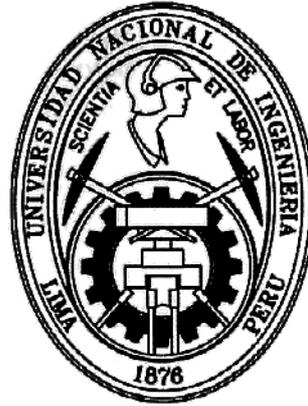


UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ciencias

Escuela Profesional de Física



Tesis para optar el Título Profesional de:

Licenciado en Física

Titulada:

**Asimetrías Forward-Backward, Left-Right, para el proceso de
dispersión Electrón Positrón en Muón Antimuón en el
Modelo Electrodébil Izquierdo - Derecho**

$SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$

Presentado por:

Henry José Díaz Chávez

Asesor

Dr. Orlando Pereyra Ravinez

LIMA - PERÚ

2012

Resumen

El modelo Estándar (M.E.) de la física de partículas es una teoría de gauge basada en el grupo de simetría local $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que describe las interacciones fuertes, débiles y electromagnéticas mediante el intercambio de partículas mediadoras de la fuerza. A pesar de su éxito a nivel experimental (energías menores que 1 TeV) y teórico, no es una teoría completa, motivo por el cual, se proponen modelos alternativos que van más allá que la del M.E., con el fin de dar una explicación consistente a ciertos procesos o interrogantes no explicadas por el M.E., y asimismo, estar a la par con las altas energías alcanzadas por los grandes aceleradores actuales, tales como el LHC (Large Hadron Collider) que se encuentra operando a y cuyo objetivo es llegar a una energía de 14 TeV en el referencial del centro de momentos (C.M.), y el ILC (International Linear Collider) que será construido en el 2020 y complementará el trabajo realizado por el LHC.

La búsqueda de una nueva física, como se le llama a las diversas extensiones del M.E. y el hecho de que se este consiguiendo incrementar la energía en los nuevos acelerados actuales (LHC) nos motiva ha extender el grupo de simetría Electrodébil de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ a $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$, teniendo como consecuencia el incremento del contenido de partículas. Este modelo llamado Modelo Electrodébil Izquierdo-Derecho (MEID) es una de las extensiones llamadas mínimas del M.E., donde tanto los campos izquierdos como los derechos se agrupan en familias de dobletes, y la consecuencia es que el neutrino (en sus diferentes sabores) adquiere masa al final del rompimiento de la simetría. El objetivo del presente trabajo de tesis es desarrollar el sector Electrodébil y posteriormente calcular las asimetrías Forward-Backward y Left-Right, en función de la energía total del C.M. para el proceso de dispersión $e^+ y e^- \rightarrow u^+ + u^-$, con el fin de detectar la presencia nuevas partículas llamadas Exóticas, tales como el Bosón vectorial masivo Z' predicho por este modelo.

Abstract

The Standard Model (SM) of Particle Physics is a gauge theory based on the $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ group, it describes the strong, weak and electromagnetic interactions making use of interchanging of mediated particles. In spite of the fact that SM has a great success at both experimental (Energies below 1 TeV) and theoretical level, it isn't a complete theory. By this reason, physicists propose alternative models going beyond the SM, in order to giving a solid reason about some proceses that SM can not explain. Moreover, trying to walk next to the great modern colliders, like LHC (Large Hadron Collider), working nowadays at CERN, with the goal of reaching 14 TeV of energy according of mass center (C.M.), and the ILC (International Linear Collider) which will be built about 2020 and help the work of LHC.

The search of new Physics, like a varios SM extentions, it encourages us to increase the symmetry group dimension $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ a $SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, having as a consequence, the number of particles of the new symmetry group is increased. This kind of model, called Left Right SM, is considered a minimal extention of SM, and according to the hierarchy of spontaneous symmetry breaking, we get the SM group symmetry. The goal of this work is to develop the Electroweak sector and then to calculate Backward and Forward, and Left right asymmetries as a function of CM energy for the scattering process $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$, in order to discover the new particles appearance called Exotic particles, like Exotic Boson Z' predicted by this model.

Índice general

1. Modelo Estandar Electro débil $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$	10
1.1. Organización de las partículas del ME Electro débil	11
1.2. Principio de Gauge	12
1.3. Ruptura Espontánea de la Simetría	12
1.4. Lagrangeano del ME	13
1.5. Sector Escalar y la Generación de masa de los bosones de gauge	17
1.5.1. Masa de los leptones:	18
1.6. Predicciones del ME:	18
1.7. Comentarios Finales del ME	19
2. Modelo Estandar Electro débil $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$	21
2.1. Clasificación de las partículas	22
2.1.1. Sector Leptónico	22
2.1.2. Sector Escalar	23
2.1.3. Sector de Yukawa	25
2.2. Generación de masa de las partículas:	25
2.2.1. Matriz de masa para los bosones cargados	26
2.2.2. Matriz de masa para los bosones neutros	27
2.2.3. Masa de los Leptones (Sector de Yukawa)	29
3. Cálculo de Asimetrías Forward Backward y Left-Right en el Modelo Izquierdo - Derecho $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$	33
3.1. Asimetría Forward - Backward para el proceso de dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$	33
3.1.1. Cálculo de la amplitud de probabilidad total	34
3.1.2. Cinemática del proceso en el referencial del C.M.	38
3.1.3. Sección Eficaz diferencial:	41
3.1.4. Cálculo de la Asimetría Forward - Backward:	41
3.2. Asimetría Left - Right en el proceso de dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$	43
3.2.1. Cálculo de la amplitud de probabilidad total para el cálculo de la asimetría Left-Right	44
3.2.2. Cálculo de las trazas en función de los cuádrimomentos de las partículas involucradas	47

3.2.3. Términos de la Amplitud de probabilidad	48
3.2.4. Amplitud de probabilidad total:	50
3.2.5. Sección Eficaz diferencial de dispersión para el proceso $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$:	51
3.2.6. Sección Eficaz total de dispersión para el caso de un electrón izquierdo (e_L) y un electrón derecho (e_R):	52
3.2.7. Cálculo de la Asimetría Left-Right en el proceso de dispersión $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$	53
4. Fenomenología y Resultados	54
4.1. Asimetría Forward-Backward en el Modelo Izquierdo-Derecho $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$	55
4.2. Asimetría Left-Right en el Modelo Izquierdo-Derecho $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$	56
5. Comentarios y conclusiones	58
A. Densidad Lagrangeana del Sector Leptónico en el Modelo Electro débil $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$	61
B. Cálculo de los términos de la Amplitud de probabilidad total	65
B.1. Amplitud de probabilidad total para el caso de la Asimetría Forward-Backward	65
C. Fórmulas, Notación y Conversión de unidades	74
C.1. Unidades Naturales	74
C.2. Propiedades de las Matrices Gamma:	74
C.3. Propiedades de trazas que involucran a las Matrices Gamma	75
C.4. Matrices de Pauli $\sigma_i (i = 1, 2, 3)$	75

Introducción

El M.E. es, en la historia, la más sofisticada teoría matemática sobre la naturaleza. A pesar de la palabra “*modelo*” en su nombre, el M.E. es una teoría comprensiva, que identifica a las partículas fundamentales y especifica cómo interactúan. Todo lo que pasa en nuestro mundo (excepto los efectos de la gravedad) es resultado de las partículas del M.E. interactuando de acuerdo a sus reglas y ecuaciones.

Su éxito se basa en las llamadas teorías de gauge locales que dan una explicación consistente a los procesos de interacción entre las partículas de materia (leptones y quarks). En otras palabras, al imponer a la teoría (inicialmente, invariante global) una transformación de gauge local, nos obliga a introducir nuevos campos con el fin de restaurar la invariancia local y que la teoría siga siendo *Renormalizable*. Estos campos son llamados bosones de gauge y son las partículas mediadores (partículas de spin entero) de la **interacción fuerte** y la **interacción Electrodébil**. Como consecuencia de ésta transformación, se generan las interacciones de estos bosones con la materia (partículas de spin semientero), a través de la derivada covariante, así como las interacciones entre éstos mismos bosones (sólo cuando el grupo de gauge es no abeliano). Adicionalmente, la combinación de la invariancia de gauge con el fenómeno del rompimiento espontáneo de la simetría nos dirige naturalmente al **Mecanismo de Higgs**, que es el mecanismo generador de masa tanto para los bosones vectoriales débiles como para los fermiones, dejando al fotón sin masa.

A pesar del éxito del M.E. en describir la mayoría de la fenomenología, a energías compatibles con los aceleradores actuales, posee algunos problemas cuya solución podría implicar una física que va mas allá del M.E., entre las interrogantes se puede mencionar: al contenido de partículas, sector escalar, el fenómeno del rompimiento espontáneo de la simetría, oscilación de neutrinos, el entendimiento del origen de violación de paridad (V.P.) en procesos de interacción débil; esto es, mientras que las otras fuerzas conservan Paridad, la débil, no, entre otros. Un segundo punto, de una naturaleza fenomenológica pero aun urgente, es el hecho del origen de neutrinos masivos, para los cuales ahora hay evidencia convincente debido a la oscilación de neutrinos [1][2]. El que los neutrinos puedan tener masa sugiere que el M.E. (en el cual los neutrinos aparecen como partículas sin masa) debe ser extendido de alguna manera mínima. La extensión más sencilla es la introducción de tres neutrinos de helicidad derecha, uno para cada sabor (electrón, muón y tau). Dentro del marco de las teorías de gauge,

esta idea fue concebida entre los años 1973 – 1975 bajo una simetría local electrodébil izquierda-derecha del tipo $SU(2)_R \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ [3], con el fin de comprender el origen de la V.P. de una manera elegante a través de un rompimiento espontáneo de simetría. Hoy en día, la aplicación de tal modelo no sólo pretende explicar el fenómeno de neutrinos masivos, sino que a la vez permite inducir teóricamente la aparición de nuevos bosones intermediarios masivos, tal como el bosón llamado exótico Z' , los que podrían ser descubiertos en el LHC (actualmente operando) o tal vez en el ILC[4].

La mayoría de los modelos extendidos predicen la existencia de éstas nuevas partículas exóticas Z' , cuyo valor de masa es del orden de 1 TeV[5][6],[7], así como ciertas propiedades que poseen según su acople Vector-Vector o Vector-Axial con los fermiones que se traduce como la medida de cierta asimetría del sistema. Una manera de obtener información acerca de las propiedades que esconden dichos bosones exóticos, es a través de algún proceso de dispersión adecuado. En éste trabajo de Tesis se ha elegido el mismo proceso de dispersión trabajado en las referencias [5][8], en la que se hace colisionar electrón y positrón y cuyo estado final es el par de leptones $\mu^- - \mu^+$, por tratarse de un proceso limpio a nivel de árbol y con ausencia de hadrones (partículas compuestas), además, ofrece sencillez en el análisis, lo que lo hacen un candidato perfecto para estudios de precisión de la teoría electrodébil. Utilizando la técnica de los diagramas de Feynman (correspondientes al modelo left-right) y la regla de oro de Fermi, se puede calcular analíticamente, la sección eficaz total (S.E.) del proceso con el objetivo de: (a) anticipar teóricamente la probabilidad de interacción entre las partículas incidentes permitiendo así, una mejor perspectiva de la experiencia real, (b) reconocer de manera indirecta la presencia de nuevos bosones a través del comportamiento resonante que dichos bosones suelen presentar[5][6], y (c) estudiar algunas de las características que poseen las corrientes neutras debido a su acople Vector-Vector o Vector-Axial con las partículas de materia a través de los cálculos de asimetrías (Forward-Backward y Left-Right),

En lo que respecta a la constante de Plank (\hbar) y la velocidad de la luz (c), se trabajará en unidades naturales: $\hbar = c = 1$. Además, índices repetidos significa suma a menos que se diga lo contrario y la métrica usada es $g_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)$.

En el capítulo 1, se discutirá de una forma breve el marco teórico del M.E. (sector electrodébil), mostrando sus principales logros y restricciones dentro del contexto de la Física de partículas. Específicamente, viendo el contenido de partículas, la forma en que éstas se agrupan en familias o multipletes, el proceso de generación de masa a través del Mecanismo de Higgs, con el fin de mantener invariante de gauge local a la densidad lagrangeana de la teoría.

En el capítulo 2, se introduce de una manera formal el sector electrodébil del modelo estándar con simetría local izquierda-derecha $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_Y$. Describiendo las características mas importantes de los diferentes sectores del modelo, entre ellos:

Leptónico, Higgs y de Yukawa y a la vez, obtener las reglas de Feynman involucradas en el proceso de dispersión $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$. La novedad para el sector leptónico se manifiesta al incluir neutrinos derechos, cuyos correspondientes campos $\psi_{\nu_l}^R$, junto con los ψ_l^R (con $l = e, \mu, \tau$), son agrupados en forma de dobletes bajo el grupo de simetría $SU(2)_R$. Por otro lado, en el sector escalar se verá que para darle masa a todas las partículas del modelo (exceptuando al fotón), es necesario introducir un bidoblete (Φ) y dos tripletes (Δ_L y Δ_R) escalares de Higgs[9] cumpliendo la siguiente jerarquía en el rompimiento de simetría $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$ (grupo de simetría de la Electrodinámica Cuántica), donde a través de sus respectivos valores de expectación del vacío (*vev's*) que adquieren los campos escalares neutros se logra dar masa a todas partículas predichas por el modelo, entre ellas, a los nuevos bosones vectoriales W_R^\pm y Z' . De ésta manera, el modelo electrodébil izquierdo-derecho llega a contener 7 bosones intermediarios en total: cuatro bosones cargados W_L^\pm y W_R^\pm y tres bosones neutros A_μ , Z y Z' donde A_μ (fotón) y Z coinciden con los correspondientes campos predichos por el M.E. (a energías compatibles con éste).

En el capítulo 3, se efectúa el cálculo de las asimetrías: (a) *Forward-Backward*, para el proceso de dispersión $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ en el referencial del centro de momentos (C.M.), valiéndonos de la regla de Feynman, obtenidas en el capítulo anterior, y de la regla de Oro de Fermi para el cálculo de la secciones eficaces totales (adelante, $\theta : 0 \rightarrow \pi/2$ y atrás, $\theta : \pi/2 \rightarrow \pi$). (b) *Left-Right*, para el mismo proceso de dispersión (referencial del C.M.), considerando ahora que el electrón está polarizado (helicidad izquierda o derecha). Este proceso de dispersión (para ambas asimetrías) puede darse a través del intercambio de un fotón, las partículas vectoriales débiles Z y Z' e incluso mediante los correspondientes Higgs de Φ y Δ_{LR} . Sin embargo, los resultados muestran que dichos Higgs no contribuyen significativamente en el cálculo de la sección eficaz ([5]), y en consecuencia no influyen en el resultado final de las asimetrías, por lo que su contribución se desprecia.

Para el capítulo 4, se efectúa un análisis fenomenológico de las curvas correspondientes a las asimetrías *Forward-Backward* y *Left-Right* versus la energía total (según el C.M.), para valores de energías alrededor de la masa del bosón exótico Z' (ordenes de TeV[7]). Comparando y contrastando éstos resultados con los obtenidos para el caso del M.E. y de otros modelos simétricos izquierdo-derecho [6][?]. Esto complementará nuestros resultados teóricos, y servirán más adelante cuando sean comparados con los que se obtengan en el colisionador lineal ILC (International linear Collider), que se construirá en el CERN por el año 2020 aproximadamente.

Para el capítulo 5, se presentan los comentarios y conclusiones finales de acuerdo a los resultados obtenidos en los capítulos previos. Finalmente, se adjuntan algunos apéndices con el fin de detallar ciertos cálculos que nos ayudaron a alcanzar el objetivo del presente trabajo.

Capítulo 1

Modelo Estándar Electrodébil

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y$$

La búsqueda del conocimiento de los constituyentes fundamentales de la materia y de las interacciones que rigen su dinámica ha impulsado el desarrollo de la física de altas energías, y con ello ha generado modelos que explican las observaciones experimentales. Particularmente, el modelo que ha tenido mayor éxito hasta estos días, es el Modelo Estándar (ME) de las partículas elementales [11], que consiste en una teoría que describe las interacciones electrodébiles y fuertes (este modelo no incluye la interacción gravitacional). El ME no sólo describe extremadamente bien los resultados experimentales; también ocurre que algunas de sus predicciones, como la existencia de los bosones mediadores de las interacciones débiles y la relación entre sus masas, fueron ya corroboradas incluso con precisión de varias cifras significativas (ver 1.12).

El ME como una teoría de partículas elementales, incorpora la Relatividad Especial y la Mecánica Cuántica, por lo tanto, se basa en una *Teoría Cuántica de Campos*. El grupo de simetría es el $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, y como toda teoría de gauge, las interacciones se realizan mediante el intercambio de las correspondientes partículas de espín uno y cero (bosones de gauge), que son introducidos como consecuencia de hacer invariante de gauge local a la densidad lagrangiana de la teoría, esto se logra a través de la derivada covariante. De acuerdo con las propiedades del grupo de simetría, existen cuatro bosones intermediarios: tres correspondientes al grupo $SU(2)$ y uno del grupo $U(1)$, que debido a la invariancia de gauge local de la teoría, todas las partículas involucradas deben ser no masivas. Sin embargo, debido al corto alcance de la fuerza nuclear débil los bosones portadores de esta fuerza deben ser masivos. Introducir a mano las masas de estos bosones, hace la teoría no Renormalizable, es por ello, que para generar masa a estos bosones débiles y a todas la partículas del modelo (manteniendo al fotón no masivo), se introduce el Sector Escalar, que mediante el Mecanismo de Higgs [13], todas las partículas excepto el fotón y los neutrinos adquieren masa. A través de este Mecanismo de generación de masa, la Teoría sigue siendo invariante de gauge local, es decir, renormalizable y que fue demostrado por Gerardus't Hooft en 1971[14], recibiendo el Premio Nobel varios años después.

En éste modelo el neutrino es considerado no masivo, aún después de la quiebra, es decir, éste siempre viajará a la velocidad de la luz, y no existirá ningún sistema de referencia inercial que supere ésta rapidez. Por ello, experimentalmente se conoce que el neutrino es izquierdo (Helicidad Izquierda) y el antineutrino es derecho (Helicidad Derecha). Además, en el desarrollo del presente capítulo (y los que vienen) no se considerará la contribución de los Quarks en la interacción electrodébil, sólo tendremos en cuenta la parte leptónica.

1.1. Organización de las partículas del ME Electro-débil

A partir de ahora nos referiremos al ME Electrodébil simplemente como el ME. Los campos leptónicos en el ME se agrupan en multipletes (representaciones irreducibles, según su Helicidad) bajo las transformaciones de grupo, donde los campos pertenecientes a una familia tienen características similares (inicialmente no masivos). Los leptones de helicidad izquierda se agrupan en dobletes del grupo $SU(2)_L$:

$$L_l \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \begin{pmatrix} \psi_{\nu_l} \\ \psi_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_{\nu_l}^L \\ \psi_l^L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \sim (1/2, -1) \quad (1.1)$$

y los campos leptónicos derechos en singletes del grupo $SU(2)_L$:

$$\psi_l^R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \psi_l = e_R, \mu_R, \tau_R \sim (0, -2) \quad (1.2)$$

siendo $l = e, \mu, \tau$. Además, se introduce el conjunto de números cuánticos (T_3, Y) , donde T_3 representa la tercera componente de isospín débil e Y es el número cuántico de Hipercarga.

Aquí los campos izquierdos (L) y derechos (R) están dados en términos del operador quiralidad γ_5 mediante:

$$\psi_L = P_L \psi, \quad \psi_R = P_R \psi, \quad (1.3)$$

donde se ha introducido los proyectores de quiralidad (quiralidad es igual a helicidad para partículas no masivas) izquierda y derecha respectivamente como:

$$P_L = (1 - \gamma_5)/2, \quad P_R = (1 + \gamma_5)/2,$$

y ψ puede ser cualquiera de los campos leptónicos introducidos previamente.

Las partículas organizadas de esta forma son autoestados del operador T_3 de isospin

y del operador Y de Hiper carga, los cuales son generadores diagonales de los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente. Estos operadores determinan dos números cuánticos Y y T_3 , que están relacionados con la carga eléctrica Q dentro del multiplete mediante la relación de Gell Mann-Nishijima

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \quad (1.4)$$

Los números cuánticos leptónico están dados en la siguiente tabla:

Partícula	Q	T_3	Y
$(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)_L$	0	1/2	-1
$(e, \mu, \tau)_L$	-1	-1/2	-1
$(e, \mu, \tau)_R$	-1	0	-2

Tabla 1.1: *Isospin débil (T_3), hipercarga (Y), carga eléctrica para leptones (Q).*

1.2. Principio de Gauge

Para interpretar el principio de gauge consideremos un sistema físico de partículas ψ cuya dinámica sea descrita mediante un Lagrangeano \mathcal{L} (en realidad es una densidad lagrangeana, pero por simplicidad lo llamaremos lagrangeano) el cual es invariante bajo una transformación global U . Si imponemos que esta transformación se torne local $U(x)$, estaremos transformando las partículas y generando simultáneamente una teoría de interacciones. De éste modo, para el ME, tendremos que debe ser posible generar los términos de interacción (con todas las propiedades de simetría correctas) al hacer una transformación de gauge local sobre los campos en el Lagrangiano de la teoría.

El procedimiento para hacer una teoría invariante bajo transformaciones locales es el siguiente: mediante una derivada covariante se introducen nuevos campos bosónicos, llamados campos de gauge, que interactúan con el campo ψ de modo que el Lagrangiano sea invariante de gauge local. El número de campos gauge y las características particulares de las interacciones de gauge dependen del grupo de simetría, siendo el número de bosones de gauge igual al número de generadores del grupo de transformación.

1.3. Ruptura Espontánea de la Simetría

Una definición simple del fenómeno de la ruptura espontánea de la simetría es: Un sistema físico tiene una simetría espontáneamente rota si las interacciones que gobiernan la dinámica del sistema poseen tal simetría y el estado base (vacío) del mismo no. La ruptura espontánea de la simetría tiene repercusiones sobre la dinámica del sistema. Una de estas implicaciones está descrita por el teorema de Goldstone[15]:

Si una teoría tiene una simetría global del Lagrangiano que a su vez no es simetría del vacío entonces debe existir un bosón escalar sin masa, asociado a cada generador que no aniquile el vacío, y que tiene sus mismos números cuánticos. Estos modos se denotan como bosones de Nambu-Goldstone o simplemente bosones de Goldstone.

Estamos por tanto en capacidad de utilizar estos elementos básicos para construir el Lagrangeano del ME, donde la simetría de gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, es espontáneamente rota al grupo natural $U(1)_Q$.

1.4. Lagrangeano del ME

Recordar que sólo estamos interesados en el sector leptónico y no en el sector de Quarks, por lo que en el lagrangeano del ME se omitirá la contribución de los Quarks.

Para construir el lagrangeano del ME consideraremos primero como ejemplo la electrodinámica cuántica (QED). La QED es la teoría que describe la dinámica de partículas cargadas electromagnéticamente (fundamentalmente electrones y positrones) cuya interacción está mediada por el fotón. De hecho, la electrodinámica clásica puede ser reproducida a partir del límite clásico de la QED (a bajas energías), de allí a que sea la teoría de gauge más exitosa de la física de partículas y haya sido probada a niveles de precisión extremos. Se pueden recrear los principios básicos de dicha teoría comenzando por el siguiente sistema físico: un campo de Dirac Ψ libre sin masa y con espín $s = 1/2$. Es decir, un Lagrangeano de la forma (lagrangeano libre de Dirac):

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu) \Psi. \quad (1.5)$$

La demostración de que éste Lagrangeano es invariante bajo una transformación global $U(1)$ es inmediata, ya que ésta actúa sobre los campos y las derivadas de la siguiente forma:

$$\Psi \rightarrow e^{i\theta Q} \Psi; \quad \bar{\Psi} \rightarrow \bar{\Psi} e^{-i\theta Q}; \quad \partial_\mu \Psi \rightarrow e^{i\theta Q} \partial_\mu \Psi, \quad (1.6)$$

donde θ es un parámetro continuo y Q es el generador del grupo $U(1)$.

Al imponer una transformación local de los campos, el parámetro θ dependerá de las coordenadas espacio - tiempo, de modo que las correspondientes transformaciones sobre los campos y sus derivadas son:

$$\Psi \rightarrow e^{i\theta Q} \Psi, \quad \bar{\Psi} \rightarrow \bar{\Psi} e^{-i\theta Q}, \quad (1.7)$$

$$\partial_\mu \Psi \rightarrow e^{i\theta Q} \partial_\mu \Psi + i Q [\partial_\mu \theta(x)] e^{i\theta Q} \Psi, \quad (1.8)$$

reemplazando en el lagrangeano (1.5) tenemos:

$$\mathcal{L}' = \bar{\Psi} \gamma^\mu [\partial_\mu + i Q (\partial_\mu \theta(x))] \Psi, \quad (1.9)$$

luego el Lagrangeano no es invariante bajo esta transformación local, debido a que se observa la aparición de un término adicional en el lado derecho de (1.9). Para restaurar la simetría utilizaremos el Principio Gauge, el cual nos indica que debemos introducir un bosón vectorial de gauge: el campo fotónico $A_\mu(x)$, que interactúa con el campo Ψ y se transforma bajo el grupo de simetría $U(1)$ como:

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \theta(x). \quad (1.10)$$

Esta transformación asegura que se compensará el término adicional de $\partial_\mu \theta(x) \neq 0$ tal que el Lagrangeano total sea finalmente invariante de gauge local.

La manera más sencilla de construir un Lagrangeano invariante local es simplemente reemplazando la derivada ordinaria, ∂_μ , por la llamada derivada covariante, D_μ :

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu \Psi = (\partial_\mu - i e Q A_\mu) \Psi \quad (1.11)$$

Por último, para incluir la propagación del campo A_μ (que en QED es el fotón) se adiciona el llamado término cinético:

$$\mathcal{L}_{cin.}^{QED} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (1.12)$$

(el cual es a su vez invariante de gauge local), donde $F_{\mu\nu}$ es el tensor del campo electromagnético:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

De este modo el lagrangeano total, que es invariante de Lorentz e invariante de gauge local $U(1)$, es el siguiente:

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\Psi}(x) (i \gamma^\mu D_\mu) \Psi(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (1.13)$$

Como se ha mencionado, el lagrangeano de la QED es un paradigma para la realización de una teoría de partículas, por tanto extendamos este procedimiento al grupo que nos interesa, $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

El grupo de simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, como se mencionó en párrafos previos, tiene en total 4 generadores, de los cuales tres corresponden al grupo $SU(2)_L$ (y a los cuales denotaremos por $T^a : a = 1, 2, 3$) y el restante es el generador de hipercarga Y correspondiente al grupo $U(1)_Y$. Si partimos nuevamente de:

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i \gamma^\mu \partial_\mu) \Psi \quad (1.14)$$

donde ahora Ψ es un doblete de campos leptónicos izquierdos (dobletes de isospin), se puede ver inmediatamente que el lagrangeano es invariante bajo una transformación global sobre el grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, ya que la transformación actúa sobre los campos y las derivadas como:

$$\Psi \rightarrow e^{i g T^a \theta^a} e^{i g' Y \alpha} \partial_\mu \Psi, \quad \bar{\Psi} \rightarrow \bar{\Psi} e^{-i g T^a \theta^a} e^{-i g' Y \alpha} \partial_\mu \Psi \quad (1.15)$$

$$\partial_\mu \Psi \rightarrow e^{igT^a\theta^a} e^{ig'Y\alpha} \partial_\mu \Psi, \quad (1.16)$$

donde θ_a y α son parámetros continuos globales.

Al imponer ahora una transformación de fase local, es decir al hacer que los parámetros θ_a y α dependan de las coordenadas espacio-tiempo, vemos que no se tiene una invariancia de gauge local debido a que la derivada incluiría términos de derivadas de $\theta(x)$ y $\alpha(x)$, por lo tanto, se puede vía el principio de gauge introducir la derivada covariante (del sector leptónico).

Esta derivada tiene la forma:

$$D_\mu = \partial_\mu + igT^a W_\mu^a + ig' \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (1.17)$$

donde se han incluido campos de gauge W_μ^a con $a = 1, 2, 3$, y B_μ . Los primeros son bosones vectoriales asociados al grupo $SU(2)_L$, y el último corresponde al grupo $U(1)_Y$. Además, las constantes de acoplamiento g y g' se van a relacionar entre sí después del rompimiento de simetría, a través del parámetro θ_w (ángulo de Weinberg)

$$g \sin \theta_w = g' \cos \theta_w$$

En la representación fundamental del grupo $SU(2)_L$, se tiene $T_a = \sigma_a/2$, siendo σ_a las matrices de Pauli. De modo que,

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{ig}{2} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} W_\mu^1 + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} W_\mu^2 + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} W_\mu^3 \right\} + i \frac{g'}{2} \begin{pmatrix} Y & 0 \\ 0 & Y \end{pmatrix} B_\mu \quad (1.18)$$

Si definimos:

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp i W_\mu^2),$$

escribimos:

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{ig}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{g'}{g} Y B_\mu & \sqrt{2} W_\mu^+ \\ \sqrt{2} W_\mu^- & -W_\mu^3 + \frac{g'}{g} Y B_\mu \end{pmatrix}. \quad (1.19)$$

Recordando la relación entre las constantes de acoplamiento ($\tan \theta_w = g'/g$), los bosones vectoriales físicos y los de la simetría, se relacionan mediante la matriz de rotación de los campos:

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_w & \sin \theta_w \\ -\sin \theta_w & \cos \theta_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

de donde finalmente se puede escribir la derivada covariante del sector leptónico en función de los campos físicos como:

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{ig}{2\sqrt{2}} (W_\mu^+ T^+ + W_\mu^- T^-) + ig A_\mu \sin \theta_w Q + \frac{ig Z_\mu}{\cos \theta_w} (T^3 - \sin^2 \theta_w Q), \quad (1.21)$$

donde $T^\pm = (\sigma_1 \pm i\sigma_2)/2$ y $Q = T_3 + Y/2$, tal como se anticipó en la ecuación (1.4). Cabe recordar que los campos izquierdos han sido introducidos en el modelo como dobletes de $SU(2)$ (de allí la notación $SU(2)_L$), mientras que los derechos se transforman como singletes de $SU(2)_L$. La derivada covariante respecto a los campos derechos actúa según:

$$D_\mu \psi_R = \left(\partial_\mu + igA_\mu \sin \theta_w Q - igZ_\mu \sin^2 \theta_w \right) \psi_R. \quad (1.22)$$

Continuando con el procedimiento descrito para el lagrangeano de la QED, al haber incluido nuevos campos vectoriales, debemos adicionar el término cinético de los campos bosónicos, el cual es invariante de gauge local y se puede escribir en función del tensor de campo, obteniendo un lagrangeano tipo Yang - Mills para la teoría electrodébil [16]:

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4} \{ B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} \}, \quad (1.23)$$

donde los tensores de campo $B_{\mu\nu}$ y $\overline{W}_{\mu\nu}$ se expresan de la siguiente manera:

$$B_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu B_\nu(x) - \partial_\nu B_\mu(x), \quad (1.24)$$

$$W_{\mu\nu}^i(x) = \partial_\mu W_\nu^i(x) - \partial_\nu W_\mu^i(x) + g \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k. \quad (1.25)$$

Es importante destacar que el término $g \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k$ es debido a la naturaleza no abeliana del grupo $SU(2)_L$. Dicho término genera interacción entre los bosones de gauge de $SU(2)_L$ (algo que no ocurre en QED).

Hasta el momento podemos escribir el lagrangeano invariante de gauge local $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ como:

$$\mathcal{L}_{ME} = \overline{\Psi}_L i\gamma^\mu D_\mu \Psi_L + \overline{\Psi}_R i\gamma^\mu D_\mu \Psi_R - \frac{1}{4} \{ B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} \}. \quad (1.26)$$

Se ha tenido en cuenta explícitamente que el lagrangeano se ha dividido en campos derechos y campos izquierdos, dado que la derivada covariante actúa de manera diferente sobre estos estados.

Del mismo modo, la inclusion de un término de masa de la forma:

$$m \overline{\psi} \psi = m (\overline{\psi}_R \psi_L + \overline{\psi}_L \psi_R),$$

no es compatible con ésta formulación debido a que se mesclarían inadecuadamente campos izquierdos (dobletes) y derechos (singletes), implicando una ruptura de la invariancia de gauge.

A fin de incluir las masas de las partículas, en el ME se incluye un Sector Escalar. Éste rompe espontáneamente la simetría y permite la existencia de términos de masa mediante el llamado mecanismo de Higgs.

1.5. Sector Escalar y la Generación de masa de los bosones de gauge

En ésta sección se aborda el lagrangeano escalar del ME. Sus consecuencias, como la ruptura espontánea de la simetría y el Mecanismo de Higgs[1][13], son una parte esencial de la descripción de las partículas elementales.

Se propone el lagrangeano escalar, invariante de gauge local $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$:

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi), \quad (1.27)$$

donde el potencial está definido mediante la expresión:

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2; \quad \mu, \lambda \in \mathcal{R}, \lambda > 0 \quad (1.28)$$

Φ es un campo escalar complejo, representado mediante un doblete de $SU(2)_L$ y que tiene hipercarga $Y = 1$, según la fórmula de Gell Mann Nishijima:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^\pm \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi^1 + i\phi^2 \\ \phi^3 + i\phi^4 \end{pmatrix}. \quad (1.29)$$

Se puede obtener el vacío a partir del Hamiltoniano[16]:

$$H = \frac{1}{2} [(\partial_0 \Phi_0)^2 + (\nabla \Phi)^2] + V(\Phi) \quad (1.30)$$

El mínimo de H se obtiene para $\langle \Phi \rangle_0 = \text{constante}$. Debido a la simetría $SU(2)$, se puede elegir sin pérdida de generalidad:

$$\langle \Phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (1.31)$$

tal que v representa el Valor de Expectación del Vacío (vev) que hace mínimo al potencial $V(\Phi)$ y por consiguiente a la energía. La ecuación que debe satisfacer éste mínimo es:

$$\mu^2 + 2\lambda \langle \Phi \rangle_0^2 = 0,$$

de donde surge:

$$v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}. \quad (1.32)$$

A partir de estos resultados se puede realizar las siguientes consideraciones sobre el valor de μ :

1. Si $\mu^2 > 0$ tenemos un único estado de vacío, es decir, el lagrangeano (1.27) describe un sistema de cuatro partículas escalares [Φ de (1.29)], cada una de masa μ , interactuando con tres bosones de gauge no masivos (W_μ^a).

2. Si $\mu^2 < 0$ y $\lambda > 0$ no tenemos un estado de vacío único, y en consecuencia, uno esta en la libertad de elegir un vacío particular. Aquí se dice que se ha roto espontáneamente la simetría.

Respecto a la masa de los bosones de gauge, al desarrollar la parte cinética de la lagrangeana de Higgs se obtienen los términos cuadráticos en los campos vectoriales:

$$\frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{g^2 v^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu + 0 A_\mu A^\mu. \quad (1.33)$$

Al comparar los dos primeros términos de masa de los bosones débiles con los términos de masa de la ecuación de Procca:

$$M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu}; \quad \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu,$$

se puede identificar fácilmente:

$$\boxed{M_W = \frac{gv}{2}} \quad \boxed{M_Z = \frac{gv}{2 \cos \theta_W} = \frac{M_W}{\cos \theta_W}}.$$

Con ésta elección, los términos cuadráticos en W_μ^\pm y B_μ aparecen, dando masa a los bosones W y Z , y dejando al fotón sin masa:

$$M_W = \frac{vg}{2}, \quad M_Z = \frac{v\sqrt{g^2 + g'^2}}{2}, \quad M_A = 0$$

1.5.1. Masa de los leptones:

Por último, para dar masa a los leptones, se introduce la densidad lagrangeana de Yukawa:

$$\mathcal{L}_{YW} = -g_\ell [\bar{L}_\ell(x) \psi_\ell^R(x) \Phi(x) + \Phi^+(x) \bar{\psi}_\ell^R(x) L_\ell(x)]$$

donde g_ℓ representan las constantes adimensionales de acoplamiento para $\ell = e, \mu, \tau$. Al introducir el "vev" dentro de la densidad lagrangiana de Yukawa, se obtienen las masas de estos leptones:

$$m_\ell = \frac{vg_\ell}{\sqrt{2}}$$

1.6. Predicciones del ME:

El ME predice la existencia de los bosones W^\pm y Z , antes que éstas partículas hubiesen sido observadas. Sus propiedades fueron experimentalmente confirmadas con buena precisión.

El Large Electron - Positron Collider (LEP) en el CERN confirmó varias propiedades entre los decaimientos de los bosones Z . Para tener una idea del éxito del ME, se dá a continuación una comparación entre los valores medidos y teóricos de algunas cantidades [14]:

Cantidad	Medida (GeV)	Predicción del SM (GeV)
Masa del bosón W	80.4120 ± 0.0420	80.3900 ± 0.0180
Masa del bosón Z	91.1876 ± 0.0021	91.1874 ± 0.0021

Tabla 1.2: Masas de los Bosones débiles

Respecto al Bosón de Higgs, que es la única partícula (predicha por el ME) que no ha sido aún descubierta experimentalmente, pero que teóricamente nace como consecuencia de la generación de masa de las partículas del modelo, se sabe que es función de dos parámetros: $m_H = \sqrt{\lambda/2}v$. El parámetro v puede ser fijado a través de la constante de acoplamiento de Fermi G_F , es decir, $v = (\sqrt{2}G_F)^{1/2} = 246$ GeV, mientras que λ es desconocido, es por ésta razón que el valor de la masa del Higgs no puede ser precisada. Sin embargo, algunos modelos establecen límites tanto superior como inferior para su masa, tal como el LEP, que le dá un límite inferior a su masa, $m_H > 114$ GeV.

Es importante mencionar que entre las mediciones mas precisas de los diversos parámetros del ME vienen del estudio de la producción y decaimiento del bosón neutro Z^0 , en procesos de dispersión e^+e^- (tipo de proceso estudiados por los colisionadores SLC y LEP en Stanford y en el CERN respectivamente). Los principales resultados se refieren a la masa Z^0 a través de curvas resonantes, tasas de decaimientos a leptones y hadrones, asimetrías angulares en los productos de decaimiento de Z^0 , asimetrías en el cálculo de secciones eficaces tales como: La asimetría Forward Backward (o asimetría de carga) y la asimetría Left Right (violación de la paridad en el caso de corrientes neutras débiles) para haces polarizados, que es el objetivo principal de éste trabajo de Tesis.

1.7. Comentarios Finales del ME

Si bien el ME ha resultado ser exitoso en describir la mayoría de la fenomenología de la *Física de Partículas* a energías menores que 1 TeV, el sector de Higgs de la teoría sigue siendo un misterio hasta nuestros días, por lo que no existe ninguna razón fundamental para asumir que el sector de Higgs sea mínimo, es decir, que con un sólo doblete escalar se genere masa a todas las partículas. Por lo tanto, uno podría considerar extender el ME a través de su sector electrodébil. Así, una extensión atractiva para el ME es el modelo simétrico izquierdo - derecho[9][10], donde se asume que las helicidades izquierda y derecha juegan el mismo papel. Como consecuencia de éste modelo, es la existencia del neutrino derecho (ν_R), por lo que al final del rompimiento de la simetría, el neutrino adquiere masa. Esa es la diferencia con el ME, y por consiguiente, las masas de las partículas estarían en función de los nuevos parámetros que el modelo introduce.

En el siguiente capítulo, extendaremos el sector electrodébil del ME, de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

CAPÍTULO 1. MODELO ESTANDAR ELECTRODÉBIL $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

a $SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_{Y=B-L}$, donde aparecerán nuevas partículas, tanto en el sector de gauge como en el sector leptónico, y se propondrá un sector escalar adecuado con el fin de dar masa a todas las partículas que el modelo propone.

Capítulo 2

Modelo Estandar Electrodébil

$$SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$$

Todas las partículas físicas conocidas y sus interacciones están extraordinariamente bien descritas dentro de la estructura básica del ME, sin embargo, hay aspectos tanto teóricos como experimentales, en la que el ME tiene grandes interrogantes. Como se mencionó en el capítulo previo, el sector escalar sigue siendo un misterio, tanto desde el punto de vista experimental como teórico. A pesar de que funciona bien la generación de masa de las partículas, manteniendo la invariancia de gauge local del modelo, aún no se descubre al Bosón de Higgs, es más, en el sector leptónico tampoco hay una única elección en lo que se refiere a su representación, por lo tanto, entre las diferentes extensiones del grupo de gauge (sector electrodébil) del M.E. está el *Modelo Simétrico Izquierdo-Derecho*. Donde las helicidades izquierda-derecha de los leptones presentan propiedades similares. Como consecuencia, en estos tipos de modelos simétricos, es la aparición de nuevas partículas, entre ellas, el *neutrino derecho*.

En principio al incrementar la dimensión del grupo de simetría, nos conduce a la presencia de nueva partículas (tanto en el sector leptónico como en el sector de gauge), donde el nuevo número de bosones de gauge (en nuestro caso representados por W_2^\pm y Z') están relacionados a los generadores del nuevo grupo de simetría.

El grupo de gauge local mínimo que se propone, tal que presente una simetría izquierda-derecha en lo que respecta a las interacciones electrodébiles, es el $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$. El número cuántico $Y = B - L$ corresponde a la hipercarga de una simetría local $U(1)$. Cabe mencionar que en la versión original del modelo izquierdo - derecho no se contempló que $Y = B - L$, siendo esta notación una apreciación posterior[1]. Finalmente, mediante del Mecanismo de Higgs, a través del rompimiento de la simetría, se genera masa a todas las partículas del modelo, incluyendo a los neutrinos (dejando al fotón sin masa).

2.1. Clasificación de las partículas

2.1.1. Sector Leptónico

Los leptones izquierdo y derecho se representan mediante dobletes, según la representación fundamental del grupo de simetría $SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ [9]:

$$L_l \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \begin{pmatrix} \psi_{\nu_l} \\ \psi_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \sim (1/2, 0, -1) \quad (2.1)$$

$$R_l \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \begin{pmatrix} \psi_{\nu_l} \\ \psi_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_R ; \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_R ; \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_R \sim (0, 1/2, -1)$$

donde los números cuánticos entre paréntesis representan a la tercera componente de isospin débil izquierdo (derecho), $T_{3L}(T_{3R})$, y la hipercarga Y . Estos números cuánticos están relacionados con la carga eléctrica mediante la relación de Gell Mann - Nishijima del modelo [2], [8]:

$$Q = T_{3L} + T_{3R} + \frac{Y}{2} \quad (2.2)$$

Los números cuánticos correspondientes a la representación (2.1) son resumidos en la siguiente tabla:

Leptón	T_{3L}	T_{3R}	$Y/2$	Q
$\nu_{eL}, \nu_{\mu L}, \nu_{\tau L}$	1/2	0	-1/2	0
e_L, μ_L, τ_L	-1/2	0	-1/2	-1
$\nu_{eR}, \nu_{\mu R}, \nu_{\tau R}$	0	1/2	-1/2	0
e_R, μ_R, τ_R	0	-1/2	-1/2	-1

Tabla 2.1 : Números cuánticos para los leptones del modelo *Left - Right*.

Debido a que los campos se transforman según el grupo de simetría local $SU(2)_R \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, la densidad lagrangeana leptónica debe permanecer invariante bajo ésta transformación, como consecuencia se introducen los nuevos campos bosónicos de calibre: $W_{\mu k}^R, W_{\mu k}^L$ con $k = 1, 2, 3$ asociados a los grupos $SU(2)_R$ y $SU(2)_L$ respectivamente, y B_μ asociado al grupo $U(1)_Y$, la derivada ordinaria se reemplaza por la derivada covariante:

$$D_\mu^L \equiv \partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu^L - \frac{ig'}{2} B_\mu \quad (2.3)$$

$$D_\mu^R \equiv \partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu^R - \frac{ig'}{2} B_\mu$$

donde: $g_R = g_L = g$ y g' son las constantes de acoplamiento del sector débil y de hipercarga respectivamente. Es importante mencionar que la razón de que $g_R = g_L$, es con el fin de que la teoría sea invariante bajo la operación de Paridad \mathcal{P} , donde los campos se transforman por Paridad como sigue [17]:

$$L_l \xleftrightarrow{\mathcal{P}} R_l \quad ; \quad \bar{W}_L \xleftrightarrow{\mathcal{P}} \bar{W}_R$$

Además, de una manera similar al del ME, la relación entre las constantes de acoplamiento: q (carga eléctrica), g y g' esta dada por:

$$q = g \sin \theta_w = g' \sqrt{\cos 2\theta_w}$$

La densidad lagrangeana Leptónica real, invariante de Lorentz e invariante según el grupo de simetría $SU(2)_R \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ es construida mediante las derivadas covariantes (2.3) según:

$$\mathcal{L}^{lep}(x) = i \{ \bar{L}_l(x) \gamma^\mu D_\mu^L L_l(x) + \bar{R}_l(x) \gamma^\mu D_\mu^R R_l(x) \} + h.c. \quad (2.4)$$

Notar que al hacer $L \leftrightarrow R$, ésta densidad lagrangeana resulta ser invariante y ésto indica la existencia de una simetría discreta de Paridad.

2.1.2. Sector Escalar

Para generar masa a los bosones cargados W_1^\pm y a los leptones, uno requiere de al menos un bidoblete de Higgs de la forma [18]:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1^0 & \phi_2^+ \\ \phi_1^- & \phi_2^0 \end{pmatrix} \sim (1/2, 1/2, 0) \quad (2.5)$$

La asignación de carga eléctrica para los campos dados en el doblete de Higgs (2.5) está dado por la regla de Gell Mann Nishijima del modelo.

Se asume que los valores de expectación del vacío, $vev's$, que adquieren los campos neutros de éste bidoblete son:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k' \end{pmatrix} , \quad (2.6)$$

donde, los valores de k y k' ($k, k' \in \mathcal{R}$) dan masa a los leptones y a los bosones vectoriales W_1^\pm y Z^0 . Sin embargo, dichos $vev's$ no son *suficientes* para generar masa a las partículas restantes (exceptuando al fotón). Por tal motivo, se hace necesario aumentar los parámetros del modelo y ésto se logra introduciendo más escalares de Higgs. Para generar masa a los nuevos bosones W_2^\pm y Z' e inclusive a los neutrinos, es necesario introducir los tripletes escalares de Higgs adicionales [18]:

$$\begin{pmatrix} \delta^{++} \\ \delta^+ \\ \delta^0 \end{pmatrix}_L \sim (1, 0, 2) \quad ; \quad \begin{pmatrix} \delta^{++} \\ \delta^+ \\ \delta^0 \end{pmatrix}_R \sim (0, 1, 2)$$

que en la representación matricial (2×2) adoptan la forma:

$$\Delta_{L,R} = \begin{pmatrix} \delta^+/\sqrt{2} & \delta^{++} \\ \delta^0 & -\delta^+/\sqrt{2} \end{pmatrix}_{L,R} \quad (2.7)$$

Asumiendo que la existencia de los *vev's* para $\Delta_{L,R}$, se eligen de la forma:

$$\langle \Delta_{L,R} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_{L,R} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

con $v_L, v_R \in \mathbb{R}$. De acuerdo a las referencias [17][18][19], los parámetros k, k', v_L y v_R debe relacionarse según la siguiente jerarquía:

$$v_L \ll k \ll v_R \quad (2.9)$$

No obstante, tal jerarquía está sujeta a la asunción[8]:

$$k' \ll k \quad (2.10)$$

Se propone la siguiente densidad lagrangeana del sector escalar (real, invariante de Lorentz e invariante local de gauge local)[9][18]:

$$\mathcal{L}^H = \mathcal{L}_{kin}^H + U(\Phi, \Delta_L, \Delta_R) \quad (2.11)$$

donde la parte cinética es expresada como:

$$\mathcal{L}_{kin}^H = Tr[(D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi] + Tr[(D_\mu \Delta_L)^\dagger D^\mu \Delta_L] + Tr[(D_\mu \Delta_R)^\dagger D^\mu \Delta_R], \quad (2.12)$$

cuyas derivadas covariantes estan dadas por:

$$D_\mu \Phi = \partial_\mu \Phi + \frac{ig}{2} \bar{W}_\mu^L \cdot \bar{\tau} \Phi + \frac{ig}{2} \Phi \bar{W}_\mu^R \cdot \bar{\tau} \quad (2.13)$$

$$D_\mu \Delta_{LR} = \partial_\mu \Delta_{LR} + \frac{ig}{2} [\bar{W}_\mu^{LR} \cdot \bar{\tau}, \Delta_{LR}] + i g' B_\mu \Delta_{LR}$$

El potencial de Higgs más general, real, invariante de Lorentz e invariante local de gauge left-right es dado por [9]:

$$U(\Phi, \Delta_L, \Delta_R) = U(\Phi) + U(\Delta_L, \Delta_R) + U(\Phi, \Delta_L, \Delta_R), \quad (2.14)$$

donde:

$$U(\Phi) = - \sum_{ij} \mu_{ij}^2 Tr(\Phi_i^\dagger \Phi_j) + \sum_{ijkl} \lambda_{ijkl} Tr(\Phi_i^\dagger \Phi_j) Tr(\Phi_k^\dagger \Phi_l) + \sum_{ijkl} \lambda'_{ijkl} Tr(\Phi_i^\dagger \Phi_j \Phi_k^\dagger \Phi_l),$$

$$U(\Delta_L, \Delta_R) = -\mu^2 Tr(\Delta_L^\dagger \Delta_L + \Delta_R^\dagger \Delta_R) + \rho_1 [(Tr(\Delta_L^\dagger \Delta_L))^2 + (Tr(\Delta_R^\dagger \Delta_R))^2]$$

$$\begin{aligned}
 & + \rho_2 [Tr(\Delta_L^\dagger \Delta_L \Delta_L^\dagger \Delta_L) + Tr(\Delta_R^\dagger \Delta_R \Delta_R^\dagger \Delta_R)] + \rho_3 [Tr(\Delta_L^\dagger \Delta_L) Tr(\Delta_R^\dagger \Delta_R)] \\
 & + \rho_4 [Tr(\Delta_L^\dagger \Delta_L^\dagger) Tr(\Delta_L \Delta_L) + Tr(\Delta_R^\dagger \Delta_R^\dagger) Tr(\Delta_R \Delta_R)],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U(\Phi_i, \Delta_L, \Delta_R) & = \sum_{ij} \alpha_{ij} Tr(\Phi_i^\dagger \Phi_j) Tr(\Delta_L^\dagger \Delta_L + \Delta_R^\dagger \Delta_R) + \\
 & + \sum_{ij} \beta_{ij} Tr[\Phi_i \phi_j^\dagger \Delta_L^\dagger \Delta_L + \Phi_i^\dagger \Phi_j \Delta_R^\dagger \Delta_R] + \sum [\gamma_{ij} Tr(\Delta_L^\dagger \Phi_i \Delta_R^\dagger \Phi_j^\dagger) + h.c.],
 \end{aligned}$$

$i, j, k, l = 1, 2$, con $\Phi_1 = \Phi$ y $\Phi_2 = \tau_2 \Phi_1^* \tau_2$ (τ_2 : una de las matrices de Pauli). Se puede observar que su estructura es algo complicada, sin embargo, los vev 's: $\langle \Phi \rangle$, $\langle \Delta_L \rangle$ y $\langle \Delta_R \rangle$, se asumen que existen y hacen mínimo al potencial.

2.1.3. Sector de Yukawa

El acople Yukawa (invariante de gauge) entre los campos leptónicos y los bosones de Higgs esta dada por [2]:

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{i,j=1,2,3} \left\{ \left[h_{ij} \bar{L}_i \Phi R_j + \tilde{h}_{ij} \bar{L}_i \tilde{\Phi} R_j \right] + f_{ij} \left[L_i^T C^{-1} \tau_2 \Delta_L L_j + R_i^T C^{-1} \tau_2 \Delta_R R_j \right] + h.c \right\} \quad (2.15)$$

donde los h_{ij} , \tilde{h}_{ij} y f_{ij} son parámetros relacionados a la masa de los leptones con los subíndices $i, j = 1, 2, 3$ etiquetan las diferentes generaciones leptónicas, $\tilde{\Phi} = \tau_2 \Phi^* \tau_2$ y C resulta ser una matriz unitaria ($C^+ = C^{-1}$) y antisimétrica ($C^T = -C$).

El primer término contribuye al proceso de dispersión en la que estamos interesados ($e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$), el segundo término esta relacionado con los neutrinos de Majorana.

2.2. Generación de masa de las partículas:

Para determinar las masas de los bosones vectoriales cargados y neutros, reemplazamos los vev 's $\langle \Phi \rangle$, $\langle \Delta_L \rangle$ y $\langle \Delta_R \rangle$ en la parte cinética de la densidad lagrangeana de Higgs (2.12):

$$\mathcal{L}_{kin}^H = \mathcal{L}_{kin}^{cargado} + \mathcal{L}_{kin}^{neutro}, \quad (2.16)$$

obteniéndose:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{kin}^{cargado} & = \frac{g^2}{2} (k^2 + k'^2 + 2v_L^2) W_{\mu L}^- W_{\mu L}^+ + \frac{g^2}{2} (k^2 + k'^2 + 2v_R^2) W_{\mu R}^- W_{\mu R}^+ \\
 & - g^2 k k' (W_{\mu L}^- W_{\mu R}^+ + W_{\mu L}^+ W_{\mu R}^-) \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{kin}^{neutro} = \frac{g^2}{2} (k^2 + k'^2) (W_{\mu 3}^L - W_{\mu 3}^R)^2 + 2v_L^2 (g' B_\mu - g W_{\mu 3}^L)^2 + 2v_R^2 (g' B_\mu - g W_{\mu 3}^R)^2 \quad (2.18)$$

En la que se ha definido los bosones de gauge cargados:

$$W_{\mu L}^- \equiv \frac{W_{\mu 1}^L - i W_{\mu 2}^L}{\sqrt{2}} \quad ; \quad W_{\mu R}^+ \equiv \frac{W_{\mu 1}^R + i W_{\mu 2}^R}{\sqrt{2}}.$$

2.2.1. Matriz de masa para los bosones cargados

La densidad lagrangeana (2.17) puede ser escrita como:

$$\mathcal{L}_{kin}^{cargado} = \begin{pmatrix} W_{\mu L}^- & W_{\mu R}^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{g^2}{2}(k^2 + k'^2 + 2v_L^2) & -g^2 k k' \\ -g^2 k k' & \frac{g^2}{2}(k^2 + k'^2 + 2v_R^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{\mu L}^+ \\ W_{\mu R}^+ \end{pmatrix},$$

donde:

$$\mathcal{M}_{cargada} = \begin{pmatrix} \frac{g^2}{2}(k^2 + k'^2 + 2v_L^2) & -g^2 k k' \\ -g^2 k k' & \frac{g^2}{2}(k^2 + k'^2 + 2v_R^2) \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

representa la matriz de masa de los bosones cargados W_L , y W_R . Diagonalizando ésta matriz se obtienen los valores propios exactos [8]:

$$M_{W_{1,2}}^2 = \frac{g^2}{2}(k^2 + k'^2 + v_L^2 + v_R^2) \pm \sqrt{(v_R^2 - v_L^2)^2 + 4k^2 k'^2}, \quad (2.20)$$

se ha denotado por $M_{W_{1,2}}^2$ a los valores propios de la matriz 2.19.

Usando las aproximaciones (2.9) y (2.10) obtenemos:

$$\sqrt{(v_R^2 - v_L^2)^2 + 4k^2 k'^2} \approx v_R^2, \quad y, \quad k^2 + k'^2 + v_L^2 + v_R^2 \approx k^2 + k'^2 + v_R^2$$

Por lo que la masa de los bosones de gauge estarán aproximadamente dadas por:

$$M_{W_1}^2 \approx \frac{g^2}{2}(k^2 + k'^2) \quad ; \quad M_{W_2}^2 \approx \frac{g^2}{2}(k^2 + k'^2 + 2v_R^2) \quad (2.21)$$

Los vectores propios correspondientes (normalizados) son:

$$W_{1\mu}^+ = \frac{1}{\sqrt{v_R^4 + (k k')^2}} \begin{pmatrix} v_R^2 \\ -k k' \end{pmatrix} \quad ; \quad W_{2\mu}^+ = \frac{1}{\sqrt{v_R^4 + (k k')^2}} \begin{pmatrix} -k k' \\ v_R^2 \end{pmatrix}$$

En consecuencia, los bosones Físicos cargados, (W_1^+, W_2^+) en función a los bosones de la simetría $(W_{\mu L}^+, W_{\mu R}^+)$ son escritos por:

$$\begin{aligned} W_{1\mu}^+ &= \cos(\phi) W_{\mu L}^+ + \sin(\phi) W_{\mu R}^+ \\ W_{2\mu}^+ &= -\sin(\phi) W_{\mu L}^+ + \cos(\phi) W_{\mu R}^+ \end{aligned} \quad (2.22)$$

donde:

$$\sin \phi \equiv \frac{kk'}{\sqrt{v_R^4 + (kk')^2}} \quad ; \quad \cos \phi \equiv \frac{v_R^2}{\sqrt{v_R^4 + (kk')^2}} \quad (2.23)$$

Si existen los bosones Físicos $W_{1,2}^+$ también ha de considerarse a los $W_{1,2}^-$ que son obtenidos directamente de (2.22), tomando la conjugada.

2.2.2. Matriz de masa para los bosones neutros

La densidad lagrangeana (2.18) se puede representar matricialmente como:

$$\mathcal{L}_{kin}^{neutra} = \left(W_{\mu 3}^L \quad W_{\mu 3}^R \quad B_\mu \right) \begin{pmatrix} \frac{g^2}{2} \Xi & \frac{g^2}{2} D & -2gg'v_L^2 \\ \frac{g^2}{2} D & \frac{g^2}{2} B & -2gg'v_R^2 \\ -2gg'v_L^2 & -2gg'v_R^2 & 2g'^2 C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{\mu 3}^L \\ W_{\mu 3}^R \\ B_\mu \end{pmatrix},$$

donde se ha hecho el cambio de variable:

$$\begin{aligned} \Xi &= k^2 + k'^2 + 4v_L^2 & ; & & B &= k^2 + k'^2 + 4v_R^2 \\ C &= v_L^2 + v_R^2 & ; & & D &= k^2 + k'^2 \end{aligned} \quad (2.24)$$

La matriz neutra toma la forma:

$$\mathcal{M}_{neutra} = \begin{pmatrix} \frac{g^2}{2} \Xi & \frac{g^2}{2} D & -2gg'v_L^2 \\ \frac{g^2}{2} D & \frac{g^2}{2} B & -2gg'v_R^2 \\ -2gg'v_L^2 & -2gg'v_R^2 & 2g'^2 C \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

La diagonalización de ésta matriz nos permitirá obtener las masas de los bosones vectoriales neutros $M_k (k = A, Z \text{ y } Z')$. Es decir, los valores propios exactos [16] son dados por:

$$M_A^2 = 0, \quad y \quad M_{Z,Z'}^2 = \frac{X \pm \sqrt{X^2 + 4(Q + T + Y)}}{2}. \quad (2.26)$$

Como es de esperarse, el valor propio nulo corresponde a la masa del fotón, (M_A), que es la partícula intermediaria de la fuerza electromagnética.

Según (2.26), las masas $M_{Z,Z'}$ se relacionan con las siguientes variables X, Y, Q y T , que según la aproximación $v_L \ll v_R$, toman la forma:

$$\begin{aligned}
 X &\approx g^2 \left\{ (k^2 + k'^2) + 2v_R^2 \left(\frac{g^2 + g'^2}{g^2} \right) \right\}, \\
 Y &\approx 4g^2 g'^2 v_R^4, \\
 Q &\approx \frac{g^4}{4} [(k^2 + k'^2)^2 - (k^2 + k'^2)(k^2 + k'^2 + 4v_R^2)], \\
 T &\approx -2g^2 g'^2 v_R^2 [k^2 + k'^2 + 2v_R^2],
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

con lo que:

$$\sqrt{X^2 + 4(Q + T + Y)} \approx 2(g^2 + g'^2) v_R^2 \left\{ 1 - \left[\frac{g^2 g'^2}{(g^2 + g'^2)^2} \epsilon - \frac{g^4}{(g^2 + g'^2)^2} \epsilon^2 \right] \right\}^{1/2},$$

de acuerdo a la aproximación (2.9), se observa que:

$$\epsilon \equiv (k^2 + k'^2)/(v_R^2) \ll 1$$

Despreciando ϵ^2 , escribimos finalmente:

$$\sqrt{X^2 + 4(Q + T + Y)} \approx g^2 \left\{ 2 \left(\frac{g^2 + g'^2}{g^2} \right) v_R^2 - \left(\frac{g'^2}{g^2 + g'^2} \right) (k^2 + k'^2) \right\} \tag{2.28}$$

Por último, teniendo en cuenta las aproximaciones (2.27) y (2.28) se obtienen las masas de los bosones vectoriales neutros:

$$\begin{aligned}
 M_A^2 &= 0, \\
 M_Z^2 &\approx \frac{g^2}{2} \left[\left(1 + \frac{g'^2}{g^2 + g'^2} \right) (k^2 + k'^2) \right], \\
 M_{Z'}^2 &\approx \frac{g^2}{2} \left[\left(1 - \frac{g'^2}{g^2 + g'^2} \right) (k^2 + k'^2) + 4v_R^2 \left(\frac{g^2 + g'^2}{g^2} \right) \right].
 \end{aligned}$$

Se observa que, $M_Z^2 \ll M_{Z'}^2$, debido a que $k' \ll k \ll v_R$, como era de esperarse ya que el bosón exótico Z' aún no ha sido observado experimentalmente (partícula muy masiva).

De la relación entre las constantes de acoplamiento g y g' de la sección 2.1.1 se tiene:

$$\left(\frac{g'}{g} \right)^2 = \frac{\sin^2 \theta_w}{\cos 2\theta_w}, \tag{2.29}$$

con lo cual, se puede expresar las masas en función del ángulo de Weinberg θ_w (en vez del parámetro g'):

$$\begin{aligned}
 M_A^2 &= 0, \\
 M_Z^2 &\approx \frac{g^2}{2c_w^2} [k^2 + k'^2], \\
 M_{Z'}^2 &\approx \frac{g^2}{2c_w^2 c_{2w}} [(k^2 + k'^2)c_{2w}^2 + 4v_R^2 c_w^4],
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

donde:

$$s_w \equiv \sin \theta_w, \quad c_w \equiv \cos \theta_w, \quad c_{2w} \equiv \cos 2\theta_w, \quad t_w \equiv \tan \theta_w$$

Los vectores propios (normalizados) correspondientes a la matriz neutra (2.25) son denotados por los bosones Físicos A_μ , Z_μ y Z'_μ que escritos en la base $(W_{\mu 3}^L, W_{\mu 3}^R, B_\mu)$ se expresan de la forma:

$$\begin{aligned}
 A_\mu &\approx s_w W_{\mu 3}^L + s_w W_{\mu 3}^R + \sqrt{c_{2w}} B_\mu, \\
 Z_\mu &\approx c_w W_{\mu 3}^L - s_w t_w W_{\mu 3}^R - t_w \sqrt{c_{2w}} B_\mu, \\
 Z'_\mu &\approx \frac{\sqrt{c_{2w}}}{c_w} W_{\mu 3}^R - t_w B_\mu,
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

El campo físico A_μ esta asociado al Fotón, el cual permanece no masivo después de la quiebra de simetría, como es de esperarse. El bosón neutro asociado al campo físico Z_μ , posee una masa M_Z , cuya dependencia con los parámetros del modelo (a saber: k, k', θ), deben ajustarse para mantener la concordancia con el ME. Aunque en la actualidad, la masa del bosón exótico neutro Z' no ha sido encontrada experimentalmente, su dependencia con los parámetros del modelo permite estimar que tan masivo puede llegar a ser.

2.2.3. Masa de los Leptones (Sector de Yukawa)

Con el fin de darle masa a las partículas del sector leptónico (incluyendo a los neutrinos), se tendrá en cuenta el sector de Yukawa dada por la expresión (2.15), pero sólo considerando el término que acopla los leptones con el bidoblete Φ :

$$-\mathcal{L}^{Y_\Phi} = \sum_{i,j=1,2,3} \left[h_{ij} \bar{L}_i \Phi R_j + \tilde{h}_{ij} \bar{L}_i \tilde{\Phi} R_j \right] + h.c \tag{2.32}$$

donde $\tilde{\Phi} = \tau_2 \phi^* \tau_2$ y h_{ij} , \tilde{h}_{ij} son llamadas constantes de acople tal que los subíndices $i, j = 1, 2, 3$ etiquetan las diferentes familias leptónicas de la simetría.

Al considerar los bidobletes escalares Φ y $\tilde{\Phi}$ perturbados alrededor de los vev 's $\langle \Phi \rangle$ y $\langle \tilde{\Phi} \rangle$ mostrados en (2.6), se obtiene:

$$\begin{aligned} \langle \Phi \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} k + H & 0 \\ 0 & k' + H \end{pmatrix}, \\ \langle \tilde{\Phi} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} k' + H & 0 \\ 0 & k + H \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.33)$$

donde $H = H(x)$ es un campo escalar real.

Reemplazando (2.33) en la densidad lagrangeana de Yukawa (2.32):

$$\mathcal{L}^{Y\Phi} = \mathcal{L}_l^{Y\Phi} + \mathcal{L}_{\nu_l}^{Y\Phi} \quad (2.34)$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^{Y\Phi} &= - \sum_{i,j=1,2,3} \left[\left(\frac{h_{ij}k' + \tilde{h}_{ij}k}{\sqrt{2}} \right) \bar{\psi}_i^L \psi_j^R + \left(\frac{h_{ij} + \tilde{h}_{ij}}{\sqrt{2}} \right) H \bar{\psi}_i^L \psi_j^R \right] + h.c., \\ \mathcal{L}_{\nu_l}^{Y\Phi} &= - \sum_{i,j=1,2,3} \left[\left(\frac{h_{ij}k + \tilde{h}_{ij}k'}{\sqrt{2}} \right) \bar{\psi}_{\nu_i}^L \psi_{\nu_j}^R + \left(\frac{h_{ij} + \tilde{h}_{ij}}{\sqrt{2}} \right) H \bar{\psi}_{\nu_i}^L \psi_{\nu_j}^R \right] + h.c., \end{aligned} \quad (2.35)$$

de éstas densidades lagrangeanas (2.35), con la primera de ellas se obtienen las masas de los leptones e , τ , μ , mientras que con la segunda se les da masa a los neutrinos. Además, no solamente se obtienen las masas en función de los parámetros del modelo sino sus interacciones con el campo escalar de Higgs H .

Al tener en nuestro proceso de dispersión electrones - positrones y muones - antimuones como partículas iniciales y finales respectivamente, consideremos la primera ecuación de (2.35):

$$- \mathcal{L}_l^{Y\Phi} = \sum_{i,j=1,2,3} \left[\left(\frac{h_{ij}k' + \tilde{h}_{ij}k}{\sqrt{2}} \right) \bar{\psi}_i^L \psi_j^R + \left(\frac{h_{ij} + \tilde{h}_{ij}}{\sqrt{2}} \right) H \bar{\psi}_i^L \psi_j^R \right] + h.c. \quad (2.36)$$

Con el fin de que se suprima el cambio de sabor (en concordancia con los hechos experimentales) en los campos leptónicos, se propone la aproximación adicional[16]:

$$h_{ij} \ll \tilde{h}_{ij}, \quad (2.37)$$

que bajo la aproximación usual $k' \ll k$, inferimos:

$$h_{ij}k' \ll \tilde{h}_{ij}k. \quad (2.38)$$

Teniendo en cuenta (2.38), la densidad lagrangeana (2.36) se puede escribir en forma matricial como:

$$-\mathcal{L}_i^{Y\Phi} = (\bar{\psi}_1^L \quad \bar{\psi}_2^L \quad \bar{\psi}_3^L) \tilde{\Gamma}_l \begin{pmatrix} \psi_1^R \\ \psi_2^R \\ \psi_3^R \end{pmatrix} + \left\{ \frac{1}{k} \right\} (\bar{\psi}_1^L \quad \bar{\psi}_2^L \quad \bar{\psi}_3^L) \tilde{\Gamma}_l \begin{pmatrix} \psi_1^R \\ \psi_2^R \\ \psi_3^R \end{pmatrix} H + h.c., \quad (2.39)$$

donde se ha definido la matriz:

$$\tilde{\Gamma}_l \equiv \frac{k}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \tilde{h}_{11} & \tilde{h}_{12} & \tilde{h}_{13} \\ \tilde{h}_{21} & \tilde{h}_{22} & \tilde{h}_{23} \\ \tilde{h}_{31} & \tilde{h}_{32} & \tilde{h}_{33} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

De acuerdo a la expresión (A.3) dado en el apéndice A, los campos leptónicos de la simetría $(\psi_1^{L,R}, \psi_2^{L,R}, \psi_3^{L,R})$ se relacionan con los campos leptónicos Físicos $(\Psi_e^{L,R}, \Psi_\mu^{L,R}, \Psi_\nu^{L,R})$ a través de las matrices de transformación unitarias U^L y U^R , según:

$$\begin{pmatrix} \psi_1^{L,R} \\ \psi_2^{L,R} \\ \psi_3^{L,R} \end{pmatrix} = U^{L,R} \begin{pmatrix} \Psi_e^{L,R} \\ \Psi_\mu^{L,R} \\ \Psi_\tau^{L,R} \end{pmatrix}. \quad (2.41)$$

Al reemplazar (2.41) en (2.39) se obtendrá términos de la forma:

$$(U^L)^\dagger \tilde{\Gamma}_l U^R$$

Al exigir que las matrices de transformación U^L y U^R , diagonalicen a la matriz de masa (2.40); se obtiene:

$$(U^L)^\dagger \tilde{\Gamma}_l U^R = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

Por lo tanto, la densidad lagrangeana de Yukawa (2.39) se puede expresar de la forma:

$$-\mathcal{L}_i^{Y\Phi} = m_l \bar{\Psi}_l^L \Psi_l^R + \left(\frac{m_l}{k} \right) \bar{\Psi}_l^L \Psi_l^R H + h.c.$$

Al considerar el término h.c. (hermitiano conjugado) de la densidad lagrangeana anterior, se encuentra que:

$$- \mathcal{L}_l^{Y\Phi} = m_l \bar{\Psi}_l \Psi_l + \left(\frac{m_l}{k} \right) \bar{\Psi}_l \Psi_l H, \quad (2.43)$$

que de acuerdo a la expresión (2.21):

$$M_{W_1}^2 = \frac{g^2}{2}(k^2 + k'^2) \approx \frac{g^2 k^2}{2}, \quad \frac{1}{k} = \frac{g}{\sqrt{2} M_{W_1}},$$

finalmente, la densidad lagrangeana (2.43) se puede escribir de la forma:

$$- \mathcal{L}_l^{Y\Phi} = m_l \bar{\Psi}_l \Psi_l + \left(\frac{g m_l}{\sqrt{2} M_{W_1}} \right) \bar{\Psi}_l \Psi_l h(x) \quad (2.44)$$

donde: $l = e, \mu, \tau$. Se observa de (2.44), que el primer término del lado derecho corresponde a la masa de los leptones, y el segundo término corresponde a la interacción entre los leptones y el bosón escalar H .

Acople	Vértice
$H e^- e^+$	$\frac{-g}{\sqrt{2}} \left(\frac{m_l}{M_{W_1}} \right)$

Tabla 2.5 : *Acople entre el bosón escalar de Higg H con los leptones en el modelo Left-Right.*

El vértice dado en la **tabla 2.5** es muy similar al del ME, con la diferencia de que en vez de la masa del bosón cargado W^\pm , (predicha por el ME) tenemos la masa del bosón W_1^\pm (predicha por el modelo izquierdo-derecho). Teniendo en cuenta la forma en que algunos de los parámetros del modelo Left-Right están relacionados con el resultado de la masa del bosón cargado W^\pm , (2.21), se llegó a la conclusión de que $M_{W_1^\pm} = M_W \approx M_{W_L^\pm}$. Esto dá la confianza de afirmar que El modelo Electrodébil Left - Right es buen candidato para ser considerado como extensión del ME.

Con respecto a los bosones escalares Δ_L y Δ_R , éstos adquirirán masa mucho mayor que la de Φ ; y como se verá en el siguiente capítulo, la contribución del campo Φ en el cálculo de la sección eficaz total (Sean los haces involucrados polarizados o no polarizados) será prácticamente insignificante[16].

Finalmente, el objetivo del presente capítulo es desarrollar el marco teórico del Modelo Estándar Electrodébil Left - Right, y como consecuencia, construir los vértices que nos ayudarán a obtener el Diagrama de Feynman correspondiente al proceso de dispersión que nos interesa $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$, y luego calcular las Asimetrías Forward-Backward y Left-Right cuando uno de los haces está polarizado (caso de la asimetría Left-Right). Ésta última parte se discutirá en el siguiente capítulo.

Capítulo 3

Cálculo de Asimetrías Forward Backward y Left-Right en el Modelo Izquierdo - Derecho $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$

3.1. Asimetría Forward - Backward para el proceso de dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$

Entre las principales motivaciones para calcular la Asimetría Forward-Backward está el hecho de que se pueden obtener resultados más precisos[6][10], como por ejemplo, conocer propiedades más exactas de una determinada partícula (masas, tasa de decaimiento, etc.), así como también, es usado para la búsqueda de nuevas partículas. Entre estas nuevas partículas, se encuentra el Bosón Exótico Z' predicho por varias extensiones del Modelo Estandar, y así obtener nueva física.

La Asimetría Forward Backward, A_{FB} , mide la relación entre la cantidad de partículas que son dispersados en la dirección “hacia adelante” (Forward: $\phi : 0 \rightarrow 2\pi$, $\theta : 0 \rightarrow \pi/2$) y aquellos dispersados en la dirección “hacia atrás” (Backward $\phi : 0 \rightarrow 2\pi$, $\theta : \pi/2 \rightarrow \pi$). Experimentalmente, puede ser algo difícil establecer las condiciones para realizar ésta medida, ya que se necesita conocer con precisión la dirección de las partículas finales, haciendo la diferencia de ¿Cuántas se van hacia adelante? y ¿cuántas se van hacia atrás?. Sin embargo, resulta mucho más provechosa que una medición de secciones eficaces.

Esta medición tiene su origen en el hecho de que las interacciones entre los leptones (fermiones en general), para el caso de las corrientes neutras (bosones intermediarios: γ , Z^0 y Z'), presentan diferencias entre los acoples Vector-Vector y Vector-Axial. Ésto hace que exista una asimetría entre el número de partículas que van hacia adelante con las que van hacia atrás. A continuación se efectuará el cálculo de la asimetría Forward-

CAPÍTULO 3. CÁLCULO DE ASIMETRÍAS FORWARD BACKWARD Y
LEFT-RIGHT EN EL MODELO IZQUIERDO - DERECHO
 $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$

Backward para el proceso de dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ en éste modelo, donde A_{FB} se define como:

$$A_{FB} = \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B}, \quad (3.1)$$

con:

1. σ_F : Sección eficaz total hacia adelante.
2. σ_B : Sección eficaz total hacia atrás.

3.1.1. Cálculo de la amplitud de probabilidad total

Los diagramas de Feynman correspondientes al proceso $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ (no polarizado), a nivel de árbol son de la forma:

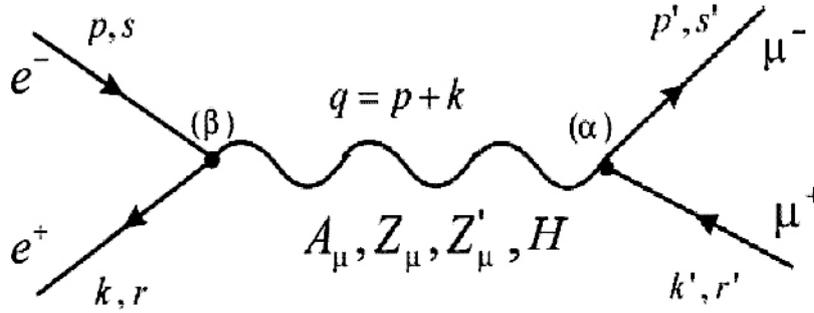


Figura 3.1: Los cuatro diagramas que contribuyen a la dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$.

Se observa de la Figura 3.1, que las partículas intermediarias que contribuyen al proceso son: Z_μ y Z'_μ , el fotón A_μ y la partícula escalar H . Además, p, k y p', k' son los cuadrimomentos de las partículas incidentes y salientes con polarizaciones s, r y s', r' respectivamente. Experimentalmente, resulta complicado trabajar con partículas polarizadas, por tal motivo, para obtener la secciones eficaces totales (y como consecuencia obtener la asimetría Forward - Backward) se procederá a calcular la amplitud de probabilidad:

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_{Z'} + \mathcal{M}_H|^2,$$

para posteriormente promediar sobre todas las polarizaciones iniciales y sumar sobre todas las finales.

De acuerdo a las reglas de Feynman del modelo[8], las cuatro contribuciones para el proceso de dispersión vienen dadas por las siguientes amplitudes:

$$\mathcal{M}_\gamma = (ie^2) [\bar{u}_{s'}(\vec{p}') \gamma^\alpha v_{r'}(\vec{k}')] D_{\alpha\beta}^\gamma [\bar{v}_r(\vec{k}) \gamma^\beta u_s(\vec{p})]$$

$$\mathcal{M}_Z = \left(\frac{ig^2}{16c_w^2} \right) [\bar{u}_{s'}(\vec{p}') \gamma^\alpha (g_V - g_A \gamma_5) v_{r'}(\vec{k}')] D_{\alpha\beta}^z [\bar{v}_r(\vec{k}) \gamma_\alpha (g_V - g_A \gamma_5) u_s(\vec{p})]$$

$$\mathcal{M}_{Z'} = \left(\frac{ig^2}{16c_w^2 c_{2w}} \right) [\bar{u}_{s'}(\vec{p}') \gamma^\alpha (g'_V - g'_A \gamma_5) v_{r'}(\vec{k}')] D_{\alpha\beta}^{z'} [\bar{v}_r(\vec{k}) \gamma_\alpha (g'_V - g'_A \gamma_5) u_s(\vec{p})]$$

$$\mathcal{M}_H = \left(\frac{-ig^2 m_\mu m_e}{2M_{W1}^2} \right) [\bar{u}_{s'}(\vec{p}') v_{r'}(\vec{k}')] D_H [\bar{v}_r(\vec{k}) u_s(\vec{p})]$$

donde, los parámetros son: $g_V = g'_V \equiv 1 - 4s_w^2$, $g_A \equiv 1$ y $g'_A \equiv -c_{2w}$. Además, $D_{\alpha\beta}^\gamma$, $D_{\alpha\beta}^z$, $D_{\alpha\beta}^{z'}$ y D_H son los propagadores de Feynman en el espacio de momentos, correspondientes a las partículas intermediarias involucradas, y son de la forma:

$$\begin{aligned} D_{\alpha\beta}^\gamma(q) &= \frac{g_{\alpha\beta} - (q_\alpha q_\beta / q^2)}{q^2} \\ D_{\alpha\beta}^z(q, M_z) &= \frac{g_{\alpha\beta} - (q_\alpha q_\beta / M_z^2)}{q^2 - M_z^2} \\ D_{\alpha\beta}^{z'}(q, M_{z'}) &= \frac{g_{\alpha\beta} - (q_\alpha q_\beta / M_{z'}^2)}{q^2 - M_{z'}^2} \\ D_H(q, M_H) &= \frac{1}{q^2 - M_H^2} \end{aligned}$$

Abriendo la sumatoria de la amplitud total de probabilidad, y realizando el promedio $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$, obtenemos:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{4} \sum_{sr s'r'} (\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_{Z'} + \mathcal{M}_H) (\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_{Z'} + \mathcal{M}_H)^\dagger \\ &= \frac{1}{4} \sum_{sr s'r'} \left\{ \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_\gamma^\dagger + \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_Z^\dagger + \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z'}^\dagger + \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_H^\dagger \right. \\ &\quad + \mathcal{M}_Z \mathcal{M}_\gamma^\dagger + \mathcal{M}_Z \mathcal{M}_Z^\dagger + \mathcal{M}_Z \mathcal{M}_{Z'}^\dagger + \mathcal{M}_Z \mathcal{M}_H^\dagger \\ &\quad + \mathcal{M}_{Z'} \mathcal{M}_\gamma^\dagger + \mathcal{M}_{Z'} \mathcal{M}_Z^\dagger + \mathcal{M}_{Z'} \mathcal{M}_{Z'}^\dagger + \mathcal{M}_{Z'} \mathcal{M}_H^\dagger \\ &\quad \left. + \mathcal{M}_H \mathcal{M}_\gamma^\dagger + \mathcal{M}_H \mathcal{M}_Z^\dagger + \mathcal{M}_H \mathcal{M}_{Z'}^\dagger + \mathcal{M}_H \mathcal{M}_H^\dagger \right\} \quad (3.2) \end{aligned}$$

Calculando cada uno de los 16 términos de la amplitud de probabilidad total, (3.2), se obtiene:

1ero

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_\gamma^\dagger = 32 \left(\frac{e}{q} \right)^4 [(p' \cdot p)(k' \cdot k) + (p' \cdot k)(k' \cdot p)]$$

2do

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_z^\dagger = \left(\frac{2 e^2 g^2}{c_w^2 q^2 (q^2 - M_z^2)} \right) [(g_V^2 + g_A^2)(p'.k)(k'.p) + (g_V^2 - g_A^2)(p'.p)(k'.k)]$$

3ero

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{z'}^\dagger = \left(\frac{2 e^2 g^2}{c_w^2 c_{2w} q^2 (q^2 - M_z^2)} \right) [(g_V'^2 + g_A'^2)(p'.k)(k'.p) + (g_V'^2 - g_A'^2)(p'.p)(k'.k)]$$

4to

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_H^\dagger = 0$$

5to

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_z \mathcal{M}_\gamma^\dagger = [2do]^\dagger$$

6to

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_z \mathcal{M}_z^\dagger = \left(\frac{g^4}{8 c_w^4 (q^2 - M_z^2)^2} \right) [(G_V^2 + G_A^2)(p'.k)(k'.p) + (G_V^2 - G_A^2)(p'.p)(k'.k)],$$

donde:

$$G_V^2 + G_A^2 = g_V^4 + g_A^4 + 6g_V^2 g_A^2$$

$$G_V^2 - G_A^2 = g_V^4 + g_A^4 - 2g_V^2 g_A^2$$

7mo

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_z \mathcal{M}_{z'}^\dagger = \left(\frac{g^4}{8 c_w^4 c_{2w} (q^2 - M_z^2)(q^2 - M_{z'}^2)} \right) [(a^2 + b^2)(p'.k)(k'.p) + (a^2 - b^2)(p'.p)(k'.p)]$$

donde:

$$a^2 + b^2 = (g_V^2 + g_A^2)(g_V'^2 + g_A'^2) + 4(g_V g_V')(g_A g_A')$$

$$a^2 - b^2 = (g_V^2 - g_A^2)(g_V'^2 - g_A'^2)$$

8vo

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_z \mathcal{M}_H^\dagger = 0$$

9no

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_{z'} \mathcal{M}_\gamma^\dagger = [3ero]^\dagger$$

10mo

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_{z'} \mathcal{M}_z^\dagger = [\text{7mo término}]^\dagger$$

11vo

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_{z'} \mathcal{M}_{z'}^\dagger = \left(\frac{g^4}{8 c_w^4 c_2^2 (q^2 - M_z^2)^2} \right) [(G_V'^2 + G_A'^2)(p' \cdot k)(k' \cdot p) + (G_V'^2 - G_A'^2)(p' \cdot p)(k' \cdot k)],$$

donde:

$$G_V'^2 + G_A'^2 = g_V'^4 + g_A'^4 + 6g_V'^2 g_A'^2$$

$$G_V'^2 - G_A'^2 = g_V'^4 + g_A'^4 - 2g_V'^2 g_A'^2$$

12vo, 13vo, 14vo y 15vo término (Estos términos se anulan debido a que contienen un número impar de matrices γ)

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_{z'} \mathcal{M}_H^\dagger = 0$$

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_H \mathcal{M}_\gamma^\dagger = 0$$

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_H \mathcal{M}_z^\dagger = 0$$

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_H \mathcal{M}_{z'}^\dagger = 0$$

16vo

$$\sum_{s s' r r'} \mathcal{M}_H \mathcal{M}_H^\dagger = \left[\frac{4g^4 m_\mu^2 m_e^2}{M_{W_1}^4 (q^2 - M_H^2)^2} \right] (p' \cdot k')(k \cdot p)$$

En el apéndice B se muestra los cálculos detallados de éstos 16 términos.

Al reemplazar todo lo anterior en la amplitud de probabilidad total (3.2) se obtiene:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= 16 \left(\frac{e}{\sqrt{s}} \right)^4 (p' \cdot k)(k' \cdot p) \left\{ 1 + \frac{1}{2} [R(s)(g_V^2 + g_A^2) + T(s)(g_V'^2 + g_A'^2)] \right. \\ &\quad + \frac{1}{16} [R^2(s)(g_V^4 + g_A^4 + 6g_V^2 g_A^2) + T^2(s)(g_V'^4 + g_A'^4 + 6g_V'^2 g_A'^2)] \\ &\quad \left. + \frac{1}{8} R(s)T(s) [(g_V^2 + g_A^2)(g_V'^2 + g_A'^2) + 4g_V g_V' g_A g_A'] \right\} \\ &+ 16 \left(\frac{e}{\sqrt{s}} \right)^4 (p' \cdot p)(k' \cdot k) \left\{ 1 + \frac{1}{2} [R(s)(g_V^2 - g_A^2) + T(s)(g_V'^2 - g_A'^2)] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{16} [R^2(s)(g_V^4 + g_A^4 - 2g_V^2 g_A^2) + T^2(s)(g_V'^4 + g_A'^4 - 2g_V'^2 g_A'^2)] \\
 & + \frac{1}{8} R(s) T(s) [(g_V^2 - g_A^2)(g_V'^2 - g_A'^2)] \Big\} \\
 & + 16 \left(\frac{e}{\sqrt{s}} \right)^4 (p' \cdot k')(k \cdot p) \left\{ \frac{1}{8} Y^2(s) \left(\frac{m_\mu m_e}{M_{W_1}^2} \right)^2 \right\}. \tag{3.3}
 \end{aligned}$$

Los parámetros $R(s)$, $T(s)$ e $Y(s)$ en la amplitud de probabilidad total, (3.3), son llamados factores de resonancia (adimensionales):

$$\begin{aligned}
 R(s) &\equiv \frac{s}{(s - M_z^2)s_{2w}^2}, \\
 T(s) &\equiv \frac{s}{(s - M_{z'}^2)s_{2w}^2 c_{2w}}, \\
 Y(s) &\equiv \frac{s}{(s - M_h^2)s_w^2},
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

donde se ha hecho el cambio de variable: $q \equiv \sqrt{s}$. La variable "s" representa la energía total al cuadrado, con respecto al CM.

3.1.2. Cinemática del proceso en el referencial del C.M.

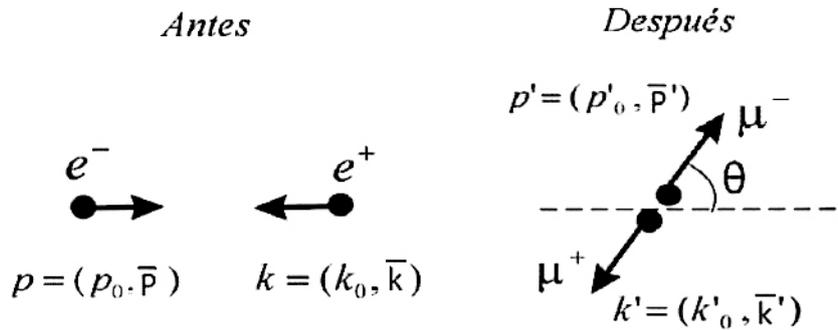


Figura 3.2: Cinemática del proceso de dispersión $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$ según el CM

Tomando en cuenta que en el límite de altas energías se puede hacer la siguiente aproximación $s \gg m_e^2, m_\mu^2$, donde m_e y m_μ son las masas de los leptones (electrón y

CAPÍTULO 3. CÁLCULO DE ASIMETRÍAS FORWARD BACKWARD Y
LEFT-RIGHT EN EL MODELO IZQUIERDO - DERECHO
 $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$

muón respectivamente) involucrados en el proceso. Se puede despreciar las masas en reposo de éstas partículas comparadas a la energía utilizada con respecto del C.M. \sqrt{s} :

$$k^2 = p^2 = m_e^2 \approx 0, \quad k'^2 = p'^2 = m_\mu^2 \approx 0,$$

de acuerdo con esta aproximación de alta energía, se llega a que la energía total de cada partícula es aproximadamente igual a su trimomento lineal (recordar que estamos en unidades naturales), es decir:

$$p_0 \approx |\mathbf{p}|, \quad k_0 \approx |\mathbf{k}|, \quad p'_0 \approx |\mathbf{p}'|, \quad k'_0 \approx |\mathbf{k}'|$$

Además, debido a que se esta trabajando en el referencial del C.M., se cumple que los trimomentos lineales de las partículas incidentes son iguales en módulo pero vectorialmente en sentidos opuestos (del mismo modo se cumple para el caso de las partículas finales):

$$\mathbf{p} = -\mathbf{k}, \quad \mathbf{p}' = -\mathbf{k}'$$

Como consecuencia de lo anterior, las energías de cada partícula son iguales, es decir:

$$p_0 \approx k_0, \quad p'_0 \approx k'_0,$$

por conservación de la energía, antes y después de la colisión, se verifica:

$$p_0 + k_0 = p'_0 + k'_0 = \sqrt{s},$$

como cada partícula tiene la misma energía, entonces, se puede expresar ésta en función de s :

$$p_0 \approx k_0 \approx p'_0 \approx k'_0 \approx \frac{1}{2}\sqrt{s}$$

De la figura (3.2), se obtiene:

$$\begin{aligned} a) \quad \mathbf{p}' \cdot \mathbf{p} &\approx \frac{s}{4} \cos \theta, & \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} &\approx \frac{s}{4} \cos \theta, \\ b) \quad \mathbf{p}' \cdot \mathbf{k} &\approx -\frac{s}{4} \cos \theta, & \mathbf{k}' \cdot \mathbf{p} &\approx -\frac{s}{4} \cos \theta, \end{aligned} \tag{3.5}$$

donde θ representa el ángulo de dispersión en el sistema CM.

Entonces, el producto de los cuadrimentos en función del ángulo de dispersión

necesarios para calcular (3.3) usando (3.5) son:

$$\begin{aligned}
 (p' \cdot p) &= p'_0 \cdot p_0 - \mathbf{p}' \cdot \mathbf{p} \approx \frac{s}{4}(1 - \cos \theta) \\
 (k' \cdot k) &= k'_0 \cdot k_0 - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} \approx \frac{s}{4}(1 - \cos \theta) \\
 (p' \cdot k) &= p'_0 \cdot k_0 - \mathbf{p}' \cdot \mathbf{k} \approx \frac{s}{4}(1 + \cos \theta) \\
 (k' \cdot p) &= k'_0 \cdot p_0 - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{p} \approx \frac{s}{4}(1 + \cos \theta) \\
 (p' \cdot k') &= p'_0 \cdot k'_0 - \mathbf{p}' \cdot \mathbf{k}' \approx \frac{s}{2} \\
 (k \cdot p) &= k_0 \cdot p_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p} \approx \frac{s}{2}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Al reemplazar (3.6) en la expresión de la amplitud de probabilidad total (3.3) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= (2e^4)(1 + \cos^2 \theta) \left\{ 1 + \frac{1}{2} [R g_V^2 + T g_V'^2] \right. \\
 &+ \frac{1}{16} [R^2 (g_V^2 + g_A^2)^2 + T^2 (g_V'^2 + g_A'^2)^2] + \frac{1}{8} [R T (g_V g_V' + g_A g_A')^2] \left. \right\} \\
 &+ (2e^4) \cos \theta \left\{ [R g_A^2 + T g_A'^2] + \frac{1}{2} [R^2 (g_V^2 g_A^2) + T^2 (g_V'^2 g_A'^2)] \right. \\
 &\qquad \qquad \qquad \left. + \frac{1}{4} [R T (g_V g_A' + g_V' g_A)^2] \right\} \\
 &+ (e^4 m_\mu^2 m_e^2 / 2 M_{W_1}^4) \{Y^2\}, \tag{3.7}
 \end{aligned}$$

donde los parámetros R , T e Y están definidos en la expresión (3.4).

La contribución del bosón escalar dada en la amplitud de probabilidad total, (3.7), a través del último término, es pequeña comparada con los otros, según un análisis realizado en dos modelos diferentes al calcular secciones eficaces[5],[8], por lo tanto, es posible dejar de lado su efecto en los cálculos.

Bajo esta premisa, la amplitud de probabilidad total se puede expresar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= (2e^4)(1+\cos^2 \theta) \left\{ 1 + \frac{1}{2} [R g_V^2 + T g_V'^2] \right. \\
 &+ \frac{1}{16} [R^2(g_V^2 + g_A^2)^2 + T^2(g_V'^2 + g_A'^2)^2] + \frac{1}{8} [RT (g_V g_V' + g_A g_A')^2] \left. \right\} \\
 &+ (2e^4) \cos \theta \left\{ [R g_A^2 + T g_A'^2] + \frac{1}{2} [R^2(g_V^2 g_A^2) + T^2(g_V'^2 g_A'^2)] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{4} [RT (g_V g_A' + g_V' g_A)^2] \right\} \tag{3.8}
 \end{aligned}$$

3.1.3. Sección Eficaz diferencial:

La sección eficaz diferencial promedio (que deriva de la Regla de Oro de Fermi), en el referencial del C.M. es dada por la siguiente relación[5], [8]:

$$\left\langle \frac{d\sigma}{d\Omega} \right\rangle_{CM} = \left(\frac{\alpha^2}{8e^2 s} \right) \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \tag{3.9}$$

donde:

$$\alpha^2 = \frac{q^4}{16\pi^2},$$

La sección eficaz forward-backward en el referencial del C.M. se obtiene integrando (3.9) respecto al ángulo sólido:

1. Forward:

$$\sigma_{CM}^{Fo.} = \int d\Omega \langle d\sigma/d\Omega \rangle_{CM} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} (\text{sen}\theta d\theta d\phi) \langle d\sigma/d\Omega \rangle_{CM} \tag{3.10}$$

2. Backward:

$$\sigma_{CM}^{Bac.} = \int d\Omega \langle d\sigma/d\Omega \rangle_{CM} = \int_0^{2\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} (\text{sen}\theta d\theta d\phi) \langle d\sigma/d\Omega \rangle_{CM} \tag{3.11}$$

3.1.4. Cálculo de la Asimetría Forward - Backward:

Para el cálculo de ésta asimetría, expresemos la sección eficaz diferencial de la forma:

$$\left\langle \frac{d\sigma}{d\Omega} \right\rangle_{cm} = \frac{\alpha^2}{4s} \{A(1 + \cos^2 \theta) + B \cos \theta\}, \tag{3.12}$$

donde A y B según (3.12) están en función de los parámetros del modelo.

Al calcular las secciones eficaces totales “Forward y Backward” de la expresión (3.12), se obtiene:

$$\sigma_{CM}^{Fo.} = \int d\Omega \langle d\sigma/d\Omega \rangle_{cm} = 2\pi \left(\frac{4}{3}A + \frac{B}{2} \right), \quad (3.13)$$

$$\sigma_{CM}^{Bac.} = \int d\Omega \langle d\sigma/d\Omega \rangle_{cm} = 2\pi \left(\frac{4}{3}A - \frac{B}{2} \right), \quad (3.14)$$

que al reemplazar en la expresión (3.1), se obtiene la asimetría:

$$A_{FB} = \frac{3B}{8A}, \quad (3.15)$$

para el modelo izquierdo-derecho los parámetros A y B están dados de la forma:

$$\begin{aligned} A = & 1 + \frac{1}{2} [R g_V^2 + T g_V'^2] + \frac{1}{16} [R^2(g_V^2 + g_A^2)^2 + \\ & + T^2(g_V'^2 + g_A'^2)^2] + \frac{1}{8} [RT (g_V g_V' + g_A g_A')^2], \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} B = & R g_A^2 + T g_A'^2 + \frac{1}{2} [R^2(g_V^2 g_A^2) + T^2(g_V'^2 g_A'^2)] + \\ & + \frac{1}{4} [RT (g_V g_A' + g_V' g_A)^2], \end{aligned}$$

donde

$$g_V = g_V' = 1 - 4s_w^2, \quad g_A = 1, \quad g_A' = -c_{2w}.$$

Al expresar (3.16) en función del valor numérico del ángulo de Weinberg se obtiene:

$$\begin{aligned} A = & 1 + 0.0032 R + 0.0032 T + 0.0633 R^2 + 0.0055 T^2 + 0.0356 RT \\ B = & R + 0.292 T + 0.032 R^2 + 0.0009 T^2 + 0.0005 RT, \end{aligned}$$

recordar que los parámetros R y T han sido definidos en (3.4).

Por lo tanto, la asimetría Forward-Backward es dada finalmente por la expresión:

$$A_{FB} = \left(\frac{3}{8} \right) \frac{R + 0.292 T + 0.032 R^2 + 0.0009 T^2 + 0.0005 RT}{1 + 0.0032 R + 0.0032 T + 0.0633 R^2 + 0.0055 T^2 + 0.0356 RT} \quad (3.17)$$

Una manera de saber si es que estamos en lo correcto es graficar A_{FB} vs \sqrt{s} (Energía total respecto el C.M.), comparándola con resultados dados en los artículos del mismo modelo [6],[10] u otros, o verificando que a energías compatibles con la del ME reproducen los mismos resultados. Esto se verá en el siguiente capítulo.

3.2. Asimetría Left - Right en el proceso de dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$

La asimetría Left Right, A_{LR} , al igual que la Forward-Backward, tienen la ventaja de obtener mediciones mucho más precisas en el caso de que se desee conocer la presencia de nuevas partículas, u obtener con mayor exactitud algunas propiedades de ciertas partículas o procesos de colisión[6][10]. Sin embargo, es algo más complicado de realizar experimentalmente con respecto a la asimetría Forward-Backward, debido a que los haces involucrados están polarizados.

Entre las características más importantes de ésta medición se tiene[6]:

- La asimetría es una medida de la violación de la paridad, por lo que su valor determina la violación de la paridad del electrón en procesos de dispersión para el caso de corrientes débiles neutras.
- Debido a que la asimetría es una razón (al igual que la A_{FB}), las incertidumbres (teóricas y experimentales) que aparecen tanto en el numerador como en el denominador se cancelan y por lo tanto estas asimetrías se pueden usar para efectuar mediciones más precisas en el contexto del ME.
- Es una forma de medir el nivel de interferencia entre la fuerza electromagnética y la débil.

Para el cálculo de A_{LR} en el proceso de dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$, se pueden considerar los siguientes casos:

- Sólomente el haz de electrones esté polarizado y las otras partículas sean no polarizadas.
- Los haces de electrones y positrones estén polarizados y el resto no.
- Tanto las partículas iniciales y finales estén polarizadas.

En procesos de dispersión con haces polarizados sólo los que poseen helicidad contraria son los que contribuyen al proceso, mientras los haces que tengan la misma helicidad su contribución se anula, por lo tanto, para nuestros cálculos se tomará en cuenta el primer caso, donde el haz de electrones está polarizado (izquierdo o derecho) y el resto no son polarizados.

La asimetría Left-Right se define de la forma siguiente:

$$A_{LR} = \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R}, \quad (3.18)$$

donde:

1. σ_L : Sección eficaz total para el caso de un electrón izquierdo.
2. σ_R : Sección eficaz total para el caso de un electrón derecho.

3.2.1. Cálculo de la amplitud de probabilidad total para el cálculo de la asimetría Left-Right

El diagrama de Feynman correspondiente a éste proceso de dispersión es:

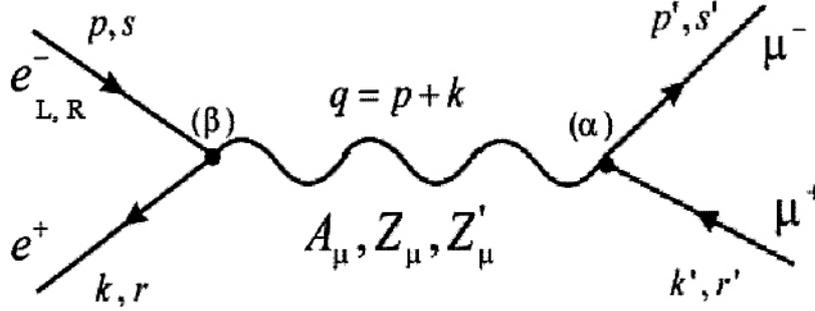


Figura 3.3: Son los tres diagramas que contribuyen a la dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$.

A diferencia del cálculo de la asimetría Forward-Backward, cuya contribución del bosón escalar de Higgs se dejó de lado en el resultado final de la amplitud de probabilidad total, para éste caso la contribución del bosón escalar será insignificante desde un inicio[5][8], en consecuencia, el diagrama de Feynman presenta las contribuciones del fotón, Z y Z' . Como se observa en la **figura 3.3** el electrón es el único que está polarizado (Izquierdo (L) o derecho (R)), mientras que las otras partículas involucradas no lo están.

La amplitud de probabilidad total esta dada por:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{1}{2} \sum_{sts't'} |\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_{Z^0} + \mathcal{M}_{Z'}|^2, \quad (3.19)$$

donde el factor $1/2$ es debido a que el electrón es la única partícula que está polarizado (su estado de espín está fijo), mientras que el positrón tiene dos posibilidades de helicidad.

Según el Diagrama de Feynman, (figura 3.3), las amplitudes de probabilidad de las contribuciones son de la forma:

$$\mathcal{M}_\gamma = (ie^2) [\bar{u}_{s'}(\vec{p}')\gamma^\alpha v_{r'}(\vec{k}')] D_{\alpha\beta}^\gamma [\bar{v}_r(\vec{k})\gamma^\beta P_{L,R}u_s(\vec{p})]$$

$$\mathcal{M}_Z = \left(\frac{ig^2}{16c_w^2}\right) [\bar{u}_{s'}(\vec{p}')\gamma^\alpha (g_V - g_A\gamma_5)v_{r'}(\vec{k}')] D_{\alpha\beta}^z [\bar{v}_r(\vec{k})\gamma_\alpha (g_V - g_A\gamma_5)P_{L,R}u_s(\vec{p})]$$

$$\mathcal{M}_{Z'} = \left(\frac{ig^2}{16c_w^2 c_2 w}\right) [\bar{u}_{s'}(\vec{p}')\gamma^\alpha (g'_V - g'_A\gamma_5)v_{r'}(\vec{k}')] D_{\alpha\beta}^{z'} [\bar{v}_r(\vec{k})\gamma_\alpha (g'_V - g'_A\gamma_5)P_{L,R}u_s(\vec{p})]$$

Se puede observar en éstas amplitudes de probabilidad que aparecen los operadores de Helicidad Izquierda ($P_L = (1 - \gamma_5)/2$) y Helicidad Derecha ($P_R = (1 + \gamma_5)/2$), debido a que el electrón considerado tiene polarización definida, los propagadores $D_{\alpha\beta}^\gamma$, $D_{\alpha\beta}^z$ y $D_{\alpha\beta}^{z'}$ son los mismos que en el cálculo anterior (asimetría Forward-Backward).

Desarrollando la expresión (3.19), obtenemos:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{2} \sum_{sts't'} |\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_{Z^0} + \mathcal{M}_{Z'}|^2 = \frac{1}{2} \sum_{sts't'} [\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_{Z^0} + \mathcal{M}_{Z'}] \times \\ &\times [\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_{Z^0} + \mathcal{M}_{Z'}]^* = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{sts't'} [|\mathcal{M}_\gamma|^2 + |\mathcal{M}_{Z^0}|^2 + |\mathcal{M}_{Z'}|^2 + \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z^0}^* + \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z'}^* + \mathcal{M}_{Z^0} \mathcal{M}_\gamma^* + \\ &+ \mathcal{M}_{Z^0} \mathcal{M}_{Z'}^* + \mathcal{M}_{Z'} \mathcal{M}_\gamma^* + \mathcal{M}_{Z'} \mathcal{M}_{Z^0}^*] \end{aligned} \quad (3.20)$$

La amplitud de probabilidad (3.20) se puede reducir de nueve términos a sólo seis:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{2} \sum_{sts't'} \left[|\mathcal{M}_\gamma|^2 + |\mathcal{M}_{Z^0}|^2 + |\mathcal{M}_{Z'}|^2 + \underbrace{2}_{*} (\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z^0}^* + \mathcal{M}_{Z^0} \mathcal{M}_{Z'}^* + \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z'}^*) \right] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{sts't'} |\mathcal{M}_\gamma|^2 + \frac{1}{2} \sum_{sts't'} |\mathcal{M}_{Z^0}|^2 + \frac{1}{2} \sum_{sts't'} |\mathcal{M}_{Z'}|^2 + 2 \times \frac{1}{2} \sum_{sts't'} \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z^0}^* + \\ &+ 2 \times \frac{1}{2} \sum_{sts't'} \mathcal{M}_{Z^0} \mathcal{M}_{Z'}^* + 2 \times \frac{1}{2} \sum_{sts't'} \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z'}^* \end{aligned} \quad (3.21)$$

El símbolo (*) en el factor 2 es debido a que se comprueba que el producto de las amplitudes correspondientes a dos contribuciones resulta ser igual al producto de la conjugada de estas mismas amplitudes, por ejemplo:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z^0}^* &= \mathcal{M}_{Z^0} \mathcal{M}_\gamma^*, \\ \mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_{Z^0'}^* &= \mathcal{M}_{Z^0'} \mathcal{M}_\gamma^*, \\ \mathcal{M}_{Z^0} \mathcal{M}_{Z'}^* &= \mathcal{M}_{Z'} \mathcal{M}_{Z^0}^*. \end{aligned}$$

Por lo tanto, la amplitud de probabilidad (3.20), se puede expresar de la siguiente forma:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \chi_\gamma + \chi_{Z^0} + \chi_{Z'} + 2\chi_{\gamma Z^0} + 2\chi_{Z^0 Z'} + 2\chi_{\gamma Z'} \quad (3.22)$$

Calculando cada uno de los 6 términos de la expresión (3.22):

1. χ_γ :

$$\chi_\gamma = \frac{e^4}{2s^2} \left(\frac{1}{16m_\mu^2 m_e^2} \right) Tr \left\{ \not{p}' \gamma^\alpha \not{k}' \gamma^{\bar{\alpha}} \right\} \times Tr \left\{ \not{k} \gamma_\alpha \not{p} \gamma_{\bar{\alpha}} P_{L,R} \right\} \quad (3.23)$$

2. χ_{Z^0} :

$$\begin{aligned} \chi_{Z^0} &= \frac{g^4}{512 c_w^4 (s - M_{Z^0}^2)^2} \left(\frac{1}{16 m_\mu^2 m_e^2} \right) \times \\ &\times Tr \left\{ \not{p}' \gamma^\alpha (g_V - g_A \gamma_5) \not{k}' \gamma^{\bar{\alpha}} (g_V - g_A \gamma_5) \right\} \times \\ &\times Tr \left\{ \not{k} \gamma_\alpha (g_V - g_A \gamma_5) \not{p} \gamma_{\bar{\alpha}} (g_V - g_A \gamma_5) P_{L,R} \right\} \end{aligned} \quad (3.24)$$

3. $\chi_{Z'}$:

$$\begin{aligned} \chi_{Z'} &= \frac{g^4}{512 c_w^4 c_{2w}^2 (s - M_{Z'}^2)^2} \left(\frac{1}{16 m_\mu^2 m_e^2} \right) \times \\ &\times Tr \left\{ \not{p}' \gamma^\alpha (g'_V - g'_A \gamma_5) \not{k}' \gamma^{\bar{\alpha}} (g'_V - g'_A \gamma_5) \right\} \times \\ &\times Tr \left\{ \not{k} \gamma_\alpha (g'_V - g'_A \gamma_5) \not{p} \gamma_{\bar{\alpha}} (g'_V - g'_A \gamma_5) P_{L,R} \right\} \end{aligned} \quad (3.25)$$

4. $\chi_{\gamma Z^0}$:

$$\begin{aligned} \chi_{\gamma Z^0} &= \frac{e^2 g^2}{16 c_w^2 s (s - M_{Z^0}^2)^2} \left(\frac{1}{16 m_\mu^2 m_e^2} \right) \times \\ &\times Tr \left\{ \not{p}' \gamma^\alpha \not{k}' \gamma^{\bar{\alpha}} (g_V - g_A \gamma_5) \right\} \times \\ &\times Tr \left\{ \not{k} \gamma_\alpha \not{p} \gamma_{\bar{\alpha}} (g_V - g_A \gamma_5) P_{L,R} \right\} \end{aligned} \quad (3.26)$$

5. $\chi_{Z^0 Z'}$:

$$\begin{aligned} \chi_{Z^0 Z'} &= \frac{g^4}{256 c_w^4 c_{2w} (s - M_{Z^0}^2)(s - M_{Z'}^2)} \left(\frac{1}{16 m_\mu^2 m_e^2} \right) \times \\ &\times Tr \left\{ \not{p}' \gamma^\alpha (g_V - g_A \gamma_5) \not{k}' \gamma^{\bar{\alpha}} (g'_V - g'_A \gamma_5) \right\} \times \\ &\times Tr \left\{ \not{k} \gamma_\alpha (g_V - g_A \gamma_5) \not{p} \gamma_{\bar{\alpha}} (g'_V - g'_A \gamma_5) P_{L,R} \right\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

6. / $\chi_{\gamma Z'}$:

$$\begin{aligned} \chi_{\gamma Z'} &= \frac{e^2 g^2}{16 c_w^2 c_{2w} s (s - M_{Z'}^2)^2} \left(\frac{1}{16 m_\mu^2 m_e^2} \right) \times \\ &\times Tr \left\{ \not{p}' \gamma^\alpha \not{k}' \gamma^{\bar{\alpha}} (g'_V - g'_A \gamma_5) \right\} \times \\ &\times Tr \left\{ \not{k} \gamma_\alpha \not{p} \gamma_{\bar{\alpha}} (g'_V - g'_A \gamma_5) P_{L,R} \right\}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Como en el caso de la asimetría Forward-Backward se ha hecho el cambio de variable $s = q^2 = (p + k)^2$ (Energía total al cuadrado respecto del centro de momento). La notación $P_{L,R}$ indica los casos: electrón izquierdo o electrón derecho respectivamente, esto nos ayudará a calcular más rápidamente la sección eficaz total (σ_L , y σ_R), para luego obtener la asimetría Left-Right en función de la energía, " \sqrt{s} ".

3.2.2. Cálculo de las trazas en función de los cuadrimentos de las partículas involucradas

Teniendo en cuenta las propiedades de las trazas dadas en el apéndice C, el producto de las trazas para cada contribución será:

1.

$$\begin{aligned} Tr \left\{ \not{p}' \gamma^\alpha \not{k}' \gamma^{\bar{\alpha}} \right\} &\times Tr \left\{ \not{k} \gamma_\alpha \not{p}' \gamma_{\bar{\alpha}} P_{L,R} \right\} = \\ &= 16 \left\{ (p' \cdot k)(k' \cdot p) + (p' \cdot p)(k' \cdot k) \right\} \end{aligned} \quad (3.29)$$

2.

$$\begin{aligned} &Tr \left\{ \not{p}' \gamma^\alpha (g_V - g_A \gamma_5) \not{k}' \gamma^{\bar{\alpha}} (g_V - g_A \gamma_5) \right\} \times \\ &\times Tr \left\{ \not{k} \gamma_\alpha (g_V - g_A \gamma_5) \not{p}' \gamma_{\bar{\alpha}} (g_V - g_A \gamma_5) P_{L,R} \right\} = \\ &= \left\{ 32 (g_V^2 + g_A^2) (g_V''^2 + g_A''^2) + 128 g_A g_A'' g_V g_V'' \right\} (p' \cdot k)(k' \cdot p) + \\ &+ \left\{ 32 (g_V^2 + g_A^2) (g_V''^2 + g_A''^2) - 128 g_A g_A'' g_V g_V'' \right\} (p' \cdot p)(k' \cdot k) \end{aligned} \quad (3.30)$$

3.

$$\begin{aligned} &Tr \left\{ \not{p}' \gamma^\alpha (g'_V - g'_A \gamma_5) \not{k}' \gamma^{\bar{\alpha}} (g'_V - g'_A \gamma_5) \right\} \times \\ &\times Tr \left\{ \not{k} \gamma_\alpha (g'_V - g'_A \gamma_5) \not{p}' \gamma_{\bar{\alpha}} (g'_V - g'_A \gamma_5) P_{L,R} \right\} = \\ &= \left\{ 32 (g_V'^2 + g_A'^2) (h_V^2 + h_A^2) + 128 g'_A h_A g'_V h_V \right\} (p' \cdot k)(k' \cdot p) + \\ &+ \left\{ 32 (g_V'^2 + g_A'^2) (h_V^2 + h_A^2) - 128 g'_A h_A g'_V h_V \right\} (p' \cdot p)(k' \cdot k) \end{aligned} \quad (3.31)$$

4.

$$\begin{aligned} &Tr \left\{ \not{p}' \gamma^\alpha \not{k}' \gamma^{\bar{\alpha}} (g_V - g_A \gamma_5) \right\} \times Tr \left\{ \not{k} \gamma_\alpha \not{p}' \gamma_{\bar{\alpha}} (g_V - g_A \gamma_5) P_{L,R} \right\} = \\ &= 32 (g_V g_V'' + g_A g_A'') (p' \cdot k)(k' \cdot p) + 32 (g_V g_V'' - g_A g_A'') (p' \cdot p)(k' \cdot k) \end{aligned} \quad (3.32)$$

5.

$$\begin{aligned} &Tr \left\{ \not{p}' \gamma^\alpha (g_V - g_A \gamma_5) \not{k}' \gamma^{\bar{\alpha}} (g'_V - g'_A \gamma_5) \right\} \times \\ &\times Tr \left\{ \not{k} \gamma_\alpha (g_V - g_A \gamma_5) \not{p}' \gamma_{\bar{\alpha}} (g'_V - g'_A \gamma_5) P_{L,R} \right\} = \\ &= 32 \left[(g_V g'_V + g_A g'_A) (g_V'' h_V + g_A'' h_A) + (g_V g'_A + g_A g'_V) (g_V'' h_A + g_A'' h_V) \right] \times \\ &\times (p' \cdot k)(k' \cdot p) + \\ &+ 32 \left[(g_V g'_V + g_A g'_A) (g_V'' h_V + g_A'' h_A) - (g_V g'_A + g_A g'_V) (g_V'' h_A + g_A'' h_V) \right] \times \\ &\times (p' \cdot p)(k' \cdot k) \end{aligned} \quad (3.33)$$

6.

$$\begin{aligned} & Tr \left\{ \not{p}' \gamma^\alpha \not{k}' \gamma^{\bar{\alpha}} (g'_V - g'_A \gamma_5) \right\} \times Tr \left\{ \not{k} \gamma_\alpha \not{p} \gamma_{\bar{\alpha}} (g'_V - g'_A \gamma_5) P_{L,R} \right\} = \\ & = 32 \left(g'_V h_V + g'_A h_A \right) (p' \cdot k)(k' \cdot p) + 32 \left(g'_V h_V - g'_A h_A \right) (p' \cdot p)(k' \cdot k), \end{aligned} \quad (3.34)$$

donde los parámetros introducidos en el cálculo de las trazas varían según la helicidad del electrón, ver la siguiente tabla.

Parámetro	e_L	e_R
g''_V	$\left(\frac{g_V + g_A}{2} \right)$	$\left(\frac{g_V - g_A}{2} \right)$
g''_A	$\left(\frac{g_V + g_A}{2} \right)$	$\left(\frac{g_A - g_V}{2} \right)$
h_V	$\left(\frac{g'_V + g'_A}{2} \right)$	$\left(\frac{g'_V - g'_A}{2} \right)$
h_A	$\left(\frac{g'_V + g'_A}{2} \right)$	$\left(\frac{g'_A - g'_V}{2} \right)$

Tabla 3.1 Parámetros g''_V , g''_A , h_V y h_A en función de los conocidos g_A , g_V , g'_A , y g'_V

3.2.3. Términos de la Amplitud de probabilidad

Una vez obtenido el producto de las trazas, reemplazamos este cálculo en las expresiones desde (3.23), hasta (3.28), obteniéndose:

1. χ_γ :

$$\chi_\gamma = \frac{e^4}{32s^2 m_\mu^2 m_e^2} 16 \left\{ (p' \cdot k)(k' \cdot p) + (p' \cdot p)(k' \cdot k) \right\} \quad (3.35)$$

2. χ_{Z^0} :

$$\begin{aligned} \chi_{Z^0} &= \frac{g^4}{512 c_w^4 (s - M_{Z^0}^2)^2} \left(\frac{1}{16 m_e^2 m_\mu^2} \right) \times \\ &\times \left[\left\{ 32 (g_V^2 + g_A^2) (g_V''^2 + g_A''^2) + 128 g_A g_A'' g_V g_V'' \right\} (p' \cdot k)(k' \cdot p) + \right. \\ &+ \left. \left\{ 32 (g_V^2 + g_A^2) (g_V''^2 + g_A''^2) - 128 g_A g_A'' g_V g_V'' \right\} (p' \cdot p)(k' \cdot k) \right] \end{aligned} \quad (3.36)$$

3. $\chi_{Z'}$:

$$\begin{aligned} \chi_{Z'} &= \frac{g^4}{512 c_w^4 c_{2w}^2 (s - M_{Z'}^2)^2} \left(\frac{1}{16 m_e^2 m_\mu^2} \right) \times \\ &\times \left[\left\{ 32 (g_V'^2 + g_A'^2) (h_V^2 + h_A^2) + 128 g_A' h_A g_V' h_V \right\} (p' \cdot k)(k' \cdot p) + \right. \\ &\left. + \left\{ 32 (g_V'^2 + g_A'^2) (h_V^2 + h_A^2) - 128 g_A' h_A g_V' h_V \right\} (p' \cdot p)(k' \cdot k) \right] \end{aligned} \quad (3.37)$$

4. $\chi_{\gamma Z^0}$:

$$\begin{aligned} \chi_{\gamma Z^0} &= \frac{e^2 g^2}{16 c_w^2 s (s - M_{Z^0}^2)} \left(\frac{1}{16 m_e^2 m_\mu^2} \right) \times \\ &\times 32 \left[(g_V g_V'' + g_A g_A'') (p' \cdot k)(k' \cdot p) + (g_V g_V'' - g_A g_A'') (p' \cdot p)(k' \cdot k) \right] \end{aligned} \quad (3.38)$$

5. $\chi_{Z^0 Z'}$:

$$\begin{aligned} \chi_{Z^0 Z'} &= \frac{g^4}{256 c_w^4 c_{2w} (s - M_{Z^0}^2)(s - M_{Z'}^2)} \left(\frac{1}{16 m_e^2 m_\mu^2} \right) \times \\ &\times \left\{ 32 \left[(g_V g_V' + g_A g_A') (g_V'' h_V + g_A'' h_A) + (g_V g_A' + g_A g_V') (g_V'' h_A + g_A'' h_V) \right] \times \right. \\ &\times (p' \cdot k)(k' \cdot p) + \\ &\left. + 32 \left[(g_V g_V' + g_A g_A') (g_V'' h_V + g_A'' h_A) - (g_V g_A' + g_A g_V') (g_V'' h_A + g_A'' h_V) \right] \times \right. \\ &\left. \times (p' \cdot p)(k' \cdot k) \right\} \end{aligned} \quad (3.39)$$

6. $\chi_{\gamma Z'}$:

$$\begin{aligned} \chi_{\gamma Z'} &= \frac{e^2 g^2}{16 c_w^2 c_{2w} s (s - M_{Z'}^2)} \left(\frac{1}{16 m_e^2 m_\mu^2} \right) \times \\ &\times 32 \left[(g_V' h_V + g_A' h_A) (p' \cdot k)(k' \cdot p) + (g_V' h_V - g_A' h_A) (p' \cdot p)(k' \cdot k) \right] \end{aligned} \quad (3.40)$$

3.2.4. Amplitud de probabilidad total:

Reemplazando todos los términos anteriores en la expresión (3.22), hallamos la amplitud de probabilidad total:

$$\begin{aligned}
 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{8e^4}{s^2} \left(\frac{1}{16m_e^2 m_\mu^2} \right) \left\{ (p' \cdot k)(k' \cdot p) + (p' \cdot p)(k' \cdot k) \right\} \left[1 + \right. \\
 &+ \frac{R^2}{8} (g_V^2 + g_A^2)(g_V''^2 + g_A''^2) + \frac{T^2}{8} (g_V'^2 + g_A'^2)(h_V^2 + h_A^2) + 2R g_V g_V'' + \\
 &+ \left. \frac{RT}{4} (g_V g_V' + g_A g_A')(g_V'' h_V + g_A'' h_A) + \frac{T}{4} g_V' h_V \right] + \\
 &+ \frac{8e^4}{s^2} \left(\frac{1}{16m_e^2 m_\mu^2} \right) \left\{ (p' \cdot k)(k' \cdot p) - (p' \cdot p)(k' \cdot k) \right\} \left[\frac{g_A g_V g_A'' g_V''}{2} R^2 + \right. \\
 &+ \frac{g_A' g_V' h_A h_V}{2} T^2 + 2g_A g_A'' R + \frac{RT}{4} (g_V g_V' + g_A g_A')(g_V'' h_A + g_A'' h_V) + \\
 &+ \left. g_A' h_A \frac{T}{4} \right], \tag{3.41}
 \end{aligned}$$

los factores de resonancia $R \equiv R(s)$, y $T \equiv T(s)$ yá han sido definidos en la expresión (3.4).

La cinemática del proceso resulta ser la misma que en el caso de la asimetría Forward-Backward (ver sección 3.1.2), en consecuencia, usando el resultado de la expresión (3.6), obtenemos:

$$\begin{aligned}
 (p' \cdot k)(k' \cdot p) + (p' \cdot p)(k' \cdot k) &= \frac{s^2}{8} (1 + \cos^2 \theta), \\
 (p' \cdot k)(k' \cdot p) - (p' \cdot p)(k' \cdot k) &= \frac{s^2}{4} (\cos \theta),
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

siendo θ el ángulo de dispersión (ver figura 3.2).

Expresando la amplitud de probabilidad total (3.41) en función del ángulo de dispersión escribimos:

$$\begin{aligned}
 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= e^4 \left(\frac{1}{16m_e^2 m_\mu^2} \right) (1 + \cos^2 \theta) \left[1 + \right. \\
 &+ \frac{R^2}{8} (g_V^2 + g_A^2)(g_V''^2 + g_A''^2) + \frac{T^2}{8} (g_V'^2 + g_A'^2)(h_V^2 + h_A^2) + 2 R g_V g_V'' + \\
 &+ \left. \frac{RT}{4} (g_V g_V' + g_A g_A')(g_V'' h_V + g_A'' h_A) + \frac{T}{4} g_V' h_V \right] + \\
 &+ 2e^4 \left(\frac{1}{16m_e^2 m_\mu^2} \right) \cos \theta \left[\frac{g_A g_V g_A'' g_V''}{2} R^2 + \right. \\
 &+ \frac{g_A' g_V' h_A h_V}{2} \frac{T^2}{2} + 2 g_A g_A'' R + \frac{RT}{4} (g_V g_A' + g_A g_V')(g_V'' h_A + g_A'' h_V) + \\
 &+ \left. g_A' h_A \frac{T}{4} \right], \tag{3.43}
 \end{aligned}$$

3.2.5. Sección Eficaz diferencial de dispersión para el proceso $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$:

Usando la expresión de la sección eficaz diferencial, derivada de la Regla de Oro de Fermi (ver referencia [5], [8]):

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{cm} = \frac{1}{64 \pi^2 s} (16 m_e^2 m_\mu^2) \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle, \tag{3.44}$$

donde “s” es la energía total al cuadrado en el C.M., reemplazamos (3.43) en (3.44) obteniéndose:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{cm} &= \frac{\alpha^2}{4s} \left\{ (1 + \cos^2 \theta) \left[1 + \frac{R^2}{8} (g_V^2 + g_A^2)(g_V''^2 + g_A''^2) + \frac{T^2}{8} (g_V'^2 + g_A'^2)(h_V^2 + h_A^2) + \right. \right. \\
 &+ 2 R g_V g_V'' + \frac{RT}{4} (g_V g_V' + g_A g_A')(g_V'' h_V + g_A'' h_A) + \left. \frac{T}{4} g_V' h_V \right] + \\
 &+ 2 \cos \theta \left[\frac{g_A g_V g_A'' g_V''}{2} R^2 + \frac{g_A' g_V' h_A h_V}{2} T^2 + 2 g_A g_A'' R + \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{RT}{4} (g_V g_A' + g_A g_V')(g_V'' h_A + g_A'' h_V) + g_A' h_A \frac{T}{4} \right] \right\}, \tag{3.45}
 \end{aligned}$$

aquí se ha introducido la constante de estructura fina α , haciendo el cambio de variable:

$$e^2 = 4 \pi \alpha$$

3.2.6. Sección Eficaz total de dispersión para el caso de un electrón izquierdo (e_L) y un electrón derecho (e_R):

La sección eficaz total se obtiene de la expresión:

$$\int d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{CM} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\sin \theta d\theta d\varphi) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{CM},$$

debido a que el sistema presenta simetría azimutal, se puede integrar con respecto de φ , quedando expresado la relación anterior de la forma:

$$\int d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{CM} = 2\pi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{CM} \quad (3.46)$$

Al reemplazar la sección diferencial eficaz (3.45) en la expresión (3.46) se obtiene:

$$\begin{aligned} \sigma_{CM} = & \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \left[1 + \frac{R^2}{8} (g_V^2 + g_A^2)(g_V''^2 + g_A''^2) + \frac{T^2}{8} (g_V'^2 + g_A'^2)(h_V^2 + h_A^2) + \right. \\ & \left. + 2R g_V g_V'' + \frac{RT}{4} (g_V g_V' + g_A g_A')(g_V'' h_V + g_A'' h_A) + \frac{T}{4} g_V' h_V \right], \quad (3.47) \end{aligned}$$

teniendo en cuenta la **tabla A.1** donde los parámetros g_A , g_V , g_A' y g_V' están en función del ángulo de Weinberg, θ_w , se pueden expresar también los nuevos parámetros g_V'' , g_A'' , h_V y h_A , dados en la **tabla 3.1**, en función del ángulo de Weinberg, según el siguiente cuadro:

Parámetro	e_L	e_R
g_V''	$(1 - 2s_w^2)$	$(-2s_w^2)$
g_A''	$(1 - 2s_w^2)$	$(2s_w^2)$
h_V	$\left(\frac{1 - 4s_w^2 - c_{2w}}{2} \right)$	$\left(\frac{1 - 4s_w^2 + c_{2w}}{2} \right)$
h_A	$\left(\frac{1 - 4s_w^2 - c_{2w}}{2} \right)$	$\left(\frac{4s_w^2 - c_{2w} - 1}{2} \right)$

Tabla 3.2 Los parámetros g_V'' , g_A'' , h_V y h_A en función del ángulo de Weinberg, θ_w

Por lo tanto, la sección eficaz total para el caso de que el haz de electrones sea de Helicidad Izquierda o Derecha es:

- **Electrón izquierdo, e_L :**

$$\begin{aligned} \sigma_{CM}^L = & \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \left\{ 1 + \frac{R^2}{4} (1 - 2s_w^2)^2 [1 + (1 - 4s_w^2)^2] + \frac{T^2}{16} (1 - 4s_w^2 - c_{2w})^2 \times \right. \\ & \times [c_{2w}^2 + (1 - 4s_w^2)^2] + 2R(1 - 4s_w^2)(1 - 2s_w^2) + \frac{RT}{4} (1 - 2s_w^2)(1 - 4s_w^2 - c_{2w}) \times \\ & \left. \times [(1 - 4s_w^2)^2 - c_{2w}] + \frac{T}{8} (1 - 4s_w^2)(1 - 4s_w^2 - c_{2w}) \right\}, \quad (3.48) \end{aligned}$$

- **Electrón derecho, e_R :**

$$\begin{aligned} \sigma_{CM}^R &= \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \left\{ 1 + 2R^2 [1 + (1 - 4s_w^2)^2] s_w^4 + \frac{T^2}{16} (1 - 4s_w^2 + c_{2w})^2 \times \right. \\ &\times [c_{2w}^2 + (1 - 4s_w^2)^2] - 4R(1 - 4s_w^2) s_w^2 + RT s_w^2 (4s_w^2 - c_{2w} - 1) \times \\ &\left. \times [(1 - 4s_w^2)^2 - c_{2w}] + \frac{T}{8} (1 - 4s_w^2) (1 - 4s_w^2 + c_{2w}) \right\}, \end{aligned} \quad (3.49)$$

los factores de Resonancia están dados por:

$$\begin{aligned} R(s) &\equiv \frac{s}{(s - M_{Z^0}^2) s_{2w}^2} \\ T(s) &\equiv \frac{s}{(s - M_{Z'}^2) s_{2w}^2 c_{2w}}. \end{aligned}$$

el valor aproximado del $s_w^2 = 0.23$ [12], es usado por lo que las secciones eficaces totales se pueden expresar:

- **Electrón izquierdo, e_L :**

$$\sigma_{CM}^L = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \{ 1 + 0,0734 R^2 + 0,0072 T^2 + 0,0864 R + 0,0331 RT - 0,0046 T \}, \quad (3.50)$$

- **Electrón derecho, e_R :**

$$\sigma_{CM}^R = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \{ 1 + 0,1065 R^2 + 0,0072 T^2 - 0,0736 R - 0,0761 RT + 0,0062 T \}, \quad (3.51)$$

de acuerdo a éstos valores de σ_{CM}^L y σ_{CM}^R , se observa que existe una diferencia al considerar un haz de electrones izquierdos con respecto al haz de electrones derechos.

3.2.7. Cálculo de la Asimetría Left-Right en el proceso de dispersión $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$

Según la definición (3.18) y los resultados (3.50) y (3.51), se obtiene la asimetría Left-Right en éste modelo izquierdo-derecho $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$:

$$A_{LR} = \frac{-0,0331 R^2 + 0,16 R + 0,1092 RT - 0,0108 T}{2 + 0,1799 R^2 + 0,0144 T^2 + 0,0128 R - 0,043 RT + 0,0016 T} \quad (3.52)$$

El análisis fenomenológico de éstos resultados (tanto de la asimetría Forward-Backward como la del Left-Right) se discutirán en el siguiente capítulo, fundamentando los resultados con los obtenidos de los artículos de referencia [6],[10], así como su validez para energías que sean compatibles con la del M.E.

Capítulo 4

Fenomenología y Resultados

En la actualidad, existe una serie de extensiones teóricas para el ME, basados en diferentes grupos de simetría de gauge local, entre las que se pueden citar por ejemplo, los modelos simétricos Izquierdo-Derecho[3][10], los modelos 331[5][20], entre otros. La mayoría de éstas extensiones implican la existencia de bosones de gauge masivos eléctricamente neutro, llamados también bosones exóticos y denotados por Z' , cuyos valores de masa deben ser del orden de algunos TeV[7], para ser consistente con la fenomenología actual. La búsqueda de estos bosones de gauge neutros son los principales objetivos del LHC y de los próximos Colisionadores, tales como el (ILC)[4].

Debido a que éstos bosones masivos son altamente inestables, su existencia se podrá demostrar a través de sus productos de desintegración, $Z' \rightarrow \ell^- \ell^+$ (ℓ : leptón). El cálculo de la sección eficaz total del proceso de dispersión $e^- + e^+ \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ y su análisis posterior a través de las curvas resonantes es una manera de detectar la presencia de éste bosón exótico (tal como se hizo en las referencias [5],[8]), sin embargo, resulta más útil, respecto a su precisión, calcular las asimetrías Forward-Backward y Left-Right de éste proceso.

Para el caso del ME, éstas mediciones de las asimetrías han servido para medir con más precisión la masa del bosón Z^0 , y aunque no ha sido aún detectado la presencia del nuevo bosón masivo Z' ha resultado una gran motivación hacer el cálculo en éste modelo izquierdo-derecho. Por lo menos se tiene el marco teórico para entender ciertas propiedades de éste bosón cuando sea buscado en el LHC o el ILC.

De acuerdo con los resultados obtenidos en el capítulo anterior, en el que se obtuvo la asimetría (Forward-Backward o Left-Right) en función de la energía total al cuadrado respecto del C.M., se procede a graficarlos y estudiar sus características, comparando éstos resultados con las obtenidos por el ME[6] (a energías compatibles con el ME) y por los modelos Izquierdo-Derecho (energías del orden de TeV)[10].

4.1. Asimetría Forward-Backward en el Modelo Izquierdo-Derecho $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$

La asimetría Forward-Backward (A_{FB}) en función de la energía total al cuadrado según el C.M., s , para el proceso no polarizado $e^- + e^+ \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ está dado por la expresión:

$$A_{FB} = \left(\frac{3}{8}\right) \frac{R + 0.292T + 0.032 R^2 + 0.0009 T^2 + 0.0005 RT}{1 + 0.0032 R + 0.0032 T + 0.0633 R^2 + 0.0055 T^2 + 0.0356 RT} \quad (4.1)$$

donde los parámetros de resonancia (R y T) están en función de s .

Recordar que $R \equiv R(s)$ y $T \equiv T(s)$ son de la forma:

$$R(s) \equiv \frac{s}{(s - M_Z^2)s_{2w}^2},$$

$$T(s) \equiv \frac{s}{(s - M_{Z'}^2)s_{2w}^2 c_{2w}^2}, \quad (4.2)$$

al graficar la expresión (4.1), A_{FB} en función de la energía total según el C.M. (\sqrt{s}), se obtiene:

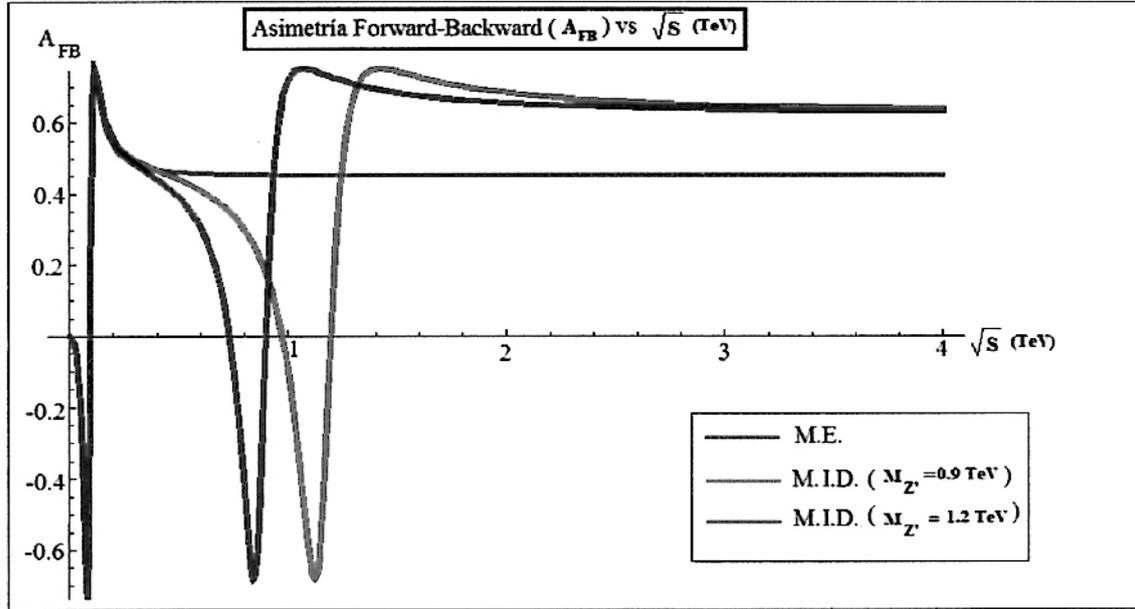


Figura 4.1: Asimetría Forward-Backward, A_{FB} , para el proceso de dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ para masas de Z' de 0.9 TeV y 1.2 TeV.

De la gráfica se puede deducir lo siguiente:

- La curva de azul representa la asimetría Forward-Backward calculada para el ME[6][10], mientras que las curvas verde y roja representan las asimetría, A_{FB} calculada en éste trabajo de Tesis (M.I.D.: modelo Izquierdo-Derecho) para dos masas diferentes de Z' : $M_{Z'} = 0,9 \text{ TeV}$, $M_{Z'} = 1,2 \text{ TeV}$ [7].
- Para energías compatibles con el ME, según la gráfica, aproximadamente ($< 300 \text{ GeV}$), las tres curvas se superponen, ésto quiere decir que estamos en lo correcto con respecto a lo que esperamos del M.I.D., por lo menos reproduce los resultados del ME. Recordar que el **Large Electron Positron Collider** (LEP), que operó en el CERN hasta el año 2000, llegó a una energía según el C.M. de 200 GeV aproximadamente.
- Para energías mayores que 300 GeV (aprosimadamente), se va notando la diferencia de las curvas del M.I.D. con respecto a la del ME. Los picos que aparecen en las curvas de color rojo y azul no necesariamente coinciden con la masa del bosón exótico Z' , y la curva del ME (curva azul) se va haciendo constante para estos valores de energía.
- Según el rango de energía con la que trabajará el ILC será de 500 GeV a 1.5 TeV [6], por lo pronto, se tiene un resultado teórico con qué comparar cuando se obtengan datos experimentales del acelerador lineal.

4.2. Asimetría Left-Right en el Modelo Izquierdo-Derecho $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$

Con respecto a lo obtenido en el capítulo anterior, la asimetría Left-Right está dada por:

$$A_{LR} = \frac{-0,0331 R^2 + 0,16 R + 0,1092 RT - 0,0108 T}{2 + 0,1799 R^2 + 0,0144 T^2 + 0,0128 R - 0,043 RT + 0,0016 T}, \quad (4.3)$$

Teniendo en cuenta éste resultado para la asimetría, (4.3), se grafica A_{LR} versus \sqrt{s} , obteniéndose la siguiente figura:

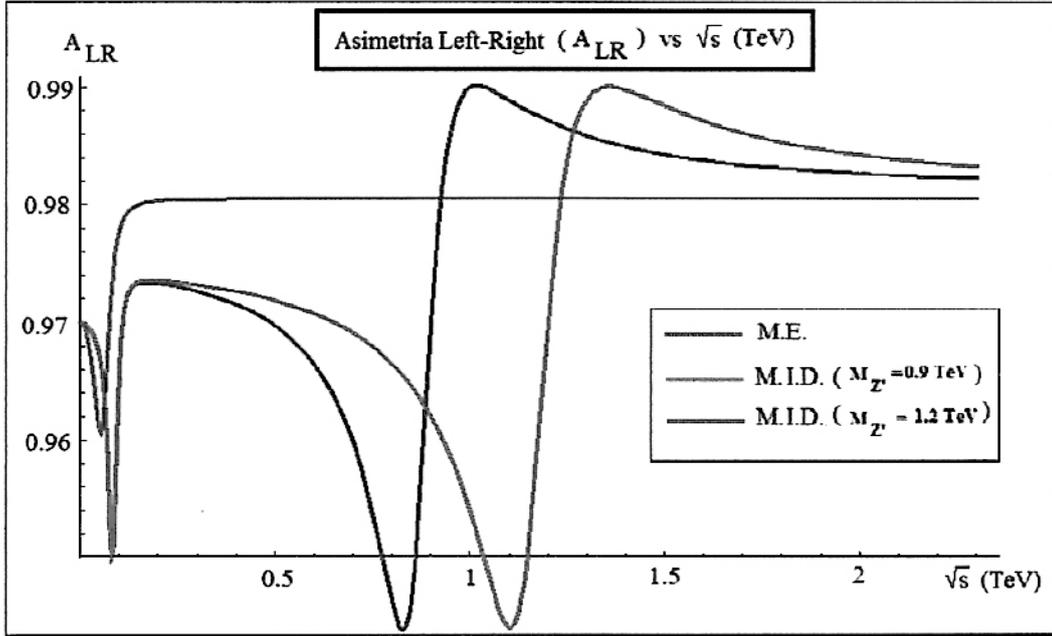


Figura 4.2: Asimetría Left-Right para el proceso de dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ para el ME y el Modelo Izquierdo-Derecho para masas de Z' de 0.9 TeV y 1.2 TeV.

Del gráfico se observa lo siguiente:

- Del mismo modo que en la gráfica 4.1 se tienen las curvas de asimetría Left-Right para el ME (curva Azul), y las curvas para el M.I.D. (curva roja y verde) para dos valores de masas del bosón exótico Z' distintos: 0.9 TeV y 1.2 TeV[7].
- Para energías compatibles con la del M.E. (< 300 GeV) no coinciden como en el caso de la asimetría Forward-Backward, además, para energías mayores que 300 GeV (aproximadamente), el M.I.D. presenta asimetría left-right, mientras que la del ME no tiene ese comportamiento, sino, resulta ser una constante.
- Las curvas correspondientes al M.I.D. tienden a la del ME para $M_{Z'} \gg \sqrt{s}$. Esto coincide con lo obtenido en la referencia[10].
- No necesariamente los picos obtenidos en las curvas coinciden con las masas de los bosones exóticos considerados, éstos picos (máximo y mínimo) aparecen antes y después de la masa de Z' considerado (aproximadamente).

Capítulo 5

Comentarios y conclusiones

Este trabajo de tesis es presentado dentro del marco teórico del modelo electrodébil izquierdo-derecho basado en el grupo de simetría de gauge local $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_Y$, donde se ha tomado como referencias principalmente a los artículos [9],[10]. Partiendo de los conceptos de invariancia de gauge y el mecanismo de generación de masa (Mecanismo de Higgs), se han construido las densidades lagrangeanas de los diferentes sectores obteniendo los valores de masas y los términos de interacción de todas las partículas propuestas por el modelo en función de los nuevos parámetros. La mayor parte de sus sectores han sido desarrollados de una manera detallada en la referencia [8], sin embargo, la motivación de éste nuevo trabajo es analizar y entender las propiedades de asimetría Forward-Backward y Left-Right[10] que se generan debido a la forma particular en que se acoplan los bosones intermediarios neutros con los leptones (acople Vector-Vector, y Vector-Axial).

Para el caso de los bosones físicos cargados $W_{1,2}^\pm$, se obtuvo las masas[8]:

$$M_{W_1}^2 \approx \frac{g^2}{2}(k^2 + k'^2),$$

$$M_{W_2}^2 \approx \frac{g^2}{2}(k^2 + k'^2 + 2v_R^2),$$

que están escritos en función de los parámetros del modelo, y que junto con las condiciones establecidas según las expresiones (2.9) y (2.10) se logra obtener la siguiente desigualdad:

$$k^2 + k'^2 \ll k^2 + k'^2 + 2v_R^2.$$

Lo cual implica $M_{W_1}^2 \ll M_{W_2}^2$. En consecuencia, el bosón exótico W_2^\pm debería ser encontrado en los aceleradores actuales (por ejemplo el LHC) con masas de ordenes de energías muy altas (TeV). Del mismo modo, se deduce que $M_{W_1}^2 \approx M_{W_L}^2 \approx 80 \text{ GeV}$ de acuerdo a energías compatibles con el M.E..

Con respecto a los valores de masas de los bosones físicos neutros, se encontró lo

siguiente:

$$M_{A_\mu}^2 = 0,$$

$$M_{Z_\mu}^2 \approx \frac{g^2}{2 \cos^2 \theta_w} (k^2 + k'^2),$$

$$M_{Z'_\mu}^2 \approx \frac{g^2}{2 \cos^2 \theta_w \cos 2\theta_w} [(k^2 + k'^2) \cos^2 2\theta_w + 4 v_R^2 \cos^4 \theta_w],$$

se puede observar que la masa del fotón resulta ser exactamente cero (como es de esperarse); además, la masa del bosón Z ($M_Z = 91.18$ GeV) es mucho menor que la del bosón exótico Z' debido a la presencia del parámetro preponderante v_R . Un resultado similar se obtuvo en el modelo 331 [5].

Debido a la diferencia entre los acoplos de los bosones intermediarios físicos con los leptones (Vector-vector y Vector-Axial), se procedió a efectuar el cálculo de la asimetría Forward-Backward, donde previamente se obtuvieron las secciones eficaces hacia adelante ($\theta : 0 \rightarrow \pi/2$) y hacia atrás ($\theta : \pi/2 \rightarrow \pi$), para el proceso de dispersión $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ en el referencial del C.M.. Posterior a ello, se graficó A_{FB} versus \sqrt{s} en rangos apropiados de energía de acuerdo a las referencias [6][10] y teniendo en cuenta principalmente el rango de energía en que operará el ILC (500 GeV - 1.5 TeV).

Según la figura 4.1, para valores de energía menores que 300 GeV, aproximadamente, las dos curvas correspondientes al M.I.D. (con dos valores diferentes de $M_{Z'}$) se superponen con la del M.E., mientras que para valores mayores a 300 GeV se va notando la diferencia, es decir, se observa la presencia de la asimetría Forward-Backward alrededor de las masas de los bosones exóticos considerados. En cambio, para valores de $M_{Z'} \gg \sqrt{s}$, las curvas del M.I.D. tienden a la del M.E. como era de esperarse según la referencia [10]. Esto nos da la confianza de afirmar que nuestros cálculos están en lo correcto, y que el M.I.D. aparte de ser un buen candidato para ser la verdadera extensión del M.E., presenta asimetría Forward-Backward.

Para el caso de la asimetría left-right, se consideró al electrón polarizado (izquierdo o derecho), mientras que las otras partículas involucradas en el proceso eran no polarizadas. Por la definición de A_{LR} se calcularon previamente las secciones eficaces totales según el C.M. para el caso de un electrón izquierdo y luego para un electrón derecho. Según ésta premisa, se obtuvo la figura 4.2, considerando los mismos valores de $M_{Z'}$ que en el caso anterior (asimetría forward-backward), donde se observa que para energías menores a 300 GeV, las curvas del M.I.D. no presentan el mismo comportamiento que la del M.E.. Para valores de energía mayores que 300 GeV, se va notando la asimetría A_{LR} alrededor de la masa de los bosones $M_{Z'}$ considerados, pero para energías $M_{Z'} \gg \sqrt{s}$ las curvas del M.I.D. tienden a la del M.E., como sucede en las referencias[10].

Concluimos que el cálculo de las asimetrías permite restringir un rango de energía para la masa de $M_{Z'}$ (según el modelo), donde un determinado proceso de dispersión presente dicha característica. Además, tanto la asimetría forward-backward como la asimetría left-right dan un resultado más preciso comparado a sólo calcular la sección eficaz total, ésto debido a que en su definición está presente (en el numerador) la diferencia de secciones eficaces, y esto facilita también la cancelación de cualquier error o incertidumbre en el cálculo de dichas secciones, haciendo el resultado mas preciso.

Finalmente, se ha obtenido otra forma de evidenciar la presencia de nuevas partículas altamente masivas, ésto a través del cálculo de las asimetrías, que son muy utilizadas dentro de la comunidad científica. Por lo pronto se ha construido el marco teórico para lo que será éste proceso cuando empiece a operar el acelerador lineal ILC para el año 2020 aproximadamente.

Bibliografía

- [1] G. C Branco and G. Senjanović, The question of neutrino mass, Phys. Rev. D vol. 18, number 5, 1 sep. 1978;
R. Davis, Jr., Neutrino '88 (edited by J. Schneps et al.), Singapore, 1988; K.K. Hirata, et al., Phys. Rev. Lett. 63, 16 (1989); 65, 1297, 1301(1990).
- [2] R. N. Mohapatra and R. E. Marshak, Phys. Lett. 91B, 222 (1980).
A. Davidson, Phys. Rev. D20, 776 (1979).
- [3] J.C. Pati and A. Salam, Phys. Rev. D10(1974) 275.
R. N. Mohapatra and J.C. Pati, Phys. Rev. D11(1975) 566.
G. Senjanovic and R. N. Mohapatra, Phys. Rev. D12(1975) 1502.
Robert Budny, Lecture at the International School of Subnuclear Physics, Erice, 23 July - 10 August 1977.
Rabindra N. Mohapatra and Deepinder P. Sidhu, Phys. Rev. D16, Number 9, 1 Nov. 1977.
G. Senjanovic, Nuc. Phys. B153(1979) 334.
- [4] Georg Weiglein, The LHC/ILC Connection - Brussels, Octubre 2006
- [5] Mag. Henry Díaz Chávez, Dr. Orlando Pereyra: Dispersión Electrón Positrón en Múon Antimuón en el polo del bosón Exótico Z'_0 del Modelo Electrodébil $SU(3) \otimes U(1)_N$
- [6] Thomas Walker - Search for a Z' at an e^+e^- Collider; Andrzej Czarnecki and William J. Marciano - Parity Violating Asymmetries at Future Lepton Collider (1998); J.C. Montero, V. Pleitez and M.C. Rodriguez- L-R asymmetries and signals for new bosons (March 1999);
J.C. Montero, V. Pleitez and M.C. Rodriguez: Left-Right asymmetries, the weak mixing angle, and new physics (24 de abril del 2002).
- [7] Paul Langacker - The Physics of Heavy Z' Gauge Bosons.
- [8] Mag. José Reyes Portales, Dr. Orlando Pereyra Cálculo de la dispersión Electrón Positrón en Muón Antimuón en el polo del Bosón Exótico Z'_0 del Modelo Estándar Izquierdo-Derecho $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_Y$, año 2010.

- [9] Rabindra N. Mohapatra, Palash B. Pal - Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics (Third edition 2003)
Rabindra N. Mohapatra, Unification and Supersymmetry: The frontiers of quark-leptons physics, third edition, Springer 1986.
- [10] F.M.L. Almeida Jr., Y. A. Coutinho, J. A. Martins Simoes, J. Ponciano, A. J. Ramalho and Stenio Wulck Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, Brazil and M.A.B. Vale Universidad Federal de Sao Joao del Rei, MG, Brazil, Minimal left-right symmetric models and new Z' properties at future electron-positron colliders (Date: 22 sep. 2004)
- [11] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19(1967) 1264;
A. Salam, "Elementary Particle Physics", edited by N. Svartholm (Almqvist and Wiksells, Stockholm, 1968); L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani, Phys. Rev D 2 (1970) 1285.
- [12] Particle Data Group, Review of Particle Physics, Phys. Lett. B592(2004) 1.
Phys. Lett. 122B (1983), 103-106.
LEP Working Group for Higgs boson searches, R. Barate et al, Phys. Lett. B565, 61 (2003), hep-ex/0306033.
- [13] P.W.Higgs, Phys. Lett. 12, 132(1964);
F. Englert and R. Brout, Phys. Rev. Lett. (1964), 321;
G. S. Guralnik, C. Hagen, and T.W. B. Kibble, Phys. Rev. Lett. 13, 585 (1964);
P. W.Higgs, Phys. Rev. 145 (1966), 1156;
T.W.B. Kibble, Phys. Rev. 155 (1967), 1554.
- [14] G. 't Hooft, Nucl. Phys. B33, 173(1971);idem, B35,167 (1971).
- [15] Y. Nambu, Phys. Rev. Lett. 4 (1960), 380;
J: Goldstone, Nuovo Cimento 19 (1961), 154;
J. Goldstone, A. Salam, S. Weinberg, Phys. Rev. 127 (1962), 965.
- [16] K. Moriyasu - "An Elementary Primer for Gauge Theory"; Peskin and Schroeder - "Quantum Field Theory"
- [17] M. Frank and H. Hamidian, Higgs Pair Production in the Left-Right Symmetric Extension of the Standard Model, IL NUOVO CIMENTO, Vol. 108 A, N.3, Marzo 1995.
- [18] General CP Violation in Minimal Left-Right Symmetric Model and Constraints on the Right-Handed Scale; Yue Zhang, Haipen An, Xiangdong Ji, and Rabindra N. Mohapatra.
Center for High Energy Physics and Institute of Theoretical Physics, Peking University, Beijing 100871, China.
Maryland Center for Fundamental Physics, Department of Physics, University of Maryland, College Park, Maryland 20742, USA.

- [19] Ken Kiers and Michael Assis, Physics Department, Taylor University, 236 West Reade Ave., Upland, Indiana 46989 and Alexey A. Petrov, Department of Physics and Astronomy, Wayne State University, Detroit, Michigan 48201 - Higgs Sector of Left-Right Model with Explicit CP Violation (Dated: February 2, 2008). (**Dated: February 2, 2008**)
- [20] V. Pleitez and M.D. Tonasse, Physical Review D 48 (1993); F. Pisano, V. Pleitez, Phys. Rev. D 46(1992)410, P. Frampton, Phys. Rev. Lett. 69 (1992)2889; J.C. Montero, F. Pisano, V. Pleitez, Phys. Rev. D 47(1993)2918; David Romero - Orlando Pereyra, "Decaimiento del Bosón Exótico $Z^{0'}$ en el Modelo Electrodébil $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ ".