta

Para aplicar la técnica de control por modo deslizante, es necesario presentar la dinámica del sistema grúa-puente, usando las ecuación dinámica de Lagrange nos va a proporcionar la exactitud necesaria del modelo [5].

2.1. Descripción del Sistema

Los principales elementos de la grúa-puente son: un puente o riel, un cabezal que se mueve horizontalmente a lo largo de este puente, cables que descienden del cabezal hasta el contenedor y el contenedor mismo, tal como lo muestra la figura 2.1.

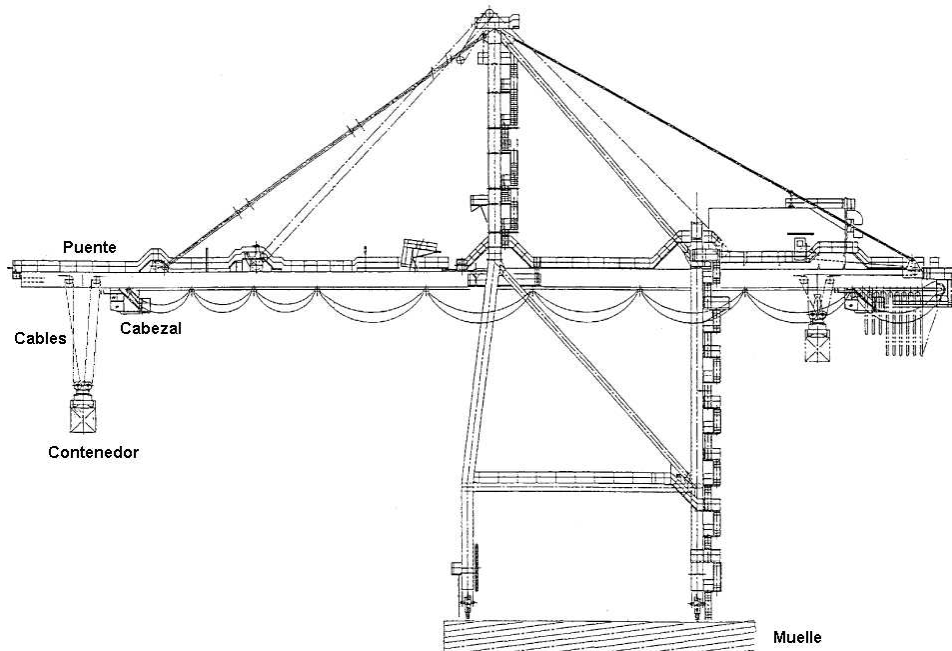


Figura 2.1: Principales elementos de la grúa-puente

El sistema grúa-puente es en representación del proceso de la grúa-puente real. Este sistema consta principalmente de un cabezal que se mueve horizontalmente accionado por un motor DC, acoplado al cabezal se encuentra una varilla con una carga en su extremo final, tal como lo muestra la figura 2.2.

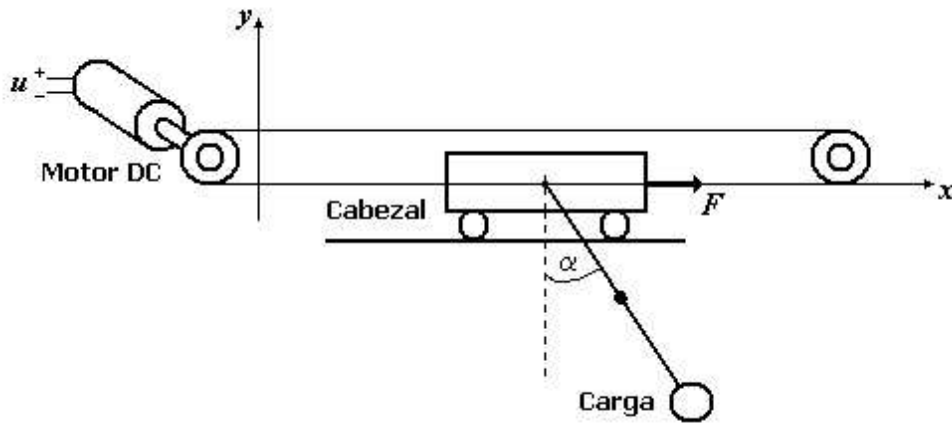


Figura 2.2: Representación del sistema grúa-puente

El sistema grúa-puente es un sistema no lineal multivariable, con dos variables de salida (x, α) y una variable de entrada u , (ver tabla 2.1). El sistema también es subactuado, pues tiene mayor cantidad de grados de libertad que señales de control [3],[15]. Además, se considera al sistema en dos dimensiones, es decir, que las oscilaciones del péndulo, debido a la aceleración y desaceleración del cabezal, ocurren en el mismo plano en el que el cabezal se desplaza.

| Variable | Descripción | Unidad |
|----------|------------------------------|--------|
| x | Posición del Cabezal | m |
| α | Posición Angular del Péndulo | $rad.$ |
| u | Señal de Control | V |

Tabla 2.1: Variables del sistema grúa-puente

El sistema grúa-puente está compuesto por dos subsistemas; un subsistema cabezal-péndulo y un subsistema motor-polea. Los parámetros involucrados en el modelamiento de ambos subsistemas se encuentran detallados en las tablas 2.2 y 2.3.

| Variable | Descripción | Unidad |
|----------|--|-------------|
| m_c | Masa del cabezal | Kg |
| m_e | Masa de la carga | Kg |
| m_v | Masa del péndulo | Kg |
| l_e | Distancia del punto P al C.G de la carga | m |
| l_v | Distancia del punto P al C.G del péndulo | m |
| F_f | Coefficiente de fricción del cabezal | $N/m/s$ |
| C_v | Coefficiente de fricción Viscosa de la varilla | $N.m/rad/s$ |
| g | Gravedad | m/s^2 |

Tabla 2.2: Parámetros del subsistema cabezal-péndulo

| Variable | Descripción | Unidad |
|----------|---|-------------|
| K_m | Constante de torque del motor | $N.m/A$ |
| K_b | Constante de fuerza contraelectromotriz | $V/rad/s$ |
| K_a | Constante de ganancia del amplificador | -- |
| i_a | Corriente de armadura | A |
| R_a | Resistencia de armadura | Ω |
| J_m | Momento de inercia del motor | $Kg.m^2$ |
| B_m | Constante de fricción viscosa del motor | $N.m/rad/s$ |
| J_n | Momento de inercia de la reducción | $Kg.m^2$ |
| B_n | Constante de fricción viscosa de la reducción | $N.m/rad/s$ |
| r_p | Radio de la polea | m |
| J_p | Momento de inercia de la polea | $Kg.m^2$ |
| B_p | Constante de fricción viscosa de la polea | $N.m/rad/s$ |
| n | Relación de reducción | -- |

Tabla 2.3: Parámetros del subsistema motor-polea

En las siguientes secciones se obtendrán las ecuaciones de ambos subsistemas para formar las ecuaciones dinámicas del sistema Grúa-Puente a partir del desarrollo de las *ecuaciones de Lagrange*.

2.2. Ecuaciones de Lagrange

Las ecuaciones diferenciales que modelan los procesos mecánicos complejos pueden ser obtenidos usando las *Ecuaciones de Lagrange*, las cuales están derivadas de la segunda ley del movimiento de Newton. El método de las ecuaciones de La-

grange trabaja con cantidades escalares (energías potencial, cinética y disipada) en vez de vectores (fuerza o torques) lo que minimiza la necesidad de diagramas vectoriales complejos.

Antes de utilizar el método de la ecuaciones de Lagrange, se requiere primero la representación del proceso mediante un conjunto de coordenadas generales $q_i (i = 1, 2, \dots, r)$, para cada uno de las grados de libertad independientes del proceso. Luego, se deben formular las ecuaciones de energía cinética V , potencial U y disipada D en términos de estas coordenadas generales y sus derivadas para obtener el Lagrangiano del proceso, que tiene la forma:

$$L = V(q_1, \dots, q_r, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_r) - U(q_1, \dots, q_r, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_r) \quad (2.1)$$

Por otro lado, de acuerdo con el *Principio de Hamilton* acerca de la menor acción para sistemas conservativos, donde la integral I definida por:

$$I = \int_{t_1}^{t_2} L(q_1, \dots, q_r, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_r) \quad (2.2)$$

es un tramo de la trayectoria de movimiento del sistema desde un tiempo t_1 a un tiempo t_2 . Además, la variación de I es igual al trabajo hecho por todas las fuerzas externas.

Basados en el principio de Hamilton, las ecuaciones que gobiernan el movimiento para procesos dinámicos pueden ser obtenidas de las ecuaciones de Lagrange [5].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (2.3)$$

donde Q_i las fuerzas o torques generalizados que son externos al proceso o que no son obtenibles a partir de una función potencial escalar.

2.3. Modelo del Subsistema Cabezal-Péndulo

Para obtener las ecuaciones que representan la dinámica del subsistema cabezal-péndulo, primero debemos obtener en términos de las coordenadas generales (x, α) las ecuaciones de energía del subsistema, y después aplicar las ecuaciones de Lagrange.

El subsistema cabezal-péndulo está representado en la figura 2.3, donde el carro tiene un movimiento horizontal y el péndulo gira libremente alrededor del C.G. del cabezal.

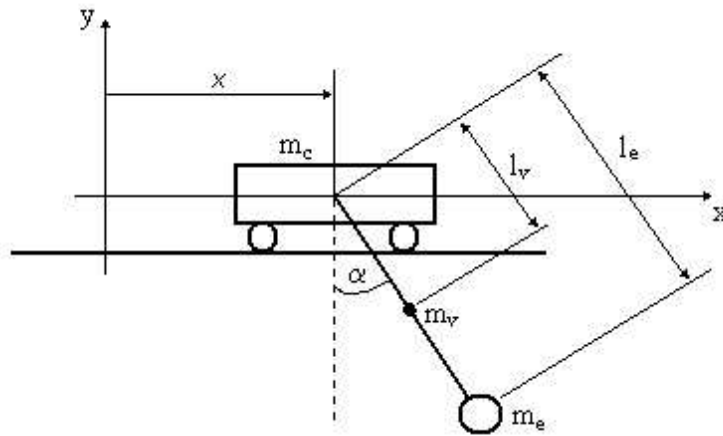


Figura 2.3: Representación del subsistema cabezal-péndulo

La ecuación de energía cinética del subsistema está dada por:

$$T = \frac{1}{2}m_c\dot{r}_c^2 + \frac{1}{2}m_v\dot{r}_v^2 + \frac{1}{2}m_e\dot{r}_e^2 \quad (2.4)$$

El desarrollo de la ecuación (2.4) se explica con la ayuda de la figura 2.3 donde se obtienen las coordenadas (x, y) de los elementos del subsistema:

$$\bar{r}_c = [x, 0]^T \quad (2.5)$$

$$\bar{r}_v = [x + l_v \sin \alpha, -l_v \cos \alpha]^T \quad (2.6)$$

$$\bar{r}_e = [x + l_e \sin \alpha, -l_e \cos \alpha]^T \quad (2.7)$$

derivando las ecuaciones (2.5), (2.6) y (2.7),

$$\dot{r}_c = [\dot{x}, 0]^T \quad (2.8)$$

$$\dot{r}_v = [\dot{x} + l_v \dot{\alpha} \cos \alpha, l_v \dot{\alpha} \sin \alpha]^T \quad (2.9)$$

$$\dot{r}_e = [\dot{x} + l_e \dot{\alpha} \cos \alpha, l_e \dot{\alpha} \sin \alpha]^T \quad (2.10)$$

elevando al cuadrado, obtenemos:

$$\dot{r}_c^2 = \dot{x}^2 \quad (2.11)$$

$$\dot{r}_v^2 = \dot{x}^2 + 2l_v \dot{x} \dot{\alpha} \cos \alpha + l_v^2 \dot{\alpha}^2 \quad (2.12)$$

$$\dot{r}_e^2 = \dot{x}^2 + 2l_e \dot{x} \dot{\alpha} \cos \alpha + l_e^2 \dot{\alpha}^2 \quad (2.13)$$

reemplazando las ecuaciones (2.11), (2.12) y (2.13) en (2.4), tenemos la energía cinética del subsistema:

$$T = \frac{1}{2}(m_c + m_v + m_e)\dot{x}^2 + \cos \alpha(m_v l_v + m_e l_e)\dot{x} \dot{\alpha} + \frac{1}{2}(m_v l_v^2 + m_e l_e^2)\dot{\alpha}^2 \quad (2.14)$$

La energía potencial y disipada del subsistema están dadas por:

$$U = -(m_v l_v + m_e l_e)g \cos \alpha \quad (2.15)$$

$$D = \frac{1}{2}F_f \dot{x}^2 + \frac{1}{2}C_v \dot{\alpha}^2 \quad (2.16)$$

Ahora, aplicaremos las ecuaciones de Lagrange que están formuladas en términos de las coordenadas generales (x, α) de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial x} = F \quad (2.17)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha} + \frac{\partial U}{\partial \alpha} + \frac{\partial D}{\partial \alpha} = 0 \quad (2.18)$$

desarrollando las derivadas parciales de la ecuación (2.17):

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = (m_c + m_v + m_e)\dot{x} + (m_e l_e + m_v l_v) \cos(\alpha) \dot{\alpha}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = (m_c + m_v + m_e)\ddot{x} + (m_e l_e + m_v l_v)(\cos(\alpha)\ddot{\alpha} - \sin(\alpha)\dot{\alpha}^2) \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = F_f \dot{x} \quad (2.22)$$

desarrollando las derivadas parciales de la ecuación (2.18):

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = (m_e l_e + m_v l_v) \cos(\alpha) \dot{x} + (m_e l_e^2 + m_v l_v^2) \dot{\alpha}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \right) = (m_e l_e + m_v l_v)(\ddot{x} \cos(\alpha) - \dot{x} \sin(\alpha) \dot{\alpha}) + (m_e l_e^2 + m_v l_v^2) \ddot{\alpha} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \alpha} = -(m_e l_e + m_v l_v) \dot{x} \sin(\alpha) \dot{\alpha} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \alpha} = (m_e l_e + m_v l_v) g \sin(\alpha) \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}} = C_v \dot{\alpha} \quad (2.26)$$

de las ecuaciones (2.19) a (2.26) se obtiene las siguientes ecuaciones que describen la dinámica del subsistema cabezal-péndulo.

$$(m_c + m_v + m_e)\ddot{x} + (m_e l_e + m_v l_v)(\cos(\alpha)\ddot{\alpha} - \sin(\alpha)\dot{\alpha}^2) + F_f \dot{x} = F \quad (2.27)$$

$$(m_e l_e^2 + m_v l_v^2)\ddot{\alpha} + (m_e l_e + m_v l_v)(\cos(\alpha)\ddot{x} + g \sin(\alpha)) + C_v \dot{\alpha} = 0 \quad (2.28)$$

2.4. Modelo del Subsistema Motor-Polea

El subsistema motor-polea esta representado en la figura 2.4, consta de un motor-reductor DC acoplado a una polea. Utilizaremos el modelo de motor controlado por corriente de armadura i_a .

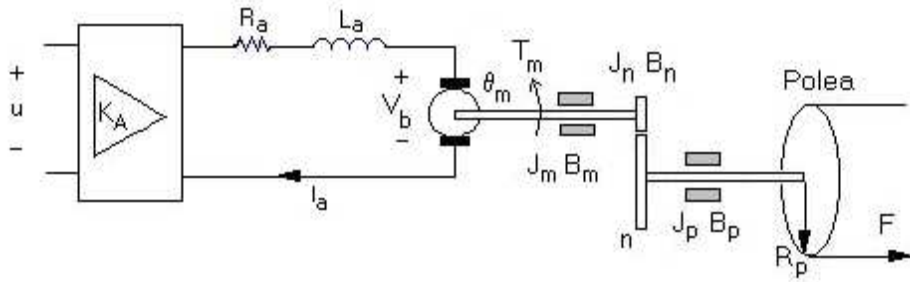


Figura 2.4: Representación del subsistema motor-polea

Despreciando la inductancia L_a , el voltaje de armadura $K_a u$ aplicado a la armadura está dado por:

$$R_a i_a + V_b = K_a u \quad (2.29)$$

donde voltaje de fuerza contra-electromotriz V_b es proporcional a la velocidad del motor, es decir:

$$V_b = K_b \dot{\theta}_m \quad (2.30)$$

el torque del motor-reductor DC está dado por:

$$T_m = J_{eq} \ddot{\theta}_m + B_{eq} \dot{\theta}_m + n r_p F \quad (2.31)$$

donde J_{eq} es el momento de inercia equivalente y B_{eq} es la constante de fricción equivalente, dados por:

$$J_{eq} = J_m + n^2 (J_n + J_p) \quad (2.32)$$

$$B_{eq} = B_m + n^2 (B_n + B_p) \quad (2.33)$$

donde η es la relación de reducción, además, J_m, J_n, J_p y B_m, B_n, B_p son los momentos de inercia y constantes de fricción del motor, reducción y de la polea, respectivamente.

También, el torque del motor-reductor DC es proporcional a la corriente de armadura i_a , es decir:

$$T_m = K_m i_a \quad (2.34)$$

reemplazando (2.31) en (2.34), obtenemos:

$$i_a = \frac{J_{eq}}{K_m} \ddot{\theta}_m + \frac{B_{eq}}{K_m} \dot{\theta}_m + \frac{nr_p}{K_m} F \quad (2.35)$$

reemplazando (2.35) en (2.29),

$$K_b \dot{\theta}_m + \frac{J_{eq} R_a}{K_m} \ddot{\theta}_m + \frac{B_{eq} R_a}{K_m} \dot{\theta}_m + \frac{nr_p R_a}{K_m} F = K_a u \quad (2.36)$$

además, el movimiento rotacional de la motor puede se transformado como el movimiento traslacional del cabezal de la siguiente manera:

$$\theta_m = \frac{x}{nr_p} \quad (2.37)$$

luego, utilizando la ecuación (2.37), despejamos F ,

$$F = \left(\frac{K_m K_a}{nr_p R_a} \right) u - \left(\frac{J_{eq}}{n^2 r_p^2} \right) \ddot{x} - \left(\frac{B_{eq}}{n^2 r_p^2} + \frac{K_m K_b}{n^2 r_p^2 R_a} \right) \dot{x} \quad (2.38)$$

la ecuación (2.38) describe la dinámica del subsistema motor-polea.

2.5. Modelo del Sistema Grúa-Puente

Para obtener el modelo del sistema grúa-puente, debemos ordenar las ecuaciones del subsistema cabezal-péndulo (2.27), (2.28) y la ecuación del subsistema motor-polea (2.38) para obtener dicho modelo.

Primero tomamos la ecuación (2.27) y la reemplazamos en la ecuación (2.38), obteniendo la siguiente ecuación:

$$m_{11}\ddot{x} + m_{12} \cos(\alpha)\ddot{\alpha} + p_{11}\dot{x} + p_{12} \sin(\alpha)\dot{\alpha}^2 = u$$

Luego, esta ecuación recién obtenida, se junta con la ecuación (2.28) y forman el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} m_{11}\ddot{x} + m_{12} \cos(\alpha)\ddot{\alpha} + p_{11}\dot{x} + p_{12} \sin(\alpha)\dot{\alpha}^2 &= u \\ m_{22}\ddot{\alpha} + m_{21} \cos(\alpha)\ddot{x} + p_{22}\dot{\alpha} + d_{21} \sin(\alpha) &= 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$

El sistema (2.39) representan el modelo dinámico del sistema grúa-puente. Estas pueden reordenarse para tomar la siguiente forma:

$$J(q)\ddot{q} = f(q, \dot{q}) + Bu \quad (2.40)$$

donde $q = [x, \alpha]^T \in R^n$, $u \in R^m$ es el vector de fuerzas de control $u = [u, 0]^T$. La matriz $J(q)$ que es la matriz de inercias, $f(q, \dot{q})$ que representa a la matriz de fuerzas de Coriolis y gravitacional y B son:

$$J(q) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \cos \alpha \\ m_{21} \cos \alpha & m_{22} \end{bmatrix}$$

$$f(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -p_{11}\dot{x} - p_{12} \sin(\alpha)\dot{\alpha}^2 \\ -p_{22}\dot{\alpha} - d_{21} \sin(\alpha) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde,

$$m_{11} = \left(\frac{nr_p R_a}{K_m K_a} \right) \left(m_c + m_v + m_e + \frac{J_{eq}}{n^2 r_p^2} \right) \quad (2.41)$$

$$m_{12} = \left(\frac{nr_p R_a}{K_m K_a} \right) (m_e l_e + m_v l_v) \quad (2.42)$$

$$m_{21} = m_e l_e + m_v l_v \quad (2.43)$$

$$m_{22} = m_e l_e^2 + m_v l_v^2 \quad (2.44)$$

$$p_{11} = \left(\frac{nr_p R_a}{K_m K_a} \right) \left(F_f + \frac{B_{eq}}{n^2 r_p^2} + \frac{K_m K_b}{n^2 r_p^2 R_a} \right) \quad (2.45)$$

$$p_{12} = - \left(\frac{nr_p R_a}{K_m K_a} \right) (m_e l_e + m_v l_v) \quad (2.46)$$

$$p_{22} = C_v \quad (2.47)$$

$$d_{21} = (m_e l_e + m_v l_v) g \quad (2.48)$$

2.6. Respuesta del Sistema Grúa-Puente en Lazo Abierto

A continuación se muestra la respuesta del sistema grúa-puente en lazo abierto. En la figura 2.5 se muestra el diagrama de bloques en lazo abierto del sistema grúa-puente.



Figura 2.5: Diagrama de bloques del sistema grúa-puente en lazo abierto

Los valores de los parámetros del subsistema cabezal-péndulo y motor-polea que han sido obtenidos a partir de la indentificación de dichos parámetros (ver apéndice A) se muestran a continuación en la tabla 2.4.

| Variable | Valor | Unidad | Variable | Valor | Unidad |
|----------|--------|-------------|----------|-----------|-------------|
| m_c | 0.67 | Kg | K_m | 0.494 | $N.m/A$ |
| m_v | 0.1724 | Kg | K_b | 0.494 | $V/rad/s$ |
| m_e | 2.345 | Kg | K_a | 4.22 | – |
| l_e | 0.83 | m | R_a | 5.8 | Ω |
| l_v | 0.415 | m | r_p | 0.0375 | m |
| F_f | 0.287 | $N/m/s$ | J_{eq} | 3.0563e-5 | $Kg.m^2$ |
| C_v | 0.0 | $N.m/rad/s$ | B_{eq} | 3.9351e-5 | $N.m/rad/s$ |
| g | 9.81 | m/s^2 | n | 5.9 | – |

Tabla 2.4: Valores de los parámetros del sistema grúa-puente

En la figura 2.6 se muestran las respuestas de la posición y de la velocidad del cabezal respecto a una entrada escalón. En esta se observa como las trayectorias que describen la posición y la velocidad están afectadas por una oscilación que es debida a la oscilación de la la carga.

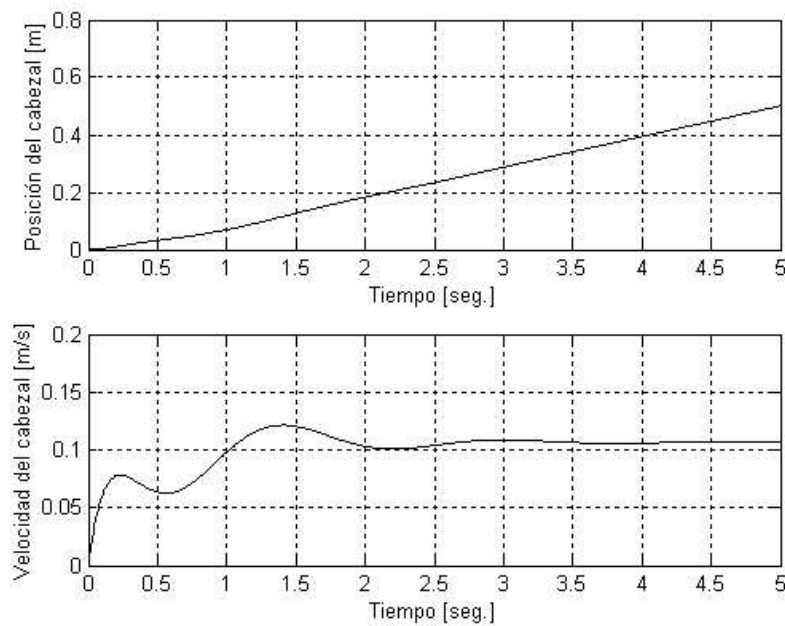


Figura 2.6: Respuesta del cabezal a una entrada escalón

En la figura 2.7 se muestran las respuestas de la posición y de la velocidad angular de la varilla respecto a una entrada escalón. En esta se observa como las trayectorias describen una oscilación causada por la aceleración inicial del cabezal. Observar que esta oscilación empieza a reducir su amplitud y se estabilizará en un tiempo determinado si y solo si no ocurre ninguna otra aceleración o desaceleración del cabezal ni perturbación externa.

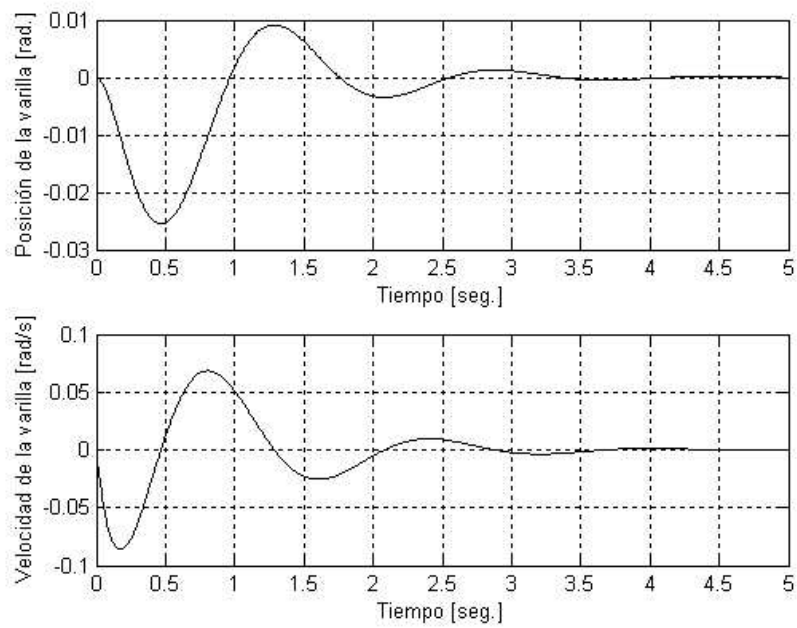


Figura 2.7: Respuesta de la varilla a una entrada escalón

Capítulo 3

Control por Modo Deslizante

En este capítulo se diseña una ley de control por modo deslizante para el sistema grúa-puente. La teoría que se presenta corresponde al estudio del control por modo deslizante en sistemas electromecánicos [16].

El sistema grúa-puente es un sistema no lineal y subactuado en donde existe imprecisión en el modelo debido a incertidumbres en algunos parámetros de la planta, y también debido a dinámicas no modeladas por el modelamiento de la planta.

Uno de los métodos más importantes para lidiar con incertidumbres en el modelo es el control robusto. Un importante método de control robusto es el control por modo deslizante. En el control por modo deslizante el procedimiento de diseño de la ley de control consiste de dos etapas:

- Primero, se diseña una superficie de conmutación que logre que el movimiento deslizante satisfaga la especificaciones de desempeño.
- Segundo, se selecciona una ley de control que lleve los estados del sistema a la superficie de conmutación, manteniendo a los estados en los estados para todo el tiempo subsiguiente.

Existen dos principales ventajas en este método. El comportamiento dinámico del sistema puede ser adaptado escogiendo una superficie de conmutación particular y la respuesta en lazo cerrado del sistema controlado es insensible respecto a las incertidumbres del sistema [2].

La función de Lyapunov generalizada, caracterizará la dinámica de los estados del sistema hacia la superficie deslizante, que se define en términos de la superficie. Para cada opción de control conmutado, se escoge una "ganancia" tal que la derivada con respecto al tiempo de esta función sea definida negativa. Después del diseño de la superficie, una ley de control de conmutación será diseñada tal

que los vectores tangentes de las trayectorias de estado apunten hacia la superficie tal que los estados son guiados y mantenidos en la superficie deslizante, donde el controlador resulta en un sistema en lazo cerrado discontinuo.

En la implementación de la ley de control por modo deslizante para un sistema mecánico, aparece el fenómeno llamado "chattering". Este fenómeno son oscilaciones de amplitud y frecuencia finita que son causadas por la conmutación a alta frecuencia en la superficie de conmutación de la acción de control que excita las dinámicas no modeladas del sistema en lazo cerrado. Esto puede ocasionar un desgaste indebido del actuador.

3.1. Ecuaciones Diferenciales Discontinuas

Considere la ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x) \quad (3.1)$$

donde $x \in R^n$ y $f(t, x)$ es una función definida en un dominio E del espacio de fase (t, x) . Se asumirá que para cualquier subconjunto $D \subseteq E$ existe una función siempre finita $A(t)$ tal que,

$$\|f(t, x)\| < A(t) \quad (3.2)$$

se cumple para cualquier función en D [4].

Definición 3.1 Una función de vector $x(t)$, definida en el intervalo $[t_1, t_2]$ es la solución de (3.2) en el sentido de Filippov, si es absolutamente continua para todo $t \in [t_1, t_2]$.

$$\frac{dx}{dt} \in K(f(t, x)) \quad (3.3)$$

donde,

$$K(f(t, x)) = \bigcap_{\delta > 0} \bigcap_{\mu N = 0} \text{conv} f(t, B(x, \delta) - N) \quad (3.4)$$

conv denota la función convexa, $B(x, \delta)$ es la función bola de radio δ , x y μ son la medida de Lebesgue. La notación \cap denota la intersección sobre todos los conjuntos de medida cero [4].

Note que en la definición 3.1, para un $\delta > 0$ arbitrario, el vector dx/dt pertenece a una función convexa que contiene todo los valores de $f(t, x')$, los rangos de x' están casi todos en la vecindad δ del punto $x(t)$ (es decir la vecindad entera excepto para los conjuntos de medida cero). La solución es una superficie suave donde $f(t, x)$ es discontinua, ésta es estudiada en detalle por Filippov [4]. Esta superficie, denotada por s , es suave y continua, además separa el espacio en las regiones G^+ y G^- .

Suponemos que s es regular, para que pueda ser cortada por una función de superficie $s(x)$, es decir:

$$s = \{x : s(x) = 0\}$$

tal que $f(t, x)$ está limitada por las funciones $f^-(t, x)$ y $f^+(t, x)$ que existen cuando se aproximan desde G^- hasta G^+ respectivamente.

Sea $f_o^-(f_o^+)$ la proyección normal de $f^-(f^+)$, donde la superficie s se dirige hacia G^+ . Entonces es absolutamente continua si $x(t) \in s$ satisface:

$$\begin{aligned} f_o^-(t, x(t)) &\geq 0 \\ f_o^+(t, x(t)) &\leq 0 \\ f_o^- - f_o^+ &> 0 \end{aligned}$$

Es decir, las trayectorias de estado van hacia la superficie s , por tanto la solución (3.1) estará de acuerdo con la definición previa si y sólo si,

$$\frac{dx(t)}{dt} = \alpha(t)f^+(t, x(t)) + (1 - \alpha(t))f^-(t, x(t)) \quad (3.5)$$

donde $\alpha(t)$ es un escalar en $0 < \alpha(t) < 1$, tal que el vector f_a es tangente a la superficie s , tal como lo muestra la figura 3.1.

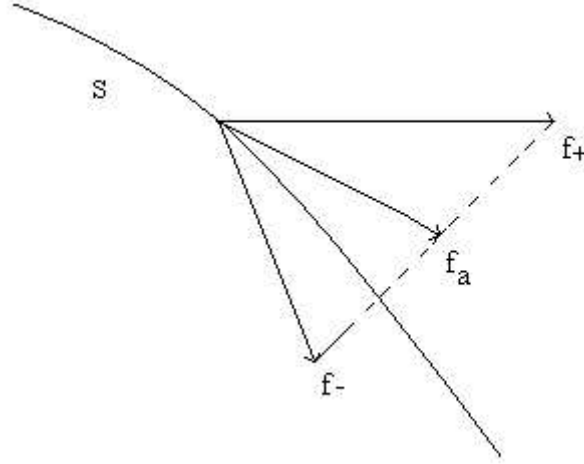


Figura 3.1: Construcción esquemática de Filippov

El vector f_a y el escalar α puede expresarse como:

$$f_a \equiv \alpha(t)f^+(t, x(t)) + (1 - \alpha(t))f^-(t, x(t))$$

$$\alpha(t) = \frac{f_o^-(t, x(t))}{f_o^-(t, x(t)) - f_o^+(t, x(t))} \quad (3.6)$$

Note que f_o^+ está dado por $f_o^+(t, x) = \nabla s f^+(t, x)$, y similarmente para f_o^- , asimismo el término del lado derecho de la ecuación (3.6) es ortogonal a ∇s , lo cual obliga a la solución quedarse en la superficie s . Entonces, vemos que los valores en la vecindad de s , dados por la ecuación (3.5), son la solución dinámica de la superficie deslizante s . Las condiciones $f_o^-(t, x(t)) \geq 0$ y $f_o^+(t, x(t)) \leq 0$, son equivalentes a la siguiente ecuación:

$$\frac{d}{dt}s^2(x(t)) \leq -\eta|s| \quad (3.7)$$

donde η es estrictamente positiva [4].

Esencialmente en la ecuación (3.7) el estado de la distancia elevada al cuadrado de la superficie, decrete a lo largo de todas las trayectorias del sistema. La figura 3.2 muestra que las trayectorias convergen hacia la superficie $s(t)$.

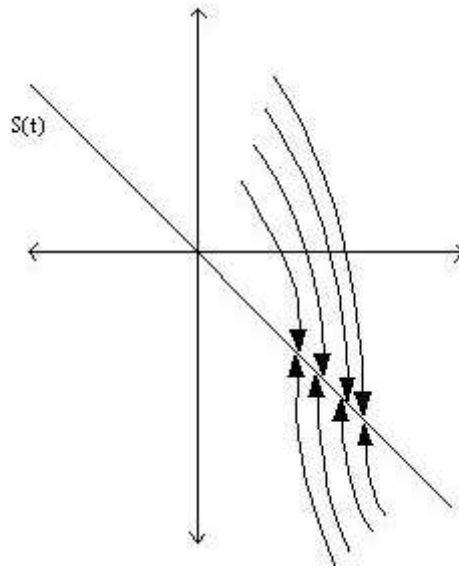


Figura 3.2: Condición de deslizamiento

Si integramos la ecuación (3.7) entre $t = 0$ y $t = t_a$, donde t_a es el tiempo en que alcanza la superficie deslizante s , entonces:

$$0 - s_{(t=0)} = s_{(t=t_a)} - s_{(t=0)} \leq -\eta(t_a - 0)$$

esto implica que:

$$t_a \leq \frac{s_{(t=0)}}{\eta} \quad (3.8)$$

La ecuación (3.8) indica que para cualquier condición inicial, los estados alcanzarán la superficie en un tiempo finito [4].

3.2. Control Fundamental por Modo Deslizante

Sea un sistema no lineal con una entrada definido como:

$$x^{(n)} = f(x, t) + b(x, t)u(t) \quad (3.9)$$

Aquí, $x = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ es el vector de estados, $u(t)$ es la entrada de control y el escalar x es la salida. Las funciones $f(x, t)$ y $b(x, t)$ son generalmente no lineales respecto a los estados y al tiempo.

El problema de control es llevar el vector de estados x que sigan un vector de estados específico variante en el tiempo x_d en presencia de incertidumbres en el modelo de $f(x)$ y $b(x)$. Una superficie variante en el tiempo $s(t)$ es definida en el espacio estado $R^{(n)}$ igualando la variable $s(x, t)$, definida en la ecuación (3.10), a cero.

$$s(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \delta \right)^{n-1} \tilde{x}(t) \quad (3.10)$$

En donde, δ es una constante estrictamente positiva, y $\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t)$ es el error de salida de los estados donde $x_d(t)$ es el vector de estados deseado [15].

El problema de seguimiento del vector n -dimensional $x_d(t)$ puede ser reemplazado por un problema de estabilidad de primer-orden en s . El término $s(x, t)$ en (3.10) es referido como la superficie deslizante, y el comportamiento del sistema estando en la superficie es llamado *modo deslizante*.

En la ecuación (3.10) solamente es necesario diferenciar s una vez para obtener la ley de control u . Inclusive, los límites de s pueden ser directamente traducidos a los límites en el vector de error de seguimiento \tilde{x} , y por consiguiente, el escalar s representa una medida del desempeño del seguimiento.

Las transformaciones correspondientes a las medidas del desempeño asumiendo que $\tilde{x}(0) = 0$ son:

$$\forall t \geq 0, \|s(t)\| \leq \phi \Rightarrow \forall t \geq 0, \|\tilde{x}^{(i)}\| \leq (2\delta)^i \varepsilon \quad i = 0, \dots, n-1 \quad (3.11)$$

donde $\varepsilon = \phi / \delta^{n-1}$.

Entonces, de esta manera el problema de seguimiento de orden n puede ser reemplazado por un problema de estabilidad de primer-orden [15].

Ahora, el problema de primer-orden es mantener el escalar s en cero, esto puede ser logrado escogiendo una ley de control u en el sistema (3.9) tal que fuera de $s(t)$, se cumpla que:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt}(s^2) \leq -\eta|s| \quad (3.12)$$

donde η es una constante estrictamente positiva.

La condición (3.12) indica que la "distancia" cuadrática hacia la superficie decrece a lo largo de todas las trayectorias de estado del sistema (ver figura 3.3). Por lo tanto, obliga a los estados del sistema a que se dirijan hacia la superficie s , y cuando los estados alcancen la superficie estos permanezcan en ella. En otras palabras, satisfacer la condición de deslizamiento hace que la superficie s sea un conjunto invariante (un conjunto en donde cualquier trayectoria de una condición inicial que se encuentre dentro del conjunto permanece en el conjunto para todo tiempo futuro). Inclusive, la ecuación (3.12) también implica que puede tolerar algunas perturbaciones o incertidumbres dinámicas mientras mantiene a la superficie como un conjunto invariante.

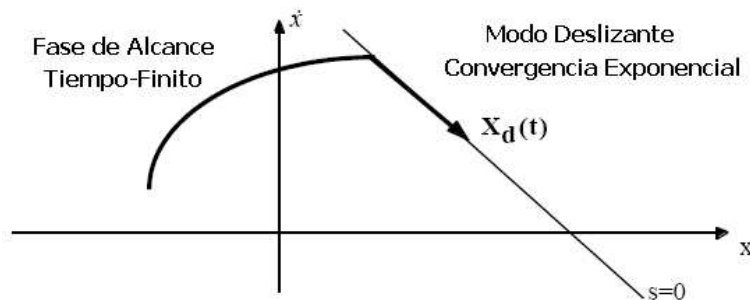


Figura 3.3: Interpretación gráfica de las ecuaciones (3.10) y (3.12) con $(n = 2)$

Finalmente, satisfaciendo la ecuación (3.10) se garantiza que si $x(t = 0)$ se encuentra fuera de $x_d(t = 0)$, la superficie $s(t)$ será alcanzada en un tiempo finito t_a , asumiendo que $s(t=0) > 0$:

$$t_a \leq \frac{|s(t=0)|}{\eta} \quad (3.13)$$

La ecuación (3.13), implica que para cualquier condición inicial los estados alcanzarán la superficie variante en el tiempo en un tiempo finito, tal como se mostró en la sección anterior, y que además los estados del sistema se deslizarán a lo largo de la superficie hacia $x_d(t)$ de manera exponencial [17].

3.3. Control Equivalente

Considere el sistema de control de la forma:

$$\dot{x} = f(t, x, u) \quad x \in R^n, u \in R^m \quad (3.14)$$

tal que el sistema mostrado por (3.14) es de estructura variable si el control u es continuo por partes y sus puntos de discontinuidad componen una colección discreta de superficies continuas en el espacio de estado [16]. En particular para cada coordenada del vector de control u asociamos un conjunto de funciones continuas con valores reales estimados mediante,

$$\{u_i^+(t, x), u_i^-(t, x), s_i(x)\} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.15)$$

tal que el control u es:

$$u_i(t, x) = \begin{cases} u_i^+(t, x) & \text{para } s_i(x) > 0 \\ u_i^-(t, x) & \text{para } s_i(x) < 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.16)$$

El conjunto de superficies $s_i = \{x : s_i(x) = 0\}$ son superficies *smooth* (superficies lisas o suaves). La intersección de un número arbitrario de funciones s_i las que llamaremos superficies deslizantes siempre que sean asintóticamente estables con respecto a la dinámica [16].

El modo deslizante conduce a un movimiento de superficies deslizantes, cuya finalidad es evaluar el vector de la función $s : R^n \rightarrow R^m$, cuya n -ésima coordenada $s_i(x)$ es referida usualmente como función de conmutación. La función de conmutación puede ser realizada dependiente del tiempo, es decir, $s(t, x)$, en tal caso la superficie de discontinuidad es vista como conmutación en el plano fase (t, x) .

Desde un punto de vista metodológico es conveniente desarrollar un procedimiento para derivar las ecuaciones de movimiento para el sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \quad x, f \in R^n, u(x) \in R^m \\ u(x) &= \begin{cases} u^+(x) & \text{para } s(x) > 0 \\ u^-(x) & \text{para } s(x) < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Asumimos que el vector inicial del sistema (3.17) está en la intersección de todas las superficies discontinuas, es decir en $s(x) = 0$, y el modo deslizante ocurre con los estados confinados en esta intersección para $t > 0$.

Ya que el movimiento en el modo deslizante implica $s(x) = 0$ para $t > 0$, podemos asumir que también $\dot{s} = 0$. Por lo tanto, utilizando $s(x) = 0$ y $\dot{s}(x) = 0$ podemos caracterizar los estados del sistema durante el modo deslizante. La rápida conmutación del control u es un obstáculo para usar métodos convencionales, pero ignorando las discontinuidades del control, calculamos el vector u tal que la derivada del vector en las trayectorias de los estados de (3.17) es igual a cero,

$$\dot{s}(x) = G \cdot f(x, u) \quad (3.18)$$

donde $G = (\partial s / \partial x)$ es una matriz $m \times n$ con las gradientes de las funciones $s_i(x)$ como filas. Para que la solución de la ecuación algebraica (3.18) exista, la solución de $u_{eq}(x)$, llamado *control equivalente*, es substituida por el control discontinuo u en el sistema original (3.17):

$$\dot{x} = f(x, u_{eq}) \quad (3.19)$$

Es evidente que para las condiciones iniciales $s(x(0)) = 0$, en conformidad con (3.18), el movimiento que será gobernado por (3.19) estará a lo largo de las trayectorias de estado en la intersección $s(x) = 0$, tal como el modo deslizante en el sistema (3.17). La ecuación (3.19) es tomada como la ecuación de modo deslizante en la intersección de m superficies discontinuas $s_i(x) = 0$, ($i = 1, \dots, m$). El procedimiento para derivar esta ecuación es llamado *método del control equivalente* [16].

Desde un punto de vista geométrico, el método del control equivalente significa el reemplazo del control discontinuo en la intersección de las superficies de conmutación por un control continuo tal que el vector de estado de velocidades yace en la tangente de la intersección de estas superficies (ver figura 3.4).

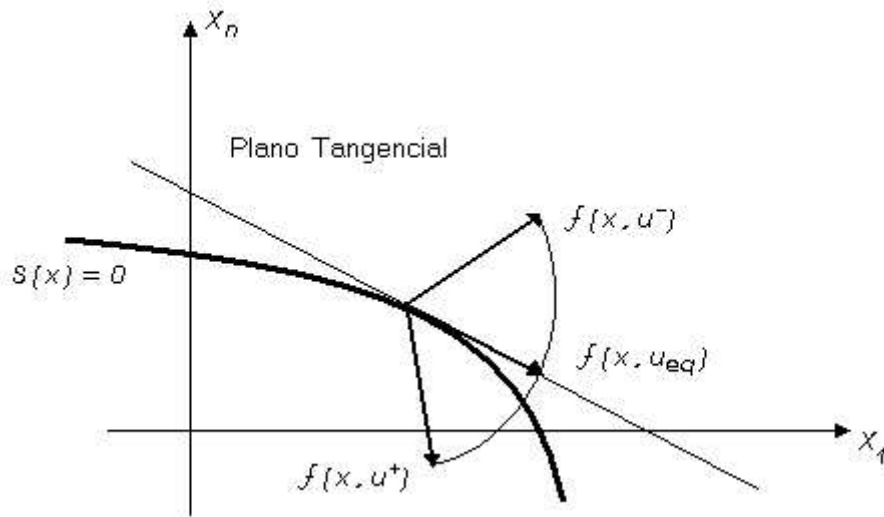


Figura 3.4: Método de control equivalente para sistemas no-lineales

Ahora, aplicando el método del control equivalente para el sistema (3.17), donde cada superficie $s_i(x) = 0$ es el conjunto de puntos discontinuos para su correspondiente componente de control u_i .

La ecuación (3.18) del método de control equivalente para el sistema (3.17) tiene la forma:

$$\dot{s} = Gf + GBu_{eq} = 0 \quad (3.20)$$

donde $G = (\partial s / \partial x)$.

Asumiendo que la matriz GB no es singular para cualquier x , encontramos el control equivalente $u_{eq}(x)$ como solución a (3.20):

$$u_{eq} = -(G(x)B(x))^{-1}G(x)f(x) \quad (3.21)$$

luego sustituimos $u_{eq}(x)$ en (3.17) para obtener la ecuación de modo deslizante

$$\dot{x} = f(x) - B(x)(G(x)B(x))^{-1}G(x)f(x) \quad (3.22)$$

La ecuación (3.22) es tomada como la ecuación del sistema en modo deslizante que exhibe las propiedades dinámicas deseadas, el control debe ser diseñado tal que este movimiento sea reforzado. De ahí que las condiciones de existencia del modo deslizante deben ser obtenidas.

3.4. Condiciones de Existencia

Examinemos las condiciones para la existencia del modo deslizante para el sistema (3.14). Para obtener las condiciones, tenemos que analizar la estabilidad de la proyección del movimiento en el subespacio s gobernado por la ecuación diferencial,

$$\dot{s} = Gf + GBu = 0 \quad (3.23)$$

Ahora, el control:

$$u(x) = \begin{cases} u^+(x) & \text{para } s(x) > 0 \\ u^-(x) & \text{para } s(x) < 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

donde $s^T(x) = [s_1(x) \dots s_m(x)]$, lo representamos como:

$$u(x) = u_0(x) + U(x)sgn(s) \quad (3.25)$$

donde $u_0(x) = \frac{1}{2}(u^+(x) + u^-(x))$, $U(x)$ es una matriz diagonal con elementos $U_i(x) = \frac{1}{2}(u_i^+(x) - u_i^-(x))$ para $i = 1, \dots, m$ y el control discontinuo $sgn(s)$ toma la forma,

$$sgn(s)^T = [sgn(s_1) \dots sgn(s_m)] \quad (3.26)$$

Luego, reemplazando la ecuación (3.25) en (3.23) se obtiene:

$$\dot{s} = d(x) - D(x)sgn(s) \quad (3.27)$$

donde,

$$d = Gf + GBu_0; \quad D = -GBU$$

Para encontrar las condiciones de estabilidad del origen $s = 0$ para el sistema no lineal (3.27), es decir, las condiciones de existencia del modo deslizante, se utilizará la metodología estándar para el análisis de estabilidad en sistemas no lineales, encontrar una función de *Lyapunov* [16]. Al mismo tiempo, debemos recordar que la ecuación de movimiento es discontinua y no definida en los puntos donde el argumento de la función $sgn(\cdot)$ es igual a cero.

Para poder usar una función Lyapunov en la forma de suma de los valores absolutos de las superficies, cada vez que el modo deslizante ocurra en alguna superficie discontinua, los correspondientes componentes de control discontinuo deben ser reemplazados por sus equivalentes y solo así se podrá obtener la derivada con respecto al tiempo de la función Lyapunov [16].

Definición 3.2 *El conjunto $s(x)$ en la intersección $s(x) = 0$ es el dominio del modo deslizante si, para el movimiento gobernado por la ecuación (3.27), el origen en el subespacio s es asintóticamente estable con un tiempo de convergencia finito para cada x que pertenece a $s(x)$ [16].*

Definición 3.3 *La intersección $s(x)$, es llamada intersección deslizante si el modo deslizante existe en cada punto, o $s(x) = \{x : s(x) = 0\}$ [16].*

Teorema 3.1 *Si la matriz D en la ecuación*

$$\dot{s} = -Dsgn(s) \quad (3.28)$$

es definida positiva, es decir $D + D^T > 0$, entonces el origen $s = 0$ es un punto de equilibrio asintóticamente estable con tiempo finito de convergencia [16].

La condición de estabilidad (o de existencia del modo deslizante) formulada en el teorema 3.1 para el sistema (3.28) puede generalizarse para el sistema (3.23) o (3.27). Para que $s(x) = 0$ sea una intersección deslizante, es suficiente que para cualquier $x \in s$, $s = \{x : s(x) = 0\}$ [16].

$$D(x) + D^T(x) > 0 \quad (3.29)$$

$$\lambda_0 > d_0 \quad \text{con} \quad \lambda_{min} > \lambda_0 > 0 \quad (3.30)$$

$$\|d(x)\| < d_0 \quad (3.31)$$

donde $\lambda_{min}(x)$ es el mínimo valor propio de $\frac{1}{2}(D + D^T)$, λ_0 es una constante positiva, y d_0 es un estimado superior del vector $d(x)$ en (3.27).

Asumamos que la suma de los valores absolutos de s_i sea una función candidata Lyapunov:

$$V = \text{sgn}(s)^T s > 0 \quad (3.32)$$

La derivada con respecto al tiempo de la función Lyapunov (3.32) a lo largo de las trayectorias de (3.23) tiene la forma,

$$\dot{V} = z^T d(x) - z^T \frac{D + D^T}{2} z \leq \|z\| \|d(x)\| - \lambda_{min}$$

Los componentes del vector z son $\text{sgn}(s_i)$ o $(\text{sgn}(s_i))_{eq}$. Como se muestra en la sección 3.3 el control equivalente es un valor promedio del control discontinuo, y este valor es una función continua que varía entre los dos valores extremos del control discontinuo. Esto significa que $|(\text{sgn}(s_i))_{eq}| \leq 1$, de ahí que la norma del vector m -dimensional z con componentes en el rango ± 1 no excede a \sqrt{m} y

$$\dot{V} = d_0 \sqrt{m} - \lambda_0 < 0 \quad (3.33)$$

Entonces, la función Lyapunov decae a un velocidad finita, ésta desaparece y el modo deslizante ocurre en un tiempo finito [16].

3.5. Controlador por Modo Deslizante

Cuando controlamos sistemas mecánicos, lidiamos con un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales de segundo-orden:

$$J(q)\ddot{q} = f(q, \dot{q}) + Bu \quad (3.34)$$

donde $q \in R^n$, $u \in R^m$, u es un vector de fuerzas y/o torques de control. El sistema (3.34) puede representarse en la forma de $2n$ ecuaciones de primer orden respecto a los vectores q y \dot{q} . Luego, el procedimiento puede ser aplicado para llevar este sistema a su *Forma Regular*. La matriz de inercia $J(q)$ en sistemas mecánicos es no singular y B es una matriz de rango completo, entonces $J^{-1}(q)B$ es una matriz de rango completo [16].

Los componentes del vector q pueden ser reordenados tal que las ecuaciones de movimiento sean:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 &= \tilde{f}_1(q, \dot{q}) + \tilde{B}_1(q)u \\ \ddot{q}_2 &= \tilde{f}_2(q, \dot{q}) + \tilde{B}_2(q)u \end{aligned} \quad (3.35)$$

siendo,

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = q; \quad \begin{bmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{bmatrix} = J^{-1}f; \quad \begin{bmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \end{bmatrix} = J^{-1}B$$

donde, $q_1 \in R^{n-m}$, $q_2 \in R^m$ y $\det(\tilde{B}_2) \neq 0$.

Luego, una transformación de coordenadas $z = \phi(q) \in R^{n-m}$, $y = q_2$ con una función continuamente diferenciable $\phi(q)$ debe encontrarse tal que la condición (3.36) sea lograda.

$$\frac{\partial \phi(q)}{\partial q} J^{-1}B = 0 \quad (3.36)$$

Luego tenemos,

$$\begin{aligned}\dot{z} &= \frac{\partial\phi(q)}{\partial q}\dot{q} \\ \ddot{z} &= \frac{\partial}{\partial q}\left(\frac{\partial\phi(q)}{\partial q}\dot{q}\right)\dot{q} + \frac{\partial\phi(q)}{\partial q}J^{-1}(f + Bu)\end{aligned}$$

y las ecuaciones del sistema mecánico son reducidas a su *Forma Regular*, que consisten en un conjunto de ecuaciones de segundo-orden que tienen la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\ddot{z} &= f_1(z, y, \dot{z}, \dot{y}) \\ \ddot{y} &= f_2(z, y, \dot{z}, \dot{y}) + B_2(z, y)u\end{aligned}\tag{3.37}$$

donde $\det(B_2) \neq 0$.

En nuestro caso el bloque superior de (3.37) depende de los vectores y y \dot{y} . Este hecho introduce algunas peculiaridades las cuales serán tomadas en cuenta cuando diseñamos el control por modo deslizante [16].

Con respecto a la estabilidad, se asume que el origen en el sistema de espacio de estado es un punto de equilibrio en lazo abierto:

$$f_1(0, 0, 0, 0) = 0; \quad f_2(0, 0, 0, 0) = 0$$

Primero, la estabilidad de la dinámica cero del sistema con el vector y como salida es chequeado. La dinámica cero está gobernada por la primera ecuación en (3.37) con $y = 0$, $\dot{y} = 0$:

$$\ddot{z} = f_1(z, 0, \dot{z}, 0)\tag{3.38}$$

Si es estable, entonces el modo deslizante es reforzado en la superficie $s = \dot{y} + cy = 0$ con el parámetro escalar $c > 0$. Es una tarea sencilla ya que $\text{rango}(B_2) = m$ y cualquier método para reforzar el modo deslizante es aplicable.

Después que el modo deslizante empieza en la superficie $s = 0$, el estado y tiende a cero como solución a $\dot{y} + cy = 0$, y debido a la estabilidad de la solución de (3.38), z también decae.

Segundo, la estabilidad de la dinámica cero del sistema con el vector z como salida es chequeado. Si $z(t) \equiv (0)$ entonces las ecuaciones de la dinámica cero son obtenidas del bloque superior de (3.37):

$$\ddot{z} = f_1(0, y, 0, \dot{y}) \quad (3.39)$$

Aquí, la dinámica cero es un conjunto de ecuaciones de segundo-orden. Si la dinámica cero es estable entonces el modo deslizante es reforzado en la superficie,

$$s = f_1 + c_1 z + c_2 \dot{z}$$

Después de que el modo deslizante empieza,

$$f_1 = -c_1 z - c_2 \dot{z} \quad (3.40)$$

y la ecuación para z en (3.37) es de la forma:

$$\ddot{z} = -c_1 z - c_2 \dot{z} \quad (3.41)$$

Para parámetros escalares positivos c_1 y c_2 , la solución de (3.40) tiende a cero y luego $y(t)$ como solución a (3.39) también tiende a cero. El método de estabilización para sistemas con dinámica cero estable es aplicable si,

$$\text{rango} \left(\frac{\partial f_1}{\partial \dot{y}} B_2 \right) \geq \dim(s) = \dim(z) \quad (3.42)$$

Luego $\dot{s} = F(z, y, \dot{z}, \dot{y}) + (\partial f_1 / \partial \dot{y}) B_2 u$, donde F es una función independiente del control u y el modo deslizante puede ser reforzado, es decir, la condición se mantiene si $\dim(z) \leq \dim(y)$.

Ahora, sea la función definida positiva,

$$V = \frac{1}{2}s^T s$$

una función candidata Lyapunov.

Su derivada con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias de estado del sistema es de la forma,

$$\dot{V} = s^T Gf + s^T GBu \quad (3.43)$$

Asumiendo que la matriz GB no es singular, seleccionamos el control como una función discontinua,

$$u = -U(x)sgn(s^*) \quad (3.44)$$

donde $s^* = (GB)^T s$ y $U(x)$ es una función de estado escalar.

Luego la ecuación (3.43) es de la forma:

$$\dot{V} = s^T GF - U|s^*|$$

donde $|s^*| = (s^*)^T sgn(s^*)$, o

$$\dot{V} = (s^*)^T (GB)^{-1} GF - U|s^*| \quad (3.45)$$

Ya que $|s^*| \geq \|s^*\|$ debido a que,

$$\sum_{i=1}^m |s_i^*| \geq \left(\sum_{i=1}^m (s_i^*)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Luego, de la ecuación (3.45) obtenemos:

$$\dot{V} = |s^*| |(GB)^{-1} GF| - U|s^*| \quad (3.46)$$

Si un límite superior estimado $F \geq |(GB) - 1GF|$ es conocido, entonces $\dot{V} < 0$ para $U > F$, la dinámica es asintóticamente estable y el modo deslizante es reforzado en el sistema [16]. El modo deslizante ocurre en la intersección $s^* = 0$. La transformación (3.44) no es singular, por lo tanto $s = 0$ y $s^* = 0$ coinciden y el modo deslizante ocurre en la intersección $s = 0$, la cual fué seleccionada para que la dinámica en modo deslizante tenga el desempeño deseado.

3.6. Implementación de la Ley de Control

Para el sistema Grúa-Puente el objetivo de control es estabilizar el sistema en una posición en donde el cabezal se encuentre en una posición arbitraria dada $x = x_d$ y el péndulo se encuentre en la posición vertical $\alpha = 0$ bajo la fuerza de control u . Las ecuaciones dinámicas del sistema (2.40) son:

$$\begin{aligned} m_{11}\ddot{x} + m_{12}\cos(\alpha)\ddot{\alpha} + p_{11}\dot{x} + p_{12}\sin(\alpha)\dot{\alpha}^2 &= F \\ m_{22}\ddot{\alpha} + m_{21}\cos(\alpha)\ddot{x} + p_{22}\dot{\alpha} + d_{21}\sin(\alpha) &= 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

Para conveniencia en el diseño de la ley de control, simplificamos el modelo dinámico del sistema (asumiendo $m_v \approx 0$ y $C_v \approx 0$), tal que $m_{12} = -p_{12}$, $m_{22} = m_{21}l_e$ y $d_{21} = m_{21}g$.

Entonces:

$$\begin{aligned} m_{11} &= \left(\frac{nr_p R_a}{K_m K_a}\right)(m_c + m_e + \frac{J_{eq}}{n^2 r_p^2}) &= 2.4081 \\ m_{12} &= \left(\frac{nr_p R_a}{K_m K_a}\right)(m_e l_e) &= 1.2416 \\ m_{21} &= m_e l_e &= 1.9535 \\ m_{22} &= m_e l_e^2 &= 1.6184 \\ p_{11} &= \left(\frac{nr_p R_a}{K_m K_a}\right)\left(F_f + \frac{B_{eq}}{n^2 r_p^2} + \frac{K_m K_b}{n^2 r_p^2 R_a}\right) &= 10.5007 \\ p_{12} &= -\left(\frac{nr_p R_a}{K_m K_a}\right)(m_e l_e) &= -1.2416 \\ p_{22} &= C_v &= 0.0 \\ d_{21} &= m_e l_e g &= 19.1639 \end{aligned}$$

Luego reescribimos el sistema (3.47) con respecto a las segundas derivadas de x y α obteniendo:

$$\ddot{x} = \frac{1}{k} \left[-m_{22}p_{11}\dot{x} + m_{12}^2g \sin(\alpha) \cos(\alpha) + m_{22}u^* \right] \quad (3.48)$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{kl_e} \left[m_{22}p_{11} \cos(\alpha)\dot{x} - m_{22}m_{11}g \sin(\alpha) - m_{22} \cos(\alpha)u^* \right]$$

donde, k y u^* se obtienen de la ecuación (3.47) y tienen la forma:

$$k = m_{22}m_{11} - m_{12}m_{21} \cos^2(\alpha) \quad (3.49)$$

$$u^* = u + m_{12} \sin(\alpha)\dot{\alpha}^2 \quad (3.50)$$

El sistema (3.48) con el control escalar u^* está en la forma (3.35) con:

$$\begin{bmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{22}/k \\ -m_{22} \cos(\alpha)/kl_e \end{bmatrix}$$

Para reducir este sistema a su forma regular (3.37), la transformación de coordenadas,

$$y = \phi(x, \alpha)$$

debe encontrarse tal que la ecuación diferencial de segundo orden con respecto a y no dependa del control u^* . Entonces:

$$y = \phi(x, \alpha) = x - \varphi(\alpha) \quad (3.51)$$

donde $\varphi(\alpha)$ es la solución a la ecuación,

$$\frac{d\varphi}{d\alpha} = \frac{\tilde{B}_1}{\tilde{B}_2} = \frac{-l_e}{\cos(\alpha)} \quad (3.52)$$

La transformacion de coordenadas en (3.51) con la solución a la ecuación (3.52):

$$\varphi(\alpha) = -l_e \left[\ln(\sec \alpha + \tan \alpha) \right]$$

resulta en,

$$y = x + l_e \left[\ln(\sec \alpha + \tan \alpha) \right]$$

derivando,

$$\dot{y} = \dot{x} + l_e \frac{\dot{\alpha}}{\cos(\alpha)}$$

derivando,

$$\ddot{y} = \ddot{x} + \frac{l_e \ddot{\alpha}}{\cos(\alpha)} + l_e \frac{\sin(\alpha) \dot{\alpha}^2}{\cos^2(\alpha)} \quad (3.53)$$

Entonces, se reemplazan las ecuaciones de \ddot{x} y $\ddot{\alpha}$ de (3.48) en la ecuación (3.53) y se obtiene la *forma regular* del sistema, que tiene la forma:

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= G(\alpha, \dot{\alpha}) \tan \alpha \\ \ddot{\alpha} &= \nu(\alpha, u^*) \end{aligned} \quad (3.54)$$

donde,

$$G(\alpha, \dot{\alpha}) = \frac{g}{k} \left[m_{12}^2 \cos^2(\alpha) - m_{22} m_{11} \right] + \frac{l_e \dot{\alpha}^2}{\cos(\alpha)}$$

y

$$\nu(\alpha, u^*) = \frac{1}{k l_e} \left[m_{22} p_{11} \cos(\alpha) \dot{x} - m_{22} m_{11} g \sin(\alpha) - m_{22} \cos(\alpha) u^* \right] \quad (3.55)$$

Ahora, para encontrar la ley de control para el sistema grúa-puente en su forma regular (3.54) debemos seguir los siguientes pasos:

Primero, consideremos la primera ecuación del sistema (3.54). La función denotada como $G(\alpha, \dot{\alpha})$ es negativa para cualquier valor de los argumentos si $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$. La función $\tan \alpha$ es manejada como control intermedio según el procedimiento visto en la sección 3.5.

Para este control intermedio, seleccionamos la superficie intermedia:

$$s_1 = \tan \alpha - \lambda_1(y + \dot{y})$$

donde, la función $\tan \alpha$ será una combinación lineal de y y \dot{y} cuando $s_1 = 0$.

$$\tan \alpha = \lambda_1 s_2; \quad (\lambda_1 > 0, \quad s_2 = y + \dot{y}) \quad (3.56)$$

Luego, definimos la función:

$$V = \frac{1}{2}(y^2 + s_2^2)$$

como una candidata de Lyapunov.

Derivando esta función candidata con respecto al tiempo obtenemos:

$$\dot{V} = y\dot{y} + s_2\dot{s}_2 = y(-y + s_2) + s_2(-y + (1 + \lambda_1 G)s_2)$$

con $V = 0$ en el origen $(y, s_2) = (0, 0)$. Simplificando, obtenemos la derivada con respecto al tiempo de la función candidata Lyapunov, que tiene la forma:

$$\dot{V} = -y^2 + (1 + \lambda_1 G)s_2^2$$

Ya que $G(\alpha, \dot{\alpha}) < 0$ para $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$, observamos que $\dot{V} < 0$ para $\lambda_1 |G| > 1$, es decir, el parámetro λ_1 debe ser escogido tal que,

$$\lambda_1 > \frac{1}{|G(\alpha, \dot{\alpha})|} > 0 \quad (3.57)$$

para cualquier t . De ahí que el punto de equilibrio es asintóticamente estable con $y = 0$ y $s_2 \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. Por consiguiente: $(x, \alpha) = (0, 0)$ cuando $t \rightarrow \infty$ siguiendo a (3.51) y (3.56).

Para implementar el control intermedio (3.56), el control u^* debe ser diseñado tal que la superficie $s_1 \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$, eso implica que $\tan \alpha \rightarrow \lambda_1(y + \dot{y})$.

Segundo, la función s_1 tiende a cero asintóticamente, si es la solución a la ecuación diferencial:

$$\dot{s}_1 = -\frac{\lambda_0}{\cos^2(\alpha)} s_1$$

o

$$s(\alpha, \dot{\alpha}, y, \dot{y}) = \cos^2(\alpha) \dot{s}_1 + \lambda s_1 \quad (3.58)$$

con,

$$s_1 = \tan(\alpha) - \lambda_1(y + \dot{y})$$

Derivando,

$$\dot{s}_1 = \frac{\dot{\alpha}}{\cos^2(\alpha)} - \lambda_1 [\dot{y} + G \tan(\alpha)] \quad (3.59)$$

Tercero, ahora con el propósito de asignar la ley de control a la superficie s que se ha obtenido de reemplazar la ecuación (3.59) en (3.58):

$$s = \dot{\alpha} - \lambda_1 \cos^2(\alpha) [\dot{y} + G \tan(\alpha)] + \lambda_0 s_1$$

calculamos la derivada respecto al tiempo de la superficie s junto con las soluciones de (3.54),

$$\dot{s} = \Psi(\alpha, \dot{\alpha}) \nu + F(\alpha, \dot{\alpha}, \dot{y}) \quad (3.60)$$

donde,

$$\Psi(\alpha, \dot{\alpha}) = 1 - 2\lambda_1 l_e \sin(\alpha) \dot{\alpha}$$

y

$$F(\alpha, \dot{\alpha}, \dot{y}) = 2\lambda_1 G \sin^2(\alpha) - \lambda_1 \sin \alpha \cos \alpha + \lambda_0 s_1 + 2\lambda_1 \dot{y} \sin \alpha \cos \alpha \\ + 2\lambda_1 \sin \alpha \cos \alpha \left[\frac{2g m_{12}^2 \sin \alpha \cos \alpha}{k} - \frac{l_e \sin(\alpha) \dot{\alpha}^2}{2 \cos^2(\alpha)} \right] \dot{\alpha} - \lambda_1 G \dot{\alpha}$$

Los estados alcanzan la superficie $s = 0$ para cualquier estado inicial y el modo deslizante existe en cualquier punto de la superficie si la desviación de la superficie s y su derivada respecto al tiempo tienen signos opuestos. Esta condición es satisfecha si,

$$\nu = -\nu_o \operatorname{sgn}(s\Psi(\alpha, \dot{\alpha})) \quad (3.61)$$

donde,

$$\nu_o \geq \frac{1}{|\Psi|_{\min}} |F|_{\max} \quad (3.62)$$

Las ecuaciones (3.57) y (3.62) son restricciones que nos permitirán escoger adecuadamente los parámetros λ_0 , λ_1 y ν_o para la ley de control por modo deslizante. Finalmente, la ley de control real es obtenida de (3.61), (3.55) y (3.50):

$$u = p_{11} \dot{x} - m_{11} g \tan \alpha - m_{12} \sin(\alpha) \dot{\alpha}^2 + \frac{k l_e \nu_o}{m_{22} \cos \alpha} \operatorname{sgn}(s\Psi) \quad (3.63)$$

Notar que el modo deslizante puede desaparecer si $\Psi = 0$, ya que \dot{s} en (3.60) no depende del control ν para $\Psi = 0$. Entonces, analizando la función Ψ , ésta es positiva para el dominio que incluye al origen:

$$1 > 2\lambda_1 l_e \sin(\alpha) \dot{\alpha}$$

Por otro lado, para el dominio:

$$\sin(\alpha) \nu_o < \left[\frac{1}{4l_e^2 \lambda_1^2} \frac{\cos(\alpha)}{\sin^2(\alpha)} \right] \quad (3.64)$$

la trayectoria del sistema puede interceptar la superficie $\Psi = 0$ una sola vez.

Para derivar esta condición, calculamos la derivada respecto al tiempo de la función Ψ en las trayectorias de estado del sistema para puntos en la superficie $\Psi = 0$, obteniendo:

$$\dot{\Psi} = 2\lambda_1 l_e \left[\sin(\alpha) \nu_o \operatorname{sgn}(s\Psi) - \frac{1}{4l_e^2 \lambda_1^2} \frac{\cos(\alpha)}{\sin^2(\alpha)} \right]$$

3.7. Supresión del Chattering

El término *chattering* describe el fenómeno de las oscilaciones de amplitud y frecuencia finita que aparecen cuando se implementa la ley de control por modo deslizante [17]. Estas oscilaciones son causadas por el cambio a alta frecuencia de la acción de control en el modo deslizante que excita las dinámicas no modeladas en el lazo cerrado, tal como lo muestra la figura 3.5.

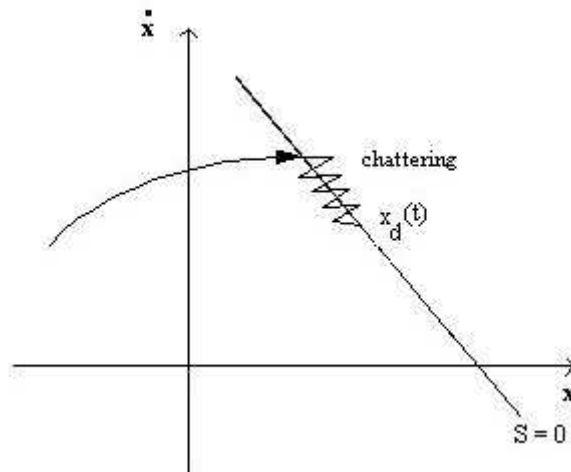


Figura 3.5: El fenómeno *chattering*

Para suprimir este fenómeno modificamos la ley de control reemplazando la función $\operatorname{sgn}(s)$ de la ecuación (3.63) por la función *saturación* denotada por $\operatorname{sat}(s/\phi)$, el cual es una aproxima la función $\operatorname{sgn}(s)$ en una vecindad de la superficie deslizante s [14]. El término ϕ es el ancho de banda de la vecindad o zona

de saturación dentro de la superficie deslizante, dentro de la cual la relación de la ley de control u y la superficie deslizante s es lineal.

La función saturación está definida como:

$$sat(s(t)) = \begin{cases} s(t)/\phi & si \ |s(t)| \leq \phi \\ sgn(s(t)) & si \ |s(t)| > \phi \end{cases} \quad (3.65)$$

Con este método las propiedades de la estabilidad del sistema se mantienen para $|s(t)| > \phi$ y las propiedades de la estabilidad del sistema son indeterminadas para $|s(t)| \leq \phi$. De ahí que la convergencia de las trayectorias del sistema hacia ésta vecindad está garantizada [16]. El diseño apropiado de ϕ permitirá tener un desempeño deseado del sistema.

Entonces, la ley de control modificada es:

$$u = p_{11}\dot{x} - m_{11}g \tan(\alpha) - m_{12} \sin(\alpha)\dot{\alpha}^2 + \frac{kl_e\nu_o}{m_{22} \cos(\alpha)} sat(s\Psi/\phi) \quad (3.66)$$

La propiedad de invariancia de la ley de control por modo deslizante es parcialmente preservada en el sentido que las trayectorias del sistema están ahora confinadas a una vecindad ϕ de la superficie deslizante $s(t) = 0$, en lugar de encontrarse exactamente en la superficie.

3.8. Modo Deslizante en Tiempo Discreto

El procedimiento utilizado para obtener el modo deslizante en el sistema grúa-puente, así como la mayoría de procedimientos, están basados en modelos dimensionalmente finitos en tiempo continuo que utilizan una acción de control discontinua. Una vez que la dinámica del sistema está en modo deslizante, los estados del sistema se encuentran confinados a una superficie en el espacio estado, es decir, en la superficie deslizante.

Cuando se tiene la tarea de implementar el control por modo deslizante en un sistema práctico, se tienen dos opciones:

- Una implementación analógica directa de la ley de control utilizando dispositivos de muy rápida conmutación, como son los transistores de potencia.
- Una implementación discreta de la ley de control utilizando un microcontrolador.

El primer método es solamente aplicable a sistemas con entradas de voltaje y que permitan el uso de dispositivos de conmutación analógicos. Los demás sistemas usualmente están basados en una implementación discreta con microcontroladores.

La ley de control discontinua diseñada en tiempo continuo tendrá una oscilación cuando sea implementada sin modificaciones en tiempo discreto. Esta oscilación o conmutación debido a la discretización es diferente al problema del chattering tratado en la sección 3.7. La oscilación de discretización es debida al hecho de que la frecuencia de conmutación de la ley de control estará limitada por la frecuencia de muestreo, pues una correcta implementación del control por modo deslizante requiere de una frecuencia de conmutación infinita.

Antes de desarrollar un concepto del modo deslizante en tiempo discreto, analizaremos el principio del modo deslizante en sistema en tiempo continuo con ley de control discontinua.

Sea el sistema en tiempo continuo:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (3.67)$$

con ley de control discontinua:

$$u = \begin{cases} u_o & \text{si } s(x) \geq 0 \\ -u_o & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (3.68)$$

Notar que las siguientes observaciones caracterizan la naturaleza de los sistemas de modo deslizante:

- El intervalo de tiempo entre el punto inicial $t = 0$ y el tiempo de alcance de la superficie deslizante $\sigma = \{x : s(x) = 0\}$ en $t = t_a$ es finito, en

contraste con sistemas con ley de control continua, los cuales exhiben una convergencia asintótica hacia cualquier superficie compuesta de trayectorias de estado.

- Una vez que el sistema está en modo deslizante para todo $t > t_a$, las trayectorias de estado están confinadas a la superficie y el orden de la dinámica del sistema en lazo cerrado es menor que el orden del sistema original.
- Para cualquier tiempo $t_0 \geq t_a$, no es posible determinar el tiempo t_a o calcular la trayectoria del sistema para $t < t_a$ basado en la información de los estados del sistema en t_0 .

Sin embargo, durante ambos intervalos de tiempo antes y después de alcanzar la superficie deslizante, las trayectorias del sistema son funciones continuas en el tiempo, y la relación entre estos dos valores de los estados al final de un intervalo de tiempo finito $t = [t_0, t_0 + \Delta t]$ puede ser encontrado resolviendo (3.67) como:

$$x(t_0 + \Delta t) = F(x(t_0)) \quad (3.69)$$

donde $F(x(t))$ es una función continua. Cuando implementamos para cada punto de muestreo $t_k = k\Delta t$, $k = 1, 2, 3, \dots$, la ecuación (3.69) no es otra cosa que la representación en tiempo discreto del sistema en tiempo continuo (3.69), es decir:

$$x_{k+1} = F(x_k) \quad (3.70)$$

Empezando desde el tiempo t_a , las trayectorias de estado pertenecen a la superficie deslizante con $s(x(t)) = 0$, o para algún $k_a \geq t_a/\Delta t$,

$$s(x_k) = 0 \quad (\forall k \geq k_{sm}) \quad (3.71)$$

Este es el modo deslizante en tiempo discreto. Notar que el lado derecho de la ecuación de movimiento del sistema con modo deslizante discreto es una función de estado continua [16].

Hasta el momento, se ha generado una descripción en tiempo discreto de sistemas en modo deslizante en tiempo continuo. Ahora se debe obtener una ley de control en tiempo discreto que genere el modo deslizante en un sistema en tiempo discreto. Para tal caso, en cada punto de muestreo k , seleccionar u_k tal que esta entrada de control, que será constante durante el siguiente intervalo de muestreo Δt , logre $s(x_{k+1}) = 0$ en el siguiente punto de muestreo $k+1$. Durante el intervalo de muestreo, el estado $x(k\Delta t < t < (k+1)\Delta t)$ puede que no se encuentre en la superficie, es decir, es posible que $s(x(t)) \neq 0$ para $k\Delta t < t < (k+1)\Delta t$. Sin embargo, el sistema en tiempo discreto (3.72) se encuentra en la superficie deslizante en cada punto de muestreo, es decir, $s(x_{k+1}) = 0 \quad \forall k = 0, 1, 2, \dots, n$.

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= F(x_k, u_k) & (x \in R^n, \quad u \in R^m, \quad m \leq n) \\ u_k &= u(x_k) \end{aligned} \tag{3.72}$$

El modo deslizante en tiempo discreto ocurre en un subconjunto Σ de la superficie $\sigma = \{x : s(x) = 0\}$, $s \in R^m$, si existe una vecindad Γ de este subconjunto tal que para cada $x \in \Gamma$ entonces $s(F(x_{k+1})) \in \Sigma$ [16].

Capítulo 4

Implementación en Tiempo Real

En este capítulo se explican cada uno de los componentes del hardware de control utilizado en la implementación del sistema de control por modo deslizante para el sistema grúa-puente, como se muestra en la figura 4.1.

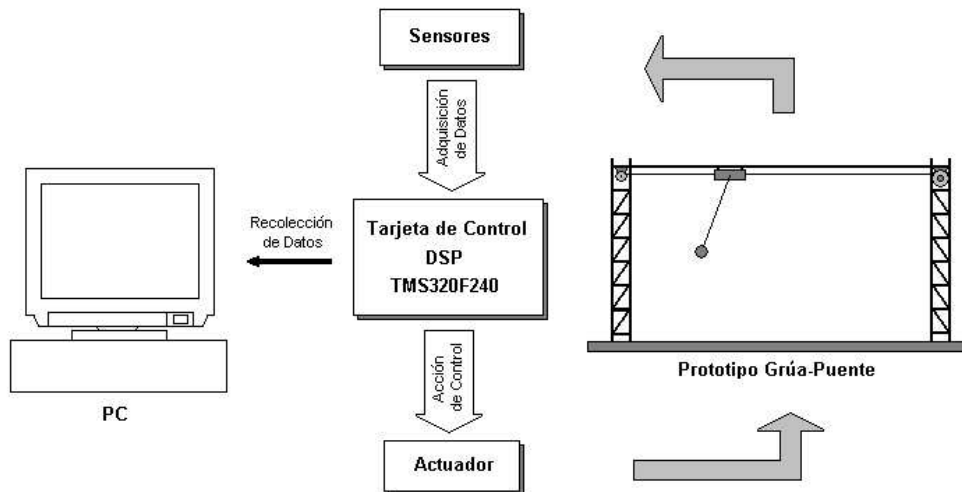


Figura 4.1: Implementación del hardware de control

Los componentes principales del sistema son: el prototipo grúa-puente, el actuador, los sensores y la tarjeta de control DSP TMS320F240. Además, se utiliza una computadora Pentium III 600 MHz para la programación de la tarjeta de control DSP y para la recolección de los datos de los experimentos realizados en el laboratorio.

4.1. El Prototipo

El prototipo grúa-puente, que en adelante llamaremos PGP, está conformado por una estructura metálica, un sistema de tracción, un cabezal acoplado a una varilla con la carga, y una base para el prototipo.

En la figura 4.2 se muestra la estructura metálica del PGP conformado por dos torres y dos rieles horizontales paralelos, por donde el cabezal se desplaza. Esta estructura está construida en aluminio a una escala reducida respecto a las grúas-puente reales. También se puede observar al cabezal, de color naranja, acoplado con la varilla que sujeta a la carga.

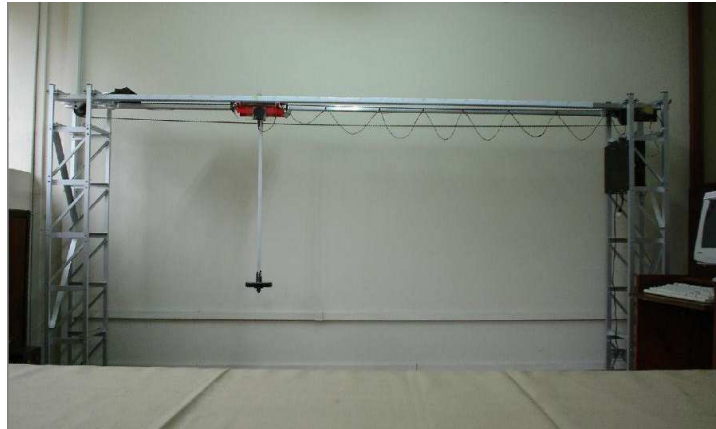


Figura 4.2: Prototipo grúa-puente

En la figura 4.3 se muestran las dimensiones principales del PGP; el recorrido útil que tiene el cabezal es de 1.8 m, el cabezal tiene un peso de 450 gr., la varilla tiene un peso de 170 gr. y una longitud de 80 cm. La carga pesa 2 kg. y la garra que acopla a la carga con la varilla pesa 350 gr.

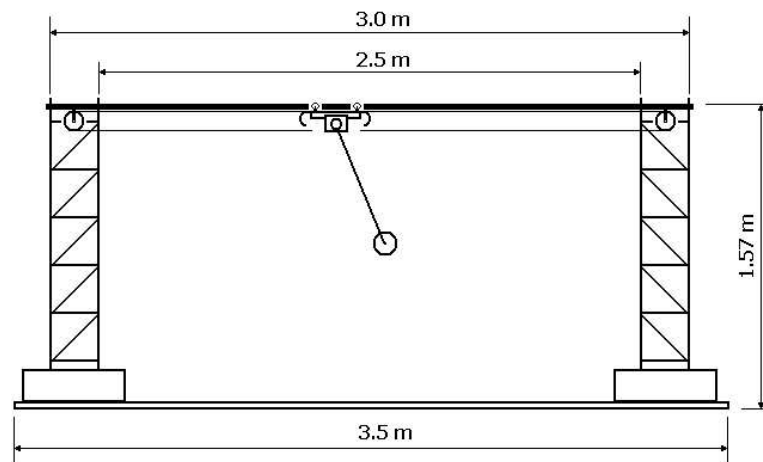


Figura 4.3: Principales dimensiones del PGP

En la figura 4.4 se muestra el sistema de tracción que utiliza el PGP que está conformado por dos engranes de cadena, uno en cada extremo de los rieles horizontales, y una cadena que se encuentra acoplada al cabezal. Este sistema de tracción está construido en acero y tiene el objetivo de transmitir el movimiento del motor-reductor DC al cabezal.

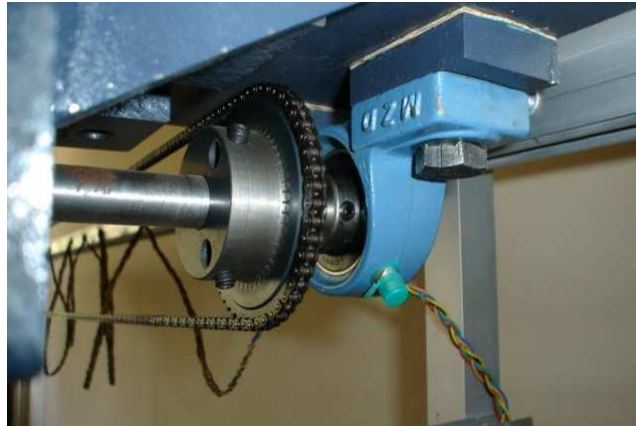


Figura 4.4: Sistema de tracción del PGP

En la figura 4.5 se muestra el cabezal del PGP, en este cabezal se encuentra un eje acoplado a la varilla que sujeta la carga. El cabezal está contruido en aluminio. También se observa el encoder acoplado al cabezal con el que se obtiene la medida de la posición de la varilla.

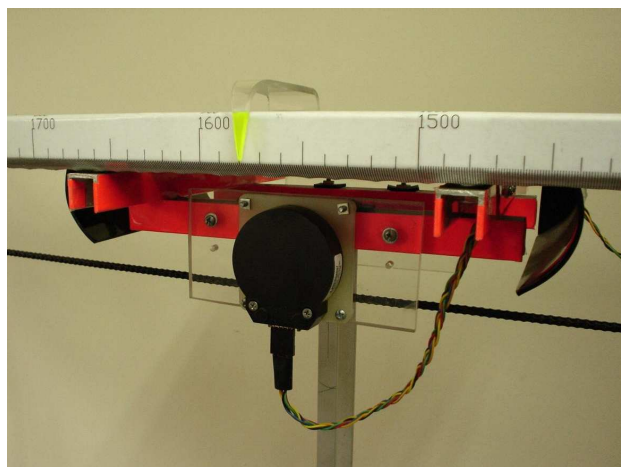


Figura 4.5: Cabezal del PGP

4.2. El Actuador

El actuador utilizado en el hardware de control del PGP, está conformado por un generador de PWM, optoacopladores, un amplificador de potencia y un motor-reductor DC, tal como se muestra en la figura 4.6.

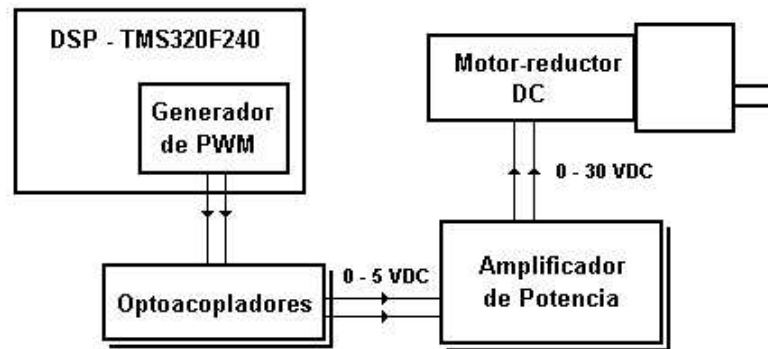


Figura 4.6: Componentes del actuador

4.2.1. Generador de PWM

En sistemas de control de motores, las señales PWM son utilizadas para controlar el tiempo de encendido y apagado de los dispositivos conmutadores que entregan la energía deseada al motor [13]. La forma y la frecuencia de las fases de la corriente y voltajes y la cantidad de energía entregada al motor controla la velocidad y torque requerido. El voltaje deseado de entrada que se aplica al motor es la señal de modulación. La frecuencia de modulación es generalmente mucho menor que la frecuencia del PWM portador.

El generador de PWM utilizado se encuentra dentro del DSP TMS320F240, éste se encarga de conmutar al motor mediante una serie de pulsos, logrando así, variar la velocidad de acuerdo al ancho de pulso. La frecuencia del generador de PWM está configurada a 120 Hz para nuestro caso. Más adelante, en la sección 4.4, se describe las características de este módulo interno del DSP.

4.2.2. Optoacopladores

El integrado 4N33 es un acoplador óptico compuesto por un led infrarojo de galio-arsénico y un foto-transistor Darlington. Este optoacoplador es usado para aislar el circuito de control del circuito de potencia, con el propósito de proteger los componentes del circuito de control. Las características de este integrado son: alta tasa de transferencia de corriente (500 % mínimo) y alta resistencia de aislamiento ($10^{11}\Omega$). Este optoacoplador fue implementado tal como lo muestra la figura 4.7 para ambas señales PWM provenientes del DSP.

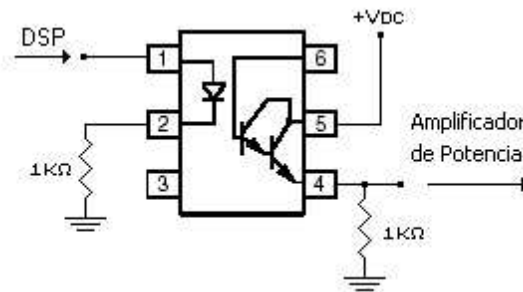


Figura 4.7: Circuito del optoacoplador 4N33

4.2.3. Amplificador de Potencia

El amplificador de potencia implementado para el motor-reductor DC del PGP es un puente-H. Este amplificador de potencia está conformado por un circuito de control de disparo y un circuito de conmutación llamado puente-H. El circuito de control de disparo activa o desactiva a los conmutadores por los pares (A,C) y (B,D) para hacer girar al motor, el esquema de su funcionamiento se muestra en la figura 4.8.

La razón de utilizar el generador de PWM y el amplificador de potencia, se debe a que el motor-reductor DC no responde inmediatamente a una tensión de entrada, por ello es necesario usar un sistema que permita variar la velocidad entre un valor mínimo y un valor máximo, y que además permita dar un cambio seguro en el sentido de rotación del eje del motor-reductor DC.

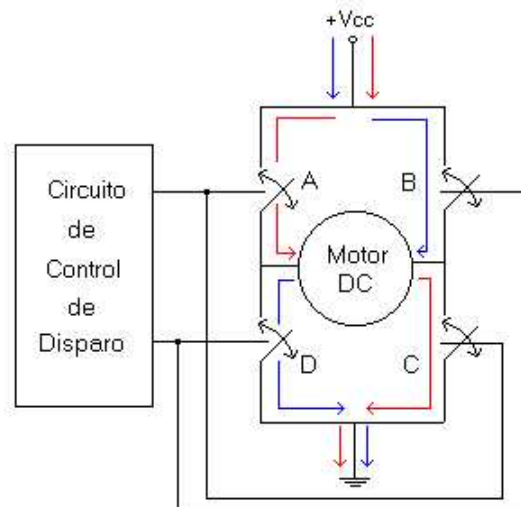


Figura 4.8: Esquema de operación del amplificador de potencia

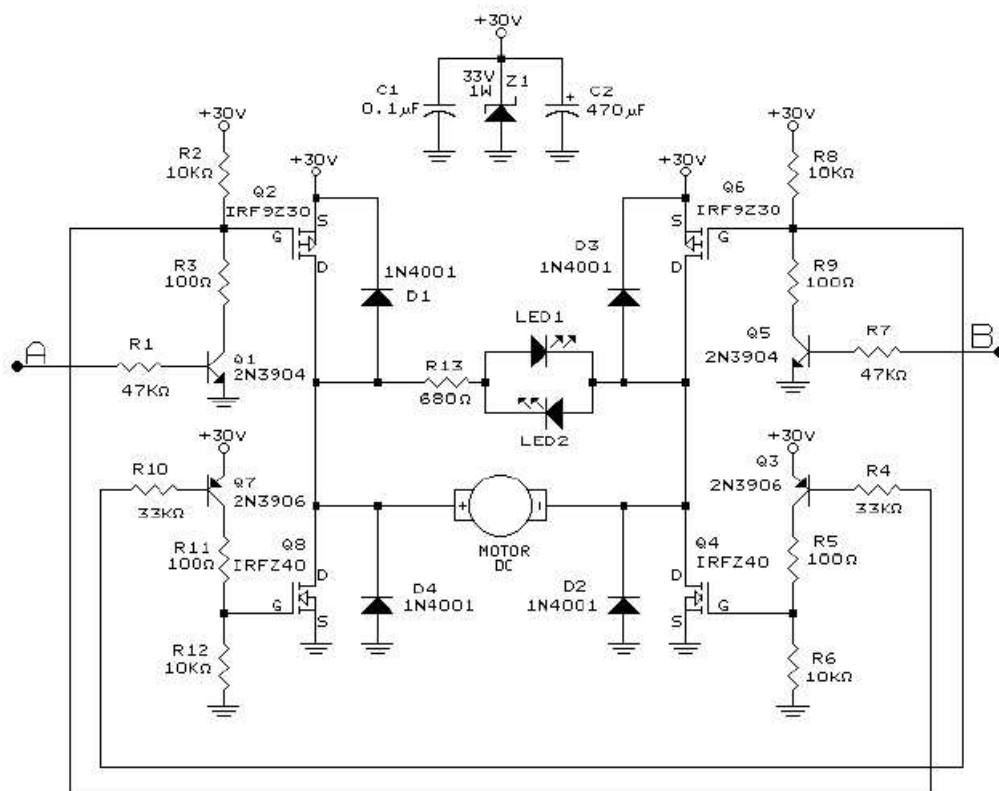


Figura 4.9: Amplificador de potencia - puente H

En el puente-H se utilizan transistores MOSFET¹ para la conmutación de los pares por tener mejor desempeño que los otros tipos de transistores, mientras que en el circuito de control de disparo se utilizan transistores BJT (*Bipolar Junction Transistor*), tal como se muestra en la figura 4.9.

Los MOSFETs de canal-N trabajan aplicándoles un voltaje positivo en su compuerta. Cuando un voltaje positivo mayor que el voltaje umbral de su compuerta es aplicado, el MOSFET se activa (Q4 y Q8). Los MOSFETs de canal-P trabajan en reversa (Q2 y Q6), es decir, cuando un voltaje negativo menor que el voltaje umbral de la compuerta es aplicado, el MOSFET se activa. Los diodos D1 a D4 conducen la fuerza contraelectromotriz desde el motor hasta la fuente de alimentación [13]. Los modos de operación se muestran en la tabla 4.1.

| | A | B |
|--------------|---|---|
| MODO PARADA | 0 | 0 |
| MODO AVANCE | 1 | 0 |
| MODO REVERSA | 0 | 1 |
| NO PERMITIDO | 1 | 1 |

Tabla 4.1: Modos de operación del puente H

4.2.4. Motor-Reductor DC

Un motor DC está constituido básicamente por dos partes: una parte rotatoria llamada armadura (o rotor), y una parte fija llamada estator. En la figura 4.10 se muestra el diagrama del motor DC, donde se aprecian las partes del motor.

La armadura es un electroimán, mientras que el estator generalmente es un imán permanente en motores pequeños, pero también puede ser un electroimán. Cuando un voltaje es aplicado al motor, la corriente fluye por la armadura generando un campo magnético, este campo magnético causa que la armadura empiece a girar. La polaridad del campo magnético de la armadura conmuta para que las fuerzas de atracción y repulsión de los polos magnéticos entre la armadura y el estator permitan el movimiento rotatorio de la armadura [9].

¹Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor

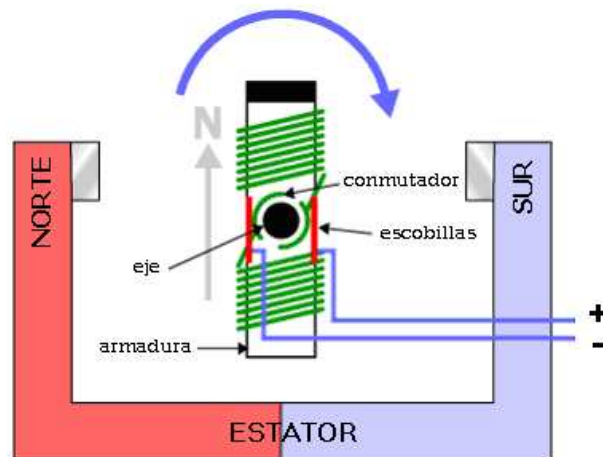


Figura 4.10: Esquema del motor DC

El motor eléctrico utilizado es un motor-reductor DC marca *PITTMAN* modelo GM9236C534-R2 (ver figura 4.11). Este motor-reductor es de imán permanente, con un estator de 2 polos, magnetos cerámicos, eje de acero inoxidable y escobillas de cobre-grafito.

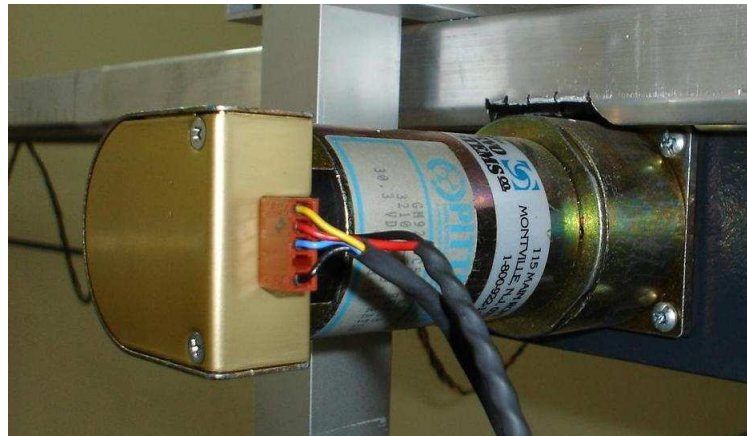


Figura 4.11: Motor-reductor DC GM9236C534-R2

Las principales características del motor-reductor DC son: voltaje de alimentación de +30 VDC, velocidad sin carga de 800 rpm, torque continuo de 0.34 N-m (max.), torque pico de 2.0 N-m (parado) y una reducción de 5.9 : 1.

4.3. Los Sensores

El sensores implementados para el PGP están conformados, cada uno, por un encoder óptico incremental, un detector de cuadratura y un reloj contador, tal como se muestra en la figura 4.12. Estos sensores son utilizados para medir la posición del cabezal y la varilla.

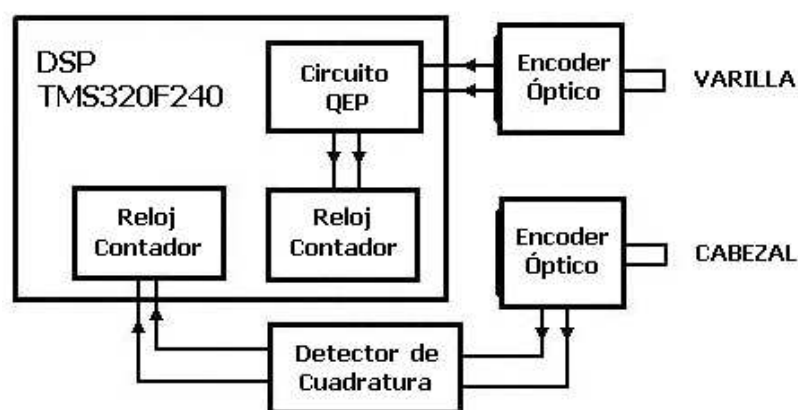


Figura 4.12: Componentes de los sensores

En nuestro caso, la tarjeta de control DSP tiene un módulo interno de detección de cuadratura que nos permite manejar un encoder óptico directamente, llamado circuito QEP², por lo cual solamente necesitamos implementar un detector de cuadratura externo. Para ambos contadores, utilizaremos dos relojes internos configurados como contadores, su configuración se detallarán más adelante en la sección 4.4.

4.3.1. Encoder Óptico Incremental

El encoder óptico incremental está compuesto por un disco codificado, que se acopla al eje que se desea medir su rotación, y un módulo óptico compuesto por un emisor de luz y un detector de luz, tal como se muestra en la figura 4.13. Este encoder nos permite convertir el movimiento rotacional del eje que deseamos medir en señales digitales, necesarias para trabajar con un controlador digital, sin tener que utilizar conversores analogo-digitales [1].

²Cuadrature Encoder Pulse

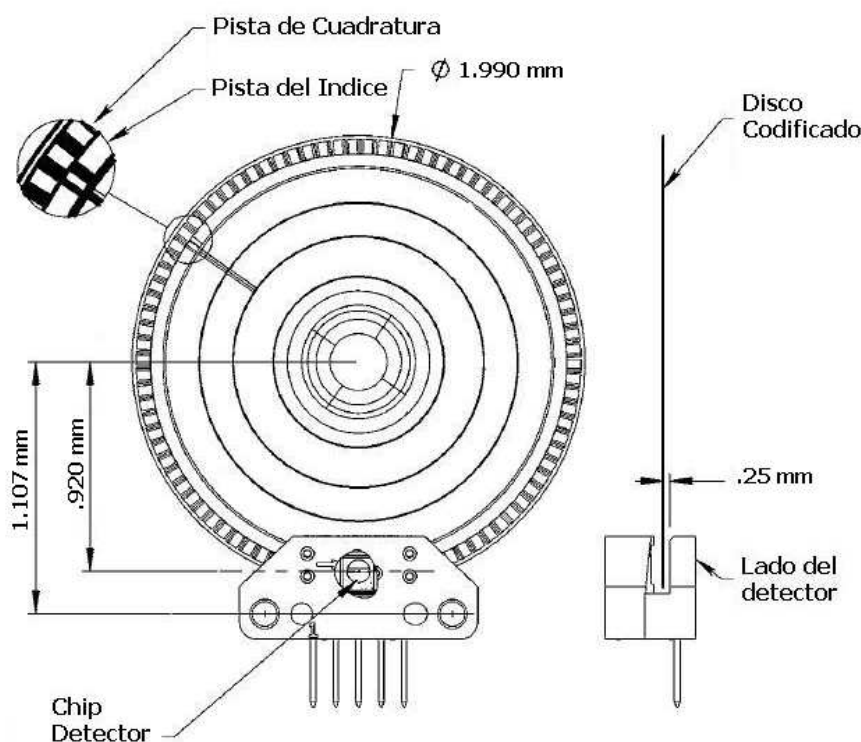


Figura 4.13: Módulo óptico y disco codificado

En el disco codificado se encuentran la pista de cuadratura y la pista del índice, estas pistas tienen marcas que permiten pasar o interrumpir la señal de luz proveniente de la fuente de luz. El número de marcas en el disco nos dará el número de ciclos por revolución (CPR) que tiene el encoder óptico.

El detector de luz en el módulo óptico es un chip detector IC³. Este detector tiene el objetivo de transformar las interrupciones de luz, debido a la rotación del disco codificado, en señales digita. Este detector tiene tres salidas:

- Dos canales de salida en cuadratura A y B.
- Un canal de salida del índice.

Las salidas en cuadratura A y B son trenes de pulsos que se encuentran desfasados entre sí, las señales de cuadratura se encuentran desfasadas de la siguiente manera: A adelanta a B en una rotación del eje en sentido horario; y B adelanta

³Infrared Chip

a A en una rotación del eje anti-horario. En la figura 4.14 se muestra el diagrama de tiempos del módulo óptico respecto a la rotación del disco codificado.

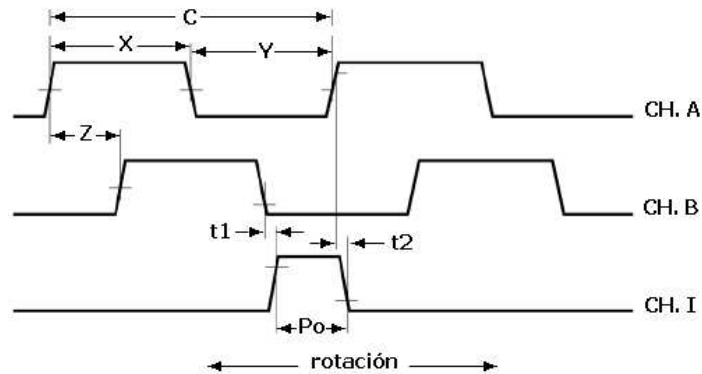


Figura 4.14: Diagrama de tiempos del modulo óptico

Los canales en cuadratura A y B se ponen en un estado alto cuando el disco codificado deja pasar luz, y se ponen en un estado bajo cuando el disco codificado interrumpe la luz. El canal del índice se pone en un estado alto una vez por revolución, coincidentemente con los estados bajos de los canales A y B. En la tabla 4.2 se muestran los principales parámetros que caracterizan las salidas del módulo óptico.

| Parámetro | Símbolo | Valor | Unidad |
|-------------------------------------|---------|-------|--------|
| Ancho de un ciclo | C | 360 | °e |
| Error de ciclo | | 3.0 | °e |
| Simetría | | 180 | °e |
| Cuadratura | Z | 90 | °e |
| Ancho de pulso del índice | Po | 90 | °e |
| CH.I subida después que CH.A/B caen | t1 | 100 | ns |
| CH.I caída después que CH.A/B suben | t2 | 150 | ns |

Tabla 4.2: Parámetros del módulo óptico

El error de ciclo es una indicación sobre la uniformidad del ciclo. Es la diferencia entre el ángulo observado del eje el cual se eleva a un ciclo eléctrico, y el incremento angular nominal de revolución.

4.3.2. Detector de Cuadratura

El detector de cuadratura tiene como propósito identificar la posición y el sentido de rotación del encoder óptico incremental a partir de la detección del adelanto o atraso de fase entre las salidas en cuadratura A y B provenientes del módulo óptico [1].

Para nuestro caso, el detector de cuadratura utilizado en uno de los sensores, es el integrado LS7184, este integrado permitirá manejar un contador digital estándar con el encoder óptico. En la figura 4.15 se muestra el esquema de la implementación del integrado.

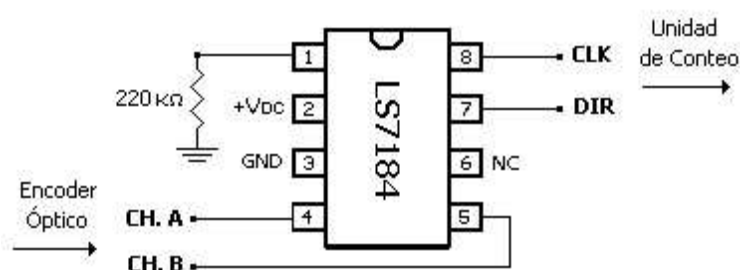


Figura 4.15: Circuito del detector de cuadratura LS7184

El integrado LS7184 tiene dos salidas:

- Una salida de reloj (CLK): Es un tren de pulsos que permite al contador establecer el magnitud de la rotación del encoder.
- Una salida de dirección (DIR): Es una señal que tiene un estado alto o un estado bajo que indica el sentido de la rotación del encoder.

Además, este integrado tiene implementado internamente un modulo de multiplicación para aumentar la frecuencia de la salida de reloj respecto a las señales en cuadratura (CH.A y CH.B), los factores de multiplicación son: X1, X2 ó X4. Para nuestro caso el integrado está en modo X4, lo que permite aumentar la frecuencia de la salida de reloj, obteniendo una resolución cuatro veces mayor que la resolución original del encoder óptico. En la figura 4.16 se muestra el diagrama de tiempos del LS7184, donde se observa como se comportan las salidas del integrado.

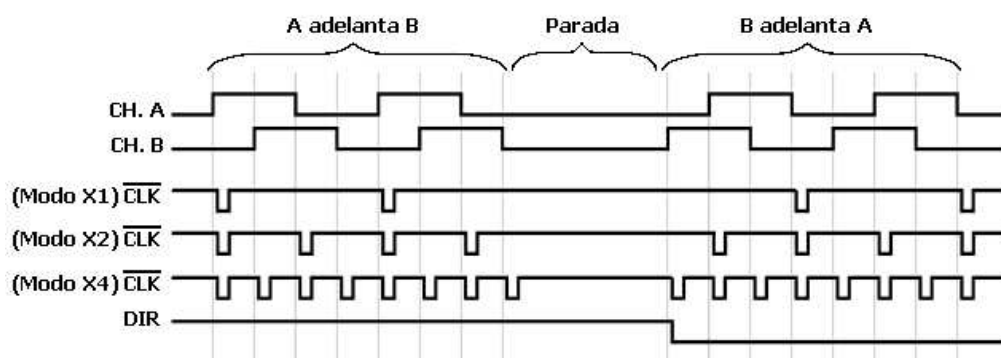


Figura 4.16: Diagrama de tiempos del LS7184

4.3.3. Sensor de la Varilla

Este sensor es utilizado para la obtención de la posición angular y la velocidad angular de la varilla que sujeta la carga. El encoder utilizado se encuentra montado en el cabezal del PGP, este encoder tiene una resolución de 1024 CPR. El detector de cuadratura que utiliza este sensor está implementado en un módulo interno de la tarjeta de control DSP llamado circuito QEP. Este módulo está configurado para aumentar la resolución del encoder cuatro veces, obteniendo 4096 pulsos por revolución (PPR). Para el contador de este sensor utilizamos un reloj interno de la tarjeta de control DSP configurado como contador Up/Dn, en la sección 4.4 se detallan sus características.

4.3.4. Sensor del Cabezal

Este sensor es utilizado para obtener la posición lineal y la velocidad lineal del cabezal. El encoder utilizado se encuentra montado en el rotor del motor-reductor DC, este encoder tiene una resolución de 512 CPR, pero debido a la reducción del motor, en el eje de salida se obtiene una resolución de 3020 CPR. El detector de cuadratura para este sensor está implementado por el integrado LS7184. Este integrado está configurado para aumentar la resolución del encoder cuatro veces, obteniendo 12080 PPR. Para el contador de este sensor utilizamos un reloj interno de la tarjeta de control DSP configurado como contador Up/Dn, en la sección 4.4 se detallan sus características.

4.4. Tarjeta de Control DSP TMS320F240

En la figura 4.17 se muestra la tarjeta de control, esta tarjeta utiliza un DSP modelo TMS320F240. Este DSP tiene una arquitectura de tipo Harvard que maximiza la potencia de procesamiento al mantener dos buses de memoria, de datos y programa, para una ejecución a máxima velocidad. De este modo se pueden leer los datos y las instrucciones simultáneamente [7].



Figura 4.17: Tarjeta de control DSP - TMS320F240

El microprocesador tiene implementado un conjunto de instrucciones que soporta tanto operaciones de procesamiento de señales numéricamente intensivas, como aplicaciones de propósito general, tal como control automático de alta velocidad.

Se dispone de cuatro modos de direccionamiento básicos: directo, indirecto, inmediato y por registros auxiliares. La memoria está organizada en 4 espacios seleccionables; programa, datos locales, datos globales y entradas/salidas (I/O).

Los periféricos I/O son: 3 relojes de propósito general de 16-bits, 2 convertidores A/D simultáneos de 10-bits, 9 unidades de generación de PWM, 2 sis-

temas de comunicación serial (SPI/SCI), 4 unidades de captura de tiempos y dos en cuadratura-encoder (circuito QEP), entradas y salidas I/O programables.

4.4.1. Relojes de Propósito-General

Existen tres relojes de propósito general (GP Timers). Estos relojes son usados como bases de tiempo independientes para las diversas aplicaciones necesarias dentro del algoritmo de control [6].

El registro de las unidades de comparación asociadas a cada reloj puede ser usada para comparar y generar señales PWM. Se puede tener entradas de reloj internas o externas con un pre-escalador programable para cada reloj mediante su registro GPTCON.

- Reloj 1: Genera el periodo de muestreo del sistema de control y provee de una base de tiempo para las operaciones de comparación asociadas con la generación de salidas PWM.
- Reloj 2: Provee una base de tiempo para las operaciones del circuito QEP.
- Reloj 3: Provee una base de tiempo para las operaciones de los pines asignados al detector de cuadratura externo (TMRDIR/TMRCLK) del sensor de posición del cabezal.

4.4.2. Unidad de Generación de PWM

Utilizamos un par de salidas PWM1 y PWM2 generadas por medio de la unidad de comparación (*full-compare*) que tiene tiempo muerto (*deadband*) programable. La programación de esta unidad de generación de pulsos se realiza configurando los registros COMCON, ACTR y DBTCON. Para generar la señal PWM, se utiliza el reloj 1, necesario para repetir el periodo de conteo, que es el mismo que el periodo PWM.

En muchas aplicaciones en motores y electrónica de potencia, dos dispositivos de potencia (superior e inferior) son colocados en serie en una línea de conversión de potencia. Para evitar que ocurra una falla por corto entre los polos, los periodos de encendido de los dos dispositivos no deben traslaparse. Entonces, un par

de salidas PWM *sin-traslape* es frecuentemente requerido para encender los dos dispositivos de potencia correctamente.

Un tiempo muerto (*deadband*) es generalmente insertado entre el apagado de un transistor y el encendido del otro transistor. Este retraso permite el completo desactivado del transistor antes de que el otro sea activado. El tiempo requerido para este retraso es especificado por las características de encendido y apagado del transistor utilizado y de las características de carga de la aplicación en donde será aplicado. En la figura 4.18 se muestra la generación del par de salidas PWM con tiempo muerto.

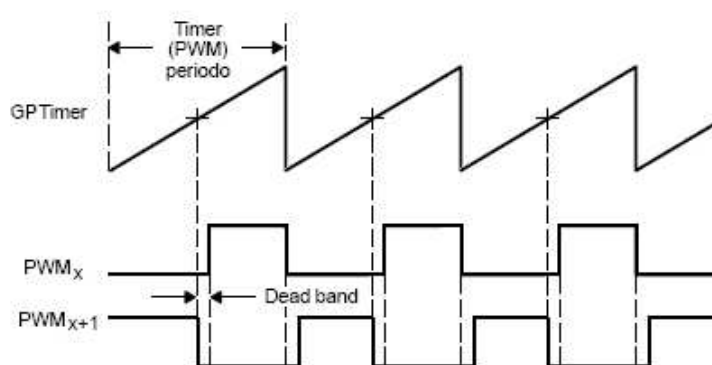


Figura 4.18: Generación de salidas PWM con *deadband*

4.4.3. Circuito Cuadratura Encoder Pulso

El circuito cuadratura encoder pulso (QEP) es activado con el registro CAPCON para detectar y contar los pulsos de entrada en cuadratura por los pines CAP1/QEP1 y CAP2/QEP2. Este circuito es usado como interfase con el encoder óptico para obtener la posición angular de la varilla.

La base de tiempo para el circuito QEP se obtiene del reloj 2 de 16-bits. La selección se realiza configurando el registro T2CON. El reloj seleccionado debe ser configurado en el modo de conteo direccional up/down con el circuito QEP como fuente de reloj.

La lógica de detección de dirección del circuito QEP determina cual secuencia está en adelante. Esta genera una señal de dirección para la entrada de direc-

ción del reloj seleccionado. El reloj seleccionado cuenta en forma ascendente o descendente si la entrada CAP1/QEP1 está en adelanto o atraso de fase con respecto a la entrada CAP2/QEP2, respectivamente. Ambos flancos de las entradas en cuadratura son contadas por el circuito QEP, entonces, la frecuencia del reloj generado por el circuito QEP es cuatro veces la frecuencia de cada entrada, como lo muestra la figura 4.19.

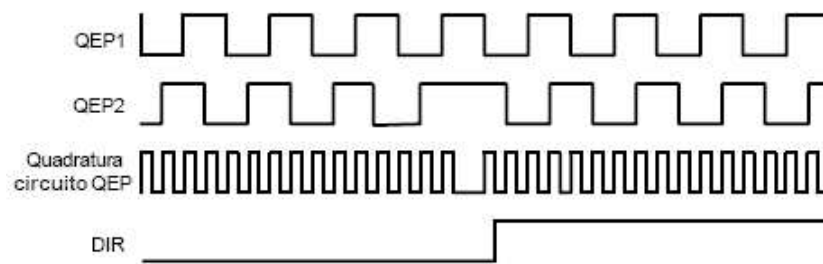


Figura 4.19: Diagrama de tiempos del circuito QEP

4.5. Software de Control

En esta sección se muestra el diagrama de flujo del algoritmo de control (ver figura 4.20). Este algoritmo de control fue implementado en la tarjeta de control DSP TMS320F240, ver apéndice C. A continuación se explican los principales pasos del algoritmo de control:

1. Inicialización de los registros y pines I/O de la tarjeta de control.
2. Seteo de variables de control, constantes y referencia deseada.
3. Inicio del bucle de control mientras que t menor que el tiempo de simulación.
4. Se realiza la adquisición de los datos provenientes de los sensores.
5. Se realiza el cálculo de la acción de control y la acción del compensador de zona muerta del motor correspondiente a ese instante.
6. Se envía la acción de control compensada hacia el actuador. Luego se cierra el bucle de control.

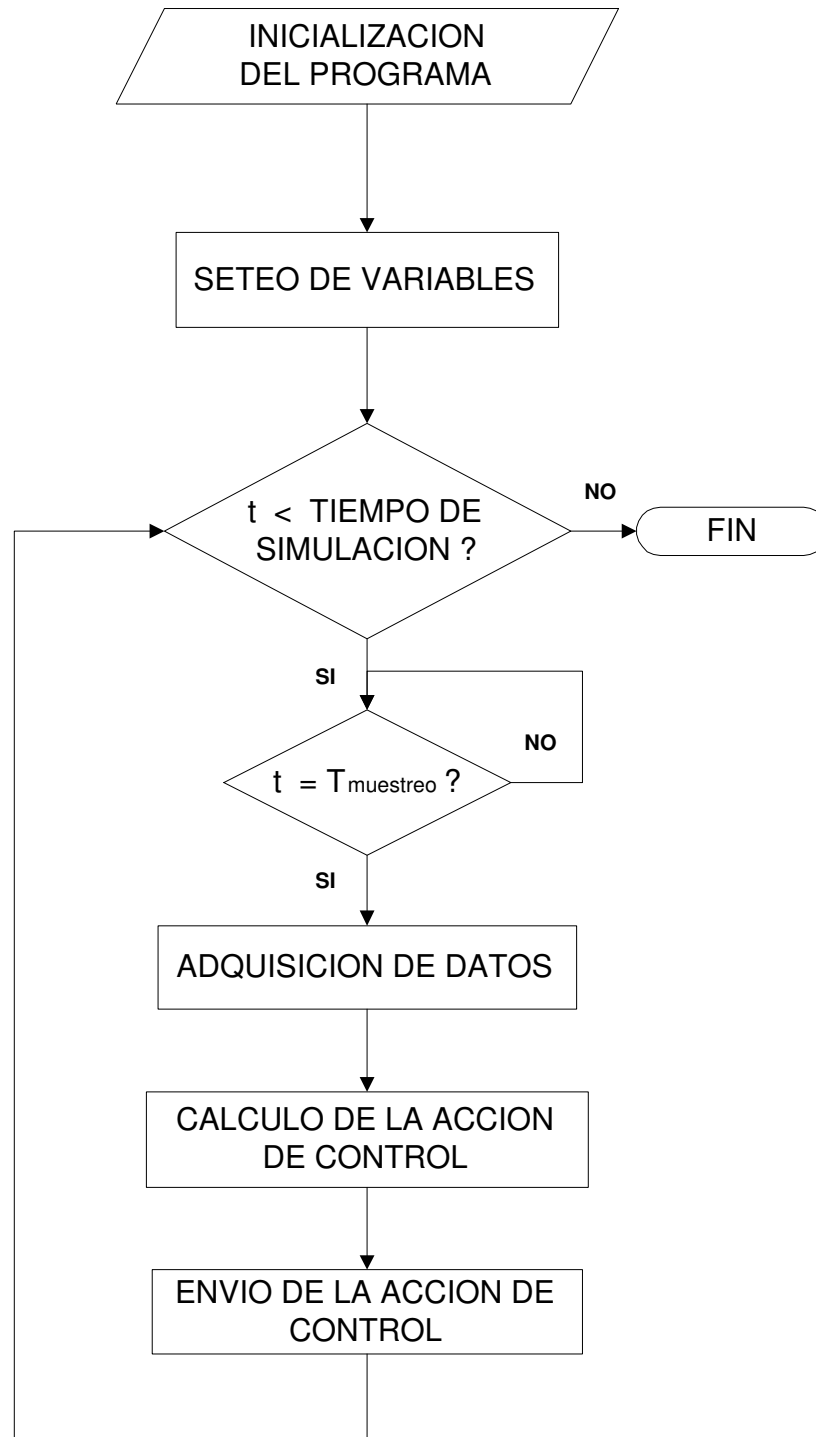


Figura 4.20: Diagrama de flujo del algoritmo de control

Capítulo 5

Simulaciones

En este capítulo mostramos las simulaciones del sistema de control por modo deslizante para el sistema Grúa-Puente. En la primera parte se encuentra el desarrollo de las simulaciones utilizando la ley de control original, es decir, sin aplicar el método de supresión de chattering. En la segunda parte se encuentra el desarrollo de las simulaciones utilizando la ley de control modificada, es decir, aplicando el método de supresión de chattering.

Todas las simulaciones del sistema controlado son respuesta a una referencia arbitraria constante, con el propósito de realizar una mejor comparación de los resultados de las simulaciones. Además, en ambos casos, introduciremos modificaciones en los parámetros del sistema, específicamente modificaremos la longitud de la varilla y en la masa de la carga. También se aplica una perturbación externa para observar el desempeño del controlador. Los programas utilizados se encuentran en el apéndice B, llamados: `conveycrane_smc_sign.m`, `conveycrane_smc_sat.m` y `conveycrane_model.m`

5.1. Ley de Control Original

En esta sección se encuentran las simulaciones del sistema controlado utilizando la ley de control original, es decir, utilizando la función signo. El tiempo de simulación utilizado es de 10 segundos. Los parámetros del controlador son : $\lambda_0 = 8$, $\lambda_1 = 0.27$ y $\nu_o = 8$.

5.1.1. Simulación 1

Consideramos unas condiciones iniciales de $x = 0\text{ m}$ para la posición del cabezal y $\alpha = 0\text{ rad}$ para la posición angular de la varilla. Las posición deseada del cabezal es $x = 2.0\text{ m}$ y la posición deseada de la varilla es $\alpha = 0\text{ rad}$. Los valores de la carga y de la longitud del péndulo son 2 Kg y 0.80 m respectivamente.

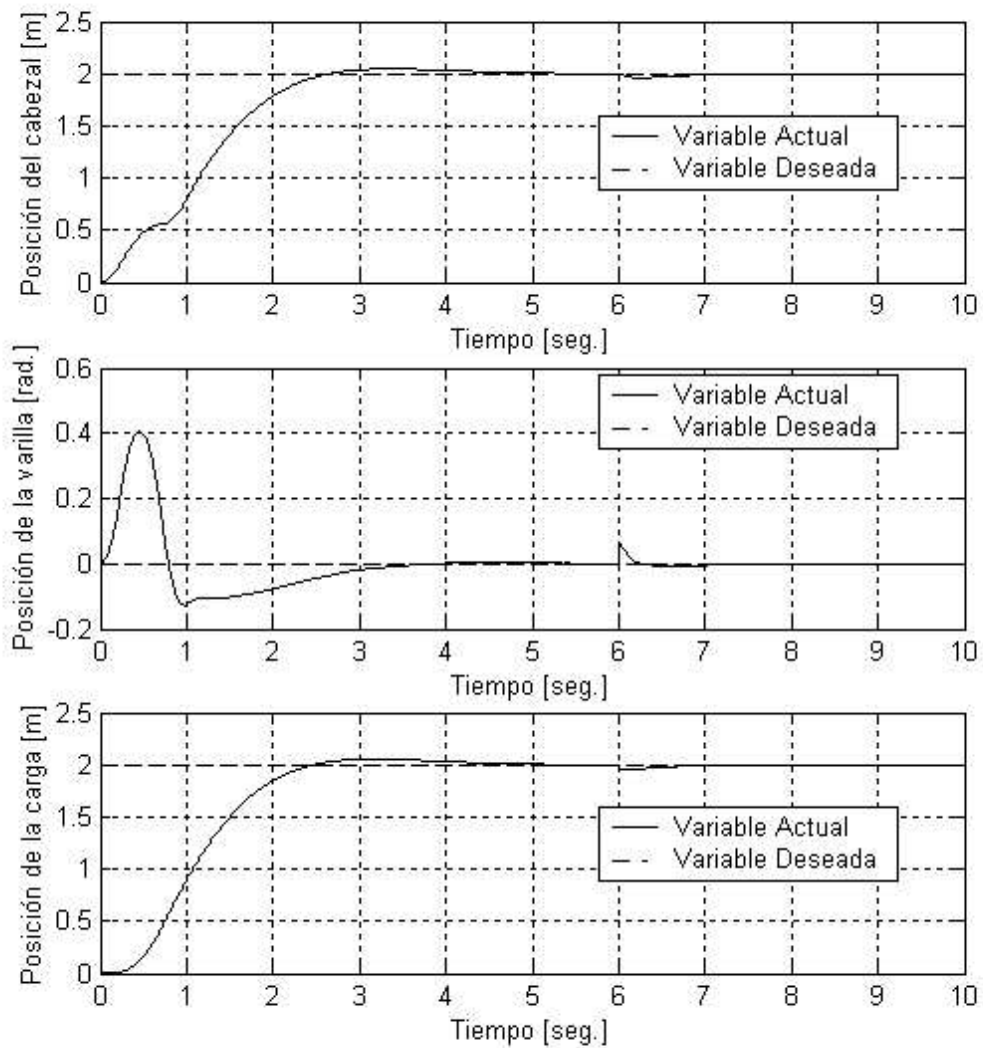


Figura 5.1: Salidas posición del sistema controlado ($l_e = 0.80$ y $m_e = 2$)

En la figura 5.1 se muestran la posición del cabezal, la posición angular de la varilla y la posición de la carga. Para la carga se obtiene un tiempo de establecimiento aproximado de 4.0 seg. Además, se observa que existe un pequeño sobreimpulso para el cabezal de 2.3% y para la carga de 2.7% . Se tiene un error en estado estable casi nulo. También se observa como el controlador responde satisfactoriamente a una perturbación externa aplicada a la varilla en $t = 6 \text{ seg.}$, corrigiendo su posición y restableciéndose en aproximadamente 1 seg.

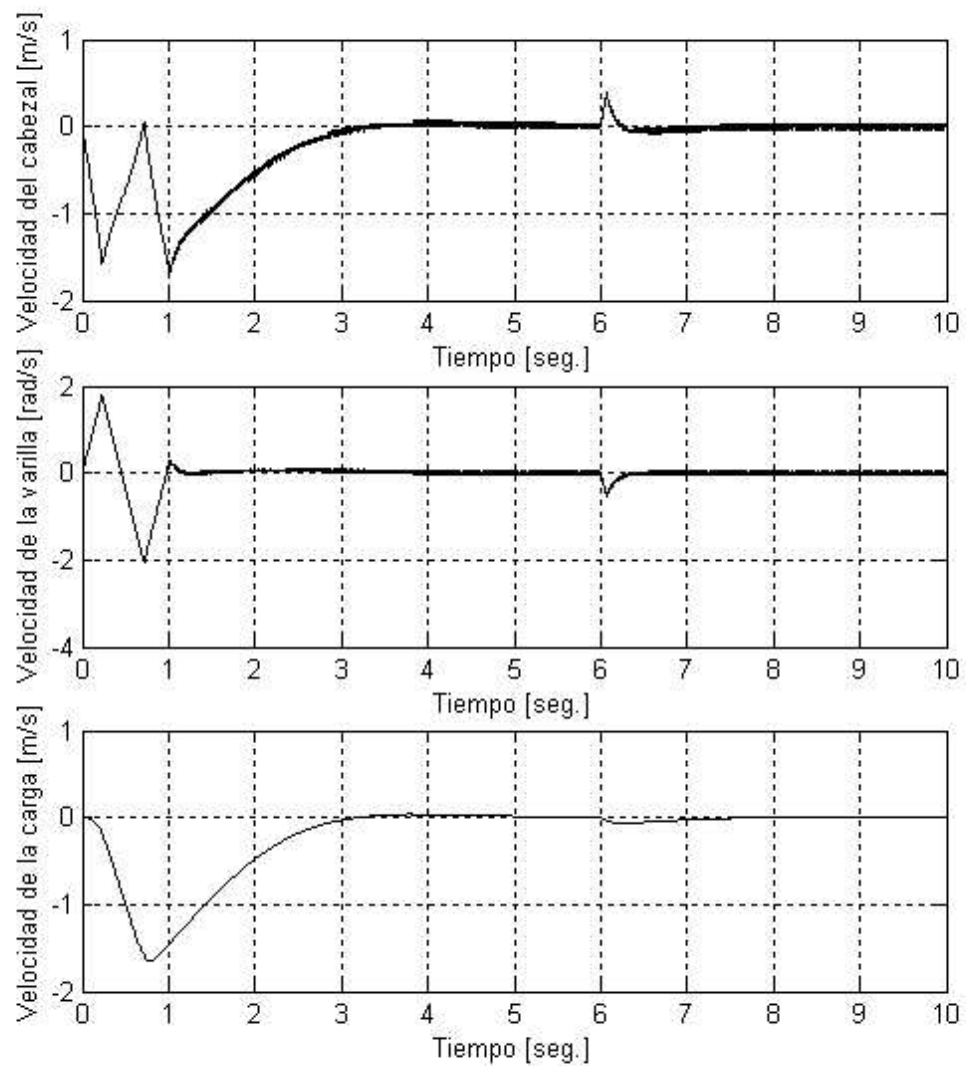


Figura 5.2: Salidas velocidad del sistema controlado ($l_e = 0.80$ y $m_e = 2$)

En la figura 5.2 se muestran la velocidad del cabezal, la velocidad angular de la varilla y la velocidad de la carga. Se observa que las velocidades del cabezal y de la varilla presentan picos abruptos, esto es debido a la conmutación de ley de control. Posteriormente estos picos se reducen en amplitud y aumentan en frecuencia a medida que los estados del sistema alcanzan la superficie deslizante.

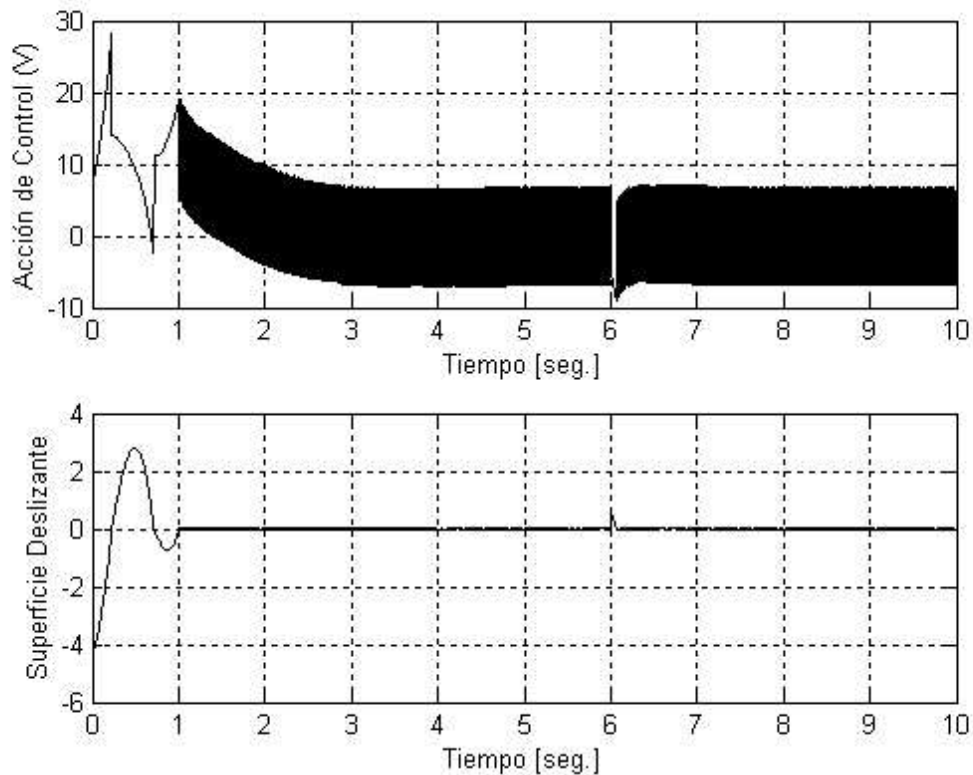


Figura 5.3: Acción de control y superficie deslizante ($l_e = 0.80$ y $m_e = 2$)

En la figura 5.3 se muestran la acción de control por modo deslizante original y la superficie deslizante. El tiempo en que los estados del sistema alcanzan la superficie deslizante es de aproximadamente 1 *seg.* En ese mismo instante aparece el fenómeno chattering en la acción de control, como se observa este fenómeno es muy perjudicial de implementarse directamente en el actuador. Observar también que los estados del sistema son forzados a permanecer en la superficie deslizante para todo tiempo subsiguiente, a pesar de aplicarse una perturbación externa.

5.1.2. Simulación 2

Consideramos unas condiciones iniciales de $x = 0\text{ m}$ para la posición del cabezal y $\alpha = 0\text{ rad}$ para la posición angular de la varilla. Las posición deseada del cabezal es $x = 2.0\text{ m}$ y la posición deseada de la varilla es $\alpha = 0\text{ rad}$. Los valores de la carga y de la longitud del péndulo son: 3 Kg y 0.60 m respectivamente.

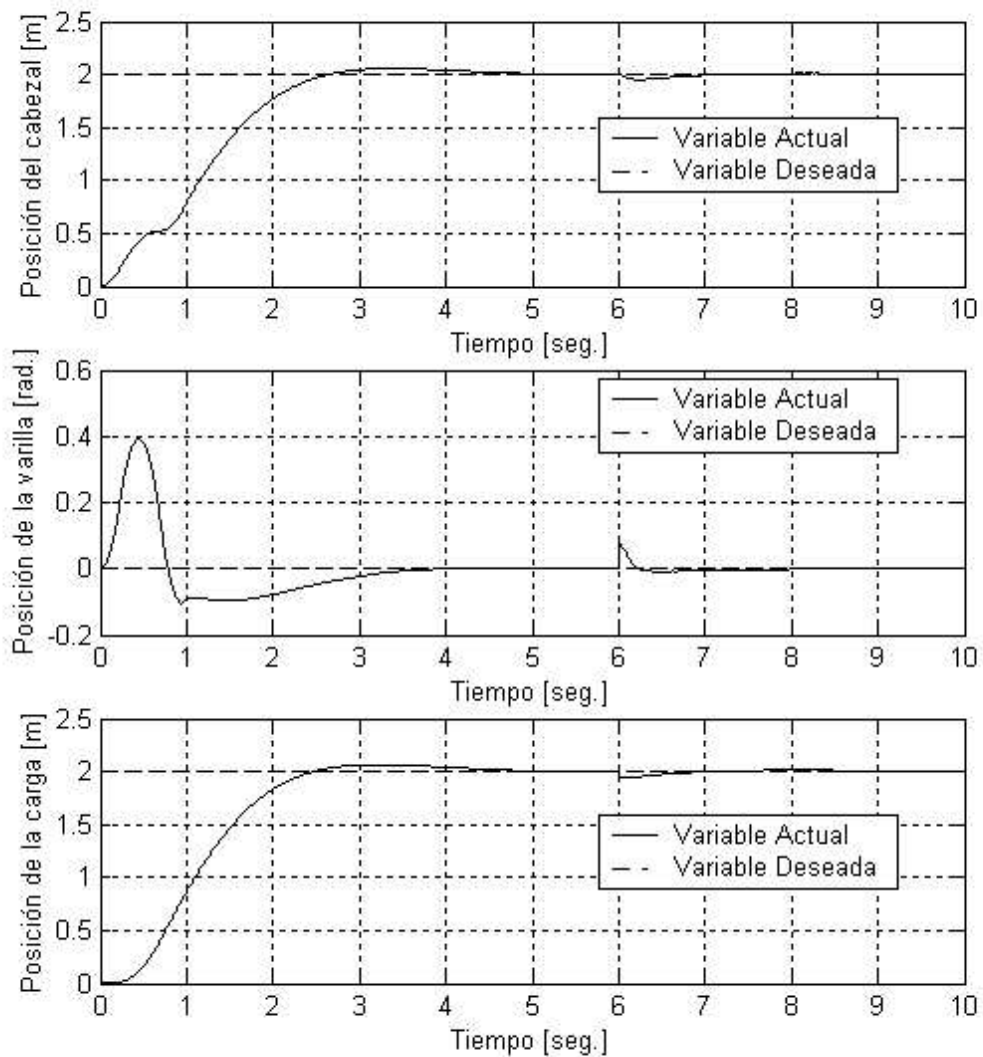


Figura 5.4: Salidas posición del sistema controlado ($l_e = 0.60$ y $m_e = 3$)

En la figura 5.4 se muestran la posición del cabezal, la posición angular de la varilla y la posición de la carga. Para la carga se obtiene un tiempo de establecimiento aproximado de 4.0 seg. Además, se observa que existe un pequeño sobreimpulso para el cabezal de 2.9% y para la carga de 3.3% . Se tiene un error en estado estable casi nulo. También se observa como el controlador responde satisfactoriamente a una perturbación externa aplicada a la varilla en $t = 6 \text{ seg.}$, corrigiendo su posición y restableciéndose en aproximadamente 1 seg.

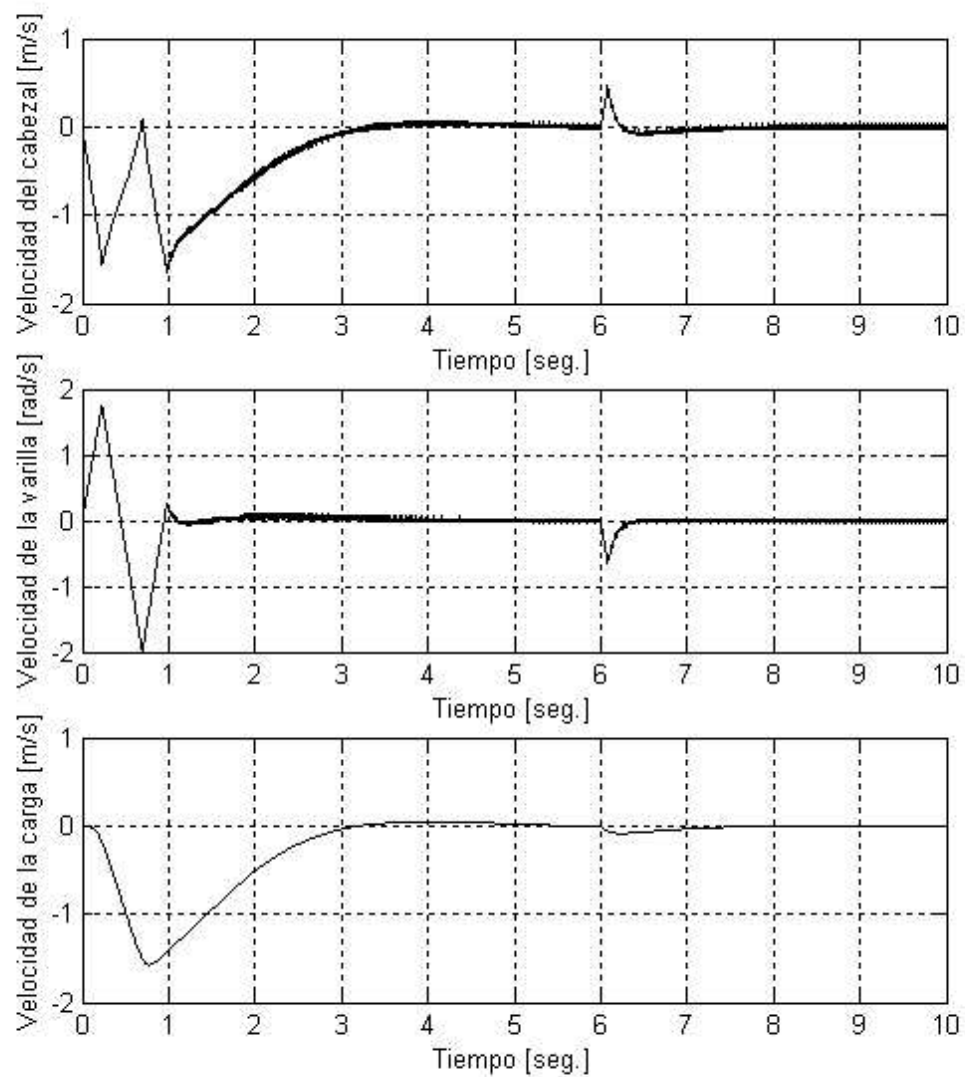


Figura 5.5: Salidas velocidad del sistema controlado ($l_e = 0.60$ y $m_e = 3$)

En la figura 5.5 se muestran la velocidad del cabezal, la velocidad angular de la varilla y la velocidad de la carga. Se observa que las velocidades del cabezal y de la varilla presentan picos abruptos, esto es debido a la conmutación de ley de control. Posteriormente estos picos se reducen en amplitud y aumentan en frecuencia a medida que los estados del sistema alcanzan la superficie deslizante.

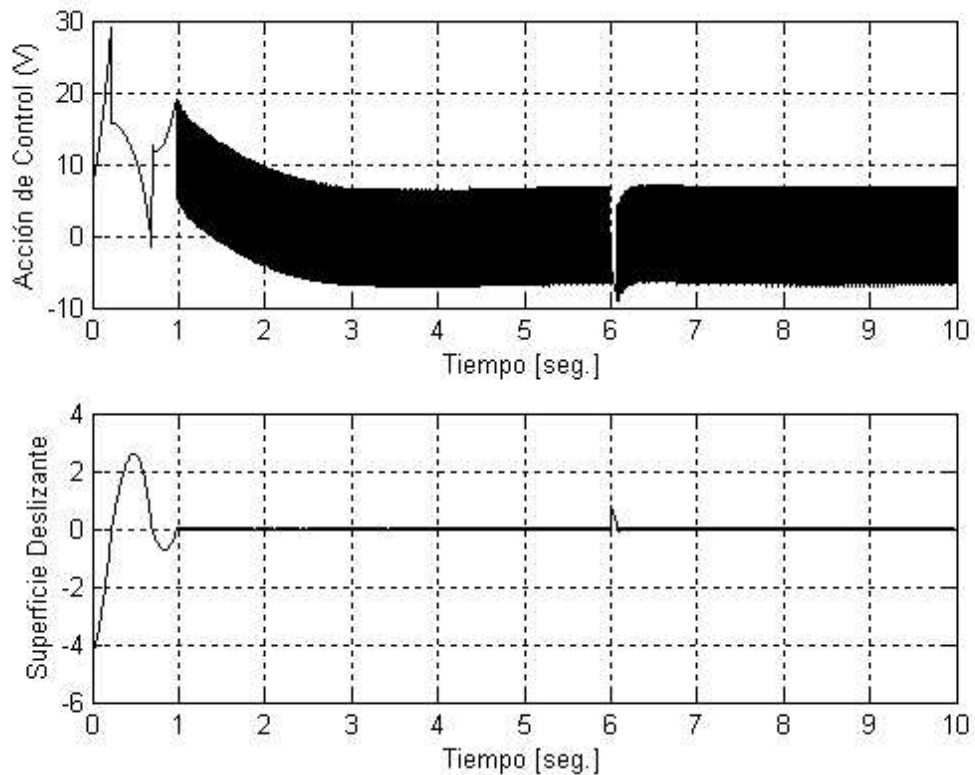


Figura 5.6: Acción de control y superficie deslizante ($l_e = 0.60$ y $m_e = 3$)

En la figura 5.6 se muestran la acción de control por modo deslizante original y la superficie deslizante. El tiempo en que los estados del sistema alcanzan la superficie deslizante es de aproximadamente 1 *seg.* En ese mismo instante aparece el fenómeno chattering en la acción de control, como se observa este fenómeno es muy perjudicial de implementarse en el actuador.

5.2. Ley de Control Modificada

En esta sección se encuentran las simulaciones del sistema controlado utilizando la ley de control modificada, es decir, utilizando la función saturación que suprimirá el chattering de la acción de control cuando se alcance la superficie deslizante. El tiempo de simulación utilizado para las simulaciones es de 10 segundos. Los parámetros del controlador son: $\lambda_0 = 8$, $\lambda_1 = 0.27$, $\nu_o = 8$ y $\phi = 0.2$.

5.2.1. Simulación 3

En esta simulación se considera las mismas condiciones iniciales de las simulaciones de la sección 5.1.1. La posición deseada para el cabezal es $x = 1.5\text{ m}$ y para la posición angular de la varilla es $\alpha = 0\text{ rad}$.

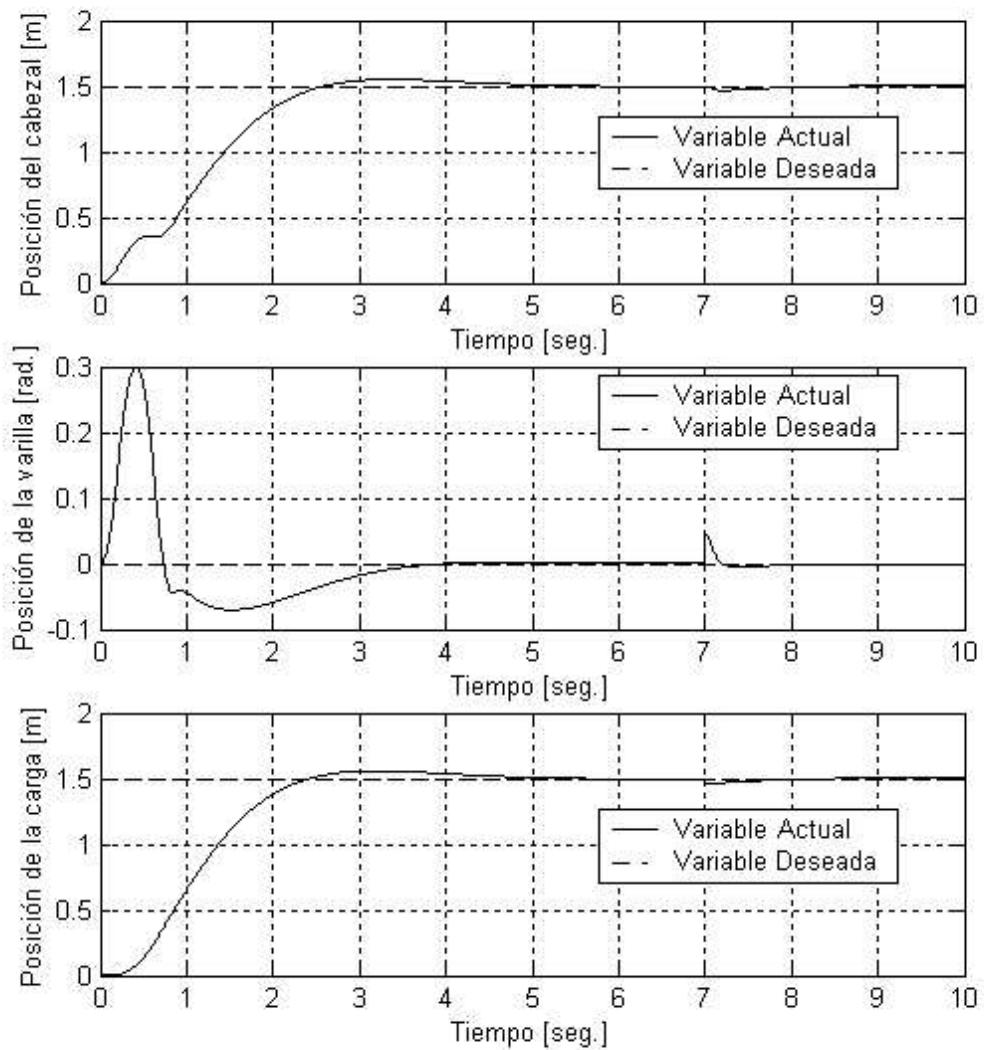


Figura 5.7: Salidas posición del sistema controlado ($l_e = 0.8$ y $m_e = 2$)

En la figura 5.7 se muestran la posición del cabezal, la posición angular de la varilla y la posición de la carga. Para la carga se obtiene un tiempo de establecimiento aproximado de 4.0 *seg.* Además, se observa un sobreimpulso de 3.4% para el cabezal y 3.9% para la carga. Se tiene un error en estado estable casi nulo. También se observa como el controlador responde satisfactoriamente a una perturbación externa aplicada a la varilla en $t = 7 \text{ seg.}$, corrigiendo su posición y restableciéndose en aproximadamente 1 *seg.*

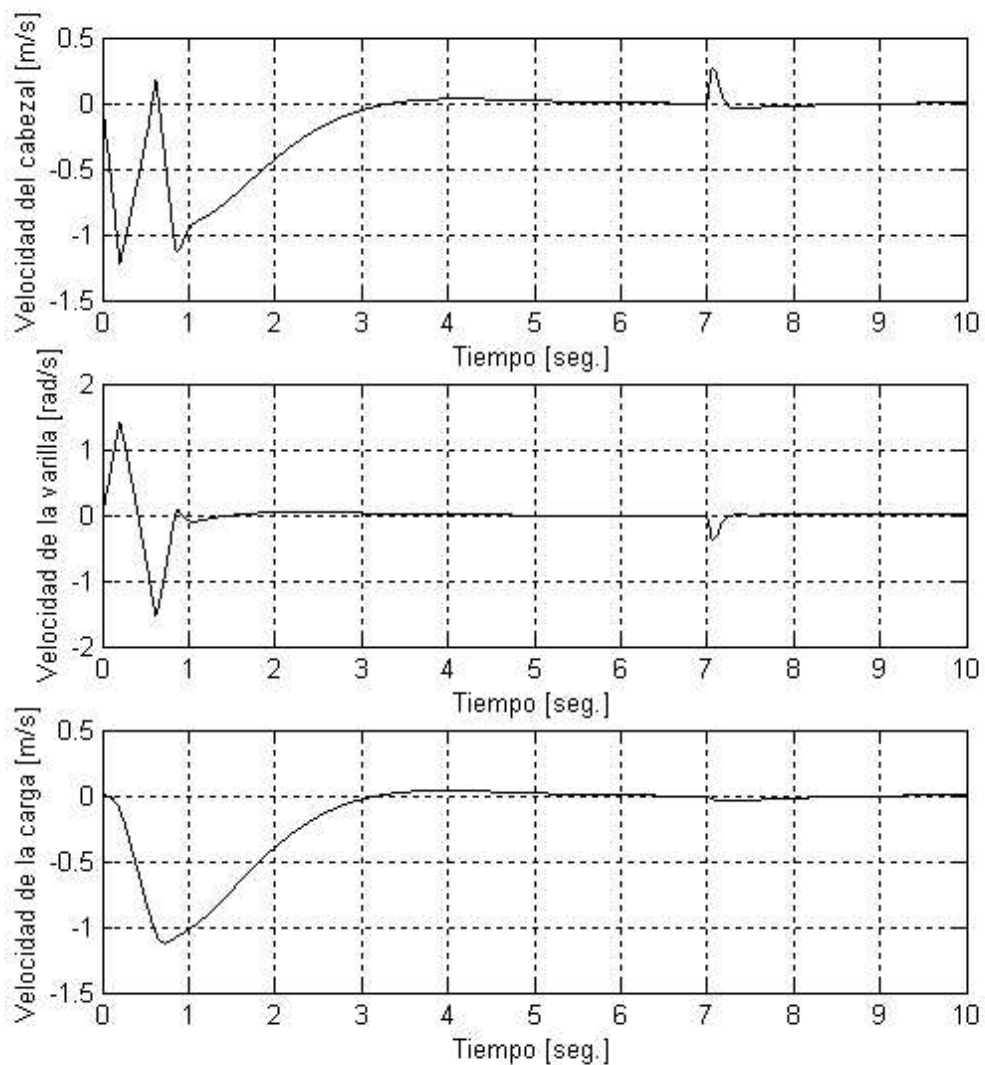


Figura 5.8: Salidas velocidad del sistema controlado ($l_e = 0.8$ y $m_e = 2$)

En la figura 5.8 se muestran la velocidad del cabezal, la velocidad angular de la varilla y la velocidad de la carga. Se observa que las velocidades del cabezal y de la varilla presentan picos abruptos, esto es debido a la conmutación de ley de control. Posteriormente estos picos ya no aparecen debido a que el fenómeno chattering ya no está presente en la acción de control cuando los estados del sistema alcanzan la superficie deslizante.

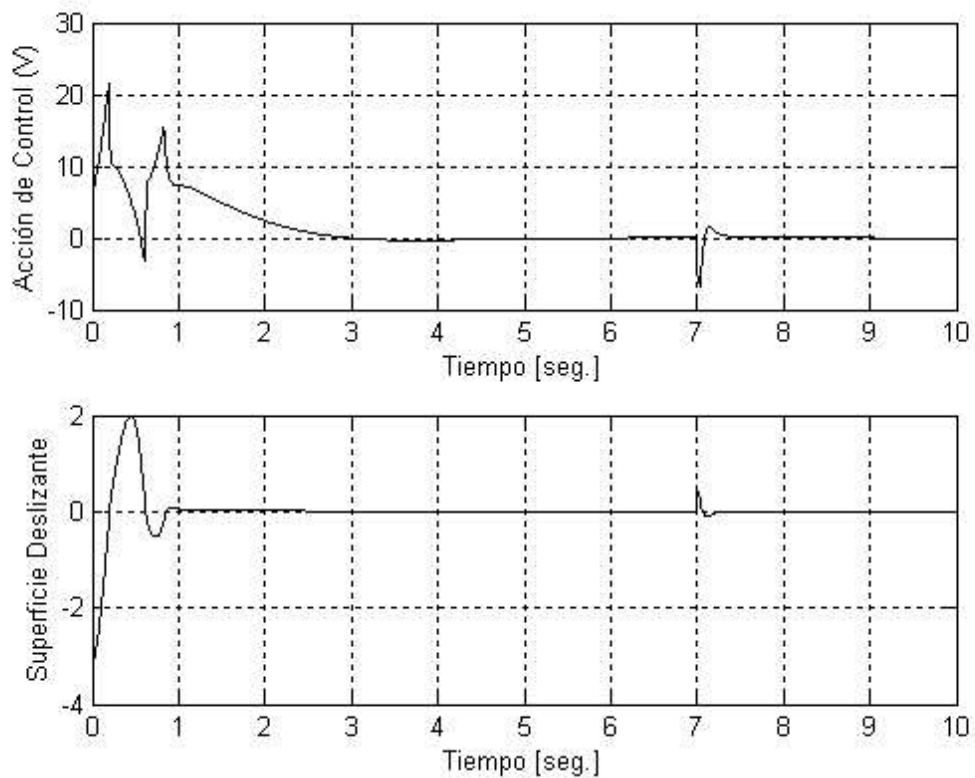


Figura 5.9: Acción de control y superficie deslizante ($l_e = 0.8$ y $m_e = 2$)

En la figura 5.9 se muestran la acción de control por modo deslizante modificada y la superficie deslizante. El tiempo en que los estados del sistema alcanzan la superficie deslizante es de aproximadamente 0.9 seg . Se observa que para este caso el fenómeno chattering no aparece en la acción de control.

Notar que la ley de control modificada se comporta de igual manera que la ley de control original hasta alcanzar la superficie deslizante, luego los estados del sistema permanecerán en una vecindad de la superficie para todo tiempo subsiguiente.

5.2.2. Simulación 4

En esta simulación se considera las mismas condiciones iniciales de las simulaciones de la sección 5.1.2. La posición deseada para el cabezal es $x = 1.5\text{ m}$ y para la posición angular de la varilla es $\alpha = 0\text{ rad}$.

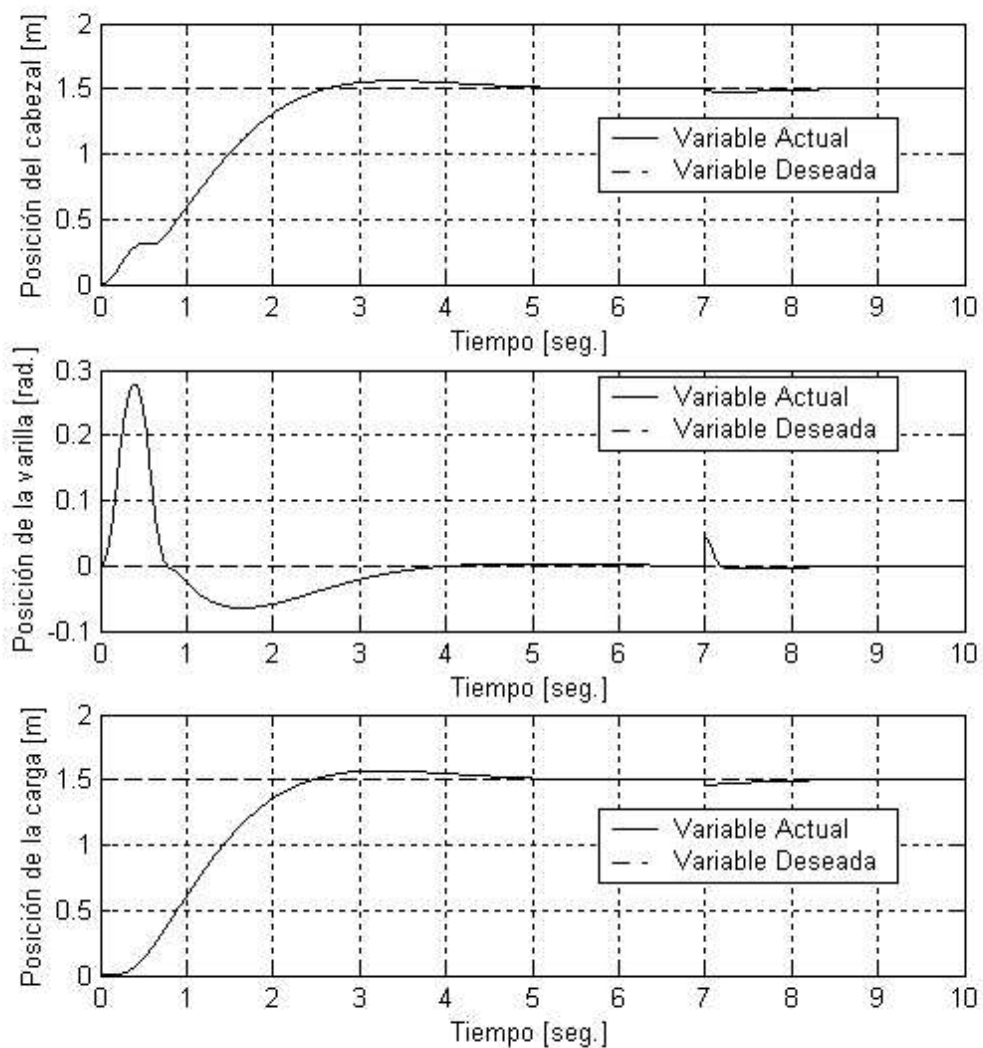


Figura 5.10: Salidas posición del sistema controlado ($l_e = 0.6$ y $m_e = 3$)

En la figura 5.10 se muestran la posición del cabezal, la posición angular de la varilla y la posición de la carga. Para la carga se obtiene un tiempo de establecimiento aproximado de 4.0 seg . Además, se observa un sobreimpulso de

4.0 % para el cabezal y 4.5 % para la carga. Se tiene un error en estado estable casi nulo. También se observa como el controlador responde satisfactoriamente a una perturbación externa aplicada a la varilla en $t = 7 \text{ seg}$, corrigiendo su posición y restableciéndose en aproximadamente 1 seg .

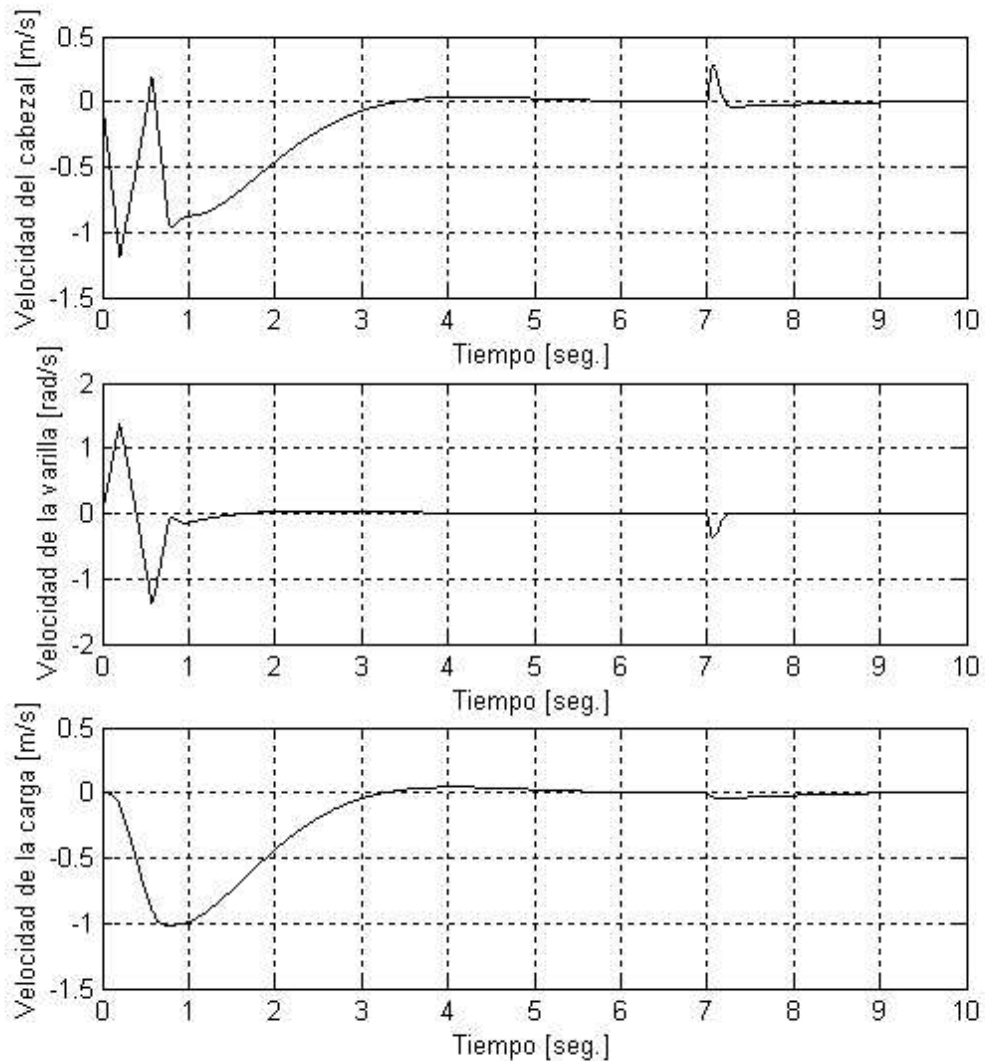


Figura 5.11: Salidas velocidad del sistema controlado ($l_e = 0.6$ y $m_e = 3$)

En la figura 5.11 se muestran la velocidad del cabezal, la velocidad angular de la varilla y la velocidad de la carga. Se observa que las velocidades del cabezal y de la varilla presentan picos abruptos, esto es debido a la conmutación de ley de control. Posteriormente estos picos ya no aparecen debido a que el fenómeno

chattering ya no está presente en la acción de control cuando los estados del sistema alcanzan la superficie deslizante.

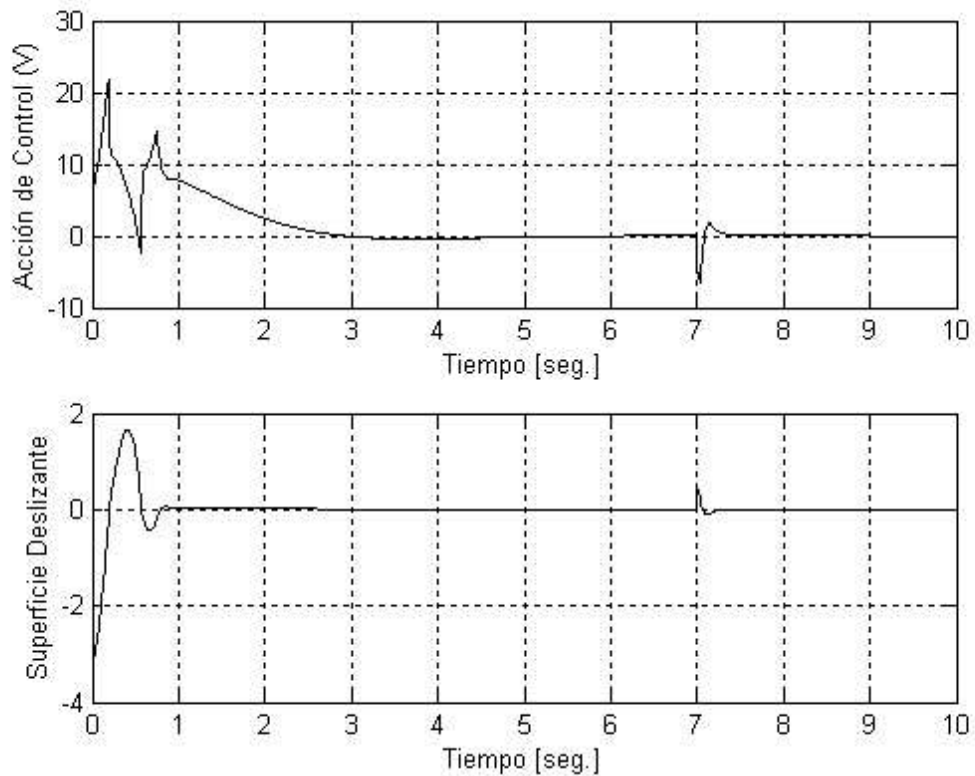


Figura 5.12: Acción de control y superficie deslizante ($l_e = 0.6$ y $m_e = 3$)

En la figura 5.12 se muestran la acción de control por modo deslizante modificada y la superficie deslizante. El tiempo en que los estados del sistema alcanzan la superficie deslizante es de aproximadamente 0.9 seg. Se observa que para este caso el fenómeno chattering desaparece de la acción de control.

Notar que para todas las simulaciones los estados del sistema interceptan la superficie deslizante y no permanecen en ella, es decir, no alcanzan el modo deslizante; esto es debido a que en ese instante no se tiene la energía de control necesaria para mantener el modo deslizante. Luego la acción de control conmuta, y los estados empiezan a converger hacia la superficie nuevamente, alcanzando y manteniendo el modo deslizante para todo tiempo subsiguiente.

Capítulo 6

Resultados Experimentales

Los resultados experimentales de la implementación del sistema de control por modo deslizante realizado en el PGP son mostrados en las figuras 6.1 a 6.6. El desarrollo de los ensayos en el laboratorio se estructuran en tres experimentos, para tales experimentos los parámetros de sintonía del controlador con la ley de control modificada son: $\lambda_0 = 8$, $\lambda_1 = 0.27$, $\nu_o = 8$ y $\phi = 0.3$. La frecuencia de muestreo del sistema de control se estableció en 60 Hz. Los programas utilizados para estos experimentos se detallan en los apéndices C y D; y son los siguientes:

- `conveysmc.h` : Contiene las variables utilizadas en el programa principal.
- `gpsmc.c` : Contiene el algoritmo del programa principal.
- `asmgpsmc.asm` : Contiene la configuración de la tarjeta de control DSP.

6.1. Experimento 1

En este experimento las condiciones iniciales son $x = 0\text{ m}$ para la posición del cabezal y $\alpha = 0\text{ rad}$ para la posición angular de la varilla. Estas condiciones iniciales serán utilizadas para todos los demás experimentos presentados. En este experimento la longitud de la varilla es 0.80 m y la masa de la carga es 2 Kg . La posición final deseada para el cabezal es $x = 1.0\text{ m}$ y para la varilla es $\alpha = 0\text{ rad}$. El tiempo de duración del experimento es de 15 seg .

En la figura 6.1 se muestra las posiciones del cabezal, la varilla y la carga. La carga muestra un sobreimpulso menor que el 9% y un tiempo de establecimiento menor a 6 segundos. Se observa que el sobreimpulso en el cabezal es debido a la acción de compensación del ángulo de la varilla que trata de evitar que existan oscilaciones residuales en la varilla, ésta variable se establece casi al mismo tiempo que la posición del cabezal. Para las variables de control el error en estado estable es muy cercano a cero.

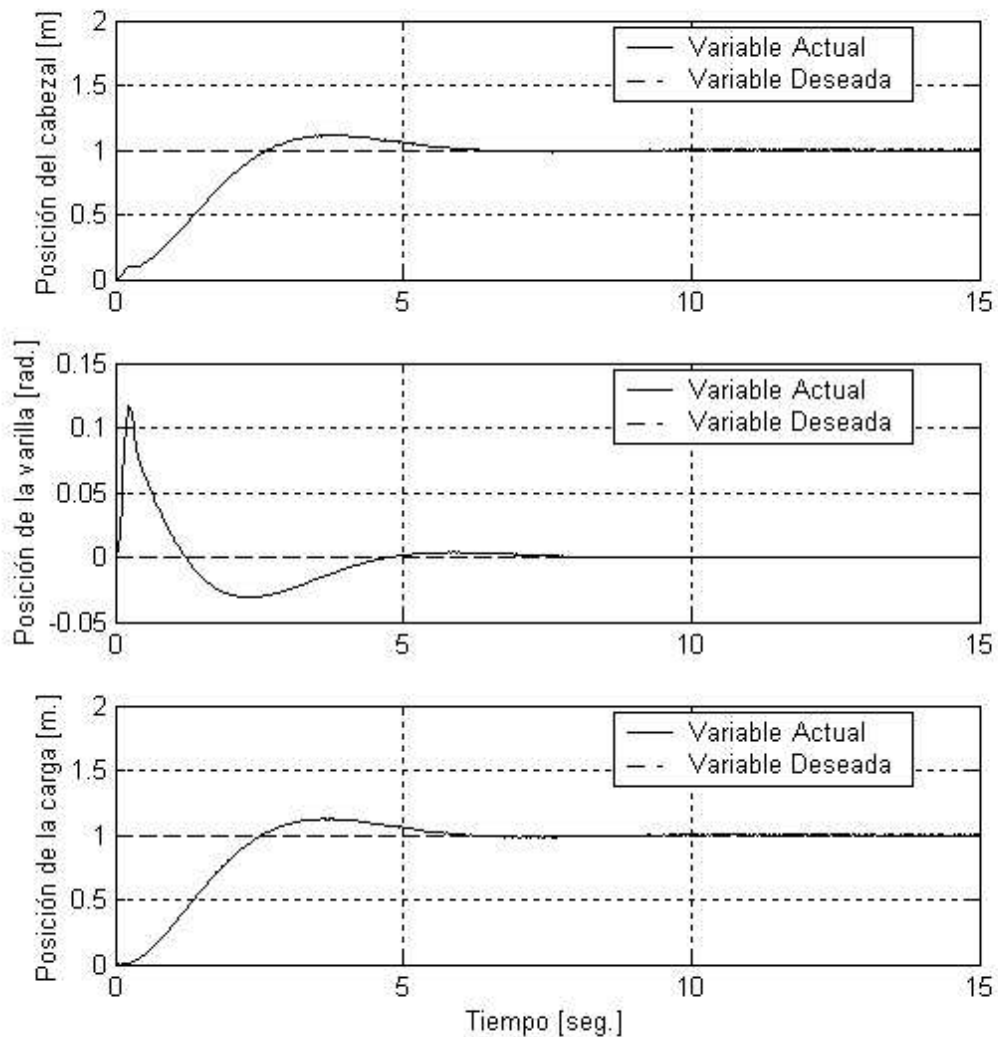


Figura 6.1: Posiciones del sistema controlado - experimento 1

En la figura 6.2 se muestra la acción de control y la superficie deslizante. La acción de control presenta una forma de ruido debido a la propia energización del motor-reductor DC y a la resolución limitada de los sensores para el cálculo de velocidades bajas. También se observa como, inicialmente, la acción de control conmuta cada vez que los estados del sistema intersectan la superficie deslizante hasta alcanzar la superficie deslizante en aproximadamente 1 segundo y permaneciendo en ella para todo tiempo subsiguiente.

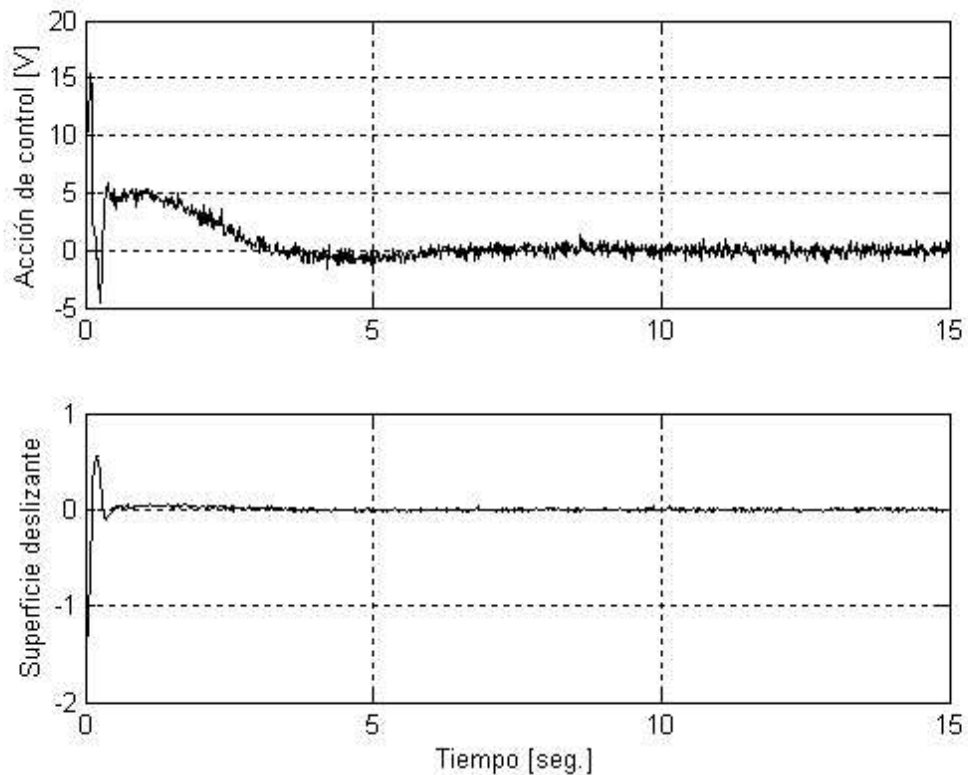


Figura 6.2: Acción de control y superficie deslizante - experimento 1

6.2. Experimento 2

En este experimento la posición final deseada para el cabezal es $x = 1.5\text{ m}$ y la posición angular deseada para la varilla es $\alpha = 0\text{ rad}$. La longitud de la varilla es 0.80 m y la masa de la carga es 2 Kg . El tiempo de duración del experimento es de 15 segundos.

En la figura 6.3 se muestra las posiciones del cabezal, la varilla y la carga. La carga muestra un sobreimpulso menor que el 9% y un tiempo de establecimiento menor a 6 segundos. Se observa que el sobreimpulso en el cabezal es debido a la acción de compensación del ángulo de la varilla que trata de evitar que existan oscilaciones residuales en la varilla, ésta variable se establece casi al mismo tiempo que la posición del cabezal. Notar que para las variables de control el error en estado estable es muy cercano a cero. También se observa como el sistema controlado se comporta frente a una perturbación externa que es aplicada a la

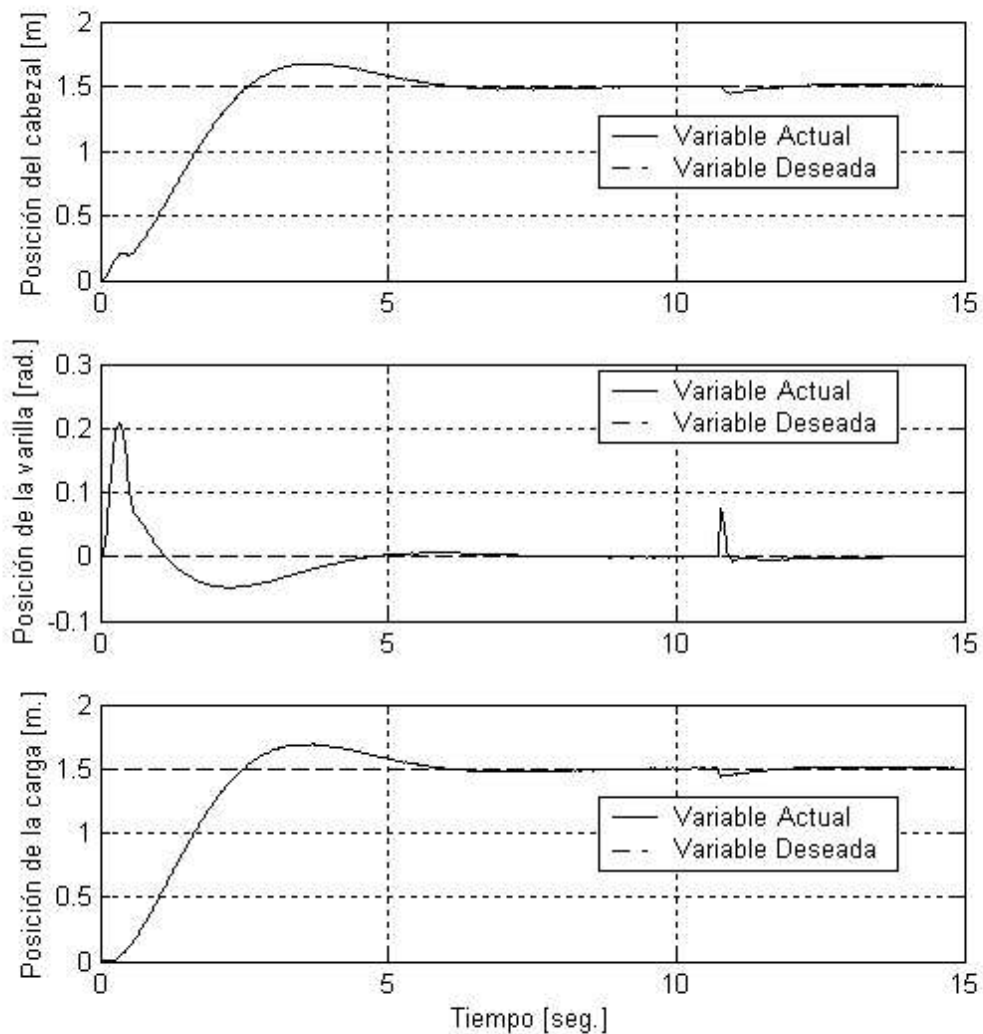


Figura 6.3: Posiciones del sistema controlado - experimento 2

varilla después de los 10 segundos. El tiempo de recuperación de esta perturbación es menor a 2.0 segundos.

En la figura 6.4 se muestra la acción de control y la superficie deslizante. La acción de control presenta una forma de ruido debido a la propia energización del motor-reductor DC y a la resolución limitada de los sensores para el cálculo de velocidades bajas. También se observa que el sistema controlado alcanza la superficie deslizante aproximadamente en 1 segundo y permaneciendo en ella para todo tiempo subsiguiente.

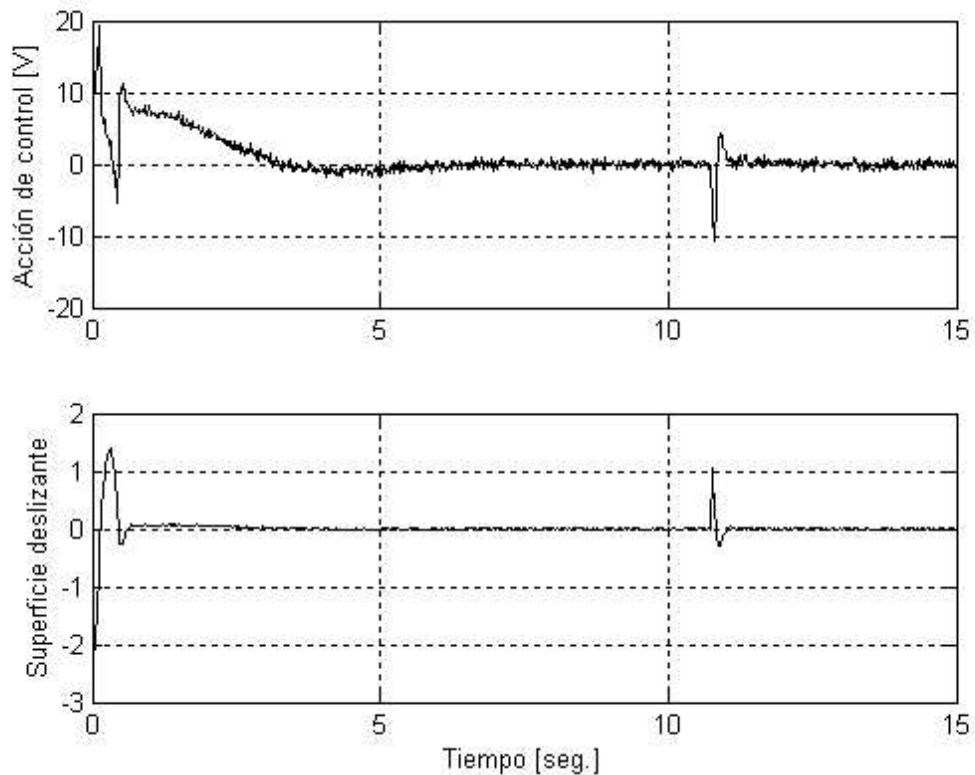


Figura 6.4: Acción de control y superficie deslizante - experimento 2

6.3. Experimento 3

En este experimento la posición final deseada para el cabezal es $x = 1.3\text{ m}$ para la varilla es $\alpha = 0\text{ rad}$. La longitud de la varilla es 0.80 m y la masa de la carga es 3 Kg . El tiempo de duración del experimento es de 15 seg .

En la figura 6.5 se muestra las posiciones del cabezal, la varilla y la carga. La carga muestra un sobreimpulso menor que el 9% y un tiempo de establecimiento menor a 6 segundos. Se observa que el sobreimpulso en el cabezal es debido a la acción de compensación del ángulo de la varilla que trata de evitar que existan oscilaciones residuales en la varilla, ésta variable se establece casi al mismo tiempo que la posición del cabezal. Notar que para las variables de control el error en estado estable es muy cercano a cero. También se observa como el sistema controlado se comporta frente a una perturbación externa que es aplicada antes de los 10 segundos, donde el tiempo de recuperación es menor a 2.0 segundos.

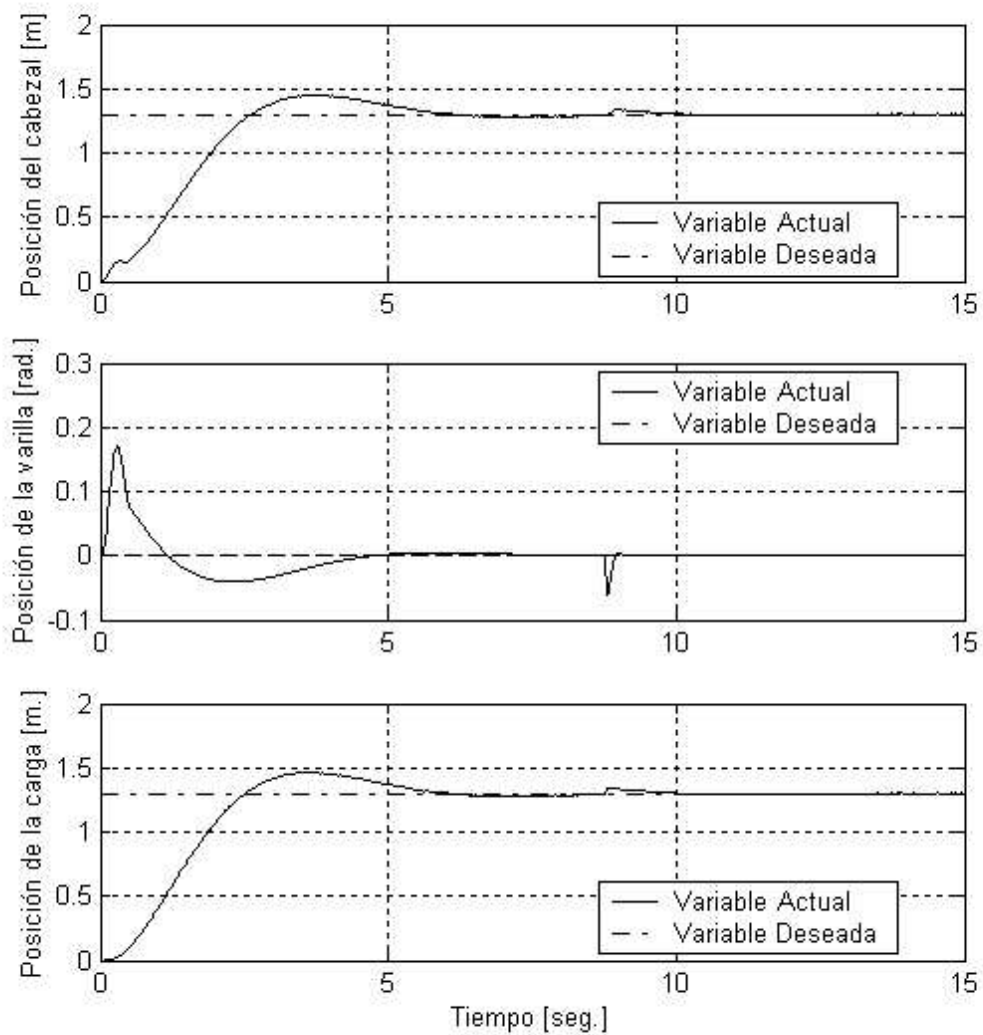


Figura 6.5: Posiciones del sistema controlado - experimento 3

En la figura 6.6 se muestra la acción de control y la superficie deslizante. La acción de control presenta una forma de ruido debido a la propia energización del motor-reductor DC y a la resolución limitada de los sensores para el cálculo de velocidades bajas. También se observa que el sistema alcanza la superficie deslizante en aproximadamente 1 segundo.

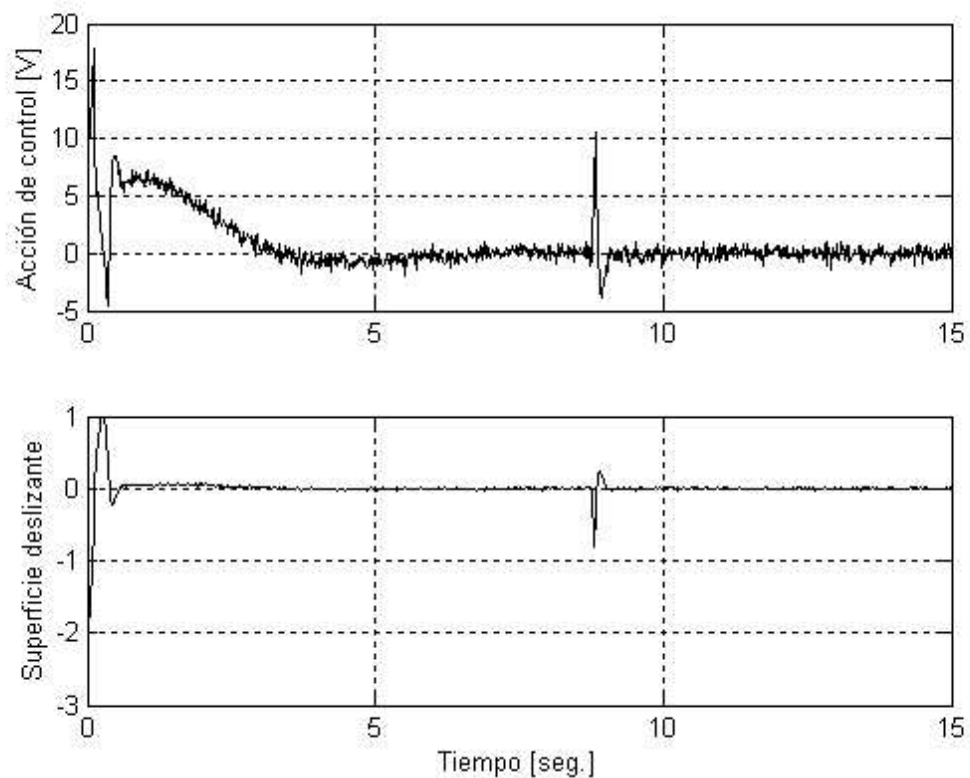


Figura 6.6: Acción de control y superficie deslizante - experimento 3

Notar que el desempeño del controlador implementado en el PGP, para todos los experimentos, es menor en comparación con las gráficas mostradas en las simulaciones, esto es debido a que la frecuencia de conmutación de la ley de control está limitada por la frecuencia de muestreo, otro factor es también la digitalización de las variables de control, estas están limitadas a la resolución de los encoders y a la capacidad de computación de la tarjeta de control DSP, lo que significa en términos generales, que existe una pérdida de información.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Finalizamos ésta tesis con un corto resumen de las contribuciones y recomendaciones para investigaciones futuras.

Conclusiones

- El controlador por modo deslizante diseñado resuelve el problema de control propuesto, obteniendo para todas las simulaciones, mostradas en el capítulo 5, desempeños satisfactorios con sobreimpulsos menores al 5%, tiempos de establecimiento aproximados de 4 *seg.* y errores en estado estable muy cercanos a cero.
- El controlador por modo deslizante diseñado es insensible frente a perturbaciones externas aplicadas a la varilla y frente a la modificaciones en la longitud de la varilla y en el peso de la carga. Además, en su diseño solamente fue necesario un modelo simplificado de la planta, tal como se muestra en el capítulo 3, esto demuestra la propiedad de robustez que presenta esta técnica de control.
- La propiedad de robustez de la técnica de control por modo deslizante con respecto a la variación en los parámetros del sistema y a perturbaciones externas sólo es alcanzada cuando el sistema se encuentra en modo deslizante. En el periodo de tiempo anterior a que el sistema alcance el modo deslizante, esta propiedad no se puede garantizar.
- El modelamiento del sistema grúa-puente basado en la ecuación de Lagrange fue necesario para poder obtener un controlador, que al implementarse pudiera tener un desempeño lo más parecido posible al mostrado en las simulaciones.

- El método de la función saturación para la supresión del fenómeno chattering desarrollado para el sistema de control diseñado fue exitoso, en donde la aproximación de la función signo permite eliminar este fenómeno a costas de una pequeña pérdida en su desempeño tal como lo muestran las gráficas mostradas en el capítulo 5.
- La implementación del controlador por modo deslizante en un prototipo de grúa-puente utilizando una tarjeta de control DSP es lograda. Obteniendo para todos los experimentos, mostrados en el capítulo 6, desempeños satisfactorios con sobreimpulsos menores al 9%, tiempos de establecimiento aproximados de 6 *seg.* y errores en estado estable muy cercanos a cero.
- El desempeño del controlador implementado presenta un deterioro en comparación con el desempeño del controlador diseñado, esto se debe principalmente a que la ley de control en modo deslizante, teóricamente debe conmutar a una frecuencia infinita, mientras que la ley de control implementada en el PGP conmuta a la frecuencia de muestreo.
- Para la implementación del sistema de control diseñado, fue necesario el diseño y perfeccionamiento de las tarjetas electrónicas necesarias para el buen desempeño de los sensores y del actuador. Los circuitos correspondientes a los diseños finales mostrados en el capítulo 4 fueron exitosos. De no prestar la atención adecuada, es posible que el desempeño del sistema de control no sea confiable a pesar de haber diseñado correctamente el controlador.

Recomendaciones

A continuación se listan algunas recomendaciones para futuras investigaciones en el desarrollo de sistemas de control por modo deslizante y en el desarrollo del prototipo grúa-puente (PGP) construido.

- Plantear el problema de control de trayectoria para el sistema grúa-puente. Pues, como se expone en el capítulo 3, la teoría del control por modo deslizante es una candidata natural para resolver el problema de control de trayectoria.

- Investigar el caso cuando el sistema grúa-puente presenta en su construcción eslabones y juntas flexibles. Analizar al sistema grúa-puente en 3 dimensiones, así como también investigar posibles diseños para el sistema de sujeción de la carga. De esta forma, los diseños de los sistemas de control correspondientes pueden ser orientados a aplicaciones industriales.
- Investigar la aplicación del método de control por modo deslizante para la solución de problemas de control en el campo de los manipuladores robóticos.
- Investigar y analizar los otros métodos existentes para la supresión del chattering, realizar una comparación entre estos métodos y el aplicado en esta tesis.
- Investigar con mayor profundidad el modo deslizante en tiempo discreto sus aplicaciones y sus ventajas frente al diseño de sistemas de control por modo deslizante en tiempo continuo.

Bibliografía

- [1] Balcells, Josep & Romeral, José Luis. *Autómatas Programables*. Alfaomega, 1997.
- [2] Edwards, Christopher & Spurgeon, Sarah K. *Sliding Mode Control Theory and Applications*. Taylor & Francis Ltd., 1998.
- [3] Fantoni, Isabelle & Lozano, Rogelio. *Non-linear Control for Underactuated Mechanical Systems*. Springer-Verlag, 2002.
- [4] Filippov, A. F. *Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Side*. Kluwer, 1988.
- [5] Hand, Louis N. & Finch, Janet D. *Analytical Mechanics*. Cambridge University Press, 1998.
- [6] Instruments, Texas. *TMS320F/C240 Controllers Reference Guide*. Texas Instruments Inc., 1999.
- [7] Instruments, Texas. *TMS320F240 DSP Controller Technical Data*. Texas Instruments Inc., 2002.
- [8] Jackson, John H. & Wirtz, Harold G. *Statics and Strength of Materials*. McGraw-Hill, 1983.
- [9] Kissell, Thomas E. *Industrial Electronics: Applications for Programmable Controllers, Instrumentation & Process Control, and Electrical Machines & Motor Controls*. Prentice Hall, 1999.
- [10] Lewis, F., Campos J. & Selmic R. *Neuro-Fuzzy Control of Industrial Systems with Actuator Nonlinearities*. SIAM, 2002.

- [11] Mathews, John H. & Fink, Kurtis D. *Métodos Numéricos con MATLAB*. Prentice-Hall, 2000.
- [12] Part-Enander, Eva & Sjoberg, Anders. *The MATLAB 5 Handbook*. Addison-Wesley, 1999.
- [13] Rashid, Muhammad H. *Electrónica de Potencia Circuitos, Dispositivos y Aplicaciones*. Prentice-Hall, 1995.
- [14] Slotine, Jean-Jacques E. "Sliding Controller Design for Nonlinear Systems," *International Journal of Control*, 40, 421-34 (1984).
- [15] Slotine, Jean-Jacques E. & Li, Weiping. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, 1991.
- [16] Utkin, V., Guldner J. & Shi Jingxin. *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. Taylor & Francis Ltd., 1999.
- [17] Utkin, Vadim. *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer-Verlag, 1992.