

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL

PROYECTO DE GRADO

ANÁLISIS Y DISEÑO DE CASCARONES PARABÓLICO
HIPERBÓLICOS

EX - ALUMNO

A L F O N S O S A R M I E N T O D E L I Z Z I É

PROMOCION 1,9 59

LIMA - PERU

1,966

E S T R U C T U R A S L A M I N A R E S

Estructuras laminares son aquellas en las que el espesor es pequeño con respecto a las otras dos dimensiones.

Para diseñar una estructura es necesario conocer los esfuerzos que se producen por efecto de las cargas exteriores.

En un elemento de estructura laminar actúan las siguientes fuerzas y momentos interiores:

- a)- Fuerzas normales.
- b)- Fuerzas tangenciales o rasantes (actúan en la superficie media).
- c)- Fuerzas de corte (actúan perpendicularmente a la superficie media).
- d)- Momentos flectores.
- e)- Momentos torsores.

Para el cálculo de estas características se dispone en primer lugar de las condiciones de equilibrio. Para un elemento de estructura laminar se pueden establecer ecuaciones de equilibrio de las fuerzas en tres direcciones y de equilibrio de momentos alrededor de tres ejes, para las fuerzas y momentos que actúan sobre dicho elemento. Esto daría seis condiciones. Sin embargo son desconocidas diez características. Se deduce por consiguiente que, en general, no es posible determinar todas las características partiendo solamente de las condiciones de equilibrio, o sea, que se tiene un problema estaticamente indeterminado. Como esta indeterminación ya aparece para cada elemento de la estructura, independientemente de su condición de sustentación, podemos denominar a la estructura, en el sentido expuesto, como estaticamente indeterminada " interiormente ". Por consiguiente para solucionar un problema de este tipo, habrá que recurrir a las condiciones de defor-

mación, tomando en consideración propiedades elásticas de los materiales, que siempre tienen un carácter hipotético y , por tanto, incierto.

Sin embargo, de estas diez características, unas tienen preponderancia sobre las otras, según sea el tipo de estructura laminar. Es posible, por lo tanto, simplificar el problema y tomar en cuenta sólo las más importantes en cada caso.

La estructura laminar mas sencilla es la losa plana horizontal; su acción estructural depende casi exclusivamente de su capacidad para resistir flexiones. Es decir que será indispensable tomar en consideración los momentos flectores, las fuerzas de corte y los momentos torsores.

Las estructuras laminares de doble curvatura o cascarones se caracterizan por trabajar con esfuerzos de membrana solamente, (llámense esfuerzos de membrana a aquellos que se reparten de manera uniforme en el espesor de la lámina y actúan paralelamente al plano tangente a la superficie de la misma en cada punto), es decir, sin que se produzcan flexiones de la lámina, siempre que la disposición de la estructura y de sus apoyos sea la correcta y los valores de los esfuerzos, no excedan a los límites admisibles.

Entre estos dos extremos se encuentran ciertas estructuras laminares, como las losas plegadas (folded plates) que se caracterizan por trabajar en un régimen mixto de esfuerzos de membrana y de flexión y las bóvedas cilíndricas, cónicas y superficies desarrollables en general, en las que se tiene un régimen mixto de membrana y de flexión, con tendencia al predominio de los primeros.

ESTRUCTURAS LAMINARES DE DOBLE CURVATURA O CASCARONES .--

La condición necesaria, aunque no siempre suficiente, para que no existan flexiones, es que la superficie que constituye el cascarón sea de doble curvatura; es decir, que tenga la forma geoméricamente inmutable, mientras no se produzcan alargamientos o acortamientos considerables. Con los materiales relativamente inextensibles que se emplean en construcción, con el concreto armado especialmente, tales variaciones longitudinales sólo son posibles cuando los esfuerzos de membrana (de compresión o de tracción) alcancen valores muy grandes que sobrepasen.

el límite elástico del material. Quiere esto decir que, si es posible analizar los esfuerzos de membrana que se producen en una estructura de cascarón, y si los esfuerzos resultantes no sobrepasan los valores admisibles, no pueden aparecer flexiones que tendrían que venir acompañadas de cambios de forma o de curvatura de la lámina, y no es necesario por tanto, recurrir a la teoría general de flexión para el estudio de la estructura. Al tener en cuenta las propiedades ó características de la forma geométrica, se ve la imposibilidad práctica de que puedan coexistir, en régimen elástico, esfuerzos de flexión y de membrana. Para que puedan aparecer los primeros y actuar en régimen elástico, es preciso que los segundos hayan pasado al régimen plástico y, por tanto, todo el preciosista artificio matemático de la teoría general de flexión cae por su base.

En la teoría de membrana se desprecian las fuerzas de corte (perpendiculares a la superficie media), los momentos de flexión y los momentos de torsión, dejando sólo las fuerzas normales (fuerzas oblicuas en el caso de cascarones alabeados), y las fuerzas tangenciales o rasantes.

Esta teoría de esfuerzos de membrana, trata de cálculos estáticos en que solamente se toma en cuenta el equilibrio de fuerzas. El número de las condiciones de equilibrio no es redundante, ya que es igual al número de incógnitas. La gran simplificación de la teoría de otro lado, se deriva del hecho que el número de condiciones no es menor que las fuerzas internas desconocidas, de manera que no es necesario considerar las deformaciones del cascarón. El equilibrio de los esfuerzos de la teoría membranal es " internamente " estaticamente determinado. El término internamente es todavía necesario porque las ecuaciones diferenciales no toman en cuenta los apoyos y las condiciones de borde (desde que éstas deben ser consideradas solamente escogiendo las constantes de integración arbitrarias) y por consiguiente el problema se hace todavía complicado por ser externamente estaticamente indeterminado. Esta propiedad nos permite un cierto grado de libertad al elegir las condiciones de borde o, lo que es lo mismo, la manera de apoyar la estructura.

Es necesario recalcar que la teoría membranal no trata de analizar las deformaciones de la estructura y su posible influencia en la distribución final de esfuerzos.

Para que este análisis elemental pueda ser válido es preciso que sea

lícito despreciar las deformaciones de la estructura y ello puede ocurrir, bien porque esta sea de reducido tamaño y, por tanto, de gran rigidez o porque las características de la superficie (forma y dimensiones), la disposición de los elementos de borde y de sus apoyos garanticen la relativa indeformabilidad de la misma. Si en el análisis mediante la teoría de membrana, resultan valores bajos para los esfuerzos, sólo se producirán pequeñas elongaciones en la estructura y se podrá suponer, por consiguiente, que cualquier deformación será despreciable.

Si se tiene en cuenta que una estructura laminar en general, será tanto más económica cuanto mayor sea el predominio de los esfuerzos de membrana, ya que en este caso se consigue un mejor aprovechamiento del material, se llega a la conclusión que los cascarones más eficientes son siempre de doble curvatura, constituidos por superficies no desarrollables. Dentro de ciertos límites, establecidos por la deformabilidad extensional de los materiales empleados y por la adecuación de las condiciones de apoyo, las superficies de doble curvatura son capaces de mantenerse en equilibrio con la sola existencia de esfuerzos de membrana, es decir, de esfuerzos de compresión o de tracción uniformemente repartidos en el espesor de la lámina y sin flexiones de la misma, bajo cualquier sistema de cargas razonablemente continuas. Esta consideración de las propiedades geométricas de la forma es una de las más importantes para juzgar si la teoría de membrana es o no suficiente para el análisis de esfuerzos en un cascarón. Suele mencionarse en cambio, como justificación de la teoría de membrana, la hipótesis de la delgadez, argumentando que si la lámina es muy delgada no puede resistir flexiones apreciables y, por consiguiente, pueden despreciarse o no tomarse en consideración los momentos de flexión de la propia lámina. Obsérvese, sin embargo, que si la estructura necesitara de estos esfuerzos de flexión para asegurar su estabilidad o indeformabilidad, como en el caso de una losa plana horizontal, la delgadez de la lámina no haría más que precipitar su catastrófica ruptura. La posibilidad de construir con una lámina muy delgada es una consecuencia de la no existencia de flexiones, y de ningún modo, la causa que origina este estado de cosas.

Es necesario hacer notar que el equilibrio membranar puede ser disturbado en ciertas zonas del cascarón, tales como los bordes y los puntos sometidos a cargas concentradas.

De cualquier modo, la teoría de membrana es una primera aproximación al problema del estudio de las estructuras de cascarón, puesto que lo primero es estar seguro de que existe equilibrio estático en la estructura, y esta seguridad puede dársela más fácilmente un cálculo estático relativamente elemental. Donde el problema se vuelve subjetivo es en la decisión de si podemos conformarnos con el análisis anterior, o si debemos recurrir a las teorías elásticas, llamadas exactas que tienen en cuenta las deformaciones de la estructura y plantean el problema de modo más general, considerando las posibles flexiones de la lámina. Pero, para tomar esta importantísima decisión sólo cuenta la experiencia y el buen criterio del ingeniero. Los procedimientos analíticos empleados deben ser consistentes con la complejidad e importancia de la estructura. Se podrán usar métodos aproximados de análisis que no satisfacen compatibilidad de deformaciones y esfuerzos, en casos en que la experiencia y la práctica han mostrado que son aplicables dentro del rango empleado.

Es muy importante sobre todo al tratar de los cascarones, la consideración de la escala; métodos aproximados que pueden ser válidos para estructuras relativamente pequeñas pueden no ser del todo válidos cuando el mismo tipo de estructura es de mayores dimensiones. Tan absurdo resulta utilizar métodos complicados, de los llamados "exactos", para el cálculo de estructuras de tamaño pequeño o mediano, como conformarse con comprobaciones ligeras en el análisis de aquellas cuyo tamaño transforma en críticos ciertos esfuerzos secundarios que no suele ser necesario cuantificar en las primeras.

Pero inmediatamente surge la pregunta ¿Cómo determinar cuándo puede considerarse pequeña una estructura?..... Solamente la experiencia puede orientarnos a este respecto.

De casi igual importancia al tamaño es al manera en que el cascarón es soportado. Si son dispuestos soportes apropiados, capaces de tomar las reacciones del cascarón sin apreciables deformaciones, el cascarón puede responder a las cargas con esfuerzos directos de tracción y de compresión, que para cascarones de dimensiones usuales, pueden ser menores que los esfuerzos permisibles.

Es oportuno también, tratar de aclarar que se entiende por "exacto" al referirse al cálculo de estructuras.

El cálculo de estructuras podrá indicar la posibilidad de estabilidad de una construcción, pero no se puede pretender creer en resultados

exactos • en procesos científicos rigurosos. Las teorías no están basadas generalmente en hipótesis congruentes con las propiedades reales y la inevitable tosquedad de los materiales empleados en la construcción. Es necesario hacer suposiciones simplificatorias por el desconocimiento exacto de las características y comportamiento de los materiales, la verosimilitud y probabilidad de simultaneidad de los diferentes tipos de cargas a que pueda estar sometida la estructura y el comportamiento de ésta en su conjunto.

La teoría mas aceptada para determinar esfuerzos, deformaciones y estabilidad de los cascarones es la teoría de la elasticidad. Sin embargo esta es aplicable a medios continuos, isótropos y que siguen la ley de Hooke. Deben ser continuos, es decir sin presentar variaciones bruscas en las propiedades de dos puntos infinitamente próximos; deben ser isótropos, es decir que estas propiedades deben ser las mismas en todas direcciones. Si se considera que el material mas apropiado para la construcción de cascarones, en el caso de edificios, es el concreto armado, es evidente que para este material la continuidad e isotropía no son reales, puesto que hay heterogeneidad de materia; además no responde a la ley de Hooke.

Otras suposiciones que se hacen es considerar el concreto sin fisuras y el módulo de Poisson igual a cero.

Por lo dicho anteriormente, los cálculos hechos según esta teoría de elasticidad son sólo aproximados.

Estas consideraciones hacen obvio que la solución al problema de diseño no puede obtenerse mediante un proceso matemático rígido, donde se apliquen rutinariamente un determinado conjunto de métodos, reglas y fórmulas. El problema no es sencillo, y en su solución el proyectista hace uso de su intuición y su experiencia, apoyando éstas en el análisis y la experimentación. Se puede afirmar que cualquier problema de diseño no es nunca de solución única, sino de solución razonable.

El análisis de los esfuerzos es un proceso matemático que permite pasar de los datos admitidos a los valores que se usarán en el dimensionamiento definitivo. El grado de aproximación y exactitud requeridos en el análisis de cualquier estructura laminar depende de ciertos factores críticos. Entre éstos se tiene: la configuración de la superficie y el grado de curvatura (Geometría), el tamaño de la estructura, el tipo de condiciones de borde y la naturaleza de las cargas. Debido a la compleja interrelación entre estos factores no es posible dar re-

comendaciones específicas para considerar el grado de aproximación y exactitud del análisis. En cada caso el ingeniero tendrá que tomar decisiones de tipo personal; basadas en el conocimiento de las teorías, sus incertidumbres, alcances y limitaciones para poder interpretar sus resultados y valorar los efectos de las diferentes suposiciones y simplificaciones; la experiencia juega un papel muy importante en cualquier decisión de este tipo.

Las matemáticas son, para el ingeniero, un medio y no un fin. Son herramientas de las que se vale para realizar su trabajo, con un grado de aproximación razonable, sin perder de vista el problema físico. Ningún cálculo es más exacto que las hipótesis en que está basado. Volviendo nuevamente al tema del cascarón de doble curvatura y no siendo necesario, bajo ciertas condiciones, que tenga resistencia alguna a la flexión, el espesor del mismo puede reducirse al mínimo que sea constructivamente posible e económico consiguiéndose de este modo las dos ventajas fundamentales de este tipo de estructuras: reducción del peso propio y posibilidad de adaptación en su comportamiento estructural a casos de cargas no previstas, sin salirse del régimen de membrana.

Entre las superficies de doble curvatura, la que ofrece mayores ventajas tanto desde el punto de vista del análisis estructural, como desde el punto de vista constructivo es el paraboloide hiperbólico. Una de las principales economías del paraboloide hiperbólico consiste en que su encofrado es muy sencillo, a pesar de que la superficie de doble curvatura tiene el aspecto de presentar un complicado problema al encofrar. Debido a que la superficie está definida por dos sistemas de líneas rectas que se cortan, el encofrado necesita solamente vigas rectas como generatrices. La superficie alabeada continua puede obtenerse simplemente al cubrir estas vigas con hojas de tablero contrachapado flexible.

El paraboloide hiperbólico es uno de los tipos de construcción que utiliza eficazmente el material, confiando su resistencia más a su forma que a su masa.

Lo más importante no son los esfuerzos en la lámina, que suelen tener valores insignificantes, sino las fuerzas que éste transmite a las pie-

Es preciso conocer el orden de magnitud y la dirección de tales fuerzas para dimensionar las piezas de borde e inclusive decidir si es pe-

sible suprimirlas. Pero el tamaño, la disposición de la armadura y, por consiguiente, las deformaciones de estas piezas, influyen decisivamente en el reparto de esfuerzos en la lámina y en el comportamiento del conjunto estructural.

Si se trata de pequeñas láminas o de grandes elementos de borde, éstos se pueden diseñar para soportar su peso propio, pero será inevitable su interacción con la lámina. En el caso de grandes láminas con elementos de borde de pequeña sección, la lámina y el borde se soportan mutuamente.

El análisis de la membrana puede no ser suficiente para el cálculo de los efectos producidos por la deformación del borde en ciertas disposiciones de las láminas parabólico-hiperbólicas y, particularmente, en el tipo volado en forma de hongo, en los que puede deformarse considerablemente en los bordes no suspendidos de la lámina. Estas deformaciones pueden producir condiciones en la lámina cuyos esfuerzos distan mucho de los calculados con ayuda de la teoría de membrana.

Consideraciones generales para el equilibrio de estructuras formadas con paraboloides hiperbólicos .-

Una superficie limitada por cuatro generatrices rectas puede tener dos lados contiguos libres de esfuerzos oblicuos o empujes al vacío, pero los dos lados opuestos deben tener apoyos completos, es decir, apoyos capaces de tomar fuerzas contenidas en los planos tangentes al paraboloides a lo largo del borde considerado. Consideraciones de simetría en la asociación de varias superficies de paraboloides-hiperbólicas pueden motivar simplificaciones de las condiciones de apoyo necesarias, pero existirán siempre componentes de esfuerzo no equilibrados a lo largo de determinadas aristas.

Todo borde recto está sometido a fuerzas de compresión o de tracción, resultantes de la sumación de los esfuerzos tangenciales unitarios que quedan desequilibrados al limitar o cortar la superficie a lo largo de tal borde recto. Cuando los apoyos de la estructura están dispuestos de tal modo que estas fuerzas son de compresión, es necesario disponer una nervadura a lo largo de tal borde, y el peso propio de la misma da lugar a deformaciones o deflexiones que hay que tener en cuenta y tratar de evitar. En ciertos casos habrá que disponer apoyos vertica-

les secundarios capaces de soportar el peso adicional de la nervadura. Un borde curvo puede quedar totalmente libre de esfuerzos desequilibrados de borde y por consiguiente no necesitar nervadura ni refuerzo adicional de ninguna especie dando lugar a estructuras de apariencia muy ligera.

Sin embargo, las estructuras formadas por una sola lámina de paraboloides, tanto si están limitadas por bordes rectos como curvos necesitan tener parte de estos bordes con apoyos completos, puesto que uno de los dos extremos de cada generatriz tiene que estar convenientemente apoyado en un elemento capaz de resistir la fuerza desequilibrada que aquella transmite. Consideraciones de simetría en estructuras compuestas por combinaciones de varias laminas, permiten conseguir bordes libres (sin apoyos ni nervaduras) en todo el perímetro, siempre que se disponga de aristas internas de intersección de dos láminas contiguas. En estas aristas se concentran los esfuerzos de borde y, cuando existe simetría, dan lugar a fuerzas contenidas en el plano vertical de la arista que pueden resistir por ésta, trabajando como un arco o una viga.

Las fuerzas que el cascarón transmite a las piezas de borde son llevadas hasta los apoyos dando por resultado componentes verticales (equivalentes al peso del cascarón y los pesos muertos y sobrecargas considerados), y componentes horizontales en consonancia con los componentes verticales, según la inclinación de los bordes.

Los componentes horizontales se han de absorber por medio de tirantes o estribos (contrafuertes) que opongan una reacción igual y de sentido contrario al empuje. La contención de estos empujes constituye un serio problema en las aplicaciones de los cascarones parabólico-hiperbólicos. El alargamiento del tirante tiene una influencia considerable en los esfuerzos de la lámina y, por tanto, el alargamiento deberá ser limitado o, de lo contrario, su efecto sería de preveer. En ciertos casos, se pueden equilibrar estos componentes horizontales combinando varias superficies de paraboloides hiperbólicos, cuando no es este el caso, lo mas económico es utilizar tirantes, ya que el suprimirlos requiere emplear estribos o contrafuertes, aunque esto generalmente no constituye una solución económica, debido a que si son muy altos pueden resultar más caros que la propia lámina. Los estribos pueden ser una solución apropiada cuando su altura es pequeña, dependiendo también de la inclinación de los bordes. Estos estribos también se ati-

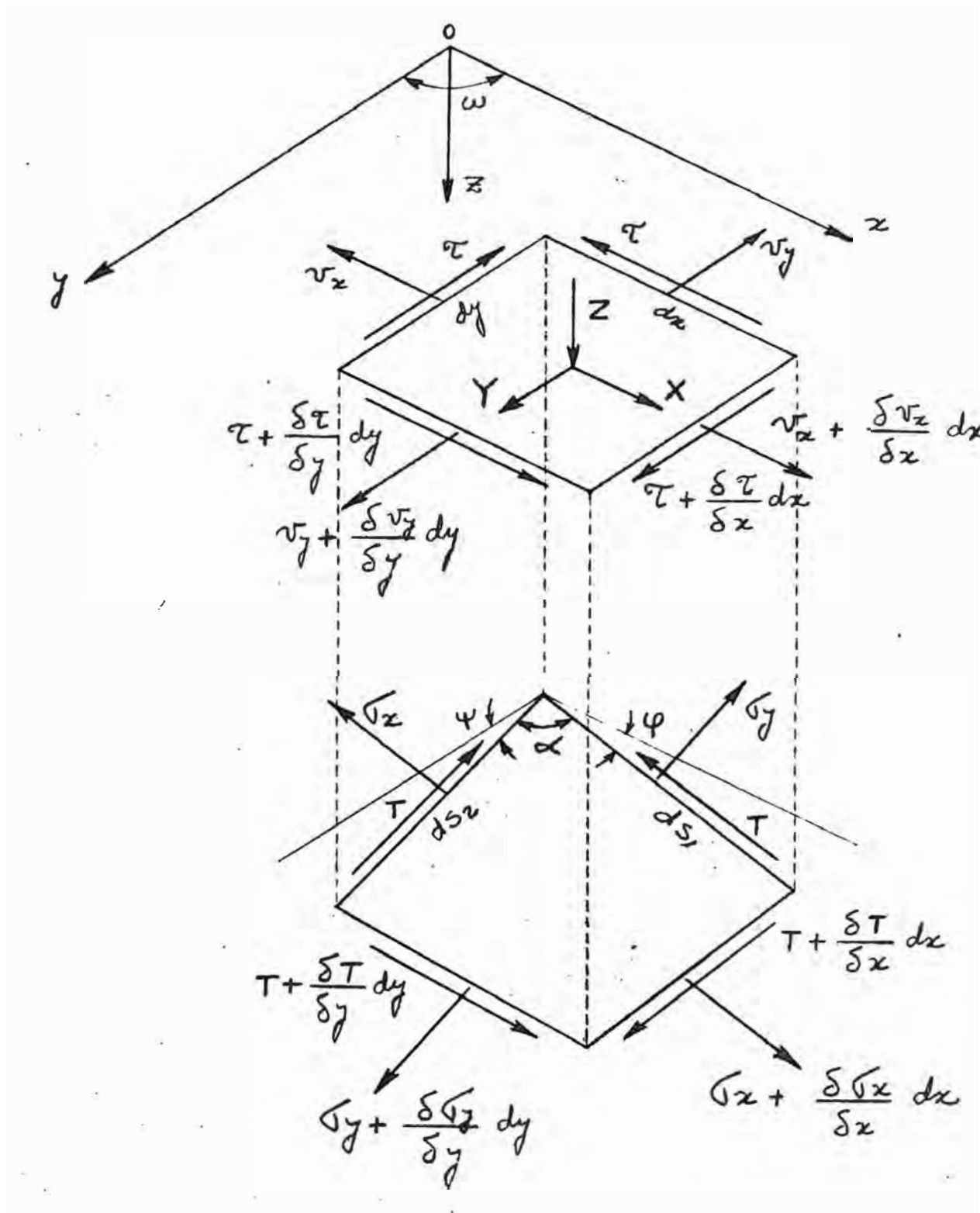
rantan, pero en este caso, el tirante va enterrado, e se puede también eliminar la tendencia al deslizamiento teniendo en cuenta las fuerzas de rozamiento entre estribo y terreno y el empuje pasivo.

Para terminar es necesario recalcar el hecho, que la escala, forma y otras características de una estructura de cascarón parabólico hiperbólico influyen considerablemente en los criterios de análisis y diseño.

En cada caso será necesario valorar los diferentes aspectos de la estructura que se va a diseñar.

No hay reglas rígidas ni conceptos determinísticos.

ESFUERZOS DE MEMBRANA EN CASCARONES HYPAR



CONVENCION DE SIGNOS PARA LOS ESFUERZOS

- EL ESFUERZO NORMAL SE TOMA COMO POSITIVO CUANDO PRODUCE TRACCION Y NEGATIVO CUANDO PRODUCE COMPRESION.
- EL ESFUERZO CORTANTE ES POSITIVO CUANDO SIGUE LA DIRECCION POSITIVA DEL EJE EN LA CARA EN QUE LA COMPONENTE NORMAL ES POSITIVA EN LA DIRECCION POSITIVA DEL EJE.
- DEBE OBSERVARSE QUE σ_x i σ_y SON COMPONENTES OBLICUOS DE LOS ESFUERZOS, YA QUE SON PARALELOS A LOS LADOS ds_1 i ds_2 DEL ELEMENTO DE SUPERFICIE. POR CONSIGUIENTE, EL DIAGRAMA DE MOHR NO PUEDE USARSE PARA OBTENER LOS ESFUERZOS EN OTRAS SECCIONES, EXCEPTO EN FORMA SOLO APROXIMADA EN HYPARES RECTANGULARES POCO ALABEADOS.
- LOS ESFUERZOS DE MEMBRANA σ_x , σ_y i T SON ESFUERZOS UNITARIOS MULTIPLICADOS POR EL ESPESOR DEL CASCARON.

$$\cos \varphi = \frac{dy}{ds_2} \quad \therefore ds_2 = \frac{dy}{\cos \varphi}$$

$$\cos \varphi = \frac{dx}{ds_1} \quad \therefore ds_1 = \frac{dx}{\cos \varphi}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dz}{dy} = q$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dz}{dx} = p$$

PROYECTANDO LOS ESFUERZOS σ_x , σ_y i T
SOBRE EL PLANO xy

$$\sigma_x ds_2 \cos \varphi = \tau_x dy$$

$$\sigma_x \left(\frac{dy}{\cos \varphi} \right) \cos \varphi = \tau_x dy$$

$$\sigma_x \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi} = \tau_x = \sigma_x \frac{\sec \varphi}{\sec \varphi} = \sigma_x \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}$$

$$\boxed{\tau_x = \sigma_x \sqrt{\frac{1 + q^2}{1 + p^2}}} \quad (4a)$$

$$\sigma_y ds_1 \cos \varphi = \tau_y dx$$

$$\sigma_y \left(\frac{dx}{\cos \varphi} \right) \cos \varphi = \tau_y dx$$

$$\sigma_y \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi} = \tau_y = \sigma_y \frac{\sec \varphi}{\sec \varphi} = \sigma_y \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}$$

$$\sigma_x = \sigma_y \sqrt{\frac{1+p^2}{1+q^2}} \quad (4b)$$

$$T \, ds, \cos \varphi = \tau \, dx$$

$$T \left(\frac{dx}{\cos \varphi} \right) \cos \varphi = \tau \, dx$$

$$\boxed{T = \tau} \quad (4c)$$

σ_x , σ_y i τ SON LAS PROYECCIONES SOBRE
EL PLANO xy DE LOS ESFUERZOS REALES
 σ_x , σ_y i T

ECUACIONES DE EQUILIBRIO

- EN LA DIRECCIÓN x

$$\frac{\delta v_x}{\delta x} dx dy + \frac{\delta \tau}{\delta y} dy dx + X dx dy \operatorname{sen} \omega = 0$$

$$\boxed{\frac{\delta v_x}{\delta x} + \frac{\delta \tau}{\delta y} + X \operatorname{sen} \omega = 0} \quad (2a)$$

- EN LA DIRECCIÓN y

$$\frac{\delta v_y}{\delta y} dy dx + \frac{\delta \tau}{\delta x} dx dy + Y dx dy \operatorname{sen} \omega = 0$$

$$\boxed{\frac{\delta v_y}{\delta y} + \frac{\delta \tau}{\delta x} + Y \operatorname{sen} \omega = 0} \quad (2b)$$

- EN LA DIRECCIÓN z

SERÁ NECESARIO OBTENER LAS COMPONENTES VERTICALES DE σ_x , σ_y i T

COMPONENTE VERTICAL DE σ_x

$$\begin{aligned} \sigma_x ds_x \operatorname{sen} \varphi &= \sigma_x \frac{\operatorname{sen} \varphi}{\cos \varphi} dy = \sigma_x \frac{\cos \varphi \operatorname{sen} \varphi}{\cos \varphi \cos \varphi} dy \\ &= \sigma_x \operatorname{tg} \varphi dy \end{aligned}$$

POR UNIDAD DE LONGITUD, LA COMPONENTE

VERTICAL SERÁ $\sigma_x \frac{dz}{dx}$

COMPONENTE VERTICAL DE σ_y

$$\sigma_y ds, \text{ sen } \psi = \sigma_y \frac{\text{sen } \psi}{\text{cos } \psi} dx = \sigma_y \frac{\text{cos } \psi}{\text{cos } \psi} \cdot \frac{\text{sen } \psi}{\text{cos } \psi} dx$$

$$= \sigma_y \text{tg } \psi dx$$

POR UNIDAD DE LONGITUD, LA COMPONENTE VERTICAL SERÁ

$$\sigma_y \frac{dz}{dy}$$

EN IGUAL FORMA, LAS COMPONENTES VERTICALES DE LAS FUERZAS CORTANTES POR UNIDAD DE LONGITUD SERÁN $\tau \frac{dz}{dy}$; $\tau \frac{dz}{dx}$

SUMANDO TODAS LAS FUERZAS VERTICALES, TENIENDO EN CUENTA SU VARIACIÓN EN MAGNITUD, DE UNA CARA A LA OTRA.

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(\sigma_x \frac{dz}{dx} \right) dx dy + \frac{\delta}{\delta y} \left(\sigma_y \frac{dz}{dy} \right) dy dx$$

$$+ \frac{\delta}{\delta x} \left(\tau \frac{dz}{dy} \right) dx dy + \frac{\delta}{\delta y} \left(\tau \frac{dz}{dx} \right) dy dx$$

$$+ Z dx dy \text{ sen } \omega = 0$$

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(\sigma_x \frac{dz}{dx} + \tau \frac{dz}{dy} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(\sigma_y \frac{dz}{dy} + \tau \frac{dz}{dx} \right) + Z \text{ sen } \omega = 0$$

$$v_x \frac{\delta^2 z}{\delta x^2} + v_y \frac{\delta^2 z}{\delta y^2} + 2\tau \frac{\delta^2 z}{\delta x \delta y} + \frac{\delta z}{\delta x} \left(\frac{\delta v_x}{\delta x} + \frac{\delta \tau}{\delta y} \right) + \frac{\delta z}{\delta y} \left(\frac{\delta v_y}{\delta y} + \frac{\delta \tau}{\delta x} \right) + Z \sin \omega = 0$$

$$v_x \frac{\delta^2 z}{\delta x^2} + v_y \frac{\delta^2 z}{\delta y^2} + 2\tau \frac{\delta^2 z}{\delta x \delta y} = \left(\frac{\delta z}{\delta x} X + \frac{\delta z}{\delta y} Y - Z \right) \sin \omega$$

$$\boxed{r \cdot v_x + t \cdot v_y + 2s \tau = (p X + q Y - Z) \sin \omega} \quad (2c)$$

$$r = \frac{\delta^2 z}{\delta x^2}$$

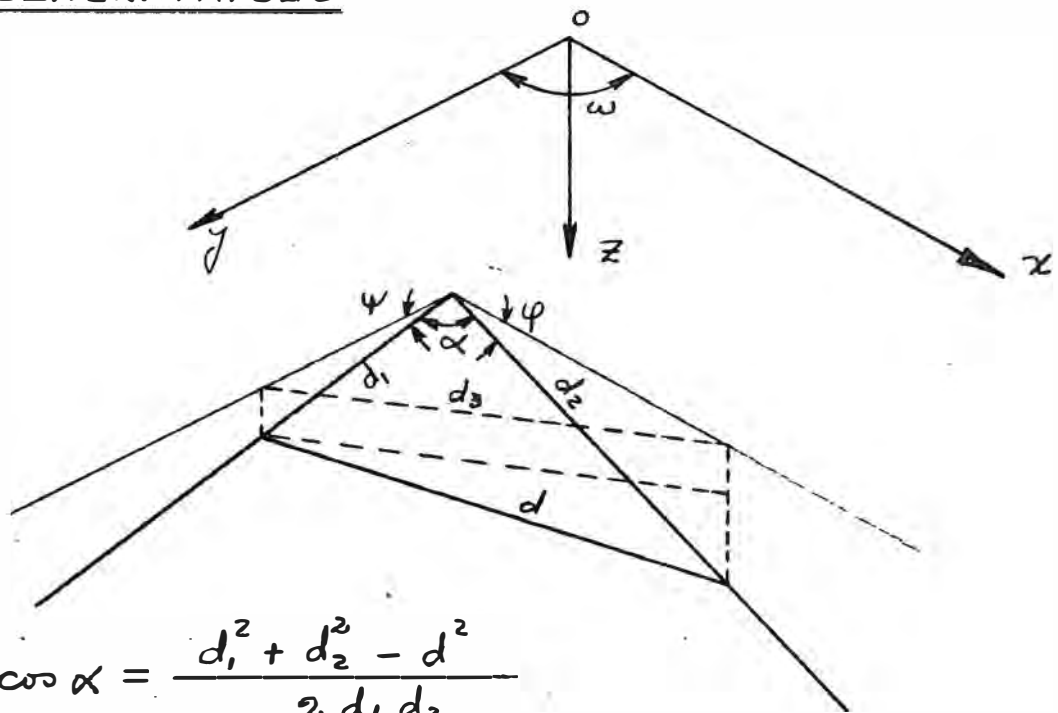
$$t = \frac{\delta^2 z}{\delta y^2}$$

$$s = \frac{\delta^2 z}{\delta x \delta y}$$

$$p = \frac{\delta z}{\delta x}$$

$$q = \frac{\delta z}{\delta y}$$

ÁNGULO α FORMADO POR LA INTERSECCIÓN DE DOS GENERATRICES



$$\cos \alpha = \frac{d_1^2 + d_2^2 - d^2}{2 d_1 d_2}$$

$$d_1^2 = y_1^2 + z_1^2$$

$$d^2 = d_3^2 + (z_2 - z_1)^2$$

$$d_2^2 = x_2^2 + z_2^2$$

$$d_3^2 = y_1^2 + x_2^2 - 2 y_1 x_2 \cos \omega$$

$$d^2 = y_1^2 + x_2^2 - 2 y_1 x_2 \cos \omega + z_2^2 + z_1^2 - 2 z_1 z_2$$

$$\cos \alpha = \frac{y_1^2 + z_1^2 + x_2^2 + z_2^2 - y_1^2 - x_2^2 + 2 y_1 x_2 \cos \omega - z_2^2 - z_1^2 + 2 z_1 z_2}{2 d_1 d_2}$$

$$\cos \alpha = \frac{y_1 x_2 \cos \omega + z_1 z_2}{d_1 d_2} = \frac{y_1}{d_1} \cdot \frac{x_2}{d_2} \cos \omega + \frac{z_1}{d_1} \cdot \frac{z_2}{d_2}$$

$$\cos \alpha = \cos \psi \cos \psi \cos \omega + \sin \psi \sin \psi$$

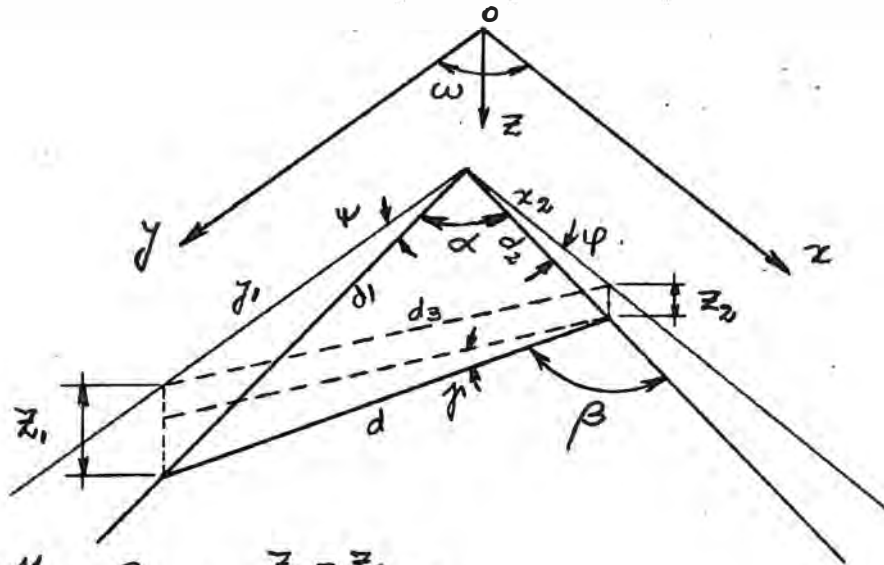
$$\cos \alpha = \frac{\cos \omega}{\sec \psi \sec \varphi} + \frac{\sin \psi \cdot \sin \varphi}{\cos \psi \cos \varphi \sec \psi \sec \varphi}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sec \psi \sec \varphi} (\cos \omega + \tan \psi \tan \varphi)$$

$$\cos \alpha = \frac{\cos \omega + \tan \psi \tan \varphi}{\sqrt{(1 + \tan^2 \psi)(1 + \tan^2 \varphi)}}$$

$$\cos \alpha = \frac{p \cdot q + \cos \omega}{\sqrt{(1 + p^2)(1 + q^2)}}$$

ÁNGULO β FORMADO POR CUALQUIER SECCIÓN CONTENIDA EN EL PRIMER CUADRANTE Y LA PARTE POSITIVA DE LA GENERATRIZ x QUE PASA POR EL PUNTO



$$\operatorname{tg} \mu = \operatorname{tg} \beta = \frac{z_1 - z_2}{d_3}$$

$$d_1^2 = d^2 + d_2^2 - 2dd_2 \cos(180^\circ - \beta) = d^2 + d_2^2 + 2dd_2 \cos \beta$$

$$y_1^2 = d_3^2 + z_2^2 - 2d_3z_2 \cos(180^\circ - \omega_\beta) = d_3^2 + z_2^2 + 2d_3z_2 \cos \omega_\beta$$

$$d^2 = d_3^2 + (z_1 - z_2)^2 = d_3^2 + d_3^2 \operatorname{tg}^2 \beta = d_3^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \beta)$$

$$d = d_3 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}$$

$$\cos \beta = \frac{d_1^2 - d^2 - d_2^2}{2dd_2} = \frac{(y_1^2 + z_1^2) - [d_3^2 + (z_1 - z_2)^2] - (z_2^2 + z_2^2)}{2dd_2}$$

$$\cos \beta = \frac{y_1^2 + z_1^2 - z_2^2 - z_2^2 - d_3^2 - z_1^2 - z_2^2 + 2z_1z_2}{2dd_2}$$

$$\cos \beta = \frac{r_1^2 - r_2^2 - 2z_2^2 + 2z_1 z_2 - (r_1^2 - r_2^2 - 2d_3 z_2 \cos \omega_\beta)}{2 d d_2}$$

$$\cos \beta = \frac{r_1^2 - r_2^2 - 2z_2^2 + 2z_1 z_2 - r_1^2 + r_2^2 + 2d_3 z_2 \cos \omega_\beta}{2 d d_2}$$

$$\cos \beta = \frac{-2z_2^2 + 2z_1 z_2 + 2d_3 z_2 \cos \omega_\beta}{2 d d_2}$$

$$\cos \beta = \frac{2z_2(z_1 - z_2) + 2d_3 z_2 \cos \omega_\beta}{2 d_2 d_3 \sqrt{1 + q_\beta^2}}$$

$$\cos \beta = \frac{z_2(z_1 - z_2)}{d_2 d_3 \sqrt{1 + q_\beta^2}} + \frac{z_2 \cos \omega_\beta}{d_2 \sqrt{1 + q_\beta^2}}$$

$$(\sqrt{1 + q_\beta^2}) \cos \beta = \operatorname{sen} \varphi \cdot q_\beta + \cos \varphi \cos \omega_\beta$$

$$\therefore = \frac{\operatorname{sen} \varphi}{\cos \varphi} q_\beta \cos \varphi + \cos \varphi \cos \omega_\beta$$

$$= \operatorname{tg} \varphi q_\beta \cos \varphi + \cos \varphi \cos \omega_\beta$$

$$= \frac{p q_\beta + \cos \omega_\beta}{\operatorname{sec} \varphi} = \frac{p q_\beta + \cos \omega_\beta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}$$

$$\boxed{\cos \beta = \frac{p q_\beta + \cos \omega_\beta}{\sqrt{(1 + p^2)(1 + q_\beta^2)}}$$

g_{β} = TANGENTE TRIGONOMÉTRICA DEL ÁNGULO FORMADO POR LA LÍNEA RECTA QUE REPRESENTA LA SECCIÓN CON EL PLANO xy

w_{β} = PROYECCIÓN DEL ÁNGULO β EN EL PLANO xy

EL SIGNO DEL PRODUCTO $p \cdot g_{\beta}$ SERÁ POSITIVO CUANDO AMBOS LADOS DEL ÁNGULO β SON ASCENDENTES Ó DESCENDENTES CON RESPECTO AL VÉRTICE, SERÁ NEGATIVO CUANDO UN LADO ESTÁ SUBIENDO Y EL OTRO BAJANDO CON RESPECTO AL VÉRTICE.

$$\frac{dy}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{dx}{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)} = \frac{ds}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$\begin{aligned} \tau_{\beta} \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \beta} &= \tau_x \operatorname{sen} \beta + \tau \operatorname{sen}(\beta - \alpha) + \tau \frac{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)}{\operatorname{sen} \beta} \operatorname{sen} \beta \\ &\quad + \tau_y \frac{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)}{\operatorname{sen} \beta} \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{\beta} \operatorname{sen} \alpha &= \tau_x \operatorname{sen}^2 \beta + \tau \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \operatorname{sen} \beta + \tau \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \operatorname{sen} \beta \\ &\quad + \tau_y \operatorname{sen}^2(\beta - \alpha) \end{aligned}$$

$$\tau_{\beta} = \tau_x \frac{\operatorname{sen}^2 \beta}{\operatorname{sen} \alpha} + 2\tau \frac{\operatorname{sen} \beta \operatorname{sen}(\beta - \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha} + \tau_y \frac{\operatorname{sen}^2(\beta - \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$\begin{aligned} \tau_{\beta} ds - \tau_x dy \operatorname{sen}(\beta - 90) + \tau dy \operatorname{sen}[90 - (\beta - \alpha)] \\ - \tau dx \operatorname{sen}(\beta - 90) + \tau_y dx \operatorname{sen}[90 - (\beta - \alpha)] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{\beta} ds = -\tau_x dy \operatorname{coss} \beta - \tau dy \operatorname{coss}(\beta - \alpha) - \tau dx \operatorname{coss} \beta \\ - \tau_y dx \operatorname{coss}(\beta - \alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{\beta} \frac{ds}{dy} = -\tau_x \operatorname{coss} \beta - \tau \operatorname{coss}(\beta - \alpha) - \tau \frac{dx}{dy} \operatorname{coss} \beta \\ - \tau_y \frac{dx}{dy} \operatorname{coss}(\beta - \alpha) \end{aligned}$$

$$\tau_{\beta} \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} = -\sqrt{x} \cos \beta - \tau \cos(\beta - \alpha) - \tau \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen } \beta} \cos \beta$$

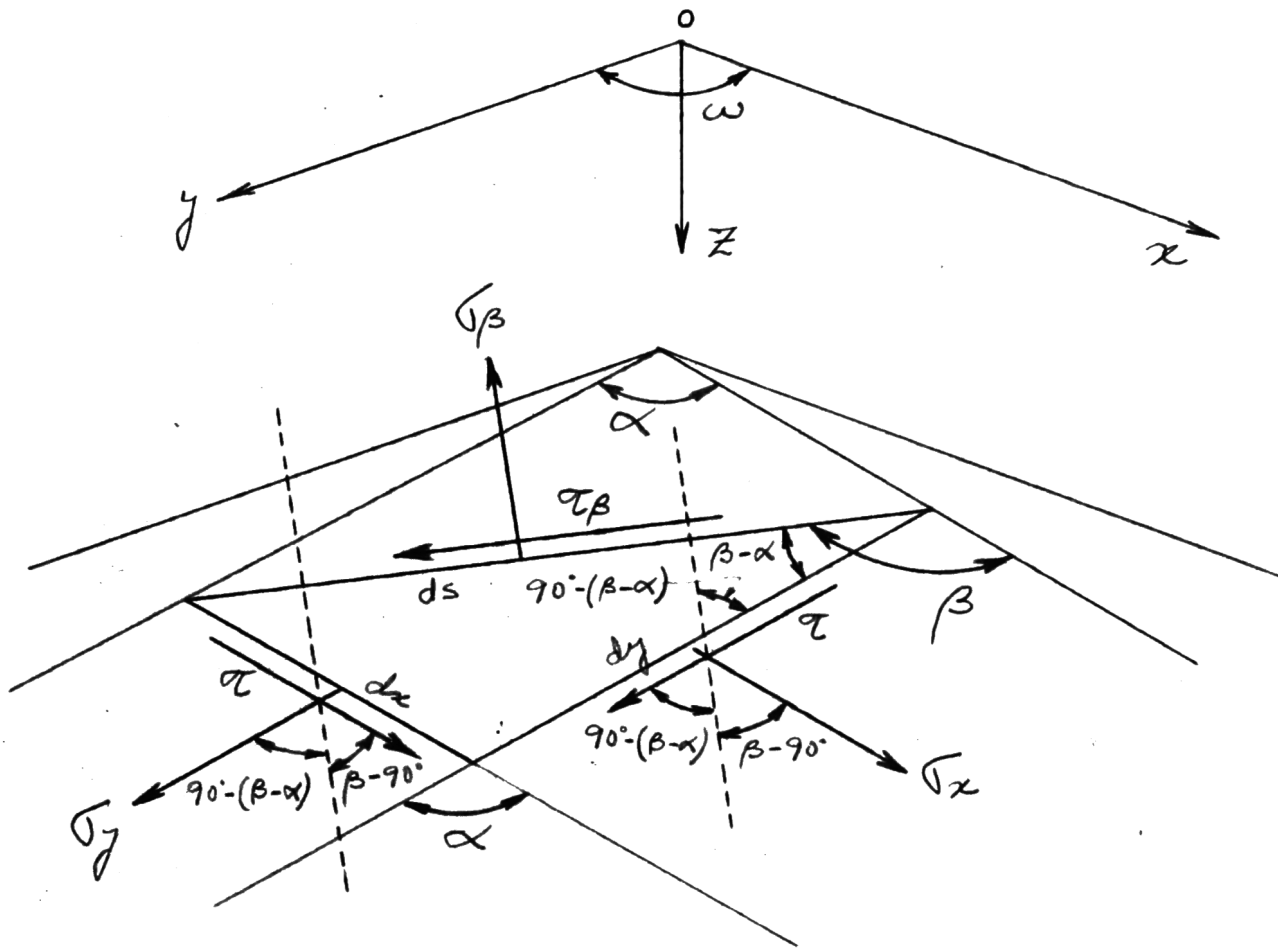
$$- \sqrt{y} \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen } \beta} \cos(\beta - \alpha)$$

$$\tau_{\beta} \text{sen } \alpha = -\sqrt{x} \text{sen } \beta \cos \beta - \tau \left[\frac{\text{sen } \beta \cos(\beta - \alpha) + \text{sen}(\beta - \alpha) \cos \beta}{\text{sen } \beta} \right]$$

$$- \sqrt{y} \text{sen}(\beta - \alpha) \cos(\beta - \alpha)$$

$$\text{sen}(2\beta - \alpha) = \text{sen}[\beta + (\beta - \alpha)] = \text{sen } \beta \cos(\beta - \alpha) + \cos \beta \text{sen}(\beta - \alpha)$$

$$\tau_{\beta} = -\sqrt{x} \frac{\text{sen } \beta \cos \beta}{\text{sen } \alpha} - \tau \frac{\text{sen}(2\beta - \alpha)}{\text{sen } \alpha} - \sqrt{y} \frac{\text{sen}(\beta - \alpha) \cos(\beta - \alpha)}{\text{sen } \alpha}$$



$$\begin{aligned} \sigma_\beta ds - \sigma_x dy \cos(\beta - 90^\circ) - \tau dy \cos[90^\circ - (\beta - \alpha)] \\ - \tau dx \cos(\beta - 90^\circ) - \sigma_y dx \cos[90^\circ - (\beta - \alpha)] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_\beta ds - \sigma_x dy \sin(\beta - 90^\circ) + \tau dy \sin[90^\circ - (\beta - \alpha)] \\ - \tau dx \sin(\beta - 90^\circ) + \sigma_y dx \sin[90^\circ - (\beta - \alpha)] = 0 \end{aligned}$$

VALORES DE σ_x i σ_y EN FUNCIÓN DE σ_β , τ_β i τ

$$\bar{\sigma}_x = \sigma_\beta \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\sin \beta} + (\tau_\beta - \tau) \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta}$$

$$\bar{\sigma}_y = -\sigma_\beta \frac{\cos \beta}{\sin(\beta - \alpha)} - (\tau_\beta + \tau) \frac{\sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$$

DIRECCIÓN DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES

$$\tau_\beta = -\sigma_x \frac{\sin \beta \cos \beta}{\sin \alpha} - \tau \frac{\sin(2\beta - \alpha)}{\sin \alpha} - \sigma_y \frac{\sin(\beta - \alpha) \cos(\beta - \alpha)}{\sin \alpha}$$

$$\tau_\beta = 0 \quad \beta = \theta$$

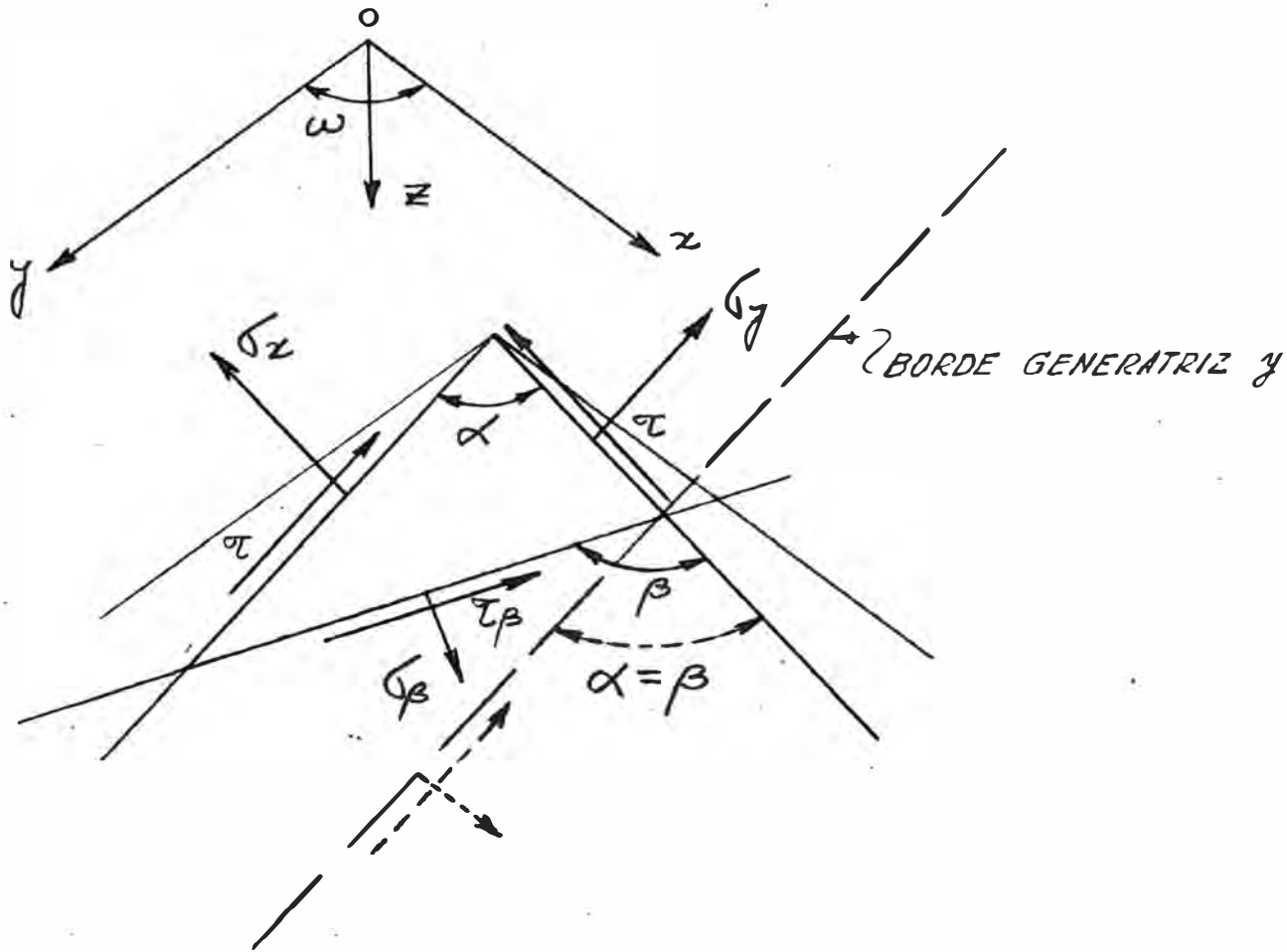
$$\sigma_x \sin \theta \cos \theta + \tau \sin(2\theta - \alpha) + \sigma_y \sin(\theta - \alpha) \cos(\theta - \alpha) = 0$$

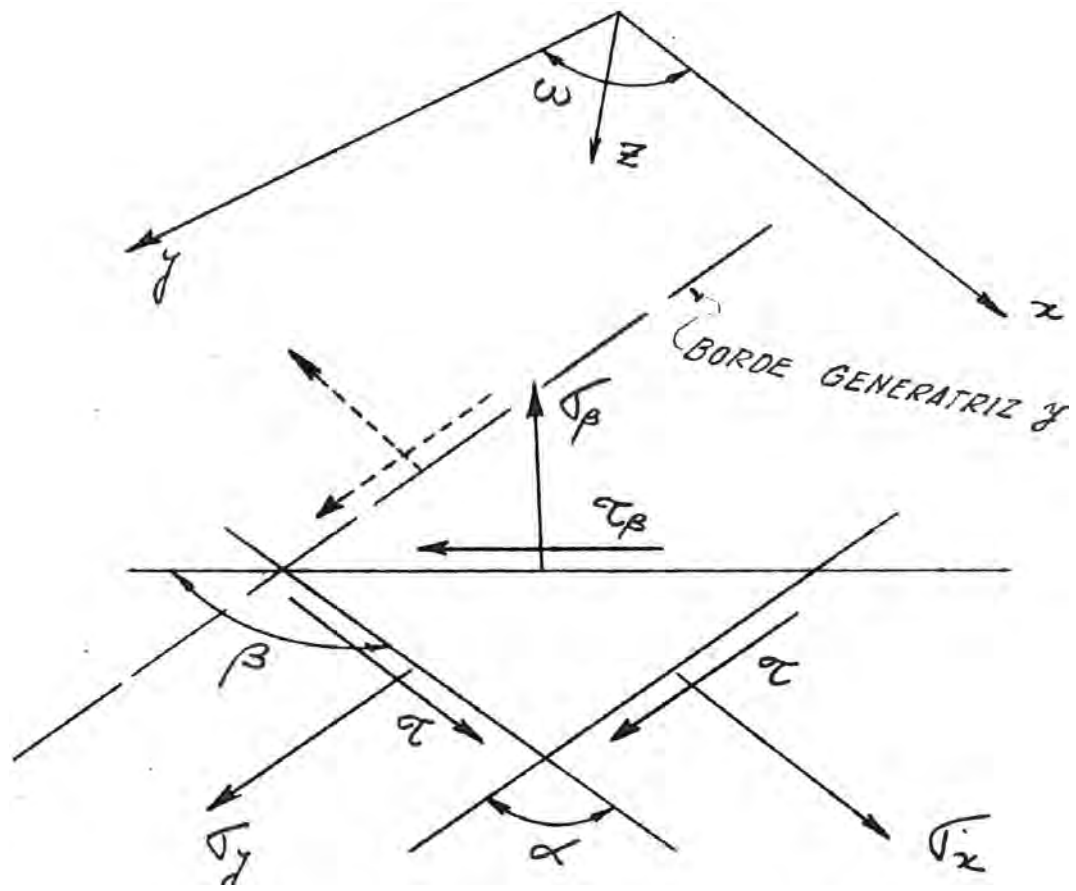
$$\tan 2\theta = \frac{2\tau \sin \alpha + \sigma_y \sin 2\alpha}{\sigma_x + 2\tau \cos \alpha + \sigma_y \cos 2\alpha}$$

$$\sigma_\beta = \sigma_I$$

$$\sigma_I = \sigma_x \frac{\sin^2 \theta}{\sin \alpha} + 2\tau \frac{\sin \theta \sin(\theta - \alpha)}{\sin \alpha} + \sigma_y \frac{\sin^2(\theta - \alpha)}{\sin \alpha}$$

$$\sigma_{II} = \sigma_x \frac{\cos^2 \theta}{\sin \alpha} + 2\tau \frac{\cos \theta \cos(\theta - \alpha)}{\sin \alpha} + \sigma_y \frac{\cos^2(\theta - \alpha)}{\sin \alpha}$$





BORDES RECTOS (GENERATRICES)

- EL BORDE ES UNA GENERATRIZ "x"

$$\beta = 180^\circ$$

a) CASO DE BORDE INTERIOR

$$\sigma_\beta = \sigma_y \operatorname{sen} \alpha \qquad \tau_\beta = \tau + \sigma_y \operatorname{cos} \alpha$$

SI LOS VALORES DE σ_y SON NEGATIVOS Ó POSITIVOS Y PEQUEÑOS EN COMPARACIÓN CON LOS DE τ (VALORES ABSOLUTOS), DE LA FÓRMULA SALE τ_β NEGATIVO SI τ ES NEGATIVO. LA CONVENCION DE SIGNOS PARA τ COINCIDE CON LA CONVENCION DE SIGNOS DE τ_β

b) CASO DE BORDE EXTERIOR (BORDE LIBRE)

CONDICION DE BORDE : $\sigma_\beta = 0 \qquad \tau_\beta = \tau$

$$\bar{\sigma}_x = \sigma_\beta \frac{\operatorname{cos}(\beta - \alpha)}{\operatorname{sen} \beta} + (\tau_\beta - \tau) \frac{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)}{\operatorname{sen} \beta} \rightarrow \text{INDETERMINADO}$$

$$\bar{\sigma}_y = -\sigma_\beta \frac{\operatorname{cos} \beta}{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)} - (\tau_\beta + \tau) \frac{\operatorname{sen} \beta}{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)} = 0$$

- EL BORDE ES UNA GENERATRIZ "y" ($\beta = \alpha$)

a) CASO DE BORDE INTERIOR

$$\sigma_\beta = \sigma_x \frac{\operatorname{sen}^2 \beta}{\operatorname{sen} \alpha} + 2\tau \frac{\operatorname{sen} \beta \cdot \operatorname{sen}(\beta - \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha} + \sigma_y \frac{\operatorname{sen}^2(\beta - \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$\tau_\beta = -\sigma_x \frac{\operatorname{sen} \beta \cdot \operatorname{cos} \beta}{\operatorname{sen} \alpha} - \tau \frac{\operatorname{sen}(2\beta - \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha} - \sigma_y \frac{\operatorname{sen}(\beta - \alpha) \cdot \operatorname{cos}(\beta - \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$\sigma_\beta = \sigma_x \operatorname{sen} \alpha$$

$$\tau_\beta = -\tau - \sigma_x \operatorname{cos} \alpha$$

SI LOS VALORES DE σ_x SON NEGATIVOS Ó POSITIVOS Y PEQUEÑOS EN COMPARACIÓN CON LOS DE τ (VALORES ABSOLUTOS), DE LA FÓRMULA SALE τ_β

POSITIVO SI τ ES NEGATIVO. LA CONVENCION DE SIGNOS PARA τ NO COINCIDE CON LA CONVENCION DE SIGNOS DE τ_β

SI PARA DEDUCIR LAS FÓRMULAS DE τ_β i ζ_β SE SUPONE COMO SENTIDO POSITIVO DE τ_β EL CONTRARIO DEL INDICADO EN LA FIGURA, LA FÓRMULA DE τ_β SERÁ

$$\tau_\beta = \zeta_x \frac{\text{sen } \beta \cdot \cos \beta}{\text{sen } \alpha} + \tau \frac{\text{sen}(2\beta - \alpha)}{\text{sen } \alpha} + \zeta_y \frac{\text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \cos(\beta - \alpha)}{\text{sen } \alpha}$$

SIENDO EL BORDE UNA GENERATRIZ "y" ($\beta = \alpha$)

$$\tau_\beta = \tau + \zeta_x \cos \alpha$$

EL SIGNO DE τ_β SERÁ NEGATIVO CUANDO τ SEA NEGATIVO Y LOS VALORES DE ζ_x SEAN NEGATIVOS O DE PEQUEÑA MAGNITUD SI SON POSITIVOS.

SI SE USA ESTA FÓRMULA PARA τ_β CUANDO EL BORDE ES UNA GENERATRIZ "y", LA CONVENCION DE SIGNOS PARA τ_β COINCIDE CON LA CONVENCION DE SIGNOS DE τ

b) CASO DE BORDE EXTERIOR (BORDE LIBRE)
CONDICIÓN DE BORDE: $\zeta_\beta = 0$ $\tau_\beta = \tau$

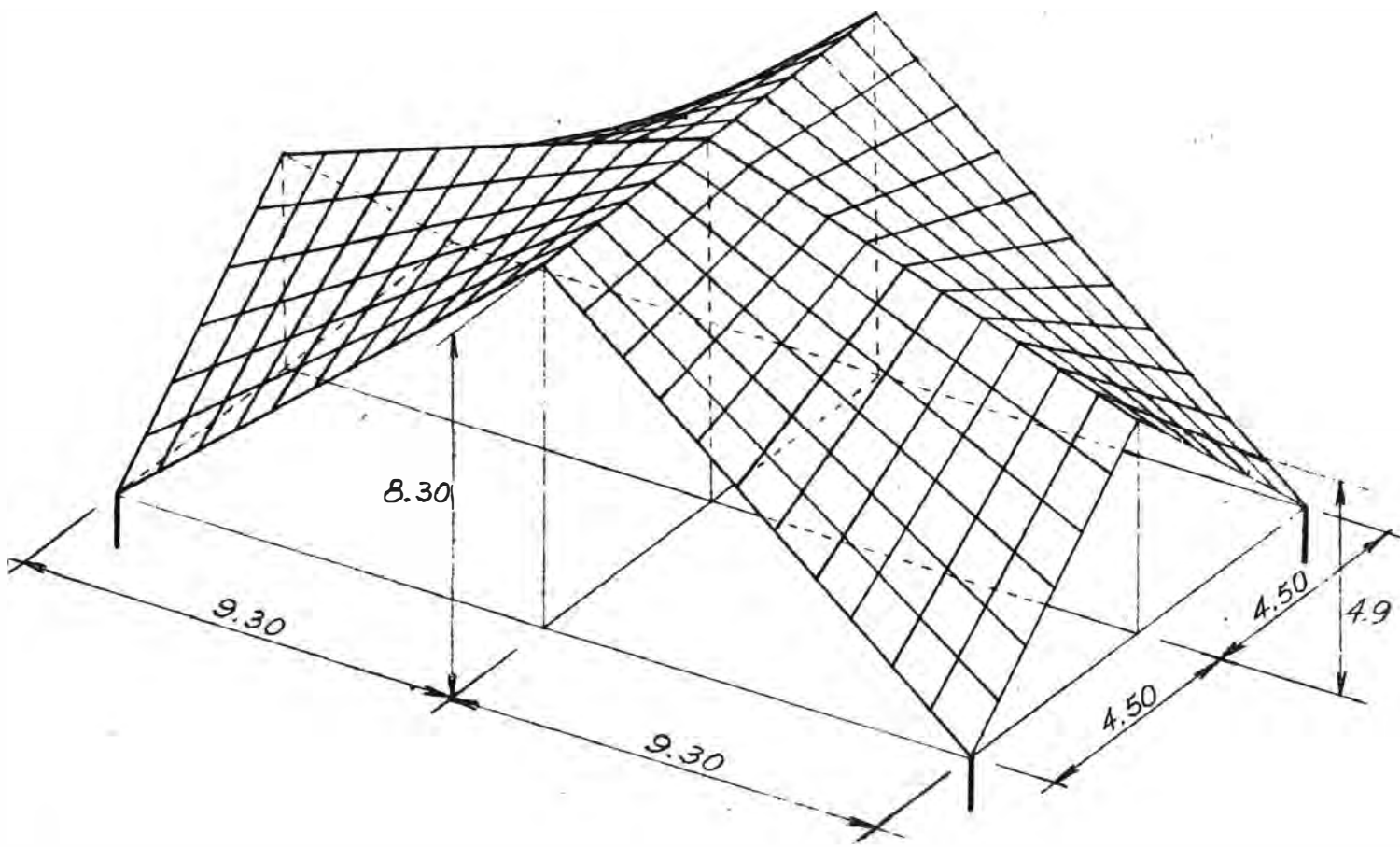
CON EL MISMO CRITERIO ANTERIOR LAS FÓRMULAS DE ζ_x i ζ_y SERÁN:

$$\zeta_x = \zeta_\beta \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\text{sen } \beta} - (\tau_\beta + \tau) \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen } \beta} = 0$$

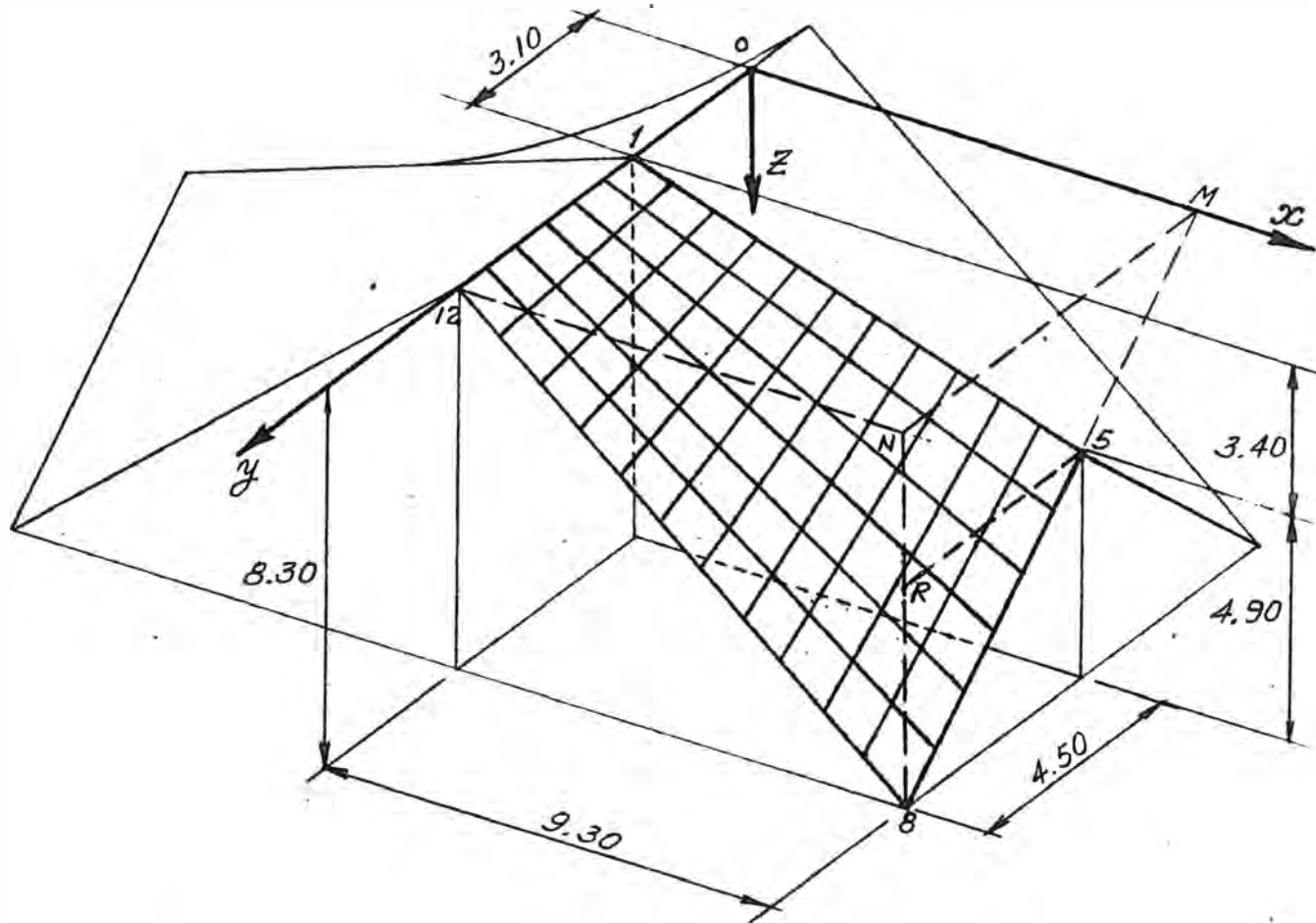
$$\zeta_y = -\zeta_\beta \frac{\cos \beta}{\text{sen}(\beta - \alpha)} - (\tau - \tau_\beta) \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen}(\beta - \alpha)} \rightarrow$$

INDETERMINADO

ESTRUCTURA LAMINAR HYPAR



ECUACIÓN DE LA SUPERFICIE HYPAR



$$\frac{\overline{5R}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{8R}}{\overline{8N}}$$

$$\frac{4.50}{y_8} = \frac{4.90}{8.30}$$

$$y_8 = \frac{4.50}{4.90} \times 8.30 = 7.60$$

$$x_8 = 9.30$$

$$K = \frac{z_8}{x_8 y_8} = \frac{8.30}{7.6 \times 9.3} = 0.117$$

$$\boxed{z = 0.117 xy} \quad \omega = 90^\circ$$

ANÁLISIS ESTRUCTURAL DEL CASCARÓN

HYPAR CON EJE Z VERTICAL, CARGA UNIFORMEMENTE REPARTIDA Y ACTUANDO EN LA DIRECCIÓN DE Z

$$X_1 = Y_1 = 0$$

$$z = -\frac{1}{2k} z_1 \sqrt{\phi}$$

$$v_z = A_3 \sqrt{\phi} + A_5 \cdot y \log_n [X_7] + f_1(y)$$

$$v_y = A_3 \sqrt{\phi} + A_5 \cdot x \log_n [Y_7] + f_2(x)$$

$$\phi = \rho \sin^2 \omega + p^2 + q^2 - 2p \cdot q \cos \omega$$

$$p = ky$$

$$q = kx$$

$$A_3 = -\frac{z_1}{2k} \cos \omega$$

$$A_5 = \frac{1}{2} z_1 \rho \sin^2 \omega$$

$$X_7 = \frac{q - p \cos \omega + \sqrt{\phi}}{\rho \sin \omega \sqrt{1 + p^2}}$$

$$Y_7 = \frac{p - q \cos \omega + \sqrt{\phi}}{\rho \sin \omega \sqrt{1 + q^2}}$$

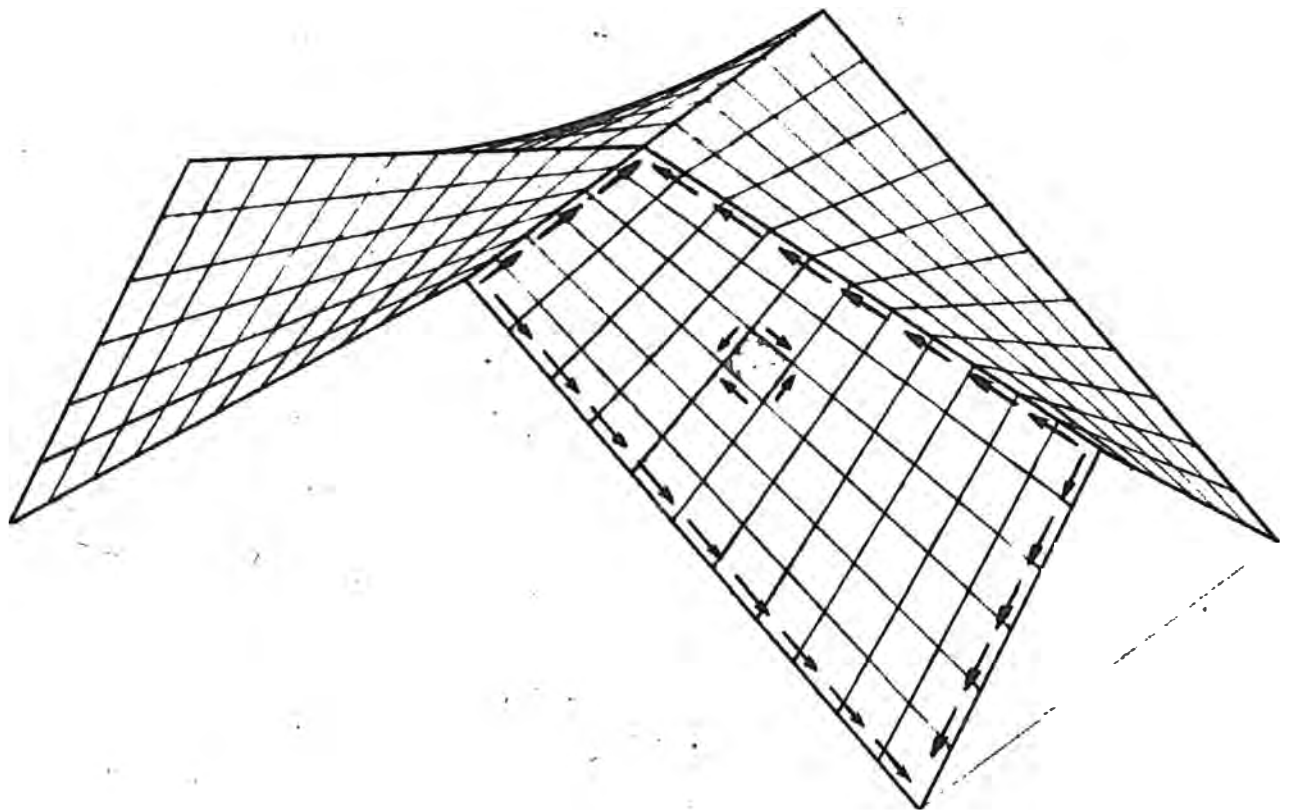
$$z_1 = 260 \text{ Kg/m}^2$$

$$z = kxy$$

	x	y	z	p	q	pq	p^2	q^2	ϕ	$\sqrt{\phi}$	τ
1	0	3.1	0	0.36	0	0	0.13	-	1.13	1.06	-1180
2	2.5	3.1	0.91	0.36	0.29	0.10	0.13	0.08	1.21	1.10	-1220
3	5	3.1	1.82	0.36	0.58	0.21	0.13	0.34	1.47	1.21	-1340
4	7.5	3.1	2.73	0.36	0.88	0.32	0.13	0.78	1.91	1.38	-1540
5	9.3	3.1	3.40	0.36	1.09	0.39	0.13	1.19	2.32	1.53	-1700
6	9.3	4.6	5.00	0.54	1.09	0.59	0.29	1.19	2.48	1.57	-1740
7	9.3	6.1	6.66	0.71	1.09	0.77	0.51	1.19	2.70	1.64	-1820
8	9.3	7.6	8.30	0.89	1.09	0.97	0.79	1.19	2.98	1.72	-1910
9	7.5	7.6	6.67	0.89	0.88	0.78	0.79	0.78	2.57	1.60	-1780
10	5	7.6	4.45	0.89	0.58	0.52	0.79	0.34	2.13	1.46	-1620
11	2.5	7.6	2.22	0.89	0.29	0.26	0.79	0.08	1.87	1.36	-1520
12	0	7.6	0	0.89	0	0	0.79	-	1.79	1.34	-1490
13	0	6.1	0	0.71	0	0	0.51	-	1.51	1.23	-1370
14	0	4.6	0	0.54	0	0	0.29	-	1.29	1.13	-1260
15	2.5	4.6	1.35	0.54	0.29	0.16	0.29	0.08	1.37	1.17	-1300
16	5	4.6	2.70	0.54	0.58	0.31	0.29	0.34	1.63	1.27	-1420
17	7.5	4.6	4.05	0.54	0.88	0.48	0.29	0.78	2.07	1.44	-1600
18	7.5	6.1	5.35	0.71	0.88	0.62	0.51	0.78	2.29	1.51	-1680
19	5	6.1	3.56	0.71	0.58	0.41	0.51	0.34	1.85	1.36	-1520
20	2.5	6.1	1.78	0.71	0.29	0.21	0.51	0.08	1.59	1.26	-1400

	$q + \sqrt{\phi}$	$\sqrt{1+p^2}$	X_7	$\log_n [X_7]$	$A_{5 \cdot y}$	v_x^*
1	1.06	1.06	1.00	0	403	0
2	1.39	1.06	1.31	0.270	403	109
3	1.79	1.06	1.69	0.525	403	212
4	2.26	1.06	2.13	0.756	403	305
5	2.62	1.06	2.47	0.904	403	365
6	2.66	1.13	2.36	0.859	599	510
7	2.73	1.23	2.22	0.797	791	630
8	2.81	1.34	2.10	0.742	990	740
9	2.48	1.34	1.85	0.615	990	610
10	2.07	1.34	1.54	0.432	990	429
11	1.65	1.34	1.23	0.207	990	205
12	1.34	1.34	1.00	0	990	0
13	1.23	1.23	1.00	0	791	0
14	1.13	1.13	1.00	0	599	0
15	1.46	1.13	1.29	0.255	599	152
16	1.85	1.13	1.64	0.495	599	296
17	2.32	1.13	2.06	0.723	599	435
18	2.39	1.23	1.94	0.663	791	527
19	1.94	1.23	1.58	0.457	791	362
20	1.55	1.23	1.26	0.231	791	184

	$p + \sqrt{\phi}$	$\sqrt{1 + q^2}$	Y_7	$\log_n [Y_7]$	$A_{5. x}$	v_y^*
1	1.42	1.00	1.42	0.351	0	0
2	1.46	1.04	1.41	0.344	325	112
3	1.57	1.16	1.35	0.300	650	195
4	1.74	1.33	1.31	0.270	975	263
5	1.89	1.48	1.28	0.239	1210	290
6	2.11	1.48	1.43	0.358	1210	433
7	2.35	1.48	1.59	0.464	1210	560
8	2.61	1.48	1.77	0.571	1210	692
9	2.49	1.33	1.87	0.626	975	610
10	2.35	1.16	2.03	0.708	650	460
11	2.25	1.04	2.16	0.770	325	250
12	2.23	1.00	2.23	0.802	0	0
13	1.94	1.00	1.94	0.663	0	0
14	1.67	1.00	1.67	0.513	0	0
15	1.71	1.04	1.64	0.495	325	160
16	1.81	1.16	1.56	0.445	650	290
17	1.98	1.33	1.49	0.400	975	390
18	2.22	1.33	1.67	0.513	975	500
19	2.07	1.16	1.78	0.577	650	375
20	1.97	1.04	1.90	0.642	325	210



ESFUERZOS CORTANTES QUE ACTÚAN SOBRE
EL ELEMENTO DE CASCARÓN Y FUERZAS RASAN-
TES QUE ACTÚAN SOBRE LOS BORDES

DETERMINACION DE LAS FUNCIONES VARIABLES DE INTEGRACION POR LAS CONDICIONES DE BORDE

EN LOS BORDES LIBRES (5-8 y 12-8) NO PODRAN HABER ESFUERZOS NORMALES, DESDE QUE NO HABRÁN ELEMENTOS CAPACES DE RESISTIRLOS

SE DETERMINAN EN ESTOS BORDES, LOS VALORES DE $\bar{\sigma}_x$ y $\bar{\sigma}_y$ QUE ANULAN ESTOS ESFUERZOS NORMALES.

BORDE 12-8 (GENERATRIZ "x")

$$\bar{\sigma}_x = \sigma_\beta \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\sin \beta} + (\tau_\beta - \tau) \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta}$$

$$\bar{\sigma}_y = -\sigma_\beta \frac{\cos \beta}{\sin(\beta - \alpha)} - (\tau_\beta + \tau) \frac{\sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$$

CONDICIÓN DE BORDE: $\sigma_\beta = 0$ $\tau_\beta = \tau$

$\bar{\sigma}_x \longrightarrow$ INDETERMINADO

$$\bar{\sigma}_y = 0 \quad \therefore \quad \bar{\sigma}_y = \sigma_y^* + f_2(x) = 0$$
$$f_2(x) = -\sigma_y^*$$

BORDE 5-8 (GENERATRIZ "y")

$$\bar{\sigma}_x = \sigma_\beta \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\sin \beta} - (\tau_\beta + \tau) \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta}$$

$$\bar{\sigma}_y = -\sigma_\beta \frac{\cos \beta}{\sin(\beta - \alpha)} - (\tau - \tau_\beta) \frac{\sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$$

CONDICIÓN DE BORDE: $\sigma_\beta = 0$ $\tau_\beta = \tau$

$\bar{\sigma}_y \rightarrow$ INDETERMINADO

$$\bar{\sigma}_x = 0 \quad \dots \quad \bar{\sigma}_x = \sigma_x^* + f_1(y) = 0$$
$$f_1(y) = -\sigma_x^*$$

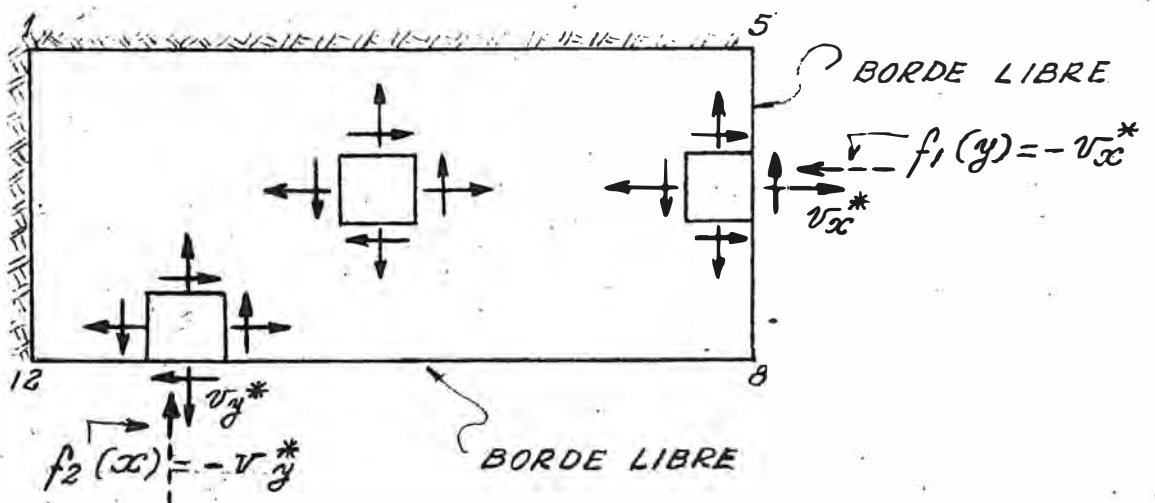
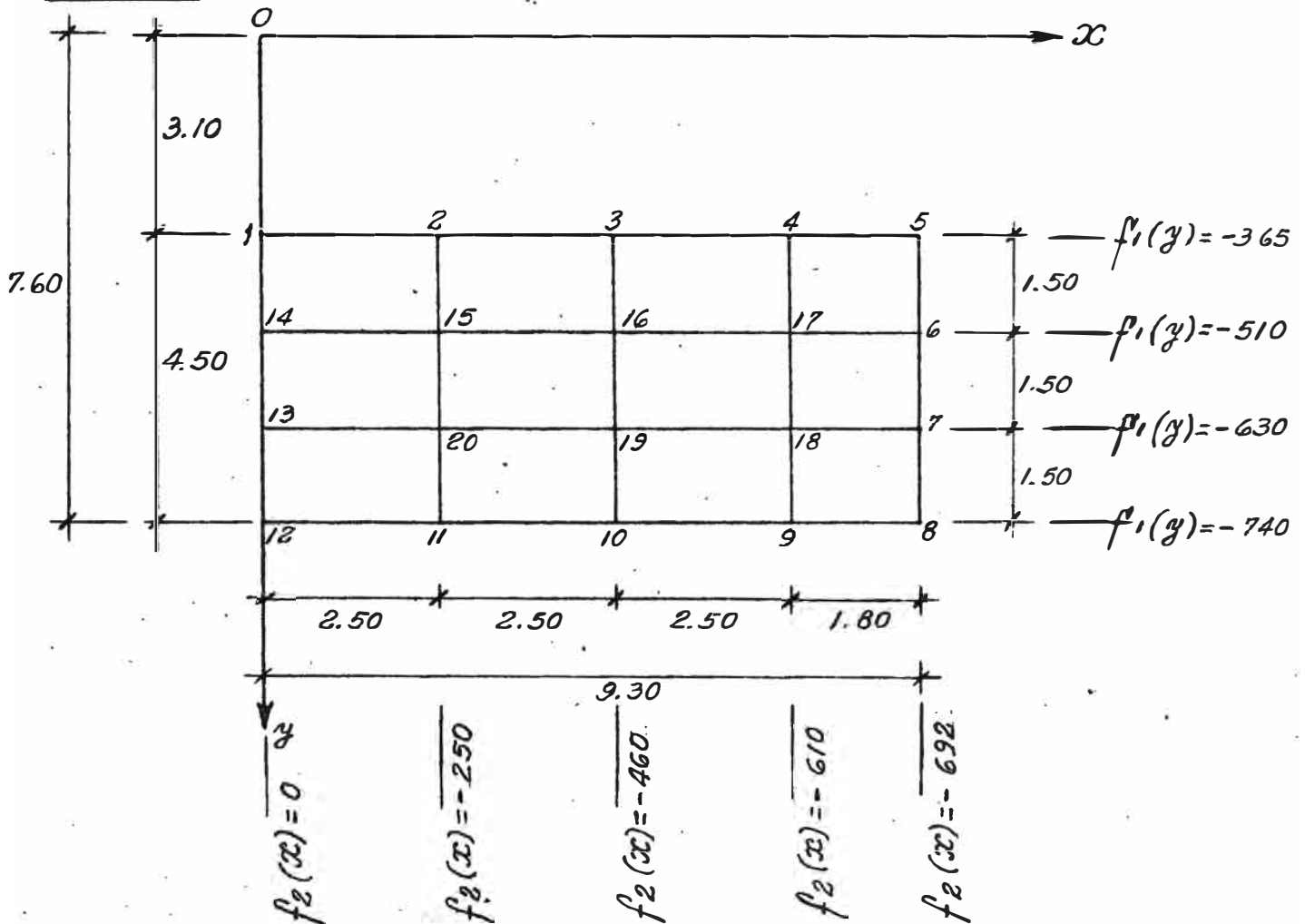
$$\sigma_x = \sigma_x^* + f_1(y)$$

$$\sigma_x = \sigma_x \sqrt{\frac{1+p^2}{1+q^2}}$$

$$\sigma_y = \sigma_y^* + f_2(x)$$

$$\sigma_y = \sigma_y \sqrt{\frac{1+q^2}{1+p^2}}$$

PLANTA DE UN CUARTO DE MODULO Y FUNCIONES VARIABLES DE INTEGRACION POR CONDICIONES DE BORDE.





	v_x^*	$f_1(\gamma)$	v_z	$\sqrt{\frac{1+p^2}{1+q^2}}$	v_x
1	0	- 365	- 365	1.06	- 385
2	109	- 365	- 256	1.02	- 262
3	212	- 365	- 153	0.92	- 141
4	305	- 365	- 60	0.80	- 48
5	365	- 365	0	0.72	0
6	510	- 510	0	0.77	0
7	630	- 630	0	0.83	0
8	740	- 740	0	0.91	0
9	610	- 740	- 130	1.01	- 132
10	429	- 740	- 311	1.16	- 361
11	205	- 740	- 535	1.29	- 690
12	0	- 740	- 740	1.34	- 990
13	0	- 630	- 630	1.23	- 780
14	0	- 510	- 510	1.13	- 575
15	152	- 510	- 358	1.09	- 390
16	296	- 510	- 214	0.98	- 210
17	435	- 510	- 75	0.85	- 64
18	527	- 630	- 103	0.93	- 96
19	362	- 630	- 268	1.06	- 285
20	184	- 630	- 446	1.18	- 530

	v_y^*	$f_2(x)$	v_y	σ_y
1	0	0	0	0
2	112	- 250	- 138	- 136
3	195	- 460	- 265	- 288
4	263	- 610	- 347	- 434
5	290	- 692	- 402	- 560
6	433	- 692	- 259	- 337
7	560	- 692	- 132	- 159
8	692	- 692	0	0
9	610	- 610	0	0
10	460	- 460	0	0
11	250	- 250	0	0
12	0	0	0	0
13	0	0	0	0
14	0	0	0	0
15	160	- 250	- 90	- 82
16	290	- 460	- 170	- 174
17	390	- 610	- 220	- 259
18	500	- 610	- 110	- 118
19	375	- 460	- 85	- 80
20	210	- 250	- 40	- 34

CÁLCULO DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES

EN CADA PUNTO SERÁ NECESARIO DETERMINAR EL ÁNGULO α

$$\cos \alpha = \frac{pq + \cos w}{\sqrt{(1+p^2)(1+q^2)}}$$

DIRECCIÓN DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\tau \operatorname{sen} \alpha + \sigma_y \operatorname{sen} 2\alpha}{\sigma_x + 2\tau \cos \alpha + \sigma_y \cos 2\alpha}$$

VALORES DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES

$$\sigma_I = \sigma_x \frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{\operatorname{sen} \alpha} + 2\tau \frac{\operatorname{sen} \theta \operatorname{sen}(\theta - \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha} + \sigma_y \frac{\operatorname{sen}^2(\theta - \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$\sigma_{II} = \sigma_x \frac{\cos^2 \theta}{\operatorname{sen} \alpha} + 2\tau \frac{\cos \theta \cdot \cos(\theta - \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha} + \sigma_y \frac{\cos^2(\theta - \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha}$$

θ ; $(90^\circ + \theta)$ SON LOS ÁNGULOS DE LAS SECCIONES A LAS QUE CORRESPONDE CADA UNO DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES CON LA PARTE POSITIVA DE LA GENERATRIZ x QUE PASA POR EL PUNTO.

	$\sqrt{(1+p^2)(1+q^2)}$	$\cos \alpha$	α	$\sin \alpha$	2α	$\sin 2\alpha$	$\cos 2\alpha$
1	1.06	0	90°	1.00	180°	0	- 1.00
2	1.10	0.091	84° 47'	0.996	169° 34'	0.181	- 0.983
3	1.23	0.171	80° 10'	0.985	160° 20'	0.336	- 0.942
4	1.41	0.226	76° 56'	0.974	153° 52'	0.440	- 0.898
5	1.57	0.248	75° 39'	0.969	151° 18'	0.480	- 0.877
6	1.67	0.354	69° 16'	0.935	138° 32'	0.662	- 0.749
7	1.82	0.422	65° 02'	0.906	130° 04'	0.765	- 0.644
8	1.98	0.489	60° 43'	0.872	121° 26'	0.853	- 0.521
9	1.78	0.438	64° 02'	0.899	128° 04'	0.787	- 0.616
10	1.56	0.333	70° 33'	0.943	142° 06'	0.614	- 0.769
11	1.40	0.186	79° 17'	0.982	158° 34'	0.365	- 0.931
12	1.34	0	90°	1.00	180°	0	- 1.00
13	1.23	0	90°	1.00	180°	0	- 1.00
14	1.13	0	90°	1.00	180°	0	- 1.00
15	1.08	0.148	81° 29'	0.989	162° 58'	0.293	- 0.956
16	1.31	0.236	76° 21'	0.972	152° 42'	0.459	- 0.889
17	1.50	0.320	71° 20'	0.947	142° 40'	0.606	- 0.795
18	1.64	0.378	67° 48'	0.926	135° 36'	0.700	- 0.714
19	1.42	0.289	73° 12'	0.957	146° 24'	0.553	- 0.833
20	1.28	0.164	80° 34'	0.986	161° 08'	0.323	- 0.946

	27 пера	Ср пер 2х	27 код	Ср код 2х		
1	- 2360	0	0	0	- 2360	- 385
2	- 2430	- 25	- 222	134	- 2455	- 350
3	- 2650	- 97	- 460	273	- 2747	- 328
4	- 3000	- 190	- 700	390	- 3190	- 358
5	- 3290	- 269	- 840	490	- 3559	- 350
6	- 3250	- 224	- 1230	251	- 3474	- 979
7	- 3300	- 122	- 1540	103	- 3422	- 1437
8	- 3340	0	- 1860	0	- 3340	- 1860
9	- 3200	0	- 1560	0	- 3200	- 1692
10	- 3050	0	- 1080	0	- 3050	- 1441
11	- 3000	0	- 570	0	- 3000	- 1260
12	- 2980	0	0	0	- 2980	- 990
13	- 2740	0	0	0	- 2740	- 780
14	- 2520	0	0	0	- 2520	- 575
15	- 2560	- 25	- 385	78	- 2585	- 697
16	- 2760	- 80	- 670	154	- 2840	- 726
17	- 3020	- 157	- 1020	206	- 3177	- 878
18	- 3100	- 83	- 1270	84	- 3183	- 1282
19	- 2900	- 45	- 880	67	- 2945	- 1098
20	- 2760	- 11	- 460	32	- 2771	- 958

	$\tan 2\theta$	2θ	θ	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\theta - \alpha$
1	6.14	80°45'	40°22'	0.648	0.762	- 49°38'
2	7.05	81°56'	40°58'	0.656	0.755	- 43°49'
3	8.36	83°11'	41°35'	0.664	0.748	- 38°35'
4	8.90	83°36'	41°48'	0.666	0.745	- 35°08'
5	10.2	84°24'	42°12'	0.672	0.741	- 33°27'
6	3.55	74°16'	37°08'	0.604	0.797	- 32°08'
7	2.39	67°18'	33°39'	0.554	0.832	- 31°23'
8	1.79	60°48'	30°24'	0.506	0.862	- 30°19'
9	1.89	62°07'	31°04'	0.516	0.856	- 32°58'
10	2.12	64°45'	32°22'	0.535	0.845	- 38°11'
11	2.38	67°12'	33°36'	0.553	0.833	- 45°41'
12	3.01	71°38'	35°49'	0.585	0.811	- 54°11'
13	3.51	74°06'	37°03'	0.603	0.798	- 52°57'
14	4.39	77°10'	38°35'	0.624	0.782	- 51°25'
15	3.71	74°55'	37°28'	0.608	0.794	- 44°01'
16	3.90	75°38'	37°49'	0.613	0.790	- 38°32'
17	3.63	74°36'	37°18'	0.606	0.795	- 34°02'
18	2.48	68°02'	34°01'	0.559	0.829	- 33°47'
19	2.68	69°32'	34°46'	0.570	0.821	- 38°26'
20	2.90	70°58'	35°29'	0.580	0.814	- 45°05'

	$\sin(\theta-\alpha)$	$\cos(\theta-\alpha)$	$\sin^2(\theta-\alpha)$	$\cos^2(\theta-\alpha)$	$\sin^2\theta$	$\cos^2\theta$
1	- 0.762	0.648	0.580	0.420	0.420	0.581
2	- 0.692	0.722	0.479	0.521	0.430	0.570
3	- 0.624	0.782	0.389	0.611	0.440	0.560
4	- 0.575	0.818	0.331	0.669	0.442	0.560
5	- 0.551	0.834	0.304	0.696	0.455	0.549
6	- 0.532	0.847	0.283	0.717	0.369	0.638
7	- 0.521	0.854	0.271	0.729	0.310	0.700
8	- 0.505	0.863	0.255	0.745	0.258	0.748
9	- 0.544	0.839	0.296	0.704	0.268	0.738
10	- 0.618	0.786	0.382	0.618	0.288	0.714
11	- 0.751	0.699	0.564	0.489	0.310	0.694
12	- 0.811	0.585	0.658	0.342	0.341	0.658
13	- 0.798	0.603	0.634	0.364	0.368	0.637
14	- 0.782	0.624	0.612	0.390	0.390	0.612
15	- 0.695	0.719	0.483	0.517	0.370	0.630
16	- 0.623	0.782	0.388	0.611	0.380	0.624
17	- 0.560	0.829	0.314	0.687	0.368	0.632
18	- 0.556	0.831	0.309	0.690	0.310	0.687
19	- 0.622	0.783	0.387	0.613	0.326	0.674
20	- 0.708	0.706	0.501	0.500	0.339	0.662

	$\sin \theta, \sin(\theta - \alpha)$	$2T, \sin \theta, \sin(\theta - \alpha)$	$\sigma_x \sin^2 \theta$	$\sigma_y \sin^2(\theta - \alpha)$	$\sigma_x \sin \alpha$	σ_I
1	- 0.495	1170	- 162	0	1008	1008
2	- 0.455	1110	- 113	- 65	932	940
3	- 0.415	1110	- 62	- 112	936	950
4	- 0.385	1190	- 21	- 144	1025	1050
5	- 0.371	1270	0	- 170	1100	1140
6	- 0.323	1120	0	- 95	1025	1100
7	- 0.290	1060	0	- 45	1015	1120
8	- 0.260	990	0	0	990	1130
9	- 0.280	1000	- 36	0	964	1070
10	- 0.330	1070	- 104	0	966	1020
11	- 0.418	1270	- 214	0	1056	1070
12	- 0.475	1420	- 340	0	1080	1080
13	- 0.482	1320	- 286	0	1034	1034
14	- 0.490	1240	- 224	0	1016	1016
15	- 0.421	1100	- 144	- 40	1016	1030
16	- 0.384	1090	- 80	- 68	942	970
17	- 0.339	1080	- 24	- 81	975	1030
18	- 0.310	1040	- 30	- 36	974	1050
19	- 0.335	1080	- 93	- 31	956	1000
20	- 0.410	1150	- 180	- 17	953	970

	$\cos\theta \cdot \cos(\theta-\alpha)$	$2\tau \cos\theta \cdot \cos(\theta-\alpha)$	$\sqrt{z} \cos^2\theta$	$\sqrt{y} \cos^2(\theta-\alpha)$	$\sqrt{II} \cos\alpha$	\sqrt{II}
1	0.493	- 1160	- 225	0	- 1385	- 1385
2	0.545	- 1330	- 149	- 71	- 1550	- 1560
3	0.582	- 1560	- 79	- 176	- 1815	- 1840
4	0.61	- 1880	- 27	- 289	- 2196	- 2250
5	0.62	- 2100	0	- 390	- 2490	- 2580
6	0.671	- 2340	0	- 241	- 2581	- 2750
7	0.71	- 2590	0	- 116	- 2706	- 3000
8	0.746	- 2850	0	0	- 2850	- 3260
9	0.718	- 2550	- 97	0	- 2647	- 2950
10	0.662	- 2150	- 259	0	- 2409	- 2560
11	0.581	- 1760	- 480	0	- 2240	- 2270
12	0.476	- 1420	- 650	0	- 2070	- 2070
13	0.48	- 1310	- 495	0	- 1805	- 1805
14	0.49	- 1240	- 354	0	- 1594	- 1594
15	0.57	- 1480	- 245	- 42	- 1767	- 1790
16	0.619	- 1750	- 131	- 106	- 1987	- 2040
17	0.66	- 2100	- 41	- 177	- 2318	- 2450
18	0.69	- 2320	- 66	- 82	- 2468	- 2670
19	0.646	- 1980	- 192	- 49	- 2221	- 2330
20	0.575	- 1610	- 350	- 17	- 1977	- 2010

BORDE (12 - 13 - 14 - 1)

$$\left. \begin{aligned} \omega_\beta &= 90^\circ \\ \cos \omega_\beta &= 0 \\ g_\beta &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \cos \beta &= 0 & \beta &= 90^\circ = \alpha \\ \sigma_\beta &= \sigma_z & \tau_\beta &= \tau \end{aligned}$$

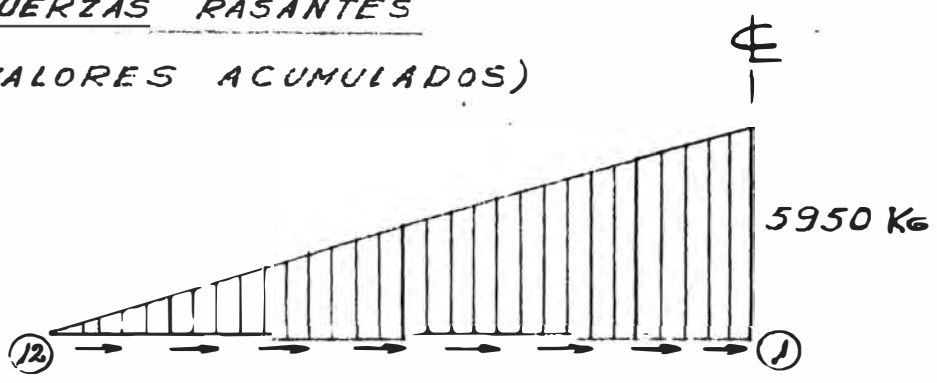
ESFUERZO SOBRE EL CASCARON				FUERZAS SOBRE EL BORDE		
	σ_β	σ_β	INTERVALO	F_{G_β}	F_{τ_β}	F_{τ_β} ACUMULADO
12	- 1490	- 990	0.75	740	1120	1120
13	- 1370	- 780	1.50	1170	2050	3170
14	- 1260	- 575	1.50	860	1890	5060
1	- 1180	- 385	0.75	290	890	5950
					5950 Kg	



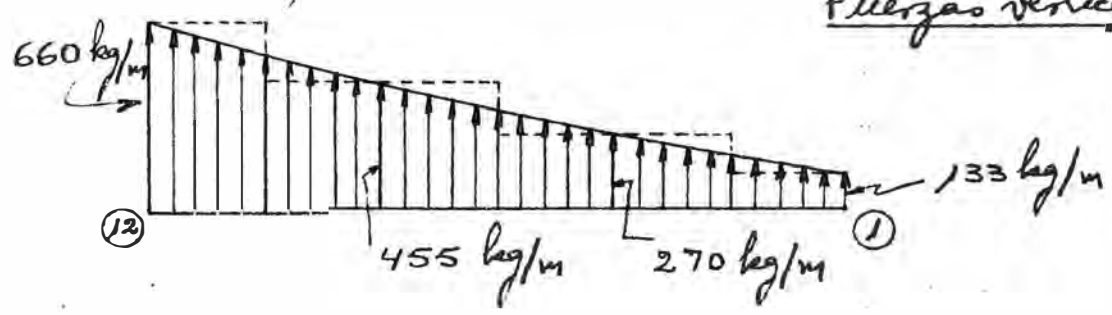
	F_{G_β}	z	z^2	$9.3^2 + z^2$	$\sqrt{9.3^2 + z^2}$	$\text{sen } \eta$	$F_{G_\beta \text{ VERT.}} \uparrow$ Kg/m.	
12	740	8.3	69	156	12.5	0.663	490 kg	660
13	1170	6.7	45	132	11.5	0.581	680 kg	455
14	860	5.0	25	112	10.6	0.471	405 kg	270
1	290	3.4	11.6	98	9.9	0.344	100 kg	133

BORDE (12 - 13 - 14 - 1)

FUERZAS RASANTES
(VALORES ACUMULADOS)

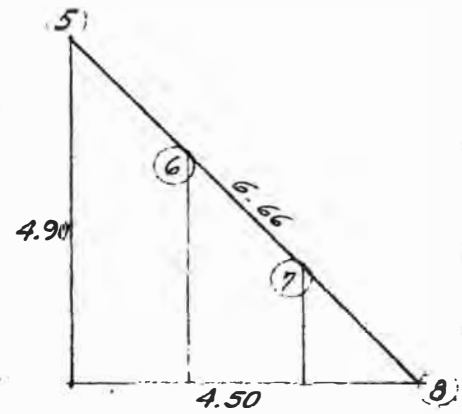


Fuerzas verticales



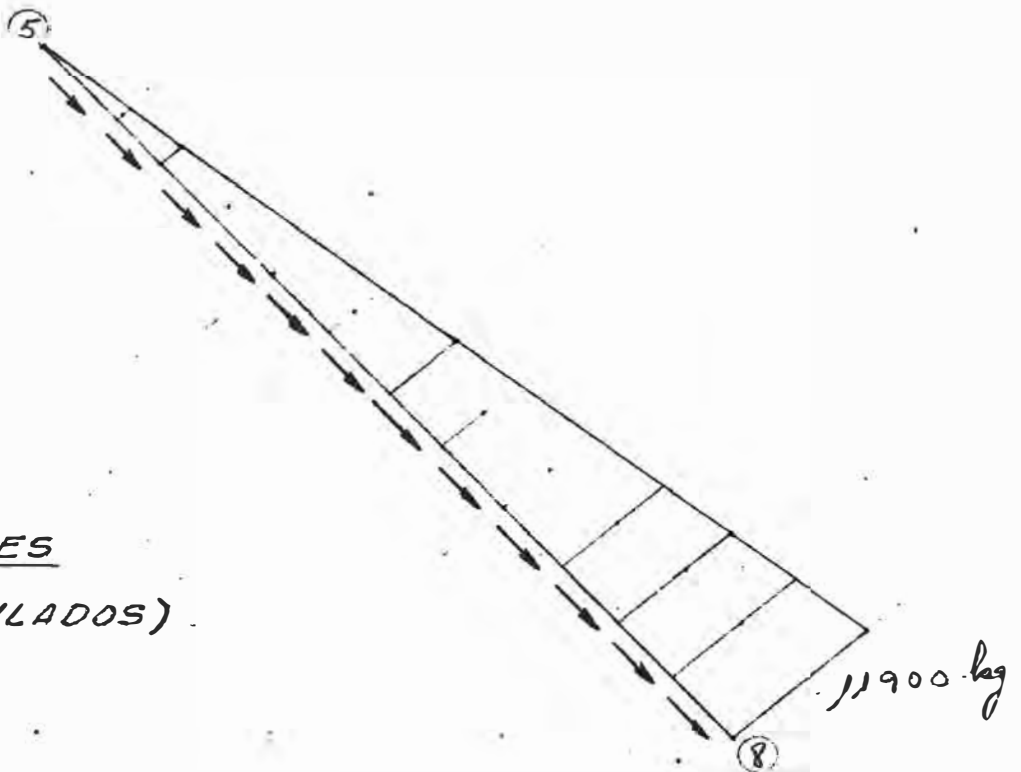
BORDE (5-6-7-8)

	τ	INTERVALO	F_r	F_r ACUMULADO
5	- 1700	1.11	1880	1880
6	- 1740	2.22	3850	5730
7	- 1820	2.22	4050	9780
8	- 1910	1.11	2120	11900 kg
		6.66	11900 kg	



↑
fuerzas sobre
el casco

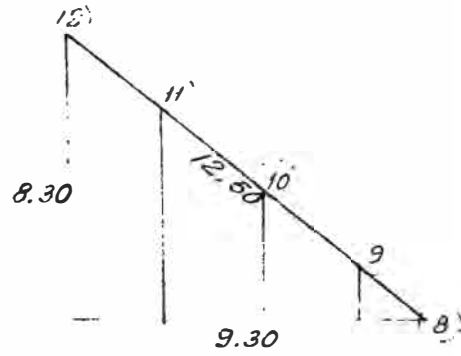
→
fuerzas sobre el borde



FUERZAS RASANTES
(VALORES ACUMULADOS)

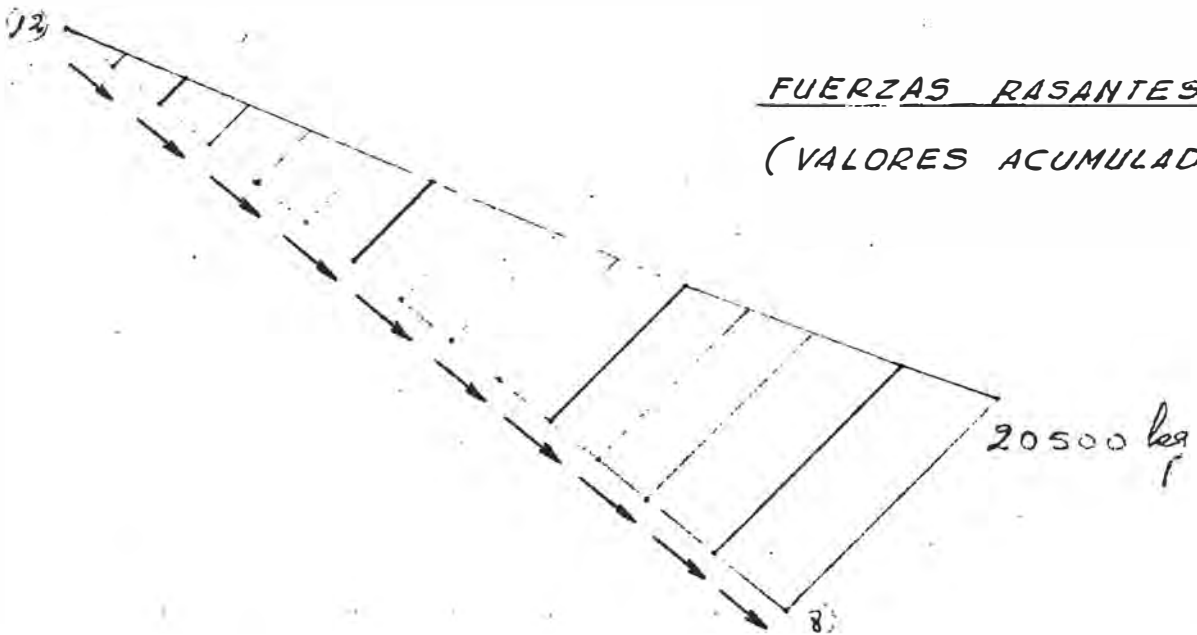
FUERZA (12-11-10-9-8)

	τ	INTERVALO	F_{τ}	F_{τ} ACUMULAD.
12	- 1490	1.68	2500	2500
11	- 1520	3.36	5100	7600
10	- 1620	3.36	5450	13050
9	- 1780	2.89	5150	18200
8	- 1910	1.21	2300	20500 kg
		12.50	20500 kg	



\hat{E} fuerza sobre el cascarrin

\hat{E} fuerza sobre el borde



FUERZAS RASANTES
(VALORES ACUMULADOS)

BORDE (1-2-3-4-5)

$$\sigma_{\beta} = \sigma_y \sin \alpha$$

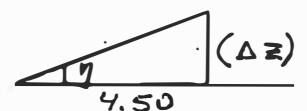
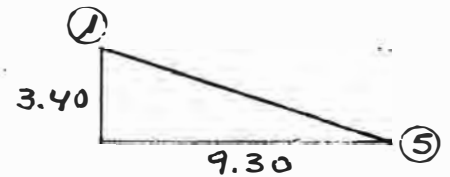
$$\tau_{\beta} = \tau + \sigma_y \cos \alpha$$

Esfuerzos sobre el cascarón

	α	σ_y	$\sin \alpha$	σ_{β}	$\cos \alpha$	$\sigma_y \cos \alpha$	τ	τ_{β}
5	75°39'	-560	0.969	-540	0.248	-139	-1700	-1839
4	76°56'	-434	0.974	-420	0.226	-98	-1540	-1638
3	80°10'	-288	0.985	-285	0.171	-50	-1340	-1390
2	84°47'	-136	0.996	-135	0.091	-12	-1220	-1232
1	90°	0	1.00	0	0	0	-1180	-1180

Fuerzas sobre el borde

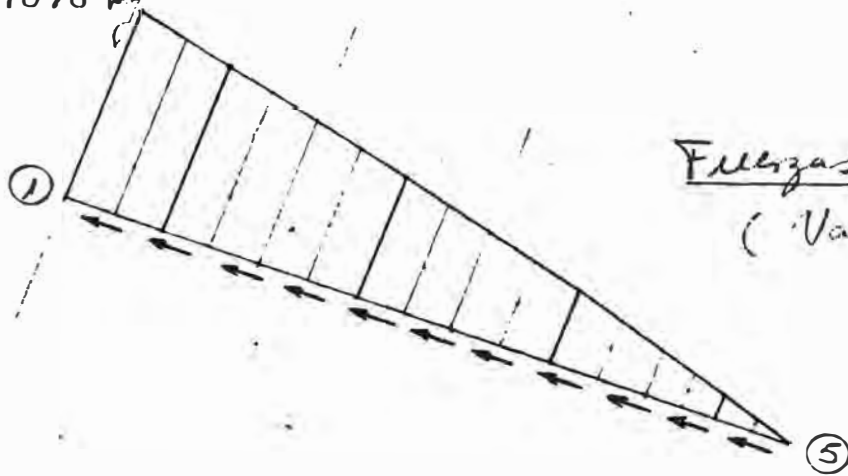
	τ_{β}	INTERVALO	$F_{\tau_{\beta}}$	$F_{\tau_{\beta}}$ ACUMUL.
5	1839	0.96	1760	1760
4	1638	2.29	3750	5510
3	1390	2.66	3700	9210
2	1232	2.66	3300	12510
1	1180	1.33	1560	14070 kg
		9.90	14070	



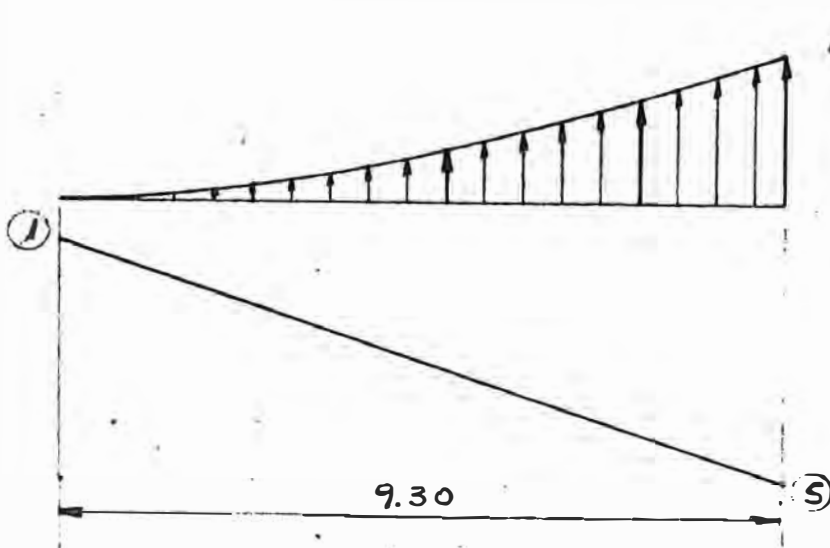
	$F_{\tau_{\beta}}$	Δz	$(\Delta z)^2$	$\sqrt{4.5^2 + (\Delta z)^2}$	$\sin \eta$	$F_{\tau_{\beta}}$ VERT. ↑	$F_{\tau_{\beta}}$ ↑	kg/m	kg/m horiz
5	520	4.90	24	6.67	0.735	381 kg	400	425	
4	960	3.94	15.5	5.95	0.66	631	276	295	
3	760	2.63	6.9	5.20	0.508	385	144	154	
2	360	1.31	1.7	4.65	0.283	102	38	41	
1	0	0	0	4.50	0	0	0	0	

BORDE (1-2-3-4-5)

14070 kg/m



Fuerzas rasantes
(Valores acumulados)



425 kg/m

Fuerzas verticales
(por metro lineal horizontal)

Determinación del área de la superficie hipérbola

Estableciendo el equilibrio de las fuerzas verticales y considerando como cuerpo libre el elemento de cascarón 1-5-8-12

$$\text{Borde 12-1} \quad +1675 \text{ kg}$$

$$\text{Borde 1-5} \left\{ \begin{array}{l} +1500 \text{ kg} \\ 14070 \times \frac{3.4}{9.9} = +4850 \text{ kg} \end{array} \right.$$

$$\text{Borde 12-8} \quad 20500 \times \frac{8.3}{12.5} = -13600 \text{ kg}$$

$$\text{Borde 5-8} \quad 11900 \times \frac{4.9}{6.66} = -8800 \text{ kg}$$

$$+8025 \text{ kg} \quad -22400 \text{ kg}$$

$$+8025 - 22400 + 260 A = 0$$

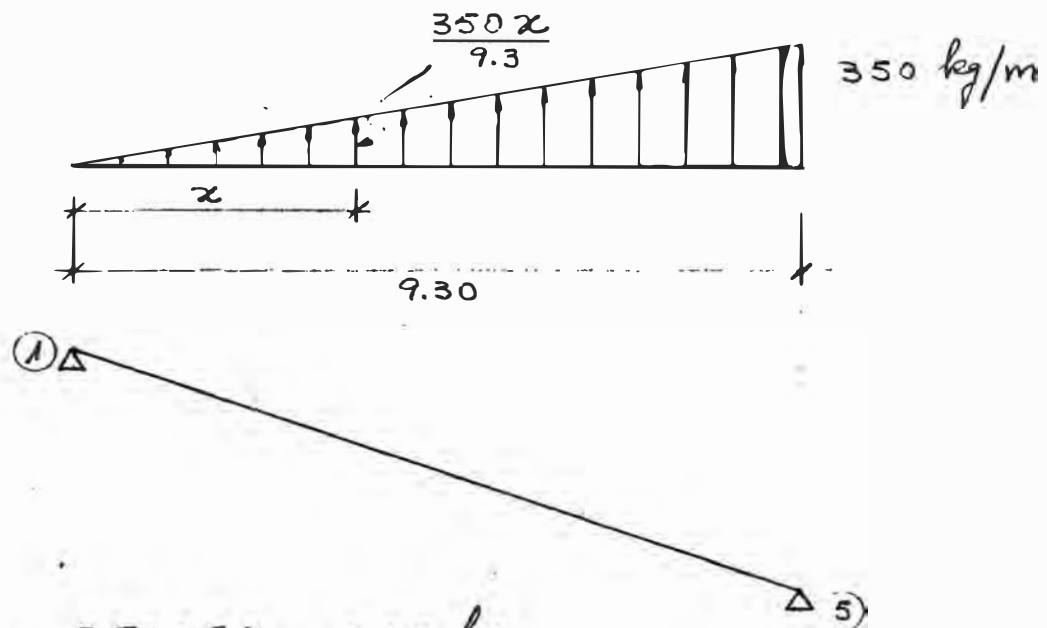
$$A = \frac{22400 - 8025}{260} = \frac{14375}{260} = 55.2 \text{ M}^2$$

$$\text{Área proyectada} \quad 4.5 \times 9.3 = 41.9 \text{ M}^2$$

$$\text{Relación entre el área del cascarón y el área proyectada} \quad \frac{55.2}{41.9} = 1.32$$

Borde (1-2-3-4-5) *

Fuerzas verticales



$$R_1 = \frac{350 \times 9.3}{2 \times 3} = 540 \text{ kg}$$

$$R_5 = \frac{350 \times 9.3}{2 \times 3} \times 2 = 1080 \text{ kg}$$

$$R_1 + R_5 = 1620 \text{ kg}$$

Momentos

$$M_x = -540x + \frac{350x \cdot x}{9.3 \times 2} \cdot \frac{x}{3} = -540x + 6.27x^3$$

$$x = 0 \quad M = 0$$

$$x = 2.50 \quad M = -540 \times 2.5 + 6.27 \times 15.6 =$$

$$M = -1350 + 98 \approx -1250 \text{ kg-m}$$

$$x = 5.00 \quad M = -540 \times 5 + 6.27 \times 125$$

$$M = -2700 + 780 = -1920 \text{ kg-m}$$

$$x = 7.50 \quad M = -540 \times 7.5 + 6.27 \times 422$$

$$M = -4050 + 2650 = -1400 \text{ kg-m}$$

$$x = 9.30 \quad M = -540 \times 9.3 + 6.27 \times 805$$

$$M = -5020 + 5020 = 0$$

* Los valores anteriores han sido obtenidos considerando sólo el elemento 1-5-8-12 de hyper.

$$\underline{\text{Cortantes}} \quad V_x = -540 + \frac{350 x^2}{9.3 \times 2} = -540 + 18.8 x^2$$

$$x = 0 \quad V = -540 \text{ Kg}$$

$$x = 2.50 \quad V = -540 + 18.8 \times 6.25$$

$$V = -540 + 118 = -422 \text{ Kg}$$

$$x = 5.00 \quad V = -540 + 18.8 \times 25$$

$$V = -540 + 470 = -70 \text{ Kg}$$

$$x = 7.50 \quad V = -540 + 18.8 \times 56.2$$

$$= -540 + 1060 = 520 \text{ Kg}$$

$$x = 9.30 \quad V = -540 + 18.8 \times 86.3$$

$$V = -540 + 1620 = 1080 \text{ Kg}$$

Borde (1-2-3-4-5)

$$p_p = 0.4 \times 0.25 \times 2400 = 240 \text{ kg/m}$$

$$R_1 = R_5 = 240 \times \frac{9.3}{2} = 1120 \text{ kg}$$

$$M_{pp} = 1120x - \frac{240}{2}x^2 = 1120x - 120x^2$$

$$x = 0 \quad M = 0$$

$$\begin{aligned} x = 2.50 \quad M &= 1120 \times 2.5 - 120 \times 6.25 \\ &= 2800 - 750 = 2050 \text{ kg-m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 5.00 \quad M &= 1120 \times 5 - 120 \times 25 \\ &= 5600 - 3000 = 2600 \text{ kg-m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 7.50 \quad M &= 1120 \times 7.5 - 120 \times 56.25 \\ &= 8400 - 6750 = 1650 \text{ kg-m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 9.30 \quad M &= 1120 \times 9.3 - 120 \times 86.49 \\ &= 10400 - 10400 = 0 \end{aligned}$$

$$V_{pp} = 1120 - 240x$$

$$x = 0 \quad V = 1120 \text{ kg}$$



$$x = 2.50 \quad V = 1120 - 240 \times 2.5 \\ = 1120 - 600 = 520 \text{ kg}$$

$$x = 5.00 \quad V = 1120 - 240 \times 5 \\ = 1120 - 1200 = -80 \text{ kg}$$

$$x = 7.50 \quad V = 1120 - 240 \times 7.5 \\ = 1120 - 1800 = -680 \text{ kg}$$

$$x = 9.30 \quad V = 1120 - 240 \times 9.3 \\ = 1120 - 2240 = -1120 \text{ kg}$$

Fuerzas resantes

$$x = 9.30 \quad F = 0$$

$$x = 7.50 \quad F = (1760 + 1570) \times 2 = 6660 \text{ kg}$$

$$x = 5.00 \quad F = (5510 + 1850) \times 2 = 14720 \text{ kg}$$

$$x = 2.50 \quad F = (9210 + 1650) \times 2 = 21720 \text{ kg}$$

$$x = 0 \quad F = 14070 \times 2 = 28140 \text{ kg}$$

Borde (1-2-3-4-5)

Momentos

$$x = 0 \quad M = 0$$

$$x = 2.50 \quad M = -2500 + 2050 = -450 \text{ kg-m}$$

$$x = 5.00 \quad M = -3840 + 2600 = -1240 \text{ kg-m}$$

$$x = 7.50 \quad M = -2800 + 1650 = -1150 \text{ kg-m}$$

$$x = 9.30 \quad M = 0$$

Cortantes

$$x = 0 \quad V = -1080 + 1120 = +40 \text{ kg}$$

$$x = 2.50 \quad V = -840 + 520 = -320 \text{ kg}$$

$$x = 5.00 \quad V = -140 - 80 = -220 \text{ kg}$$

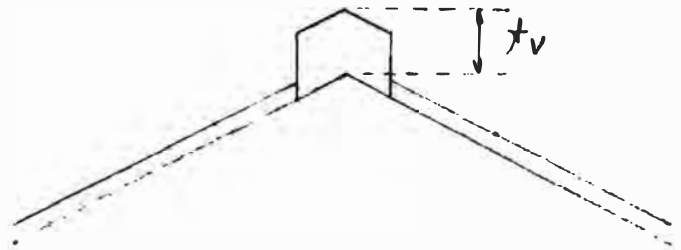
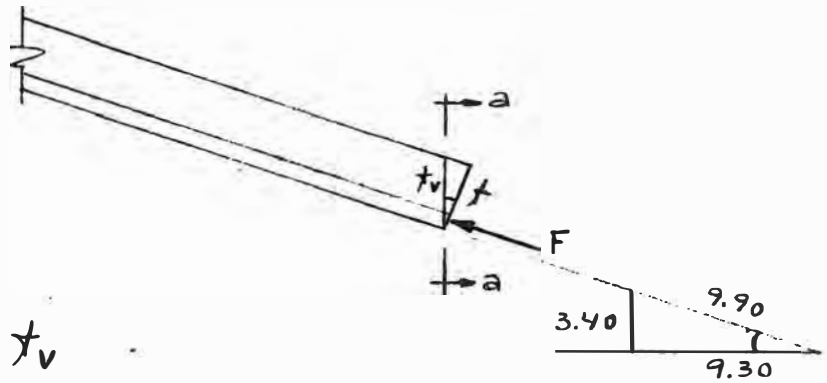
$$x = 7.50 \quad V = +1040 - 680 = +360 \text{ kg}$$

$$x = 9.30 \quad V = +2160 - 1120 = +1040 \text{ kg}$$

Borde (1-2-3-4-5)

$$\frac{t}{t_v} = \frac{9.3}{9.9}$$

$$t = .94 t_v$$



Borde a-a

Diseño del borde (1-2-3-4-5)

Punto 1 ($x=0$)

$$P = 28140 \text{ kg}$$

$$b = 40 \text{ cm} \quad t = 23.5 \text{ cm}$$

$$e' = 11.7 - 2 = 9.7 \text{ cm}$$

$$\frac{P_u}{f_y (d-d')} = \frac{2.2 \times 28140}{2800 \times 15.5} = 1.43$$

$$\frac{P_u}{0.85 b f'_c} = \frac{2.2 \times 28140}{0.85 \times 40 \times 210} = 8.7$$

$$2e' - t = 2 \times 9.7 - 23.5 = 19.4 - 23.5 = -4.1$$

$$A_s = 1.43 (8.7 - 4.1) = 1.43 \times 4.6 = 6.6 \text{ cm}^2$$

$$0.01 \times 40 \times 23.5 = 9.4 \text{ cm}^2$$

Punto 2. ($x = 2.50$)

$$P = 21720 \text{ kg}$$

$$b = 40 \text{ cm} \quad t = 23.5 \text{ cm}$$

$$e' = 9.7 + \frac{45000}{21720} = 9.7 + 2.1 = 11.8 \text{ cm}$$

$$\frac{P_u}{f_y (d - d')} = \frac{2.2 \times 21720}{2800 \times 15.5} = 1.1$$

$$\frac{P_u}{0.85 b f'_c} = \frac{2.2 \times 21720}{0.85 \times 40 \times 210} = 6.7$$

$$2e' - t = 23.6 - 23.5 = 0.1$$

$$A_s = 1.1 \times 6.8 = 7.5 \text{ cm}^2$$

Punto 3 ($x = 5.00$)

$$P = 14720 \text{ kg}$$

$$b = 40$$

$$t = 23.5$$

$$e' = 9.7 + \frac{124000}{14720} = 9.7 + 8.4 = 18.1 \text{ cm}$$

$$\frac{P_u}{f_y (d-d')} = \frac{2.2 \times 14720}{2800 \times 15.5} = .745$$

$$\frac{P_u}{0.85 b f'_c} = \frac{2.2 \times 14720}{0.85 \times 40 \times 210} = 4.53$$

$$2e' - t = 36.2 - 23.5 = 12.7$$

$$A_s = .745 (4.5 + 12.7) = .745 \times 17.2 = 12.8 \text{ cm}^2$$

Puntir 4 ($x = 7.50$)

$$P = 6660 \text{ kg}$$

$$b = 40 \quad t = 23.5$$

$$e' = 9.7 + \frac{115000}{6660} = 9.7 + 17.3 = 27 \text{ cm}$$

$$\frac{P_u}{f_y (d-d')} = \frac{2.2 \times 6660}{2800 \times 15.5} = .338$$

$$\frac{P_u}{0.85 b f'_c} = \frac{2.2 \times 6660}{0.85 \times 40 \times 210} = 2.05$$

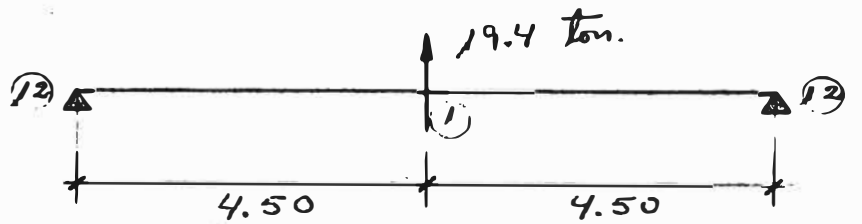
$$2e' - t = 54 - 23.5 = 30.5$$

$$A_s = .338 (2.1 + 30.5) = .338 \times 32.6 = 11 \text{ cm}^2$$

Borde 12-1-12

a) Fuerza vertical (hacia arriba) en punto 1

$$14070 \times \frac{3.4}{9.9} \times 4 = 19400 \text{ kg}$$

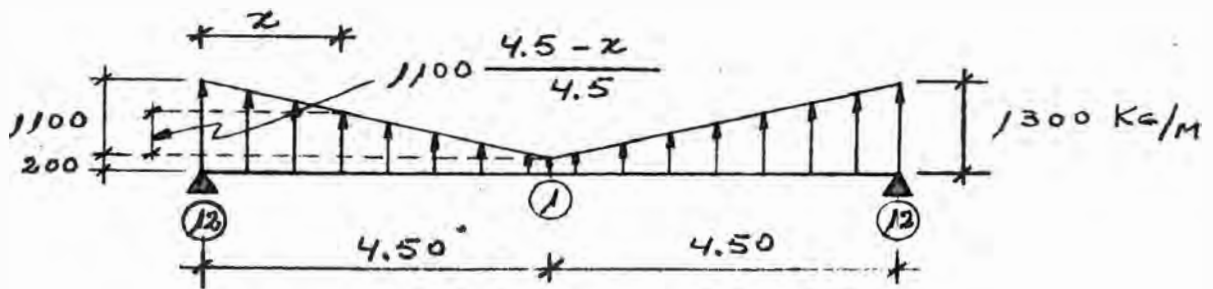


$$R_{1,2} = 9.7 \text{ ton}$$

Momento en punto 1

$$M = 19.4 \times \frac{9}{4} = 43.6 \text{ tm-m}$$

b) Fuerzas verticales (hacia arriba)



$$R_{1,2} = 1100 \times \frac{4.5}{2} + 200 \times 4.5 = 2470 + 900 = 3370 \text{ Kg}$$

Momentos

$$M_x = -3370x + \left(1100 - 1100 \frac{4.5-x}{4.5}\right) \frac{x}{2} \cdot \frac{2}{3}x$$
$$+ 1100 \frac{4.5-x}{4.5} \cdot x \cdot \frac{x}{2} + 200x \cdot \frac{x}{2}$$

$$M_x = -3370x + 1100 \frac{x^2}{3} \left(1 - \frac{4.5-x}{4.5}\right)$$
$$+ 1100 \frac{x^2}{2} \cdot \frac{4.5-x}{4.5} + 100x^2$$

$$x = 0 \quad M = 0$$

$$x = 1.50$$

$$M = -3370 \times 1.5 + \frac{1100}{3} \times \frac{2.25}{3} + 550 \times 2.25 \times \frac{2}{3} + 100 \times 2.25$$

$$M = -5050 + 275 + 825 + 225 = -3725 \text{ kg-m}$$

$$x = 3.00$$

$$M = -3370 \times 3 + \frac{1100 \times 9}{3} \times \frac{2}{3} + 1100 \times \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{3} + 100 \times 9$$

$$M = -10100 + 2200 + 1650 + 900 = -5350 \text{ kg-m}$$

$$x = 4.50$$

$$M = -3370 \times 4.5 + \frac{1100}{3} \times 20.25 + 100 \times 20.25$$

$$M = -15150 + 7420 + 2025 = -5705 \text{ kg-m}$$

Portantes

$$V_x = -3370 + \left(1100 - 1100 \frac{4.5-x}{4.5} \right) \frac{x}{2} \\ + 1100 \frac{4.5-x}{4.5} x + 200x$$

$$x = 0 \quad V = -3370 \text{ kg}$$

$$x = 1.50$$

$$V = -3370 + 1100 \times \frac{1}{3} \cdot \frac{1.5}{2} + 1100 \times \frac{2}{3} \times 1.5 + 200 \times 1.5$$

$$V = -3370 + 275 + 1100 + 300 = -1695 \text{ kg}$$

$$x = 3.00$$

$$V = -3370 + 1100 \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} + 1100 \times \frac{1}{3} \times 3 + 200 \times 3$$

$$V = -3370 + 1100 + 1100 + 600 = -570 \text{ kg}$$

$$x = 4.50$$

$$V = -3370 + 1100 \times \frac{4.5}{2} + 200 \times 4.5$$

$$V = -3370 + 2470 + 900 = 0$$

c) Fuerzas rasantes

$$x = 0 \quad F = 0$$

$$x = 1.50 \quad F = (1120 + 1025) \times 2 = 4290 \text{ kg}$$

$$x = 3.00 \quad F = (1120 + 2050 + 945) \times 2 = 8230 \text{ kg}$$

$$x = 4.50 \quad F = 5950 \times 2 = 11900 \text{ kg}$$

Borde 12-1-12

Punto 1 ($x=0$)

secc. 30×70

a) $pp = .30 \times .70 \times 2500 = 525 \text{ kg/m}$
 $M_{pp} = \frac{525 \times 9^2}{8} = +5300 \text{ kg-m}$

b) Carga concentrada $P = 19.4 \text{ tm}$
 $M = -43600 \text{ kg-m}$

c) Fuerza rasante $F = 11900 \text{ kg}$
 $e = .32 \quad M = -3800 \text{ kg-m}$

d) Fuerzas verticales
 $M = -5700 \text{ kg-m}$

momento total

$$M = +5300 - 43600 - 3800 - 5700 = -47800 \text{ kg-m}$$

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_c = 22.7 \times 3 \times 0.6^2 = 24.5 \text{ tm-m}$$

$$M_2 = 47.8 - 24.5 = 23.3 \text{ tm-m}$$

$$- A_s = \frac{24500}{12 \times 60} + \frac{23300}{14 \times 55}$$

$$- A_s = 34 + 30.3 = 64.3 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = 30.3 \text{ cm}^2$$

Cortante $V = 9.7 \text{ ton}$

$$v = \frac{9700}{30 \times 60} = 5.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$v_c = 4.9$$

$$v' = 1.5 \text{ kg/cm}^2$$

En el diseño anterior no se ha tenido en cuenta el efecto de la fuerza normal en la sección (fuerza rasante) aunque si el momento debido a esta misma fuerza.

En lo que sigue se calcula la misma sección tomando en consideración el momento y la fuerza axial (flexo-compresión), por el método de la resistencia última.

$$a = \frac{P_u + A_s f_y - A'_s f'_y}{0.85 f'_c b}$$

$$P_u = 2.1 \times 11900 = 25000 \text{ kg}$$

Considerando $f_y = f'_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$

y $(A_s - A'_s) = 30.3 \text{ cm}^2$

$$a = \frac{25000 + 2800 \times 30.3}{0.85 \times 280 \times 30}$$

$$a = \frac{25000 + 85000}{7120} = \frac{110}{7.12} = 15.4 \text{ cm}$$

$$M_u = 0.85 f'_c b a \left(\frac{t}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y \left(d - \frac{t}{2} \right) + A'_s f_y \left(\frac{t}{2} - d' \right)$$

$$M_u = 0.85 \times 280 \times 30 \times 15.4 (35 - 7.7) + A_s \times 2800 \frac{(60 - 35)}{100} + A'_s \times 2800 \frac{(35 - 5)}{100}$$

$$M_u = 30 + 0.7 A_s + 0.84 A'_s$$

Considerando $A_s = 55.6 (11 \phi 1")$

y $A'_s = 25.3 (5 \phi 1")$

se tiene

$$M_U = 50 + 39 + 21.2 = 90.2 \text{ ton-m}$$

segundo el momento último en la sección

$$2.1 \times 43.6 = 90.7 \text{ ton-m}$$

Del cálculo anterior se deduce que la fuerza normal (fuerza rasante) no tiene mayor influencia en el cálculo de la armadura por flexión, aunque deberá tomarse en cuenta.

Punto 14 ($x = 3.00$)

$$\Rightarrow M_{pp} = 525 \times 4.5 \times 3 - \frac{525 \times 3^2}{2}$$

$$= 7100 - 2350 = + 4750 \text{ kg-m}$$

b) momento por carga concentrada

$$M = - 9700 \times 3 = - 29100 \text{ kg-m}$$

c) Fuerza rasante $F = 8230 \text{ kg}$

$$e = .32 \quad M = - 2630 \text{ kg-m}$$

d) Fuerzas verticales

$$M = -5350 \text{ kg-m}$$

momento total

$$M = +4750 - 29100 - 2630 - 5350 = -32330$$

$$M = -32.3 \text{ ton-m}$$

Diseñando la sección como viga, es decir sin tener en cuenta la fuerza normal, es posible en este caso hacer una estimación teniendo en cuenta los resultados obtenidos para la sección en el punto 1

$$M_c = 24.5 \text{ ton-m} \quad (f'_c = 280)$$

$$M_2 = 32.3 - 24.5 = 7.8 \text{ ton-m}$$

$$- A_s = \frac{24500}{12 \times 60} + \frac{7800}{14 \times 55} = 34 + 10.2$$

$$- A_s = 44.2 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = 10.2 \text{ cm}^2$$

Constante

$$V = -9.7 - 0.6 + 0.525 \times 4.5$$

$$- 0.525 \times 3 = -9.5 \text{ ton}$$

Punto 13 ($x = 1.50$)

$$\begin{aligned} a) M_{pp} &= 525 \times 4.5 \times 1.5 - 525 \times \frac{1.5^2}{2} \\ &= 3550 - 590 = +2960 \text{ kg-m} \end{aligned}$$

b) Momento por la carga concentrada.

$$M = -9700 \times 1.5 = -14600 \text{ kg-m}$$

3) Momento por la fuerza rasante $F = 4290 \text{ kg}$

$$e = .35 \quad M = -1370 \text{ kg-m}$$

ii) Momento por las cargas verticales

$$M = -3725 \text{ kg-m}$$

momento total

$$M = +2960 - 14600 - 1370 - 3725 = -16730 \text{ kg-m}$$

$$M_c = 24500 \text{ kg-m}$$

$$-A_s = \frac{16730}{12 \times 65} = 21.4 \text{ cm}^2$$

Cortante

$$V = -9.7 - 1.7 + 0.525 \times 4.5 - 0.525 \times 1.5$$

$$V = -9.7 - 1.7 + 1.6 = -9.8 \text{ ton}$$

Punto 12

$$M = 0$$

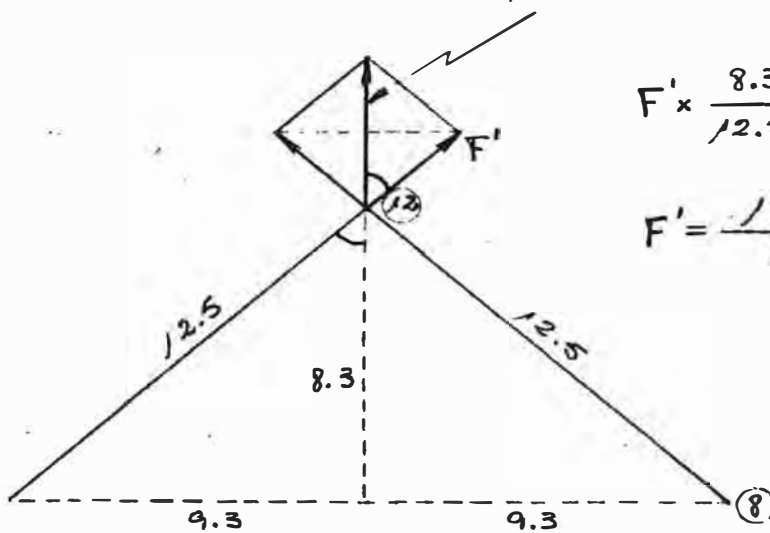
$$V = -9.7 - 3.4 + 0.525 \times 4.5 = -10.7 \text{ ton}$$

$$v = \frac{10700}{30 \times 65} = 5.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$v_c = 4.9 \quad v' = 0.6$$

Reacción de la viga 12-1-12 en el punto 12

$$R_{12} = -10.7 \text{ ton}$$



$$F' \times \frac{8.3}{12.5} = \frac{10.7}{2}$$

$$F' = \frac{10.7 \times 12.5}{2 \times 8.3} = 8 \text{ ton}$$

Borde (12-11-10-9-8)

Fuerzas rasantes

$$12 \quad F = 0 - 8 = -8 \text{ ton}$$

$$11 \quad F = (2500 + 2550) - 8000 = -2950 \text{ kg}$$

$$10 \quad F = (7600 + 2720) - 8000 = +2320 \text{ kg}$$

$$9 \quad F = (13050 + 2960) - 8000 = +8010 \text{ kg}$$

$$8 \quad F = (20500) - 8000 = +12500 \text{ kg}$$

Fuerzas que actúan sobre el estribo

Componente horizontal

$$H = 12.5 \times \frac{9.3}{12.5} = 9.3 \text{ ton}$$

Componente vertical

$$V_i = 12.5 \times \frac{8.3}{12.5} = 8.3 \text{ ton}$$

Punto 12 $A_s = \frac{8000}{1200} = 6.7 \text{ cm}^2$

Punto 11 $A_s = \frac{3000}{1200} = 2.5 \text{ cm}^2$

Punto 9

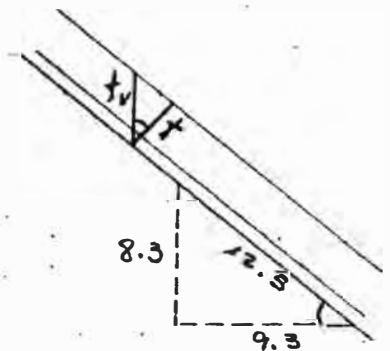
$$P = 8000 \text{ kg}$$

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$x = .74 \times 20 = 14.8 \text{ cm}$$

$$x = x_v \times \frac{9.3}{12.5}$$

$$x = .74 x_v$$



$$e' = 7.4 - 2 = 5.4 \text{ cm}$$

$$\frac{P_u}{f_y (d - d')} = \frac{2.2 \times 8000}{2800 \times 8.8} = .72$$

$$\frac{P_u}{0.85 b f'_c} = \frac{2.2 \times 8000}{0.85 \times 210 \times 20} = 4.95$$

$$2e' - t = 10.8 - 14.8 = -4$$

$$A_s = .72 (4.95 - 4) = 0.68 \text{ cm}^2$$

Punto 8,

$$P = 12500 \text{ kg}$$

$$b = 20 \quad t = 14.8 \quad e' = 5.4$$

$$\frac{P_u}{f_y (d - d')} = \frac{2.2 \times 12500}{2800 \times 8.8} = 1.12$$

$$\frac{P_u}{0.85 b f'_c} = \frac{2.2 \times 12500}{0.85 \times 20 \times 210} = 7.7$$

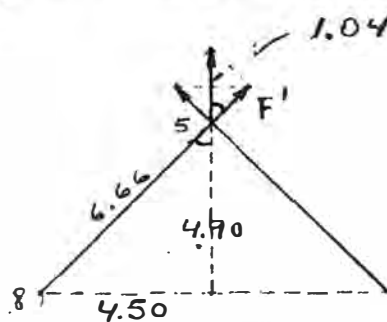
$$2e' - t = 10.8 - 14.8 = -4$$

$$A_s = 1.12 (7.7 - 4) = 4.15 \text{ cm}^2$$

$$0.01 \times 20 \times 14.8 = 2.96 \text{ cm}^2$$

Reacción de la viga 1-5 en el punto 5

$$R_5 = -2160 + 1120 = -1040 \text{ kg}$$



$$F' \times \frac{4.9}{6.66} = \frac{1.04}{2}$$

$$F' = \frac{1.04 \times 6.66}{2 \times 4.9} = 0.71 \text{ ton}$$

Borde (5-6-7-8)

$$5 \quad F = 0 - 0.71 = -0.71 \text{ ton}$$

$$6 \quad F = (1.88 + 1.92) - 0.71 = 3.09 \text{ ton}$$

$$7 \quad F = (5.73 + 2.02) - 0.71 = 7.04 \text{ ton}$$

$$8 \quad F = (11.9) - 0.71 = 11.2 \text{ ton}$$



Fuerzas que actúan sobre el estribo

Componente horizontal

$$H = 11.2 \times \frac{4.5}{6.66} = 7.6 \text{ ton}$$

Componente vertical

$$V_2 = 11.2 \times \frac{4.9}{6.66} = 8.2 \text{ ton}$$

Punto 7

$$P = 7040 \text{ kg}$$

$$b = 20$$

$$x = .675 \times 20 = 13.5$$

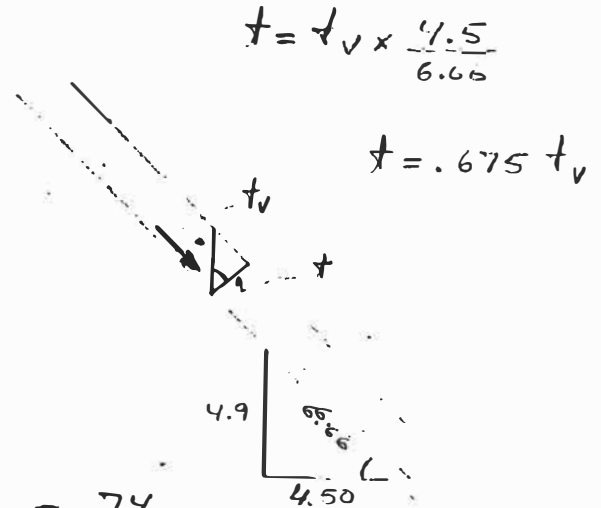
$$e' = 6.7 - 2 = 4.7 \text{ cm}$$

$$\frac{P_u}{f_y (d - d')} = \frac{2.2 \times 7040}{2800 \times 7.5} = .74$$

$$\frac{P_u}{0.85 b f'_c} = \frac{2.2 \times 7040}{0.85 \times 20 \times 210} = 4.35$$

$$2e' - x = 9.4 - 13.5 = -4.1$$

$$A_s = .74 (4.35 - 4.1) = 0.19 \text{ cm}^2$$



$$t = t_v \times \frac{4.5}{6.60}$$

$$t = .675 t_v$$

Punto 8

$$P = 11200 \text{ kg}$$

$$b = 20$$

$$x = 13.5$$

$$e' = 4.7$$

$$\frac{P_u}{f_y (d - d')} = \frac{2.2 \times 11200}{2800 \times 7.5} = 1.17$$

$$\frac{P_u}{0.85 b f'_c} = \frac{2.2 \times 11200}{0.85 \times 20 \times 210} = 6.9$$

$$2e' - f = 9.4 - 13.5 = -4.1$$

$$A_s = 1.17 (6.9 - 4.1) = 3.3 \text{ cm}^2$$

Verificación del equilibrio estático
(cargas verticales)

Fuerza vertical en cada estribo $8.3 + 8.2 = 16.5 \text{ ton}$

En los cuatro estribos $P = 16.5 \times 4 = \underline{\underline{66 \text{ ton}}}$ /

En el cascarón.

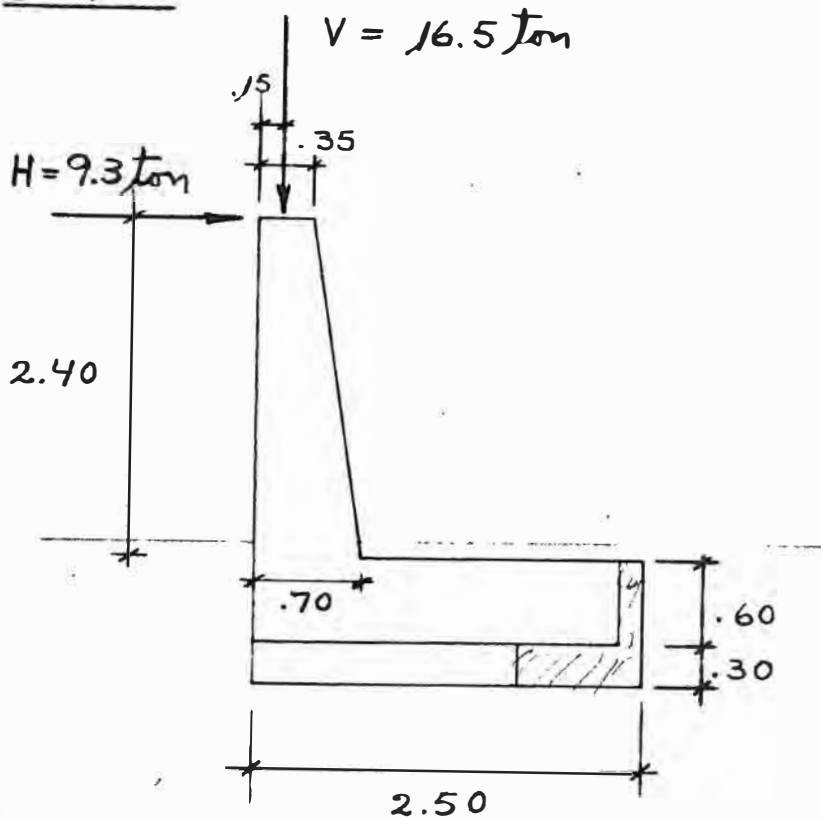
$$P = 1.32 \times 9.3 \times 4.5 \times 0.26 \times 4 = 57.1 \text{ ton}$$

$$\text{pp borde (1-5)} \quad 2.24 \times 2 = 4.48 \text{ ton}$$

$$\text{pp borde (12-1)} \quad 2.35 \times 2 = 4.70 \text{ ton}$$

$$\underline{\underline{66.28 \text{ ton}}} /$$

Estribo



Sección inferior . 35 x . 70 .

$$M = 9.3 \times 2.4 = 22.3 \text{ ton-m}$$

$$pp \text{ col} = 0.5 \times 1.05 \times 2.4 \times 0.35 \times 2.4 = 1.06 \text{ ton.}$$

$$P = 16.5 + 1.1 = 17.6 \text{ ton.}$$

$$e' = \frac{22.3}{17.6} = 1.27$$

$$\frac{P_u}{f_y(d-d')} = \frac{2.2 \times 17600}{2800 \times 60} = . 23$$

$$\frac{P_u}{0.85 b f'_c} = \frac{2.2 \times 17600}{0.85 \times 35 \times 210} = 6.2$$

$$2e' - d = 2 \times 127 - 70 = 254 - 70 = 184$$

$$A_s = .23 (6.2 + 184) = 43.6 \text{ cm}^2$$

pequeña a 1.60 del extremo superior

$$M = 9.3 \times 1.6 = 14.9 \text{ ton-m}$$

$$pp \text{ col} = 0.5 (.35 + .58) \times 1.6 \times 0.35 \times 2.4$$

$$= .465 \times 1.6 \times 0.35 \times 2.4 = 0.62 \text{ ton}$$

$$P = 16.5 + 0.6 = 17.1 \text{ ton}$$

$$b = 35 \quad d = 58$$

$$e' = \frac{14.9}{17.1} = .87$$

$$\frac{P_u}{f_y (d - d')} = \frac{2.2 \times 17100}{2800 \times 48} = .28$$

$$\frac{P_u}{0.85 b f'_c} = \frac{2.2 \times 17100}{0.85 \times 35 \times 210} = 6.0$$

$$2e' - f = 2 \times 87 - 58 = 116$$

$$A_s = .28 (6 + 116) = 34.2 \text{ cm}^2$$

• Sección a 0.80 del extremo superior

$$M = 9.3 \times 0.8 = 7.44 \text{ ton-m}$$

$$\begin{aligned} pp \text{ col} &= 0.5 (.35 + .47) \times 0.8 \times 0.35 \times 2.4 \\ &= .41 \times 0.8 \times 0.35 \times 2.4 = 0.275 \text{ ton} \end{aligned}$$

$$P = 16.5 + 0.28 = 16.78 \text{ ton}$$

$$e' = \frac{7.44}{16.78} = .443 \quad b = 35 \quad t = 46$$

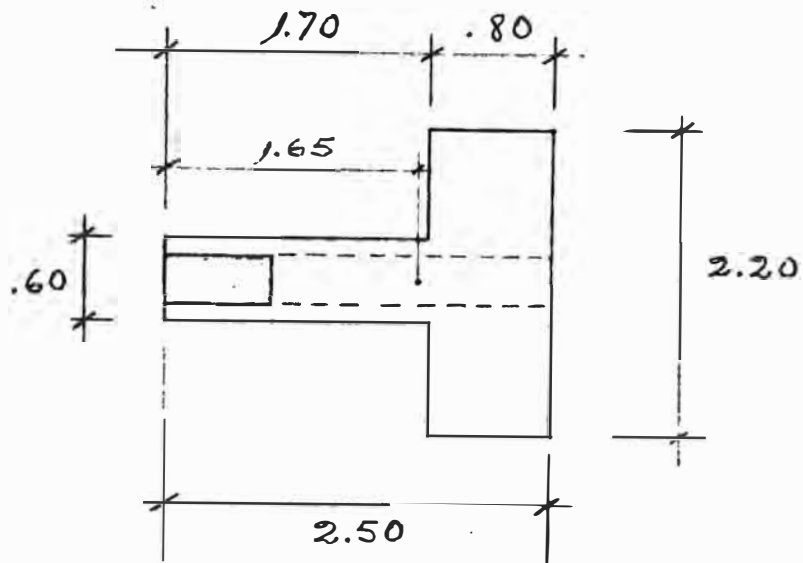
$$\frac{P_u}{f_y (d - d')} = \frac{2.2 \times 16780}{2800 \times 36} = .367$$

$$\frac{P_u}{0.85 b f'_c} = \frac{2.2 \times 16780}{0.85 \times 35 \times 210} = 5.9$$

$$2e' - t = 2 \times 44.3 - 46 = 42.6$$

$$A_s = .367 (5.9 + 42.6) = 17.8 \text{ cm}^2$$

Estrobo



Planta de la zapata

Determinación del centro de gravedad

Area (dm ²)	y	A·y
6 × 17 = 102	8.5	867
8 × 22 = 176	21.0	3700
<u>A = 278 dm²</u>		<u>4567 dm³</u>

$$y_{cg} = \frac{4.57}{2.78} = 1.65 \text{ m}$$

Momento de inercia

$$\frac{6 \times 17^3}{12} + 6 \times 17 \times 8^2 = 2460 + 6510 = 8970 \text{ dm}^4$$

$$\frac{22 \times 8^3}{12} + 8 \times 22 \times 4.5^2 = 940 + 3560 = 4500 \text{ dm}^4$$

$$I_{cg} = 13470 \text{ dm}^4$$

Momento respecto al eje de la zapata

$$M = 9.3 \times 3.3 - 16.5 \times 1.5 - 0.71 \times 1.45 - 0.35 \times 1.07$$

$$M = 30.7 - 24.8 - 1.05 - 0.38 = 4.5 \text{ ton-m}$$

$$e = \frac{4500.00}{17600} = 25.6 \text{ cm}$$

Presiones en el terreno

$$\sigma_1 = \frac{17600}{27800} + \frac{17600 \times 25.6 \times 85}{134700000} =$$

$$\sigma_1 = 0.632 + 0.285 = +0.92 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = 0.632 - \frac{0.285 \times 165}{85} =$$

$$\sigma_2 = 0.632 - 0.552 = +0.08 \text{ kg/cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{pp zapata} &= (2.78 \times 0.3 + 0.35 \times 0.6 \times 2.5) \times 2.4 = \\ &= 2 + 1.26 = 3.26 \text{ ton} \end{aligned}$$

$$\sigma_{pp} = \frac{3260}{27800} = 0.118 \text{ v } 0.12 \text{ kg/cm}^2$$

Verificación del volteo

$$M_v = 9.3 \times 3.3 = 30.7 \text{ ton-m}$$

$$M_E = 16.2 \times 2.35 + 0.71 \times 2.53 + 0.35 \times 1.72 \\ + 3.24 \times 0.85$$

$$M_E = 38.8 + 1.66 + 0.67 + 2.78 = 43.9 \text{ ton-m}$$

$$F.S. = \frac{43.9}{30.7} = 1.43$$

∅ deslizamiento

Cargas verticales $17.6 + 3.3 = 20.9 \text{ ton}$

fuerza de rozamiento $0.5 \times 20.9 = 10.4 \text{ ton}$

Empuje pasivo $E_p = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_p (45^\circ + \phi/2)$

$\phi = 30^\circ$

$\text{tg}(45^\circ + 15^\circ) = \text{tg} 60^\circ = \text{ctg} 30^\circ = \frac{1}{\text{tg} 30^\circ} = \sqrt{3}$

$E_p = \frac{1}{2} \times 1600 \times 3 h^2 = 2400 h^2$

$h = 0.90$

$E_p = 2400 \times 0.81 = 1940 \text{ kg/m}$

Empuje pasivo total $= 1940 \times 2.2 = 4270 \text{ kg}$

$F.S. = \frac{10.4 + 4.27}{9.3} = \frac{14.67}{9.3} = 1.58$

Diseño de la zapata

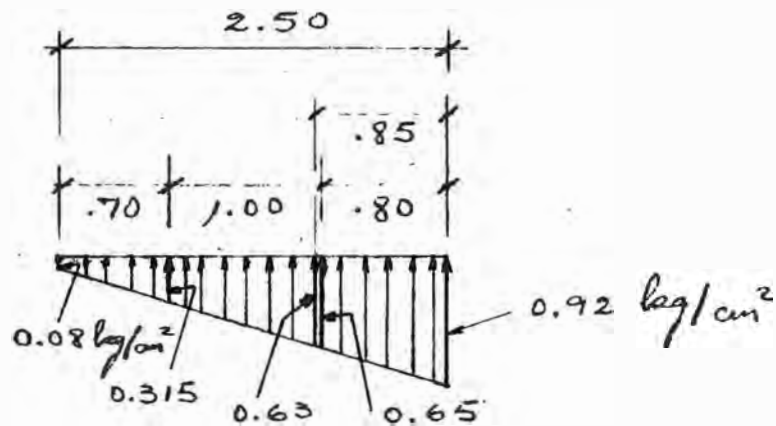


Diagrama de presiones en el terreno

Verificación del equilibrio estático

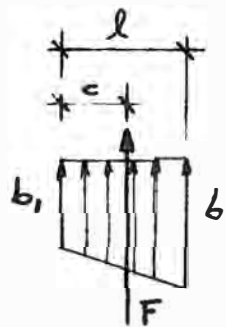
$$F_1 = \frac{0.92 + 0.65}{2} \times 80 \times 220$$

$$F_1 = 0.785 \times 80 \times 0.22 =$$

$$F_1 = 13.8 \text{ ton}$$

$$c_1 = \frac{0.8}{3} \cdot \frac{2 \times 0.92 + 0.65}{0.92 + 0.65} = \frac{0.8}{3} \cdot \frac{1.84 + 0.65}{1.57}$$

$$c_1 = \frac{0.8}{3} \cdot \frac{2.49}{1.57} = 0.422$$



$$c = \frac{l}{3} \cdot \frac{(2b + b_1)}{(b + b_1)}$$

$$F_2 = \frac{0.65 + 0.315}{2} \times 60 \times 100$$

$$F_2 = 0.482 \times 60 \times 0.1 = 2.9 \text{ ton}$$

$$c_2 = \frac{1.00}{3} \cdot \frac{2 \times 0.65 + 0.315}{0.65 + 0.315} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1.30 + 0.315}{0.965}$$

$$c_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1.615}{0.965} = 0.56$$

$$F_3 = \frac{0.315 + 0.08}{2} \times 60 \times 70$$

$$F_3 = 0.198 \times 4.200 = 0.83 \text{ ton}$$

$$c_3 = \frac{0.7}{3} \cdot \frac{2 \times 0.315 + 0.08}{0.315 + 0.08} = \frac{0.7}{3} \cdot \frac{0.63 + 0.08}{0.395}$$

$$c_3 = \frac{0.7}{3} \cdot \frac{0.71}{0.395} = 0.42$$

$$\Sigma F = F_1 + F_2 + F_3 = 13.8 + 2.9 + 0.83 = 17.53 \text{ ton} \\ \approx 17.6 \text{ ton}$$

$$M = 13.8 \times (1.70 + 0.422) + 2.9 \times 1.26 + 0.83 \times 0.42$$

$$M = 29.3 + 3.65 + 0.35 = 33.3$$

$$e = \frac{33.3}{17.53} = 1.90$$

$$e_{cg} = 1.90 - 1.65 = 0.25$$

$$M_{cg} = 17.53 \times 0.25 = 4.39 \text{ ton-m} \approx 4.5$$

Diseño de la viga de cimentación

momento en la cara de la columna

$$M = 13.8 \times 1.42 + 2.9 \times 0.56 \\ = 19.6 + 1.62 = 21.22 \text{ ton-m}$$

viga secc. $.35 \times .90$ $f'_c = 210$

$$M_c = 15.6 \times 3.5 \times 0.825^2 = 37.1 \text{ ton-m}$$

$$A_s = \frac{21220}{12.2 \times 82.5} = 21 \text{ cm}^2$$

$$V = 13.8 + 2.9 = 16.7 \text{ ton}$$

$$v = \frac{16700}{35 \times 82.5} = 5.8$$

$$v_c = 4.2$$

$$v' = 1.6$$

$\square \phi 3/8$ $S = \frac{1990}{35 \times 1.6} = 35 \text{ cm}$

$$e_o = \frac{16700}{18 \times 0.87 \times 82.5} = 12.8 \text{ cm}$$

secc. a 0.80 del extremo

$$M = 13.8 \times 0.42 = 5.8 \text{ ton-m}$$

$$A_s = \frac{5800}{12.2 \times 82.5} = 5.8 \text{ cm}^2$$

Definición de la losa $h = .30$

$$V_1 = 9000 \times 0.925 = 8300 \text{ kg}$$

$$M_1 = 8300 \times 0.462 = 3840 \text{ kg-m}$$

$$M_c = 15.6 \times 10 \times 0.235^2 = 8.6 \text{ ton-m}$$

$$A_s = \frac{3840}{12.2 \times 23.5} = 13.4 \text{ cm}^2$$

$$\phi 5/8 \quad s = \frac{198}{13.4} = 14.8 \text{ cm}$$

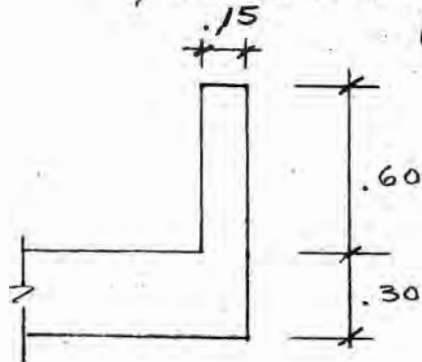
$$v = \frac{8300}{100 \times 23.5} = 3.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$z_0 = \frac{8300}{29 \times 0.87 \times 23.5} = 14 \text{ cm}$$

$$A_{s \text{ MIN}} = 0.002 \times 100 \times 23.5 = 4.7 \text{ cm}^2$$

$\phi 1/2 \text{ c. 27}$

Diseño de la pantalla para empuje pasivo



$$E_p = \frac{4800 h \cdot h}{2}$$

$$p = 4800 h$$

$$E = 2400 \times 0.6^2 = 865 \text{ kg}$$

$$M = 865 \times 0.2 = 173 \text{ kg-m}$$

$$M_c = 15.6 \times 100 \times 7.5^2 = 880 \text{ kg-m}$$

$$A_s = \frac{173}{12.2 \times 7.5} = 1.9 \text{ cm}^2$$

$$\phi^{3/8} \quad s = \frac{71}{1.9} = .37$$

$$v = \frac{865}{100 \times 7.5} = 1.15 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Sigma_o = \frac{865}{35 \times 0.87 \times 7.5} = 3.8 \text{ cm}$$

Diseño del tirante para resistir el empuje horizontal $H = 7.6 \text{ ton}$.

$$A_s = \frac{7600}{1000} = 7.6 \text{ cm}^2$$

Cheques de cortante en el estribo.

1) Sección superior

sin considerar el efecto de la inclinación de una de las caras del estribo, ni el efecto de la carga axial.

$$v = \frac{9300}{35 \times 35} = 7.6 \text{ kg/cm}^2$$

$$v_c = 0.29 \sqrt{f'_c} = 4.2 \text{ "}$$

$$v' = 3.4 \text{ "}$$

$$\square \phi 3/8 \quad s = \frac{1990}{35 \times 3.4} = 16.7 \text{ cm}$$

2) sección a 0.80 de la parte superior.

$$v = \frac{9300}{35 \times 46} = 5.8$$

$$v_c = 4.2$$

$$v' = 1.6$$

$$\square \phi 3/8 \quad s = \frac{1990}{35 \times 1.6} = 35 \text{ cm}$$

3) sección a 1.60 de la parte superior

$$v = \frac{9300}{35 \times 58} = 4.6.$$

Armadura del cascarón

Siendo los esfuerzos en el cascarón de pequeña magnitud la armadura será mínima.