

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA-ELÉCTRICA



**EVALUACIÓN DE LAS CONDICIONES DE ESTABILIDAD
DE TENSIÓN CON BANCO DE CAPACITORES**

TESIS

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA**

PRESENTADO POR:

JORGE LEONIDAS LAFITTE VEGA

**PROMOCIÓN
2002-I**

**LIMA-PERÚ
2006**

ÍNDICE

LISTA DE TABLAS	VI
LISTA DE FIGURAS	VII
PRÓLOGO	1
CAPÍTULO 1	
INTRODUCCIÓN	3
1.1. Generalidades	3
1.2. Objetivos	4
1.3. Importancia	5
1.4. Alcances	5
1.5. Metodología del Trabajo	6
CAPÍTULO 2	
ESTABILIDAD DE TENSIÓN	8
2.1. Introducción	8
2.2. El Limite de Estabilidad de Tensión (LET)	9
2.2.1. Curvas P,Q y ϕ Constantes	15

2.3. La Existencia de una Máxima Potencia Transmitida	19
2.3.1. Por Que la Potencia Consumida Pasa a Disminuir	23
2.4. La Introducción de un Capacitor Puede Disminuir la Tensión	27
2.5. Saturación de la Elevación de la Tensión con la Conexión de Muchos Capacitores	34
2.6. Índices de Evaluación de las Condiciones de Seguridad de Tensión	39
2.6.1. Magnitud del Determinante de la Matriz [D']	42
2.6.1.1. Sistema de Dos Barras	42
2.6.1.2. Sistema Multi-Nodo	44
2.6.2. Signo del Determinante de la Matriz [D']	47
2.6.3. Margen de Potencia	50
CAPÍTULO 3	
CONEXIÓN AUTOMÁTICA DE BANCO DE CAPACITORES	53
3.1. Introducción	53
3.2. Modelo Matemático	54
3.3. Implementación Computacional	58

3.3.1. Cálculo de la Potencia Inyectada y de las Matrices A,B,C, D	58
3.4 Resultados	61
3.4.1. Ejemplo del Sistema	61
3.4.2. Conexión de Capacitores	62
3.4.3. Evaluación de los Índices	64
3.4.4. Índice Suceptancia versus Tensión Controlada	69
3.4.5. Ejemplo Numérico	71
3.4.6. Efecto de la Retirada de Capacitores	74
CONCLUSIONES	80
BIBLIOGRAFÍA	83
ANEXO A - NOMENCLATURA	85
ANEXO B - EL LÍMITE DE ESTABILIDAD ANGULAR (LEA)	86
ANEXO C - PROGRAMAS DE FLUJO DE POTENCIA Y DE CÁLCULO DE ÍNDICES DE ESTABILIDAD DE TENSIÓN EN MATLAB 7.0	90

PRÓLOGO

Problemas relacionados con la incapacidad del sistema en mantener las tensiones en las barras en niveles seguros de operación después de un disturbio se volvieron más frecuentes, entonces la compensación de potencia reactiva a través de la conexión automática de banco de capacitores es una manera de mejorar la capacidad de transmisión y la estabilidad de tensión de un sistema.

En el capítulo 1 es mostrado el objetivo de la tesis que es la inclusión del modelo matemático en régimen permanente, de la conexión automática de banco de capacitores en el cálculo de los índices para la evaluación de las condiciones de seguridad de tensión.

De esta forma, fue creada la necesidad de desenvolver una herramienta computacional capaz de evaluar las condiciones de estabilidad de tensión, e identificar si la solución de tensión para una carga conectada a una barra está en la parte superior, en la inferior y la distancia a la máxima transferencia de potencia activa y reactiva en las curvas $V_x P, Q$.

En el Capítulo 2 son mostrados la teoría de la estabilidad de tensión y los índices de evaluación de las condiciones de la red de transmisión: la distancia angular β , el determinante $\det[D']$ y la margen de potencia M . A través de un ejemplo numérico es mostrada la existencia de una máxima

potencia transmitida y el efecto de la introducción de capacitores en el sistema.

En el Capítulo 3 son mostrados el modelo matemático y la implementación computacional de la conexión automática de banco de capacitores. Es presentado el resultado de un ejemplo numérico para una carga controlada por una franja de tensión (límite de operación: inferior y superior de tensión).

En el problema de flujo de carga, el modelo matemático adoptado para representación de la conexión automática de banco de capacitores, consiste en la adición de una ecuación de control al sistema de ecuaciones original. La susceptancia del capacitor es considerada una nueva variable de estado.

Como siempre, es necesario representar adecuadamente los principales equipos presentes en el sistema, simulando su operación lo más cercano posible de la realidad.

En el Capítulo 4 son mostradas las conclusiones finales referentes a la metodología propuesta para el cálculo de los índices de seguridad de tensión, mientras que en el Capítulo 5 están las referencias bibliográficas.

En el Anexo A es mostrada la nomenclatura de las principales abreviaturas y términos usados en esta tesis, en el Anexo B es presentada la teoría del límite de estabilidad angular (LEA), y en el Anexo C están los programas de flujo de potencia y de estabilidad de tensión escritos por el tesista en Matlab versión 7.0.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Generalidades

El uso de equipos de compensación reactiva aumentaron la capacidad de transmisión de potencia en los sistemas antes limitados por problemas de inestabilidad angular. La falta de recursos y la cuestión ecológica ha limitado la expansión de los sistemas de transmisión. Esta realidad, en conjunto con el crecimiento de la carga, hace con que los sistemas eléctricos trabajen mas cargados. Esto originó un nuevo problema: Inestabilidad de Tensión. Esta nueva condición puede llevar a situaciones de colapso de tensión.

La compensación de potencia reactiva es una de las maneras más efectivas de mejorar la capacidad de transmisión de un sistema [1]. Por tanto, su uso acentuado fue responsable por traer el problema de inestabilidad de tensión para la zona de operación normal de tensión. De esta forma, fue creada la

necesidad de desenvolvimiento de una herramienta computacional capaz de evaluar las condiciones de estabilidad de tensión. Como siempre, es necesario representar adecuadamente los principales equipos presentes en el sistema, simulando su operación lo mas próximo posible de la realidad.

1.2. Objetivos

La evaluación de las condiciones de seguridad de tensión es realizada en base a un modelo linearizado de las ecuaciones de flujo de carga, incluyendo toda y cualquier ecuación de control, y los índices resultantes son calculados a partir de un determinado punto de operación. En estudios *off-line*, este punto es usualmente proveniente de un resultado de un problema de flujo de carga. Es importante que los modelos matemáticos del sistema y sus componentes, de control y de límites sean compatibles en los dos programas computacionales.

Este proyecto de tesis tiene como objetivo presentar los estudios necesarios para la inclusión del modelo matemático de la conexión automática de banco de capacitores en el cálculo de los índices para la evaluación de las condiciones de seguridad de tensión.

1.3. Importancia

Este trabajo se inicia con la comprensión y análisis del fenómeno de estabilidad de tensión. Se verifica que existe un flujo máximo de potencia activa y reactiva que puede llegar a la barra de carga, o salir de la barra de generación y que, para sistemas de transmisión compensados capacitivamente, puede ocurrir con valores usuales de tensión.

Identifica si la solución de tensión para una carga conectada a la barra i está en la parte superior, en la inferior y la distancia a la máxima transferencia de potencia activa y reactiva en las curvas $V \times P, Q$. Es demostrado que la parte inferior de la curva $V \times P, Q$ es una región donde acciones de control de tensión pueden tener efecto opuesto al esperado. Nuevamente esta región puede estar en la zona normal de operación.

1.4. Alcances

Para conseguir esto, nuestros alcances serán:

1. Representar el cargamento de la red de transmisión por condiciones nodales asociados al máximo flujo de potencia activa y reactiva que puede ser transmitida de los generadores para las cargas. Luego se desenvuelve una herramienta analítica de evaluación de las condiciones nodales en base a un modelo matemático linearizado de las ecuaciones estáticas de flujo de carga.

2. Fue programado un algoritmo de flujo de carga tipo Newton-Raphson [2], para obtener un punto de operación necesario para el cálculo de los índices de estabilidad de tensión. Existe convergencia del algoritmo de flujo de carga mientras se este operando en la región superior da curva $V \times P, Q$.

En este proyecto, la adecuación y la aplicabilidad de los índices de estabilidad de tensión serán comprobados pelos resultados numéricos presentados. El efecto de acciones de refuerzo de la estabilidad de tensión es fácilmente evaluado es decir, la comparación del cargamento de la red de transmisión es directa con dos puntos de operación distintos.

Los temas antes mencionados pueden llegar a ser puntos importantes a desarrollar para futuras Tesis que encuentren una buena base en el presente estudio. Como continuidad de este trabajo, se sugiere el análisis de casos con múltiples barras incluyendo modelos matemáticos de otros principales componentes del sistema, por ejemplo motores de inducción.

1.5. Metodología de Trabajo

Empezaremos desarrollando las relaciones matemáticas que definen el límite de estabilidad de tensión (LET). Para la comprensión del fenómeno de la estabilidad de tensión se comenzará con el análisis de un caso simple

(sistema de dos barras), pues este da mayores probabilidades de obtener explicaciones simples.

Finalmente se analiza la conexión y desconexión automática de compensación *shunt* variable [3], a través de la inclusión de una ecuación de control adicional a la matriz Jacobiana, donde la susceptancia del capacitor es considerada una nueva variable dependiente, en el cálculo de los índices de evaluación de las condiciones de estabilidad de tensión.

CÁPITULO 2

ESTABILIDAD DE TENSIÓN

2.1. Introducción

El objetivo de este capítulo es mostrar la posibilidad de existencia de fenómenos que se puedan semejar a aquellos observados en la operación de sistemas eléctricos, y asociados al colapso de tensión. Mas precisamente, esto debe ser hecho buscándose situaciones de flujo máximo de potencia activa y/o reactiva en ramos de transmisión. El efecto de acciones usuales de control de tensión debé ser también observado, con la finalidad de verificar la existencia de regiones de operación donde el efecto de esas acciones es opuesta al esperado.

Un sistema se dice que es seguro, del punto de vista de tensión, si posee la capacidad de no solamente operar de forma estable, sinó también de mantener la estabilidad frente a disturbios y aumentos del cargamento de la

red. Se define que un sistema eléctrico de potencia es estable en el punto de operación si, después un disturbio, son mantenidos dentro de los límites los estados (tensiones, ángulos, etc.) del sistema y se alcanza un nuevo punto de equilibrio.

2.2. El Límite de Estabilidad de Tensión (LET)

Para la comprensión del fenómeno de la estabilidad de tensión, se estudiará el comportamiento estático de un sistema eléctrico con dos barras: compuesto de un generador con capacidad infinita de generación, una carga modelada por potencia constante, y una línea de transmisión sin límite térmico. La corriente que fluye en el circuito mostrado en la Figura 2.1 es:

$$I_{01} = \frac{V_0}{Z_t \angle \alpha_t + Z_C \angle \phi} \quad (2.1)$$

$$I_{01} = \frac{V_0}{\sqrt{(Z_t \cdot \cos \alpha_t + Z_C \cdot \cos \phi)^2 + (Z_t \cdot \sin \alpha_t + Z_C \cdot \sin \phi)^2}} \quad (2.2)$$

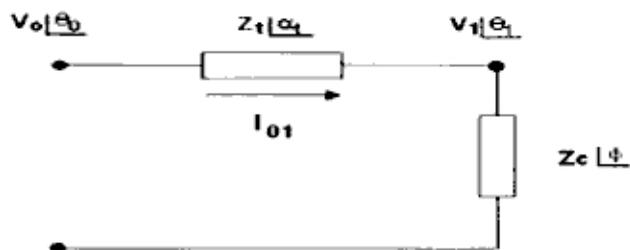


Figura 2.1 - Circuito de Dos Barras para Deduzir el Limite de Estabilidad de Tensión

La potencia activa que "sale" de la barra de carga, y que es igual al negativo de la potencia consumida en la carga es:

$$P_{10} = -P_1 = -I_{01}^2 \cdot Z_C \cdot \cos \phi \quad (2.3)$$

Sustituyendo (2.2) en (2.3), se calcula la potencia eléctrica inyectada en la barra terminal 1:

$$P_{10} = -\frac{V_0^2 \cdot Z_C \cdot \cos \phi}{Z_t^2 \cdot \cos^2 \alpha_t + 2 \cdot Z_t \cdot Z_C \cdot \cos \alpha_t \cdot \cos \phi + Z_C^2 \cdot \cos^2 \phi + b} \quad (2.4)$$

donde:

$$b = Z_t^2 \cdot \sin^2 \alpha_t + 2 \cdot Z_t \cdot Z_C \cdot \sin \alpha_t \cdot \sin \phi + Z_C^2 \cdot \sin^2 \phi \quad (2.5)$$

Reescribiendo:

$$P_{10} = -P_1 = -\frac{V_0^2 \cdot Z_C \cdot \cos \phi}{Z_t^2 + Z_C^2 + 2 \cdot Z_t \cdot Z_C \cdot \cos(\phi - \alpha_t)} \quad (2.6)$$

De (2.6), se intenta encontrar el valor de Z_C que maximiza la potencia activa de la carga a través de la primera derivada de P_1 :

$$\frac{\partial P_1}{\partial Z_C} = \frac{V_0^2 \cdot \cos \phi \cdot [Z_t^2 + Z_C^2 + 2 \cdot Z_t \cdot Z_C \cdot \cos(\alpha_t - \phi)]}{[Z_t^2 + Z_C^2 + 2 \cdot Z_t \cdot Z_C \cdot \cos(\alpha_t - \phi)]^2} - \frac{Z_C \cdot V_0^2 \cdot \cos \phi \cdot [2 \cdot Z_C + 2 \cdot Z_t \cdot \cos(\alpha_t - \phi)]}{[Z_t^2 + Z_C^2 + 2 \cdot Z_t \cdot Z_C \cdot \cos(\alpha_t - \phi)]^2} = 0 \quad (2.7)$$

Operando (2.7):

$$V_0^2 \cdot Z_t^2 \cdot \cos \phi + V_0^2 \cdot Z_C^2 \cdot \cos \phi + 2 \cdot V_0^2 \cdot Z_t \cdot Z_C \cdot \cos \phi \cdot \cos(\alpha_t - \phi) - 2 \cdot V_0^2 \cdot Z_C^2 \cdot \cos \phi - 2 \cdot V_0^2 \cdot Z_C \cdot Z_t \cdot \cos \phi \cdot \cos(\alpha_t - \phi) = 0 \quad (2.8)$$

que es reducido a:

$$V_0^2 \cdot Z_t^2 \cdot \cos \phi = V_0^2 \cdot Z_C^2 \cdot \cos \phi \Rightarrow Z_C = Z_t \quad (2.9)$$

Se calcula la segunda derivada de P_1 en relación a Z_c para demostrar que es efectivamente un máximo:

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial Z_C^2} /_{Z_C=Z_t} < 0 \quad (2.10)$$

De (2.9) y (2.10), se concluye que P_1 es máximo cuando:

$$\boxed{Z_C = Z_t} \quad (2.11)$$

P_{10} es mínimo cuando P_1 es máximo. Sustituyendo (2.11) en (2.6), se tiene:

$$P_{10}^{\min} = -\frac{V_0^2 \cdot Z_C \cdot \cos \phi}{2 \cdot Z_C^2 \cdot [1 + \cos(\phi - \alpha_t)]} = -\frac{V_0^2 \cdot \cos \phi}{4 \cdot Z_C \cdot \cos^2\left(\frac{\phi - \alpha_t}{2}\right)} \quad (2.12)$$

que es reducido a:

$$P_1^{\max} = \frac{V_0^2 \cdot \cos \phi}{4 \cdot Z_C \cdot \cos^2\left(\frac{\phi - \alpha_t}{2}\right)} \quad (2.13)$$

Para P_1^{\max} y una dada impedancia de carga Z_c con factor de potencia ϕ :

$$V_1 = Z_C \cdot I_{01} \Rightarrow V_1 = \frac{V_0 \cdot Z_C}{\sqrt{2 \cdot Z_C^2 \cdot (1 + \cos(\phi - \alpha_t))}} \quad (2.14)$$

$$V_1 = \frac{V_0}{\sqrt{4 \cdot \cos^2\left(\frac{\phi - \alpha_t}{2}\right)}} \quad (2.15)$$

y entonces de (2.15) se calcula la tensión crítica en la barra terminal:

$$V_{1\text{Crítico}} = \frac{V_0}{2 \cdot \cos\left(\frac{\phi - \alpha_t}{2}\right)} \quad (2.16)$$

De (2.11), se sabe que $Z_C = Z_1$, y entonces se monta la ecuación:

$$\dot{V}_1 = \dot{Z}_C \dot{I}_{01} \quad \text{luego} \quad V_1 \angle \theta_1 = Z_C \angle \phi \frac{V_0}{Z_1 \angle \alpha_1 + Z_C \angle \phi} \quad (2.17)$$

Considerando solamente la parte real:

$$V_1 \cos \theta_1 = \frac{V_0 \cdot (\cos \alpha_1 \cdot \cos \phi + \cos^2 \phi + \text{sen} \alpha_1 \cdot \text{sen} \phi + \text{sen}^2 \phi)}{d} \quad (2.18)$$

donde:

$$d = [\cos^2 \alpha_1 + 2 \cdot \cos \alpha_1 \cdot \cos \phi + \cos^2 \phi + \text{sen}^2 \alpha_1 + 2 \cdot \text{sen} \alpha_1 \cdot \text{sen} \phi + \text{sen}^2 \phi] \quad (2.19)$$

Operando (2.18) y (2.19):

$$\begin{aligned} V_1 \cos \theta_1 &= \frac{V_0 \cdot (\cos \alpha_1 \cdot \cos \phi + \text{sen} \alpha_1 \cdot \text{sen} \phi + 1)}{2 \cdot \cos \alpha_1 \cdot \cos \phi + 2 \cdot \text{sen} \alpha_1 \cdot \text{sen} \phi + 2} \\ &= \frac{V_0 \cdot (\cos \alpha_1 \cdot \cos \phi + \text{sen} \alpha_1 \cdot \text{sen} \phi + 1)}{2 \cdot (\cos \alpha_1 \cdot \cos \phi + \text{sen} \alpha_1 \cdot \text{sen} \phi + 1)} \end{aligned} \quad (2.20)$$

que es reducido a:

$$V_1 = \frac{V_0}{2 \cdot \cos \theta_1} \quad (2.21)$$

Igualándose (2.16) a (2.21), se obtiene:

$$\frac{V_0}{2 \cdot \cos \theta_1} = \frac{V_0}{2 \cdot \cos \left[\frac{\phi - \alpha_t}{2} \right]} \quad (2.22)$$

y entonces, de (2.22) se calcula el ángulo crítico en la barra terminal:

$$\theta_{1\text{Crítico}} = \frac{\phi - \alpha_t}{2} \quad (2.23)$$

El LET es el lugar geométrico de las tensiones en módulo y ángulo ($V_{1\text{Crítico}}$ y $\theta_{1\text{Crítico}}$), donde el módulo de la impedancia equivalente de la carga es igual al módulo de la impedancia de la línea de transmisión serie. El LET representa los puntos de máxima transmisión de potencia a la carga, una para cada factor de potencia, lo que depende de la parte reactiva, y/o eventual compensación reactiva de carga. En otras palabras, variándose ϕ y usándose (2.21) y (2.23) se traza el LET en el plano PxV.

2.2.1. Curvas P, Q y ϕ Constantes

Utilizándose el circuito de 2 barras mostrado en la Figura 2.2, se deduce las ecuaciones de potencia activa y reactiva inyectada en la barra terminal.

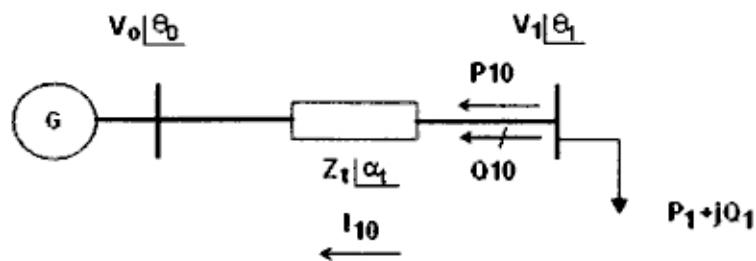


Figura 2.2 - Sistema de Dos Barras sin Capacitor en la Barra Terminal

$$S_{10}^* = P_{10} - jQ_{10} = V_1^* I_{10} \quad (2.24)$$

$$I_{10} = \frac{V_1 \angle \theta_1 - V_0 \angle \theta_0}{Z_t \angle \alpha_t} \quad (2.25)$$

$$V_1^* = V_1 \angle -\theta_1 \quad (2.26)$$

Se sustituye (2.25) y (2.26) en (2.24):

$$S_{10}^* = \frac{V_1^2 \cdot \cos(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_1 \cdot V_0 \cdot \cos(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} - j \left[\frac{V_1^2 \cdot \text{sen}(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_1 \cdot V_0 \cdot \text{sen}(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} \right] \quad (2.27)$$

Separándose en (2.27) la parte real e imaginaria de la potencia aparente inyectada, resulta:

$$P_{10} = -P_1 = \frac{V_1^2}{Z_t} \cdot \cos \alpha_t - \frac{V_1 \cdot V_0 \cdot \cos(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} \quad (2.28)$$

$$Q_{10} = -Q_1 = \frac{V_1^2}{Z_t} \cdot \text{sen} \alpha_t - \frac{V_1 \cdot V_0 \cdot \text{sen}(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} \quad (2.29)$$

Para cada P_{10} constante, y variándose θ_{10} en (2.28), puede calcularse V_1 y, por tanto, trazarse la curva para P constante en el plano $P \times V$ (o $S \times V$).

Para cada Q_{10} constante, y variándose θ_{10} en (2.29), puede calcularse V_1 y, por tanto, trazarse la curva para Q constante en el plano $Q \times V$ (o $S \times V$).

La tangente del ángulo del factor de potencia en la carga es:

$$\tan \phi = \frac{Q_{10}}{P_{10}} \quad (2.30)$$

Se sustituye (2.28) y (2.29) en (2.30) y colocando en evidencia la tensión en la barra terminal V_1 :

$$V_1 = \frac{V_0 \cdot [\text{sen}(\theta_{10} + \alpha_t) - \tan \phi \cdot \cos(\theta_{10} + \alpha_t)]}{\text{sen} \alpha_t - \tan \phi \cdot \cos(\alpha_t)} \quad (2.31)$$

en (2.31) es mostrado el módulo de la tensión en la barra de carga en un sistema de dos barras sin capacitor en relación al ángulo del factor de potencia en la carga. Para cada ϕ constante, y variándose θ_{10} en (2.31), puede calcularse V_1 y, por tanto, trazarse la curva para ϕ constante en el plano $P \times V$ (o $S \times V$).

Considerando ahora un capacitor en la barra de carga, las ecuaciones de potencia activa y reactiva inyectada en la barra terminal pueden ser deducidas a partir de la Figura 2.3.

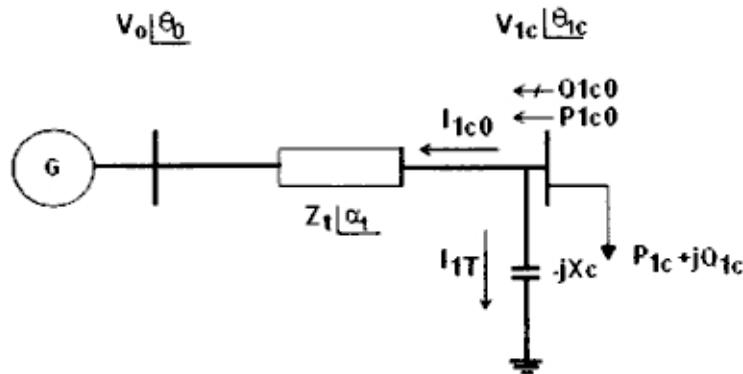


Figura 2.3 - Sistema de Dos Barras con Capacitor en la Barra Terminal

$$S_{1c0}^* = P_{1c0} - jQ_{1c0} = V_{1c}^* \cdot (I_{1c0} + I_{1T}) \quad (2.32)$$

$$I_{1c0} = \frac{V_{1c} \angle \theta_{1c} - V_0 \angle \theta_0}{Z_t \angle \alpha_t} \quad (2.33)$$

$$I_{1T} = \frac{V_{1c} \angle \theta_{1c}}{-jX_c} \quad (2.34)$$

$$V_{1c}^* = V_{1c} \angle -\theta_{1c} \quad (2.35)$$

Sustituyendo (2.33), (2.34) y (2.35) en (2.32):

$$S_{1co}^* = \frac{V_{1c}^2 \cdot \cos(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_{1c} \cdot V_0 \cdot \cos(\theta_{1co} + \alpha_t)}{Z_t} - j \left[V_{1c}^2 \left(\frac{\text{sen}(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{1}{X_c} \right) - \frac{V_{1c} \cdot V_0 \cdot \text{sen}(\theta_{1co} + \alpha_t)}{Z_t} \right] \quad (2.36)$$

Separando en (2.36) la parte real e imaginaria de la potencia aparente inyectada, resulta:

$$P_{1co} = -P_{1c} = \frac{V_{1c}^2}{Z_t} \cdot \cos \alpha_t - \frac{V_{1c} \cdot V_0 \cdot \cos(\theta_{1co} + \alpha_t)}{Z_t} \quad (2.37)$$

$$Q_{1co} = -Q_{1c} = V_{1c}^2 \left[\frac{\text{sen}(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{1}{X_c} \right] - \frac{V_{1c} \cdot V_0 \cdot \text{sen}(\theta_{1co} + \alpha_t)}{Z_t} \quad (2.38)$$

Para cada P_{1co} constante, y variándose θ_{1co} en (2.37), puede calcularse V_{1c} y, por tanto, trazarse la curva para P constante en el plano PxV (o SxV).

Para cada Q_{1co} constante, y variándose θ_{1co} en (2.38), puede calcularse V_{1c} y, por tanto, trazarse la curva para Q constante en el plano QxV (o SxV).

Sustituyendo (2.37) y (2.38) en (2.30) y colocando en evidencia la tensión en la barra terminal V_{1c} :

$$V_{1c} = \frac{-X_c \cdot V_0 \cdot [\cos(\theta_{1c0} + \alpha_t) \cdot \text{tg}(\phi) - \text{sen}(\theta_{1c0} + \alpha_t)]}{X_c \cdot \text{sen}(\alpha_t) - Z_t - X_c \cdot \text{tg}(\phi) \cdot \cos(\alpha_t)} \quad (2.39)$$

En (2.39) es mostrado el módulo de la tensión en la barra de carga en un sistema de dos barras con capacitor en relación al ángulo del factor de potencia en la carga. Para cada ϕ constante, y variándose θ_{1c0} en (2.39), puede calcularse V_{1c} y, por tanto, trazarse la curva para ϕ constante en el plano PxV (o SxV).

El LET pasa por las "puntas" de todas las curvas para P constante en el plano PxV, es decir, une todos los puntos de máximo cargamento. El LET separa las dos regiones de trabajo: región A o región superior de la curva para P constante, donde se tiene control sobre la tensión, y la región B o región inferior de la curva para P constante, donde acciones de control de tensión pueden tener efectos opuestos al esperado [4]. Esto será demostrado en la Sección 2.3.

2.3. La Existencia de una Máxima Potencia Transmitida

De (2.28), es deduzido que:

$$V_1^2 \left[\frac{\cos \alpha}{Z_t} \right] - V_1 \left[\frac{V_0 \cdot \cos(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} \right] + [P_1] = 0 \quad (2.40)$$

Usando (2.40) se trazó las curvas tensión V_1 versus desfasage angular θ_1 para diferentes valores de potencia activa constante. Son mostradas en la Figura 2.4 que, cuanto más interna la curva, mayor la potencia eléctrica transmitida para la carga. La curva va ocupando una área cada vez menor hasta que se reduce a un único punto y que, por tanto, corresponde a la máxima carga que puede ser atendida.

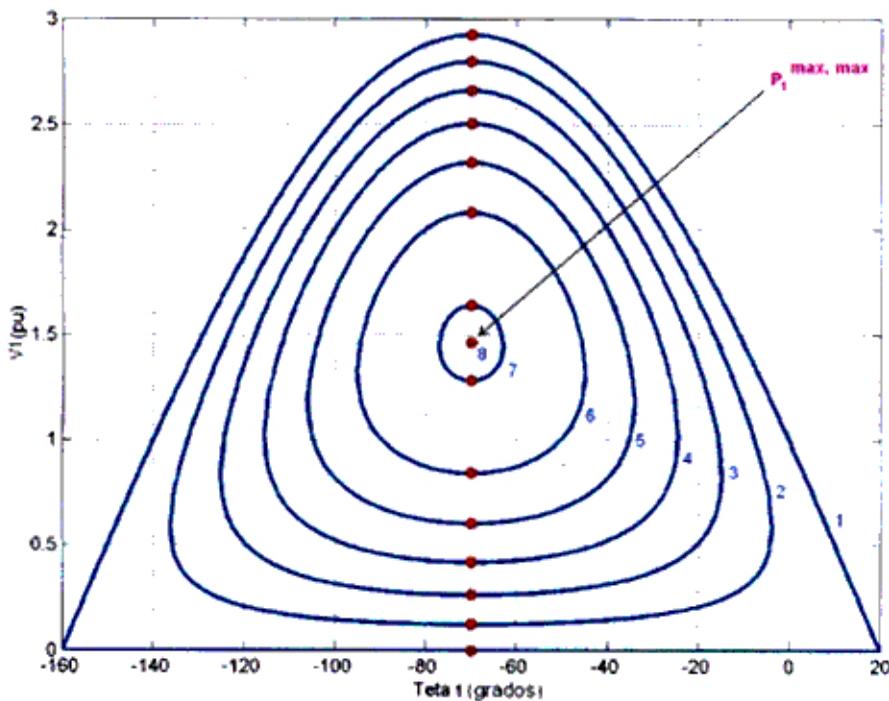


Figura 2.4 - Curvas para P Constante en el Plano Desfasage Angular θ_1 versus Tensión V_1

En la Tabla 2.1 son mostrados los valores de potencia activa constante en cada una de las curvas de la Figura 2.4 (se consideró $V_o=1,0$ pu y $Z_t=0,4$ pu). Son también mostrados en la Tabla 2.1 los valores de magnitud de la tensión (V_a y V_b) para los cuales la derivada de la potencia activa en relación al desfase angular cambia de signo. Cuando V_a y V_b son iguales, la máxima potencia transmitida es alcanzada (la octava línea de la Tabla 2.1).

Tabla 2.1 - Puntos de Operación $\partial P/\partial \theta=0$

No. Curva	P_1 (pu)	V_a (pu)	V_b (pu)	θ_1 (grados)
1	0,000	2,9238	0,0000	-70,0
2	0,300	2,7984	0,1253	-70,0
3	0,600	2,6600	0,2638	-70,0
4	0,900	2,5033	0,4204	-70,0
5	1,200	2,3184	0,6053	-70,0
6	1,500	2,0806	0,8431	-70,0
7	1,800	1,6408	1,2829	-70,0
8	1,827	1,4619	1,4619	-70,0

El valor del desfase angular en la barra 1 que maximiza la potencia eléctrica transmitida es calculado a través de la primera derivada de (2.28):

$$\frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} = -\frac{V_1 \cdot V_0}{Z_t} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \theta_0 + \alpha_t) = 0, \text{ donde } \theta_0=0^\circ \quad (2.41)$$

que es reducido a:

$$\theta_1 = -\alpha_t \quad (2.42)$$

La derivada segunda de (2.28) es negativa:

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial \theta_1^2} < 0 \quad (2.43)$$

$$-\frac{V_1 \cdot V_0}{Z_t} \cdot \cos(-\alpha_t - 0^\circ + \alpha_t) < 0 \quad (2.44)$$

y entonces, el ángulo $\theta_1 = -\alpha_t$ corresponde a P_1 máximo.

El valor de la tensión V_1 en la barra 1 que maximiza la potencia eléctrica transmitida es obtenido a través de la primera derivada de (2.28):

$$\frac{\partial P_1}{\partial V_1}(\theta_1^{\text{crítico}}) = 0 \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial V_1} = -2 \cdot \frac{V_1}{Z_t} \cdot \cos(\alpha_t) + \frac{V_0}{Z_t} \cdot \cos(\theta_1 - \theta_0 + \alpha_t) \quad (2.46)$$

$$\boxed{V_1 = \frac{V_0}{2 \cdot \cos(\theta_1)}} \quad (2.47)$$

La derivada segunda de (2.28) es negativa, garantizando que se trata de un punto de máximo:

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial V_1^2}(\theta_1^{\text{crítico}}) < 0 \quad (2.48)$$

$$-2 \cdot \frac{\cos(\alpha_1)}{Z_1} < 0 \quad (2.49)$$

Con $\theta_1 = -70^\circ$ en (2.47) se obtiene $V_1 = 1,4619$ pu. Substituyendo $\theta_1 = -70^\circ$ y $V_1 = 1,4619$ pu en (2.28) se obtiene el valor de la máxima potencia eléctrica posible de ser transmitida a la carga: $P_1 = 1,8273$ pu, valor que coincide con el encontrado en el trazado de las curvas mostradas en la Figura 2.4.

2.3.1. Por que la Potencia Consumida Pasa a Disminuir

Se define la potencia eléctrica consumida en la carga en un punto "k" y en otro punto "k+1" como siendo:

$$P_1^k = V_1^k \cdot I_1^k \cdot \cos \phi \quad (2.50)$$

$$P_1^{k+1} = V_1^{k+1} \cdot I_1^{k+1} \cdot \cos \phi \quad (2.51)$$

donde:

V_1^k y I_1^k son los módulos de la tensión y corriente en la carga en un punto "k"

V_1^{k+1} y I_1^{k+1} son los módulos de la tensión y corriente en la carga en un punto "k+1"

A través de (2.50) y (2.51) se puede calcular las variaciones de potencias entre los dos puntos, dados por:

$$\Delta P_1^k = P_1^{k+1} - P_1^k \quad (2.52)$$

$$\Delta P_1^k = V_1^{k+1} \cdot I_1^{k+1} \cdot \cos \phi - V_1^k \cdot I_1^k \cdot \cos \phi \quad (2.53)$$

La ecuación (2.53), con $\cos \phi = 1$, por ejemplo y sin pérdida de generalidad, puede ser expresada a través de las variaciones de tensión y corriente como mostrado en (2.54) y (2.55):

$$\Delta P_1^k = (V_1^k + \Delta V_1^k)(I_1^k + \Delta I_1^k) - (V_1^k \cdot I_1^k) \quad (2.54)$$

$$\Delta P_1^k = [V_1^k \cdot \Delta I_1^k] + [I_1^k \cdot \Delta V_1^k + \Delta V_1^k \cdot \Delta I_1^k] \quad (2.55)$$

Para todo k, a medida que se aumenta la carga:

$$\Delta V_1^k < 0, \text{ las variaciones de la tensión son negativas} \quad (2.56)$$

$$\Delta I_1^k > 0, \text{ las variaciones de la corriente son positivos} \quad (2.57)$$

En la Tabla 2.2 son mostrados puntos de operación de la curva ϕ constante, siendo que los primeros pertenecen a la parte superior de la curvas para P constante, en cuanto que los últimos pertenecen a la parte inferior. Para

ejemplificar como funciona (2.55), se considera dos puntos de operación de la tabla.

Tabla 2.2 - Variaciones de Tensión y Corriente en la Barra de Carga

k	P_1^k (pu)	V_1^k (pu)	θ_1^k (grados)	I_1^k (pu)	ΔV_1^k (pu)	ΔI_1^k (pu)
1	0,0000	1,0000	0,0	0,0000	-0,0248	0,1671
2	0,1629	0,9752	-3,6	0,1671	-0,0287	0,1664
3	0,3156	0,9465	-7,2	0,3334	-0,0324	0,1651
4	0,4557	0,9141	-10,8	0,4985	-0,0360	0,1631
5	0,5810	0,8781	-14,4	0,6616	-0,0395	0,1605
6	0,6894	0,8386	-18,0	0,8221	-0,0428	0,1573
7	0,7794	0,7958	-21,6	0,9794	-0,0459	0,1534
8	0,8494	0,7499	-25,2	1,1328	-0,0489	0,1489
9	0,8984	0,7010	-28,8	1,2817	-0,0517	0,1439
10	0,9256	0,6493	-32,4	1,4255	-0,0542	0,1382
11	0,9306	0,5951	-36,0	1,5638	-0,0566	0,1321
12	0,9132	0,5385	-39,6	1,6958	-0,0587	0,1254
13	0,8738	0,4798	-43,2	1,8212	-0,0606	0,1182
14	0,8130	0,4192	-46,8	1,9394	-0,0622	0,1105
15	0,7318	0,3570	-50,4	2,0499	-0,0637	0,1024
16	0,6313	0,2933	-54,0	2,1523	-0,0648	0,0939
17	0,5133	0,2285	-57,6	2,2463	-0,0657	0,0851
18	0,3796	0,1628	-61,2	2,3314	-0,0664	0,0759
19	0,2322	0,0964	-64,8	2,4072	-0,0667	0,0664
20	0,0735	0,0297	-68,4	2,4736	--	--

a) Punto de operación en la parte superior de la curva

Considerando los valores de k=8 en la Tabla 2.2:

$$\Delta P_1^k = \overset{+}{[V_1^k \cdot \Delta I_1^k]} + \overset{-}{[I_1^k \cdot \Delta V_1^k + \Delta V_1^k \cdot \Delta I_1^k]} = +0,0489 \text{ pu}$$

donde los signos + y - sobre la fórmula indican si el término es, respectivamente, positivo o negativo.

La potencia transmitida aumenta ($\Delta P_1^k > 0$) hasta un cierto máximo cargamento en cuanto el efecto de las variaciones positivas del módulo de la corriente $\Delta I_1^k > 0$ predominen sobre las variaciones negativas del módulo de la tensión $\Delta V_1^k < 0$ y de tal forma que: $[V_1^k \cdot \Delta I_1^k] > |[I_1^k \cdot \Delta V_1^k + \Delta V_1^k \cdot \Delta I_1^k]|$.

Entonces, en el punto $k+1=9$, $P_1^9 = P_1^8 + \Delta P_1^8 = +0,8984$ pu, lo que verifica el valor mostrado para $k=9$ en la Tabla 2.2.

b) Punto de operación en la parte inferior de la curva

Considerando los valores para $k=14$ en la Tabla 2.2:

$$\Delta P_1^k = \overset{+}{[V_1^k \cdot \Delta I_1^k]} + \overset{-}{[I_1^k \cdot \Delta V_1^k + \Delta V_1^k \cdot \Delta I_1^k]} = -0,0811 \text{ pu}$$

La potencia transmitida disminuye ($\Delta P_1^k < 0$) a partir de un cierto máximo cargamento debido al efecto de las variaciones negativas del módulo de la tensión $\Delta V_1^k < 0$ predominen sobre las variaciones positivas de la corriente $\Delta I_1^k > 0$ y de tal forma que: $[V_1^k \cdot \Delta I_1^k] < |[I_1^k \cdot \Delta V_1^k + \Delta V_1^k \cdot \Delta I_1^k]|$.

Entonces, en el punto $k+1=15$, $P_1^{15} = P_1^{14} + \Delta P_1^{14} = +0,7318$ pu, lo que verifica el valor mostrado para $k=15$ en la Tabla 2.2.

Se muestra analítica y numéricamente que la potencia activa consumida en la carga aumenta, alcanza un máximo y pasa a disminuir.

2.4. La Introducción de un Capacitor Puede Disminuir la Tensión

Se analiza porque, cuando se conecta un capacitor ($Z_c = -9,025j$) en paralelo con la carga, la tensión aumenta cuando el punto de operación está en la región superior de la curva para P constante, en cuanto que la tensión disminuye cuando el punto de operación está en la región inferior de la curva. En las Figuras 2.5 y 2.6 son mostradas los circuitos sin y con capacitor respectivamente, que serán utilizadas en este análisis.

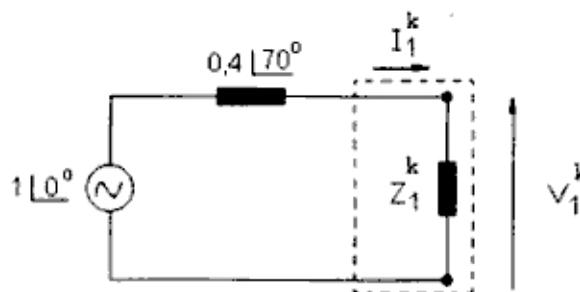


Figura 2.5 - Circuito sin Capacitor

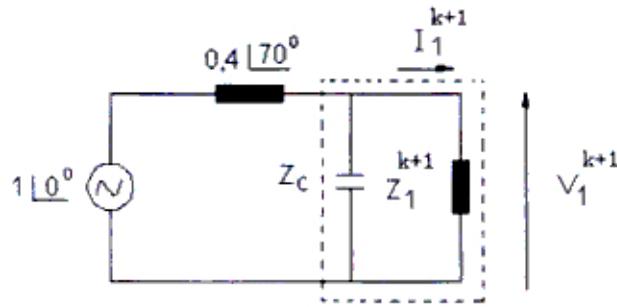


Figura 2.6 - Circuito con Capacitor

Se analiza de forma gráfica a través de las Figuras 2.7 y 2.8 lo que acontece cuando se conecta un capacitor en la curva para $P_1^k = 0,8$ pu constante, tanto en la región superior como inferior de la curva.

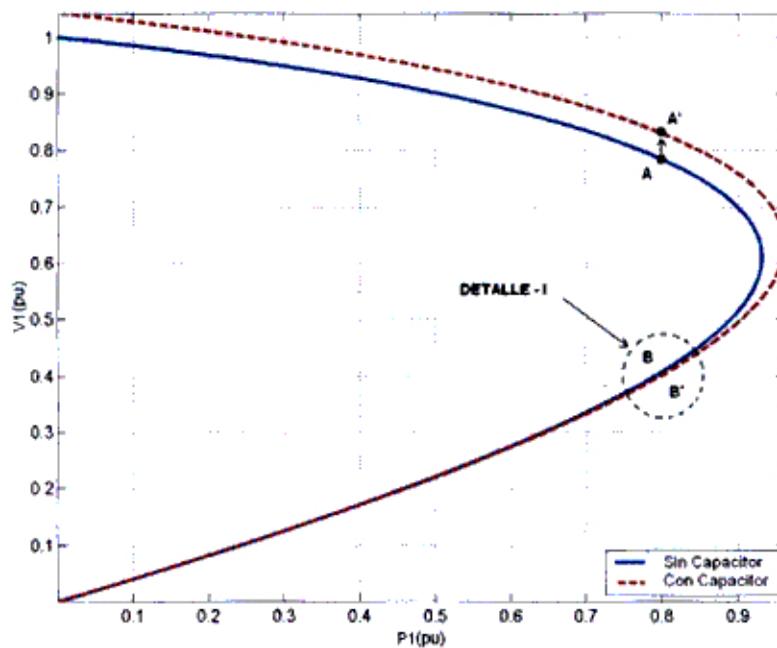


Figura 2.7 - Aumento y Disminución de Tensión Respectivamente en la Región Superior e Inferior de la Curva con la Introducción de un Capacitor

La Figura 2.8 muestra en detalle lo que acontece en la región inferior de la curva cuando se conecta un capacitor.

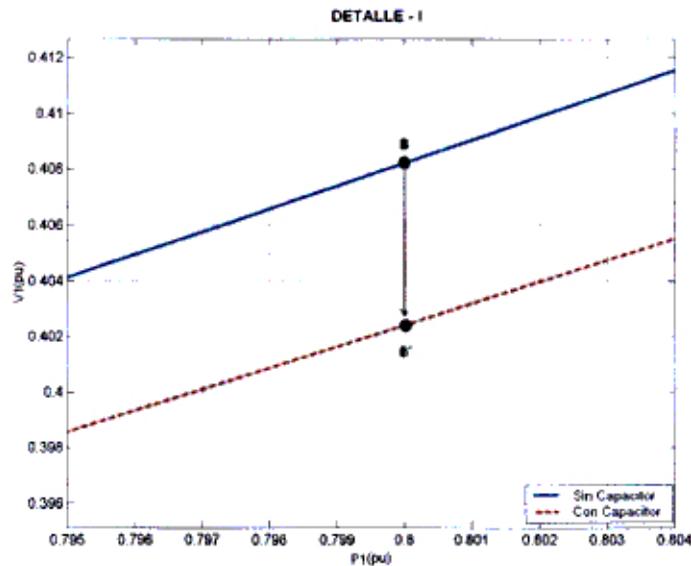


Figura 2.8 - Disminución de la Tensión en la Región Inferior de la Curva con la Conexión de un Capacitor

En la región superior de la curva cuando se pasa del punto A de la curva sin capacitor para el punto A' con capacitor, la tensión aumenta (Figura 2.7) y para mantener constante la potencia, la corriente que fluye por la carga tiene que disminuir: $P_1 = \uparrow V_1 \cdot \downarrow I_1 \cdot \cos\phi$. En la región inferior de la curva acontece el efecto contrario cuando se pasa del punto B de la curva sin capacitor para el punto B' con capacitor, es decir, la tensión disminuye (Figura 2.8) y para mantener la potencia constante, la corriente que fluye por la carga tiene que aumentar: $P_1 = \downarrow V_1 \cdot \uparrow I_1 \cdot \cos\phi$.

El objetivo ahora es explicar ese comportamiento de forma analítica. Se define la potencia eléctrica consumida en la carga en un punto "k" y en otro punto "k+1" que representen puntos de operación en curvas PxV diferentes:

El modelo de carga es potencia constante y, por tanto, de (2.50) y (2.51) se tiene::

$$P_1^k = P_1^{k+1} \quad (2.58)$$

$$(Z_1^k).(I_1^k)^2.\cos\phi = (Z_1^k + \Delta Z_1^k).(I_1^k + \Delta I_1^k)^2.\cos\phi \quad (2.59)$$

Hay una diferencia entre impedancia equivalente de carga sin y con capacitor (ΔZ_1^k) porque la carga debe consumir la misma cantidad de potencia activa sin y con capacitor.

Las tensiones en la carga en un punto "k" y en otro punto "k+1", donde los términos Z_1^k , I_1^k , ΔZ_1^k y ΔI_1^k satisfacen (2.59), pueden ser escritos como:

$$V_1^k = Z_1^k.I_1^k \quad (2.60)$$

$$V_1^{k+1} = (Z_1^k + \Delta Z_1^k).(I_1^k + \Delta I_1^k) \quad (2.61)$$

La variación del módulo de la tensión en la carga puede ser calculada sustrayendo la tensión entre los puntos "k+1" y "k":

$$\Delta V_1^k = V_1^{k+1} - V_1^k \quad (2.62)$$

$$\Delta V_1^k = [I_1^k \cdot \Delta Z_1^k] + [Z_1^k \cdot \Delta I_1^k + \Delta Z_1^k \cdot I_1^k] \quad (2.63)$$

Para ejemplificar como funciona (2.63) y poder explicar el aumento o disminución de la tensión en la carga, con la introducción de un capacitor, se considera dos puntos de operación de la Tabla 2.3.

Tabla 2.3 - Puntos de Operación para Evaluar el Aumento o Disminución de la Tensión con la Conexión de un Capacitor

En la Región Superior de la Curva								
P ₁ ^k (pu)	Curva sin Capacitor			Curva con capacitor			ΔZ ₁ ^k (pu)	ΔI ₁ ^k (pu)
	V ₁ ^k (pu)	Z ₁ ^k (pu)	I ₁ ^k (pu)	V ₁ ^{k+1} (pu)	Z ₁ ^{k+1} (pu)	I ₁ ^{k+1} (pu)		
0,1	0,9852	9,6253	0,1023	1,0279	10,4386	0,0984	0,8133	-0,0038
0,5	0,9023	1,6292	0,5538	0,9437	1,7804	0,5300	0,1511	-0,0237
0,8	0,7834	0,7666	1,0219	0,8293	0,8591	0,9653	0,0925	-0,0566
En la Región Inferior de la Curva								
P ₁ ^k (pu)	Curva sin Capacitor			Curva con capacitor			ΔZ ₁ ^k (pu)	ΔI ₁ ^k (pu)
	V ₁ ^k (pu)	Z ₁ ^k (pu)	I ₁ ^k (pu)	V ₁ ^{k+1} (pu)	Z ₁ ^{k+1} (pu)	I ₁ ^{k+1} (pu)		
0,1	0,0406	0,0165	2,4635	0,0399	0,0162	2,4642	-0,0003	0,0008
0,5	0,2219	0,0984	2,2552	0,2209	0,0976	2,2616	-0,0007	0,0065
0,8	0,4084	0,2084	1,9593	0,4026	0,2026	1,9882	-0,0059	0,0289

a) Punto de operación en la parte superior de la curva

Considerando los valores para $P_1^k = +0,8$ pu de la Tabla 2.3:

$$\Delta V_1^k = \overset{+}{\boxed{I_1^k \cdot \Delta Z_1^k}} + \overset{-}{\boxed{Z_1^k \cdot \Delta I_1^k + \Delta Z_1^k \cdot I_1^k}} = +0,04587 \text{ pu}$$

donde los signos + y - sobre la fórmula indican si el término es, respectivamente, positivo o negativo.

La elevación de la tensión ($\Delta V_1^k > 0$) ocurre mientras el efecto de variaciones positivas del módulo de la impedancia de carga $\Delta Z_1^k > 0$ predominen sobre las variaciones negativas del módulo de la corriente de carga $\Delta I_1^k < 0$ y de tal forma que: $|I_1^k \cdot \Delta Z_1^k| > |Z_1^k \cdot \Delta I_1^k + \Delta Z_1^k \cdot I_1^k|$.

Entonces, en el punto $k+1$, $V_1^{k+1} = V_1^k + \Delta V_1^k = +0,8293$ pu, lo que verifica con el valor mostrado en la Tabla 2.3. por tanto, la tensión aumenta cuando se conecta un capacitor.

b) Punto de operación en la parte inferior de la curva

Considerando los valores para $P_1^k = +0,8$ pu de la Tabla 2.3:

$$\Delta V_1^k = \overset{+}{[Z_1^k \cdot \Delta I_1^k]} + \overset{-}{[I_1^k \cdot \Delta Z_1^k + \Delta Z_1^k \cdot \Delta I_1^k]} = -0,00575 \text{ pu}$$

La reducción de tensión ($\Delta V_1^k < 0$) ocurre mientras el efecto de variaciones negativas del módulo de la impedancia de carga $\Delta Z_1^k < 0$ predominen sobre las variaciones positivas del módulo de la corriente de carga $\Delta I_1^k > 0$ y de tal forma que: $[Z_1^k \cdot \Delta I_1^k] < [I_1^k \cdot \Delta Z_1^k + \Delta Z_1^k \cdot \Delta I_1^k]$.

Entonces, en el punto $k+1$, $V_1^{k+1} = V_1^k + \Delta V_1^k = +0,4026$ pu, lo que verifica con el valor mostrado en la Tabla 2.3. Por tanto, la tensión disminui cuando se conecta un capacitor.

Se mostró analítica, gráfica y numéricamente que la tensión sube cuando se conecta un capacitor en la región superior de la curva y disminuye cuando se hace en la región inferior de la curva.

2.5. Saturación de la Elevación de la Tensión con la Conexión de Muchos Capacitores

En la Figura 2.9 son mostradas varias curvas para ϕ constante en el plano P_xV. Cada una de ellas corresponde a diferentes capacitores instalados y al mismo factor de potencia en la carga (en este caso, unitario). Se trabaja con las reactancias de los capacitores en pu. Los valores de los banco de capacitores en MVAR corresponden a sus producciones reactivas cuando la tensión sobre ellos es 1 pu. Nótese en la figura que, a la medida que son introducidos nuevos capacitores:

- a partir de 0 MVAR, la parte superior de la curva "sube" para niveles de tensión mas altos, mientras que la parte inferior de la curva "baja" para niveles de tensión mas pequeños.
- ese comportamiento se mantiene hasta que la compensación reactiva alcanza 212 MVAR.
- a partir de 212 MVAR, el comportamiento se invierte, la parte superior de la curva "baja" para niveles menores de tensión, mientras que la parte inferior de la curva "sube" para niveles de tensión mas altos.

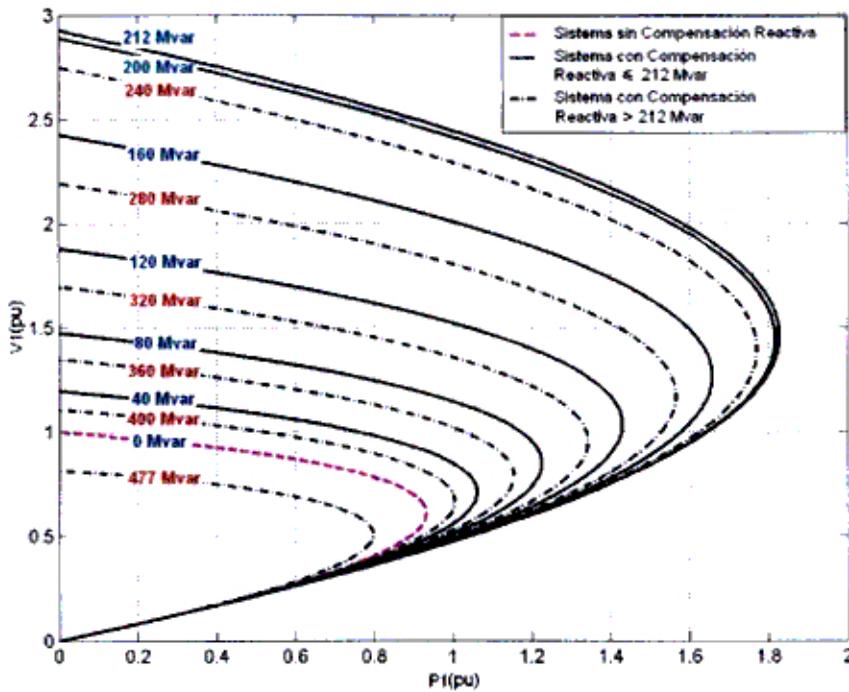


Figura 2.9 - Efecto de la Introducción de Muchos Capacitores sobre la Tensión

En la Figura 2.10 están mostradas las curvas para ϕ constante sin y con compensación reactiva de acuerdo con (2.31) y (2.39) respectivamente, y la curva para P constante ($P_1=0,8$ pu) de acuerdo con (2.40). Los valores de compensación reactiva usados en las curvas de la Figura 2.9 fueron mantenidos. La carga también se mantiene con factor de potencia unitario.

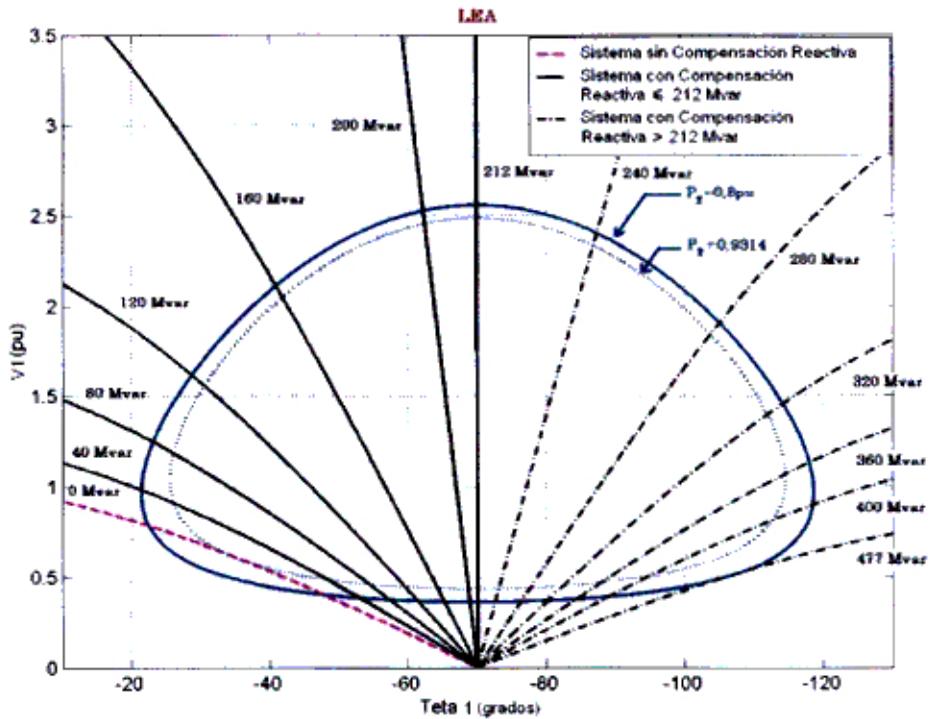


Figura 2.10 - Curvas para ϕ Constante y para P Constante

Se verifica en la Figura 2.10 que la curva para ϕ constante cuando la compensación reactiva es igual a 212 MVAR coincide exactamente con la curva vertical correspondiente al límite de estabilidad estática angular (ver Anexo B). Luego, los puntos de operación a la derecha de la recta vertical correspondiente a la compensación de 212 MVAR son inestables del punto de vista angular. Y todavía, el comportamiento de la tensión con la conexión de capacitores se invierte cuando el punto de operación está sobre el límite de estabilidad estática angular.

Para explicar la saturación de la elevación de tensión en la carga para P constante a través de (2.63), con la introducción de muchos capacitores, se consideran dos puntos de operación de la Tabla 2.4.

Tabla 2.4 - Puntos de Operación para Evaluar la Saturación de la Elevación de Tensión

Región Superior da Curva								
k	Compensa- ción (MVar)	P_1^k (pu)	V_1^k (pu)	Z_1^k (pu)	I_1^k (pu)	Q_1^k (pu)	ΔZ_1^k (pu)	ΔI_1^k (pu)
1	0	0,8	0,7846	0,7706	1,0181	0	0,4393	-0,2052
2	40	0,8	0,9836	1,2099	0,8129	-0,4288	0,7341	-0,1711
3	80	0,8	1,2476	1,9440	0,6418	-1,3798	1,3303	-0,1475
4	120	0,8	1,6184	3,2743	0,4943	-3,4833	2,2847	-0,1147
5	160	0,8	2,1104	5,5590	0,3796	-7,8958	2,5071	-0,0659
6	200	0,8	2,5303	8,0661	0,3137	-14,1877	0,2070	-0,0041
7	212	0,8	2,5613	8,2731	0,3096	-15,4075	-1,0700	0,0238
8	240	0,8	2,4014	7,2031	0,3334	-15,3336	-2,6626	0,0860
9	280	0,8	1,9042	4,5405	0,4194	-11,2497	-1,8894	0,1296
10	320	0,8	1,4556	2,6511	0,5490	-7,5121	-1,0502	0,1581
11	360	0,8	1,1319	1,6009	0,7071	-5,1108	-0,5925	0,1835
12	400	0,8	0,8981	1,0084	0,8906	-3,5749	-0,6814	0,6721
14	477	0,8	0,5111	0,3270	1,5627	-1,3804	--	--

a) Elevación de la tensión en la parte superior de la curva

Considerando los valores para k=6 de la Tabla 2.4:

$$\Delta V_1^k = \overset{+}{[I_1^k \cdot \Delta Z_1^k]} + \overset{-}{[Z_1^k \cdot \Delta I_1^k + \Delta Z_1^k \cdot \Delta I_1^k]} = +0,0310 \text{ pu}$$

donde los signos + y - sobre la fórmula indican si el término es, respectivamente, positivo o negativo.

La elevación de la tensión ($\Delta V_1^k > 0$) ocurre mientras el efecto de variaciones positivas del módulo de la impedancia de carga $\Delta Z_1^k > 0$ predominen sobre las variaciones negativas del módulo de la corriente de carga $\Delta I_1^k < 0$ y de tal forma que: $|I_1^k \cdot \Delta Z_1^k| > |Z_1^k \cdot \Delta I_1^k + \Delta Z_1^k \cdot I_1^k|$.

Entonces, en el punto $k+1=7$, $V_1^7 = V_1^6 + \Delta V_1^6 = +2,5613$ pu, lo que verifica con el valor mostrado en la séptima línea de la Tabla 2.4. Portanto, la tensión aumenta cuando se conecta un capacitor.

b) Reducción de la tensión en la parte superior de la curva

Considerando los valores para $k=7$ de la Tabla 2.4:

$$\Delta V_1^k = \overset{+}{|Z_1^k \cdot \Delta I_1^k|} + \overset{-}{|I_1^k \cdot \Delta Z_1^k + \Delta Z_1^k \cdot I_1^k|} = -0,1599 \text{ pu}$$

La reducción de la tensión ($\Delta V_1^k < 0$) ocurre mientras el efecto de variaciones negativas del módulo de la impedancia de carga $\Delta Z_1^k < 0$ predominen sobre las variaciones positivas del módulo de la corriente de carga $\Delta I_1^k > 0$ y de tal forma que: $|Z_1^k \cdot \Delta I_1^k| < |I_1^k \cdot \Delta Z_1^k + \Delta Z_1^k \cdot I_1^k|$.

Entonces, en el punto $k+1=8$, $V_1^8 = V_1^7 + \Delta V_1^7 = +2,4014$ pu, lo que verifica con el valor mostrado en la octava línea de la Tabla 2.4. Por tanto, la tensión disminuye cuando se conecta un capacitor.

Se muestra gráfica, analítica y numéricamente que, mismo en la región superior de la curva para P constante, un exceso de capacitores puede hacer con que la tensión disminuya, al contrario de aumentar. Mientras tanto, la región donde eso ocurre coincide con la región donde los puntos de operación son inestables del punto de vista angular.

Se muestra gráficamente que, en la región inferior de la curva para P constante, un exceso de capacitores puede hacer con que la tensión aumente, al contrario de disminuir. La región donde eso ocurre también coincide con la región donde los puntos de operación son inestables del punto de vista angular.

2.6. Índices de Evaluación de las Condiciones de Seguridad de Tensión

El objetivo es identificar si la solución de tensión para una carga conectada a la barra i está en la parte superior, en la inferior y la distancia a la "punta de la nariz" de la curva $V \times P, Q$. La "punta de la nariz" corresponde a la máxima cantidad de potencia activa y reactiva que puede ser transmitida a la carga o

a partir de un generador. El cargamento de la red de transmisión es representado por condiciones nodales asociadas al máximo flujo de potencia activa y reactiva que puede ser transmitida de los generadores para las cargas. Se desenvuelve una herramienta analítica de evaluación de esas condiciones nodales con base en un modelo matemático simple, pero poderoso, de una interpretación física directa del fenómeno. Índices significativos de evaluación de las condiciones de estabilidad de tensión son deducidos [5].

El sistema linearizado de las ecuaciones estáticas de flujo de carga es:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

Colocando las ecuaciones y variables relacionadas con la barra en análisis para abajo, resulta:

$$\begin{bmatrix} \Delta P' \\ \Delta Q' \\ \dots \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & \vdots & B \\ \dots & \vdots & \dots \\ C & \vdots & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta' \\ \Delta V' \\ \dots \\ \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

Las sub-matrices A, B, C y D son las particiones de la matriz Jacobiano [J], donde:

A - representa la matriz Jacobiana original del sistema, excluyendo las líneas y columnas referentes a la barra en análisis.

B - representa las derivadas de las ecuaciones de potencia activa y reactiva del sistema en relación a las variables dependientes de la barra en estudio.

C - representa las derivadas de las ecuaciones de potencia activa y reactiva de la barra en análisis en relación a las otras variables dependientes del sistema.

D - representa las derivadas de las ecuaciones de potencia activa y reactiva de la barra en análisis en relación a sus propias variables dependientes.

Se asume una variación infinitesimal de carga o generación ∇P_i y ∇Q_i solamente para la barra i de un sistema multi-nodo, esto equivale a $\nabla P' = \nabla Q' = 0$. Las relaciones de sensibilidad entre las inyecciones de potencia activa y reactiva, con la magnitud y ángulo de la tensión en la barra i ; llevando en consideración el restante del sistema puede ser evaluado por:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = [D'] \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

$$[D'] = [D] - [C] \cdot [A^{-1}] \cdot [B] \quad (2.67)$$

D' - relaciona P_i , Q_i , con θ_i y V_i , llevando en consideración el restante del sistema. Tiene dimensión 2×2 . En el sistema multi-nodo: $D' \neq D \neq J$

Es demostrado que el signo del determinante y la magnitud de la matriz [D'] indican respectivamente, la región de operación y la distancia al máximo cargamento.

2.6.1 Magnitud del Determinante de la Matriz [D']

2.6.1.1 Sistema de Dos Barras

En un sistema de dos barras el flujo de potencia que llega en la barra i es igual a la carga consumida. Considerando k como una barra de generación, el determinante de la matriz [D'] es calculado por:

$$\det[D'] = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} - \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \quad (2.68)$$

donde:

$$P_i = V_i^2 G_{ii} + V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \text{sen} \theta_{ik}) \quad (2.69)$$

$$Q_i = -V_i^2 B_{ii} + V_i V_k (G_{ik} \text{sen} \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (2.70)$$

Resolviendo (2.69) y (2.70) en (2.68), se obtiene:

$$\det[D'] = -V_i V_k^2 (G_{ik}^2 + B_{ik}^2) + 2V_i^2 B_{ii} (V_k G_{ik} \sin \theta_{ik} - V_k B_{ik} \cos \theta_{ik}) - 2V_i^2 G_{ii} (V_k G_{ik} \cos \theta_{ik} + V_k B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (2.71)$$

Haciendo $Y_{ik}^2 = (G_{ik}^2 + B_{ik}^2)$ y multiplicando ambos lados de (2.71) por V_i :

$$\det[D'] V_i = -[V_i V_k Y_{ik}]^2 + 2V_i^2 B_{ii} [V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik})] - 2V_i^2 G_{ii} [V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik})] \quad (2.72)$$

Por otro lado, la potencia aparente inyectada en la barra i es dada por

$S_i = P_i + jQ_i$. De (2.69) y (2.70):

$$S_i^2 = P_i^2 + Q_i^2 = V_i^4 (G_{ii}^2 + B_{ii}^2) + V_i^2 V_k^2 Y_{ik}^2 + 2V_i^2 G_{ii} V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) - 2V_i^2 B_{ii} V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (2.73)$$

Haciendo $S_{io} = V_i^2 Y_{ii}$ y comparando (2.72) y (2.73) se obtiene finalmente:

$$\det[D'] V_i = S_{io}^2 - S_i^2 \quad (2.74)$$

El resultado obtenido es muy importante para el estudio del cargamento de la red. El término S_{i0}^2 es función del elemento diagonal de la matriz admitancia de barra y del módulo de la tensión en la barra i . Suponiendo la tensión constante en la barra i y aumentando gradualmente el valor de la potencia inyectada S_i , el máximo será alcanzado cuando S_i^2 sea igual a S_{i0}^2 haciendo con que el producto $\det[D']V_i$ sea igual a cero.

De esa forma, se puede decir que para un sistema de dos barras:

- S_i es la potencia inyectada en la barra i en el punto de operación en análisis.
- S_{i0} es la máxima potencia que puede ser inyectada en la barra i (dado por $S_{i0} = V_i^2 \cdot Y_{ii}$).
- $\det[D']V_i$ es un indicador de la distancia de S_i^2 a S_{i0}^2 .

2.6.1.2. Sistema Multi-Nodo

Un importante resultado obtenido para un sistema de dos barras ahora es extendido al sistema multi-nodo. Sea $[D]$ la matriz que relaciona linealmente las inyecciones de potencia activa y reactiva al ángulo y módulo de la tensión en la barra i :

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & z \\ y & u \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

sea:

$$[-C.A^{-1}.B] = \begin{bmatrix} b_1 & b_3 \\ b_2 & b_4 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Usando (2.75) y (2.76) en (2.67):

$$\det[D'] = \det \left[\begin{pmatrix} x & z \\ y & u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & b_3 \\ b_2 & b_4 \end{pmatrix} \right] \quad (2.77)$$

$$\det[D'] = [x.u - y.z] + [x.b_4 - y.b_3] + [b_1.u - b_2.z] + [b_1.b_4 - b_2.b_3] \quad (2.78)$$

De (2.75) se tiene:

$$\det[D] = [x.u - y.z] \quad (2.79)$$

Sustituyendo (2.79) en (2.78):

$$\det[D'] = \det[D] + [x.b_4 - y.b_3] + [b_1.u - b_2.z] + [b_1.b_4 - b_2.b_3] \quad (2.80)$$

El resultado obtenido para un sistema de dos barras, donde $[D'] \equiv [D]$, aquí repetido por comodidad, $\det[D]V_i = S_{io}^2 - S_i^2$ puede ser extendido. Multiplicando ambos lados de (2.80) por V_i , resulta:

$$\det[D']V_i = \det[D]V_i - S_{is}^2 \quad (2.81)$$

donde:

$$S_{is}^2 = -V_i \{ [xb_4 - yb_3] + [b_1u - b_2z] + [b_1b_4 - b_2b_3] \} \quad (2.82)$$

o

$$\det[D']V_i = S_{io}^2 - S_i^2 - S_{is}^2 \quad (2.83)$$

El nuevo término S_{is}^2 puede ser obtenido de (2.81):

$$S_{is}^2 = (\det[D] - \det[D']) \cdot V_i \quad (2.84)$$

De esa forma, se puede decir que para un sistema multi-nodo:

- S_i es la potencia inyectada en la barra i en el punto de operación en análisis.
- S_{i0} es la máxima potencia que podría ser inyectada para la barra i , caso el sistema sea de dos barras (dado por $S_{i0} = V_i^2 \cdot Y_{ii}$).
- S_{is}^2 está relacionada a la potencia inyectada en el restante del sistema que limita la inyección de potencia en la barra i (dado por $S_{is}^2 = (\det[D] - \det[D']) \cdot V_i$).
- $S_m^2 = S_{i0}^2 - S_{is}^2$ es definida como la máxima potencia que podría ser inyectada en la barra i .

2.6.2. Signo del Determinante de la Matriz [D']

Los vectores gradiente de potencia activa y reactiva pueden ser escritos como:

$$\nabla P = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} \cdot \vec{i} + \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \quad \text{y} \quad \nabla Q = \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \cdot \vec{i} + \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \quad (2.85)$$

donde \vec{i} , \vec{j} y \vec{k} son vectores de una base ortonormal.

El producto vectorial es:

$$\dot{V}P \times \dot{V}Q = \left[\left(\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \right) - \left(\frac{\partial P_i}{\partial V_i} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \right) \right] \cdot \bar{k} \quad (2.86)$$

Sustituyendo (2.68) en (2.86):

$$\dot{V}P \times \dot{V}Q = \det[D'] \quad (2.87)$$

como:

$$\dot{V}P \times \dot{V}Q = |\dot{V}P| \cdot |\dot{V}Q| \cdot \text{sen}(\beta) \quad (2.88)$$

Donde β es el ángulo entre $\dot{V}P$ y $\dot{V}Q$. También:

$$\det[D'] = |\dot{V}P| \cdot |\dot{V}Q| \cdot \text{sen}(\beta) \quad (2.89)$$

Como el signo del $\det[D']$ es función solamente de β , se tiene:

$$\det[D'] > 0 \text{ si } \text{sen}(\beta) > 0, \rightarrow 0^\circ < \beta < 180^\circ$$

$$\det[D'] < 0 \text{ si } \text{sen}(\beta) < 0, \rightarrow 0^\circ > \beta > -180^\circ$$

$$\det[D'] = 0 \text{ si } \text{sen}(\beta) = 0, \rightarrow \beta = \pm 180^\circ, \beta = 0^\circ$$

Se observa en la Figura 2.11 que, tomando ∇P_i como eje de referencia, en la región superior de la curva VxP,Q siempre ocurre $0^0 < \beta < 180^0$ y en la región inferior de la misma curva siempre ocurre $0^0 < \beta < -180^0$. En el punto máximo, los vectores gradientes ∇P_i y ∇Q_i están alineados, y entonces el ángulo β formado por esos dos vectores es $\pm 180^\circ$ y también $\beta=0^0$ debido a la ocurrencia numérica.

Por tanto, $\det[D'] > 0$ caracteriza la parte superior de la curva VxP,Q y $\det[D'] < 0$ caracteriza la parte inferior de la misma curva, mientras que $\det[D'] = 0$ caracteriza la frontera entre esas dos regiones, es decir, la "punta de la nariz".

Y todavía, es fácil percibir que el ángulo β puede complementar la evaluación del cargamento de la red, indicando la región de operación y la distancia angular hasta el máximo.

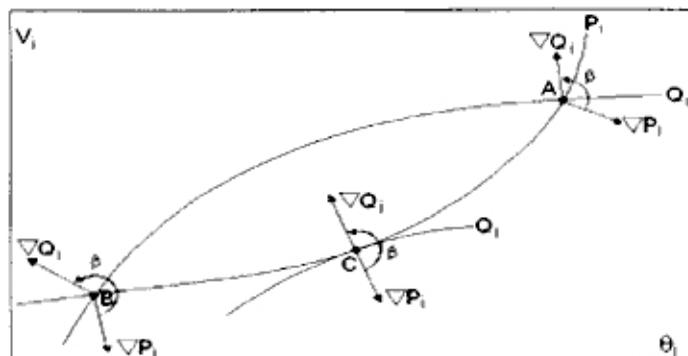


Figura 2.11 - Localización del Vector Gradiente de P_i y Q_i en el Plano $Vx\Theta$

2.6.3. Margen de Potencia

El valor $(S_m - S_i)$ es la diferencia de potencia en MVA entre la potencia que está siendo inyectada y la máxima potencia estimada para el punto de operación en análisis. El problema de interpretación del tamaño del índice es resuelto usándose S_i y S_m . La margen es grande o pequeña? Puede ser grande en una barra y pequeña para otra. Por ejemplo, si $S_m=10$ y $S_i=1$, entonces la margen es 9 veces lo que está siendo inyectado. Si, por otro lado, $S_i=99$ y $S_m=100$, entonces la margen es aproximadamente 0,01 lo que está siendo inyectado.

En la región superior de la curva $V \times P, Q$ de la Figura 2.12, la margen de potencia $(S_m - S_i)$ es un valor positivo y debe ser leído como la cantidad en MVA que podría ser "adicionada" a S_i para alcanzar la estimativa del máximo S_m . Se puede definir una margen en pu o en porcentual. Esta margen será igual a la unidad cuando la potencia inyectada en la barra i es nula ($S_i=0$), y tiende a cero a la medida que la inyección tiende al valor máximo ($S_i=S_m$). Esta margen es definida como:

$$M = \left(\frac{S_m - S_i}{S_m} \right) = \left(1 - \frac{S_i}{S_m} \right) \text{ en pu de } S_m, \text{ o} \quad (2.90)$$

$$M = \left(\frac{S_m - S_i}{S_m} \right) = \left(1 - \frac{S_i}{S_m} \right) \times 100 \% \text{ en porcentual } S_m \quad (2.91)$$

En la región inferior de la curva $V_x P, Q$ de la Figura 2.12, la margen de potencia ($S_m - S_i$) es un valor negativo y debe ser leído como la cantidad en MVA que debería ser "retirada" de S_i para alcanzar la estimativa del máximo S_m . Se puede definir una margen en pu o en porcentual. Esta margen será igual a cero cuando la inyección en la barra i es máxima ($S_i = S_m$) y tiende a -1 cuando S_m tiende a cero. Esta margen es definida como:

$$M = \left(\frac{S_m - S_i}{S_i} \right) = \left(\frac{S_m}{S_i} - 1 \right) \text{ en pu de } S_i, \text{ o} \quad (2.92)$$

$$M = \left(\frac{S_m - S_i}{S_i} \right) = \left(\frac{S_m}{S_i} - 1 \right) \times 100 \% \text{ en porcentual de } S_i \quad (2.93)$$

En el punto de operación correspondiente al máximo cargamento, ($S_m - S_i$) es nulo y, por tanto, no hay nada a adicionar o retirar de S_i para alcanzar S_m .

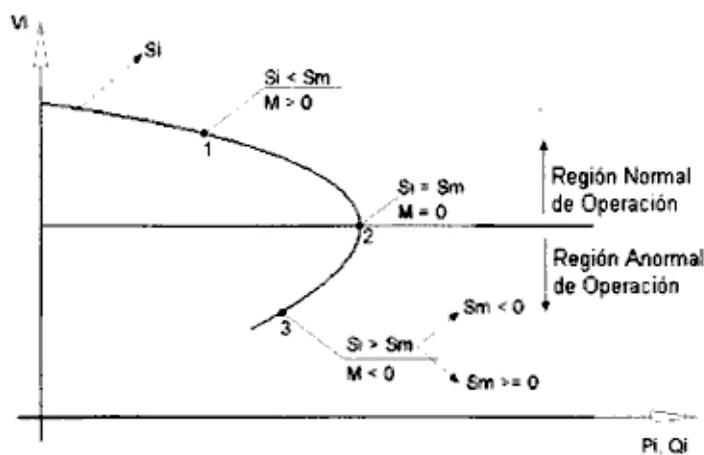


Figura 2.12 - Signo de la Margen en la Curva $V_x S$

En sistemas multi-nodo puede ocurrir que en la región inferior de la curva $V_x P, Q$, además de la margen ser negativa, esta se encuentre abajo de -100 % en algunos casos (cuando $S_m < 0$ esto implica que $M < -100$ %) [6]. De acuerdo con la definición, S_m^2 es negativo si $S_{io}^2 < \Delta \det.V_i$ y eso puede acontecer debido a:

- Si el término $S_{io}^2 = V_i^4 . Y_{ii}^2$ es pequeño, significa que el módulo de la tensión o el elemento diagonal de la matriz admitancia de barra son pequeños.
- Si el término $\Delta \det.V_i = (\det[D] - \det[D']) . V_i$ es grande, significa principalmente que $\det[D'] V_i < 0$.

CAPÍTULO 3

CONEXIÓN AUTOMÁTICA DE BANCO DE CAPACITORES

3.1. Introducción

Problemas relacionados con la incapacidad del sistema en mantener las tensiones en las barras en niveles seguros de operación después de un disturbio se tornaron mas frecuentes.

Capacitores y reactores *shunt* son permanentemente introducidos a la red o conectados y desconectados de acuerdo con las condiciones de operación del sistema.

La potencia reactiva proporcionada por banco de capacitores o reactores es función del cuadrado de la tensión terminal del equipo y, por tanto, varía durante la operación del sistema.

El objetivo de este capítulo es representar la conexión automática de compensación *shunt* variable, a través de la inclusión de una ecuación de control adicional a la matriz Jacobiana, donde la susceptancia *shunt* es considerada una nueva variable dependiente, en el cálculo de los índices de evaluación de las condiciones de estabilidad de tensión [7].

3.2. Modelo Matemático

Una representación flexible de los controles en la resolución del problema de flujo de potencia es obtenida aumentándose al sistema original de ecuaciones linealizadas utilizadas pelo método de Newton, las ecuaciones que describen la acción de cada control y la variable controlada asociada [8].

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \dots \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} & \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} & \frac{\partial Q}{\partial x} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial V} & \frac{\partial y}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \\ \dots \\ \Delta x \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Para una barra genérica k:

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{calc} \quad (3.2)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{calc} \quad (3.3)$$

$$P_k^{calc} = G_{kk} \cdot V_k^2 + V_k \cdot \sum_{m=1 \neq k}^n V_m \cdot (G_{km} \cdot \cos \theta_{km} + B_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km}) \quad (3.4)$$

$$Q_k^{calc} = -B_{kk} \cdot V_k^2 + V_k \cdot \sum_{m=1 \neq k}^n V_m \cdot (G_{km} \cdot \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \quad (3.5)$$

Para la representación de la conexión y desconexión del elemento *shunt* en el problema de flujo de potencia, se considera su susceptancia como una variable dependiente adicional al problema. Para conseguir que el sistema de ecuaciones sea posible y determinado, se inserta una nueva ecuación relativa al control de tensión. La formulación utiliza un sistema de ecuaciones lineares aumentado, a fin de representar las relaciones entre la acción de control y las variables controladas. La estructura de la matriz Jacobiana del flujo de potencia es preservada.

Es importante destacar que, en este tipo de dispositivo, el control de tensión es hecho a través de una franja de tensión y no de un valor fijo. De esta forma, la estructura de control solamente hace parte del proceso de solución cuando el valor actual de la tensión controlada se encuentre fuera de su región de control.

Para una barra *m* cuya tensión debe ser controlada a través de la conexión de dispositivos *shunt* localizados en la barra *k*, donde la variable de control es la susceptancia *shunt*, se tiene en (3.1):

$$\Delta x = \Delta b_k^{sh} \tag{3.6}$$

También en (3.6), el error de la ecuación es dado por:

$$\Delta y = \Delta V_m = V_m^{esp} - V_m^{calc} \tag{3.7}$$

y la convergencia del algoritmo es obtenida cuando el error se torna menor que una determinada tolerancia.

El sistema de ecuaciones linearizadas (3.1) resulta:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \vdots \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \\ \vdots \\ \Delta V_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \cdots & H_{kk} & N_{kk} & \cdots & H_{km} & N_{km} & \cdots & 0 \\ \cdots & J_{kk} & L_{kk} & \cdots & J_{km} & L_{km} & \cdots & a \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & H_{mk} & N_{mk} & \cdots & H_{mm} & N_{mm} & \cdots & 0 \\ \cdots & J_{mk} & L_{mk} & \cdots & J_{mm} & L_{mm} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & b & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \theta_k \\ \Delta V_k \\ \vdots \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \\ \vdots \\ \Delta b_k^{sh} \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

donde:

$$\begin{bmatrix} H_{ij} & N_{ij} \\ J_{ij} & L_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} & \frac{\partial P_i}{\partial V_j} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} & \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$a = \frac{\partial Q_k}{\partial b_k^{sh}} = -V_k^2 \quad (3.10)$$

$$b = \frac{\partial V_k}{\partial V_k} = 1 \quad (3.11)$$

La variable dependiente agregado al sistema original es actualizada, en una iteración genérica (h+1), de la forma siguiente:

$$b_k^{sh(h+1)} = b_k^{sh(h)} + \Delta b_k^{sh(h)} \quad (3.12)$$

En el caso de la conexión hecho a través de los banco de capacitores fijos, y que corresponde al caso real, la tensión en la barra controlada presenta valores ligeramente fuera de la franja normal de operación (por ejemplo entre 0,95 y 1,05 pu). Esto acontece por el hecho que los capacitores insertados son de tamaño fijo y se nota mas evidente con la proximidad del punto de máximo cargamento, donde la sensibilidad de tensión en relación a la inyección de potencia reactiva es mayor. Puede conseguirse que la tensión se mantenga rigurosamente dentro de la franja de tensión con la conexión hecha a través de banco de capacitores de tamaño variable. La

tolerancia de tensión adoptada en el criterio de convergencia para las ecuaciones de control pueden absorber estos desvíos de valores.

3.3. Implementación Computacional

3.3.1. Cálculo de la Potencia Inyectada y de las Matrices A, B, C, D

El cargamento de la red de transmisión es representado por condiciones nodales asociadas al máximo flujo de potencia activa y reactiva que puede ser transmitida de los generadores para las cargas y evaluados a través de una herramienta analítica. La consistencia del índice de cargamento de la red de transmisión obtenido a través de esta herramienta es dependiente de la configuración de la matriz Jacobiana, debiendo por eso ser criteriosa la forma de inclusión de los controles y límites relacionados con la tensión caso sea necesario. El control de tensión influye directamente en las condiciones de operación y, por tanto debe ser incluido en la modelaje del problema. Los controles son restringidos por los límites de inyección de potencia reactiva y límites de tensión.

En este tipo de control por franja de tensión a través de la conexión y desconexión de capacitores, no es necesario incluir las líneas y columnas correspondientes a las ecuaciones de control de tensión en la matriz Jacobiana para calcular los índices de evaluación del cargamento de la red, tal cual se muestra en (3.13). Eso por que el control está presente en el

algoritmo de flujo de carga solamente cuando se alcanza el límite inferior de tensión. Una vez que la tensión de referencia es alcanzada y el nuevo capacitor es determinado, se retira las ecuaciones de control, por ejemplo para el cálculo de otro punto de operación después de un aumento de carga. En otras palabras, como los índices de estabilidad de tensión son calculados en puntos de operación (después la convergencia del algoritmo de flujo de carga), y en esos puntos el banco de capacitores es fijo y la tensión variable, no hay por que incluir el mecanismo matemático (ecuaciones durante la convergencia del algoritmo) que determinó el tamaño del banco de capacitores. En (3.13), la matriz Jacobiana puede ser convenientemente particionada para el cálculo de los índices de estabilidad de tensión (ver Sección 2.5) en las sub-matrices A, B, C, D destacándose las ecuaciones referentes al balance de potencia activa y reactiva en la barra en análisis.

$$\begin{bmatrix} \Delta P' \\ \Delta Q' \\ \dots \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & \vdots & B \\ \dots & \dots & \dots \\ C & \vdots & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta' \\ \Delta V' \\ \dots \\ \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

En el caso de control de tensión por otros dispositivos, como por generadores, transformadores y compensadores, el procedimiento es [9]:

- cuando la barra en análisis no es una barra de tensión controlada, los índices de seguridad de tensión en esa barra son calculados considerándose las ecuaciones de control de tensión de las otras barras.
- cuando la barra en análisis es una barra de tensión controlada, los índices de seguridad de tensión en esa barra son calculados simplemente retirándose el control de tensión en esa barra y manteniéndose el control en las otras barras.

Ese procedimiento es justificado a través del análisis de la Figura 3.1. Se tiene una barra con control de tensión en un valor fijo $V_2=1,0$ pu. Si los índices de evaluación de las condiciones de seguridad de tensión para la barra 2 son calculados considerándose el control existente de tensión en esta barra, los resultados reflejan el estudio de variaciones infinitesimales de la carga en la barra 2 con la tensión fija. En la figura eso correspondería a variaciones paralelas al eje horizontal en torno de los puntos de operación A, B y C. No sería una información relevante. Es mucho mas importante determinar cual sería la región de operación caso el control de tensión dejase de existir, por ejemplo debido a los límites del equipo controlador. Entonces, es preciso retirar el control de tensión para el cálculo de los índices y, así, determinar si el punto de operación pertenece a la región superior (como el punto de operación A), a la frontera (punto C) o a la región inferior (punto B).

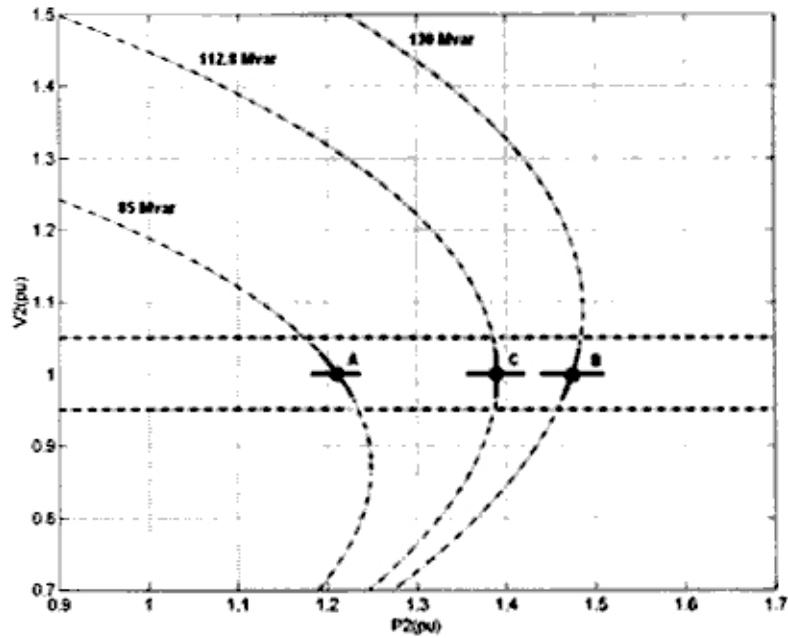


Figura 3.13 - Barra con Control de Tensión en un Valor Fijo

3.4. Resultados

3.4.1. Ejemplo del Sistema

Con el sistema cuyo diagrama unifilar es mostrado en la Figura 3.2, se simuló variaciones de carga con factor de potencia unitario constante. El tamaño de los banco de capacitores varía de un ensayo para otro.

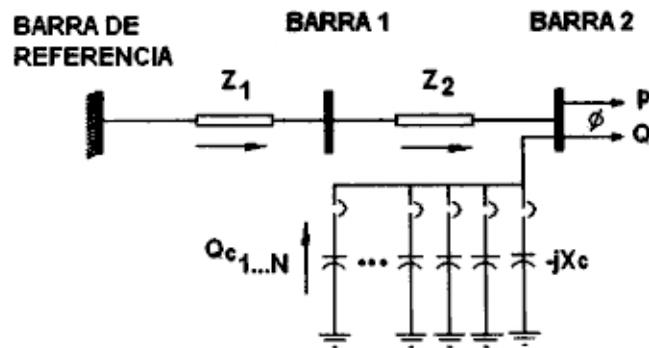


Figura 3.2 - Sistema de 3 Barras con Conexión de Capacitores en la Barra 2

Los valores de las impedancias de línea usados en este ejemplo numérico son:

$$Z_1 = 0,2 \angle 70^0 \text{ pu}$$

$$Z_2 = 0,2 \angle 70^0 \text{ pu}$$

3.4.2. Conexión de Capacitores

Las curvas punteadas en la Figura 3.3 son las curvas $P \times V$ para factor de potencia constante. El factor de potencia de la carga es constante (unitario), pero la red de transmisión varía con la conexión de sucesivos capacitores. Un otro raciocinio sería considerar el capacitor como parte de la carga y, entonces, el conjunto tendría factor de potencia variable con la conexión sucesiva de capacitores.

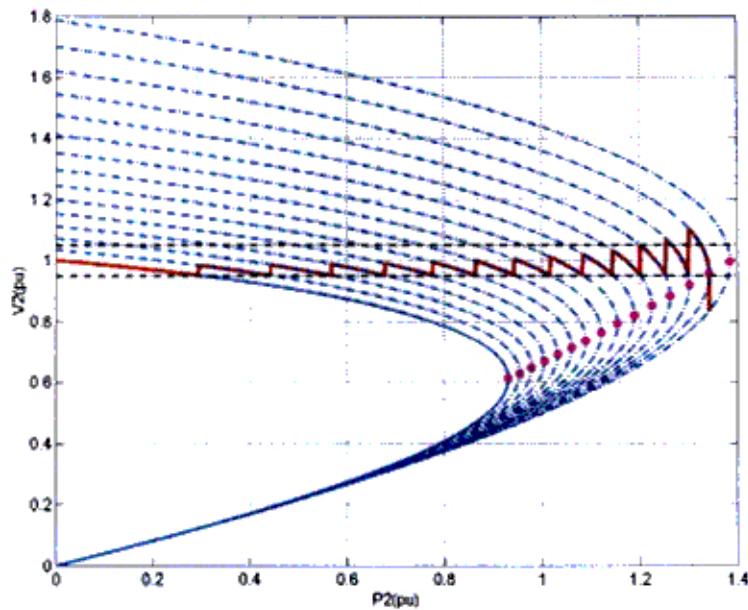


Figura 3.3 - Perfil de Tensión en la Barra 2 con Compensación con Banco de Capacitores de 8 MVAR

La línea roja continua en la figura es el lugar geométrico de los puntos de operación a la medida que la carga activa va siendo incrementada, la tensión en la carga va disminuyendo y, cada vez que el límite inferior de la franja normal de operación de tensión es alcanzado, se conecta un capacitor (de 8 MVAR) con la finalidad de mantener la tensión dentro de la franja de operación.

Se observa en el extremo derecho de la figura que, al conectarse un capacitor cuando el punto de operación está en la parte inferior de la curva $P \times V$ ocurre una disminución de tensión, lo que es opuesto al esperado. Ese mecanismo de control automático de tensión con respuestas opuestas al esperado, haciendo con que la tensión disminuya cada vez más con cada

actuación del control, es una forma posible de llevar el sistema al colapso de tensión.

Observándose la línea roja continua, se verifica que, a la medida que la carga crece y capacitores son incluidos, los picos de tensión en la barra de carga aumentan cada vez más, en cuanto que el incremento en la margen de potencia disminuye cada vez más. O sea, cuando el sistema se aproxima al máximo cargamento, la sensibilidad de la tensión con la inyección de potencia reactiva aumenta, mientras que la sensibilidad de la margen con la inyección de potencia reactiva disminuye. De hecho, fue visto en la Sección 2.4 y en el Anexo B que la inclusión de capacitores aumenta la máxima capacidad de transmisión hasta un cierto límite (cuando el límite de estabilidad de tensión y el límite estático de estabilidad angular coinciden).

Con capacitores de tamaño variable es posible hacer con que la tensión en la barra de carga quede rigurosamente dentro de la franja normal de operación de tensión.

3.4.3. Evaluación de los Índices

Los índices de estabilidad de tensión en la barra de carga 2 de la Figura 3.2 fueron calculados para evaluar el cargamento de la red. Se consideró la conexión de 14 capacitores de 8 MVAR cada uno.

En la Figura 3.4 se observa que con la conexión de trece capacitores se puede operar en la parte inferior de la curva y todavía en la franja normal de operación. De hecho, el punto c' está sobre la parte inferior de la curva, como puede ser mejor visualizado en la Figura 3.5. Por tanto, cuando se conecta otro capacitor, la tensión disminuye y el nuevo punto de operación corresponde al punto d'. Este punto está sobre la parte inferior de la curva correspondiente a catorce capacitores conectados. Caso se continúe conectando capacitores, la disminución de la tensión será cada vez mayor.

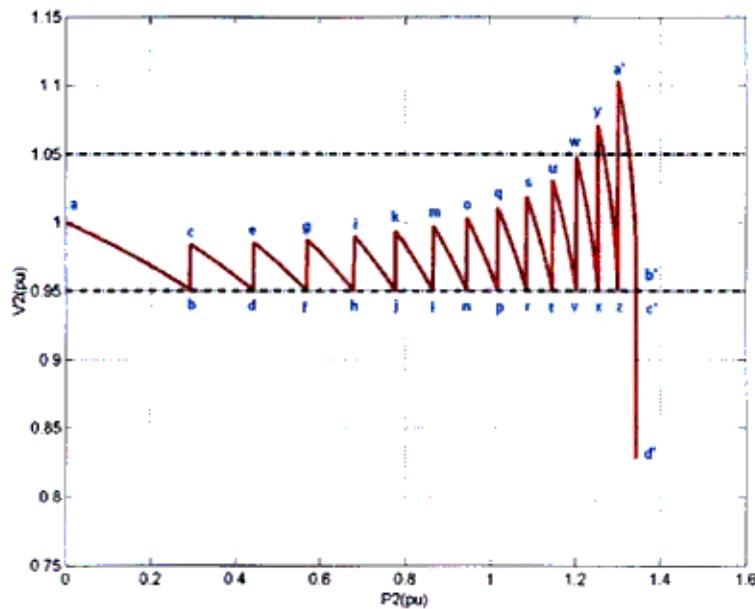


Figura 3.4 - Franja Normal de Operación de Tensión en la Barra 2

Debe notarse que, cuando se pasa de una curva para otra, debido a la conexión de un capacitor, la potencia de la carga no se altera. Mientras tanto, en la Figura 3.5 parece que esa potencia disminuye ligeramente, pero

esa impresión es solamente debido al procedimiento de construcción de las curvas.

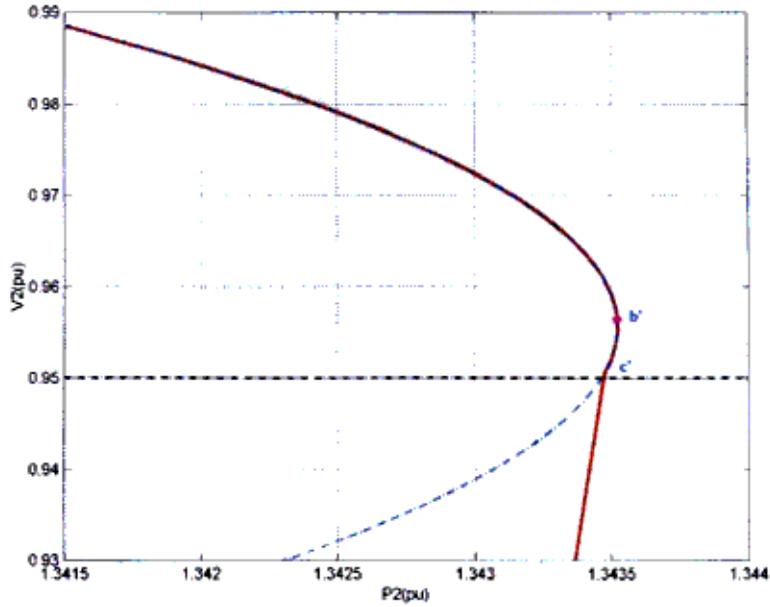


Figura 3.5 - Detalle de la Curva PxV con Trece Capacitores Conectados

En la Tabla 3.1 son presentados índices de estabilidad de tensión para los puntos destacados de la Figura 3.4, y que representan los puntos de operación antes y después de la conexión de cada uno de los capacitores.

Tabla 3.1 - Índices de Estabilidad de Tensión Evaluados en la Barra 2

Punto de Operación	Compensación (MVar)	P_2 (pu)	V_2 (pu)	$\det_2[D']$	β_2 (grados)	M_2 (%)
a	0	0,00000	1,00000	6,2500	90,0000	100,0000
b	0	0,29344	0,95104	5,2857	102,1641	87,0226
c	8	0,29483	0,98401	5,4772	102,8801	87,4016
d	8	0,44269	0,95037	4,8080	109,8491	79,7208
e	16	0,44275	0,98544	5,6406	110,1815	80,4675
f	16	0,56852	0,95025	4,3349	116,7721	73,0267
g	24	0,56895	0,98748	4,5554	116,7678	74,0906
h	24	0,67870	0,95025	3,8667	123,2452	66,6232
i	32	0,67958	0,99007	4,1044	122,8605	68,0545
j	32	0,77705	0,95020	3,4052	129,4279	60,3434
k	40	0,77714	0,99372	3,6746	128,5087	62,3274
l	40	0,86558	0,95016	2,9550	135,3972	54,1050
m	48	0,86690	0,99725	3,2472	133,9822	56,5996
n	48	0,94492	0,95073	2,5275	141,1196	47,9507
o	56	0,94528	1,00358	2,8693	138,9126	51,3362
p	56	1,01798	0,95085	2,1078	146,8132	41,6201
q	64	1,01849	1,01033	2,5015	143,6994	46,0554
r	64	1,08494	0,95078	1,7022	152,4730	35,1107
s	72	1,08574	1,01889	2,1623	148,1868	40,9610
t	72	1,14614	0,95079	1,3157	158,0863	28,4299
u	80	1,14676	1,03103	1,8711	152,1714	36,3321
v	80	1,20253	0,95011	0,9403	163,8026	21,3796
w	88	1,20258	1,04792	1,6343	155,5472	32,3362
x	88	1,25379	0,95003	0,5914	169,4469	14,1696
y	96	1,25413	1,07097	1,4594	158,1887	29,1779
z	96	1,30053	0,95098	0,2715	174,9773	6,8561
a'	104	1,30123	1,10332	1,3713	159,7847	27,3291
b'	104	1,34352	0,95639	0,0054	179,8970	0,1426
c'	104	1,34347	0,95055	-0,0405	-179,2189	-1,0726
d'	112	1,34288	0,83464	-1,0214	-156,2805	-27,3876

En la medida en que se aumenta carga, los índices reflejan el mayor cargamento de la red, ya que el determinante $\det_2[D']$ y la margen M_2 disminuyen, y el ángulo β_2 aumenta. Cuando el punto de operación está en la parte superior de la curva y se conecta un capacitor, el sistema se vuelve más robusto y, por tanto, el determinante $\det_2[D']$ y la margen M_2 aumentan

y el ángulo β_2 disminuye (excepto en los pares de puntos de operación: b-c, d-e). Por ejemplo, en los pares de puntos de operación: b-c el $\det_2[D']$ pasa de 5,2857 a 5,4772, M_2 de 87,0226 % a 87,4016 % y β_2 de $102,1641^\circ$ a $102,8801^\circ$; d-e el $\det_2[D']$ pasa de 4,8080 a 5,6406, M_2 de 79,7208 % a 80,4675 % y β_2 de $109,8491^\circ$ a $110,1815^\circ$; f-g el $\det_2[D']$ pasa de 4,3349 a 4,5554, M_2 de 73,0267 % a 74,0906 % y β_2 de $116,7721^\circ$ a $116,7678^\circ$; h-i el $\det_2[D']$ pasa de 3,8667 a 4,1044, M_2 de 66,6232 % a 68,0545 % y β_2 de $123,2452^\circ$ a $122,8605^\circ$; j-k o $\det_2[D']$ pasa de 3,4052 a 3,6746, M_2 de 60,3434 % a 62,3274 % y β_2 de $129,4279^\circ$ a $128,5087^\circ$; l-m el $\det_2[D']$ pasa de 2,9550 a 3,2472, M_2 de 54,1050 % a 56,5996 % y β_2 de $135,3972^\circ$ a $133,9822^\circ$; n-o el $\det_2[D']$ pasa de 2,5275 a 2,8693, M_2 de 47,9507 % a 51,3362 % y β_2 de $141,1196^\circ$ a $138,9126^\circ$; p-q el $\det_2[D']$ pasa de 2,1078 a 2,5015, M_2 de 41,6201 % a 46,0554 % y β_2 de $146,8132^\circ$ a $143,6994^\circ$; r-s o $\det_2[D']$ pasa de 1,7022 a 2,1623, M_2 de 35,1107 % a 40,9610 % y β_2 de $152,4730^\circ$ a $148,1868^\circ$; t-u el $\det_2[D']$ pasa de 1,3157 a 1,8711, M_2 de 28,4299 % a 36,3321 % y β_2 de $158,0863^\circ$ a $152,1714^\circ$; v-w el $\det_2[D']$ pasa de 0,9403 a 1,6343, M_2 de 21,3796 % a 32,3362 % y β_2 de $163,8026^\circ$ a $155,5472^\circ$; x-y el $\det_2[D']$ pasa de 0,5914 a 1,4594, M_2 de 14,1696 % a 29,1779 % y β_2 de $169,4469^\circ$ a $158,1887^\circ$; z-a' el $\det_2[D']$ pasa de 0,2715 a 1,3713, M_2 de 6,8561 % a 27,3291 % y β_2 de $174,9773^\circ$ a $159,7847^\circ$. Finalmente el máximo cargamento es alcanzado en b' con $\det_2[D']=0,0054$, $M_2=0,1426$ % y $\beta_2=179,8970^\circ$.

Por otro lado, cuando el punto de operación está en la parte inferior de la curva y se conecta un capacitor, el sistema se vuelve menos robusto y, por tanto, el determinante $\det_2[D']$ y margen M_2 disminuyen y el ángulo β_2 aumenta. Por ejemplo, en el par de puntos de operación: c'-d' el $\det_2[D']$ pasa de -0,0405 a -1,0214, M_2 de -1,0726 % a -27,3876 % y β_2 de -1,0726° a -27,3876°.

En este ejemplo numérico se verifica que no se debe conectar más de doce capacitores, ya que con trece de ellos, la parte inferior de la curva está en la franja normal de tensión. Como dicho, la conexión de otros capacitores disminuiría cada vez más la tensión.

3.4.4. Índice Susceptancia versus Tensión Controlada

Es útil tener un índice que indique la adecuación o no de la conexión de un capacitor, sin la necesidad de ejecutar un algoritmo de flujo de carga con el capacitor conectado. Muchas veces puede haber problemas de convergencia y el punto de operación queda indeterminado. Ese índice debe ser basado en la sensibilidad de la susceptancia del capacitor y la tensión monitoreada, pero llevando en cuenta todo el sistema.

Se desea verificar solamente las variaciones de la tensión V_m en la barra controlada "m" y la variación de la susceptancia del capacitor b_k^{sh} instalado

en la barra "k". El sistema linearizado de las ecuaciones de flujo de carga de este sistema, considerando la estructura de la matriz Jacobiana es mostrada en (3.14).

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \vdots \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \\ \vdots \\ \Delta V_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \dots & H_{kk} & N_{kk} & \dots & H_{km} & N_{km} & \dots & 0 \\ \dots & J_{kk} & L_{kk} & \dots & J_{km} & L_{km} & \dots & -V_k^2 \\ \vdots & \vdots \\ \dots & H_{mk} & N_{mk} & \dots & H_{mm} & N_{mm} & \dots & 0 \\ \dots & J_{mk} & L_{mk} & \dots & J_{mm} & L_{mm} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \theta_k \\ \Delta V_k \\ \vdots \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \\ \vdots \\ \Delta b_k^{sh} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Haciéndose $\Delta P_m = \Delta P_k = \Delta Q_m = \Delta Q_k = 0$ ya que no hay interés en esas variaciones y usándose (2.70), el sistema es reducido a:

$$[\Delta V_m] = [D''] \cdot [\Delta b_k^{sh}] \quad (3.15)$$

Se concluye que:

- en la región normal de operación, la conexión de un capacitor debe elevar la tension y, por tanto, el índice de adecuación debe ser positivo.

- en la región anormal de operación, la retirada de un capacitor debe elevar la tensión y, por tanto, el índice de adecuación debe ser negativo.

3.4.5. Ejemplo Numérico

La línea continua representa los puntos de operación con 10 capacitores de 10 MVar cada uno conectados en paralelo en la barra 2, se nota en la Figura 3.6 que se alcanza el límite inferior de tensión de 0.95 pu en la región superior de la curva (punto de operación a). Con la conexión de un pequeño capacitor, el punto de operación pasa de "a" para "a'", Por otro lado, si hubiese 11 capacitores conectados en paralelo, se alcanza el límite inferior de tensión de 0.95 pu en la región inferior de la curva (punto de operación b). Con la retirada de un pequeño capacitor, el punto de operación pasa de "b" para "b'".

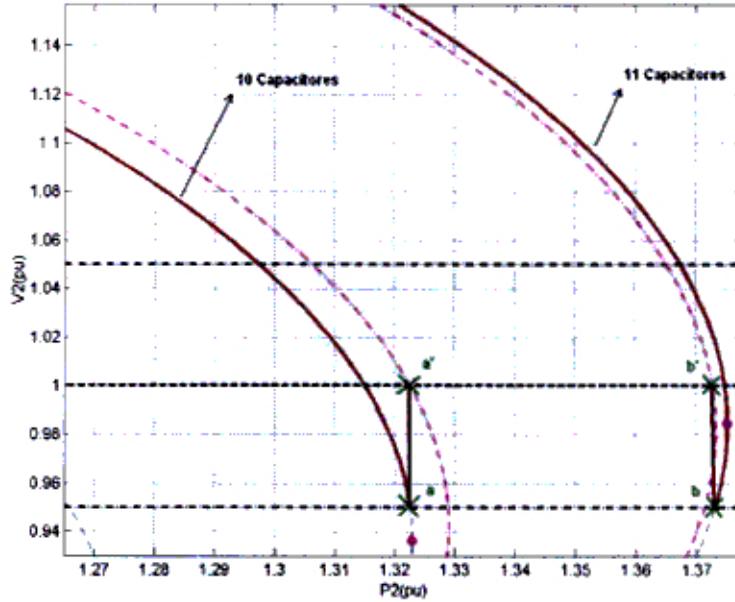


Figura 3.6 - Actuación del Control de Tensión

En la Tabla 3.2 se muestran los puntos de operación a y a' de la Figura 3.6, respectivamente antes y después de la actuación del control de tensión.

a) Punto de la región normal de operación

Tabla 3.2 - Puntos de Operación de la Región Normal de Operación Antes y Después de la Conexión de un Capacitor

Carga Barra 2		Inicio de la actuación del control (a)					Término de la ecuación del control (a')				
P_2 (pu)	Q_2 (pu)	V_1 (pu)	θ_1 (rad)	V_2 (pu)	θ_2 (rad)	b_{sh} (pu)	V_1 (pu)	θ_1 (rad)	V_2 (pu)	θ_2 (rad)	b_{sh} (pu)
1,3226	0	0,9101	-0,3555	0,9489	-0,7311	1,1080	0,9379	-0,3541	1	-0,7082	1,1212

Sustituyendo el punto de operación "a" de la Tabla 3.2 en (3.15), se obtiene:

$$\frac{\Delta V_2}{\Delta b_2^{sh}} = D'' = 10,2563$$

El índice D'' siempre es positivo cuando el control de tensión actúa en la región normal de operación y el programa computacional siempre determina la conexión de uno o mas capacitores para recuperar la tensión. En la Tabla 3.2 se verifica que la susceptancia del capacitor b_{sh} antes de la actuación del control de tensión es 1,1080 pu y que cambió al término de la actuación del control de tensión para 1,1212 pu, y entonces $\Delta b_{sh}=+0,0132$ pu. Se concluye que en la región normal de operación Δb_{sh} y D'' son positivos, y por tanto $\Delta V_2 > 0$.

En la Tabla 3.3 se muestran los puntos de operación b y b' de la Figura 3.6, respectivamente antes y después de la actuación del control de tensión.

b) Punto de la región anormal de operación

Tabla 3.3 - Puntos de Operación de la Región Anormal de Operación Antes y Después de la Conexión de un Capacitor

Carga Barra 2		Inicio de la actuación del control (b)					Término de la actuación del control (b')				
P_2 (pu)	Q_2 (pu)	V_1 (pu)	θ_1 (rad)	V_2 (pu)	θ_2 (pu)	b_{sh} (pu)	V_1 (pu)	θ_1 (rad)	V_2 (pu)	θ_2 (pu)	b_{sh} (pu)
1,3729	0	0,9018	-0,3783	0,9493	-0,7780	1,2188	0,9303	-0,3754	1	-0,7509	1,2152

Sustituyendo el punto de operación "b" de la Tabla 3.3 en (3.15), se obtiene:

$$\frac{\Delta V_2}{\Delta b_2^{sh}} = D'' = -3,4391$$

O índice D'' siempre es negativo cuando el control de tensión actúa en la región anormal de operación y el programa computacional determina la retirada de uno o mas capacitores para recuperar la tensión. En la Tabla 3.3 se verifica que la susceptancia del capacitor b_{sh} antes de la actuación del control de tensión era 1,2188 pu y cambió al término de la actuación del control de tensión para 1,2152 pu, y entonces $\Delta b_{sh} = -0,0036$ pu. Se concluye que en la región anormal de operación Δb_{sh} y D'' son negativos, y por tanto $\Delta V_2 > 0$.

Cada vez que el límite inferior de tensión es violado el control de tensión es activado para recuperar la tensión hasta V_{esp} . La acción puede ser conectar o retirar capacitores, dependiendo de la región de operación. La variación de la tensión V_2 en la barra que se quiere controlar siempre será positiva para poder llevar la tensión del límite inferior violado hasta el valor de tensión especificado.

3.4.6. Efecto de la Retirada de Capacitores

Con 110 MVar de compensación reactiva en la barra 2 a través de banco de capacitores, tal cual se muestra en la Figura 3.7, se nota que se alcanza el

límite inferior de tensión de 0.95 pu en la región inferior de la curva (punto de operación 1). Entonces, la conexión de mas un capacitor hará con que la tensión disminuya todavía mas. La única alternativa para mantener el control en la franja de operación normal de tensión seria la retirada de capacitores. Puede verificarse en la figura que cuando se retira un capacitor es posible pasar de la región inferior a la región superior de la curva (punto de operación 2). Luego, en lo que se dice respecto a la magnitud de tensión, se podría aumentar la carga. Mientras tanto, la retirada de un capacitor implica en la reducción de la capacidad máxima de transmisión (de 1,3752 para 1,3735 pu).

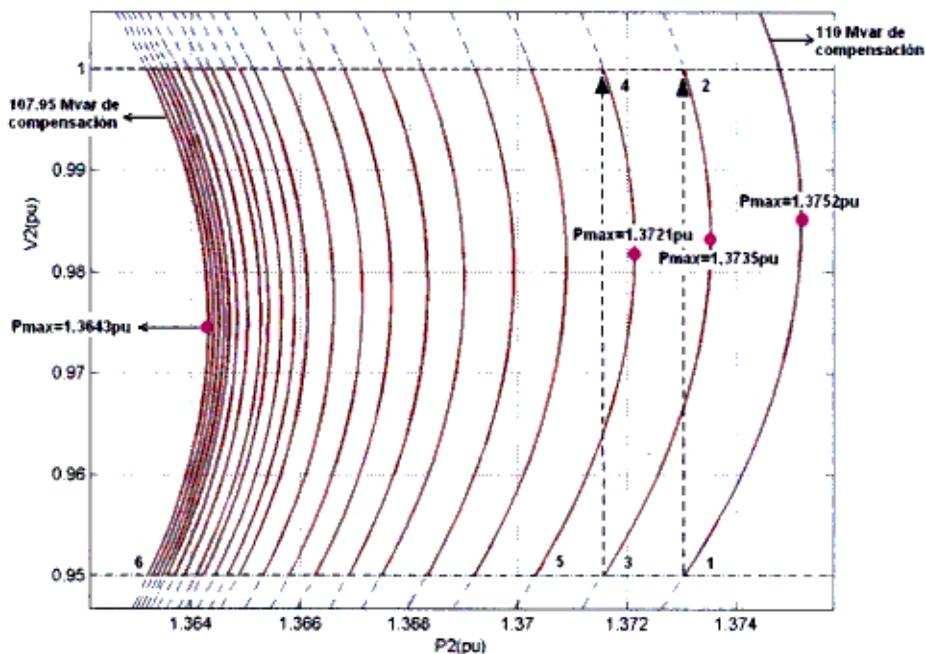


Figura 3.7 - Efecto de la Retirada de Capacitores

Puede concluirse lo siguiente:

- caso el límite inferior de tensión sea un punto que está en la parte superior de la curva, es posible conectar uno o más capacitores con la finalidad de mantener la tensión dentro de la franja normal de operación y aumentar la capacidad de transmisión del sistema. Si el valor del capacitor a ser conectado fuese grande, existe la posibilidad de sobre tensión en la barra controlada. Caso el número máximo de capacitores sea violado (ver Sección 2.4), la inclusión de otro capacitor hace con que la tensión y la capacidad máxima de potencia transmitida disminuyan, y puede ser que la carga no pueda ser atendida.
- caso el límite inferior de tensión sea un punto que está en la parte inferior de la curva, la única alternativa es la retirada de capacitores para mantener la tensión dentro de la franja normal de operación, aunque eso signifique reducir la capacidad de transmisión del sistema. Por ejemplo, en la Tabla 3.4, cuando $b_{sh}=1,2188$ pu la máxima potencia que puede ser transmitida es 1,3752 pu y cuando se retira el primer capacitor la susceptancia pasa ser $b_{sh}=1,2154$ pu y la nueva potencia máxima que puede ser transmitida sería 1,3735 pu y, por tanto, se nota la reducción de la capacidad de transmisión. Es posible que la carga no pueda ser atendida con la retirada de uno o mas capacitores.

En la Tabla 3.4 son mostrados los índices de estabilidad de tensión evaluados considerando la retirada de capacitores del sistema. Con el análisis de los índices se puede verificar que se pasa de la región inferior para la región superior, eso se nota en la mudanza de signo del $\det_2[D']$, ángulo β_2 y la margen M_2 . Por ejemplo, en los pares de puntos de operación: 1-2 el $\det_2[D']$ pasa de -0,2595 a 0,1092, M_2 de -6,7839 % a 2,7603 % y β_2 de -174,8318° a 177,9830°; y 3-4 el $\det_2[D']$ pasa de -0,2473 a 0,1246, M_2 de -6,4285 % a 3,1313 % y β_2 de -175,0862° a 177,7031°.

El control de tensión se detiene en el punto 6, tal cual se muestra en la Tabla 3.4, con tensión $V_2=0,9501$ pu, $b_{sh}=1,1962$ pu, $\det_2[D']=-0,1887$, $\beta_2=-176,2820^\circ$ y $M_2=-4,9391$ %, pues no es mas posible retirar capacitores para elevar la tensión. La nueva curva desconectando un capacitor más, coincide con la curva donde está el punto 6 y, por tanto, el pretendido punto 7 coincide con el punto 6.

Tabla 3.4 - Índices de Estabilidad de Tensión Considerando la Retirada de Capacitores

Nº	b_{sh} (pu)	$\det_2[D']$	β_2 (grados)	M_2 (%)
1	1,2188	-0,2595	-174,8318	-6,7839
2	1,2154	0,1092	177,9830	2,7603
3	1,2154	-0,2473	-175,0862	-6,4285
4	1,2125	0,1246	177,7031	3,1313
5	1,2125	-0,2327	-175,3882	-6,0676
6	1,1962	-0,1887	-176,2820	-4,9391

Existe también un límite hasta donde se pueden retirar capacitores. El último capacitor que puede ser desconectado es aquel que hace con que la nueva máxima potencia transmitida sea exactamente igual a la carga que está siendo atendida y/o la tensión esperada (V_{esp}) no pueda ser atendida más. En la Figura 3.7 se percibe que en el punto de operación con carga $P_2=1,3632$ pu, tensión $V_2=0,9501$ pu y con compensación reactiva de 107,95 MVar (punto 6), ya no es mas posible retirar un capacitor con la intención de alcanzar la tensión esperada de 1,0 pu.

En las Figuras 3.8 y 3.9 es mostrado el análisis del punto de operación 6 de la Figura 3.7. Se verifica que solamente seria posible retirar un capacitor (a partir del punto 6 de la Figura 3.7) alcanzando entonces la tensión $V_2=0,9990$ pu, manteniendo la misma potencia transmitida de $P_2=1,3632$ pu. La condición de $V_{esp}=1$ pu no puede ser mas cumplida.

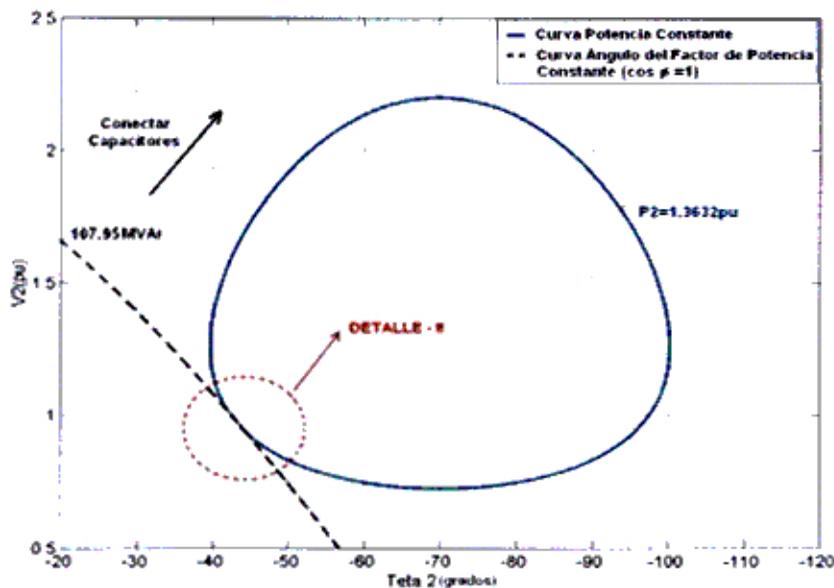


Figura 3.8 - Limite Hasta Donde se Puede Retirar Capacitores

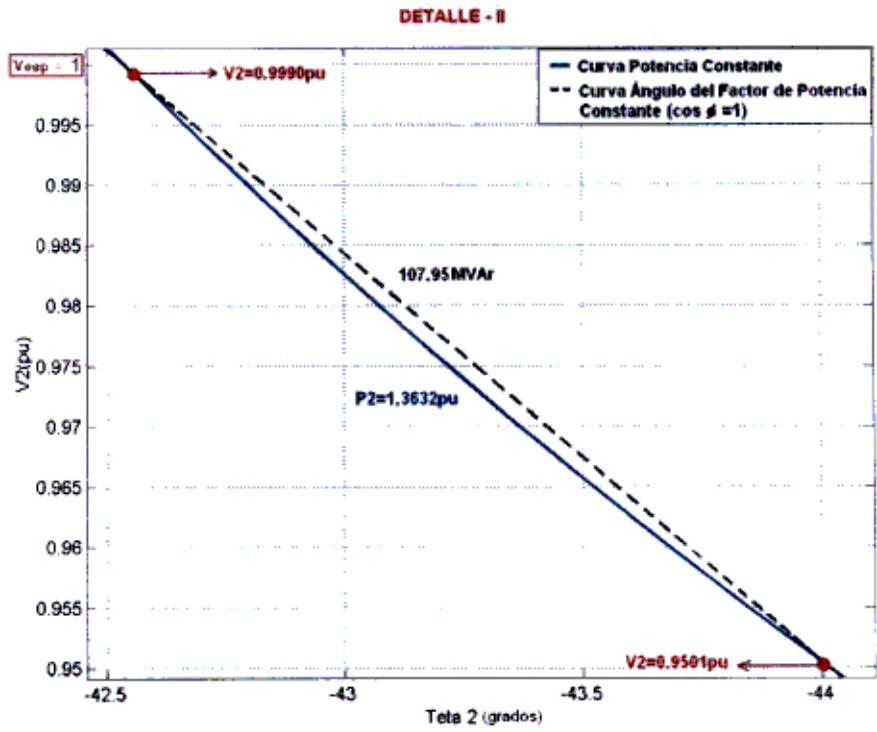


Figura 3.9 - El Control de Tensión No Alcanza mas la Tensión Esperada

$$V_{esp} = 1 \text{ pu}$$

CONCLUSIONES

- 1. La correcta representación de dispositivos de control de tensión es cada vez mas importante en los análisis de seguridad de tensión del sistema eléctrico peruano, en función de su complejidad creciente y de la necesidad de acciones operativas mas precisas.**
- 2. La conexión automática de capacitores representa una estrategia usada en la operación donde es necesario controlar la tensión en las barras de transmisión. Un exceso de capacitores puede llevar la región inferior de la curva PxV a la franja normal de operación y la conexión de otros capacitores podría llevar al colapso de tensión.**
- 3. En el problema del flujo de carga, el modelo matemático adoptado para la representación de la conexión automática de banco de capacitores, consiste en la adición de una ecuación de control al sistema de ecuaciones original. La susceptancia del capacitor es considerada una nueva variable de estado.**
- 4. La tensión controlada debe permanecer dentro de una franja de operación permitida, y no ser mantenida en un valor fijo.**
- 5. Para calcular los índices de estabilidad de tensión con control de tensión a través de la conexión con banco de capacitores, no es**

necesario incluir las líneas y columnas correspondientes a las ecuaciones de control de tensión en la matriz Jacobiana.

6. Dependiendo de la localización del punto de operación, parte superior o inferior de la curva PxV , el algoritmo de flujo de carga decide, respectivamente, sobre la conexión o desconexión de capacitores, siempre con el objetivo de obtener una variación positiva de la tensión en la barra controlada hasta el valor de la tensión esperada.
7. Existe un límite hasta donde se puede retirar capacitores. El último capacitor que puede ser desconectado es aquel que hace con que la nueva máxima potencia transmitida sea exactamente igual a la carga que está siendo atendida y/o la tensión esperada no pueda ser más atendida.
8. La adecuación y la aplicabilidad de los índices de estabilidad de tensión fueron comprobados por los resultados numéricos presentados. El resultado de acciones de refuerzo es fácilmente evaluado es decir, es directa la comparación del cargamento de la red con dos puntos de operación distintos.
9. El problema de los armónicos es agravado frecuentemente por la tendencia actual de instalar capacitores para mejorar el factor de potencia o regular el voltaje.

10. Como los capacitores se instalan en paralelo con la inductancia de el sistema de potencia, puede producirse una condición resonante a la frecuencia y ocasionar otros tipos de inestabilidades como de frecuencia y/o ángulo no tratados en el desenvolvimiento de esta tesis.

11. Como continuidad de este trabajo, se sugiere análisis de casos de sistemas mayores con la inclusión del modelo matemático de la conexión de capacitores para control de tensión.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Kundur, P., 1994, "Power System Stability and Control", McGraw-Hill, Inc., USA.
- [2] Monticelli, A.J., 1983, "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica", 1 ed. São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda.
- [3] Van Cutsem, T., 1998, "Voltage Stability of Electric Power Systems", The Kluwer International Series in Engineering and Computer Science - Power Electronics and Power Systems, Kluwer Academic Publisher.
- [4] Prada, R.B., Santos, J.O.R., Greenhalgh, A.B., Seelig, B.H.T., Palomino, E.G.C., 2001, "Monitoração das Condições de Estabilidade de Tensão na Supervisão e Controle de Sistemas Elétricos em Tempo Real", Relatório Final do Acordo Específico 16/98 entre a FPLF e o CEPEL, Brasil.
- [5] Prada R.B., Palomino E.G.C., dos Santos J.O.R., Bianco A., Pilotto L.A.S., 2002, "Voltage Stability Assessment for Real Time Operation", Proc. IEE Generation, Transmission and Distribution, Vol. 149, No. 2.

- [6] França, R.F., dos Santos, J.O.R., Prada, R.B., Ferreira, L.C.A., Bianco, A., 2003, "Índices e Margens para Avaliação da Segurança de Tensão na Operação em Tempo Real", 5th Latin-American Congress: Electricity Generation and Transmission, São Pedro, São Paulo, Brasil.
- [7] Passos Filho, J.A., Martins, N., Ferraz, J.C.R., Falcão, D.M., Pinto, H.J.C., 2002, "Modelagem de Chaveamento Automático de Banco de Capacitores/Reatores para Estudos com Fluxo de Potência Continuado", VIII SEPOPE, Brasília, Brasil.
- [8] Passos Filho, J.A., Martins, N., Zambroni de Souza, A.C., Ferreira, L.C.A., 2003, "Benefício da Representação do Controle Automático e Discreto de Banco de Capacitores/Reatores e de LTC Sistêmicos em Estudos de Segurança de Tensão", XVII SNTPEE, Uberlândia, Brasil.
- [9] Prada, R.B., Seelig, B.H.T., dos Santos, J.O.R., Bianco, A., Pilotto, L.A.S., 2002, "Modelagem de LTCs para a Avaliação do Carregamento da Rede de Transmissão e da Estabilidade do Controle de Tensão", VIII SEPOPE, Brasília, Brasil.