

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL



TESIS

**“DEFLEXIONES DIFERIDAS EN VIGAS DE SECCIÓN
COMPUESTA DE CONCRETO Y ACERO”**

PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO CIVIL

ELABORADO POR

YORDAN ALBERTO ROCIO MALDONADO

ASESOR

Ing. JOSE CIPRIANO MASIAS GUILLEN

LIMA- PERÚ

2017

DEDICATORIA

Esta tesis se la dedico con mucho cariño y aprecio a mi madre, Elmira Maldonado, que gracias a su apoyo incondicional, ejemplo y valentía, he podido completar numerosas metas y objetivos a lo largo de mi vida.

A mis tíos, que con sus consejos y ocurrencias, hacen que la vida sea más fácil y agradable.

A mis amigos que gracias a la continua motivación, he cumplido varios objetivos.

A todos en general, por el continuo conocimiento brindado tanto personalmente como éticamente

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradezco a mi alma máter, Universidad Nacional de Ingeniería, por haberme brindado el conocimiento necesario para desarrollarme profesionalmente y personalmente, a sus profesores por impartir sus enseñanzas que día a día desarrollan el futuro del país.

Agradezco también a mi Asesor, Ing. José Cipriano Masías Guillén, por el continuo apoyo en el desarrollo de la presente tesis, otorgándome la motivación tanto profesionalmente como personalmente con sus anécdotas, consejos y conocimientos durante el proceso de elaboración.

Agradezco al Ing. Jorge Palomino Tamayo, por el apoyo brindado en la etapa inicial, brindándome la información necesaria para empezar con el tema tratado.

Agradezco a los miembros del jurado, por su tiempo y compromiso en la revisión, corrección y evaluación de la presente investigación.

Agradezco a todos los que han sido mis compañeros de aulas, ya que gracias a su amistad, a sus vivencias, a sus ocurrencias y a su apoyo, me han guardado gratos recuerdos para mejorar cada día.

En último lugar, agradezco a todas las personas que he conocido durante todo trayecto de mi vida, porque gracias a ello, he podido aprender muchas cosas nuevas en mi vida.

ÍNDICE	4
RESUMEN	8
ABSTRACT	10
PRÓLOGO	12
LISTA DE CUADROS	14
LISTA DE FIGURAS	15
LISTA DE SÍMBOLOS Y DE SIGLAS	21
INTRODUCCIÓN	26
CAPÍTULO I. GENERALIDADES	27
1.1 ANTECEDENTES	27
1.1.1 Sistema compuesto	27
1.1.2 Vigas de sección compuesta de concreto y acero, tipo “T”	29
1.1.3 Deflexiones diferidas en vigas de sección compuesta	30
1.2 RESEÑA HISTÓRICA	31
CAPÍTULO II. VIGAS DE SECCIÓN COMPUESTA TIPO “T”	36
2.1 ¿QUÉ ES UNA VIGA DE SECCIÓN COMPUESTA?	36
2.2 ELEMENTOS DE LA VIGA DE SECCIÓN COMPUESTA	37
2.2.1 Losa de Concreto	38
2.2.2 Conectores de corte	39
2.2.3 Viga de acero, perfil “I”	41
2.3 TIPOS DE INTERACCIÓN EN VIGAS DE SECCIÓN COMPUESTA	41
2.4 PROCESO CONSTRUCTIVO DEL SISTEMA DE LOSA COMPUESTA (COLABORANTE)	43
2.5 VENTAJAS	47
2.6 DESVENTAJAS	48
CAPÍTULO III. DEFLEXIONES DIFERIDAS	49
3.1 DEFLEXIONES EN GENERAL	49
3.2 DEFLEXIONES EN VIGAS DE CONCRETO ARMADO	50

3.3 MÉTODOS DE APROXIMACIÓN LINEAL PARA EFECTOS DIFERIDOS	54
3.3.1 Método efectivo “Effective Method” (EM)	54
3.3.2 Método del módulo ajustado de edad efectivo “Aged-Adjusted Effective Modulus Method” (AEMM)	55
3.3.3 Método de la Sección transformada	56
3.3.4 Ejemplo conceptual	57
3.4 DEFLEXIONES EN VIGAS DE SECCIÓN COMPUESTA	60
3.4.1 Estado de servicio	60
3.4.2 Interacción completa en vigas de sección compuesta	61
3.4.3 Interacción parcial en vigas de sección compuesta	65
3.4.4 Modelos de predicción del flujo plástico y de la retracción	70
3.4.4 Ejemplo aplicativo	97
CAPÍTULO IV. BIBLIOGRAFÍA EN LITERATURA NACIONAL E INTERNACIONAL	104
4.1 FLUJO PLÁSTICO Y RETRACCIÓN EN EL CONCRETO	105
4.2 ENSAYOS EXPERIMENTALES	109
4.3 CONECTORES DE CORTE	114
4.4 MODELAMIENTO ANALÍTICO	116
CAPÍTULO V. NORMATIVA ACTUAL	128
5.1 NORMATIVA NACIONAL	128
5.1.1 Reglamento Nacional de Edificaciones	128
5.2 NORMATIVA INTERNACIONAL	130
5.2.1 American Concrete Institute	130
5.2.2 American Institute of Steel Construction	131
5.2.3 British Standard 5950	133
5.2.4 Euro código 4	134
5.2.5 American Association of State Highway and Transportation Standards	137
CAPÍTULO VI. INFLUENCIA DE LOS ELEMENTOS CONSTITUYENTES Y PROPIEDADES DIVERSAS	140
6.1 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES CONSTITUYENTES	140
6.1.1 CONCRETO	140

6.1.2 ACERO	141
6.2 INFLUENCIA DE LOS ELEMENTOS CONSTITUYENTES	144
6.2.1 INFLUENCIA DEL CONCRETO EN LA LOSA	144
6.2.3 INFLUENCIA DEL ACERO ESTRUCTURAL	156
6.2.4 INFLUENCIA DEL ACERO DE REFUERZO	158
6.2.5 INFLUENCIA DE LOS CONECTORES DE CORTE	160
6.2.6 INFLUENCIA POR EL MÉTODO DE CONSTRUCCIÓN	163
CAPÍTULO VII. LINEAMIENTOS PARA EL MODELAMIENTO DE VIGAS DE SECCIÓN COMPUESTA	166
7.1 MODELAMIENTO PARA LA LOSA DE CONCRETO	166
7.1.1 Modelo elasto-plástico del concreto	167
7.1.2 Modelo de concreto en compresión	167
7.1.3 Modelo viscoelástico del concreto	169
7.1.4 Modelo para concreto en tracción	171
7.1.5 Modelamiento del elemento por método de elementos finitos	171
7.2 MODELAMIENTO PARA EL ACERO DE REFUERZO	173
7.2.1 Modelo del acero de refuerzo	173
7.2.2 Modelo de elementos finitos empleados en la literatura	174
7.3 MODELAMIENTO PARA LA VIGA DE ACERO	174
7.3.1 Modelo del acero estructural	174
7.3.2 Modelo del acero estructural según Tamayo 2011	175
7.3.3 Formulación de método de elementos finitos	176
7.4 MODELAMIENTO PARA LOS CONECTORES DE CORTE	177
7.4.1 Modelo de los conectores de corte	177
7.4.2 Modelo según Tamayo 2011	178
7.4.3 Modelo de elementos finitos para los conectores de corte	178
7.5 ELEMENTOS FINITOS	180
7.5.1 Discretización espacial	180
7.5.2 Principio de trabajos virtuales	181

7.6 PROCESO DE CÁLCULO, CONTROL Y VERIFICACIÓN DE DEFLEXIONES DIFERIDAS SIMPLIFICADO EN UNA VIGA	183
7.6.1 Módulo de elasticidad constante	185
7.6.2 Módulo de elasticidad no lineal	186
7.6.3 Cálculo de deflexiones diferidas con conectores de corte	186
CAPÍTULO VIII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	189
8.1 CONCLUSIONES	189
8.2 RECOMENDACIONES	192
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	193
ANEXOS	203

RESUMEN

El diseño estructural usando vigas de sección compuesta ha tomado gran importancia a nivel ingenieril, gracias a las ventajas de usar diferentes materiales para crear un elemento con propiedades mejoradas. En relación a este gran avance, el campo de diseño se ha visto en la obligación de crear normas o reglamentos que tomen en cuenta el correcto funcionamiento de dicho sistema. Por ello, el diseño se debe regir en principios o filosofías que brinden la seguridad; uno de los principales principios es el estado límite de servicio, cuyo principio es asegurar el correcto desempeño estructural tanto la funcionabilidad como la seguridad. A través de los años, el comportamiento, en dicho estado, es asumido en rango elástico, ya que se diseña con la suposición de que los elementos trabajan elásticamente y en consecuencia sus respuestas estructurales también. Por tal motivo, las respuestas estructurales deben ser controladas y verificadas en función a teorías de mecánica de materiales, considerando que la estructura se deforma elásticamente –efecto instantáneo y diferido- el que se toma en consideración mediante fórmulas empíricas en estado elástico por falta de estudio. En contradicción al comportamiento real de la estructura, el estado de servicio no considera el rango “no lineal”, por tanto las respuestas estructurales como las deflexiones, primordialmente, no toman en cuenta los efectos del comportamiento histórico dependiente o de largo plazo (diferidos), tal problema ocasiona que los cálculos sean subestimados o sobrestimados por normas actuales tales como AISC, Euro código 4, BS 5950, NTP. Igualmente, dichos efectos diferidos ocasionan que los esfuerzos de la estructura compuesta tiendan a disminuir progresivamente, las fuerzas no permanezcan constantes y que las deflexiones aumenten en un porcentaje alto comparadas a las instantáneas. En el presente trabajo, se realizará una recopilación de la información respecto a las deflexiones diferidas en vigas de sección compuesta de concreto y acero en el proceso de

cálculo, control y verificación de la respuesta estructural – la deflexión - en el sistema; además de los lineamientos necesarios para modelar este tipo de vigas. Dichos lineamientos son usados para realizar un modelo más real para posteriormente evaluar los resultados con base en ensayos experimentales. Finalmente, se brindará una revisión bibliográfica respecto al problema planteado en función a las propiedades constituyentes de los elementos que conforman la sección compuesta.

ABSTRACT

Structural design using composite beam has taken more importance in the engineering field due to all the advantages for using of different materials in the creation of a new element with better properties. For that reason, the design field has seen in the obligation of creating new line guides or norms that take the correct performance of that system; one of the principles is the limit service state, which function is assure the correct structural performance such as the functionality and the security. As a long time, the behavior, in that state, works in elastic range, because it is designed in the assumption of the elements work elastically and, consequently, the responses too. In service, the structural responses should be controlled and verified in function of mechanic theories, considering the structure acts elastically – instantaneous effect – and the long time effect does not occurs in the analysis, it verifies using formulas in elastic state or empiric form. In the spite of the fact that the real behavior, the service state does not work as a lineal range, in fact the real response as deflections, primarily, do not take in consideration the time dependent effects or long terms effects. Those problems generates underestimated or overestimated calculations in current design codes like as AISC, Euro code 4, BS 5950, NTP. Equally, the long-term effects generates that strains may decrease progressively, forces do not stay constant and deflections increase in a high percentage rate, compared to the short-term effects (instantaneous). In the present thesis, it will realize a recompilation of information from long term deflection on composite beams of concrete and Steel in the process of calculus, control and verification of the structural response –the deflection- in that system. Moreover, the necessary guidelines for modeling beams. Those guidelines were used for creating a realistic model in order to evaluate the results with real experiments. Finally, it has included a revision of information for proposed

problems in function of the constitutive properties from the elements, which conform the composite section.

PRÓLOGO

Muy pocas veces un trabajo de investigación está orientado a un tema complejo, de mucha importancia, pero tratado de manera práctica de modo de cubrir aspectos generales de dicho tema y otorgar bases para el inicio de estudios más profundos, aplicación directa y/o en ensayos de laboratorio, además de brindar posibles lineamientos futuros de investigación en nuestro medio. Es así que el autor se dedica, a tiempo completo, a la investigación del tema deflexiones diferidas en vigas de sección compuesta de concreto y acero, dando como resultado el presente trabajo.

Si bien el cálculo de las deflexiones de vigas esta estudiado en general, no así la determinación de estas para el caso de vigas de sección compuesta, conformadas por perfiles tipo H y losas de concreto armado. Hasta el momento de elaborar el presente trabajo se encontraron referencias de que aún se encuentra en etapa de estudio la determinación de deflexiones producto de cargas a largo plazo- especialmente en nuestro medio- ya que en la norma de concreto armado vigente, E060, este tipo de deflexiones solo está determinada mediante una fórmula empírica y ajustada solo para el caso de secciones netamente de concreto armado. Se encuentra que este tipo de deformaciones no dependen solo de las características físicas de los materiales involucrados, como el flujo plástico, también de la cantidad de estos, formas, dimensiones, interacción entre ellos, deformaciones relativas y de los procesos constructivos, además del tiempo, como es de esperarse.

Cabe la pregunta de cómo una cuestión tan importante aún no es tomada muy en cuenta en las normas en todo el mundo y de cómo un tema tan importante no es aún bien entendido. La respuesta ante este reto está aquí al tratar las deflexiones diferidas de secciones compuestas de una manera simple, acumulando y

mostrando de forma ordenada toda la información posible y encontrada; se encontrará que el fin del presente no es resolver el problema, el fin primordial es mostrar dicho problema de manera sencilla.

MASIAS GUILLEN

LISTA DE CUADROS

Cuadro N° 3.1 Peraltes o espesores mínimos de vigas no pre-esforzadas o losas en una sola dirección.....	51
Cuadro N° 3.2 Valores obtenidos de los diferentes modelos de predicción del concreto.....	96

LISTA DE FIGURAS

Figura N° 1.1 Vigas de secciones compuestas.	28
Figura N° 1.2 Tipos de columnas compuestas: (a) Sección embevida; (b) Sección circular con concreto; (c) Sección circular dentro de una sección circular; (d) Sección parcialmente encasetada; (e) Sección múltiple de acero; (f) Sección asimétrica.	28
Figura N° 1.3 Tipos de perfiles para sistema de losa colaborante.	29
Figura N° 1.4 Sección transversal para una viga compuesta tipo "T"	30
Figura N° 1.5 Piso suspendido con juntas de hierro	32
Figura N° 1.6 Piso Pohlmann.	32
Figura N° 1.7 Sección típica de puente en 1932.	33
Figura N° 1.8 Sección de puente en Suiza.	33
Figura N° 1.9 Viga compuesta de Kahn en 1926.	34
Figura N° 1.10 Viga de sección compuesta con conectores de cortes.	35
Figura N° 2.1 Viga de sección compuesta en área de estacionamiento del centro comercial "Tottus" de Atocongo.	36
Figura N° 2.2 Detalle de una viga de sección compuesta tipo "T"	37
Figura N° 2.3 Losa de concreto armado en sistema compuesto.	38
Figura N° 2.4 Losa de concreto con planchas metálicas.	39
Figura N° 2.5 Prueba de colocación de conectores de corte soldados al ala superior de un perfil "I" (Obra almacén XIMESA).	39
Figura N° 2.6 Tipos de conectores de corte.	40
Figura N° 2.7 Equilibrio de fuerzas entre losa y viga.	40

Figura N° 2.8 Perfil de acero, "I" o "W".	41
Figura N° 2.9 Tipos de interacción entre el concreto y el acero	43
Figura N° 2.10 Colocación de planchas metálicas en el sistema deck.	44
Figura N° 2.11 Grampa usada para la unión de sistema deck.	44
Figura N° 2.12 (a) Colocación (b) Espaciamiento en conectores.	45
Figura N° 2.13 Puesta de conectores de corte.	45
Figura N° 2.14 Aparato usado en el proceso de soldado.	46
Figura N° 2.15 Vaciado del concreto.	46
Figura N° 3.1 Viga deformada por cargas externas.	50
Figura N° 3.2 Diagrama de esfuerzo-tiempo para efecto no lineal.	50
Figura N° 3.3 Factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas	53
Figura N° 3.4 Reducción gradual del esfuerzo en el tiempo.	55
Figura N° 3.5 Gráfico de esfuerzo-deformación del concreto.	55
Figura N° 3.6 Sección de viga rectangular de concreto doblemente reforzado en el intervalo de carga de servicio después del agrietamiento.	58
Figura N° 3.7 Deformaciones iniciales en la sección.	62
Figura N° 3.8 (a) Sección transversal; (b) Fuerzas actuantes; (c) Redistribución de esfuerzos en rango no lineal superpuestos a esfuerzos iniciales.	64
Figura N° 3.9 (a) Efecto de deslizamiento "slip", (b) Distribución de esfuerzo debido a la conexión parcial.	66
Figura N° 3.10 Fuerzas de corte y deformaciones unitarias desarrolladas en conexión parcial.	66
Figura N° 3.11 Viga con planchas metálicas transversales a la viga	68

Figura N° 3.12 (a) deformaciones finales con parcial adherencia, (b) por conexión completa, (c) deformación de desplazamiento relativo.	69
Figura N° 3.13 Influencia del tipo de conexión obtenido al ensayar una viga de sección compuesta en un programa realizado por Kim.	70
Figura N° 3.14 Comparación modelo B3 con algunos test para el creep básico.	84
Figura N° 3.15 Vista de elevación de pasarela.	97
Figura N° 3.16 Sección transversal de pasarela.	98
Figura N° 4.1 Muestra tomada en forma experimental por Bazant 1987, comparada con el modelo Lau et al.	106
Figura N° 4.2 Deflexiones vs tiempo para caso de vigas reforzadas en modelos experimentales y analíticos.	107
Figura N° 4.3 Modelo implementado en el programa ABAQUS.	108
Figura N° 4.4 Deflexiones en la viga de sección compuesta.	109
Figura N° 4.5 Bloques de concreto que simulan cargas constantes.	110
Figura N° 4.6 Sistema usado para el estudio experimental por Ranzi.	110
Figura N° 4.7 Aplicación de la carga sostenida en la sección compuesta.	111
Figura N° 4.8 Resultados del ensayo push-out para ver la rigidez inicial de los conectores. (a) Tipo empernada; (b) tipo empernado; (c) tipo soldado.	112
Figura N° 4.9 Sistema usado para el estudio experimental.	112
Figura N° 4.10 Proceso de aplicación de carga en la viga de acero con láminas de fibra de carbono.	113
Figura N° 4.11 Fallas ocasionadas en los conectores de corte ensayados.	114
Figura N° 4.12 Diagrama de fuerza vs deflexión.	116
Figura N° 4.13 Segmento infinitesimal de la viga de sección compuesta.	116

Figura N° 4.14 Segmento de equilibrio en el modelo mencionado.	117
Figura N° 4.15 Elemento finito utilizado para el modelo.	117
Figura N° 4.16 Segmento de modelo de viga de sección compuesta.	118
Figura N° 4.17 Modelo aplicado para el análisis de sensibilidad.	119
Figura N° 4.18 Grupo de elementos finitos en programa ABAQUS: (a) losa de concreto; (b) perfil de acero; (c) conectores de corte y (d) elemento de contacto entre el acero y el concreto.	120
Figura N° 4.19 Fuerzas internas actuantes en dos capas distintas y las fuerzas de conexión.	121
Figura N° 4.20 Modelo desarrollado en elementos finitos que considera los grados de libertad para fuerzas y nodos.	122
Figura N° 4.21 Elementos finitos para las vigas de sección compuesta con conexión parcial.	123
Figura N° 4.22 Fuerzas nodales y componentes del desplazamiento para una viga simplemente apoyada.	124
Figura N° 4.23 (a) Geometría de la sección; (b) desplazamiento de la sección transversal; (c) función de esfuerzo.	125
Figura N° 4.24 Malla de elementos finitos usados por Tamayo 2011 y Dias 2013 en programa GiD.	126
Figura N° 4.25 Modelo de elemento finito usado.	126
Figura N° 4.26 Sistema en elementos finitos en el programa ANSYS.	127
Figura N° 5.1 Factor de reducción para los momentos de apoyo.	136
Figura N° 6.1 Gráfico de esfuerzo-deformación del acero estructural A-36	141
Figura N° 6.2 Curvas esfuerzos-deformación en diferentes grados de acero.	143

Figura N° 6.3 Deformación vs tiempo, modelo visco elástico del concreto.	144
Figura N° 6.4 Deformación por flujo plástico.	145
Figura N° 6.5 Retracción por secado del concreto a humedad constante.	147
Figura N° 6.6 Retracción por secado del concreto a humedad variable.	147
Figura N° 6.7 Variación de esfuerzos por relajación.	149
Figura N° 6.8 Deformación total del concreto bajo cargas sostenidas.	150
Figura N° 6.9 Efectos ocurridos en el concreto por el tipo de losa.	151
Figura N° 6.10 Comportamiento real del conector de corte.	152
Figura N° 6.11 Fallas por corte en los conectores.	152
Figura N° 6.12 Esquemas de zona de tracción y compresión en el concreto.	153
Figura N° 6.13 Transferencia del corte a través de una fisura de concreto.	154
Figura N° 6.14 Distribución longitudinal del flujo de corte en una viga de sección compuesta.	155
Figura N° 6.15 Distribución de esfuerzos por shear lag.	155
Figura N° 6.16 Tipos de pandeo en la viga de perfil.	157
Figura N° 6.17 Fuerzas actuantes en el ala del perfil.	157
Figura N° 6.18 Curva de esfuerzo-deformación del acero reforzado: (a) planchas metálicas (b) barras de refuerzo.	158
Figura N° 6.19 Fallas planares a través de la losa compuesta por el acero longitudinal.	159
Figura N° 6.20 Esquema de la transferencia de fuerzas longitudinales debido al acero transversal en vigas discontinuas.	160
Figura N° 6.21 Fenómeno de deslizamiento.	161

Figura N° 6.22 Ensayo "push out" para carga de corta duración.	162
Figura N° 6.23 Gráfico de capacidad en conectores de corte.	163
Figura N° 6.24 Apuntalamiento y no apuntalamiento de viga de sección compuesta.	163
Figura N° 6.25 Distribución de esfuerzos para el caso de no apuntalamiento.	164
Figura N° 6.26 Distribución de esfuerzos para el caso de apuntalamiento.	165
Figura N° 7.1 Superficie de plastificación biaxial.	168
Figura N° 7.2 Modelo de representación del concreto.	169
Figura N° 7.3 Modelo constitutivo del concreto en compresión.	171
Figura N° 7.4 (a) Elemento sólido cuadrático; (b) elemento de cáscara	172
Figura N° 7.5 Diagramas de tensión del acero de refuerzo: (a) trilinealidad, (b) bilinealidad.	173
Figura N° 7.6 Diagrama bilineal para el acero en el perfil	174
Figura N° 7.7 Criterio de fluencia en tracción y compresión para el acero	176
Figura N° 7.8 Elemento cuadrilátero con 4 grados de libertad	176
Figura N° 7.9 Conector de corte típico después de la deformación.	178
Figura N° 7.10 Curva de capacidad del conector de corte	187

LISTA DE SÍMBOLOS Y DE SIGLAS

\bar{E}_e : Módulo de elasticidad del concreto ajustado en el tiempo X .

$\bar{E}_e(t, t_0)$: Módulo efectivo de elasticidad para el tiempo t , aplicado en un tiempo t_0 .

$\Delta\varepsilon_0$: Aumento gradual de la deformación.

h_d : Altura de conector de corte después del soldado.

h_p : Altura de la losa del sistema deck o colaborante.

A_c : Área transversal de la losa de concreto.

A_c, B_c y I_c : Propiedades geométricas de la sección transversal.

A_{cv} : Sección transversal del concreto por unidad de área.

A_e : Área de acero de refuerzo transversal en cada plano.

A_s : Área transversal de acero.

D_c : Espesor de la losa de concreto armado.

$E_{c,eff}$: Módulo efectivo de elasticidad del concreto.

E_c : Módulo de elasticidad del concreto.

E_r : Módulo de elasticidad del acero de refuerzo.

E_s : Módulo de elasticidad del acero estructural.

$E_s(t_0)$: Módulo de elasticidad del acero en un tiempo de aplicación t_0 .

I_1 y J_2 : Funciones tensoriales para función de plastificación.

I_e : Momento de Inercia de la sección efectiva.

I_g : Momento de Inercia de la sección bruta.

$J(t, t_0)$: Función de superposición para el modelo ACI 209R-92.

M_0 : Es el momento máximo en la viga simplemente apoyada.

M_1 y M_2 : Momentos en los soportes adyacentes

M_c : Momento flector del concreto.

M_{cr} : Momento de agrietamiento de la sección.

M_{cr} : Momento máximo no amplificado.

- N_a : Número actual de conectores entre el apoyo y el medio de la viga.
- N_c : Fuerza de corte del concreto.
- N_p : Número de conectores de corte para momentos positivos.
- N_r : Número de conectores de corte en cada grupo en el ala de viga.
- N_s : Fuerza de corte del acero.
- $Q_{average}$: Fuerza del conector de corte.
- Y_t : Distancia del eje neutro hacia la fibra en compresión.
- $\bar{a}(t_0)$: Coeficiente de sección transformada.
- b_0 : Espesor de la placa metálica.
- $f'_{c(t)}$: Resistencia a la compresión del concreto.
- f'_c : Resistencia a la compresión del concreto.
- f_r : Módulo de rotura del concreto.
- f_{sk} : Es el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo.
- f_u : Esfuerzo de rotura del acero.
- f_{yp} : es el esfuerzo de fluencia del acero del sistema DECK.
- k_t : Rigidez del conector de corte.
- t_s : Espesor de la hoja del sistema DECK.
- w_c : El peso específico del concreto.
- w_{eff} : Ancho efectivo de la losa de concreto.
- Δ_{dif} : Deflexión diferida en vigas.
- Δ_{ins} : Deflexión instantánea en vigas.
- $\Delta_{mid-inicial}$: Deflexión en el vano central de la viga.
- $\beta_s (t - t_s)$: Función adoptada de MC-90 del ACI 209R.
- γ_c : Producto acumulativo de la aplicable correlación factores.
- δ_0 : Es la deflexión de una viga simplemente apoyada para la misma carga.
- δ_c : Es la deflexión de una viga continua.

- δ_s : es la deflexión del acero actuando sólo.
- ε_c : Deformación por relajación del concreto.
- ε_{cs0} : Retracción total.
- ε_{oi} : Deformación inicial en la fibra superior.
- ε_r : Deformación del acero de refuerzo.
- ε_s : Deformación del acero estructural.
- ε_{shu} : Último esfuerzo de retracción.
- ε_{slip} : Deformación por desplazamiento relativo
- ε_{total} : Deformación total.
- v_{Rd} : Resistencia de corte por unidad de área.
- ξ_{sh} : Retracción del concreto.
- $\rho_{i,slip}$: Curvatura para adherencia de la viga de sección compuesta.
- $\rho_{i,no\ slip}$: Curvatura para no adherencia de la viga de sección compuesta.
- ρ_i : Curvatura inicial de la sección transversal de la viga de sección compuesta.
- σ_r : Esfuerzo del acero de refuerzo.
- σ_s : Esfuerzo del acero estructural.
- $\sigma_y(k)$: Tensor de plastificación.
- τ_{Rd} : Fuerza cortante del concreto.
- τ_{lim} : Fuerza máxima de fricción.
- φ_u : Coeficiente de flujo plástico último.
- $\frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{ij}}$: Gradiente de la función de tensiones.
- $\Delta\rho_{mid}$: Aumento gradual de la curvatura de la viga de sección compuesta.
- $\Delta\rho_o$: Curvatura para el efecto diferido del concreto.
- ΔM : Aumento gradual del momento flector.
- ΔN : Aumento gradual del deslizamiento puro.
- $\Delta\sigma(t_0)$: Cambio gradual de esfuerzos

h : Altura del perfil de acero.

L : Longitud de la viga.

$\Delta\lambda$: Factor dependiente del tiempo.

A , B y I : propiedades de la sección transversal transformada que corresponden área, primer y segundo momento de inercia respecto a la superficie.

F : Área de la adherencia entre el concreto y el acero.

$F(\sigma, k)$: Función de endurecimiento.

G : Módulo de corte.

M : Momento flector de la viga de sección compuesta.

N : Deslizamiento puro.

X : Coeficiente de la edad del concreto

d : Diámetro del conector de corte.

$d\varepsilon_{ij}^p$: Incremento de la deformación por tiempo.

$f(I_1, J_2)$: Función de plastificación.

$f(\sigma)$: Función de plastificación.

$r(t, t_0)$: Función de relajación del concreto.

s : Espaciamiento de los conectores de corte.

t : Edad del concreto.

w : Ancho de losa de concreto.

y : Distancia de la fibra superior de la losa del concreto hacia un punto dado.

β : Factor dependiente del tipo de conector

η : coeficiente del concreto.

μ : Coeficiente de rozamiento.

μ : Módulo de poisson.

ξ : Factor dependiente del tiempo.

ρ' : Cuantía del acero en compresión.

$\sigma(t_0)$: Esfuerzo debido a lo largo del tiempo.

τ : Fuerza de fricción.

$\phi(t, t_0)$: Coeficiente del flujo plástico para el tiempo t , aplicado en un tiempo t_0 .

INTRODUCCIÓN

Las vigas de sección compuesta presentan un sinfín de ventajas en el campo estructural, representando una solución atractiva en el campo de puentes y edificaciones. Estas vigas están comprendidas por una losa de concreto armada; conectada mecánicamente por conectores de corte al perfil de acero, tipo "I" o "W", desarrollando eficazmente una viga de sección tipo "T" capaz de resistir altas cargas aplicadas. En este tipo de sección de viga, el desarrollo de las respuestas estructurales en el campo ingenieril pueden jugar un rol importante en la funcionalidad, seguridad y economía de las obras sean civiles o mecánicas, por tal motivo el estudio de dichas respuestas viene a estar normado por lineamientos vigentes en reglamentos de la literatura actual. Dentro de las respuestas estructurales, se observan las deflexiones que son divididas en dos tipos: instantáneas y diferidas; éstas son calculadas con métodos simplificados lineales para efectos a corto plazo (instantáneas) y efectos a largo plazo (diferidas). No obstante, el efecto diferido debe tomar en cuenta las propiedades mecánicas reales de los materiales para una mejor aproximación en el cálculo. De hecho, el efecto a largo plazo debe ser realizado, adecuando los efectos no lineales y el rango inelástico del concreto y el acero en el sistema compuesto.

El presente trabajo tendrá como tema central el desarrollo de las deflexiones diferidas para las vigas de sección compuesta. Para tal fin, se realizó una recopilación de información en la literatura actual mediante la descripción del sistema estructural, la normativa actual, las deflexiones diferidas y la influencia de los elementos y materiales constituyentes. Además, se describe un breve lineamiento para el modelamiento de las vigas de sección compuesta basado en elementos finitos de acuerdo a diversos autores, para desarrollar una mejor precisión en el cálculo de las respuestas en futuros estudios.

CAPÍTULO I. GENERALIDADES

1.1 ANTECEDENTES

1.1.1 Sistema compuesto

El término “construcción compuesta” es utilizado para denominar el uso de materiales con diferentes propiedades, considerando sus principales ventajas por separado para poder conseguir una mejor aplicación práctica y segura.

Debido al constante uso de este sistema, la difusión ha sido relativamente grande a nivel mundial en países industrializados. Por ello, normas y códigos nacionales e internacionales, BS 5950 Part 3 (Norma británica), Euro Código, AISC, AASHTO, Reglamento Nacional de Edificaciones, entre otros; consideran un lineamiento para el diseño, análisis, cálculo, control y verificación de elementos estructurales que requieran la aplicación del sistema. Todo ello para poder satisfacer las principales funciones de diseño, seguridad y economía en el campo ingenieril.

El sistema de construcción compuesta se usa en vigas, columnas, losas y zapatas en el campo de edificaciones y puentes. En vigas, es usado ampliamente en sistemas de pórticos en edificaciones y como vigas longitudinales en puentes por su alta capacidad, principalmente. La aplicación del sistema compuesto requiere el uso de materiales que resistan las fuerzas internas (esfuerzos de compresión o de tracción), consecuencia de la constante aplicación de grandes solicitaciones externas, requiriendo el uso de los perfiles de acero junto con el concreto mediante la conexión parcial o completa (embebidas) para desarrollar una mejor capacidad interna.

Las vigas de secciones compuestas varían dependiendo de la solicitación de cargas, tanto externa como interna. En el caso de solicitaciones externas, de acuerdo a la aplicación de cargas, la forma más genérica en uso es la combinación de una losa de concreto sólido unida a un perfil de acero, “I”, formando una sección de tipo “T” tal como se observa actualmente. Por otro lado, en secciones de tipo de solicitación interna, resisten mayores esfuerzos internos, se consideran las propiedades conjuntas del acero y concreto, trabajando al cien por ciento conectados, así por ejemplo las vigas embebidas.

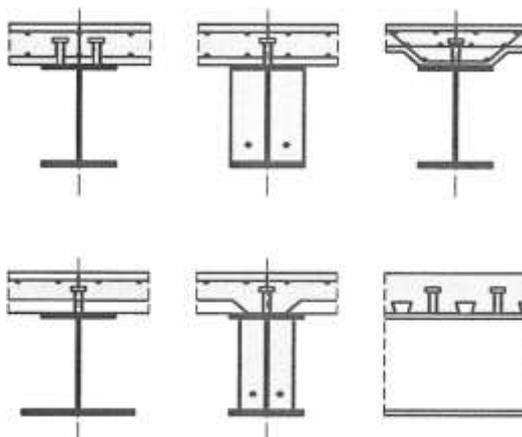


Figura N° 1.1 Vigas de secciones compuestas.

Fuente: (Euro código 4).

El sistema de construcción compuesta ofrece en columnas un sinfín de ventajas comparadas a los sistemas convencionales de concreto y acero; algunas de las principales son las siguientes: la considerable reducción de la sección transversal, el aumento de la capacidad interna que mejora la resistencia a los esfuerzos axiales y otros. En consecuencia, este sistema es usado en diseños que requieran resistir una alta demanda axial; para tal fin, este tipo de sistema es simétrico para un flujo uniforme de fuerzas internas y mejorar el tiempo de construcción.

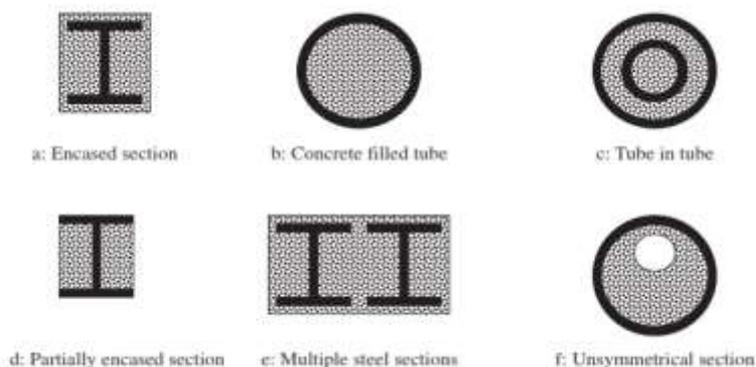


Figura N° 1.2 Tipos de columnas compuestas: (a) Sección embevida; (b) Sección circular con concreto; (c) Sección circular dentro de una sección circular; (d) Sección parcialmente encasetada; (e) Sección múltiple de acero; (f) Sección asimétrica.

Fuente: (Derick et al, s.f.)

El sistema compuesto en losas (colaborante o sistema deck) de edificaciones y puentes puede ser una eficiente alternativa frente a las losas macizas de concreto armado debido a las siguientes ventajas: reducción del peso, mejora en los tiempos de la construcción, resistencia al fuego, aumento de la capacidad frente a la demanda estructural y otros. Este sistema está compuesto de planchas metálicas con diferentes secciones - ver figura N° 1.3 -, acero de refuerzo - que

puede ser acero corrugado, mallas electro soldadas u otros - para facilitar la adecuada transferencia de la fuerza cortante longitudinalmente; conectores de corte, tanto rígidos como flexibles en la losa de concreto y la viga metálica.

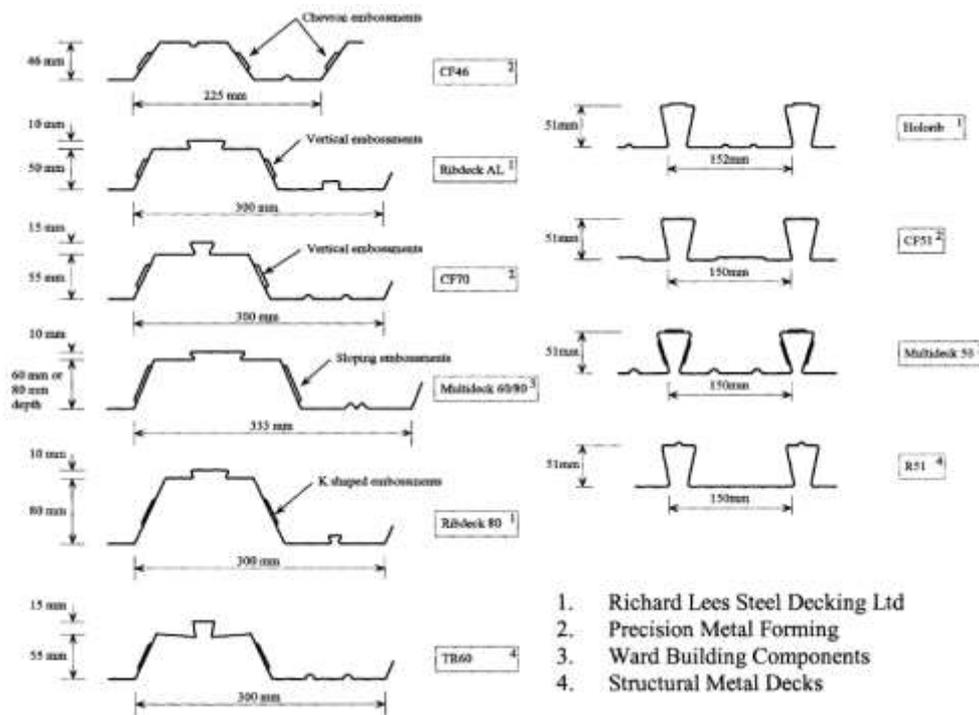


Figura N° 1.3 Tipos de perfiles para sistema de losa colaborante.

Fuente: (Couchman et al, 2000).

La aplicación en conjunto de estos elementos compuestos de construcción compuesta puede ofrecer características superiores frente a los sistemas comunes en obras civiles. Estos elementos mencionados representan sólo las aplicaciones más comunes en ingeniería, porque las aplicaciones pueden ser limitadas por la imaginación del diseñador.

1.1.2 Vigas de sección compuesta de concreto y acero, tipo “T”

En especial, la aplicación del sistema compuesto en vigas de tipo “T” toma suma importancia por el uso en puentes a nivel nacional, debido a las grandes demandas externas por las cargas aplicadas. Dado estas características, las vigas pueden ofrecer una alta relación costo-beneficio, tanto estructuralmente como arquitectónicamente. A nivel estructural, el estado de esfuerzos debe ser calculado de manera correcta para un adecuado funcionamiento y en el caso de arquitectura, el uso optimizado de los espacios es una de las mejores características, por ejemplo el aumento de la altura libre, vanos más anchos, losas de grandes dimensiones entre otros.

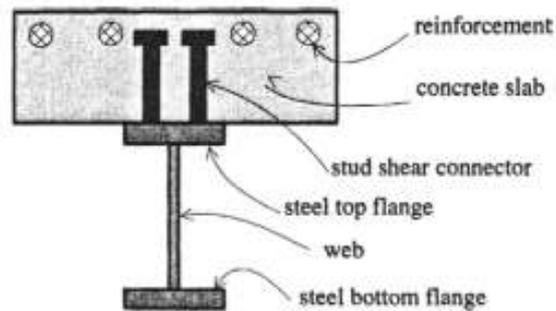


Figura N° 1.4 Sección transversal para una viga compuesta tipo "T"

Fuente: (Derick *et al*, s.f.)

Estas vigas de sección compuesta están formadas por una losa de concreto armado y un perfil metálico de sección "I", formando en conjunto una sección T y conectados mediante conectores de corte.

La losa de concreto es sometida a esfuerzos de tipo compresivo, igualmente, la viga de acero es sometida a esfuerzos de tracción. Al incluirse dichas fuerzas internas, existe un elemento de unión que son los conectores de corte que tiene como principales funciones: la unión entre la losa y la viga, la restricción de los desplazamientos relativos tanto en dirección longitudinal como vertical y transmisión de fuerzas internas. Finalmente, el trabajo conjunto de los elementos presentes resulta en una alta rigidez y una alta capacidad en la estructura.

1.1.3 Deflexiones diferidas en vigas de sección compuesta

El uso de sistemas de sección compuesta requiere de diseños seguros y económicos de los elementos constituyentes, lo que conlleva a emplear un método de análisis que refleje cercanamente el comportamiento real de estas estructuras, considerando los efectos diferidos del concreto y los efectos no lineales en los elementos constituyentes – rigidez de los conectores de corte, desplazamiento relativo entre losa y viga por la demanda actuante.

La base científica del estudio de las deflexiones se encuentra en numerosas investigaciones que muestran los efectos diferidos, el grado de conexión, el tipo de material que conforman dicho sistema compuesto y el análisis no lineal en las vigas. Tal es el caso de Wang *et al*. [86] que nos indica que las suposiciones por las fórmulas del AISC subestiman el cálculo de deflexiones en estado de servicio –mostrando un método simplificado-; además del trabajo de Fu y Lu *et al*. [31] que indica, de igual manera, que en la formulación AASHTO las deflexiones tienden a subestimarse. Kotinda *et al*. [43] muestra un lineamiento básico para el

modelamiento en elementos finitos con base en un programa comercial; similarmente, Dias [25] y Tamayo [78], quienes encontraron que la deflexión límite en condiciones de servicio puede controlar muchas veces el diseño de las estructuras de vigas de sección compuesta y para, finalmente, demostrar que el aumento de la deflexión en el tiempo es una consecuencia del efecto de fluencia, temperatura, edad y retracción del concreto en la losa, que se produce a través del tiempo (aspectos que no son considerados adecuadamente en la norma peruana, NTE E.060 y NTE E.090). En Perú, el problema se aborda de manera práctica mediante el diseño y/o verificación de las estructuras realizados por medio de modelos de análisis estructural simplificado y/o fórmulas empíricas dadas en códigos de diseños actuales que parte de la suposición de la elasticidad en los elementos del sistema dicho. Por otra parte, existen métodos de cálculo y control de deflexiones en normas internacionales tales como AASHTO, ACI 209, AISC (1993), Euro código 4, BS 5950 *Part 3* que consideran los efectos diferidos en elementos de concreto para el posterior proceso de aplicación.

1.2 RESEÑA HISTÓRICA

El inicio de la construcción compuesta se remonta al año 1808, en dicho año se patenta el primer sistema de pisos suspendidos con vigas de sección compuesta, dicho sistema fue inventado por Ralph Dodd, ingeniero civil británico conocido por la construcción del túnel debajo del río Thames (Reino Unido). Este sistema comprendía de tubos maleables de hierro con alas que eran llenados con piedras artificiales, mezcla de diferentes materiales que mediante procesos físico-químico son endurecidos. Años más tarde, dicho sistema fue mejorado por varios inventores en función de crear elementos de mejor capacidad; esto se realiza gracias a la mejora continua del hierro a usar en el relleno de la sección, se empezó a usar concreto, hasta incluso llegando a utilizar secciones de tipo “I” junto con conectores de corte en fase inicial. En 1873, se crea el sistema compuesto tipo “T” por William E. Ward para que posteriormente sea perfeccionado.

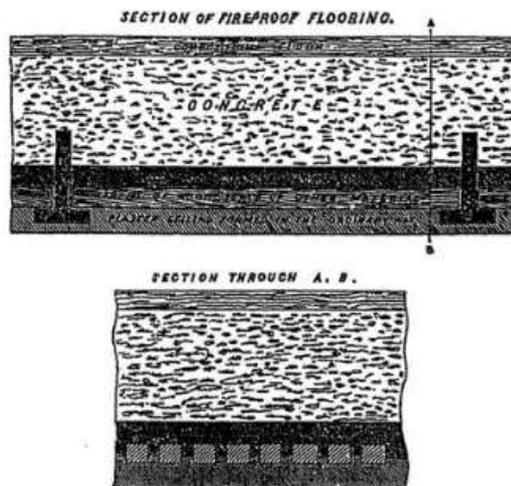


Figura N° 1.5 Piso suspendido con juntas de hierro

Fuente: (Pelke et al.2015)

A partir de la invención del sistema “T”, se comienza a variar los elementos constituyentes de dicho sistema; así por ejemplo, se cambia el hierro por acero debido a las mejoras de las propiedades mecánicas de dicho material, se empieza a estudiar el fenómeno de fuerzas de corte en función de los conectores que se encuentran entre el acero y el concreto, y otros aspectos más en las conexiones mismad. En la figura N° 1.6, se observa el inicio del uso de conectores de corte pero de forma asimétrica, luego se mejora dicha aplicación en función al estudio del fenómeno “slip” (desplazamiento relativo entre viga de acero y losa de concreto).

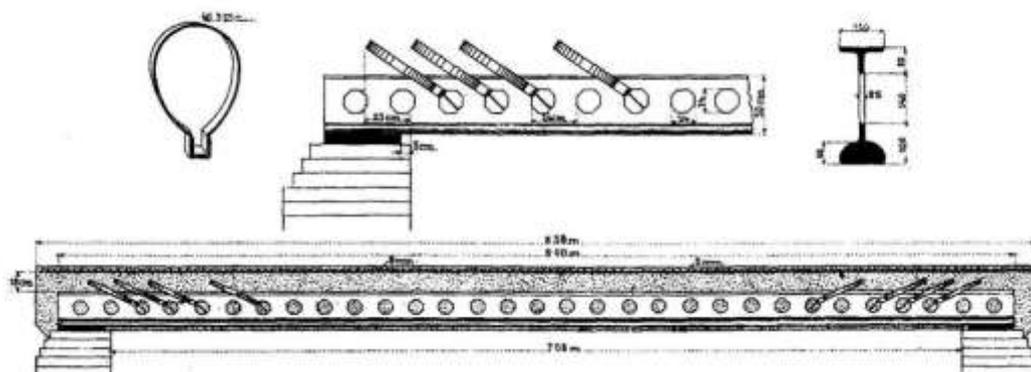


Figura N° 1.6 Piso Pohlmann.

Fuente: (Pelke et al.2015)

A partir de la invención del concreto reforzado en las estructuras ingenieriles en 1886, el sistema se empezó a usar masivamente en diferentes tipos de casos para elevar las propiedades mecánicas del sistema compuesto. Durante los inicios del siglo XX, se empieza la discusión de cómo la unión debería ser puesta en marcha,

para lo cual se necesitaba diversos tipos de pruebas en función de ver la capacidad que podría tener la viga de sección compuesta; concluyendo que la ubicación de los perfiles “I” es de gran importancia debido a que la separación entre ellos (aumenta o reduce la capacidad de carga de la viga misma). En la figura N° 1.7, se observa la sección transversal de un puente que sistema de sección compuesta encasetada.

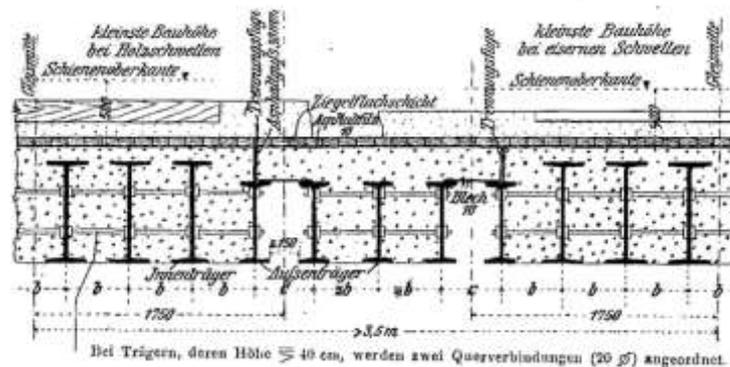


Figura N° 1.7 Sección típica de puente en 1932.

Fuente: (Pelke et al.2015)

Durante el tiempo de 1925 a 1950, la industria de la construcción empieza a estudiar el efecto de la conexión entre la losa de concreto armado y la viga de acero para ampliar el uso a nivel regional y para aumentar la capacidad de carga; esto se realizó en países europeos, Alemania y Suiza. El sistema de conexión que fue aplicado son los conectores –usados actualmente- que debido al fenómeno de deslizamiento entre los elementos de concreto y acero estos tienden a transmitir esfuerzos de tipo cortante tanto longitudinalmente y transversalmente. En función a esta temática, se comienza a variar la posición de los perfiles en las secciones transversales en función del largo del vano y la aplicación.

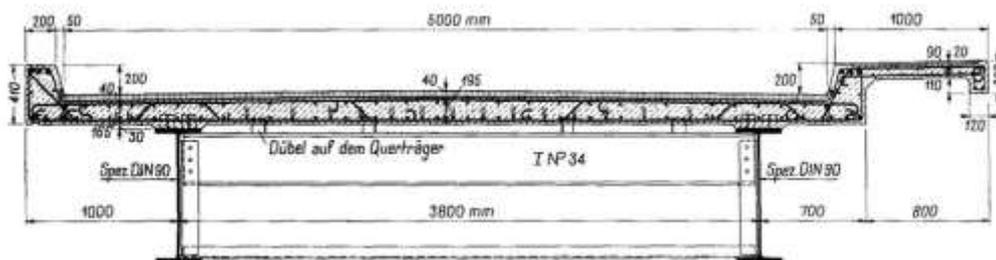


Figura N° 1.8 Sección de puente en Suiza.

Fuente: (Pelke et al.2015)

En Estados Unidos, gracias a la industria automovilística, se necesita un sistema eficiente tanto en el campo estructural como en el campo de construcción, por ello,

en 1926, Kahn desarrolla una patente que considera una forma de unión entre la losa de concreto y el acero con conectores con un ángulo de 45° respecto a la horizontal, ver figura N° 1.9. Además, se inicia el uso de información experimental con cargas aplicadas; tal como la variación de las secciones con diferentes magnitudes de cargas en diferentes estudios.

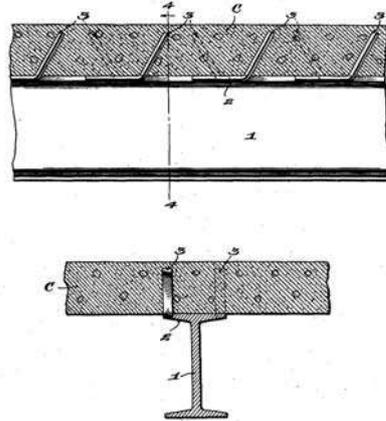


Figura N° 1.9 Viga compuesta de Kahn en 1926.

Fuente: (Pelke et al.2015)

En 1944, AASHO¹ (Predecesor del AAHSTO) oficializa el uso de vigas de sección compuesta de concreto y acero en Estados Unidos por primera vez. Durante los años siguientes, se comienza el estudio para mejorar la conexión entre el concreto y acero, considerando el uso de conectores de corte y los efectos diferidos del concreto tales como flujo plástico y la retracción. Igualmente, los diversos países europeos vieron la necesidad de publicar normas en función al correcto funcionamiento en sistemas compuestos, se publicaron normas tales como BS 5950, Euro código 4 y otros. En la actualidad, el sistema sigue siendo estudiado para poder dar un eficiente uso entre los elementos de concreto y de acero; además, considerar nuevos elementos en la construcción como en madera, en PVC, en fibra de carbono para la mejora en las propiedades mecánicas. En tal forma, se hace uso del campo computacional para predecir un mejor comportamiento tanto en fuerzas internas como en respuestas estructurales, asegurando el grado de seguridad y confiabilidad de la estructura.

¹ American Association of State Highway Officials.



Figura N° 1.10 Viga de sección compuesta con conectores de cortes.

Fuente: (<http://tatproddel.tat.cloud.opentext.com/sites/constructionuk/default/en/reference/teaching-resources/architectural-teaching-resource/elements/composite-construction/introduction-to-composite-construction,s.f.>)

CAPÍTULO II. VIGAS DE SECCIÓN COMPUESTA TIPO “T”

2.1 ¿QUÉ ES UNA VIGA DE SECCIÓN COMPUESTA?

El desarrollo ingenieril ha permitido el uso de diversos sistemas estructurales con el fin de cumplir los objetivos de diseño, esto ha llevado al uso de materiales conocidos durante muchos años como el concreto, acero, madera, y otros. Igualmente, estos materiales tienen altas ventajas en tanto al diseño por resistencia, servicio y estabilidad, por tanto se deciden usar en elementos estructurales específicos (vigas, columnas, placas, muros, cimientos, etc.). No obstante, el concreto tiende a no resistir esfuerzos de tipo tracción o el acero, no puede resistir la corrosión o el fuego. Con el fin de obtener un mejor comportamiento en común -que usando aisladamente los diferentes tipos de materiales- se ha demostrado que la acción compuesta del acero y del concreto genera secciones más rígidas, más resistentes y con un alto grado de beneficio a nivel estructural. Por ello, el uso de este sistema puede ser recomendado en diferentes tipos de sistemas estructurales; así por ejemplo, la viga de sección de tipo “T” en puentes de largos vanos por su alta capacidad frente a demandas externas.



Figura N° 2.1 Viga de sección compuesta en área de estacionamiento del centro comercial “Tottus” de Atocongo.

Se puede definir a las secciones compuestas como aquellos elementos estructurales que están conformados por dos o más materiales con diferentes propiedades mecánicas, que al actuar conjuntamente forma una estructura más rígida y más resistente.

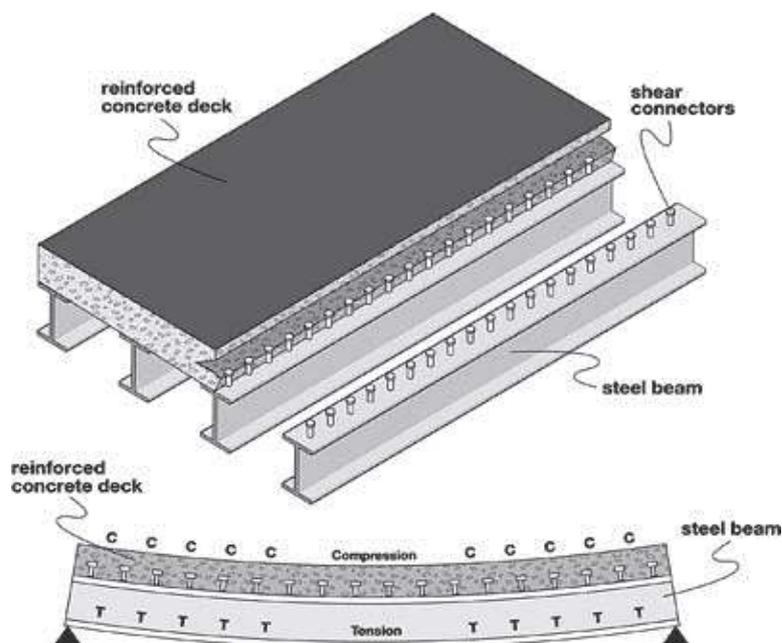


Figura N° 2.2 Detalle de una viga de sección compuesta tipo "T"

Fuente: (<http://www.steel-bridges.com/composite-beam-bridge.html>, s.f.)

La viga de sección compuesta tipo "T" está estructuralmente formada por la losa de concreto reforzado que está conectada mecánicamente al ala superior de la viga de acero, perfil "I", mediante conectores de corte, ver figura N° 2.2. Esto hace que la viga de acero se comporte de manera conjunta tomando las propiedades mecánicas de los elementos, haciendo que el concreto resista esfuerzos de tipo compresivo en mayor proporción, y que la viga de acero resista esfuerzo de tipo tracción por sus propiedades presentes.

En respuestas estructurales, las más predominantes son las deflexiones tanto a corto plazo como a largo plazo. Así en el caso de vigas de sección compuesta, los elementos que conforman dicha sección juegan un rol fundamental en el análisis. De esta manera, la losa de concreto condiciona el efecto a largo plazo y el rango no lineal presente que aumentan las deflexiones en un gran porcentaje; los conectores de corte ayudan a mantener la correcta unión entre la losa y la viga, a fin de evitar efectos no deseados en el comportamiento de la viga; finalmente, la viga de acero, sección "I", es diseñada en el rango elástico para que se comporte dúctilmente.

2.2 ELEMENTOS DE LA VIGA DE SECCIÓN COMPUESTA

La viga de sección compuesta "T" está conformada por tres elementos que aseguran la correcta conexión entre diferentes materiales. Estos elementos son

los siguientes: la losa de concreto, los conectores de corte y la viga de acero, por tal motivo se procederá a describir cada elemento.

2.2.1 Losa de Concreto

La losa de concreto es reforzada con acero corrugado o con mallas electro soldadas cuya principal función es mantener la seguridad y funcionalidad, igualmente, este elemento se encarga de resistir las cargas demandadas durante el funcionamiento de la estructura. El diseño de este elemento es referido a normas tales como AISC, AASHTO, BS 5950² y otros códigos para una mejor aplicación ingenieril. En el diseño de dicho elemento, el concreto se predimensiona a partir del ancho efectivo sobre la base del perfil usado; dicho ancho efectivo es calculado por el fenómeno “shear lag” (transferencia de fuerza cortante a través de la losa de concreto), para asegurar la transferencia de esfuerzos en forma constante y asegurar un correcto cálculo para los demás elementos.

En el estado límite de servicio, la NTP E.060, sección de cálculo y control de deflexiones, menciona que el uso de acero de refuerzo en compresión es para disminuir las deflexiones en un gran porcentaje porque absorbe los esfuerzos compresivos a través del tiempo.

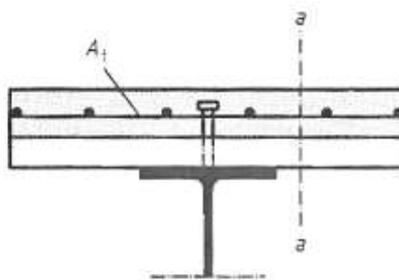


Figura N° 2.3 Losa de concreto armado en sistema compuesto.

Fuente: (Euro código 4)

² Norma británica.

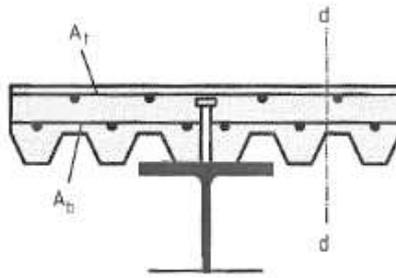


Figura N° 2.4 Losa de concreto con planchas metálicas.

Fuente: (Euro código 4)

En las figuras N° 2.3 y 2.4 se observan los tipos de losa de concreto usadas en la construcción compuesta tanto sistema deck como losa maciza de acuerdo al diseño previsto que es condicionada por la demanda de las cargas.

2.2.2 Conectores de corte

El uso de conectores de corte – ver figura N° 2.5 - tiene como principal función asegurar la adherencia y transferencia de fuerzas longitudinales y transversales entre la losa de concreto y la viga de acero.



Figura N° 2.5 Prueba de colocación de conectores de corte soldados al ala superior de un perfil "I" (Obra almacén XIMESA).

Fuente: (Masias Guillen estructuras, 2009)

Durante el proceso de diseño, se considera que la conexión es asegurada al 100%, es decir “completa” entre los elementos estructurales, esto es mencionado en los códigos tales como AISC, Euro código 4, BS 5950 part 3 y otros; en otras palabras, los elementos actúan como uno solo, en forma perfecta y continua, transmitiendo las fuerzas internas a todos los elementos estructurales de la viga, sin embargo esta interacción completa no es real porque la adherencia de

materiales no es completa por el comportamiento real que presenta cada elemento constituyente.

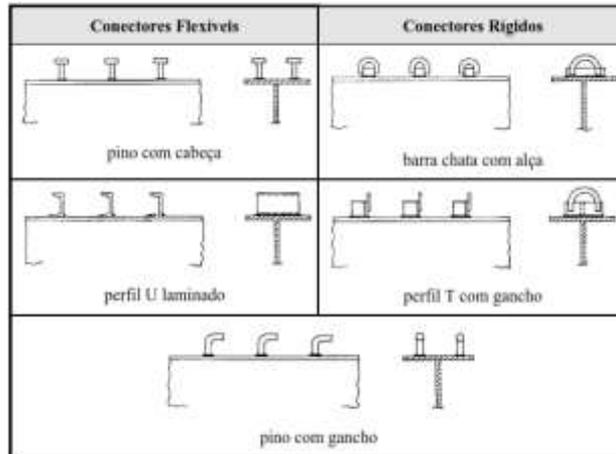


Figura N° 2.6 Tipos de conectores de corte.

Fuente: (Kotinda, 2006)

Debido a esto, el rango de aplicación se determina únicamente con la correcta unión mecánica de la losa de concreto y el perfil de acero; no obstante, esta unión es dependiente del conector usado que puede ser tanto flexible como rígido (ver figura N° 2.6). El conector tipo flexible se deforma por la aplicación de la carga, caso contrario a los conectores rígidos, los cuales tiene un rango de deformaciones mucho mayores comparados a los flexibles, asimismo, aplicando la misma carga se observa que los conectores flexibles se deforman en un porcentaje mayor a los conectores rígidos

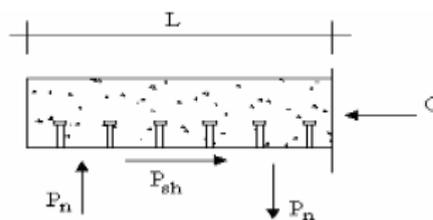


Figura N° 2.7 Equilibrio de fuerzas entre losa y viga.

Fuente: (Kotinda, 2006)

A nivel estructural, las ecuaciones de compatibilidad en la estructura nos indican que el equilibrio en la losa de concreto y la viga de acero es por la aparición de fuerzas cortantes debido a la adherencia entre el concreto y el acero, ver Figura N° 2.7. Puesto que se observa un sistema de equilibrio de fuerzas perpendiculares a la viga identificadas como " P_n ", éstas ocurren a lo largo de viga de acero en

tracción que son equilibradas mediante la fuerza de corte “Psh” y la fuerza de compresión “C”, lo que ocasiona el equilibrio entre los elementos de concreto y acero. Ahora bien gracias a las ecuaciones de compatibilidad en el campo de la mecánica de materiales se puede estudiar el equilibrio existente en el rango lineal-elástico la losa y la viga, por esto se puede dimensionar los elementos estructurales a partir de las relaciones presentes.

2.2.3 Viga de acero, perfil “I”

“El miembro de acero no es descrito como viga, debido a que su principal función es resistir los esfuerzos de tipo tracción en la estructura. Esto es causado por las propiedades mecánicas del acero, que en su mayoría son de tipo lineal, caso contrario al concreto para diseñar de manera simplificada” (Johnson 2004) [41].

La viga de acero tiene como principal función resistir esfuerzos de tracción, ya que el acero es un material de índole dúctil en un alto porcentaje y al aplicar cargas externas se observan esfuerzos en tracción. Esto indica que el diseño es basado en las propiedades lineales del acero, dado que el acero no entra en rango plástico y no se deforma irreversiblemente. Durante el proceso de construcción, la viga de acero se coloca primero para posteriormente resistir las cargas de construcción en sentido longitudinal, en efecto, estas cargas no deben deformar a la viga para una futura conexión entre los elementos faltantes.



Figura N° 2.8 Perfil de acero, "I" o "W".

Fuente: (<http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/americanab/01-introduccion/1-11.html>)

2.3 TIPOS DE INTERACCIÓN EN VIGAS DE SECCIÓN COMPUESTA

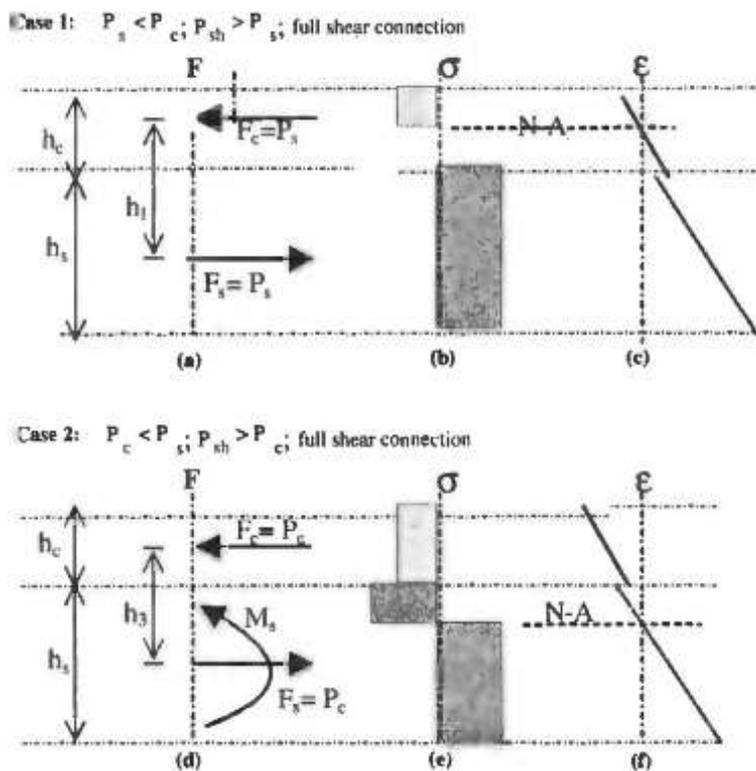
La acción u interacción en dicho sistema se realiza en dos tipos: interacción completa e interacción parcial en función al criterio del diseño a usar.

En el primer caso, las deflexiones pueden ser calculadas aisladamente (elementos por separados) por las propiedades lineales de los elementos; esto se puede observar en las deflexiones instantáneas y diferidas. En efecto, se asume que los

elementos tanto la losa de concreto como el perfil de acero se deforma en uno solo, por tal motivo, el conector de corte no toma importancia gracias a la no aparición de fuerzas cortantes que actúan tanto longitudinalmente como transversalmente por la correcta adherencia.

En el segundo caso, entre los elementos no existe una conexión perfecta, por tanto no trabajan como uno solo, esto es debido a las fuerzas cortantes absorbidas por los conectores de corte a nivel longitudinal y transversal. Además, se observa que la conexión se relaciona con la fuerza de corte resultante por la adherencia del concreto y el acero. Este caso se asemeja al comportamiento real visto en diferentes experimentos, ya que para que exista la interacción completa se debe emplear un número grandes de conectores y la adherencia debe ser al 100%, lo que no sucede en el campo real.

En la figura N° 2.9 se muestra los tipos de interacción de la losa de concreto y la viga en función de los esfuerzos y las deformaciones ocurridas en ambos grados [23].



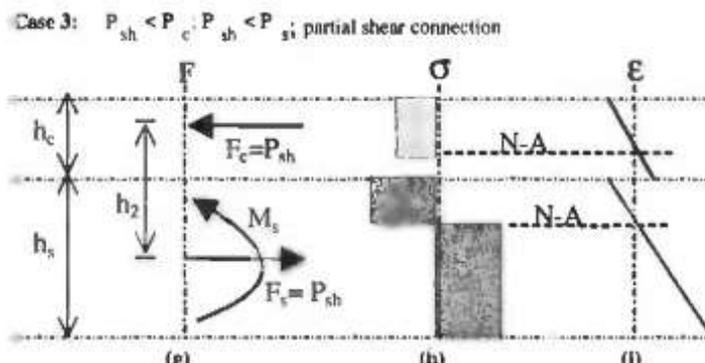


Figura N° 2.9 Tipos de interacción entre el concreto y el acero

Fuente: (Derick et al. s.f.)

En el caso 1, conexión total o completa, los elementos actúan de forma similar a que la viga sea de un solo material entonces la aparición de los esfuerzos cortantes entre la losa y viga es nula porque no se presenta fuerzas de corte longitudinales. Además, se observa que los esfuerzos de tipo compresivo se encuentran en su mayoría en la losa de concreto, por tanto el eje plástico de la sección está entre la losa de concreto y el perfil de acero.

En el caso 2, los esfuerzos compresivos son absorbidos en su mayoría por la losa de concreto y una parte por la viga de acero (perfil), pero se observa hay una mayor concentración de esfuerzos de compresión, por tanto la conexión es de tipo completa.

En el caso 3, la adherencia no es total entre los elementos, la losa de concreto toma esfuerzos de tipo compresivo y de tracción, similarmente, la viga de acero toma esfuerzos de tracción pero la interacción entre losa-viga se define por los conectores de corte. La fuerza de corte por los conectores es menor a la fuerza de corte que aparece en el concreto, por tal motivo la conexión es de tipo parcial.

Estas diferencias se pueden observar en el proceso de cálculo a nivel estructural, tanto en los códigos de diseño y en la suposición de que la acción conjunta es perfecta o no es perfecta con lo cual las fuerzas calculadas son diferentes en ambos casos, por tanto las respuestas estructurales son diferentes.

2.4 PROCESO CONSTRUCTIVO DEL SISTEMA DE LOSA COMPUESTA (COLABORANTE)

El proceso de construcción de losas compuestas se inicia luego de la colocación de los perfiles de acero tanto en columnas y vigas de acuerdo al diseño. A partir de este punto, los elementos han sido colocados en las posiciones previstas; en

el caso de uso de un sistema de losa colaborante, las vigas de acero son de tipo "I" o "W" debido a las mejores propiedades mecánicas y constructivas. Luego, encima de las vigas de acero se procede a colocar las planchas metálicas de acero para que sirvan de base – encofrado – en el vertido del concreto. Finalmente, se forma el sistema de losa compuesta.



Figura N° 2.10 Colocación de planchas metálicas en el sistema deck.

Fuente: (Seahu, s.f.)

En la figura 2.10, se observan las planchas metálicas. Estos elementos que sirven como soporte -plancha metálica- para el concreto son soldados a las vigas de acero presentes durante la puesta. No obstante, otra alternativa de unión con la viga es con un compresor neumático que une mediante pernos hacia el perfil metálico, empleando grampas que unen el ala superior del perfil de acero con las planchas metálicas.



Figura N° 2.11 Grampa usada para la unión de sistema deck.

Fuente: (Seahu, s.f.)

A continuación, los conectores de corte (shear studs) son soldados a una región cerámica circular para retener la soldadura; posteriormente, dicha región será

martillada para remover el exceso de cerámica y formar la correcta soldadura entre conector y el ala superior de la viga de acero "I".



(a)



(b)

Figura N° 2.12 (a) Colocación (b) Espaciamiento en conectores.

Fuente: (Masias Guillen estructuras, 2009)

La puesta en obra de los conectores de corte depende del diseño, ya que, puede variar tanto en función al espaciamiento como a la fuerza de corte a nivel longitudinal.



Figura N° 2.13 Puesta de conectores de corte.

Fuente: (Seahu, s.f.)

Para aumentar la resistencia a la flexión y efectos diferidos, se coloca las mallas electrosoldadas o las varillas de acero corrugado para evitar la retracción del concreto que es ocurrente en grandes superficies que están en contacto con el ambiente o resistir tracciones. Éstas se colocan antes del vaciado del concreto, siguiendo la distribución otorgada por el diseño.



Figura N° 2.14 Aparato usado en el proceso de soldado.

Fuente: (Masias Guillen estructuras, 2009)

Además, el sistema de construcción debe ser previsto en apuntalado o en no apuntalado en función al tipo de viga a usar; así por ejemplo, vigas de grandes luces son consideradas no apuntaladas, ya que la viga toma un mayor porcentaje de las cargas actuantes gracias a la colocación de una contraflecha. Igualmente, en el sistema apuntalado, se considera que el concreto y el acero trabajan en conjunto para las cargas actuantes; este sistema es usado en sistemas compuesto porque a los 7 días se adquiere el 75% de resistencia a la compresión del concreto. En consecuencia, estos sistemas de construcción afectan la respuesta estructural y el grado de interacción en el sistema compuesto.



Figura N° 2.15 Vaciado del concreto.

Fuente: (Seahu, s.f.)

Siguiendo los procesos anteriores, el concreto será instalado en la obra sobre la base de todos los requisitos y procedimientos normados de los vigentes reglamentos.

Finalmente, se procede a realizar un control de calidad respecto al concreto y al acero, usando los estándares de las normas vigentes para asegurar el correcto funcionamiento de la estructura, como la dosificación del concreto, el correcto vibrado y otros.

2.5 VENTAJAS

El sistema compuesto tiene muchas ventajas respecto a los sistemas convencionales como se presentan a continuación:

1. Optimización del material: el uso del concreto junto al acero puede crear una estructura más eficiente con alta capacidad en cargas de corta y larga duración; en consecuencia, este tipo de estructura se puede convertir en una eficiente viga de bajo peso para elementos de grandes dimensiones.
2. Claros libres mayores: la alta relación entre claros/resistencia combinada con la rigidez del sistema compuesto puede permitir el amplio uso de este sistema en estructuras en las cuales se requiera una luz libre superior a la normal.
3. Rapidez de la construcción: el vaciado de concreto se puede realizar en tiempos diferentes al armado de las estructuras metálicas, por lo que se reduce el tiempo de construcción.
4. Posible disminución del costo: A consecuencia de la rapidez de construcción, el costo de puede disminuirse en un notorio porcentaje debido al uso de sistema compuesto, se puede ahorrar en encofrado para el caso de losas colaborantes e incluso el proceso de puesta en marcha aumenta notoriamente comparado a los sistema tradicionales (concreto armado y otros).
5. Disminución de las deflexiones tanto instantáneas y diferidas en estado de servicio es una característica muy importante, ya que, al disminuir las fuerzas internas se reducen. Por tanto, la funcionalidad de la estructura se puede mantener intacta.
6. Estructuralmente, este tipo de sistema presenta una alta rigidez con secciones transversales menores a las secciones de concreto armado, por lo que arquitectónicamente se puede aprovechar; por ejemplo, las luces libres, alturas libres y acabados en el proyecto final.

2.6 DESVENTAJAS

1. El trabajo conjunto del acero y el concreto no se logra al 100% por lo que el diseño debe considerar la conexión parcial en el proceso de diseño. Tanto es así, que el uso de conectores es la mejor opción para asegurar la adherencia entre la losa de concreto y la viga de acero; pero esto no sucede en la realidad porque se necesita un gran número de conectores de corte para lograr dicho fin. (Wang, 1998) [86].
2. Durante el proyecto, la resistencia despreciable a la tracción del concreto agrega un grado de complejidad al momento de determinar la rigidez de los elementos. El concreto es un material viscoelástico, ya que presenta el fenómeno de flujo plástico y retracción, es así como sus deflexiones aumentan en el tiempo. En efecto, los esfuerzos internos del sistema compuesto tienden a cambiar en el tiempo, haciendo que las fuerzas internas iniciales sean diferentes a las finales.
3. Durante el proceso de construcción, es necesario mezclar las especialidades de concreto y acero con un personal apto y experimentado en el soldado de los conectores de corte en la viga de acero. Esto puede ocasionar contratiempos si no se tiene una adecuada planificación; debido a que estas especialidades deben estar trabajando simultáneamente.
4. En el armado del acero de refuerzo de la losa de concreto, puede existir incompatibilidades en la colocación de las varillas de refuerzo con los conectores de corte, por tanto se requiere un adecuado espaciamiento entre conectores y acero de refuerzo tanto superior como inferior.

CAPÍTULO III. DEFLEXIONES DIFERIDAS

3.1 DEFLEXIONES EN GENERAL

La funcionalidad de las estructuras es una de las principales características que debe cumplir el diseño, por ello hay diversos enfoques de cálculo estructural, tales como el estado límite último (ELU) y el estado límite de servicio (ELS) que aseguran el correcto comportamiento frente a la demanda actuante. Dichos enfoques de seguridad son usados en normas actuales (BS5950 part 3, AISC, Euro Código 4, Reglamento Nacional de Edificaciones, AASHTO y otros más).

Con base en ello, los cálculos han sido basados en teorías tanto en estado elástico como en estado inelástico para tener una mejor aproximación del comportamiento real mecánico de los elementos estructurales.

Asimismo, el enfoque aplicado para la seguridad estructural es el estado límite de servicio debido a que si no se cumple, la estructura dejaría de funcionar y no sería segura; dicho estado es aplicado en el Reglamento Nacional de Edificaciones en los materiales: concreto, acero, madera y en sistemas compuestos. Esto se realiza mediante la verificación de respuestas estructurales como deflexiones, fisuramiento, vibraciones y otros y la inclusión de las propiedades geométricas de los elementos estructurales.

En el caso de las deflexiones, el método simplificado presente en códigos y normas actuales indica que en servicio las deflexiones son importantes porque aseguran que los esfuerzos internos calculados se comporten de acuerdo al rango elástico. Estas deflexiones se dividen en dos tipos de corto plazo y a largo plazo, superponiendo ambos tipos para el cálculo de la deflexión total.

En el caso de deflexiones a corto plazo (instantáneas), éstas son calculadas con la teoría clásica de mecánica de materiales, ya que se basa en sus suposiciones básicas: secciones transversales planas constantes, propiedades lineales y otros, ver figura 3.1.

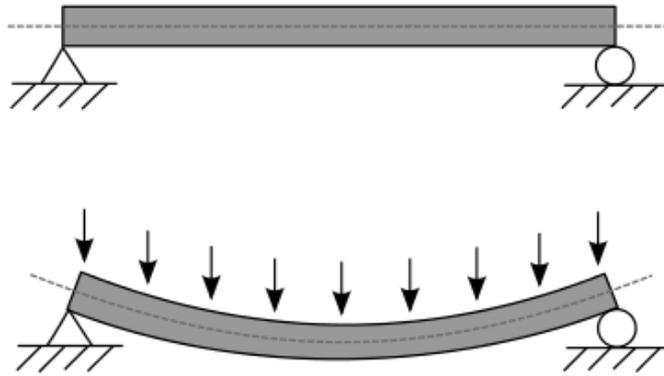


Figura N° 3.1 Viga deformada por cargas externas.

Fuente: (https://es.wikiversity.org/wiki/ProgramacionIngenieriaMecanicaUPB:Grupo_01,s.f.)

Debido a la aplicación de una carga externa instantánea, la deflexión instantánea tiene como magnitud en vigas de tipo isostáticas (simplemente apoyadas) la siguiente relación:

$$\Delta_{ins} = \frac{5 wL^4}{384 E I_e} \quad (3.1)$$

Donde w es la carga distribuida longitudinal, L es la longitud de la viga, E es el módulo de la elasticidad del material constitutivo de la viga e I_e es el módulo de inercia efectiva de la sección transversal.

En el caso de deflexiones diferidas no se observa una deformación constante, sino que aumenta en función a la aplicación de la carga, ver figura N° 3.2.

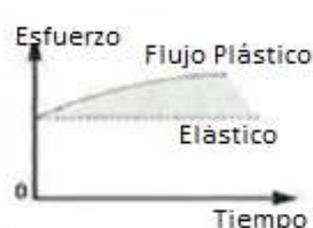


Figura N° 3.2 Diagrama de esfuerzo-tiempo para efecto no lineal.

Fuente: (Kim, 2014)

Frente a tales deflexiones, la normativa actual indica un lineamiento para el cálculo, control y verificación de las deflexiones en ELS. A continuación, se muestra dicho proceso para vigas de concreto armado, según la norma NTP.E060.

3.2 DEFLEXIONES EN VIGAS DE CONCRETO ARMADO

En el reglamento nacional de edificaciones, sección E060, "Concreto Armado", según el estado límite de servicio, el cálculo de las flechas instantáneas por flexión

se realiza con el fin de limitar cualquier deformación que pudiese afectar adversamente la capacidad o el funcionamiento de la estructura. Para el caso de vigas de concreto armado, se indica los peraltes mínimos para no ser verificados estructuralmente, ver cuadro N° 3.1.

Cuadro N° 3.1 Peraltes o espesores mínimos de vigas no pre-esforzadas o losas en una sola dirección.

	Espesor o peralte mínimo, h			
	Simplemente apoyados	Con un extremo continuo	Ambos extremos continuos	En voladizo
Elementos	Elementos que no soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos no estructurales susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes.			
Losas macizas en una dirección	$\frac{\ell}{20}$	$\frac{\ell}{24}$	$\frac{\ell}{28}$	$\frac{\ell}{10}$
Vigas o losas nervadas en una dirección	$\frac{\ell}{16}$	$\frac{\ell}{18,5}$	$\frac{\ell}{21}$	$\frac{\ell}{8}$

Fuente: (NTP.E060)

En ese mismo sentido, el cálculo de las deflexiones instantáneas se aplica la teoría de elasticidad como se observa en las normas de diseños actuales, empleando las siguientes ecuaciones que se indican a continuación:

El momento de agrietamiento³ (M_{cr}), que es el máximo momento ocurrido por las grietas en tensión del concreto debido a la aplicación de cargas externas en forma continua de la sección, se calcula mediante la siguiente relación:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{Y_t} \quad (3.2)$$

Donde:

M_{cr} : Momento de agrietamiento de la sección.

I_g : Momento de Inercia de la sección transversal bruta.

Y_t : Distancia del eje neutro en la sección transversal hacia la fibra en compresión.

$$f_r = 0.62 \sqrt{f'_c} \quad (3.3)$$

³ Se observa después de que el concreto llega al esfuerzo de tracción (aparición del fisuramiento).

Donde:

f_r : Módulo de rotura del concreto.

A partir de la sección transformada, que depende del concreto y el acero, se aplica el momento efectivo⁴ para una mejor aproximación de propiedades geométricas. “Este momento de inercia efectivo, I_e , se determina para proporcionar una transición entre los límites superior e inferior de I_g e I_{cr} , como función de la relación $\frac{M_{cr}}{M_a}$.” (Comentarios del Capítulo 9 del Reglamento Hormigón Armado Argentino, s.f.)

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \quad (3.4)$$

A partir de esta ecuación 3.4, el cálculo de las deflexiones instantáneas se simplifica en el cálculo en relación al tipo de sistema de viga (continua, voladizo o simplemente apoyada). El momento de inercia efectivo se usa para calcular las deflexiones en estado lineal-elástico antes de que el elemento se fisure completamente, tomando en cuenta el I_{cr} como límite máximo respecto a la rigidez.

Luego, se procede a calcular el factor de corrección para los efectos diferidos del concreto en cargas sostenidas según la NTP.E060, como se indica a continuación:

$$\Delta\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \quad (3.5)$$

La ecuación 3.5 se indica en la norma NTP.E060 (Concreto armado) para el control y verificación de deflexiones diferidas; donde ξ es un factor dependiente del tiempo, ρ' es la cuantía del acero de refuerzo en compresión y $\Delta\lambda$ es el factor dependiente del tiempo.

⁴ Momento de inercia en transición entre la sección bruta y la sección fisurada.

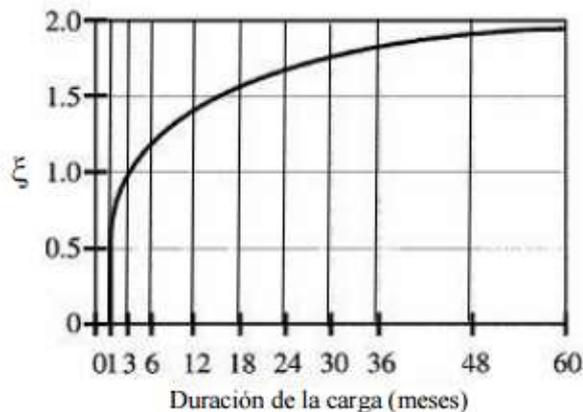


Figura N° 3.3 Factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas

La fórmula 3.5 es realizada de forma empírica sin considerar un estudio paramétrico en cuanto a las deflexiones diferidas según ACI 318. En dicho código, la referencia⁵ a dicha fórmula indica que a partir de los estudios experimentales en vigas rectangulares de Branson⁶ existe una relación para las deflexiones a largo plazo entre la cuantía de acero entre compresión y la geometría. Para estos ensayos, Branson usó vigas de concreto armado con el objetivo de establecer una relación en las deflexiones entre las rigideces de las vigas y el acero de refuerzo (compresión y tracción).

A causa de que las deflexiones instantáneas y diferidas ocurren en el rango lineal-elástico, se aplica el principio de superposición ecuación 3.7.

$$\Delta_{dif} = \lambda \Delta * \Delta_{ins} \quad (3.6)$$

$$\Delta_{total} = \Delta_{ins} + \Delta_{dif} \quad (3.7)$$

Luego de calcular las respuestas estructurales, éstas son verificadas según la tabla N° 3.1 de acuerdo a los requisitos mínimos de flechas. No obstante, si no se cumple con las especificaciones, se cambia de geometría y/o acero de refuerzo. Así, el cambio la geometría genera el aumento del momento de inercia de la sección transversal, por tal motivo existe una mayor resistencia a las deformaciones. Igualmente, el aumento del área de acero de refuerzo longitudinal,

⁵ Ver referencia 9.19, ACI, Branson, Compression Steel on long-time deflection, 1971.

⁶ Estudió el comportamiento diferido en vigas de concreto armado, haciendo variar el cambio de geometría y el acero de refuerzo, resultando en una fórmula empírica.

las deflexiones a largo plazo disminuye, ya que los esfuerzos internos de compresión y tracción son absorbidos en mayor parte por el refuerzo actuante, reduciendo sustancialmente las fuerzas internas.

3.3 MÉTODOS DE APROXIMACIÓN LINEAL PARA EFECTOS DIFERIDOS

Las soluciones en función al rango lineal-elástico en el concreto son aplicadas en elementos que trabajan elásticamente, es decir, cuando el elemento regresa a su estado inicial luego de retirada la carga. No obstante, esta suposición no puede ser aplicada en el rango no lineal porque debe existir una deformación permanente e irreversible. En ese caso, autores desarrollaron métodos de aproximación que consideran el rango lineal y el rango no lineal como sistema de solución en elementos que presentan propiedades diferidas o la rigidez variable en conectores de corte.

Al considerar el rango no lineal en el concreto (efectos de flujo plástico y de retracción), esto no simplifica el cálculo, por tal motivo se desarrolla el método de módulo ajustado de edad efectivo “Aged-Adjusted Effective Modulus Method (AEMM)” y el método efectivo “Effective Method (EM)” que consideran la no linealidad con la linealidad de las propiedades de los materiales, ajustando el módulo de elasticidad del concreto en el tiempo.

3.3.1 Método efectivo “Effective Method” (EM)

Este método de aproximación es recomendado por el Euro código 4 debido a su continua aplicación en el análisis de vigas de sección compuesta. Dicho método se aplica en cargas externas, donde la pequeña diferencia entre las tensiones iniciales y las finales de la losa de concreto varían considerablemente. El método tiende a sobreestimar la reducción del flujo plástico y se observa como una solución no conservativa. (Dezi, 1992) [24].

$$E_{c,eff} = \frac{E_c}{(1 + \phi(t, t_0))}, (t = t_s) \quad (3.8)$$

En la ecuación 3.8 se observa el módulo de elasticidad efectivo del concreto ($E_{c,eff}$) que está en relación a la función del flujo plástico ($\phi(t, t_0)$) que es una expresión matemática en relación al efecto diferido en el concreto, ver capítulo VI, donde se puede calcular el rango lineal-elástico en el tiempo.

3.3.2 Método del módulo ajustado de edad efectivo “Aged-Adjusted Effective Modulus Method” (AEMM)

Este método considera la variación del módulo de elasticidad del concreto gracias a que al ser un material que posee flujo plástico y retracción, sus propiedades son variables. Este método fue desarrollado por Trost (1967) y Bazant (1972).

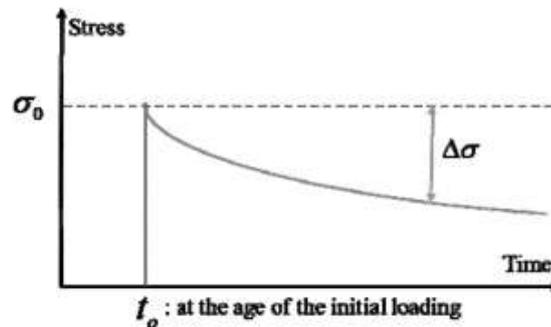


Figura N° 3.4 Reducción gradual del esfuerzo en el tiempo.

Fuente: (Kim, 2014)

En la figura N° 3.4, se observa los esfuerzos del concreto en el tiempo, éstos a una edad inicial son mayores que los esfuerzos posteriores a un tiempo t_0 que es causado por las cargas externas y/o condiciones ambientales por los efectos diferidos del concreto (flujo plástico y retracción).

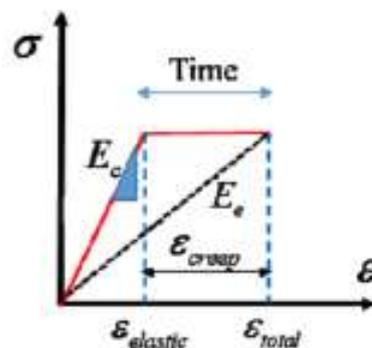


Figura N° 3.5 Gráfico de esfuerzo-deformación del concreto.

Fuente: (Kim, 2014)

La figura N° 3.5 muestra la relación esfuerzo-deformación para un modelo elasto-plástico (módulo de fluencia es igual al módulo de rotura); en dicha gráfica, se observa dos zonas, elástica y plástica por el comportamiento debido al tiempo de aplicación de la carga. En consecuencia, el cálculo de la deformación final en el tiempo se asume en un rango lineal en el cual la deformación plástica ocurre; además, la deformación elástica es considerada constante en el tiempo,

observándose una nueva zona de tipo lineal con una pendiente diferente, ver ecuación 3.12.

La deformación total del concreto es dada por la siguiente relación:

$$\varepsilon_{total} = \varepsilon_{elastic} + \varepsilon_{flujo\ plástico} \quad (3.9)$$

Entonces ambas deformaciones se calculan en función de los esfuerzos y módulos de elasticidad tanto el rango lineal-elástico como rango plástico en las ecuaciones 3.10 y 3.11.

$$\varepsilon_{total} = \frac{\sigma}{E_c} + \frac{\sigma}{E_c} \phi \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_{total} = \frac{\sigma}{E_c} (1 + \phi) \quad (3.11)$$

Simplificando la ecuación 3.11.

$$\varepsilon_{total} = \frac{\sigma}{\left(\frac{E_c}{1 + \phi}\right)} \quad (3.12)$$

Reemplazamos la ecuación 3.12 por la variable E_e que es el módulo de elasticidad efectivo del concreto en función al flujo plástico (creep) que está sujeto a un comportamiento lineal, tal como se observa en la ecuación 3.13.

$$E_e = \left(\frac{E_c}{1 + \phi}\right) \quad (3.13)$$

3.3.3 Método de la Sección transformada

La sección transformada se usa para el cálculo de algunas propiedades geométricas (profundidad del eje neutro y el momento de inercia efectivo). Dichas propiedades se utilizan en el cálculo de las respuestas estructurales (deflexiones, agrietamiento y esfuerzos), al considerar que la sección varía en el tiempo en función a la diferencia de materiales.

El artificio empleado en la sección transformada es que la sección transversal de concreto reforzado es reemplazada por una sección transformada, cuya área es igual al área del concreto adicionando n veces el área del acero y se reemplaza en las fórmulas para las respuestas estructurales, ver ecuación 3.14.

$$n(t_0) = \frac{E_s(t_0)}{\bar{E}_e(t, t_0)} \quad (3.14)$$

Aplicando los diferentes métodos de aproximación, se indica el proceso de cálculo para las deflexiones en vigas de sección compuesta.

3.3.4 Ejemplo conceptual

En el siguiente ejemplo se procede a explicar, la relación del coeficiente de flujo plástico con respecto a las deformaciones unitarias en el concreto, en el acero de refuerzo en compresión y en el acero de refuerzo en tracción

La relación lineal del concreto comprende entre los rango de $0.2f'_c$ a $0.5f'_c$, según investigaciones realizadas para cargas de larga duración en el análisis del estado límite de servicio, ya que, las esfuerzos internos varían proporcionalmente sin alterar las propiedades geométricas. Si se considera dicha afirmación, la deformación toma la siguiente forma proporcional en relación al esfuerzo unitario inmediato del concreto:

$$\varepsilon_{creep} = C_t \frac{f'_c}{E_c} \quad (3.15)$$

En la ecuación (3.15), C_t es el coeficiente de flujo plástico del concreto, f'_c es la resistencia a la compresión del concreto y E_c es el módulo de elasticidad lineal-elástico del concreto. Además, considerando las deformaciones iniciales o inmediatas ($\frac{f'_c}{E_c}$) y las deformaciones por flujo plástico ($C_t \frac{f'_c}{E_c}$) que son causadas por cargas sostenidas y por la redistribución de esfuerzos internos. Luego, se calcula la deformación total (ε_{total}) del siguiente modo:

$$\varepsilon_{total} = \frac{f'_c}{E_c} + C_t \frac{f'_c}{E_c} \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_{total} = (1 + C_t) * \frac{f'_c}{E_c} \quad (3.17)$$

Como resultado a dichos efectos, el cambio de esfuerzos internos ocasiona un cambio de profundidad del eje neutro que disminuye o aumenta las tensiones del concreto (tracción o compresión), ver ecuación 3.23. Estos esfuerzos son afectados en forma proporcional al coeficiente de flujo plástico dentro del intervalo en que el concreto se comporte linealmente. Sin embargo, si se quiere considerar el efecto real, se debe tener presente la correcta historia de cargas, la función del

flujo plástico, la retracción y otros efectos a largo plazo que suceden en la estructura.

En el siguiente ejemplo, se realiza una explicación breve de una viga rectangular doblemente reforzada, en el intervalo de las cargas de servicio, aplicando el método del par interno.

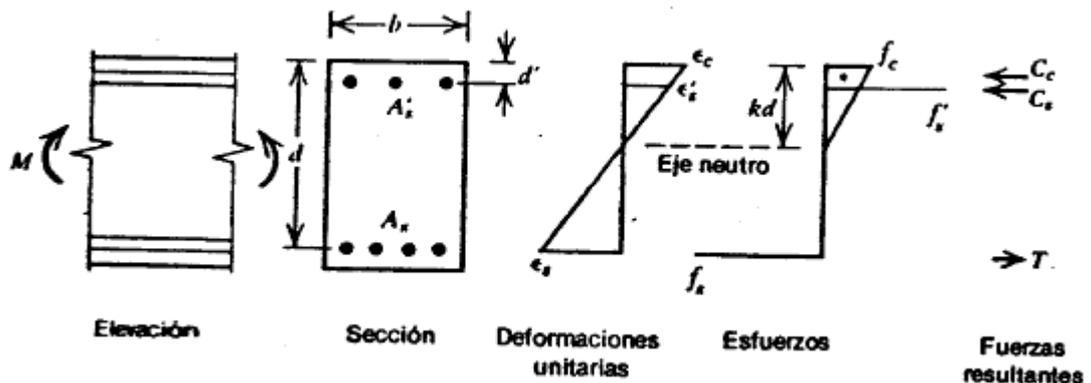


Figura N° 3.6 Sección de viga rectangular de concreto doblemente reforzada en el intervalo de carga de servicio después del agrietamiento.

Fuente: (Park & Pauley, 1980)

Las deformaciones unitarias del concreto (ϵ_c), del acero de refuerzo en tracción (ϵ_s) y del acero de refuerzo en compresión (ϵ'_s) se pueden escribir como se presenta en las siguientes fórmulas:

$$\epsilon_c = (1 + C_t) * \frac{f'_c}{E_c} \quad (3.18)$$

$$\epsilon'_s = \frac{f'_s}{E_s} \quad (3.19)$$

$$\epsilon_s = \frac{f_s}{E_s} \quad (3.20)$$

Donde f_s es el módulo de fluencia del acero y E_s es el módulo de elasticidad del acero, aplicando la relación lineal existente en las deformaciones unitarias porque tanto en las fibras superiores y fibras inferiores se consideran que no exceden el límite lineal máximo, contemplese las siguientes formas:

$$\frac{\epsilon_c}{kd} = \frac{\epsilon'_s}{kd - d'} = \frac{\epsilon_s}{d - kd} \quad (3.21)$$

Se escribe la ecuación de equilibrio de las fuerzas internas, compresión del concreto (C_c), compresión del acero de refuerzo (C_s) y el acero de refuerzo en tracción (T); suponiendo que tales esfuerzos no sufren variación:

$$C_c + C_s = T \quad (3.22)$$

De acuerdo a las relaciones presentadas por las deformaciones unitarias y la ecuación de equilibrio (3.22), se obtiene la siguiente ecuación de equilibrio simplificada que está en función de los parámetros de los componentes del concreto armado:

$$0.5f'_c bkd + A'_s \left(\frac{kd - d'}{kd} \right) n f'_c = A_s \left(\frac{d - kd}{k} \right) n f'_c \quad (3.23)$$

Donde:

$$n = (1 + C_t) \frac{E_s}{E_c} \quad (3.24)$$

La relación modular del concreto (n) y el acero influyen en el cálculo de las propiedades geométricas a largo plazo porque al iniciarse la carga, las propiedades toman un valor inicial (instantáneo) casi nulo. Esto se refleja en la ecuación 3.23, que consta de tres términos. El primer término es respecto a la geometría (eje neutro) y la resistencia a la compresión del concreto para la fuerza a la compresión en el concreto sólo; el segundo término considera la relación modular del concreto y acero en el refuerzo por compresión, lo que indica un cambio a partir de la función de flujo plástico, y si fuera el caso de que el coeficiente dependiera del tiempo, entonces el eje neutro también variaría, haciendo que los esfuerzos de tracción y compresión en el elemento sean diferentes y dependan del tiempo. Por último, el tercer término también depende dicha relación modular, aumentando o disminuyendo la tracción en el acero de refuerzo, ya que el eje neutro también varía.

En efectos a largo plazo, el coeficiente de flujo plástico (C_t) aumenta progresivamente, ver modelos de predicción, por tanto la relación modular también. Este coeficiente al ser dependiente del tiempo, varía entre un rango de 0 (para cargas inmediatas, es decir que la estructura no se ha cargado) a 2 (completamente cargado) en el diseño. Así por ejemplo, se muestra cuantas veces la relación modular aumenta para un coeficiente de flujo plástico igual a 2.

$$n_{\text{largo plazo}} = (1 + 2) \frac{E_s}{E_c}$$

Siendo:

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

Entonces:

$$n_{\text{largo plazo}} = 3n$$

Para cuestiones de diseño, se considera una relación modular de “3n” en el acero de refuerzo a compresión y el acero de refuerzo a tracción. La relación modular depende del coeficiente de flujo plástico para cargas sostenidas, pero al ser dependiente del tiempo de aplicación, este coeficiente también se asume que depende en el tiempo ($\phi(t, t_0)$), al convertir la relación modular en una función del tiempo tal como se muestra a continuación:

$$n(t, t_0) = (1 + \phi(t, t_0)) \frac{E_s}{E_c} \quad (3.25)$$

Esta función se aplica en elementos de concreto armado que no hayan sobrepasado el límite de proporcional de linealidad. En este estado se asegura la correcta funcionalidad de los elementos estructural debido a las cargas vivas que pueden afectar el cálculo estructural por su continua aplicación.

3.4 DEFLEXIONES EN VIGAS DE SECCIÓN COMPUESTA

3.4.1 Estado de servicio

La norma británica, BS 5950 part 3, sección Servicio, indica a continuación: “Las cargas de servicio deben ser tomadas con valores sin factorar. Las cargas muertas e impuestas (servicio) deben ser consideradas en esta sección por ser de tipo sostenidas. Las cargas de construcción no deben ser incluidas en las cargas de servicio (consideradas aparte)”.

Para el caso de deflexiones, sección 2.4, Estado límite de servicio, nos indica el siguiente apartado: “Deflexiones bajo cargas de servicio en una estructura o parte de ellas no deben perjudicar la resistencia y la eficiencia de la estructura o sus componentes o causar daño” [...]. Además, [...] “deflexiones en los procesos de construcción debido a la carga muerta en el ancho efectivo de concreto y las vigas de acero” [...], tienen que controlar las flechas totales y, consecuentemente, el funcionamiento.

Otro aspecto de suma importancia son las deformaciones irreversibles, tal como dice en otro apartado: “Para prevenir grandes deformaciones bajo carga de servicio, las deformaciones irreversibles deben ser evitadas en vigas simplemente apoyadas y en voladizo, y en la zona media de vigas continuas” [...]. Siguiendo estas recomendaciones, no se debe permitir el desarrollo de las deflexiones de tipo inelástica en zonas críticas, con el fin de obtener una estructura segura y de orden lineal. Por otra parte, [...] “los esfuerzos basados en propiedades elásticas deberán ser calculados bajo cargas de servicio. Cuando se use construcciones apuntaladas, los esfuerzos de carga muerta de la región de concreto y el acero de la viga deberán ser basados en la propiedades de la viga de acero” [...]. Dependiendo del tipo de conexión a diseñar, el sistema de construcción influye en el cálculo de las respuesta interna y externa de la estructuras, condicionando que el cálculo se basa en función de la viga longitudinal de acero (Sección “I”).

Propiedades elásticas son aplicadas en el cálculo de esfuerzos de dichos elementos, sin considerar las verdaderas propiedades de los elementos de concreto y acero y el tipo de conexión. Por tanto, dichos cálculos son aproximaciones que no consideran el comportamiento real; por ejemplo, el cálculo es realizado como si fuera una viga compuesta de interacción completa (perfecta adherencia entre concreto y acero).

En Perú, el código vigente peruano no menciona un lineamiento en el cálculo de deflexiones tanto inmediatas como diferidas. Por tanto, se procede a mencionar el modelo propuesto por Kim (2014) [42] debido a que en su tesis de maestría explica un método simplificado para el cálculo de deflexiones.

3.4.2 Interacción completa en vigas de sección compuesta

En este tipo de vigas, la acción conjunta de fuerzas internas, momento flector y deslizamiento puro (cortante) son calculadas usando el estado elástico con el método de aproximación “AEMM”.

Aplicando el método de aproximación “AEMM”, el proceso de análisis se simplifica con base en las siguientes hipótesis.

- La sollicitación de deslizamiento puro (corte) se satisface completamente con el número de conectores de corte, en otras palabras, la fuerza de corte no toma importancia a nivel de losa de concreto y perfil de acero.

- La losa de concreto y el perfil de acero se deforman en un mismo plano vertical tanto que al actuar conjuntamente, esta deflexión se toma como si fuese una sola.
- Las cargas muertas, vivas u otras aplicadas son constantes, ya que, estas cargas no varían en ningún momento en el transcurso del tiempo.

Ahora, se procede a explicar el cálculo de las deflexiones instantáneas y diferidas para el caso de interacción completa. En dicho cálculo, se realiza primero las deflexiones instantáneas y luego las deflexiones diferidas a partir de las propiedades geométricas y los efectos diferidos del concreto basados en el modelo de Kim [42].

3.4.2.1 Deflexión instantánea

Cuando una carga externa es aplicada a la viga, la deflexión de corta duración aparece como respuesta instantánea, por tal motivo, dicha respuesta en el rango lineal-elástico es verificada en el estado de servicio.

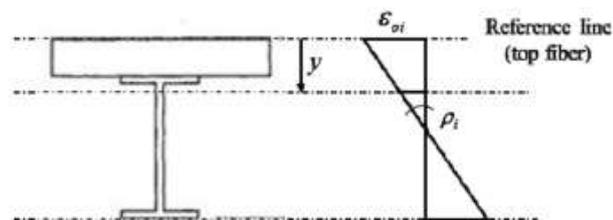


Figura N° 3.7 Deformaciones iniciales en la sección.

Fuente: (Kim, 2014)

Se puede deducir en función del peralte de la viga la ecuación 3.1 para las deformaciones a corto plazo a partir de la figura N° 3.7; se observa la curvatura de los elementos en interacción completa, siendo la deformación total con base al radio de curvatura de la sección transversal (ρ_i) y la distancia calculada desde la fibra superior (y).

$$\varepsilon_{total} = \varepsilon_{oi} - y * \rho_i \quad (3.26)$$

A partir de las propiedades geométricas iniciales de la sección transversal y las deformaciones iniciales, la fuerza de corte o adherencia entre concreto y acero (N) es calculada con los esfuerzos internos y la sección transversal, como se observa en la ecuación 3.27.

$$N = \int \sigma_i dA \quad (3.27)$$

$$N = E_c \cdot A \cdot \varepsilon_{oi} - B_c \cdot \rho_i \cdot E_c \quad (3.28)$$

Similar caso, el esfuerzo es multiplicado por un brazo relativo al centro de gravedad para el momento flector de la sección (M) en la ecuación 3.29.

$$M = - \int \sigma_i y dA \quad (3.29)$$

$$M = -E_c \cdot B \cdot \varepsilon_{oi} + I \cdot \rho_i \cdot E_c \quad (3.30)$$

Siendo A (sección transversal), B y I las propiedades de la sección transversal transformada que corresponden al área, al primer y segundo momento de inercia respecto a la superficie, aplicadas en las ecuaciones 3.29 y 3.30.

Luego, se determina la deflexión inicial en el centro del vano de la viga que relaciona el radio de curvatura y la deformación inicial de acuerdo a la ecuación 3.31, donde ρ_A , ρ_{mid} y ρ_C son los incrementos de los radios de curvatura longitudinalmente en la viga en diferentes puntos.

$$\Delta_{mid-inicial} = \frac{L^2}{96} (\rho_A + 10 * \rho_{mid} + \rho_C) \quad (3.31)$$

La ecuación 3.31 resulta de un análisis elástico en función a la curvatura compuesta, la viga de acero y la losa de concreto. La ecuación 3.32 muestra el cálculo simplificado de las deflexiones instantáneas en distintos tipos de sistema:

$$\Delta_{ins} = \frac{wl^4}{384 E I_{LB}} \quad (3.32)$$

3.4.2.2 Análisis dependiente al tiempo

El tiempo de uso de una estructura de concreto influye en la redistribución de tensiones y deformaciones, también; esto indica que las cargas internas a causa del aumento gradual de esfuerzos internos se reducen, produciéndose el efecto.

Aplicando los principios básicos estructurales: equilibrio, compatibilidad y las leyes constitutivas; las deflexiones a largo plazo pueden ser obtenidas a partir de las deflexiones a corto plazo, usando factores que asemejan la no-linealidad del concreto gracias a ensayos empíricos, así por ejemplo el factor de edad aplicada en la NTP.E060.

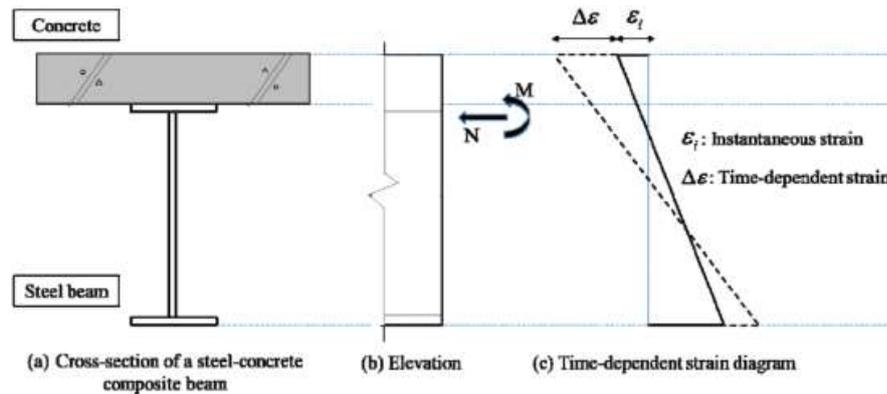


Figura N° 3.8 (a) Sección transversal; (b) Fuerzas actuantes; (c) Redistribución de esfuerzos en rango no lineal superpuestos a esfuerzos iniciales.

Fuente: (Kim, 2014)

En la figura N° 3.8, se observa que la redistribución de esfuerzos tiene un aumento gradual, dicho aumento es superpuesto en las deformaciones iniciales. Estas deformaciones aumentan por la redistribución de fuerzas tales fuerzas cortantes (ΔN) como momentos flectores (ΔM).

La deformación total incluyendo el flujo plástico y la retracción viene a ser dada por la ecuación 3.32 que incluye las cargas sostenidas y la retracción, aumentando considerablemente las deflexiones.

A continuación, se presentan las ecuaciones 3.33 y 3.34 que explican las causas del incremento en fuerzas cortantes y momentos flectores por efectos internos a largo plazo.

$$\Delta N = \bar{E}_e \cdot [\phi(t)(A_c \cdot \epsilon_{oi} - B_c \cdot \rho_i) + \epsilon_{sh}(t) \cdot A_c] \quad (3.33)$$

$$\Delta M = \bar{E}_e \cdot [\phi(t)(I_c \cdot \rho_i - B_c \cdot \epsilon_{oi}) + \epsilon_{sh}(t) \cdot B_c] \quad (3.34)$$

Donde A_c , B_c y I_c son las propiedades geométricas de la sección transversal.

Esta variación de momentos y fuerzas de corte es gracias al incremento por el flujo plástico ($\phi(t)$) y la retracción del concreto (ϵ_{sh}) debido al cambio de fuerzas internas en el acero por los efectos axiales (ΔN) y los momentos flectores (ΔM). En el caso del acero estructural, este efecto interno no varía debido a que no se comporta en el estado plástico porque no llegar a tener los requisitos.

Además, el incremento de la curvatura en la figura N° 3.8 hace que las deformaciones aumenten y a su vez las tensiones internas del material disminuyan gradualmente, en consecuencia del aumento gradual de fuerzas internas por el efecto del flujo plástico y la retracción. Por tanto, las deflexiones totales cambian

en función a dichos esfuerzos presentes en la ecuación 3.35, siendo $\Delta\rho_A$, $\Delta\rho_{mid}$ y $\Delta\rho_C$, los aumentos del grado de curvatura a través de las fibras longitudinales de la viga en diferentes puntos, apoyos y centro del vano de la viga, respectivamente.

$$\Delta_{mid-incrementado} = \frac{L^2}{96} (\Delta\rho_A + 10 * \Delta\rho_{mid} + \Delta\rho_C) \quad (3.35)$$

Entonces las deformaciones totales del concreto, incluyendo el efecto diferido, se observan en la ecuación 3.36 donde ε_{oi} son las deformaciones instantáneas y $\Delta\varepsilon_o$ son las deformaciones diferidas que se observa en la figura N° 3.7.

$$\varepsilon_{total} = \varepsilon_{oi} + \Delta\varepsilon_o \quad (3.36)$$

En el caso del radio de curvatura es de manera similar, donde ρ_{oi} es la curvatura inicial y $\Delta\rho_o$ es el cambio de curvatura debido a los efectos instantáneos como se observa en la figura N° 3.8

$$\rho_{total} = \rho_{oi} + \Delta\rho_o \quad (3.37)$$

Finalmente, la deflexión total en el centro del vano de la viga es dada por:

$$\Delta_{total} = \Delta_{mid-inicial} + \Delta_{incrementado} \quad (3.38)$$

La deflexión calculada toma en cuenta los efectos instantáneos y efectos diferidos para el caso de acción compuesta de los materiales.

3.4.3 Interacción parcial en vigas de sección compuesta

La interacción parcial induce a que las fuerzas cortantes en el sistema compuesto no sean tomadas al cien por ciento por la losa de concreto, sino por los conectores que están presentes en el sistema. Como consecuencia, la sección considera las deformaciones en conectores, sus propiedades geométricas y otros. En tal sentido, Kim [42] desarrolla un breve lineamiento que considera dicho efecto.

3.4.3.1 Deflexiones instantáneas

La acción compuesta supone una acción perfecta, lo que significa que los conectores de corte de la viga son suficientes para poder transmitir longitudinalmente las fuerzas cortantes entre el acero y el concreto. Pero en la realidad esto no sucede por la adherencia real entre la losa y el perfil, ya que no es perfecta y completa (Kotinda, 2006) [43]. Igualmente, en los códigos actuales de diseño se considera que la viga es de interacción completa, por tanto, la sección trabaja como un elemento en conjunto.

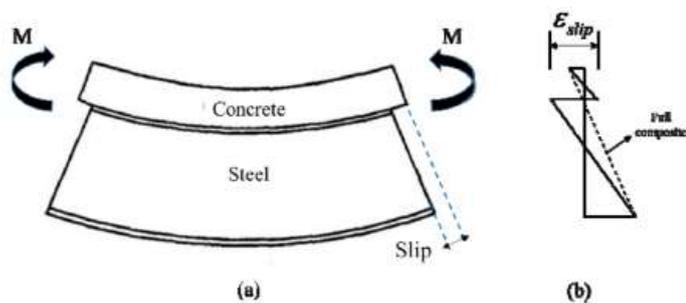


Figura N° 3.9 (a) Efecto de deslizamiento “slip”, (b) Distribución de esfuerzo debido a la conexión parcial.

Fuente: (Kim, 2014)

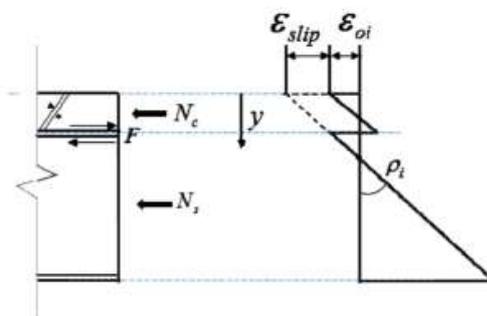


Figura N° 3.10 Fuerzas de corte y deformaciones unitarias desarrolladas en conexión parcial.

Fuente: (Kim, 2014)

En la figura N° 3.9 se observa que el concreto tanto como el acero actúa aisladamente como material por la deformación existente entre la unión aparente entre la losa de concreto y la viga de acero. En los casos presentes (figuras N° 3.9 y 3.10), aparecen la fuerza de adherencia entre el concreto y el acero para establecer el equilibrio mecánico.

En las ecuaciones (3.39 y 3.40) se observa el cálculo de las fuerzas cortantes del concreto y del acero gracias a la adherencia, las propiedades de los materiales y la geometría de los elementos:

$$N_c = E_c \cdot A_c \cdot \epsilon_{oi} - B_c \cdot \rho_i \cdot E_c \tag{3.39}$$

$$N_s = E_c \cdot A_s \cdot (\epsilon_{oi} + \epsilon_{slip}) - B_s \cdot \rho_i \cdot E_c \tag{3.40}$$

Donde N_c es la fuerza de corte en la losa de concreto, N_s es la fuerza de corte del acero estructural que considera el deslizamiento “slip” y las propiedades geométricas de la sección transversal como deformación (ϵ_{slip}), ver ecuaciones 3.39 y 3.40. A partir de las condiciones de equilibrio y gracias a la ausencia de la fuerza axial, el equilibrio existente es:

$$N_c + N_s = 0 \quad (3.41)$$

A partir de la ecuación 3.41, la fuerza longitudinal (F) aparece en el sistema estructural, ver figura N° 3.10, para contrarrestar la fuerzas del concreto (N_c) en el sentido paralelo, considerando una deformación por deslizamiento (ε_{slip}).

$$N_c = E_c \cdot \left(\frac{A_c \cdot B}{A} \cdot -B \right) \cdot \rho_i - E_c \cdot \left(\frac{A_c \cdot B}{A} \right) \cdot \varepsilon_{slip} = F \quad (3.42)$$

Para tal fin, las áreas de concreto (A_c , B_c) y las áreas de acero (A_s , B_s) son los primeros y segundos momentos de inercia respectivamente.

$$A_c + A_s = A \quad (3.43)$$

$$B_c + B_s = B \quad (3.44)$$

Para el caso del momento flector en la fibra superior de la viga es dada por:

$$M_c = E_c \cdot \left(\frac{B^2}{A} \cdot -I \right) \cdot \rho_i - E_c \cdot \left(B_s - \frac{A_c \cdot B}{A} \right) \cdot \varepsilon_{slip} \quad (3.45)$$

Igualmente, se asume que la fuerza total longitudinal (F) (adherencia) es asumida por la suma total de las resistencias de los conectores de corte en la viga, por tanto, la fuerza individual de cada conector es calculada por la división entre la fuerza de adherencia y el número total de conectores, tal como se aprecia en la ecuación 3.46:

$$Q_{average} = \frac{F}{N^{\circ} \text{ de conectores}} \quad (3.46)$$

En el caso del Euro código 4 indica que el Q_{max} por conector de corte está en función al acero y las propiedades geométricas del elemento.

$$Q_{max} = k_t \cdot 0.8 \cdot f_u \cdot (\pi \cdot d^2 / 4) \quad (3.47)$$

El grado de conexión del conector es dado por la siguiente ecuación en función de la plancha metálica en el sistema compuesto junto con el conector de corte; donde k_t es el grado de interacción de los conectores de corte en la viga de sección compuesta, cuando es 1.0 la conexión es completa, en cambio cuando es menos a 1.0 la conexión es parcial, por tanto el conector de corte no desarrolla su capacidad máxima.

$$k_t = \frac{0.7}{\sqrt{N_s}} \cdot \frac{b_0}{h_p} \cdot \left(\frac{h_d}{h_p} - 1 \right) \leq 1.0 \quad (3.48)$$

Siendo:

N_s : es el número de conectores de corte tipo stud que no deben exceder a la resistencia de la sección (k_t).

b_0 : Espesor de la placa metálica.

h_p : Altura de la losa del sistema compuesto.

h_d : Altura de conector de corte después de ser soldado.

La ecuación 3.47 indica la resistencia de los conectores de corte usados con planchas metálicas en edificaciones, esto se observa en el acápite 6.6.4 del eurocódigo 4 que considera a la plancha metálica en sentido transversal a la viga de acero para efectos de cálculos, ver figura N°3.11.

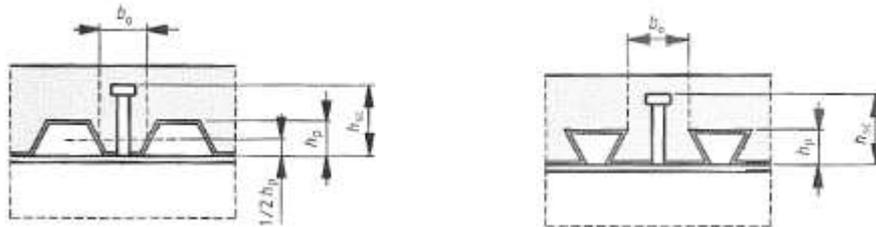


Figura N° 3.11 Viga con planchas metálicas transversales a la viga

Fuente: Euro código 4

En el caso de la deformación por adherencia (ϵ_{slip}) por la presencia del concreto y el acero, *Jianguo et al* (2004) nos indica la ecuación 3.49 que depende las propiedades geométricas del conector de corte:

$$\epsilon_{slip} = \frac{e^{-\alpha x}(e^{\alpha L} - e^{2\alpha x})\beta Q}{\alpha(1 + e^{\alpha L})} \quad (3.49)$$

Donde β es un factor dependiente al comportamiento del tipo de conector tanto soldado o emperrado, Q es la fuerza de corte axial de acuerdo al Euro código 4, esta ecuación se obtiene por ecuaciones de mecánica de materiales que consideran el momento y la fuerza cortante en la viga en una porción de viga, además del equilibrio presente entre la fuerzas internas (compresión y tracción) y el desplazamiento relativo entre los materiales de concreto y de acero, que indica una relación entre el número de conectores de corte, mientras más aumenten, esta deformación tiende a disminuir.

Pero en general, la deformación por desplazamiento entre diferentes elementos es dado por el traslape entre la losa de concreto y la viga de acero al momento de

actuar las cargas externas, por tanto dichos materiales (concreto y acero) se considerarían como uno solo, actuando conjuntamente:

$$\varepsilon_{slip} = \frac{Slip \Delta}{L} \quad (3.50)$$

Se calcula la deformación por adherencia (ε_{slip}), para el cambio gradual en las respuestas estructurales (deflexiones) en la losa de concreto. A partir de dicha relación, la curvatura se calcula, usando la siguiente relación que está en función de la sección transversal de la viga de sección compuesta:

$$\rho_{slip} = \frac{\varepsilon_{slip}}{(D_c + h)} \quad (3.51)$$

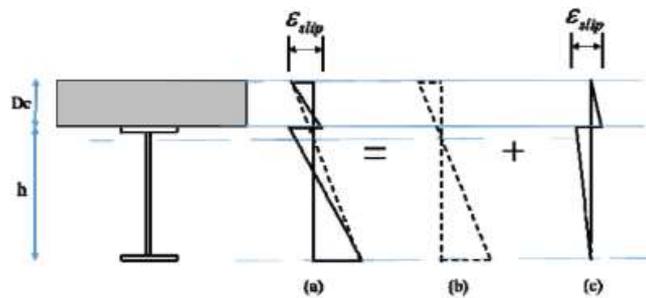


Figura N° 3.12 (a) deformaciones finales con parcial adherencia, (b) por conexión completa, (c) deformación de desplazamiento relativo.

Fuente: (Kim, 2014)

En la figura N° 3.12b se observa las deformaciones iniciales para la sección transversal en una interacción completa; la figura N° 3.12c muestra las deformaciones a causa del desplazamiento entre el concreto y el acero; finalmente, la figura N° 3.12a muestra las deformaciones en el caso de la interacción parcial de la viga, considerando las deformaciones instantáneas y las deformaciones por desplazamiento.

Con estas suposiciones se determina la curvatura final (ρ_{total}), considerando los efectos instantáneos y diferidos por el principio de superposición de la sección con interacción parcial gracias a la adherencia y el comportamiento compuesto conjunto (estado inicial), ver figura N° 3.12.

$$\rho_{total} = \rho_{i,no\ slip} + \rho_{i,slip} \quad (3.52)$$

Finalmente, la deflexión inicial será calculada en el centro de la viga simplemente apoyada usando dicha curvatura en la ecuación presente, similar caso a la interacción completa de la viga, ver ecuación 3.31.

3.4.3.2 Efecto diferido en vigas de sección parcialmente compuestas

Las vigas de interacción completa varían gradualmente las tensiones internas en función de los efectos diferidos.

La ecuación 3.41 indica que la curvatura total de la viga con interacción parcial es dado por la aplicación de la superposición de efectos, se considera la viga, inicialmente, sin desplazamiento relativo en la viga y la losa ($\rho_{i,no\ slip}$); el efecto de desplazamiento se considera aisladamente ($\rho_{i,slip}$) en la curvatura; finalmente, se considera el efecto diferidos debido al flujo plástico y la retracción del concreto para el cálculo de la variación curvatura de la viga ($\Delta\rho_o$) en una viga simplemente apoyada.

$$\rho_{time} = \rho_{i,no\ slip} + \rho_{i,slip} + \Delta\rho_o \quad (3.53)$$

Una vez calculada la curvatura total, se procede a superponerse las curvaturas con diferentes grados de interacción con los efectos a largo plazo del concreto.

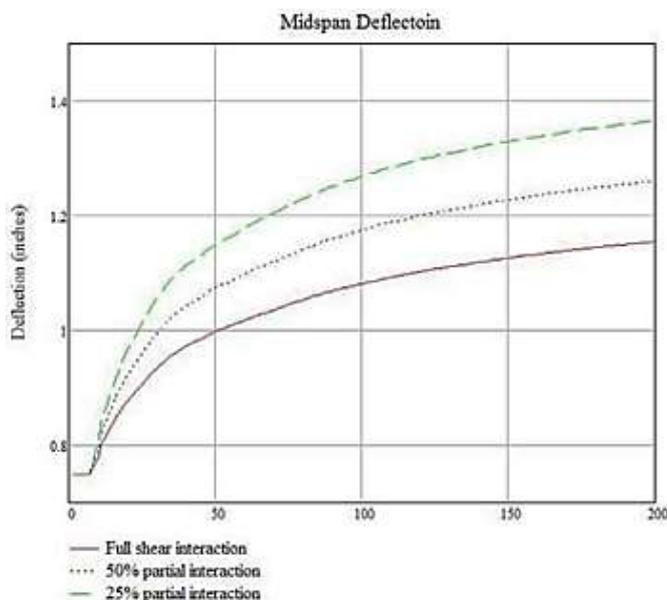


Figura N° 3.13 Influencia del tipo de conexión obtenido al ensayar una viga de sección compuesta en un programa realizado por Kim.

Fuente: (Kim, 2014)

Se observa en la figura N° 3.13, la diferencia de deflexiones debido a los diferentes grados de interacción –varía en porcentaje, desde 100% hasta 25% de interacción- lo que lleva a una disminución progresiva en deformaciones.

3.4.4 Modelos de predicción del flujo plástico y de la retracción

Los modelos de predicción se usan para predecir los efectos a largo plazo – flujo plástico y retracción - del concreto, en función diferentes parámetros de acuerdo

al diseño de mezcla, las condiciones ambientales u otros aspectos. Estos modelos se pueden observar la norma ACI 209 [2], siendo en total cuatro modelos de predicción.

3.4.4.1 ACI 209R-92

Modelo empírico desarrollado por Branson y Christason (1971) con modificaciones introducidas en el código ACI 209R-82 (ACI Committee 209, 1982). Este modelo simplificado es aplicado en el cálculo de las propiedades de los materiales tanto módulo de elasticidad del concreto como la inercia efectiva para efectos a largo plazo. Se toma en cuenta las condiciones de ambiente, el tiempo de curado y el tiempo de secado en la formulación de las funciones de flujo plástico y la retracción del concreto.

Se toma en consideración los siguientes parámetros:

- Edad del concreto (t , días), tiempo considerado para el cálculo de las funciones en los elementos que se constituyan de dicho material.
- Edad de aplicación de la carga (t_o , días), se considera que la carga actúa en un determinado periodo de tiempo para aproximar el coeficiente de flujo plástico y la deformación unitaria por retracción.
- Método de curado, de acuerdo al tipo de curado elegido durante la etapa construcción.
- Humedad relativa de acuerdo a las condiciones del ambiente, éste es medido en decimales para efecto del cálculo.
- Relación de volumen-superficie que considera las dimensiones geométricas del elemento estructural, tanto en forma y en tamaño.
- Slump del concreto (mm o in), es la consistencia del concreto fresco medido por el cono de Abrahams.
- Porcentaje del agregado fino (%) que es cuánto de porcentaje de finos posee el diseño de mezcla del concreto a usar.
- Contenido de cemento (kg/m^3), cantidad de cemento presente en la mezcla de concreto a usar.
- Contenido de aire (%), porcentaje de aire o vacío en la mezcla de concreto.

La resistencia a la compresión se emplea la siguiente expresión que se aproxima al comportamiento no lineal del concreto. Esta ecuación está en relación a los ensayos uniaxiales del concreto realizados con pruebas experimentales, la aproximación a dichos resultados es gracias a regresiones polinómicas, En tal sentido, se presenta la ecuación 3.54:

$$f'_{c(t)} = \left[\frac{t}{a + bt} \right] \cdot f'_{c(28 \text{ días})} \quad (3.54)$$

Donde (t) es la edad del concreto, (a y b) son constantes para el caso de un $f'_{c(28 \text{ días})}$, Para ensayos experimentales, (a y b) toman los valores de 4 y 0.85, respectivamente que son en función a las características y del tiempo de aplicación de la carga para diferente concreto (ver ACI 209 R92, tabla 2.2.1). Esta función de resistencia a la compresión se relaciona con el cálculo del módulo de elasticidad que varía en el tiempo (E_{mcto}) junto con las propiedades de la sección transversal con un tiempo de aplicación de carga, ver ecuación 3.55.

$$E_{mcto} = 0.043 \gamma_c^{1.5} \sqrt{f_{mcto}} \quad (3.55)$$

En la ecuación 3.55, f_{mcto} es la resistencia a la compresión del concreto al tiempo de carga, γ_c es el peso específico del concreto (kg/m^3), ambos valores son en unidades S.I.

La función de flujo plástico se asemeja a una función exponencial que aumenta en el tiempo por ensayos experimentales en laboratorio, aplicando teorías de solidificación del concreto (viscoelasticidad, fisuramiento entre otros) con base a la edad del concreto y al tiempo de aplicación del concreto:

$$\varphi(t, t_o) = \frac{(t - t_o)^\psi}{d + (t - t_o)^\psi} \varphi_u \quad (3.56)$$

Donde $\varphi(t, t_o)$ es el coeficiente de flujo plástico a una edad t debido a una carga aplicada durante t_o , d (tiempo en días) y ψ son constantes para condiciones normales; $d = 10$ y $\psi = 0.6$ de acuerdo a estudios realizados en muestras de concreto, φ_u sería el coeficiente de flujo plástico último que condiciona el diseño de la mezcla, cuyo valor es 2.35 para condiciones estándar.

En caso de otras condiciones de ambiente se tiene:

$$\varphi_u = 2.35 \gamma_c \quad (3.57)$$

$$\gamma_c = \gamma_{c,to} \gamma_{c,RH} \gamma_{c,vs} \gamma_{c,s} \gamma_{c,c} \gamma_{sh,\alpha} \quad (3.58)$$

Donde γ_c representa el producto acumulativo de la correlación factores, $\gamma_{c,to}$ para el periodo de curado, $\gamma_{c,RH}$ para el porcentaje de humedad, $\gamma_{c,vs}$ es la relación entre volumen y superficie del concreto, $\gamma_{c,s}$ es el slump del concreto fresco, $\gamma_{c,c}$

definido por el contenido de concreto y finalmente, $\gamma_{sh,\alpha}$ es el porcentaje de contenido de aire. Estos factores reducen el coeficiente de flujo plástico del concreto en gran porcentaje, ya que son factores que reducen el coeficiente inicial (estándar). En vigas de sección de compuesta de concreto y acero, este valor castiga al material de concreto en función a la losa de concreto, disminuyendo el valor del módulo de elasticidad; por tanto, el módulo de la sección transformada aumenta en progresión al tiempo, en cuestiones de diseño se considera como “3n”.

En el caso de la función de la retracción del concreto, se asemeja a una función exponencial, ya que la retracción actúa a lo largo de la losa de concreto durante el tiempo de vida de la estructura:

$$\varepsilon_{(t,t_c)} = \frac{(t - t_c)^\alpha}{f + (t - t_c)^\alpha} \varepsilon_{shu} \quad (3.59)$$

Donde f (en días) y α son considerados constantes de acuerdo a parámetros geométricos estudiados, ε_{shu} es el último esfuerzo de retracción, y $(t - t_c)$ es el tiempo inicial y final del curado. En la ecuación 3.59, se observa la deformación unitaria dependiente al tiempo de aplicación de la carga, similar caso al coeficiente de flujo plástico. Esta fórmula está en función a la deformación unitaria por retracción en condiciones estándares.

Para condiciones estándares, en la ausencia de información para retracción específica para agregados locales y condiciones de ambiente, humedad relativa al 60%, el valor promedio sugerido se relaciona con la siguiente fórmula:

$$\varepsilon_{shu} = 780\gamma_{sh} \times 10^{-6} \text{ mm/mm (in./in.)} \quad (3.60)$$

Relacionado por la siguiente fórmula:

$$\gamma_{sh} = \gamma_{sh,tc} \gamma_{sh,RH} \gamma_{sh,vs} \gamma_{sh,s} \gamma_{sh,c} \gamma_{sh,\alpha} \quad (3.61)$$

En la ecuación 3.61, γ_{sh} representa el producto acumulativo de la correlación factores, $\gamma_{sh,tc}$ para un periodo de curado, $\gamma_{sh,RH}$ para el porcentaje de humedad, $\gamma_{sh,vs}$ es la relación entre volumen y superficie del concreto, $\gamma_{sh,s}$ es el slump del concreto fresco, $\gamma_{sh,c}$ definido por el contenido de concreto y, finalmente, $\gamma_{sh,\alpha}$ es el porcentaje de contenido de aire. Similar caso al cambio de temperatura, la deformación por retracción condiciona al acortamiento del elemento de concreto

debido a su composición química, condiciones geométricas de la estructura y otros. Estas relaciones pueden ser encontradas en el ACI 209 R-92.

La función que superpone los efectos mencionados es representada de la siguiente manera:

$$J_{(t,t_0)} = \frac{1 + \phi(t - t_c)}{E_{cmto}} \quad (3.62)$$

La función compiladora o función de superposición (3.62) es para una deformación unitaria que muestra la variación de los efectos internos del concreto que están en función al tiempo para una mejor aproximación en el cálculo de las respuestas estructurales, considerando los efectos lineales y no lineales tanto cargas externas como composición química.

Coeficiente de Flujo Plástico y Retracción del concreto ACI 209R-92

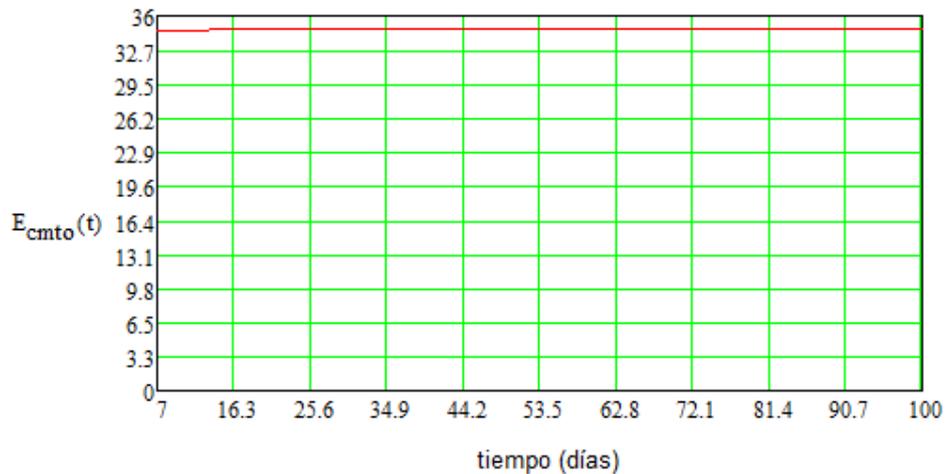
Peso específico del concreto $\gamma_c = 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Tiempo de inicio de aplicación de la carga (días): $t_0 := 7$

Resistencia a la compresión a los 28 días $f_{cm28} := 28\text{MPa}$

Resistencia promedio a compresión: $f_{cm}(t) := \frac{t}{0.05 + 0.67t} \cdot f_{cm28} \quad \dots (3.54)$

Módulo de elasticidad: $E_{cmto}(t) := 0.043 \cdot \left(\frac{\gamma_c}{\frac{\text{kN}}{\text{m}^3}} \right)^{1.5} \cdot \left(\sqrt{\frac{f_{cm}(t)}{1\text{MPa}}} \right) \cdot \text{MPa} \quad \dots (3.55)$



Módulo de elasticidad del concreto en el tiempo

Módulo de elasticidad del concreto a los 28 días: $E_{cmto28} := 0.043 \cdot \left(\frac{\gamma_c}{\frac{\text{kN}}{\text{m}^3}} \right)^{1.5} \cdot \left(\sqrt{\frac{f_{cm}(28)}{1\text{MPa}}} \right) \cdot \text{MPa}$

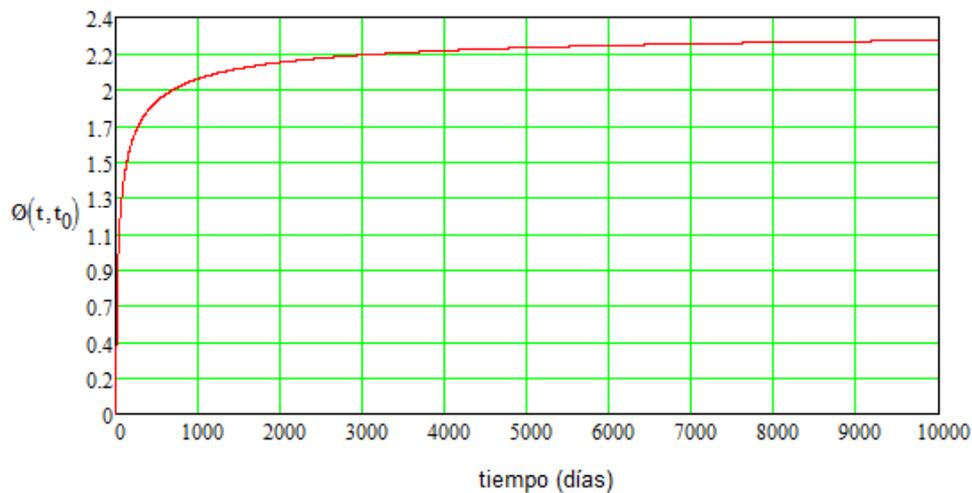
$E_{cmto28} = 34.701 \cdot \text{MPa}$

Coefficiente de Flujo Plástico

El coeficiente de flujo plástico es estimado del modo siguiente:

Coefficiente de flujo plástico último de acuerdo a condiciones estándar. $\phi_u := 2.35 \dots$ (3.57)

$$\phi(t, t_0) := \frac{(t - t_0)^{0.6}}{10 + (t - t_0)^{0.6}} (\phi_u) \dots (3.56)$$



Función de flujo plástico en función al tiempo

Deformación unitaria por Contracción Plástica

Edad del concreto (en días) a los que se detiene el curado del concreto:

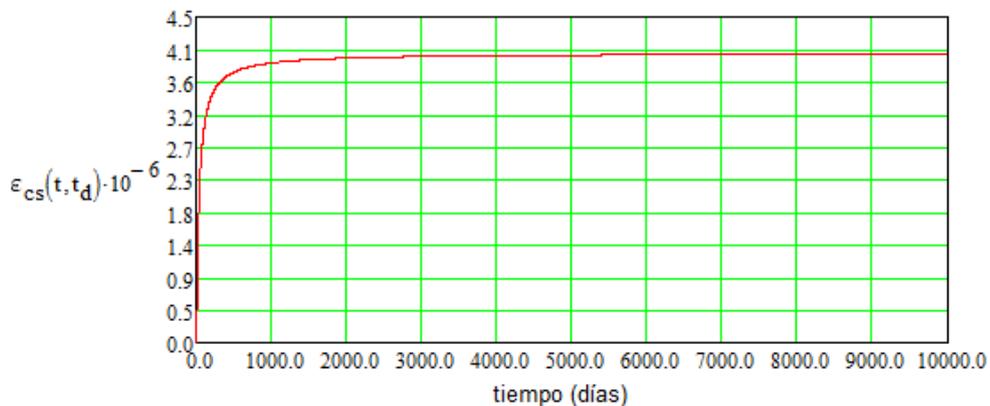
$$t_d := 7$$

Parámetro para concretos normales:

$$\beta_{sc} := 5$$

Deformación unitaria última de acuerdo a condiciones estándares: $\epsilon_{su} := 400 \cdot 10^{-6} \dots$ (3.60)

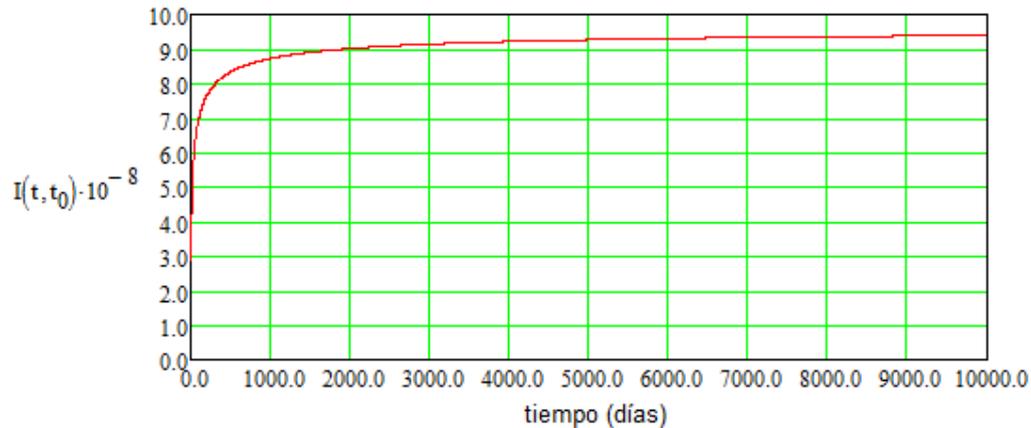
$$\epsilon_{cs}(t, t_d) := \frac{(t - t_d)}{35 + (t - t_d)} (\epsilon_{su}) \dots (3.59)$$



Función de contracción o retracción en función al tiempo

Función de compilación de efectos diferidos

$$I(t, t_0) = \frac{(1 + \Phi(t, t_0))}{E_{cmto28}} \quad \dots (3.62)$$

**Función de compilación en función al tiempo****3.4.4.2 Modelo CEB MC90-99**

El modelo CEB MC90 (Muller and Hilsdorf 1990; CEB 1993) se utiliza para predecir la función del flujo plástico y la retracción del concreto que están en función al tiempo. Este modelo tiene similares conceptos al modelo ACI 209R-92, al determinar el comportamiento en el tiempo del concreto con base en las propiedades geométricas, resistencia a la compresión, consideración las correcciones de acuerdo a la proporción de mezcla, aplicación de la carga y condiciones de ambiente. No obstante, este modelo no se relaciona con el tipo, ni el tiempo de curado en la formulación de funciones diferidas del concreto.

Los parámetros requeridos para la el cálculo de las funciones diferidas del concreto son:

- Edad del concreto (t , días) en el cuál se va a calcular los valores de las funciones de flujo plástico y retracción.
- Edad del concreto durante la aplicación de la carga (t_0 , días), es decir, cuando el concreto recibe la carga externa aplicada lo que indica el inicio de la dependencia del tiempo para el flujo plástico.
- Humedad relativa presente en el ambiente que influyen en la retracción del concreto y flujo plástico por las variaciones de sus propiedades tanto físicas como químicas.

- Relación de volumen-superficie del elemento de concreto, es decir, el concreto expuesto al ambiente tanto en forma como en volumen, considerando un tamaño ideal.
- Resistencia a la compresión aproximada del concreto a los 28 días (MPa) de acuerdo a ensayos uniaxiales, este valor es aproximado de acuerdo a regresiones lineales.

Para este modelo la función de superposición por esfuerzo unitario para las funciones lineales y no lineales del flujo plástico de acuerdo al módulo de elasticidad del concreto para una edad de 28 días.

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_{cm t_0}} + \frac{\phi_{28}(t, t_0)}{E_{cm 28}} \quad (3.63)$$

Donde $E_{cm 28}$ es el módulo de elasticidad a los 28 días de edad del concreto, y $E_{cm t_0}$ es el módulo de elasticidad a un tiempo de carga t_0 ; $\phi_{28}(t, t_0)$ es la función de flujo plástico a los 28 días de edad, considerando la edad del concreto y la edad de carga del concreto.

$$\phi_{28}(t, t_0) = \phi_0 \beta_c(t - t_0) \quad (3.64)$$

La ecuación 3.64 representa el flujo plástico para un tiempo de aplicación de 28 días, debido a que la representación indica la variación del fenómeno para un inicio de la aplicación de carga constante desde el comportamiento lineal. Por otro lado, el coeficiente de flujo plástico ϕ_0 como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\phi_0 = \phi_{RH}(h) \beta(f_{cm 28}) \beta(t_0) \quad (3.65)$$

Se observa que la función del flujo plástico (ϕ_0) para la edad inicial de la aplicación de la carga (t_0) depende de la geometría del elemento a calcular, el tiempo, la resistencia a la compresión inicial y a los 28 días de ensayo.

$$\phi_{RH}(h) = \left[1 + \frac{1 - h/h_0}{\sqrt[3]{0.1[(V/S)/(V/S)_0]}} \alpha_1 \right] \alpha_2 \quad (3.66)$$

$$\beta(f_{cm 28}) = \frac{5.3}{\sqrt{f_{cm 28}/f_{cm 0}}} \quad (3.67)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + (t_0/t_1)^{0.2}} \quad (3.68)$$

$$\alpha_1 = \left[\frac{3.5f_{cm0}}{f_{cm28}} \right]^{0.7} \quad (3.69)$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{3.5f_{cm0}}{f_{cm28}} \right]^{0.2} \quad (3.70)$$

Donde f_{cm28} es la resistencia del concreto a los 28 días de edad, h es la humedad relativa del ambiente, V/S es la relación volumen-superficie, α_1 y α_2 son coeficientes que dependen de la resistencia del concreto, en casos de condiciones normales es 1, f_{cm0} es la resistencia a la compresión inicial del concreto antes de la aplicación de la carga externa.

El coeficiente $\beta_c(t - t_c)$ describe el comportamiento del flujo plástico con el tiempo de secado (t_c), la diferencia entre el tiempo de edad del concreto y el tiempo de secado ($t - t_c$) es la duración del tiempo de secado del concreto:

$$\beta_c(t - t_c) = \left[\frac{(t - t_c)/t_1}{\beta_H + (t - t_c)/t_1} \right]^{0.3} \quad (3.71)$$

La función de la retracción del concreto para un tiempo de secado (t_c) es dada por:

$$\beta_H = 150[1 + (1.2h/h_0)^{18}](V/S)/(V/S)_0 + 250 \leq 1500 \quad (3.72)$$

$$\epsilon_{cs}(t, t_c) = \epsilon_{cs0} \beta_s(t - t_c) \quad (3.73)$$

Donde ϵ_{cs0} es coeficiente de retracción inicial, $\beta_s(t - t_c)$ es el coeficiente descrito para la retracción en el desarrollo en el tiempo, t es la edad del concreto, t_c es la edad del concreto en el principio del secado.

$$\epsilon_{cs0} = \beta_{RH}(h) \epsilon_s(f_{cm28}) \quad (3.74)$$

El desarrollo de la retracción con el tiempo es dado para determinar la relación entre la geometría del elemento (volumen y superficie), se aproxima a la siguiente relación que se presenta a continuación:

$$\beta_s(t - t_c) = \left[\frac{(t - t_c)/t_1}{350[(V/S)/(V/S)_0]^2 + (t - t_c)/t_1} \right]^{0.5} \quad (3.75)$$

Donde:

$$\varepsilon_s(f_{cm28}) = \left[160 + 10\beta_{sc} \left(9 - \frac{f_{cm28}}{f_{cmo}} \right) \right] \times 10^{-6} \quad (3.76)$$

$$\beta_{RH}(h) = -1.55 \left[1 - \left(\frac{h}{h_0} \right)^3 \right] \quad (3.77)$$

En la ecuación 3.75, se observa que la deformación unitaria depende de la resistencia a la compresión a los 28 días de aplicado largo junto a la aplicación inicial del concreto. Donde f_{cm28} es la resistencia del concreto a los 28 días de edad, h es la humedad relativa del ambiente en números decimales, V/S es la relación volumen-superficie de concreto en contacto con el medio ambiente.

Coeficiente de Flujo y Retracción Plástica del concreto CEB-MC90-99

Coeficiente de Flujo Plástico

Resistencia promedio a compresión: $f_{cm28} := f_c + 8\text{MPa} = 36\text{-MPa}$

Módulo de elasticidad: $E_{cm.28} := 9980 \cdot \left(\frac{f_{cm28}}{10\text{MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \text{MPa} = 15296\text{-MPa}$

Edad del concreto (días): $t_0 := 14$

$t_1 := 1$

Humedad relativa del medio ambiente: $RH := 70\%$

Humedad del ambiente inicial: $RH_0 := 100\%$

Relación entre volumen y superficie del concreto: $\frac{V}{S} = 0.1\text{ m}$

Relación entre volumen y superficie del concreto inicial: $\frac{V_0}{S_0} = 0.05\text{ m}$

El coeficiente de flujo plástico es estimado del modo siguiente:

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \beta_c(t, t_0) \quad \dots (3.64)$$

$$\phi_0 = \phi_{RH} \beta_2(f_{cm}) \beta_1(t_0) \quad \dots (3.65)$$

Así se tienen los siguientes parámetros de acuerdo al modelo presentado:

Parámetro de corrección respecto a la geometría del elemento, volumen y superficie:

$$\phi_{RH} := 1 + \frac{1 - \frac{RH}{RH_0}}{\left[0.1 \cdot \frac{\left(\frac{V}{S} \right)}{\text{mm}} \cdot \frac{\left(\frac{V_0}{S_0} \right)}{\text{mm}} \right]^{\frac{1}{3}}} \quad \dots (3.66)$$

$$\phi_{RH} = 1.038$$

Parámetro de corrección respecto al tiempo de vida del concreto (t):

$$\beta_1(t) := \frac{1}{0.1 + t^{0.2}} \quad \dots (3.68)$$

$$\beta_1(t_0) = 0.557$$

Parámetro de corrección respecto a la resistencia en compresión del concreto de 28 días:

$$\beta_2(f_{cm28}) := \frac{5.3}{\left(\frac{f_{cm28}}{10\text{MPa}}\right)^2} \quad \dots (3.67)$$

$$\beta_2(f_{cm28}) = 2.793$$

Se presenta el coeficiente de flujo plástico para una edad de carga de 28 días, ya que este coeficiente permanece constante en la función de flujo plástico, como se muestra a continuación

$$\phi_0(t_0) := \phi_{RH} \cdot \beta_2(f_{cm28}) \cdot \beta_1(t_0) \quad \dots (3.65)$$

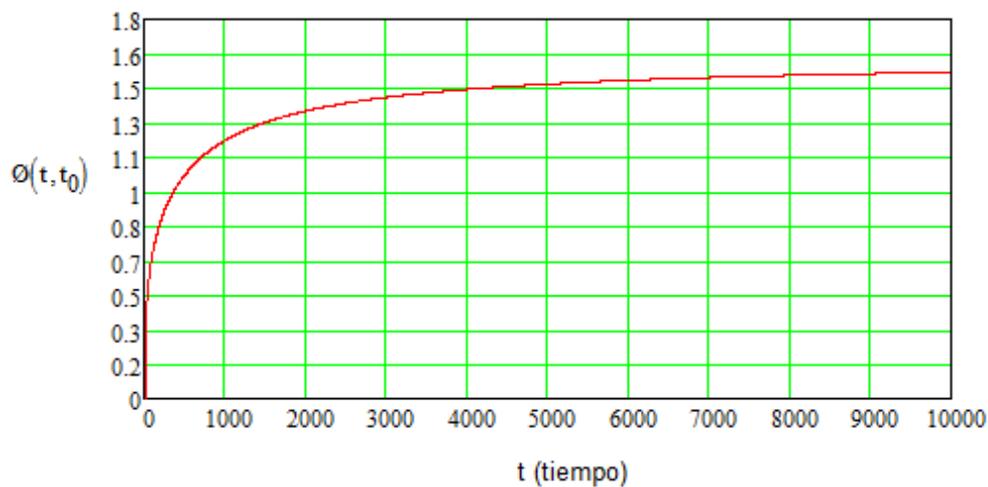
$$\beta_H := \min \left[1500, 250 + \left[150 \left[1 + (1.2 \cdot RH)^{18} \right] \cdot \left(\frac{V}{S} \right) \cdot \left(\frac{V_0}{S_0} \right) \right] \right] = 1500.000 \quad \dots (3.72)$$

Luego, la función que describe el comportamiento del flujo plástico después de aplicada la carga:

$$\beta(t, t_0) := \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + (t - t_0)} \right]^{0.3} \quad \dots (3.71)$$

Función de flujo plástico respecto al tiempo, se representa de la siguiente manera de acuerdo al código ACI 209 para

$$\phi(t, t_0) := \phi_0(t_0) \cdot \beta(t, t_0)$$



Función de flujo plástico en función al tiempo

Coefficiente de Contracción Plástica

Edad del concreto (en días) a los que se detiene el curado del concreto:

$$t_d = 7$$

Parámetro para concretos normales:

$$\beta_{sc} = 5$$

Además, se tienen los siguientes parámetros:

Parámetro respecto a la geometría del elemento de concreto:

$$\beta_{RH} := \begin{cases} -1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] & \text{if } 40\% \leq RH < 99\% \\ 0.25 & \text{if } RH \geq 99\% \end{cases} \quad \dots (3.77)$$

Deformación unitaria del concreto para una resistencia a la compresión de 28 días es:

$$\epsilon_s(f_{cm28}) := \left[160 + 10 \cdot \beta_{sc} \cdot \left(9 - \frac{f_{cm28}}{10 \text{MPa}} \right) \right] 10^{-6} \quad \dots (3.76)$$

De acuerdo a la formulación ACI, se describe un coeficiente que describe el comportamiento de la retracción por secado en un tiempo (t), como se presenta en la siguiente fórmula:

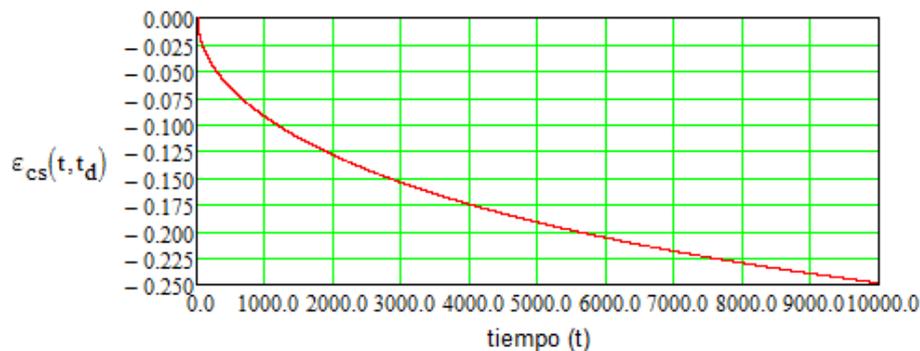
$$\beta_s(t, t_d) := \left[\frac{t - t_d}{350 \cdot \left[\frac{\left(\frac{V}{S} \right) \cdot \left(\frac{V_0}{S_0} \right)^2}{\text{in}} \right] + (t - t_d)} \right]^{-0.5} \quad \dots (3.75)$$

La deformación por contracción en el concreto endurecido a un tiempo infinito es:

$$\epsilon_{cs0} := \epsilon_s(f_{cm28}) \cdot \beta_{RH} = -437.89 \cdot 10^{-6} \quad \dots (3.74)$$

Por lo tanto el coeficiente de contracción plástica en un tiempo específico "t" viene dado por:

$$\epsilon_{cs}(t, t_d) := \epsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t, t_d) \quad \dots (3.73)$$



Función de retracción en función al tiempo

3.4.4.3 Bazant-Baweja B3 model

Bazant – Baweja B3 modelo es el modelo creado para la predicción del flujo plástico y retracción del concreto, desarrollado por Bazant y sus trabajadores en Northwestern university. Este modelo se desarrolla con función a experimentos realizados en la literatura presente; además, análisis paramétricos que incluyen rangos entre la dosificación de agua y cemento, la resistencia uniaxial a la compresión y el diseño de mezcla existentes. De acuerdo a los autores Bazant y Baweja (2000), el modelo B3 es más simple y teóricamente mejor justificado que los otros modelos de predicción por el amplio rango de investigación en las pérdidas internas del concreto y en los cambios de temperatura referentes a la retracción.

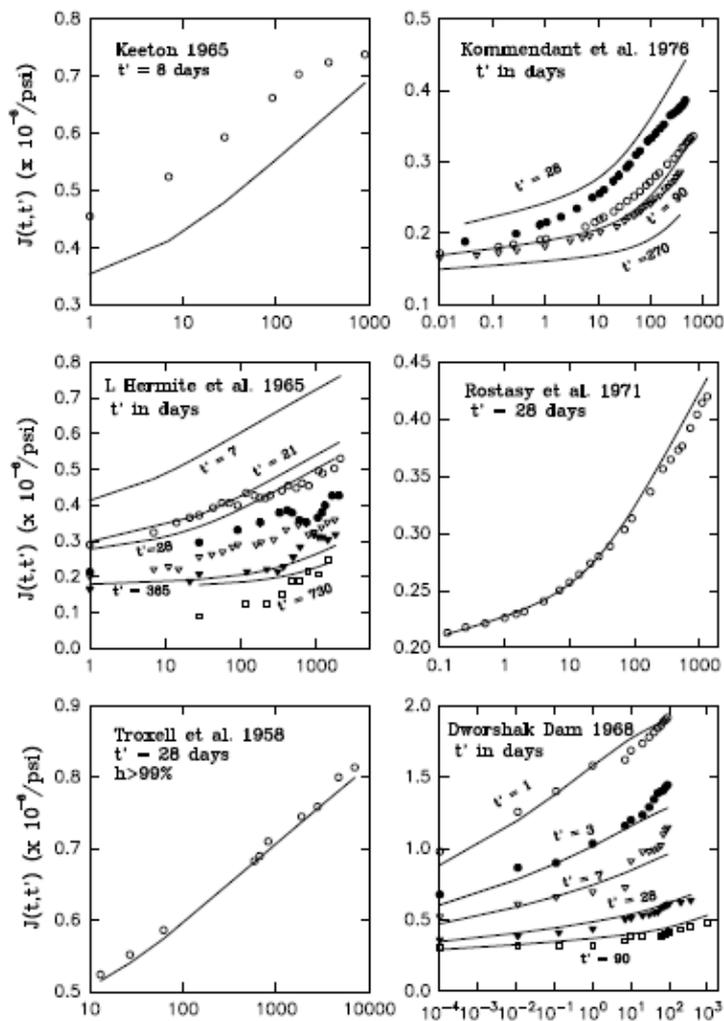


Figura N° 3.14 Comparación modelo B3 con algunos test para el creep básico.

Fuente: (Neville, 2001)

Los parámetros definidos en el modelo presente son los siguientes:

- Edad del concreto cuando el secado empieza (días) o cuando se empieza endurecer y a perder agua por el proceso de hidratación.
- Edad del concreto cargado (días) cuando se inicia la aplicación de la carga en la muestra a investigar.
- Contenido de agregado en la mezcla de concreto a investigar de acuerdo al diseño de mezclado (kg/m^3).
- Contenido de cemento en la mezcla de concreto, considerando el tipo de cemento usado (kg/m^3).
- Relación de agua en la mezcla (kg/m^3).
- Tipo de cemento usado en la mezcla.
- Resistencia a la compresión del concreto a los 28 días (MPa o psi)

La función de superposición para este modelo es:

$$J(t, t_0) = q_1 + C_0(t, t_0) + C_d(t, t_0, t_c) \quad (3.78)$$

Donde q_1 es la deflexión instantánea debido al esfuerzo unitario inverso al módulo de elasticidad que representa la relación lineal del concreto debido al módulo inicial constante del concreto, cuya relación está en 10^{-9} ; $C_0(t, t_0)$ es la función de flujo plástico básico sin considerar el inicio del secado del concreto porque en dicho proceso el concreto pierde propiedades internas y $C_d(t, t_0, t_c)$ es el flujo plástico de secado que considera el tiempo de curado del curado, influyendo en la deformación unitaria. Estas funciones están en relación a t, t_0, t_c que son la edad del concreto para efectos de cálculo, edad de fin del curado de acuerdo a los métodos constructivos usados en el elemento estructural y la edad de inicio del secado del concreto donde las propiedades internas del concreto tienden a disminuir.

$$q_1 = \frac{0.6}{E_{cm28}} \quad (3.79)$$

En la ecuación 3.79, se considera una relación constante lineal para un módulo de resistencia a la compresión de 28 días, porque dicho parámetro está en diversos ensayos experimentales y en ajustes matemáticos. Por otro lado, el módulo de elasticidad para dicha resistencia a la compresión se presenta a continuación:

$$E_{cm28} = 4734\sqrt{f_{cm28}} \text{ en S.I.} \quad (3.80)$$

Para el caso de flujo plástico básico se tiene la siguiente fórmula:

$$C_0(t, t_0) = q_2 Q(t, t_0) + q_3 \ln[1 + (t - t_0)^n] + q_4 \ln[t/t_0] \quad (3.81)$$

La ecuación 3.81 considera el tiempo de inicio de la aplicación de carga del concreto (t_0) y la edad de concreto a investigar (t), ya que la diferencia entre edades ($t - t_0$) resulta en el tiempo cargado de manera constante. Esta ecuación se desdobra en los siguientes términos que relacionan la función de edad de viscoelasticidad con un ajuste paramétrico realizado por los autores.

$$Q(t, t_0) = Q_f(t_0) \left[1 + \left(\frac{Q_f(t_0)}{Z(t, t_0)} \right)^{r(t_0)} \right]^{\frac{-1}{r(t_0)}} \quad (3.82)$$

$$Q_f(t_0) = (0.086t_0^{2/9} + 1.21t_0^{4/9})^{-1} \quad (3.83)$$

$$Z(t, t_0) = (t_0)^{-0.5} \ln[1 + (1 - t_0)^{0.1}] \quad (3.84)$$

$$r(t_0) = 1.7(t_0)^{0.12} + 8 \quad (3.85)$$

Similarmente para el flujo plástico seco se presenta la siguiente fórmula:

$$C_d(t, t_0, t_c) = q_5 [\exp\{-8H(t)\} - \exp\{8H(t_0)\}]^{1/2} \quad (3.86)$$

$$H(t) = 1 - (1 - h)s(t, t_c) \quad (3.87)$$

Donde $q_2 Q(t, t_0)$ es el coeficiente de envejecimiento de superposición del concreto en estado viscoelástico (edad del concreto); q_3 es el coeficiente de no envejecimiento viscoelástico; q_4 es el coeficiente de envejecimiento (tiempo) del flujo; q_5 es el parámetro del secado del flujo plástico.

$$q_2 = 185.4 \times 10^{-6} c^{0.5} f_{cm28}^{-0.9} \quad (3.88)$$

$$q_3 = 0.29(w/c)^4 q_2 \quad (3.89)$$

$$q_4 = 20.3 \times 10^{-6} (a/c)^{-0.7} \quad (3.90)$$

$$q_5 = 0.757 f_{cm28}^{-1} |\varepsilon_{sh\infty} \times 10^{-6}|^{-0.6} \quad (3.91)$$

Donde w es el contenido de agua en la mezcla, c es el contenido de cemento en la mezcla y a es el contenido de agregado de la mezcla.

La deformación de retracción, medida desde el inicio del secado en t_c (días), es presentado a continuación:

$$\varepsilon_{sh}(t, t_c) = -\varepsilon_{sh\infty} \cdot k_h \cdot S(t - t_c) \quad (3.92)$$

Donde $\varepsilon_{sh\infty}$ es la deformación de retracción última; k_h es el factor que depende de la humedad, y $S(t - t_c)$ es el factor que depende del tiempo. Siguiendo dicha formulación, se calcula usando la siguiente expresión:

$$\varepsilon_{sh\infty} = -\varepsilon_{s\infty} \frac{E_{cm607}}{E_{cm(t_c + \tau_{sh})}} \quad (3.93)$$

Donde $\frac{E_{cm607}}{E_{cm(t_c + \tau_{sh})}}$ es el factor que depende del tiempo para la retracción última del concreto. Igualmente, el término ($\varepsilon_{s\infty}$) se calcula siguiendo las siguientes pautas:

$$\varepsilon_{s\infty} = -\alpha_1 \alpha_2 [0.0019 w^{2.1} f_{cm28}^{-0.28} + 270] \times 10^{-6} \quad (3.94)$$

$$E_{cmt} = E_{cm28} \left(\frac{t}{4 + 0.85t} \right)^{0.5} \quad (3.95)$$

Donde w es el contenido de agua en kg/m^3 , f_{cm28} es la resistencia del concreto a los 28 días, α_1 y α_2 son constantes que dependen del tipo de mezcla del concreto.

$$\tau_{sh} = 0.085 t_c^{-0.08} f_{cm28}^{-0.25} [2k_s(V/S)]^2 \quad (3.96)$$

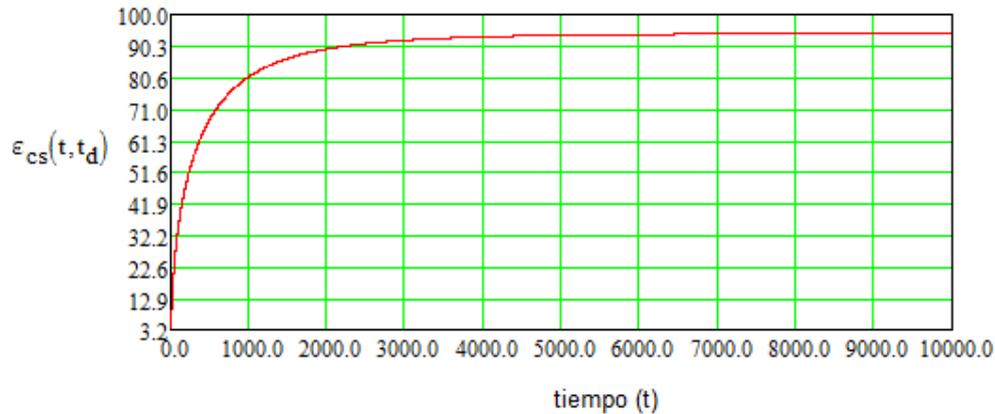
$$S(t - t_c) = \tanh \sqrt{\frac{(t - t_c)}{\tau_{sh}}} \quad (3.97)$$

Para ver más acerca del modelo de predicción, ver ACI 209 R92 [2].

Coeficientes de Flujo y Contracción Plástica Bazant-Baweja B3

Tiempo de inicio de la aplicación de la carga (días):	$t_0 := 7$
Edad del concreto (en días) a los que se detiene el curado del concreto:	$t_d := 7$
Resistencia promedio a compresión:	$f_{cm28} := f_c = 28 \cdot \text{MPa}$
Módulo de elasticidad para un tiempo de 28 días:	$E_{cm28} := 4734 \cdot \left(\sqrt{\frac{f_{cm28}}{\text{MPa}}} \right) \text{MPa} \quad \dots (3.80)$
Módulo de elasticidad para un tiempo (t):	$E_{cm}(t) := E_{cm28} \cdot \left[\left(\frac{t}{4 + 0.85t} \right)^{0.5} \right] \quad \dots (3.95)$
Porcentaje de humedad en decimales	$h := 0.85$
Contenido de agua en kg/m ³	$w := 200$
Contenido de cemento en kg/m ³	$c := 400$
Relación agua/cemento	$r_{ac} := 4.51$
Coeficiente de Contracción Plástica	
Parámetro para concretos normales:	$\beta_{sc} := 5$
Parámetro dependiente al tipo de cemento, ver tabla A.7	$\alpha_1 := 1$
Parámetro dependiente a la condición de curado, ver tabla A.8	$\alpha_2 := 0.75$
Según ACI 209.2R-21, para un tiempo de curado de 7 días, resulta en dicho valor.	$\tau_{sh} := 600$
Dependencia a la humedad, donde h es la humedad en decimales:	$k_h := 1 - (h)^3$
Deformación unitaria para retracción	$\epsilon_{s1} := \left[-\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot 0.02565w^{2.1} \cdot \left(\frac{f_{cm28}}{\text{MPa}} \right)^{-0.28} + 270 \right] \cdot 10^{-6} \quad \dots (3.94)$
Función de la retracción plástica	$s_{sh}(t, t_d) := \tanh \left(\sqrt{\frac{t - t_d}{\tau_{sh}}} \right) \quad \dots (3.97)$

Función de deformación unitaria de la retracción plástica. $\epsilon_{cs}(t, t_d) := -\epsilon_{s1} k_h \cdot s(t, t_d)$... (3.92)



Función de contracción o retracción en función al tiempo

Coefficiente de Flujo Plástico

El coeficiente de flujo plástico es estimado del modo siguiente:

Se considera la relación lineal entre el módulo de elasticidad para un concreto de 28 días y la deformación unitaria causada por el efecto de linealidad.

$$q_1 := \frac{0.6}{\frac{E_{cm28}}{\text{MPa}}} \quad \dots (3.79)$$

El siguiente término es un término referido a la edad por viscoelasticidad del concreto, en relación a la cantidad de cemento, junto a la resistencia uniaxial por compresión a los 28 días.

$$q_2 := 185.4 \cdot 10^{-6} \cdot c^{0.5} \cdot \left(\frac{f_{cm28}}{\text{MPa}} \right)^{-0.9} \quad \dots (3.88)$$

q_3 y q_4 se relacionan sin tener en cuenta el concreto endurecido a los 28 días, sólo en relación a la mezcla de diseño del concreto. Estos parámetros afectan a la edad del concreto en estado viscoelástico.

$$q_3 := 0.29 \left(\frac{w}{c} \right)^4 \cdot q_2 \quad \dots (3.89)$$

$$q_4 := 20.3 \cdot 10^{-6} \cdot (r_{ac})^{-0.7} \quad \dots (3.90)$$

q_5 relaciona al parámetro para el secado del concreto en función a la deformación unitaria máximas para retracción en un tiempo indeterminado.

$$q_5 := 0.757 \cdot \left(\frac{f_{cm28}}{\text{MPa}} \right)^{-1} \cdot \left(\left(\epsilon_{s1} \cdot 10^6 \right) \right)^{-0.6} \quad \dots (3.91)$$

$$H(t) := 1 - (1 - h) \cdot s(t, t_d) \quad \dots (3.87)$$

$$H(t_0) := 1 - (1 - h) \cdot s(t_0, t_d) \quad \dots (3.87)$$

Estos términos relacionan la humedad del elemento de acuerdo al ambiente.

$$C_d(t, t_0) := q_5 \cdot (\exp(-8H(t)) - \exp(8H(t_0)))^{\frac{1}{2}} \quad \dots (3.86)$$

$$Q_f(t_0) := \left(0.086 \cdot t_0^{\frac{2}{9}} + 1.21 t_0^{\frac{4}{9}} \right)^{-1} \quad \dots (3.83)$$

$$Z(t, t_0) := (t_0)^{-0.5} \cdot \ln[1 + (t - t_0)^{0.1}] \quad \dots (3.84)$$

$$r(t_0) := 1.7(t_0)^{0.12} + 8 \quad \dots (3.85)$$

La siguiente función relaciona la viscoelasticidad del concreto de acuerdo a la funciones de aproximación prebetes en la formulación, resolviendo el problema del ajuste paramétrico de los elementos con dichas ecuaciones $Z(t, t_0)$ y $Q_f(t, t_0)$ que están en función a la edad de carga del concreto.

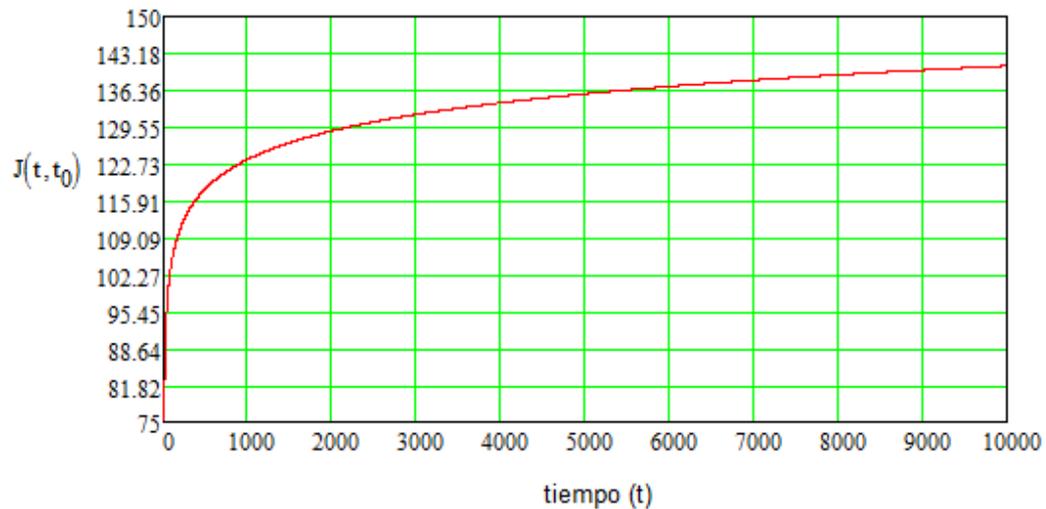
$$Q(t, t_0) := Q_f(t_0) \left[1 + \left(\frac{Q_f(t_0)}{Z(t, t_0)} \right)^{r(t_0)} \right]^{\frac{-1}{r(t_0)}} \quad \dots (3.82)$$

Siguiendo el lineamiento existente para la formulación del flujo plástico, se obtiene una relación básica que contiene todos los parámetros mencionados anteriormente en una superposiciones de funciones.

$$C_0(t, t_0) := q_2 \cdot Q(t, t_0) + q_3 \cdot \ln[1 + (t - t_0)^{0.1}] + q_4 \cdot \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) \quad \dots (3.81)$$

$$J(t, t_0) := q_1 + C_0(t, t_0) \quad \dots (3.78)$$

En este modelo se considera la deformación unitario causada por la retracción y el flujo plástico en forma simultánea, ya que las funciones consideran que el flujo plástico es irreversible y depende de la edad de viscoelasticidad que maneja la estructura. .



Función de superposición en el tiempo

3.4.4.4 GL 2000

Este modelo fue desarrollado por Gardner y Lockman (2001), para un análisis tiempo-historia. La última modificación de dicho modelo fue desarrollada por Gardner en 2004. Este modelo es modificado del Atlanta 97 (Gardner y Zhao 1993) que fue influenciado por CEB MC90, además se basa en un módulo de elasticidad de 28 días, e igualmente en el módulo de elasticidad en el tiempo.

De acuerdo a los autores, el método es usado con los componentes químicos o minerales que están en el concreto, temperatura, y el tiempo de curado junto con la resistencia a la compresión a los 28 días en concretos con resistencias menores a los 82MPa; otros factores que influyen en dicho modelo son: la edad de carga del concreto, el tamaño del elemento, y la humedad relativa.

Siguiendo los parámetros, de acuerdo al ACI209 R92:

- Edad del concreto cuando el secado empieza (días), este intervalo condiciona el cálculo de la retracción.
- Edad del concreto cargado (días), aproximadamente la vida útil del concreto en la estructura.
- Resistencia a la compresión del concreto a los 28 días (MPa o psi), de acuerdo a ensayos de laboratorios.
- Resistencia a la compresión del concreto (MPa o psi).
- Módulo de elasticidad del concreto a los 28 días (MPa o psi).
- Módulo de elasticidad del concreto (MPa o psi).
- Humedad relativa expresada en decimales, que depende del ambiente a estudiar.

- Relación de volumen-superficie (mm o in).

La función de superposición está conformada por el módulo de elasticidad del concreto para 28 días por efectos internos del concreto es dada por:

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_{cm t_0}} + \frac{\phi_{28}(t, t_0)}{E_{cm 28}} \quad (3.98)$$

$$E_{cmt} = 3500 + 4300\sqrt{f_{cmt}} \quad (3.99)$$

Donde $\frac{1}{E_{cm t_0}}$ representa la deformación inicial por unidad de esfuerzo, $\phi_{28}(t, t_0)$ es el coeficiente de flujo plástico que depende del tiempo y el tiempo de aplicación de la carga:

$$\begin{aligned} \phi(t, t_0) = \phi(t_c) & \left[2 \left[\frac{(t - t_0)^{0.3}}{(t - t_0)^{0.3} + 14} \right] + \left(\frac{7}{t_0} \right)^{0.5} \left(\frac{(t - t_0)}{(t - t_0) + 7} \right)^{0.5} \right. \\ & \left. + 2.5(1 - 1.086h^2) \left(\frac{(t - t_0)}{(t - t_0) + 77(V/S)^2} \right)^{0.5} \right] \end{aligned} \quad (3.100)$$

Los dos primeros términos de la ecuación 3.100 corresponden al flujo plástico básico y el tercero depende del flujo plástico por secado que depende de las propiedades geométricas de la estructura (volumen y superficie), $\phi(t_c)$ es el término de corrección por el efecto de secado antes de la carga y es detallado en modelo de GL 2000 (Gardner y Lockman 2001) en el ACI 209.

$$\phi(t_c) = \left[1 - \left(\frac{(t_0 - t_c)}{(t_0 - t_c) + 0.12(V/S)^2} \right)^{0.5} \right]^{0.5} \quad (3.101)$$

En la ecuación 3.101, se observa el término de corrección del flujo plástico, donde t_0 es el tiempo de inicio de la aplicación de la carga, t_c es el tiempo de curado, ya que el flujo plástico depende del tiempo de aplicación de carga y el proceso de curado a usar. En tiempos iguales, se considera $\phi(t_c)$ como 1, por el efecto de secado antes del proceso de carga.

En términos de retracción para GL 2000 es calculado por:

$$\epsilon_{sh}(t, t_c) = \epsilon_{shu} \beta(h) \beta(t - t_c) \quad (3.102)$$

Donde ε_{shu} es la deformación última de retracción para condiciones estándares, este parámetro fue determinado de manera empírica en experimentos de ensayos uniaxiales en probetas de concreto, $\beta(h)$ es el término de corrección por el efecto de humedad para diferentes grados de humedad de la muestra, y $\beta(t - t_c)$ es la corrección por el efecto de secado, en humedades relativas mayores a 0.96, ya que la hidratación del concreto juega un rol importante dentro de la composición química.

$$\varepsilon_{shu} = 900 k \left(\frac{30}{f_{cm28}} \right)^{1/2} \times 10^{-6} \quad (3.103)$$

$$\beta(h) = (1 - 1.18h^4) \quad (3.104)$$

$$\beta(t - t_c) = \left[\frac{(t - t_0)}{(t - t_0) + 77(V/S)^2} \right]^{1/2} \quad (3.105)$$

Coeficiente de Flujo y Retracción Plástica del concreto Modelo GL2000

Resistencia promedio a compresión: $f_{cm28} := 1.1f_c + 5\text{MPa} = 35.8\text{-MPa}$

Parámetros en función al tipo de cemento
ver tabla A-14 $s_{\text{max}} := 0.335 \quad k := 1.0$

Edad del concreto (días): $t_0 := 7$

Porcentaje de humedad en decimales $h := 0.85$

Coeficiente de Contracción Plástica

Edad del concreto (en días) a los que se detiene el curado del concreto: $t_d := 7$

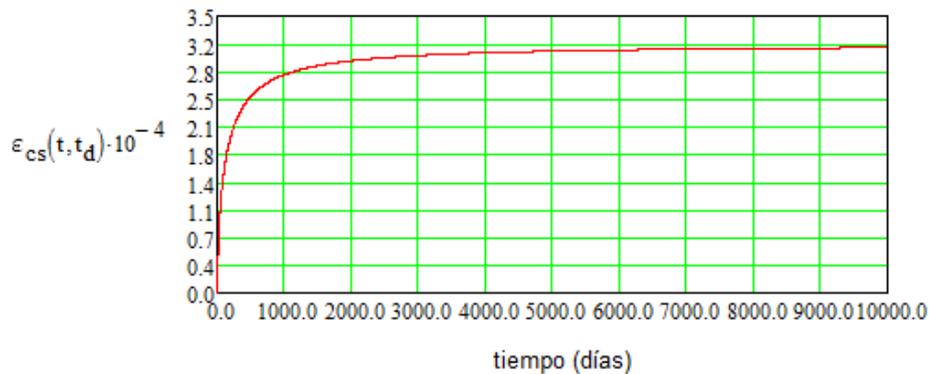
Relación entre volumen y superficie de la estructura de concreto: $\frac{V}{S} = 50$

Dependencia a la humedad, donde h es la humedad en decimales: $\text{Beta} := 1 - [1.184(h^4)] \quad \dots (3.104)$

Deformación unitaria para retracción: $\epsilon_{shu} := \left[900k \cdot \left(\frac{30\text{-MPa}}{f_{cm28}} \right)^{0.5} \right] \cdot 10^{-6} \quad \dots (3.103)$

Función de la retracción plástica: $\beta(t, t_d) := \left[\frac{(t - t_d)}{(t - t_d) + 0.12 \left(\frac{V}{S} \right)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots (3.105)$

Función de deformación unitaria de la retracción plástica: $\epsilon_{cs}(t, t_d) := \epsilon_{shu} \text{Beta} \cdot \beta(t, t_d) \quad \dots (3.102)$



Función de contracción o retracción en función al tiempo

Función de Flujo Plástico

El coeficiente de flujo plástico es estimado del siguiente modo:

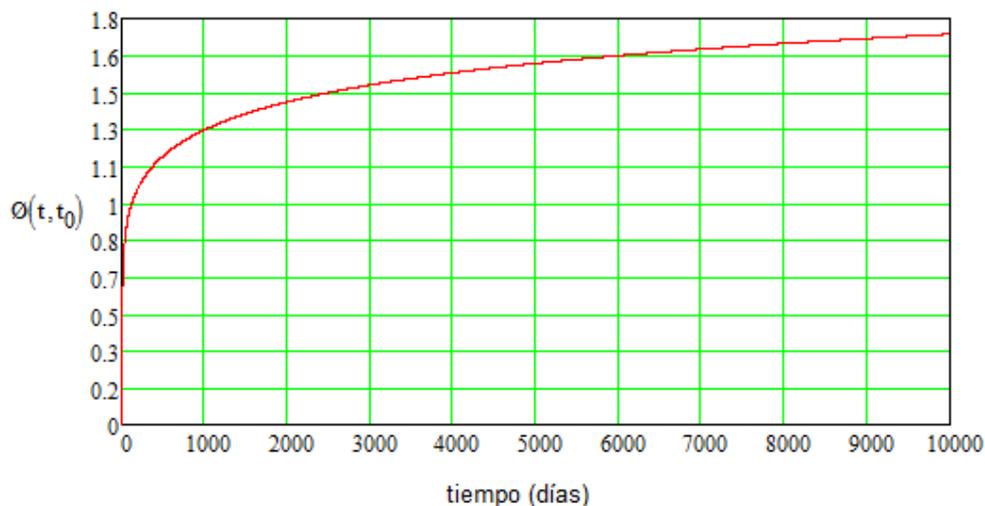
Corrección del flujo plástico:

$$\phi(t_d) := \left[1 - \left[\frac{(t_0 - t_d)}{(t_0 - t_d) + 0.12 \left(\frac{V}{S}\right)^2} \right]^{0.5} \right]^{0.5} \quad \dots (3.101)$$

Función de flujo plástico que relaciona a los terminos lineales y no lineales.

$$\phi(t, t_0) := \phi(t_d) \cdot \left[2.5 \cdot (1 - 1.086h^2) \cdot \left[\frac{(t - t_0)}{(t - t_0) + 0.12 \left(\frac{V}{S}\right)^2} \right]^{0.5} + \left(\frac{7}{t_0}\right)^{0.5} \cdot \left[\frac{(t - t_0)^{0.3}}{(t - t_0)^{0.3} + 7} \right]^{0.5} \right] \dots$$

$$+ 2 \cdot \frac{(t - t_0)^{0.3}}{(t - t_0)^{0.3} + 14} \quad \dots (3.100)$$



Función de flujo plástico en función al tiempo

De los modelos expuestos, se procede a calcular los coeficientes de flujo plástico y la deformación unitaria para una edad de concreto de 365 días para efectos de cálculos, de igual manera para la deformación unitaria del concreto presente, obteniéndose los siguientes resultados:

Cuadro N° 3.2 Valores obtenidos de los diferentes modelos de predicción del concreto.

	$\phi(t, t_0)$	$\epsilon_{sh}(t, t_c)$
ACI 209	1.82	3.64×10^{-4}
CEB MC90-99	1.12	5.66×10^{-5}
B3 BAWEJA	-	6.11×10^{-5}
GL2000	1.14	2.321×10^{-4}

Se observa diferentes valores de coeficiente de flujo plástico en diferentes modelos de predicción para un mismo elemento estructural, similar caso a la deformación unitaria por retracción del concreto. En el modelo B3-Baweja, se considera una deformación unitaria sin calcular el coeficiente de flujo plástico, porque este fenómeno reológico se encuentra dentro de la función de compilación, ver ecuación 3.78, tanto como el flujo plástico por secado, y otros. Estos coeficientes de flujo plástico varían la sección transversal por la influencia del concreto, al ser un elemento compuesto por una losa de concreto.

3.4.4 Ejemplo aplicativo

A continuación se presenta una aplicación respecto al cálculo, control y verificación de deflexiones tanto instantáneas como diferidas. En el siguiente ejemplo, se observa el diseño de una pasarela de 38m de longitud con una separación entre ejes de 35.60m, tal como se observa en la figura N°3.15. Este sistema se encuentra apoyado en planchas de neopreno reforzadas con planchas de acero estructural en su interior, siendo restringido tanto transversalmente como longitudinalmente por medio de topes sísmicos.

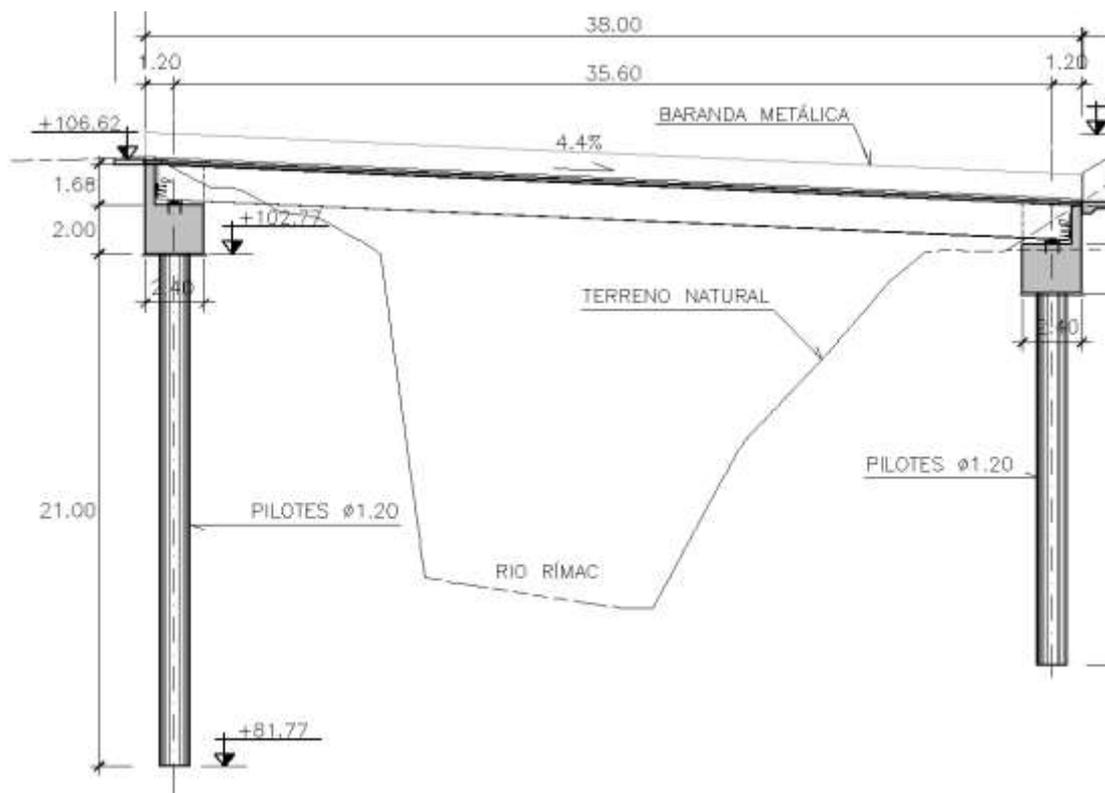


Figura N° 3.15 Vista de elevación de pasarela.

Fuente: (TYPESA, 2017)

Esta pasarela (puente peatonal) está compuesta por una subestructura (estribos con sistema de pilotaje) junto con la superestructura (tablero, sección compuesta de concreto y acero tipo "I"), ver figura N° 3.16.

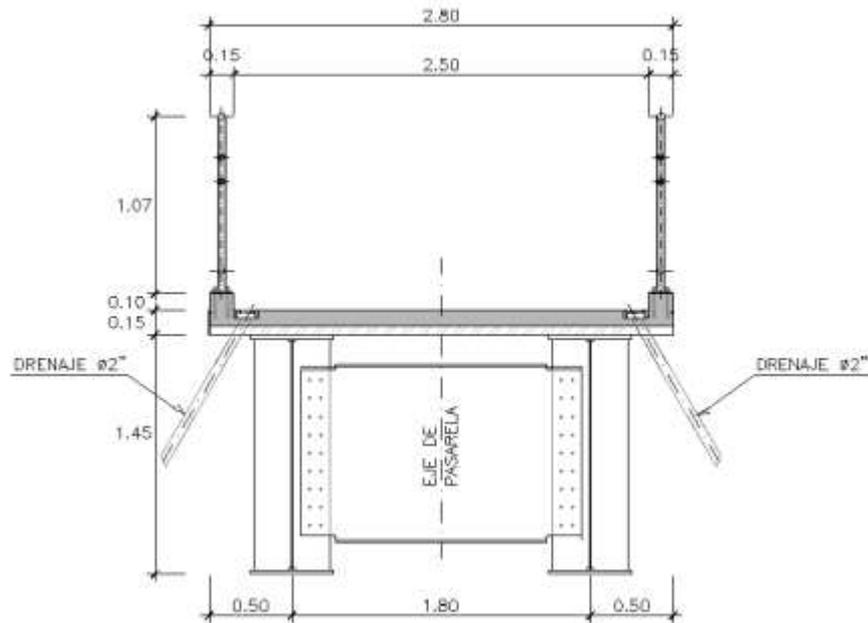


Figura N° 3.16 Sección transversal de pasarela.

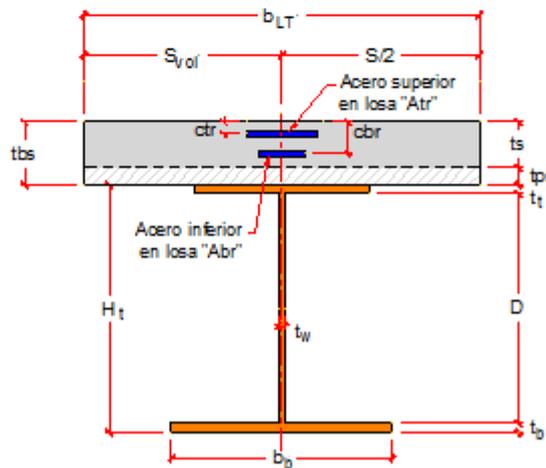
Fuente: (TYPESA, 2017)

En la figura N°3.16, se observa una losa de concreto con planchas de acero (espesor de 12.5 cm). El ancho total del tablero es 2.80 m, la cual está constituida por 2.50 m de ancho peatonal junto con barandas en los extremos con un ancho de 0.15 m en cada lado. Esta sección de concreto y acero está unida mecánicamente por medio de conectores de corte a vigas de acero estructural de tipo "W" o "I", con un peralte de 1.45m desde el ala superior hasta el ala inferior.

Este tipo de secciones son típicas por su gran desempeño en el campo estructural por sus grandes ventajas tales como su capacidad frente a las altas demandas (diseño, funcionalidad, seguridad y economía). Para cumplir dichas finalidades, este sistema debe cumplir el estado límite de servicio.

Dimensiones de la Sección del Tablero

Separación Transversal entre eje de vigas:	$S := 1800\text{mm}$
Longitud de volado de losa:	$S_{\text{vol}} := 500\text{mm}$
Espesor bruto de Losa:	$t_{\text{bs}} := 150\text{mm}$
Peralte de placa colaborante:	$t_{\text{ps}} := 50\text{mm}$
Espesor neto de Losa:	$t_s := t_{\text{bs}} - t_{\text{ps}} = 100\text{-mm}$
Ancho de losa tributario:	$b_{\text{LT}} := S_{\text{vol}} + \frac{S}{2} = 1400\text{-mm}$
Dist. de fibra sup. de losa a refuerzo capa superior:	$c_{\text{tr}} := 5\text{cm}$
Altura total de viga de acero:	$H_t := t_{\text{bf}} + D + t_{\text{tf}}$



Para la viga en estado no compuesto, se obtiene el segundo momento de inercia y sus propiedades geométricas sin tomar en cuenta la losa de concreto, sólo incluyendo en el cálculo la viga de acero con su respectivo módulo de elasticidad:

$$I_{x_{\text{NC}}} = 1.544 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

Se procede a calcular para las cargas de corta duración (instantáneas), la relación modular y el momento de inercia de segundo orden, incluyendo la losa de concreto efectiva.

$$n := \text{round} \left(\frac{E_s}{E_c}, 0 \right) = 8$$

$$I_{x_{\text{ST}}} = 2.385 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

Ahora se procede a calcular las deflexiones por efecto del flujo plástico cuando estás completamente cargado (long term), considerando un tiempo de 365 días (t), con un tiempo de curado inicial de 7 días (t_c) y con un tiempo de aplicación de carga inicial de 7 días (t_o), de acuerdo a un modelo de predicción del ACI 209 R92, presentado en la tabla N° 3.2. El módulo de elasticidad del concreto que incluye al flujo plástico se procede a calcular a continuación:

El coeficiente de flujo plástico toma el siguiente valor, para después calcular el módulo de elasticidad efectivo del concreto.

$$\phi(365,7) = 1.82$$

$$E_{\text{ceff}}(365,7) = 9.027 \times 10^9 \text{ Pa}$$

Relacionando dicho módulo de elasticidad del concreto con el módulo de elasticidad del acero para calcular la relación modular, se obtiene:

$$n_{\text{creep}}(365,7) = 22.156$$

Se procede a calcular las propiedades geométricas para una sección en estado compuesto, es decir, incluyendo la losa del concreto con un ancho efectivo que depende de la relación modular por flujo plástico.

$$B_{\text{STmod}}(t, t_0) := \frac{b_{\text{s eff}}}{n_{\text{creep}}(t, t_0)}$$

$$B_{\text{STmod}}(365,7) = 0.063 \text{ m}$$

Se calcula el momento de inercia de segundo orden para la sección transversal efectiva.

$$I_{x\text{STmod}}(365,7) = 0.019 \text{ m}^4$$

Se considera una deformación unitaria por retracción, considerando un tiempo de 365 días (t), con un tiempo de curado inicial de 7 días (t_o) y con un tiempo de aplicación de carga inicial de 7 días (t_o), de acuerdo a un modelo de predicción del ACI 209 R92, presentado en la tabla N° 3.2.

$$\varepsilon_{sh}(365,7) = 3.64 \times 10^{-4}$$

Se procede a calcular las deflexiones totales, largo plazo y corto plazo, de acuerdo a los elementos estructurales presentes, el uso de la estructura (carga muerta y carga viva).

Peso de viga:	$W_{\text{viga}} = 4.102 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
Peso de losa:	$W_{\text{losa}} := 4.22 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
Peso de baranda:	$W_{\text{baranda}} := 0.75 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
Sobre carga peatonal:	$W_{\text{pl}} := 6.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Se procede a calcular las deflexiones totales para la viga, sobrecargas y cargas muertas que incluyen los elementos de concreto (baranda y losa) por los efectos internos del concreto.

Por viga de acero:

$$\Delta_{\text{viga}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{(W_{\text{viga}}) \cdot L_p^4}{E_s \cdot I_{xx_{NC}}} = 27.785 \cdot \text{mm}$$

Por sobrecargas de acuerdo al uso:

$$\Delta_{\text{SC}} := \frac{5 \cdot W_{\text{pl}} \cdot L_p^4}{384 \cdot E_s \cdot I_{xx_{ST}}} = 27.406 \cdot \text{mm}$$

Por cargas sostenidas que incluyen el peso del concreto concreto:

$$W_{\text{DC}} := W_{\text{losa}} + W_{\text{baranda}}$$

$$\Delta_{\text{DC}}(t, t_0) := \frac{5 \cdot W_{\text{DC}} \cdot L_p^4}{384 \cdot E_s \cdot I_{xx_{ST\text{mod}}}(t, t_0)}$$

$$\Delta_{\text{DC}}(365, 7) = 27.1 \text{ mm}$$

Se calcula la deflexión por retracción del concreto, considerando que es una carga axial excéntrica respecto al centro de gravedad de la sección transversal, por ello, se calcula la magnitud de la fuerza, para luego calcular la respuesta estructural.

$$F_{sh}(t, t_d) := \varepsilon_{cs}(t, t_d) \cdot E_{ceff}(t, t_0) \cdot b_{seff} \cdot t_s$$

$$M_{sh}(t, t_d) := F_{sh}(t, t_0) \cdot |Y_{bSTmod}(t, t_0) - y_{cSTmod}|$$

$$\Delta_{shACI209}(t, t_d) := \left| \frac{M_{sh}(t, t_d) \cdot L_p^2}{8 \cdot E_s \cdot I_{xxSTmod}(t, t_d)} \right|$$

$$\Delta_{shACI209}(365, 7) = 13.63 \text{ mm}$$

Aplicando el efecto de superposición, debido a que es un elemento que considera la linealidad de los materiales se obtiene:

$$\Delta_{totalACI209}(t, t_0) := \Delta_{DC}(t, t_0) + \Delta_{shACI209}(t, t_d) + \Delta_{SC} + \Delta_{viga}$$

$$\Delta_{totalACI209}(365, 7) = 95.921 \text{ mm}$$

Ahora, se procede a explicar el cálculo simplificado, sin utilizar los conceptos de: flujo plástico y retracción del concreto y conectores de corte, considerando una sección transversal totalmente compuesta sin la influencia en estado elástico-lineal. La sección concreto armado se transforma a una de acero para considerar un módulo de elasticidad constante.

Se procede a calcular para las cargas de corta duración (instantáneas) y larga duración, la relación modular y el momento de inercia de segundo orden, incluyendo la losa de concreto efectiva.

$$n := \text{round} \left(\frac{E_s}{E_c}, 0 \right) = 8$$

$$I_{xxST} = 2.385 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

Se procede a calcular las deflexiones totales, largo plazo y corto plazo, de acuerdo a los elementos estructurales presentes, el uso de la estructura (carga muerta y carga viva).

Peso de viga:	$W_{\text{viga}} = 4.102 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
Peso de losa:	$W_{\text{losa}} := 4.22 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
Peso de baranda:	$W_{\text{baranda}} := 0.75 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
Sobre carga peatonal:	$W_{\text{pl}} := 6.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Se procede a calcular la deflexión total para viga, sobrecargas y cargas muertas que incluyen los elementos de concreto (baranda y losa) para la sección compuesta.

$$W_{\text{total}} := W_{\text{viga}} + W_{\text{losa}} + W_{\text{baranda}} + W_{\text{pl}}$$

$$W_{\text{total}} = 15.322 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Aplicando el efecto de superposición, debido a que es un elemento que considera la linealidad de los materiales se obtiene:

$$\Delta_{\text{total}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{(W_{\text{total}}) \cdot L_p^4}{E_s \cdot I_{xxST}} = 67.186 \text{ mm}$$

Se observa que la deflexión total considerando los efectos internos del concreto es 95.92 mm; por otro lado la deflexión sin considerar la retracción y el flujo plástico es 67.19 mm. Existe un aumento de 42% entre la deflexión que considera los efectos internos del concreto y la que no considera.

CAPÍTULO IV. BIBLIOGRAFÍA EN LITERATURA NACIONAL E INTERNACIONAL

La deflexión en vigas es una respuesta estructural que condiciona la seguridad de la estructura a diseñar; en el caso de vigas de sección compuesta, la deflexión viene a ser calculada en forma simplificada con lineamientos de normas actuales. Estos métodos normados no pueden reflejar el cálculo preciso en las deflexiones de corta y larga duración, por ello, es necesario para verificar dichas respuestas, el uso de modelos complejos que se alineen a las propiedades de los materiales. En tal sentido, algunos problemas recurrentes durante el proceso de modelamiento son los siguientes: el desplazamiento relativo “slip” que ocurre en la interacción parcial entre la losa y la viga de acero; el efecto diferido por las propiedades internas del concreto y por último, el fisuramiento existente en la losa de concreto.

Estos problemas se presentaron en investigaciones respecto al comportamiento larga y corta duración. Se estudiaron las propiedades constitutivas de los materiales y los elementos que componen al sistema compuesto. No obstante, la aparición de una parte no lineal en función a la carga aplicada, la geometría del elemento y el tiempo de aplicación ocasiona un desconcierto en el cálculo de las respuestas estructurales y la redistribución de esfuerzos internos.

Muchos autores han denotado la preocupación de que las respuestas no han sido calculadas correctamente; por tanto, se empezaron a desarrollar experimentos y métodos para soluciones exactas con la ayuda de nuevas tecnologías a nivel de ingeniería.

El comportamiento diferido toma una gran importancia en el análisis de respuestas estructurales en el estado de servicio, por tal motivo en el presente capítulo se realizará una breve revisión bibliográfica respecto a los siguientes influyentes temas:

- Flujo Plástico y retracción en el concreto.
- Ensayos experimentales
- Conectores de corte
- Modelos analíticos de vigas de sección compuesta.

Estos puntos son importantes porque los estudios actuales del comportamiento diferido, tanto en vigas de sección compuesta como en otros sistemas estructurales, hacen énfasis en la explicación y entendimiento de dicho efecto para

un correcto diseño estructural, por ello se presenta una recopilación de información en vigas de sección compuesta, tal como se muestra a continuación:

4.1 FLUJO PLÁSTICO Y RETRACCIÓN EN EL CONCRETO

En el caso de las vigas de sección compuesta, la variación de esfuerzos en los elementos de concreto en el transcurso del tiempo constituye un aumento gradual en las deflexiones a largo plazo; en consecuencia, el estado de servicio de la estructura es más vulnerable por la variación de las respuestas estructurales, lo que puede conllevar a no cumplir sus principales funciones: seguridad y economía. Varios autores en esa área han realizado estudios para determinar una mejor explicación al complejo problema de modelar, como se menciona a continuación:

Scordelis (1982) [76] presenta un análisis no lineal en una sección reforzada de tipo cajón celular para puentes, produciendo diferentes respuestas estructurales con diferentes tipos de cargas estructurales. Esto se realiza con el fin de demostrar el correcto análisis que produce los elementos finitos para las diferentes solicitaciones (momentos, fuerzas cortantes y torsión), aplicando un modelamiento tridimensional sobre las características de la rigidez, la geometría de la sección transversal y sus materiales.

A partir de los estudios experimentales pasados, Bazant y Zebich [13] en 1983 predicen un modelo de flujo plástico y retracción, este modelo es transformado en funciones algebraicas con diferentes parámetros, aproximando a una regresión lineal respecto a los modelos de predicción del concreto propuestos por ACI y CEB-FIP para determinar el comportamiento diferido. Se observó que no siempre es certero el uso de los modelos para predicción en el efecto a largo plazo porque el comportamiento complejo induce a una solución no exacta.

Bazant et al. 1987 [11] menciona que en el análisis de tiempo, los esfuerzos internos del concreto tienden a disminuir gradualmente en función a su edad de acuerdo al modelo de esfuerzo-endurecimiento; el endurecimiento tiende a ser un factor importante porque determina la resistencia final del concreto. Por tanto, el modelamiento de los esfuerzos internos debe ser por parámetros tales como tiempo, tensiones y aplicación de las cargas. En el modelo viscoelástico (comportamiento viscoso y elástico), se observa que el concreto tiene picos máximos en la deformación de flujo plástico y a medida que continúa con la aplicación de la carga constante, esta deformación tiende a disminuir, ocurriendo una recuperación irreversible. A partir de este comportamiento, se adecua las

representaciones lineales del efecto diferido aplicadas en el modelo de aproximación lineal (AEMM), estos efectos lineales pueden ser representados por el principio de superposición debido a que las deformaciones por cada tipo de carga son superpuestas por efectos de flujo plástico y retracción. Luego de aplicarlas en el ensayo, se observa una relación casi lineal a dichos esfuerzos internos. Además, se observa que la deformación aumenta con el cambio de fuerza aplicada, lo que indica que el cambio gradual de las fuerzas influyen en las respuestas totales, ver figura N°4.1.

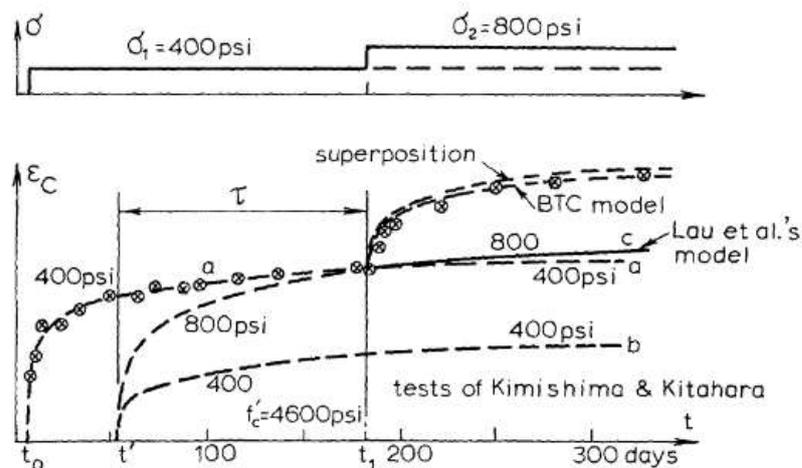


Figura N° 4.1 Muestra tomada en forma experimental por Bazant 1987, comparada con el modelo Lau et al.

Fuente: (Bazant 1987).

Años más tarde, Bazant et al. 1989 [12] realiza una investigación respecto al flujo plástico y la retracción del concreto, desarrollando el análisis probabilístico de los parámetros de dichos efectos con relación al principio de superposición, considerando el uso de métodos aproximados de la literatura de su época; así por ejemplo, AEMM que considera el flujo plástico como una función carácter lineal para el estudio de dicho efecto. El autor trata de verificar la formulación simplificada resultante por dicho método, aplicando teorías de probabilidad.

Dezi et al. (1992) [24] desarrolla un estudio analítico del flujo plástico y la retracción del concreto en una viga de sección compuesta a través de una formulación matemática de diferentes teorías lineales. El estudio se realiza en vigas simplemente apoyadas y continuas, empleando como método de solución, la discretización de los elementos constituyentes con conectores de tipo flexible, basado en las siguientes suposiciones:

- La sección transversal de los elementos permanece constante.
- El desplazamiento vertical entre losa y viga de acero es igual.

- El deslizamiento entre el interface losa-viga es asumida para ser proporcional a la fuerza cortante por unidad de área.

En tal sentido, estas suposiciones se consideran en estado lineal-elástico, cuando se usa los materiales compuestos por acero y concreto; aplicando sistemas de ecuaciones constituyentes de los fenómenos diferidos que se estudian por separado.

La aplicación de estos métodos de aproximación para la función del flujo plástico permite la evaluación del comportamiento a través del tiempo para las fuerzas internas; por ejemplo, el flujo plástico tiende a gobernar las fuerzas internas y las reacciones redundantes en la viga, en consecuencia las reacciones por parte de la retracción disminuyen por el efecto mencionado. Adicionalmente, la sobreestimación respecto al cálculo es correspondiente al 30% en flujo plástico.

Gilbert et al. (2007) [36] presenta un modelo de predicción del concreto para los fenómenos de flujo plástico y retracción basados en el modelo viscoelástico que explica el porqué del endurecimiento del concreto con base a los modelos de predicción actuales. Estos resultados son comparados con datos experimentales en vigas armadas simplemente apoyadas y columnas que incluyen el desarrollo de las respuestas estructurales en estado de servicio. El autor observa una buena relación entre el modelo analítico desarrollado y los datos reales, el cual observa que las deflexiones en 250 a 280 días aumentan gradualmente, disminuyendo los esfuerzos internos (tracción y compresión) a medida que la carga aplicada continúa en los apoyos.

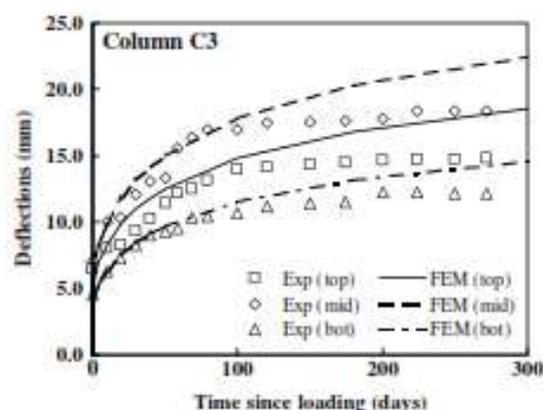


Figura N° 4.2 Deflexiones vs tiempo para caso de vigas reforzadas en modelos experimentales y analíticos.

Fuente: (Gilbert et al. 2007).

En la figura N°4.2, se observa la comparación de los datos experimentales con los datos obtenidos del modelo analítico para las deflexiones a largo plazo, al representar los puntos los datos experimentales y las líneas los datos del modelo para diferentes posiciones de la sección de la columna, en relación a los desplazamientos axiales.

Erkmen et al. (2009) [27] desarrolla la predicción del fenómeno de flujo plástico y retracción en vigas de sección compuesta curvas en puentes. Al modelar, aplicando la teoría de viscoelasticidad del concreto para la formulación de los efectos internos en tracción y en compresión en el diagrama de esfuerzo-deformación. En ese sentido, las deformaciones en servicio son calculadas en rango no lineal; por ejemplo, el flujo plástico y la retracción del concreto muestran efectos significativos en las deformaciones finales porque éstas aumentan en una considerable magnitud. El método de solución no lineal es paso a paso en el análisis tiempo-historia que incluye la interacción parcial entre la losa de concreto, el acero y los conectores de corte. Pero, si no se considera la interacción parcial, el proceso de cálculo produce una mala exactitud en los resultados de las deformaciones, en consecuencia una incertidumbre en el cálculo de resultados.

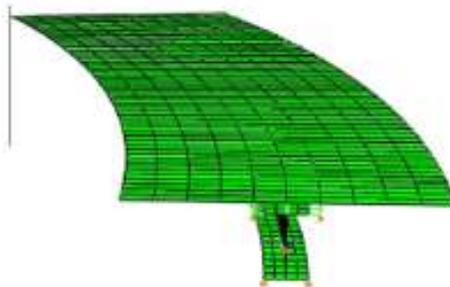


Figura N° 4.3 Modelo implementado en el programa ABAQUS.

Fuente: (Erkmen et al. 2009).

Bradford et al. (2011) [28] investiga las deformaciones a causa de la retracción en el concreto para losas compuestas con interacción parcial en el tiempo de acuerdo a diversos factores como se menciona en los diferentes modelos de predicción del flujo plástico y de la retracción (ver Anexos). De igual manera, el estado de servicio es importante, ya que la retracción tiende a ser una de las principales causas de las deformaciones a largo plazo por la disminución del volumen del concreto que causa esfuerzos de tracción en la superficie, al ocasionar fisuras que disminuyen la capacidad de la estructura. La presencia de la deflexión entre la viga de acero y la losa compuesta depende de la retracción en un gran porcentaje por la fuerza ejercida por dicho fenómeno en el tiempo en la interacción parcial.

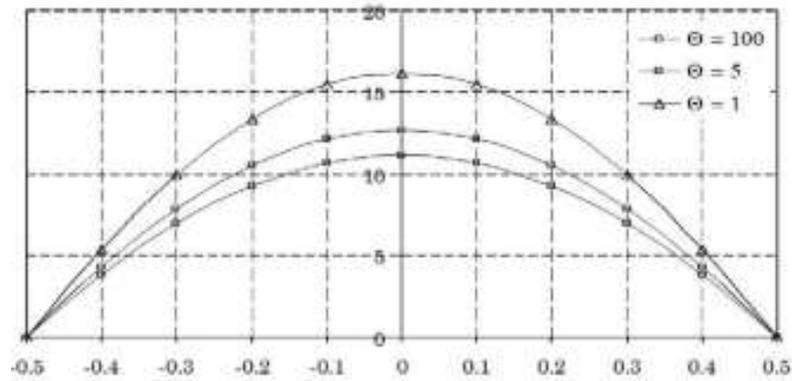


Figura N° 4.4 Deflexiones en la viga de sección compuesta.

Fuente: (Bradford et al 2011).

Kim (2014) [42] investiga las deflexiones a largo plazo por flujo plástico y retracción del concreto en su tesis de maestría, de acuerdo a los modelos de predicción basados en el ACI 209. En el estudio, se desarrolla la comparación entre modelos con diferentes tipos de interacción por sus diferentes comportamientos en las deflexiones diferidas. Asimismo, el autor desarrolla un programa y compara los resultados de dicho programa entre los modelos actuales y los resultados de la literatura actual. Como consecuencia, se desarrolla un lineamiento para el proceso de cálculo de las deflexiones, convirtiendo al flujo plástico y la retracción en una función de rango lineal que aplica el principio de superposición en el cálculo.

4.2 ENSAYOS EXPERIMENTALES

Al demostrar la validez de los modelos analíticos de la viga de sección compuesta, se desarrollan varios ensayos experimentales, tomando como principal base el efecto a largo plazo de las deflexiones en los componentes estructurales de dicho sistema, autores de diversos países desarrollaron dichos estudios con el objetivo de observar el comportamiento estructural.

Ranzi et al. (2010) [63] realiza modelos experimentales con cargas de larga duración, al usar bloques de concreto en la viga como se observa en la figura N° 4.5, con el fin de realizar un estudio del flujo plástico del concreto, de la temperatura y de la humedad. En tal caso, el cálculo de las deflexiones se basó de acuerdo a un modelo de aproximación que demuestra, particularmente, los efectos del flujo plástico. Además, se asume que el conector de corte tiene una rigidez constante y los efectos diferidos en relación al método de aproximación "AEMM" en el modelamiento. Se concluye que la demanda de la viga en cuestión no es afectada por los efectos diferidos del concreto, ya que el desplazamiento ocurrido por la retracción es contraria a la de las cargas externas debido a su

naturaleza (no influye las solicitaciones externas), además se recomienda el estudio de los conectores de corte con rigidez no constante en función del tiempo en análisis más exhaustivos.



Figura N° 4.5 Bloques de concreto que simulan cargas constantes.

Fuente: (Ranzi et al. 2010).

Ranzi (2011) [69], realiza un estudio experimental en vigas de sección compuesta en función de los efectos diferidos del concreto con base a la norma australiana de diseño para obtener datos reales respecto al comportamiento de este tipo de sección, ya que no existe información suficiente sobre el tema.

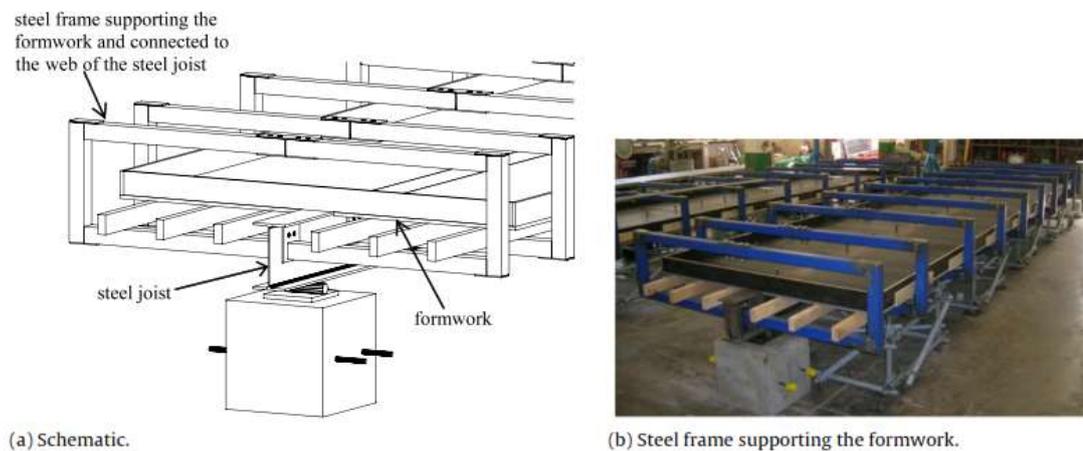


Figura N° 4.6 Sistema usado para el estudio experimental por Ranzi.

Fuente: (Ranzi et al 2011).

En la figura 4.6 se observa el sistema metálico que sostiene el encofrado de concreto para la losa superior, este sistema fue ensayado durante un tiempo aproximado de 300 días, desarrollando su capacidad máxima con una carga sostenida aplicada en el centro de la viga longitudinal para luego ser estudiada.

Al-deen et al. 2011 [64] desarrolla modelos de vigas de sección compuesta para estudiar los efectos a largo plazo a escala real, se observa que las respuestas estructurales - deflexiones - y las fuerzas internas debido a la carga aplicada en forma constante y permanente (usando bloques de concreto durante 30 días) influyen en las deflexiones finales.

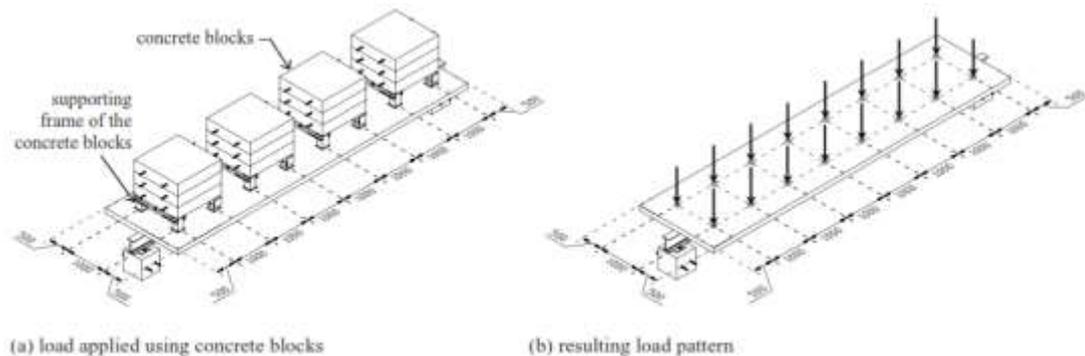


Figura N° 4.7 Aplicación de la carga sostenida en la sección compuesta.

Fuente: (Al-deen et al 2011).

“La rigidez inicial de los conectores viene a ser mayor en comparación a la rigidez final de los mismos” [...], H. Ban et al (2015) [10] emplea cuatro vigas experimentales con diferentes tipos de conexión en conectores (soldados o empernados) para el estudio del comportamiento interno de los elementos estructurales. Además, modela analíticamente la viga en función al método de los elementos finitos, usando el programa ABAQUS; en dicho modelamiento se pudo observar la reducción de la rigidez en los conectores de corte en un porcentaje alto, ya que, inicialmente, estos conectores tienen mayor capacidad que en el estado después de haber sido sometidos a una carga, observar figura N°4.8. Igualmente, se observa que las curvas en los ensayos “push out” (fuerza vs desplazamiento) reflejan diferentes tipos de comportamientos, estos resultados indican que la disminución de fuerza cortante a través del tiempo (curva load-slip) siempre está presente por las cargas aplicadas lo que ocasiona una disminución de esfuerzos internos en la adherencia. Consecuentemente, se observa que las deflexiones por flujo plástico y retracción influyen en el concreto y simultáneamente en los conectores, pero este efecto va disminuyendo a través del tiempo debido al acero de refuerzo tiende a tomar las tensiones internas (compresión y tracción), reduciendo las deflexiones en un gran porcentaje.

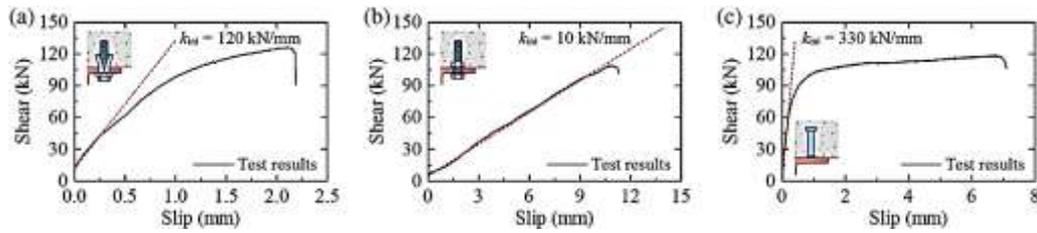


Figura N° 4.8 Resultados del ensayo push-out para ver la rigidez inicial de los conectores. (a) Tipo empernada; (b) tipo empernado; (c) tipo soldado.

Fuente: (H. Ban et al. 2015).

Sweedan et al. (2015) [79] realiza un estudio para determinar la capacidad debido al momento flector (flexión) en vigas de acero frente a cargas reales. En el experimento, se emplea once vigas con diferentes propiedades tanto en materiales y como en geometría, además, se aplicó el uso de fibras de carbono (láminas) como refuerzo en la parte central y en los extremos (junto a los apoyos). Este experimento tiene como principal objetivo: observar el comportamiento de la viga de acero durante la fluencia del acero con la aplicación de una gran carga sostenida. El acero fluye primero en las partes superiores del perfil, siguiendo el flujo hacia el eje neutro de la sección transversal, ocasionando fallas por flexión luego de sobrepasar la capacidad máxima; en el caso longitudinal, el proceso de carga sigue el vano central hacia las zonas de apoyo donde la fibra de carbono es usada como refuerzo para contrarrestar el efecto ocasionado por la carga aplicada, reduciendo la concentración de esfuerzos en dichas zonas.

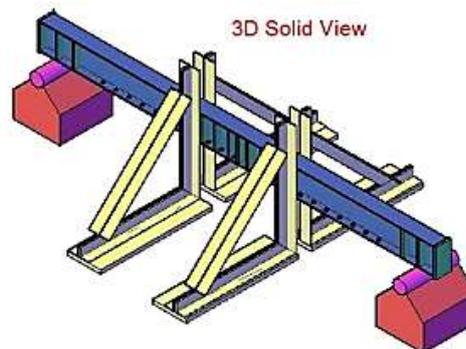


Figura N° 4.9 Sistema usado para el estudio experimental.

Fuente: (Sweedan et al. 2015).

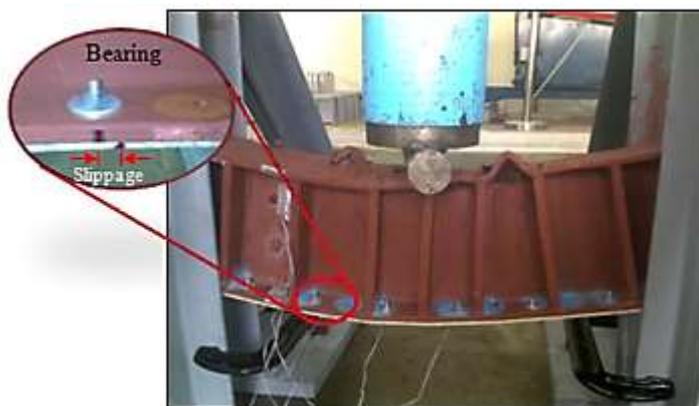


Figura N° 4.10 Proceso de aplicación de carga en la viga de acero con láminas de fibra de carbono.

Fuente: (Sweedan et al. 2015).

Valipour et al (2015) [84] estudia el comportamiento mecánico del sistema compuesto en acero y madera similar al de concreto y acero, para tal fin, se utiliza diferentes tipos de conectores (empernados y soldados) en las pruebas de ensayo para vigas. Con dichos experimentos, se observó el comportamiento de la viga de acero y el comportamiento de la losa de acero, usando diferentes tipos de secciones transversales en dicho experimento. En tal caso, la aparición del fenómeno de agrietamiento está presente en la losa de madera junto al aplastamiento, lo que induce que los conectores de corte fallen simultáneamente. Como resultado del experimento, se grafica las curvas de esfuerzos-desplazamiento en los diferentes tipos conectores, considerando las propiedades generales de los mismos para ver la relación entre ellos. Además, se presenta la formación de una o dos rótulas plásticas en los conectores que fueron soldados o emperrados, ya que la capacidad de los elementos han sido sobrepasadas por la demanda de la estructura, ver figura N°4.11.





Figura N° 4.11 Fallas ocasionadas en los conectores de corte ensayados.

Fuente: (Valipour et al 2015).

De Sutter et al. (2016) [21] realiza un modelo experimental de una viga híbrida compuesta para investigar el comportamiento por fuerza cortante, se concluye que la deformación por corte en vigas de sección de compuesta no toma mayor relevancia en el cálculo de las deflexiones porque son muy pequeñas en comparación a los otros tipos de deflexiones.

4.3 CONECTORES DE CORTE

El tipo de interacción entre la losa de concreto y el perfil de acero es uno de los efectos más influyentes, puesto que durante el proceso de cálculo, control y verificación de las respuestas estructurales es diferente por tipo. Esto influye notablemente en el diseño; así por ejemplo, en la conexión completa se utiliza el rango elástico-lineal como base, en cambio en la conexión parcial se utiliza el rango no lineal. Estos problemas son estudiados por varios autores en forma analítica y en forma experimental para asemejar a su comportamiento en las estructuras compuestas, tanto en sistemas de pisos compuestos, vigas compuestas o columnas compuestas.

El estudio del tipo de interacción de vigas de sección compuesta es realizado por Oehlers et al. (1995) [23] que a partir de las diferentes propiedades geométricas muestra como objetivo los cambios de esfuerzos internos en la sección. Con ello, se demuestra que la fuerza axial del concreto usualmente es más grande que la fuerza axial de la sección de acero y que el grado de interacción es independiente a la sollicitación interna o externa; en otras palabras, los materiales que gracias a sus propiedades constituyen efectos aislados al tipo de interacción presente. Sin

embargo, si se considera la conexión parcial, ésta puede reducir la fuerza de corte gracias a la presencia de adherencia en el concreto y el acero, pero aumenta la complejidad del cálculo por considerar dicha fuerza de corte.

Wang (1998) [86] desarrolla una formulación matemática para el cálculo de deflexiones en caso de vigas de sección compuesta con interacción parcial de acuerdo al lineamiento dado por el Euro código 4 y AISC. Así mismo, se realiza un modelamiento de la viga con el método de elementos finitos para comprobar la fórmula desarrollada en relación a propiedades lineales de los elementos constituyentes. Se considera que las deflexiones son de suma importancia en el rango de servicio, lo que ocasiona que las deflexiones máximas sean calculadas por fórmulas de interacción completa como se observa en diferentes normas de diseño actuales:

$$\delta_p = \frac{5qL^4}{384EI_f} + \frac{q}{\mu^4 EI_f} \left(\frac{EI_f}{EI_o} - 1 \right) \left[\frac{1}{\cosh\left(\frac{\mu L}{2}\right)} + \frac{1}{8} (\mu L)^2 - 1 \right] \quad (4.1)$$

Esta ecuación 4.1 representa el efecto parcial debido a los conectores de corte que considera la rigidez de los conectores (μ) y la propiedad geométricas de las vigas así como vanos, módulo de elasticidad y cargas aplicadas; luego, se compara con normas actuales de diseño, dando como resultado que las deflexiones son sobreestimadas en un 20% debido al efecto de la interacción parcial. Finalmente, el autor presenta un lineamiento para el diseño de conectores de corte, que considera el rango no lineal de acuerdo al fenómeno “load-slip” para un cálculo preciso.

Ranzi et al. (2011) [46], en orden de modelar la viga, representa el tipo de interacción con elementos finitos, debido a que los conectores son influyentes en la rigidez del sistema. Se modela el fenómeno de load-slip (carga-desplazamiento relacionada a la interacción parcial) con datos experimentales de los ensayos push out y datos analíticos, se concluye que el comportamiento no lineal de los conectores de corte no depende de la relación load-slip, sino de la rigidez transversal en vigas continuas o simplemente apoyadas.

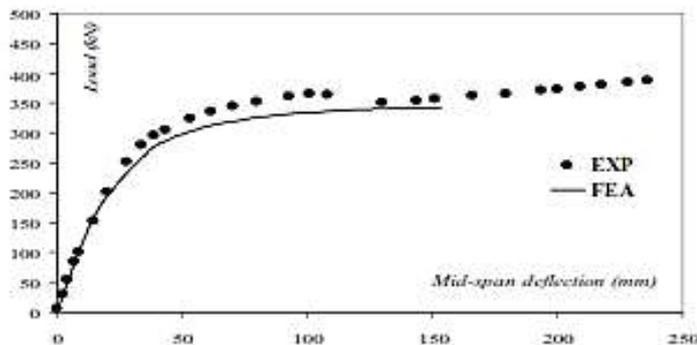


Figura N° 4.12 Diagrama de fuerza vs deflexión.

Fuente: (Ranzi et al. 2011).

4.4 MODELAMIENTO ANALÍTICO

Los modelos analíticos han tomado mayor importancia en el ámbito estructural debido a que los elementos constituyentes pueden ser representados matemáticamente; así por ejemplo, de modelos simples en una dimensión en estado elástico-lineal a modelos en tres dimensiones con propiedades de materiales no lineales en el tiempo. A continuación, se muestra la revisión de algunos autores para el planteamiento analítico en el modelamiento de la viga de sección compuesta.

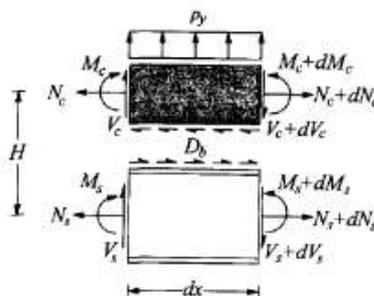


Figura N° 4.13 Segmento infinitesimal de la viga de sección compuesta.

Fuente: (Dias et al. 2013).

Ayoub et al. (2000) [9] desarrolla un modelo no lineal de viga de sección compuesta con cargas de tipo monotónica (una sola aplicación de cargas) y cíclica (se repite la aplicación de la carga), se realiza una discretización de los elementos estructurales tanto en viga, losa y conectores de corte, aplicando el método de los elementos finitos como sistema de solución. La validación de dicho modelo se realiza con resultados experimentales de diferentes autores para encontrar un correcto ajuste de acuerdo a las condiciones iniciales planteadas por el autor. En el estudio, se concluye que la acción cíclica de las cargas reduce la rigidez y la

capacidad de la viga, por tal motivo, las respuestas estructurales tienden a aumentar en función de la carga aplicada.

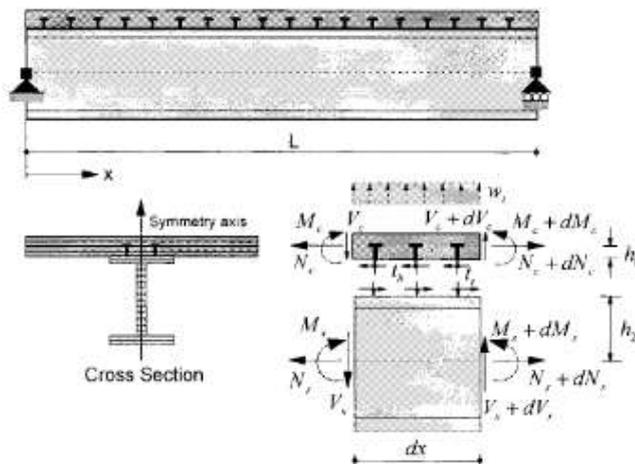


Figura N° 4.14 Segmento de equilibrio en el modelo mencionado.

Fuente: (Ayaub et al. 2000).

Fu y Lu (2003) [31] desarrollan un modelo matemático basado en elementos finitos para vigas de sección compuesta en el campo de puentes debido a su amplio uso. Para tal objetivo, se considera las propiedades lineales de los elementos de acero, y las propiedades no lineales de concreto dentro del proceso de cálculo; por ello, se desarrolla un lineamiento de acuerdo a un comportamiento más aproximado de la viga, dando las pautas necesarias para el cálculo de deflexiones instantáneas en función a sus propiedades constituyentes (elementos y materiales). Posteriormente, estos parámetros son aplicados al modelo en tres dimensiones para el análisis, luego, los resultados son comparados con vigas que han sido ensayadas experimentalmente, ajustando el modelo presentado con los datos de forma correcta. Se determina que el ajuste del modelo concuerda con los datos obtenidos en las vigas ensayadas en un gran porcentaje, asumiendo como válida las propiedades lineales y no lineales de los elementos de acuerdo al estudio computacional de la viga, finalmente, se calcula las respuestas estructurales.

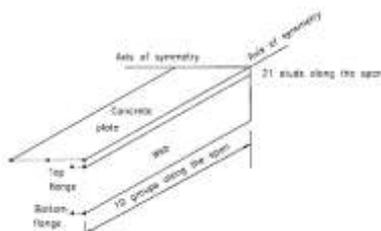


Figura N° 4.15 Elemento finito utilizado para el modelo.

Fuente: (Fu y Lu et al. 2003).

Nie et al. (2004) [56] realiza un estudio comparativo de vigas continuas de sección compuesta con elementos finitos, ya que, éstas aumentan su rigidez por el aumento en el número de apoyos, el grado de hiperestaticidad aumenta considerablemente, por tanto la estabilidad también. El estudio se desarrolla en el estado de servicio, considerando las propiedades lineales de los materiales y aplicando el principio de superposición para el cálculo de respuestas estructurales, la viga de acero y el acero de refuerzo reducen las deflexiones en la viga, debido a que dichos elementos aumentan la rigidez de la estructura de 10% a 20%. Consecuentemente, la capacidad última aumenta en un porcentaje mayor al diseño sin considerar el acero de refuerzo, considerando constante la rigidez del conector. Finalmente, el autor recomienda que en el estado de servicio se debe considerar el acero de refuerzo por el aumento gradual de las deformaciones.

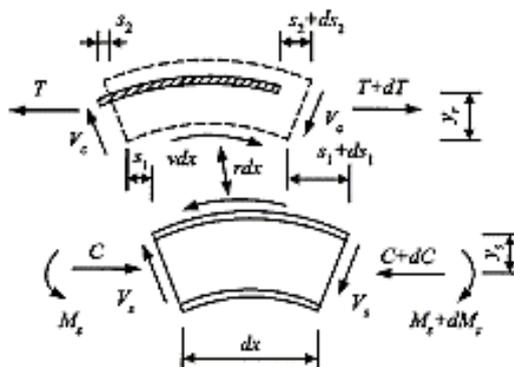


Figura N° 4.16 Segmento de modelo de viga de sección compuesta.

Fuente: (Nie et al. 2004).

Liang et al (2004) [47] investiga los efectos del concreto y la interacción en la fuerza de corte en las vigas continuas en función a diferentes parametrización del momento y corte longitudinalmente. Se desarrolla un estudio analítico, empleando el método de los elementos finitos como método de solución con base a las propiedades de los elementos constituyentes y el tipo de interacción entre losa y viga (interacción completa). Luego, estos resultados son comparados con ensayos experimentales en el desarrollo de las respuestas estructurales, siguiendo el lineamiento del Euro código y AISC para el diseño de dichas vigas.

En el análisis, la discretización de los elementos de la viga de sección compuesta es usada mediante el método de los elementos finitos. Zona et al. (2006) [72] aplica la condensación estática en la matriz de rigideces para fuerzas y desplazamientos para una mejor aproximación, se procede a comparar los

resultados ideales del modelo con los reales, ajustando en una buena relación para el estudio del comportamiento de la viga.

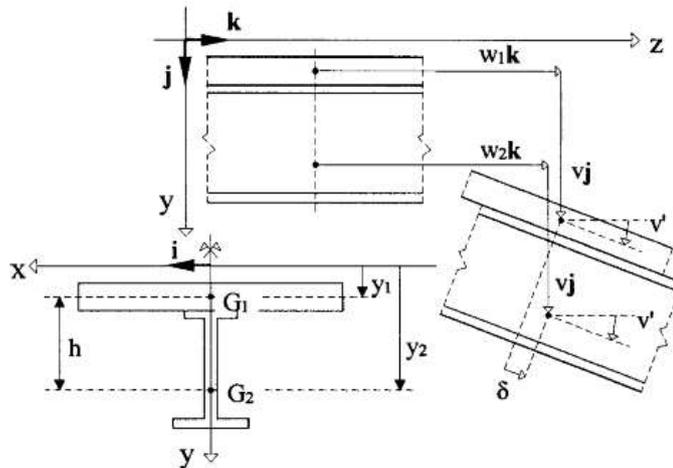


Figura N° 4.17 Modelo aplicado para el análisis de sensibilidad.

Fuente: (Zona et al. 2006).

Ranzi y Bradford (2005) [18] proponen un modelo analítico en función de las propiedades de los materiales constituyentes basados en métodos de aproximación para el fenómeno del flujo plástico, los autores comprueban su modelo con cálculos basados en la rigidez de los elementos de la sección compuesta. En consecuencia, los cálculos obtenidos en las aproximaciones fueron más complejos por el número de parámetros a usar y las funciones no lineales en el tiempo en efectos a largo plazo presentes en el concreto.

Similarmente, Kotinda (2006) [43] realizó un modelo en elementos finitos para la interacción parcial de la viga de sección compuesta, basado en modelos pasados para el ajuste de las propiedades. El modelo es desarrollado en el programa comercial ANSYS, que gracias al uso de su librería se modela cada tipo de los elementos constituyentes de la viga de sección compuesta (losa de concreto, viga de acero, conectores de corte y acero de refuerzo), incluyendo las propiedades constituyentes de los materiales en el rango lineal y con efectos diferidos. En el análisis en estado de servicio, se muestra que la interacción parcial entre la viga de acero y la losa de concreto produce variaciones de esfuerzos a lo largo de la sección transversal, éstos disminuyen en la viga simplemente apoyada, incluyendo el efecto de la adherencia entre acero y concreto. Finalmente, se compara los resultados con la norma NBR 8800-2003 (norma brasileña), incluyendo los posibles efectos debido a la fisuración del concreto; por ello, se muestra un lineamiento para el modelamiento de vigas de sección compuesta.

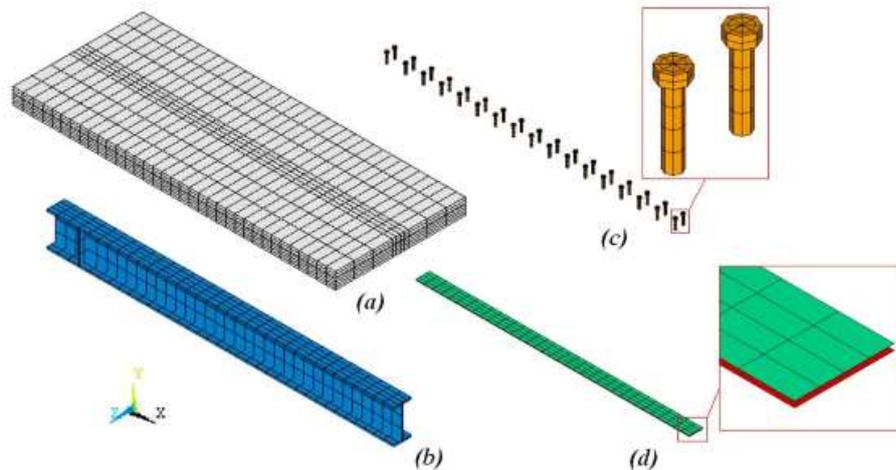


Figura N° 4.18 Grupo de elementos finitos en programa ABAQUS: (a) losa de concreto; (b) perfil de acero; (c) conectores de corte y (d) elemento de contacto entre el acero y el concreto.

Fuente: (Kotinda 2006).

Ranzi (2007) [94] presenta un modelo analítico para la viga de sección compuesta que incluye la deformación por corte en la viga de acero, no muy usado en los modelamientos. Este modelo aplica las teorías de Euler-Bernoulli (sección plana transversal constante), Timovshenko (asume deformaciones por corte en el modelo) y Newmark (la losa de concreto y la viga de acero posee secciones transversales planas constantes) en el análisis tridimensional. El acero de la viga es modelado bajo capas de elementos lineales elásticos, mientras que la losa de concreto es modelada bajo un régimen continuo viscoelástico (flujo plástico y retracción). A partir de los modelos aplicados, se indica cual es el que tiene mejor predicción para estudiar los resultados y el comportamiento en función a los conectores de corte.

Ranzi et al. (2008) [65], durante el modelamiento de los elementos finitos, aplica el fenómeno de desplazamiento vertical “uplift” que consiste en el levantamiento de la losa de concreto fuera de la cabeza de los conectores de corte por la carga aplicada. Igualmente, se indica que el proceso simplificado en las vigas reduce la magnitud de las tensiones y deformaciones, en consecuencia, el modelo muestra que las deflexiones aumentan en función de las rigideces y los conectores por la conexión parcial. Por otro lado, también, se estudia la conexión completa en el rango elástico-lineal para el cálculo de las respuestas estructurales tanto esfuerzos como deflexiones.

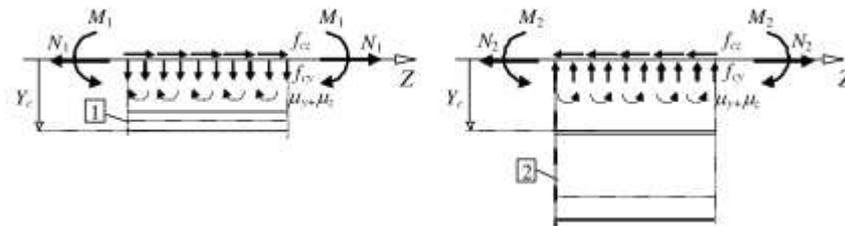


Figura N° 4.19 Fuerzas internas actuantes en dos capas distintas y las fuerzas de conexión.

Fuente: (Ranzi et al. 2008).

Gara et al (2008) [33] desarrolla un modelo de elementos finitos para el desarrollo en vigas de sección compuesta en un tiempo diferido, estudiando la influencia de las fuerzas internas y las fuerzas externas como en las vigas, la losa y otros, las que luego son comparadas con estudios experimentales. Dicha acción demuestra que el efecto a largo influye notablemente en el comportamiento del elemento tanto en la redistribución de esfuerzos internos como en las respuestas estructurales, que comparado al efecto instantáneo por la carga aplicada es menor.

Según Sakr et al (2008) [74], el planteamiento de un modelo en relación al comportamiento de la viga de sección compuesta es complejo debido a un sinnúmero de propiedades presentes (lineales, no lineales, cargas y otros); por tanto, se plantea un modelo que considera las propiedades más relevantes, aplicando las siguientes suposiciones:

- En el caso de la conexión de corte, la rigidez del conector tiende a ser de forma no lineal, ya que, la rigidez varía en el tiempo debido al fenómeno de slip-load.
- Las deformaciones de corte no son consideradas bajo cargas de servicio por ser demasiado pequeñas.
- El concreto se fisura si se excede la resistencia en compresión, provocando la falla frágil.
- La sección de acero es de tipo compacta para que no se produzca el pandeo de tipo global o localizado.
- Por la presencia del efecto “shear lag” se usa un ancho efectivo para mitigarlo.

El modelo planteado por el autor tiene diez grados de libertad en función a las leyes constitutivas de los materiales, tal como se observa en las siguientes figuras:

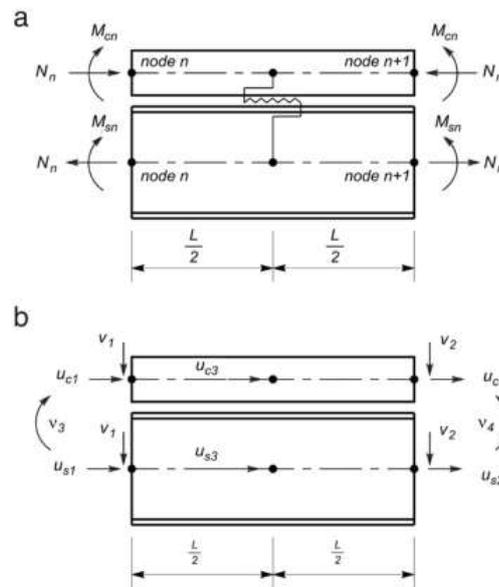


Figura N° 4.20 Modelo desarrollado en elementos finitos que considera los grados de libertad para fuerzas y nodos.

Fuente: (Sakr et al 2008).

En la figura N° 4.20, se muestra el modelo analítico tiempo-historia, que relaciona el comportamiento no lineal de los conectores y la losa de concreto con condiciones de frontera que ajustan más al comportamiento compuesto. Se concluye que despreciando los efectos del fisuramiento en la capa de concreto, éstos producen resultados no reales en la predicción de deflexiones y tensiones, particularmente, en conectores de corte flexibles, por los resultados experimentales anteriores. Igualmente, el rango no lineal afecta la rigidez de los conectores de corte por su disminución progresiva; en consecuencia, la interacción entre losa y viga considera la relación carga-desplazamiento (load-slip) como el principal efecto en la reducción de rigidez de los conectores.

Zona (2009) [94] desarrolla tres modelos en elementos finitos en una viga de sección "I", aplicando diferentes teorías actuales para cada elemento constituyente, estos modelos poseen una conexión deformable; en vigas se aplica la teoría de Euler-Bernoulli, adicionando la deformación por corte con diferentes cargas aplicadas en el rango no lineal. A partir de estos modelos, se menciona que el efecto por corte se desprecia en los elementos tanto la losa de concreto y el perfil de acero.

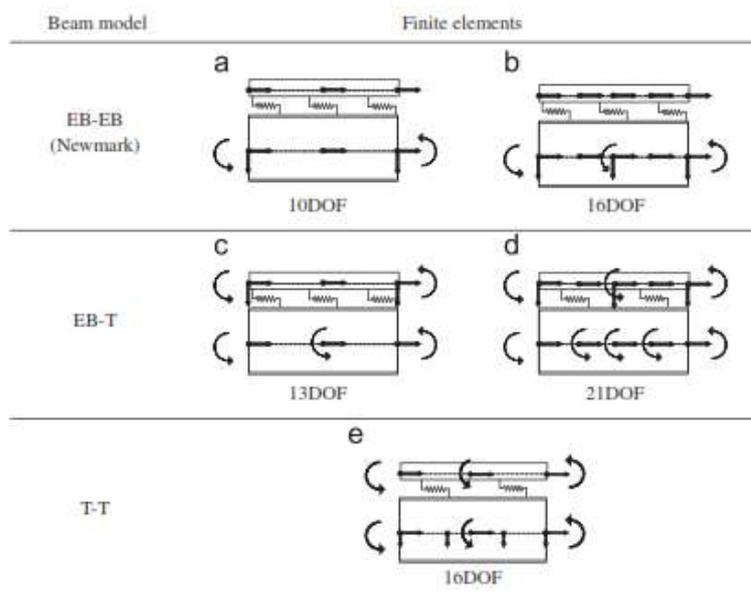


Figura N° 4.21 Elementos finitos para las vigas de sección compuesta con conexión parcial.

Fuente: (Zona et al. 2009).

Sakla (2009) [72] realiza un estudio en la interacción parcial en las vigas de sección compuesta, usando un método de redes neuronales (proceso iterativo en función a los parámetros de los materiales y elementos constituyentes que convergen a una solución planteada) para considerar un mejor ajuste en el modelo con bases a las propiedades constituyentes de los elementos. Este estudio se basa en el Euro código4 y AISC, que tienden a subestimar las cargas de corta duración y sobreestimar las de larga duración en el cálculo, arrojando valores de tipo conservativos. El análisis de las vigas toma como base las propiedades de materiales constituyentes, las cargas aplicadas y la geometría de los elementos en un proceso iterativo para que finalmente se observe un cambio gradual en las propiedades, así por ejemplo, la rigidez inicial del conector tiene más influencia en el comportamiento mecánico del sistema junto con la humedad relativa aplicada a la retracción del concreto en las deformaciones totales.

Valipour (2009) [81] y Zhang et al (2009) [91] presentan una formulación en el rango no lineal de las propiedades constituyentes y elementos (conectores y losa) en el sistema compuesto, dado que en la interacción parcial en una sola dimensión, demostrando el comportamiento de la viga en cargas servicio, ya que, el servicio no incluye los efectos no lineales en su filosofía de diseño por el comportamiento elástico-lineal que presenta. Las fuerzas internas respecto a los efectos no lineales son calculadas, incluyendo las respuestas estructurales que luego son comparadas con resultados pasados para verificar el modelo.

Martinelli et al (2010) [51] desarrolla un método de cálculo “exacto” de elementos finitos en una dimensión en una viga de sección compuesta, usando matrices de rigideces, vectores equivalentes de las fuerzas nodales para los elementos constituyentes. A partir de estas suposiciones, la formulación exacta se basa por teoría de Newmark en el rango lineal-elástico que considera que la sección se mantiene plana, ignorando la carga aplicada. Además, se observa que las fuerzas internas y los desplazamientos por la adherencia del concreto y el acero en los resultados influyen en el resultado; no obstante, dichos efectos se consideran en el rango no lineal, entonces el cálculo de las respuestas tanto deflexión como desplazamientos laterales de la estructura son en rango no lineal, por tanto son más aproximados a los reales.

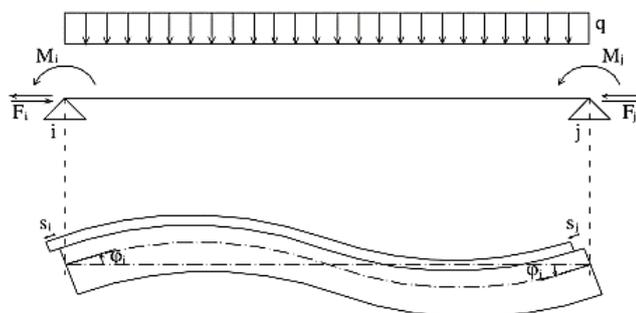


Figura N° 4.22 Fuerzas nodales y componentes del desplazamiento para una viga simplemente apoyada.

Fuente: (Martinelli et al 2010).

Leoni et al. 2011 [46] desarrolla un estudio paramétrico para el ancho efectivo de la losa superior de concreto de las vigas de sección compuesta, incluyendo la influencia de los efectos diferidos durante un tiempo de aplicación de carga de 28 días a 20000 días. Además, se estudia los efectos por el flujo de corte longitudinal y transversal “shear lag”, este desarrollo extensivo se basa en condiciones de cargas tanto cíclicas como monotónicas, influencia de los apoyos hiperestáticos en el campo de puentes para el proceso de cálculo de las respuestas estructurales. En consecuencia, se indica un planteamiento para el cálculo simplificado del ancho efectivo en función a los efectos presentes en la sección compuesta, considerando un lineamiento, llegando a usarse por diseñadores en el campo de puentes y otras líneas de investigación

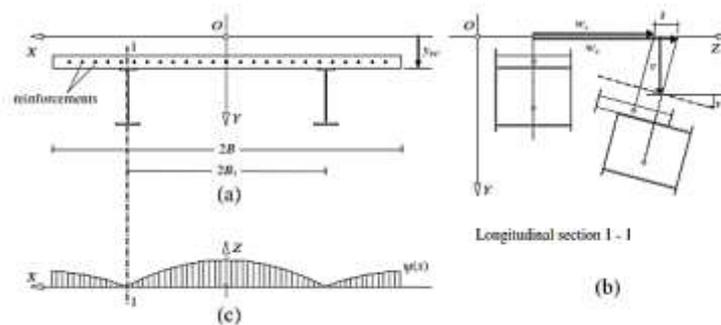


Figura N° 4.23 (a) Geometría de la sección; (b) desplazamiento de la sección transversal; (c) función de esfuerzo.

Fuente: (Leoni et al. 2011).

Tamayo (2011) [78] desarrolla un modelo no lineal para materiales constituyentes (concreto y acero) debido a la conexión parcial de la viga de sección compuesta, se formula un modelo de elementos finitos con etapas de pre-procesamiento, procesamiento y post-procesamiento para una aproximación más exacta. Para la geometría de la sección transversal se usa el programa comercial GiD (pre-procesamiento) donde se dibuja la viga, los conectores y la losa; luego, se desarrolla un programa con lenguaje Fortrand⁷ para las leyes constituyentes de los elementos (etapa de procesamiento) que considera las diferentes teorías de modelamiento del concreto, acero y conectores; finalmente, se desarrolla la etapa de post-procesamiento en GiD, donde se visualiza las respuestas estructurales de la viga tanto internamente o externamente. El autor realiza una comparación de los datos del programa con diversos modelos experimentales, deduciendo que el estado de servicio es de suma importancia, ya que las deflexiones aumentan considerablemente en el tiempo, lo que pone en riesgo la funcionalidad de la estructura. Finalmente, se concluye que se necesita un estudio con datos experimentales para seguir un correcto lineamiento el cálculo, control y verificación de deflexiones.

Siguiendo los lineamientos establecidos por Tamayo (2011) [78], Dias (2013) [25] realiza un estudio en elementos finitos bajo la misma metodología de Tamayo, pero en el campo de las deflexiones diferidas. Se aplica la misma metodología de Tamayo, mencionando que el análisis por fisuramiento condiciona las fuerzas actuantes, por tanto se debe verificar dicha respuesta estructural en el estado de servicio.

⁷ Lenguaje computacional adaptado al cálculo numérico.

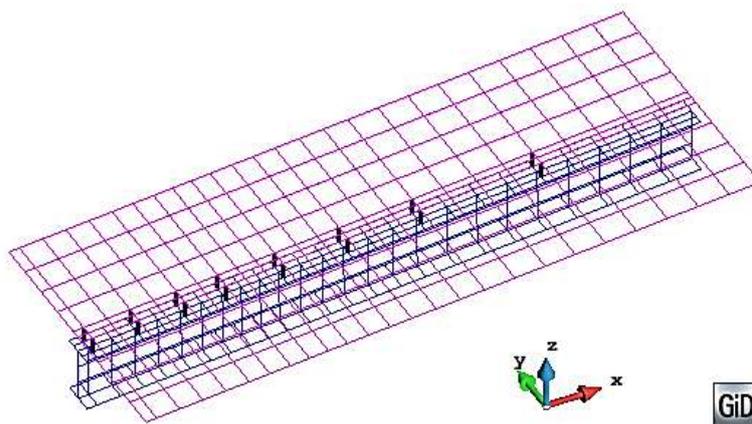


Figura N° 4.24 Malla de elementos finitos usados por Tamayo 2011 y Dias 2013 en programa GiD.

Fuente: (Dias 2013)

Amadio et al 2012 [8] realiza un estudio paramétrico en estado de servicio en una sección compuesta, usando lineamientos del Euro código 4 que dependen del tipo de construcción (apuntalado y no apuntalado). Dichos resultados son comparados con un modelo de elementos finitos que toma en cuenta las leyes constitutivas de los materiales en un rango no lineal, se observa que las deflexiones son conservadores en el tipo de construcción por el tipo de diseño a emplear, ya que las deflexiones aumentan considerablemente; además, la fluencia del acero tiende a influir en las tensiones la viga, ya que las aumenta en un porcentaje considerable a dichas solicitaciones.

Yuan et al (2015) [90] plantea un modelo en relación al ancho efectivo de las vigas de secciones compuestas, dicha suposición condiciona que la magnitud de las fuerzas internas en el concreto se basa en el ancho efectivo que está en función a tres parámetros: el espesor, la longitud y el ancho tributario, en consecuencia, se ensaya con base a esos tres factores, usando los elementos finitos. Los parámetros mencionados poseen un buen ajuste con respecto a las fórmulas del AISC y Euro código 4 tanto en fuerzas internas como respuestas estructurales.

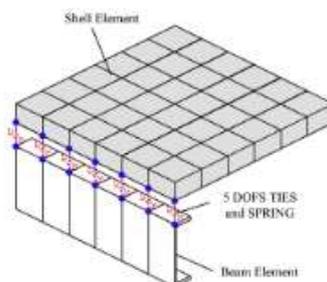


Figura N° 4.25 Modelo de elemento finito usado.

Fuente: (Yuan et al 2015).

Bradford (2015) [16] realiza un estudio analítico y experimental para la interacción parcial en las vigas de sección compuesta, se observa que la adherencia es muy importante, ya que asegura la correcta transmisión de esfuerzos de corte, por tanto el modelo considera dicha adherencia, empleando dicha suposición en el modelamiento de la sección que condiciona a los conectores de corte por el tipo de conexión emperrada debido a la facilidad en la construcción y el uso continuo.

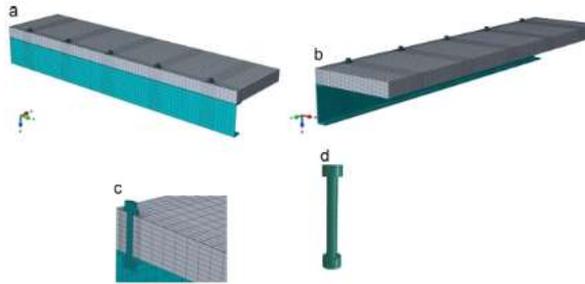


Figura N° 4.26 Sistema en elementos finitos en el programa ANSYS.

Fuente: (Bradford 2015).

En el caso para el efecto de la temperatura, el incremento produce efectos en los elementos de conexión de corte y además en la viga de acero por el acero que poseen ambos; así por ejemplo, la reducción de la rigidez de los conectores de corte progresivamente debido al cambio repentino de temperatura. Chen et al. (2015) [67] indica que la temperatura disminuye la resistencia por corte en la viga de sección compuesta impuesta por los conectores y la viga de acero, esto se basa por los modelos ensayados en la literatura presente.

El desarrollo de estudios en el campo de la viga de sección compuesta ayuda a mejorar los procesos de cálculos para el comportamiento estructural, observando una optimización de procesos en el diseño en diferentes campos. En consecuencia, las respuestas estructurales como las deflexiones totales deben tener mejor rango de predicción para satisfacer las condiciones del estado de servicio.

CAPÍTULO V. NORMATIVA ACTUAL

5.1 NORMATIVA NACIONAL

5.1.1 Reglamento Nacional de Edificaciones

En Perú, el código que rige es el Reglamento Nacional de Edificaciones (RNE), cuyo principal alcance es normar los criterios y requisitos mínimos para el diseño y ejecución de las habilitaciones urbanas. A su vez, este reglamento está dividido en 3 títulos que son nombrados como: Generalidades, Habilitaciones Urbanas y Edificaciones.

Aproximadamente en los años 70, se organizó la Primera Convención Nacional de la Industria de la Construcción, en dicho evento se entregó un proyecto de Reglamento, dicho proyecto fue aceptado por el Banco de la Vivienda del Perú y de las Cajas de Ahorro y Préstamo. Años más tarde, en 1970, el gobierno expidió el nuevo Reglamento Nacional de Construcciones con base al proyecto que sería el predecesor del reglamento actual. En 1998, se publicó Reglamento Nacional de Edificaciones, siendo usado para consultas. Durante ese mismo año, se constituyó la comisión para proponer las normas dentro del mismo. En 2005, se promulgó el índice del Reglamento Nacional de Edificaciones, meses más tarde se aprobó 66 normas incluidas. Luego dicho reglamento se ha ido modificando a través del tiempo, 2006, 2009, 2010, 2011, 2012, 2014, 2015 y hasta la actualidad, para tener lineamientos actuales de diseño. El último reglamento fue promulgado por el Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento, además este es propuesto y verificado por las principales entidades en el sector de la construcción así como: Colegio de Ingenieros, Colegio de Arquitectos, CAPECO, SENCICO y entre otros.

Dentro del reglamento, en el estado de servicio, una de las formas de verificar el correcto desempeño de la estructura diseñada es usando deflexiones por su facilidad de cálculo en estado elástico y rápidas consideraciones en propiedades y elementos; éstas son de tipo instantáneas y diferidas que dependen de las cargas, tiempo y propiedades de los elementos a diseñar o estudiar. En las deflexiones se observa la formulación de acuerdo a la geometría y propiedad del elemento estructural, pero en deflexiones diferidas se menciona breves comentarios de cómo calcular y verificar, considerando los diferentes tipos de materiales.

Primero, se mostrará el caso de concreto armado para el cálculo simplificado en deflexiones a largo plazo. Según la norma E.060, de “Concreto Armado” menciona: [...] “Cuando se calculen las deflexiones, aquellas que ocurran

inmediatamente con la aplicación de la carga, deben calcularse mediante los métodos o fórmulas usuales para deflexiones elásticas, tomando en consideración los efectos de fisuración y del refuerzo en la rigidez del elemento.” [...] (RNE, 2009)

Este breve párrafo nos indica que las deflexiones instantáneas son calculadas en el estado elástico a partir de las propiedades mecánicas de los materiales, considerando el refuerzo de dicho elemento (sección transformada).

Para el caso de deflexiones diferidas, la norma presenta lo siguiente: [...] “A menos que se haga un análisis más completo, la deflexión diferida o adicional en el tiempo, resultante del flujo plástico del concreto y de la retracción de los elementos en flexión, podrá estimarse multiplicando la deflexión inmediata causada por las cargas sostenidas (carga muerta y la porción de carga viva que se prevé actuará permanentemente) por el factor $\lambda\Delta$.

$$\Delta\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \quad (5.1)$$

Donde ξ es un factor dependiente del tiempo, ρ' es la cuantía del acero en compresión y $\Delta\lambda$ es el factor dependiente del tiempo para la estimación de deflexiones diferidas, mostrando la importancia de la zona de compresión y el flujo plástico en el cálculo de las deflexiones diferidas.” [...] (RNE, 2009).

Estas deflexiones diferidas son estimadas con métodos experimentales, por lo cual la fórmula mostrada anteriormente es de tipo empírica, es decir se empleó ensayos de laboratorio para la parametrización de la misma.

En el caso de acero estructural debido a que la sección compuesta posee una viga de acero de sección “I” o “W”, la norma E.090 menciona breves comentarios para el cálculo de deflexiones en elementos de acero, como se muestra a continuación en el acápite 12.3.1 “Deflexiones”:

[...] “Las deflexiones en elementos y sistemas estructurales por cargas de servicio no deben afectar las condiciones de la estructura” [...] (RNE, 2009), como filosofía de diseño presente en los elementos de acero.

En el caso de construcción compuesta, dicho tópico está dentro de la sección E.090 (Estructuras Metálicas). El tema principal de este trabajo es deflexiones diferidas, por tanto, el reglamento debe tener al menos un subcapítulo para los lineamientos de cálculo, control y verificación, pero dicho lineamiento no se observa en el capítulo.

En el capítulo 9, “Secciones compuestas”, indica los requerimientos mínimos para el diseño de los elementos estructurales tales como columnas, vigas y otros, pero el tema de deflexiones no se encuentra en dicho capítulo de acuerdo a la siguiente división: “Hipótesis de diseño”, “Elementos en compresión”, “Elementos en flexión”, “flexión y compresión combinadas” y “Conectores de corte”, en otras palabras no se considera como un punto específico para la determinación correcta en el proceso de cálculo, control y verificación, tal como se presenta a continuación.

Sin embargo, en el caso de deflexiones se observa dentro de la sección “Hipótesis de diseño” que indica: [...] “cuando se necesite determinar las distribución de esfuerzos elásticos, las deformaciones en el acero y concreto se asumirán directamente proporcionales al eje neutro. Los esfuerzos serán iguales a las deformaciones multiplicadas por el módulo de elasticidad del acero, E_s , ó el módulo de elasticidad de concreto, E_c . El máximo esfuerzo en el acero no excederá f_y ⁸. El máximo esfuerzo de compresión en el concreto no excederá $0.85f'_c$ siendo f'_c la resistencia a la compresión especificada del concreto.” [...] (RNE, 2006). Este comentario indica que se debe tomar en consideración el rango elástico de los materiales (concreto y acero) considerando el modelo de elastoplasticidad del acero junto al fenómeno de fluencia para un diseño elástico. Este breve comentario, es un lineamiento básico para el cálculo de las deflexiones instantáneas, pero en el caso de deflexiones diferidas, este no considera los efectos no lineales del concreto u otras propiedades. En consecuencia, el cálculo es a criterio del diseñador, ya que, en la misma norma, no especifica las fórmulas a usar u otros recursos.

5.2 NORMATIVA INTERNACIONAL

5.2.1 American Concrete Institute

La falta de conocimiento en la industria del concreto generó la creación de un instituto para un mejor control en la fabricación, mantenimiento y diseño de elementos de concreto debido a que se necesitaba un conocimiento específico. Este proceso de creación se inició en 1905, cuando la National Association of Cement Users (NACU) se forma para crear una constitución y leyes para el concreto. Durante los años siguientes, se crearon varios comités cuya intención

⁸ Esfuerzo de fluencia del acero.

fue la creación de una norma reguladora del concreto; como resultado, se realizaron convenciones en Indianapolis, en 1905, y Pensylvania, en 1907. Más tarde, en 1910, se decidió crear una norma cuyo nombre sería “Standard Building Regulations for the Use of Reinforced Concrete” (primera norma de concreto reforzado). Luego, en 1914, NACU decidió cambiar el nombre a “American Concrete Institute”, resultando un nombre que describe la misión de la empresa. Dicho instituto tiene como principales características: [...] “la investigación y distribución de estándares consensuales, recursos técnicos, educacionales y programas de entrenamiento, programas para la certificación” [...] (ACI, 2016). De igual manera, ACI publica constantemente recursos - online y en físico - para la actualización del conocimiento en el concreto. Estas publicaciones son normadas por los miembros del ACI.

Como se sabe los efectos diferidos del concreto tienden a afectar las deflexiones en un gran porcentaje por ello ACI indica el cálculo, control y verificación de deflexiones en los códigos (ACI 318 y ACI 209) para flujo plástico y retracción de concreto.

En ACI 209, sección modelos, indica las pautas necesarias para el cálculo simplificado de los efectos diferidos, existiendo 4 modelos en función a la retracción y flujo plástico que toman diversos factores, ver anexos.

En el caso de vigas de sección compuesta, la losa de concreto es el único elemento que posee los efectos diferidos, por ello se debe poner más hincapié en el cálculo y control de dichos efectos a largo plazo.

En el caso del ACI 318 el efecto diferido se calcula mediante fórmulas, sección control de deflexiones, ver ecuación 5.1.

En dicha sección se comenta que las deflexiones diferidas deben tomar los efectos: flujo plástico, retracción, tiempo de curado, porcentaje de humedad, volumen del concreto, relación agua/concreto, porcentaje de aire.

5.2.2 American Institute of Steel Construction

Este código se usa para dar los estándares técnicos en la industria del acero con un mejor control en el proceso de construcción, mantenimiento, diseño u otros a nivel ético y profesional en Estados Unidos (uno de los productores más grandes a nivel internacional).

El inicio de este código se remonta a los años 1900 cuando los productores de acero estructural jugaban un rol importante en el desarrollo del país, sin embargo

la producción no era ordenada, no había una organización que velará por el correcto uso del material. [...] “Años más tarde, se formó la primera organización llamada U. S. War Industries, cuya principal función era la coordinación de la producción del acero estructural durante Primera Guerra Mundial. En 1919, se cambió el nombre anterior a War Service Committee, cuya función fue la promoción del acero como base de la industria. Posteriormente, este nombre fue modificado a The National Steel Fabricators Association (NSFA), que fue establecido en alrededor de 50 estados. Finalmente, en 1922, se modificó el nombre como American Institute of Steel Construction” [...] (Wikipedia, 2015).

El reglamento es aprobado por los miembros designados del AISC, cuya implementación y revisión es realizada por ellos, cuyo principal objetivo es brindar las pautas necesarias para los requisitos mínimos de control y calidad durante el proceso de construcción, diseño, mantenimiento junto a otras acciones, empleando la metodología de diseño Load Resistance Factor Design (LRFD), que considera la aplicación de las cargas factoradas.

En deflexiones de estructuras de acero, la norma brinda un cálculo general en el rango elástico similar a otros materiales, en consecuencia el lineamiento para deflexiones en secciones compuestas no es conciso porque menciona sólo comentarios para un análisis más exhaustivo.

En el capítulo L, “Design for serviceability”, indica las pautas de cómo calcular las deflexiones, según el acápite L3: [...] “Deflexiones en miembros estructurales y sistemas estructurales bajo apropiadas combinaciones de carga de servicio no deben perjudicar el rango de servicio de las estructuras.

Nota: Condiciones que se deben considerar, incluido el nivel de pisos, alineamiento de los miembros estructurales, integridad de acabado final de la estructura, y otros factores que afecten el normal uso y función de la estructura. Para miembros compuestos, las deflexiones adicionales debido al efecto de flujo plástico y retracción del concreto debe ser considerado” [...] (AISC, 2005)

A partir de estas condiciones, el código indica que las deflexiones son de suma importancia junto a las sollicitaciones actuantes en el sistema compuesto, ya que, afectan el estado de servicio de la estructura. Adicionalmente, los efectos no lineales deben ser calculados para las deflexiones a largo plazo en el estado de servicio.

5.2.3 British Standard 5950

Las normas británicas tienden a mostrar los diferentes lineamientos para el diseño, mantenimiento y construcción de elementos estructurales con diferentes materiales (acero, concreto, madera y otros).

A través de los años, los cálculos se han ido estandarizando en orden de mantener la funcionalidad de las estructuras (diseño por capacidad y por servicio), en consecuencia, las estructuras se han vuelto más resistentes respecto a las primeras que han sido diseñadas en el inicio del código. En 1918, aparece BESA⁹ que fue una asociación de ingenieros dedicadas al diseño civil; años más tarde, la asociación se convierte en BS¹⁰ para fines de diseño en ingeniería. En 1988, aparece un grupo llamado BSI¹¹ para normalizar los reglamentos y códigos con base a los estándares permisibles presentes actualmente.

Con respecto a la preparación de los estándares británicos (BS 5950), ésta es realizada por “Civil Engineering and Building Standards Policy Committee”, que está compuesta por instituciones, colegios y otros cuerpos relacionados con el campo de ingeniería. Para ilustrar esto, la norma BS 5950 part 3 se relaciona a la construcción compuesta de concreto y acero.

En tal sentido, el estado de servicio condiciona a las respuestas estructurales, un ejemplo de esto son las deflexiones que se relacionan con las cargas aplicadas y la sección transversal, por tanto, el cálculo y control es considerada en el rango elástico-lineal con unas expresiones simplificadas. En el cálculo de las deflexiones diferidas, ésta norma no especifica expresiones en relación al rango no lineal.

Para vigas continuas bajo cargas muertas distribuidas o cargas simétricas, la deflexión δ_c es calculada en el vano central longitudinal de la viga continua, tal como se observa a continuación, ver ecuación 5.2:

$$\delta_c = \delta_0 \left(\frac{(1 - 0.6)(M_1 + M_2)}{M_0} \right) \quad (5.2)$$

Donde:

⁹ British Engineering Standards Association

¹⁰ British Standards

¹¹ British Standards Institution

δ_0 : es la deflexión de una viga simplemente apoyada para la misma carga.

M_0 : es el momento máximo en la viga simplemente apoyada.

M_1 y M_2 : son los momentos en los soportes adyacentes.

En el caso de vigas de sección compuesta en conexión parcial en estado de servicio, relacionando la cantidad de conectores de corte, se especifican las siguientes fórmulas:

$$\delta = \delta_c + 0.5\left(1 - \frac{N_a}{N_p}\right)(\delta_s - \delta_c) \quad (5.3)$$

Siendo la ecuación 5.3 para caso de viga apuntalada.

$$\delta = \delta_c + 0.3\left(1 - \frac{N_a}{N_p}\right)(\delta_s - \delta_c) \quad (5.4)$$

Siendo la ecuación 5.4 para caso de viga sin apuntalar.

Donde:

δ_s : es la deflexión de la viga de acero actuando sólo.

δ_c : es la deflexión de la viga compuesta con una interacción completa al cortante.

N_a : Número actual de conectores entre el apoyo y el medio de la viga.

N_p ¹²: Número de conectores de corte para momentos positivos.

Estos cálculos consideran el rango elástico del acero y el concreto para determinar la deflexión en función a la geometría y el comportamiento aislado de cada elemento estructural; no obstante el concreto tiende a fisurarse por lo que debe ser verificado con la norma BS 8110, porque influye en las deflexiones, de forma que aumentan, similarmente, a las deflexiones en secciones de concreto armado.

5.2.4 Euro código 4

Norma diseñada por los países europeos, siguiendo el lineamiento de años de experiencia en la construcción. Además, se extiende a diez volúmenes que consideran los diferentes materiales en la construcción.

¹² Ver en BS 5950 part 3, Sección 5: Composite beams: ultimate limit state, anexo 5.4

En 1975, la Comisión de la Comunidad Europea de las Naciones (CEN) establece la creación de estándares en el campo de la construcción, para lo cual consideran la ley 95 del tratado de Roma, considerando la creación de estándares en el campo estructural¹³. Más tarde, en 1989, se prepara los Euro-códigos en orden de estandarizar los procesos conocidos de diseño y construcción, siguiendo como principal filosofía: el correcto diseño estructural, aplicando diferentes fundamentos teóricos sobre la resistencia y la estabilidad en las estructuras, la correcta aplicación en la elaboración de proyectos y, finalmente, la guía para los procesos en la construcción.

Estos Euro-códigos son aprobados por la Comisión Europea de Normalización (CEN) siendo escritos en tres lenguas: inglés, francés y alemán. En el caso de construcción compuesta, concreto y acero, la CEN brinda estándares técnicos para la construcción, diseño y mantenimiento. Respecto a las deflexiones diferidas de vigas de sección compuesta, el Euro-código 4 indica pautas tales como: el diseño elástico en materiales de concreto y acero, el diseño en servicio para el cálculo, control y verificación de flechas en vigas de sección compuesta conectadas parcialmente.

En el capítulo 5, sección análisis elástico lineal, se menciona que las estructuras deben ser diseñadas en el rango elástico, mientras para el análisis no lineal se debe considerar los siguientes temas: el flujo plástico y la retracción del concreto, la interacción compuesta de diferentes elementos y el análisis tiempo-historia.

En el capítulo 7, "Límite de estado en servicio", sección 7.3, indica que el estado de servicio asegura el correcto funcionamiento de la estructura a partir de los principales fundamentos:

- Deflexiones debido a la aplicación de la carga hacia al miembro de acero sólo deben ser calculadas de acuerdo al Euro-código 1.
- Se debe utilizar el rango elástico en el cálculo para simplificar el mismo, tomando como base el capítulo 5 del mismo código,
- El nivel de referencia para el hundimiento vertical de la deflexión (δ_{max}) en caso de vigas sin apuntalar es la cara superior de la viga compuesta. Solamente, cuando la deflexión pueda ser perjudicial en la estructura, se deberá tomar el nivel inferior de la viga compuesta como nivel de

¹³ Fuente: Wikipedia.

referencia.

- Los efectos de la interacción completa pueden ser ignoradas en orden de simplificar cálculos, sólo si los diseños de los conectores de cortes cumplen los requisitos del capítulo 6.
- Para el cálculo de la deflexión en vigas no apuntaladas, se considera la influencia local de la fluencia del acero estructural sobre un apoyo, multiplicándolo con el momento en los apoyos:

$f_2 = 0.5$ si f_y es alcanzado antes que la losa de concreto ha endurecido

$f_2 = 0.7$ si f_y es alcanzado después que la losa de concreto ha endurecido

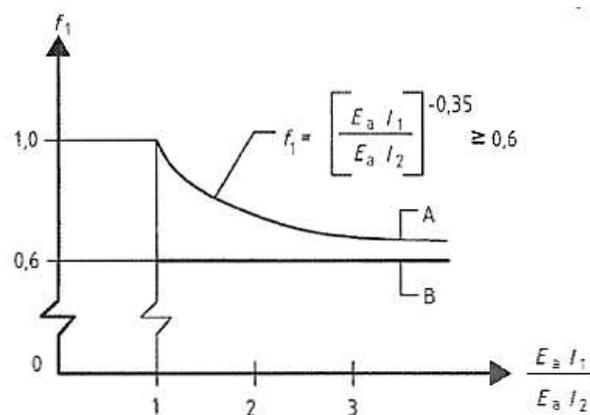


Figura N° 5.1 Factor de reducción para los momentos de apoyo.

Fuente: (Euro código 4, 2004)

Estos lineamientos, se aplican en cálculo de las deflexiones diferidas haciendo uso de la linealidad de la sección compuesta, por ende, el factor de reducción trata de asegurar cálculo de las deflexiones.

En el capítulo 9, indica una breve forma de verificar en estado de servicio, haciendo uso de los capítulos 5 y 7, cuyas pautas son:

- Las propiedades de la sección deben ser determinadas de acuerdo con Euro-código 1-3.
- La deflexión δ_s en la parte superior debe ser calculada con su propio peso más el peso del concreto sin secar, excluyendo la carga de construcción, no debiendo exceder δ_{smax}^{14}

¹⁴ Valores recomendados para δ_{smax} son $L/180$ donde L es la longitud entre apoyos.

Tal como se observa, en dichos capítulos presentados, el cálculo es realizado de forma lineal-elástico. De esta manera, en el capítulo 5 se indica que el cálculo y control debe realizarse en estado elástico, y si se quiere calcular las diferidas se debe tomar en cuenta los efectos del concreto tales como: flujo plástico, retracción, temperatura, humedad y otros. En otros capítulos, 7 y 9, indican las pautas para la reducción de momentos con lo cual disminuye en un porcentaje las flechas instantáneas debido al proceso de aplicación de la carga.

5.2.5 American Association of State Highway and Transportation Standards

Esta norma es aplicada en Estados Unidos de América, ya que contiene varios protocolos y lineamientos en el ámbito del diseño, mantenimiento y construcción en obras de índole de caminos.

En sus inicios, en 1914, se funda la “American Association of State Highway Officials” (AASHO). [...] “Años más tarde, en 1973, el nombre de dicha asociación fue cambiado al actual (AASHTO), dando un enfoque sin fines de lucro a la asociación en el campo de transporte, teniendo como integrantes a más de 50 estados en Estados Unidos de América” [...] (AASHTO, 2012). El principal objetivo de dicha asociación es como cita la página oficial lo siguiente: [...] “AASHTO trabaja para educar al público y crear decisiones acerca del rol crítico que el transporte juega, asegurando la buena calidad de la vida y la buena economía para nuestra nación. AASHTO sirve como enlace entre los departamentos de transporte y el gobierno Federal. AASHTO es un líder internacional en creación de estándares técnicos para todas las fases de construcción en carreteras. Estándares que son emitidos para diseño, construcción de carreteras y puentes, materiales, y muchos aspectos en áreas técnicas” [...] (AASHTO, 2012). Esta norma es aprobada por el comité AASHTO que está representado por ingenieros, arquitectos y personas relacionadas al rubro de transportes.

En el caso de puentes, el uso de vigas de sección compuestas viene a ser muy utilizado; en Estado Unidos, este sistema es muy frecuente, ya que, el uso ha sido diversificado. Por tanto, la norma AASHTO tiene una sección donde indica los lineamientos de diseño, mantenimiento y construcción para secciones compuestas tales como: columnas, vigas y otros elementos estructurales. Tal como fue mencionado en otras normas, el diseño en estado de servicio es uno de los principales factores para la seguridad estructural, por tal motivo, una de las principales formas para verificar dicho estado son las deflexiones tanto instantáneas como diferidas.

A continuación, se menciona los principales puntos en la norma AASHTO para cálculo de deflexiones diferidas:

En primer lugar, en la sección 2, “General Design and Location Features”, en acápite 2.5, “Deformations”, indica las pautas necesarios para evitar las deformaciones irreversibles; adicionalmente, las deformaciones por servicio pueden causar el deterioro en la superficie de cualquier estructura e incluso puede perjudicar la durabilidad y funcionalidad de la estructura. Posteriormente, brinda los criterios para el cálculo, control y verificación de las deflexiones, siguiendo el lineamiento clásico del cálculo elástico en diferentes materiales, todo esto a criterio del diseñador. Dicho tema indica lo siguiente: [...] “La rigidez de la sección transversal es usada para determinar la deflexión” [...]; en otras palabras, esto es para mantener el comportamiento real de los elementos instalados por efectos de las cargas externas.

En la sección 5, “Concrete structures”, los efectos no lineales del concreto deben incluirse junto con la rigidez, siguiendo la referencia del ACI 209. Además, se menciona las propiedades mecánicas del concreto que son aplicadas en el cálculo lineal de elemento con dicho material para representar el comportamiento de las vigas de sección compuesta. En el acápite 5.7.3.6 “Deformations”, [...] “las deflexiones deben ser acomodadas con los cambios dimensionales causados por las cargas, flujo plástico, retracción, cambios térmicos, ensamblaje y pre esforzado” [...], en el cálculo de deflexiones, tal como se presenta el siguiente método simplificado:

[...] “Deflexiones deben considerar cargas muertas, cargas vivas, presforzado, cargas aplicadas, flujo plástico y retracción del concreto, y relajación del concreto.

En función de la geometría, la deflexión instantánea debe ser calculada, usando el módulo de elasticidad del concreto, momento de inercia de la sección bruta (I_g), o el momento de inercia efectivo (I_e) como se observa en la siguiente ecuación:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \quad (5.5)$$

En donde:

$$M_{cr} = f_r \frac{I_g}{y_t} \quad (5.6)$$

Donde:

M_{cr} : Momento de fisuramiento (kip-in.).

f_r : Módulo de rotura del concreto (ksi).

y_t : Distancia del eje neutro hacia la fibra en tensión (in.)

M_a : Máximo momento en una componente en donde la deformación es calculada.

A no ser que una mayor determinación sea hecha, las deflexiones de larga duración pueden ser tomadas como instantáneas multiplicando por los siguientes factores:

Si la deflexión instantánea es basada en I_g : 4.0

Si la deflexión instantánea es basada en I_e : $3.0 - 1.2 \left(\frac{A'_s}{A_s} \right) \geq 1.6$

Donde:

A'_s : Área de refuerzo en compresión (in.²).

A_s : Área de refuerzo en tensión (in.²).” [...] (AASHTO, 2012).

Como se observa, las deflexiones instantáneas son calculadas con base a métodos de sección transformada en rango lineal. Si se quiere hacer un cálculo más exhaustivo, se debe de tener en cuenta las propiedades no lineales del concreto, así como flujo plástico y retracción, en consecuencia, las deflexiones diferidas son calculadas, tomando un factor que multiplicado por las deflexiones instantáneas, resultando en deflexiones a largo plazo.

CAPÍTULO VI. INFLUENCIA DE LOS ELEMENTOS CONSTITUYENTES Y PROPIEDADES DIVERSAS

Las propiedades mecánicas de los elementos de la sección compuesta influyen considerablemente en el cálculo, control y verificación de las deflexiones totales. En el presente capítulo, se indica las propiedades diversas de los materiales y la influencia en los elementos constituyentes (losa de concreto, acero de refuerzo, viga de acero y conectores de corte).

6.1 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES CONSTITUYENTES

6.1.1 CONCRETO

6.1.1.1 Módulo de elasticidad

El módulo de elasticidad es la relación entre el esfuerzo y la deformación debido al comportamiento lineal-elástico presente en el concreto para una mejor representación. Para aproximar dicha relación, se aplica el método de la tangente, que es una recta que toca a la curva de esfuerzo-deformación en un punto para luego calcular la pendiente.

La ecuación 6.1 es influenciada por los materiales y las proporciones del diseño de mezcla en el concreto a usar, aplicado en concretos de alta resistencia hasta concreto ligeros.

$$E_c = 0.043 w_c^{1.5} \sqrt{f'_c} \text{ MPa} \quad (6.1)$$

Donde w_c es el peso específico del concreto y f'_c es la resistencia a la compresión del concreto.

6.1.1.2 Módulo de ruptura

Es la máxima resistencia a la tensión por flexión que puede resistir el concreto antes de observar la fisuración (los esfuerzos de tracción exceden los máximos permisibles). Este módulo considera de 10% a 20% la resistencia a la compresión para el cálculo de las propiedades.

$$f_r = 0.013 \sqrt{w_c f'_c} \text{ MPa} \quad (6.2)$$

En la ecuación 6.2, se observa que f_r es la resistencia de rotura del concreto, w_c es el peso específico del concreto y f'_c es la resistencia a la compresión del concreto.

6.1.2 ACERO

El acero está presente en el perfil tipo "I" o "W", conectores de corte y en el refuerzo de la losa de concreto, por tal motivo las propiedades mecánicas influyen notablemente en el diseño y análisis de la sección.

A continuación, se presentan las principales propiedades mecánicas del acero que resultan de pruebas de laboratorio con diferentes tipos de acero que consideran la geometría, la velocidad de la carga y la temperatura, ya que éstas gobiernan el comportamiento por su composición química y por sus procesos de fabricación.

Para estudiar la tracción, el espécimen es cargado axialmente por medio de la prueba de tensión en una muestra no esbelta para evitar el pandeo axial, observándose una deformación axial que reduce la sección transversal inicial hasta llegar completamente a la falla por fractura dúctil (el acero entra en la plástica y excede su límite), estos resultados se observan en el diagrama de esfuerzo-deformación, ver figura N° 6.1.

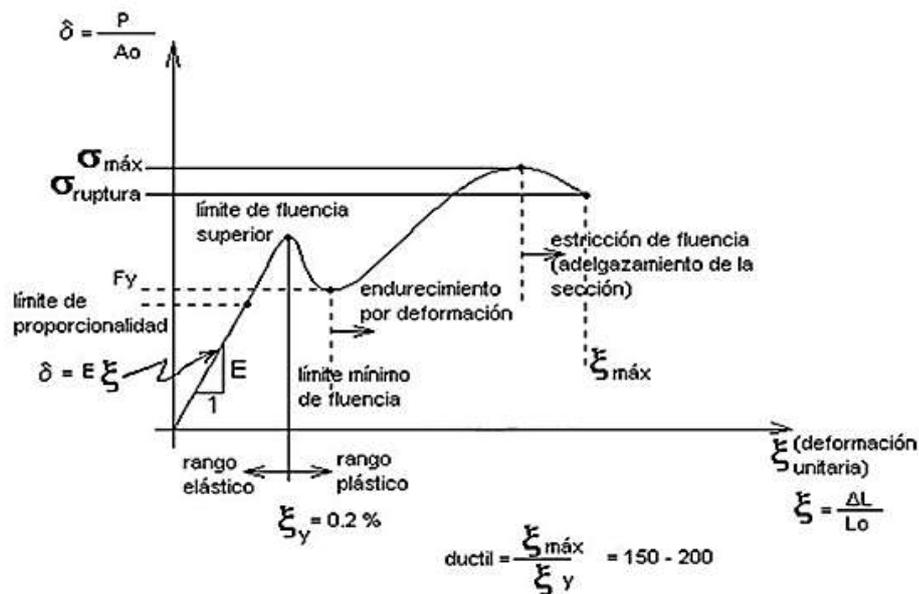


Figura N° 6.1 Gráfico de esfuerzo-deformación del acero estructural A-36

Fuente: (<http://www.monografias.com/trabajos72/diagrama-esfuerzo-deformacion/diagrama-esfuerzo-deformacion2.shtml>)

En la figura N° 6.1 se observa una zona inicial de los esfuerzos y deformaciones, en un rango lineal-elástico; el límite superior, se denomina límite de fluencia en donde el acero tiende a fluir (esfuerzos permanecen constantes y no existe una deformación muy grande) hasta al punto de rotura, dicha región es gobernada por el rango plástico, observándose una deformación prolongada sin ayuda de esfuerzos actuantes al inicial en mayor proporción. La deformación plástica

continúa hasta el segundo límite mínimo de fluencia, a partir de este punto de tensión máxima, se empieza a disminuir la resistencia del acero en forma constante hasta llegar al punto de rotura, donde el acero pierde toda su resistencia. La deformación unitaria plástica es de diez a veinte veces mayor a la deformación inicial, denominándose ductilidad del acero.

A continuación, se define las propiedades mecánicas que caracterizan al acero.

6.1.2.1 Elasticidad

Es la propiedad que tienen los cuerpos para recuperar su estado inicial, después de deformarse al aplicar una carga externa. Esto se observa cuando al quitar la carga, el cuerpo recupera su estado inicial por el comportamiento lineal-elástico que presenta, ya que depende proporcionalmente a la carga aplicada.

6.1.2.2 Límite de elasticidad

El límite de elasticidad es la tensión máxima de tipo uniaxial para que se comporte en el rango lineal, considerando este límite, el material puede ser calculado, aplicando las suposiciones de la mecánica de materiales (ley de Hooke, principio de superposición, sección plana constante y otros), simplificando el cálculo en gran medida.

6.1.2.2 Plasticidad

Es una propiedad que permite a los cuerpos mantener su deformación frente a la carga aplicada porque al quitar una carga, la deformación se convierte de tipo permanente e irreversible.

6.1.2.3 Límite de fluencia

El límite de fluencia es la tensión producida a partir de la presencia de grandes deformaciones sin incremento en el esfuerzo alguno. Como se observa en la figura N° 6.1 de esfuerzo-deformación el acero tiende a entrar en rango plástico a partir del límite de fluencia.

El límite de fluencia varía dependiendo del grado de acero, ya que el grado es producido con diferentes porcentajes de materiales y diferentes procesos de fabricación, ver figura 6.2

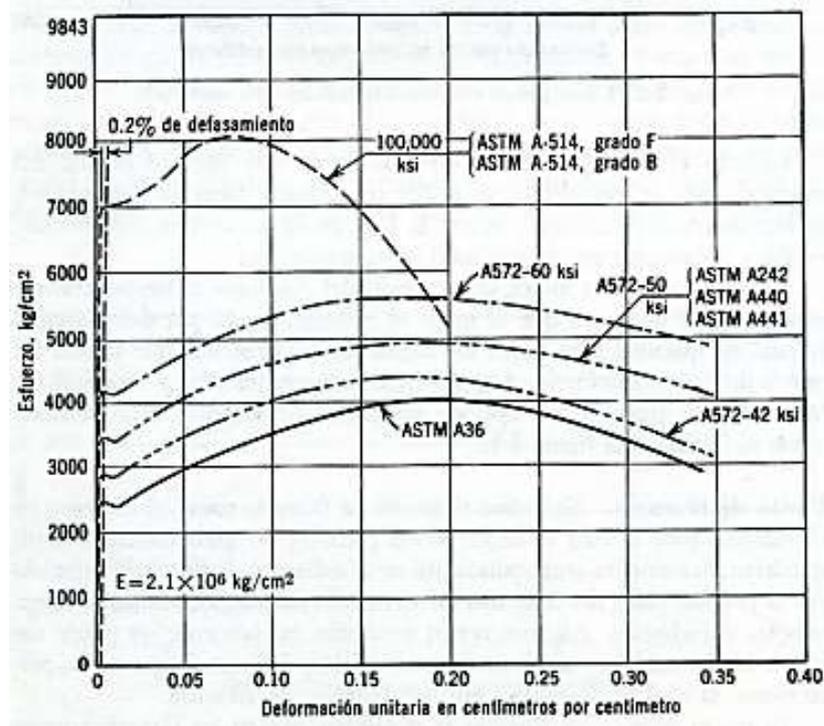


Figura N° 6.2 Curvas esfuerzos-deformación en diferentes grados de acero.

6.1.2.4 Módulo de elasticidad

Es la relación entre el esfuerzo y deformación en la región elástica inicial de la curva esfuerzo. Este valor se determina por una pendiente en esa región.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (6.3)$$

Siendo para el caso del acero estructural, $E = 2100000 \text{ MPa}$ a partir de ensayos experimentales.

6.1.2.5 Módulo de corte

El módulo de corte mide la resistencia a la deformación del acero por corte.

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (6.4)$$

Siendo para el caso del acero estructural, $G = 81\ 000 \text{ MP}$ a partir de ensayos experimentales.

6.2 INFLUENCIA DE LOS ELEMENTOS CONSTITUYENTES

6.2.1 INFLUENCIA DEL CONCRETO EN LA LOSA

6.2.1.1 Flujo plástico del concreto

Se define al flujo plástico como el incremento de la deformación unitaria en el concreto debido a las aplicaciones de las cargas externas en el tiempo. Este efecto es de largo plazo gracias a que la deformación continua en el tiempo, aumentando gradualmente en un porcentaje grande comparada a la inicial.

El flujo plástico ocurre por la hidratación de la pasta de cemento que consiste en la pérdida del comportamiento plástico; por ello, los agregados del concreto no pueden tomar los esfuerzos internos por ser más rígidos que los componentes de la pasta. Estos agregados tienen como función la restricción del flujo que depende del módulo de elasticidad y del volumen. Igualmente, el flujo plástico es dependiente de las propiedades mecánicas, tiempo de aplicación de las cargas sostenidas, condiciones del ambiente y las magnitudes de las cargas aplicadas.

De acuerdo a análisis experimentales, la deformación por flujo plástico es proporcional a la carga sostenida en un porcentaje inmediato; incluso posee una parte lineal, ver figura N° 6.3.

Algunas investigaciones indican que dicha parte (flujo plástico lineal) varía hasta una tensión en compresión de $0.5f'_c$, por lo que se puede aplicar el principio de superposición, siguiendo con la aparición del rango no lineal-plástico que resulta en deformaciones permanentes e irreversibles.

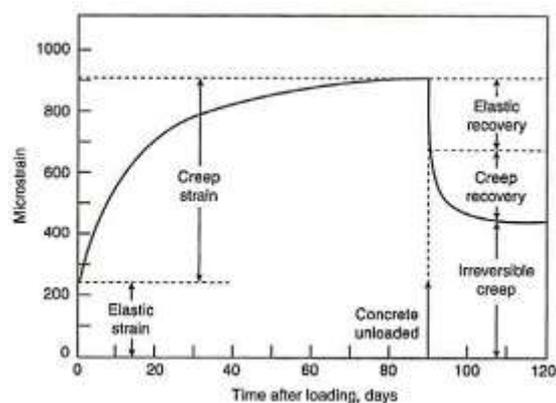


Figura N° 6.3 Deformación vs tiempo, modelo visco elástico del concreto.

Fuente: (Mindess and Young, 1981).

Si la carga sostenida, ver figura N° 6.3, es removida después de tiempo, las deformaciones decrecen inmediatamente en dicha magnitud. Esta deformación

generalmente es más pequeña que la deformación inicial, en consecuencia, la recuperación instantánea de la deformación es seguida por un incremento gradual denominado recuperación del flujo que es siempre menor que el flujo inicial porque es una deformación residual de tipo irreversible. (Neville *et al* 2010) [55]. En otras palabras, el flujo plástico origina una deformación inelástica en el tiempo que no recupera su forma inicial (permanente), en tal sentido, si un espécimen es descargado después de un gran periodo de carga sostenida, la magnitud de flujo plástico se recupera en un 40-50% de la deformación producida, entre un 10 y 20% de la deformación total por flujo plástico, y el restante queda afectado por otros efectos de los elementos de la sección compuesta.

Función flujo plástico

Bajo cargas aplicadas sostenidas, el flujo plástico se expresa matemáticamente en función de los esfuerzos internos y propiedades no lineales de los materiales.

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + \varphi(t, t_0)] \quad (6.5)$$

Donde $\varphi(t, t_0)$ es el coeficiente dimensional del flujo plástico, y está en función a la edad del concreto (tiempo de vida) y el inicio del tiempo de aplicación de la carga.

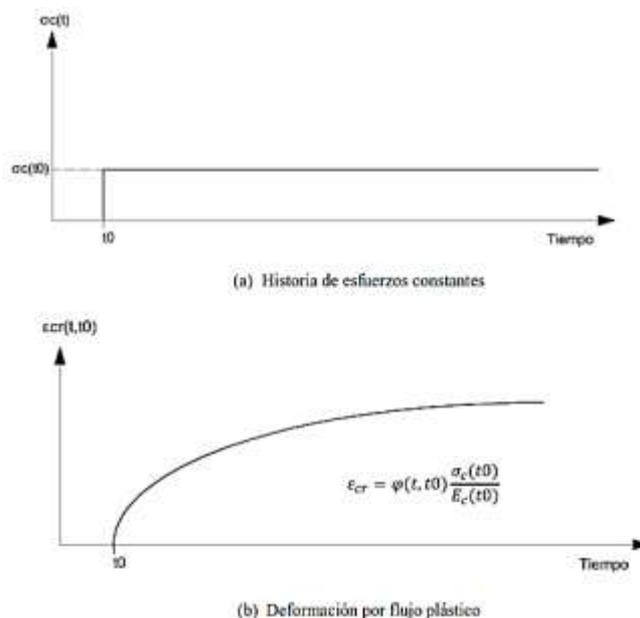


Figura N° 6.4 Deformación por flujo plástico.

En la figura N° 6.4a, se observa la historia de esfuerzos debido a la aplicación de una carga constante. No obstante, la carga continua aplicándose en el elemento en el tiempo, apareciendo esfuerzos constantes que afectan las deflexiones a largo plazo que aumentan gradualmente, ver la figura N° 6.4b.

6.2.1.2 Retracción del concreto

La retracción del concreto es una deformación en el tiempo, ésta ocurre en un espécimen de concreto por el cambio de volumen sin la necesidad de aplicar cargas a condiciones normales (temperatura constante). La retracción se clasifica en los siguientes tipos: plástica, química, térmica y por secado, dichas ocurren en diferentes etapas de vida del concreto; así por ejemplo, la retracción plástica aparece en el proceso de endurecimiento.

Tipos de retracción

La retracción plástica ocurre debido a la tensión capilar en los poros que disminuye drásticamente las tensiones internas del concreto, se puede evitar durante el proceso de construcción, controlando el proceso de exudación (proceso de pérdida de agua en la mezcla de concreto por la temperatura, la humedad, la composición química y otros); incluso, la falta de humedad produce poros que son llenados con aire.

La retracción por secado es la reducción del volumen, causada principalmente por la falta de humedad en la pasta de cemento. Este fenómeno depende de los factores como la mezcla de concreto (cemento, contenido de agua, relación agua-cemento, granulometría de los agregados y otros), influyendo cuando se supera la resistencia a la tracción, apareciendo fisuras en sentido paralelo a la acción de la tensión misma; así por ejemplo, se observa en veredas o elementos cuya superficies están en contacto con el ambiente (piel de cocodrilo).

La retracción química es el resultado de varias reacciones químicas que son producidas por los componentes internos del concreto o de los materiales que tienen contacto en estado endurecido, esta ocurre después de días de la fragua del concreto, con base de las condiciones ambientales.

En la retracción térmica, la diferencia de temperaturas dentro de la estructura de concreto es provocada por los componentes internos que pierden calor de hidratación a diferentes velocidades o por las condiciones climáticas que enfrían o calientan una parte de la estructura, produciendo una reducción de volumen gracias a la diferencia de temperaturas.

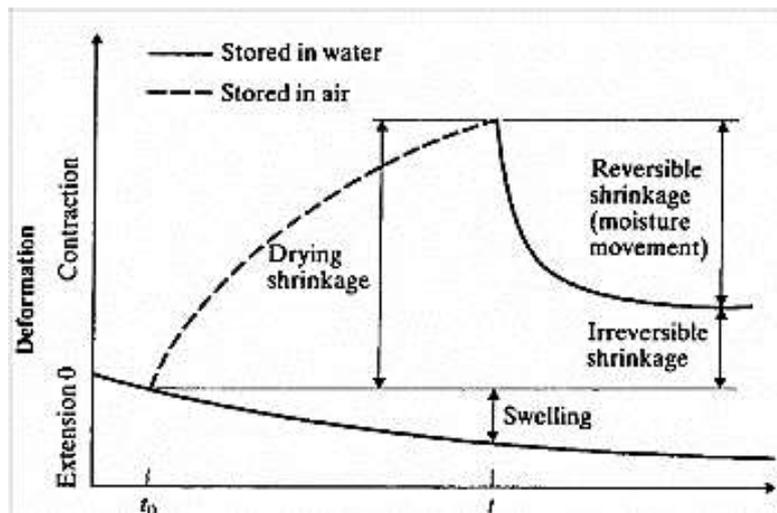


Figura N° 6.5 Retracción por secado del concreto a humedad constante.

Fuente: (Neville et al. 2010)

En la figura N° 6.5, se observa la recuperación ocurrida de la retracción del concreto debido a una humedad constante, las deformaciones permanentes se reducen en un 40%-70% con respecto a la inicial, considerando un comportamiento plástico. En condiciones normales, el concreto no es afectado por la humedad constante sino por los tiempos reducidos (curado), por tanto se recupera menos comparado al caso inicial, ver figura N° 6.6.

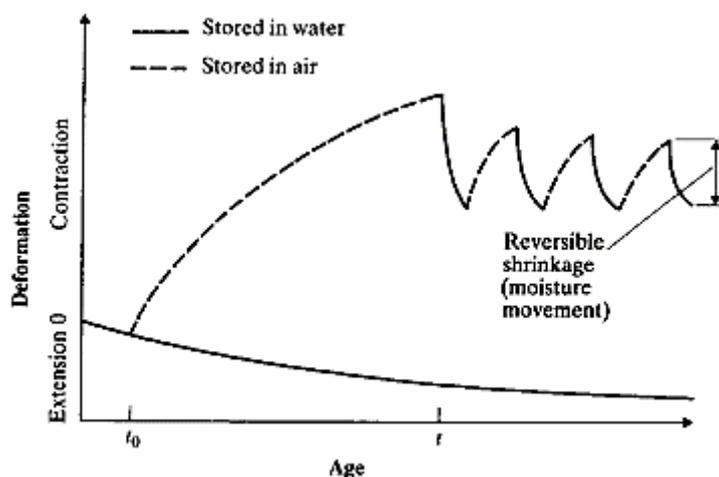


Figura N° 6.6 Retracción por secado del concreto a humedad variable.

Fuente: (Neville et al. 2010)

Factores que influyen en la retracción

Varios factores de igual manera al flujo plástico como agregados, cemento, curado, etc. El factor más importante de tipo interno es el agregado, ya que restringe la magnitud del fenómeno de retracción en la pasta de cemento en una

relación constante de agua-cemento y un cierto grado de hidratación (Neville et al 2010) [55].

Los factores externos que afectan a la retracción son: las condiciones ambientales y la humedad.

Función de retracción del concreto

Los esfuerzos causados por la retracción son reducidos o tomados por el flujo plástico, por tal motivo deben ser considerados en el análisis de deformaciones en forma matemática

$$\epsilon_{cs}(t, t_s) = \epsilon_{cs0} \beta_s(t - t_s) \quad (6.6)$$

Donde ϵ_{cs} es la deformación por retracción total que ocurre después del endurecimiento del concreto en un tiempo indefinido. El valor de ϵ_{cs0} depende de la calidad del concreto, el ambiente y la humedad; la función $\beta_s(t - t_s)$ es adoptada de MC-90, un modelo de predicción del flujo plástico y la retracción en el tiempo, ver ACI 209.

6.2.1.3 Relajación del concreto

El concreto también exhibe un comportamiento común llamado esfuerzos de relajación, un esfuerzo elástico generado en el espécimen que tiende a decrecer en el tiempo, si el esfuerzo inicial se mantiene, debido al decrecimiento de esfuerzos del concreto. (Kim, 2014) [42].

Si el concreto mantiene sus características geométricas iniciales, la deformación por relajación no varía, observándose que los esfuerzos internos disminuyen progresivamente por otros efectos. La formulación matemática empleada para la función de relajación es la siguiente:

$$\sigma_c(t) = \epsilon_c r(t, t_0) \quad (6.7)$$

Donde $r(t, t_0)$ es la función de relajación debido a una carga sostenida en un tiempo t .

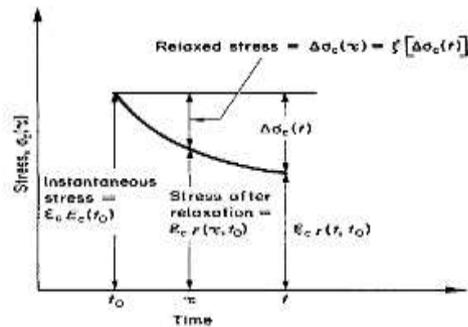


Figura N° 6.7 Variación de esfuerzos por relajación.

Fuente: (Amin *et al* 2002).

Los esfuerzos por relajación aumentan en relación al tiempo de aplicación de la carga porque estos dependen de la magnitud de otros esfuerzos no constantes del concreto, ver figura N°6.7, que muestra el decrecimiento progresivo de los esfuerzos por relajación.

6.2.1.4 Principio de superposición

Los efectos de flujo plástico, retracción y relajación del concreto presentan relaciones de tipo lineal, inicialmente, lo que supone a una aplicación de efectos simultáneos de acuerdo a la mecánica de materiales.

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + \varphi(t, t_0)] + \int_0^{\Delta\sigma_c(t)} \frac{[1 + \varphi(t, \tau)]}{E_c(\tau)} d\sigma_c(\tau) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (6.8)$$

Se observa la deformación total en función del tiempo (t), donde $\varepsilon_c(t)$ muestra la acción conjunta de efectos instantáneos y diferidos, considerando las propiedades mecánicas y cargas aplicadas en la estructura, t_0 y t que son las edades iniciales y finales, respectivamente, τ es la edad promedio entre t_0 y t .

El coeficiente de edad (X)

Este coeficiente representa la edad del concreto considerando las etapas de no endurecimiento y endurecimiento, lo que indica un factor de reducción debido a la función del flujo plástico en el tiempo.

En la ecuación 6.8, el segundo término de la ecuación requiere una solución, por tal motivo, se emplea el coeficiente de edad que incluye las condiciones externas (condiciones de ambiente, proceso de curación y otros) y las condiciones internas (composición interna).

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + \varphi(t, t_0)] + \frac{\Delta\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + X \cdot \varphi(t, t_0)] + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (6.9)$$

En la ecuación 6.9, se observa el incremento de esfuerzo $\Delta\sigma_c(t)$ desde un tiempo t_0 hasta un tiempo t , el coeficiente de flujo plástico $\varphi(t, \tau)$ es reemplazado por un valor reducido que factora a $\varphi(t, t_0)$, tomando un valor de $X\varphi(t, t_0)$ para resolver la ecuación 6.8, donde $X = X(t, t_0)$ es denominado coeficiente de edad, cuyo coeficiente varía de 0.6 a 0.9.

El primer término de la ecuación 6.5 representa la deformación instantánea debido al esfuerzo $\sigma_c(t_0)$ en el tiempo; el segundo término es la deformación diferencial $\Delta\sigma_c(t_0)$ en un tiempo t_0 hasta t y el último término es la deformación por retracción.

El principal objetivo del coeficiente es el cálculo de deflexiones y esfuerzos en efectos dependientes en el tiempo, considerando condiciones normales para dicho efecto.

6.2.1.5 Deformación total del concreto

Como se menciona, las deformaciones totales del concreto ocurren simultáneamente, gracias al comportamiento elástico-lineal que presentan los efectos por separado, esto se aplica por el principio de superposición.

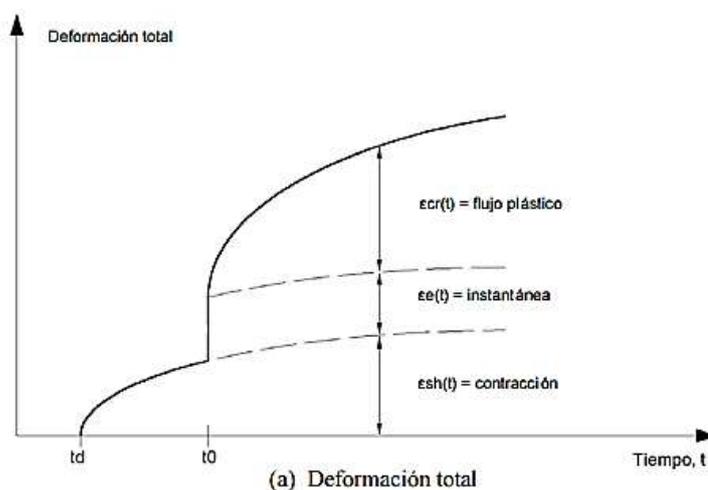


Figura N° 6.8 Deformación total del concreto bajo cargas sostenidas.

6.2.1.6 Influencia de la forma de losa de concreto

La transferencia de las fuerzas internas en la losa de concreto depende del tipo de sistema a usar (maciza o compuesta), ya que produce efectos internos diferentes. En ambos casos, el conector de corte queda conectado mecánicamente a la losa de concreto presentando un área circundante de

concreto con diferentes fuerzas internas en cada tipo, ver figura N° 6.9. Al aplicar las cargas actuantes se observa que en las regiones aparecen esfuerzos internos tanto compresión como tracción que producen efectos o respuestas estructurales (aplastamiento, agrietamiento, vibración, etc) en el sistema estudiado.

Después de la aplicación de dichas fuerzas, los esfuerzos aparecen, ver figura N° 6.9; en consecuencia las respuestas estructurales también tanto agrietamiento como aplastamiento, ver figuras 6.10 y 6.11, en los casos de losa maciza o losa compuesta, el área de contacto difiere, generándose diferentes planos de corte¹⁵ en el espesor de la losa de losa de concreto.

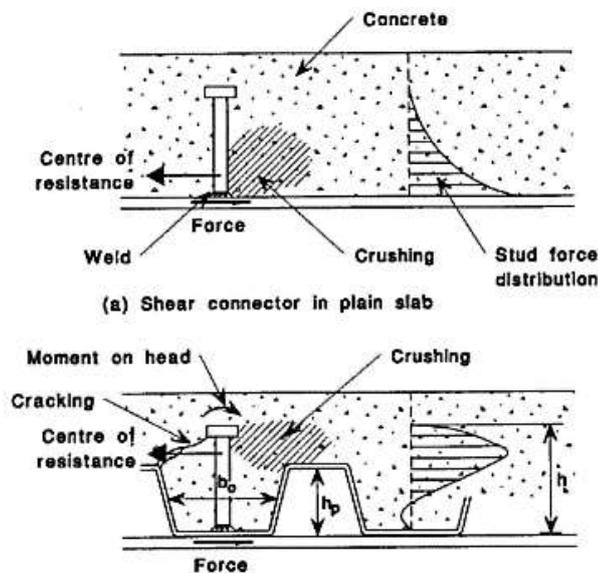


Figura N° 6.9 Efectos ocurridos en el concreto por el tipo de losa.

Fuente: (Lawson *et al.* 1994).

En el sistema de losa colaborante, la transferencia de fuerzas cortantes en los conectores difiere de manera significativa por las planchas metálicas, ya que el concreto no se reparte uniformemente alrededor en el espesor de la losa, generando que la distribución de esfuerzos ocasione una zona de falla de corte no uniforme, una distribución de esfuerzos no constantes, siendo mayores en la sección con menos espesor de la losa, ver figura N° 6.9.

En la losa maciza, la parte inferior del conector de corte es afectada por las fuerzas laterales del concreto, presiones, provocando una acumulación de esfuerzos en

¹⁵ Referido al plano de corte donde ocurre la respuesta de fisuramiento.

la las zonas confinadas por el ala superior de la viga de acero, creciendo en función del espesor de la losa.

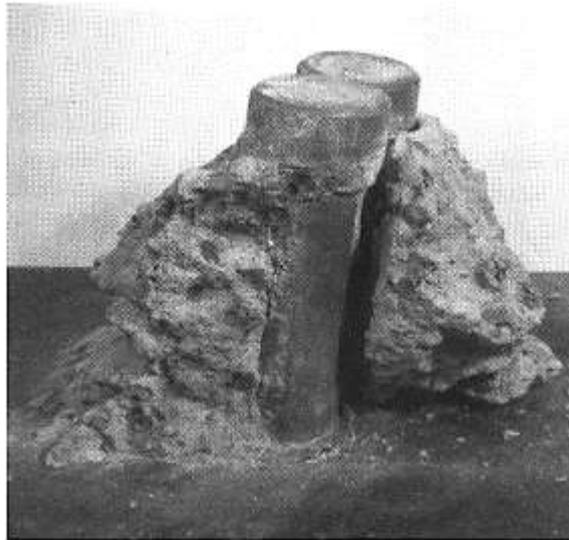


Figura N° 6.10 Comportamiento real del conector de corte.

Fuente: (Oehlers y Bradford, 1995).



Figura N° 6.11 Fallas por corte en los conectores.

Fuente: (Oehlers y Bradford, 1995).

La deformación relativa de los conectores como se observa en las figuras N° 6.10 y 6.11 es causada por las fuerzas de corte producidas por las cargas externas, demandas estructurales. En efecto, aparecen esfuerzos de compresión y de tracción por el confinamiento de la viga de acero (ala superior) que equilibran el desplazamiento relativo entre los diferentes materiales, concreto y acero. De igual manera, internamente, aparece un momento actuante; a causa de dicho efecto, la parte superior del conector se desplaza en sentido transversal, produciendo esfuerzos de tracción en el conector en la zona de base, seguido con la compresión del concreto en la parte inferior ya que se trata de equilibrar la fuerza

de corte con el momento relacionado al conector, ocasionando un efecto de aplastamiento que sobrepasa la capacidad máxima y también efectos de tracción en otras zonas circundantes del concreto, además, de que la fuerzas de corte actúa en mayor proporción en la zona inferior por el sistema de conexión entre el conector y el perfil metálico y la profundidad de losa de concreto. En la figura N° 6.12, se observa las zonas tanto tracción como compresión.

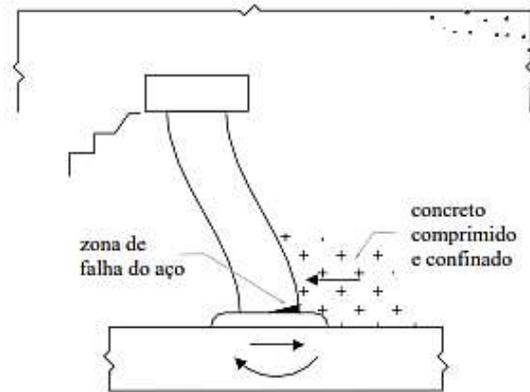


Figura N° 6.12 Esquemas de zona de tracción y compresión en el concreto.

Fuente: (Kotinda, 2006)

De acuerdo a datos experimentales, el comportamiento real de los conectores influye considerablemente en las deflexiones totales, ya que unen a todos los elementos mediante la adherencia entre materiales. A partir de estos alcances, se determina el tipo de interacción en la viga compuesta (completa o parcial); consecuentemente, el cálculo de deflexiones se realiza de acuerdo a esos dos tipos de interacción, este efecto en el conector se observa en los ensayos push out de conectores de corte.

6.2.1.7 Influencia de la transferencia de la fuerza cortante en el acero de refuerzo

Los esfuerzos de corte aparecen por el deslizamiento entre dos elementos de diferentes materiales, produciéndose una separación de superficies a nivel de partículas; éstos son resistidos por la acción conjunta del acero de refuerzo y el concreto. En la losa de concreto, el acero de refuerzo debe resistir el esfuerzo de tracción en un mayor porcentaje, porque el concreto tiende a fallar por fragilidad por su baja capacidad, ambos tipos de tensión son resistidas por la fuerza de fricción ocasionada entre las partículas de las superficies del concreto y del acero corrugado. Por tal motivo, el acero de refuerzo es pieza clave en la transmisión de esfuerzos longitudinales a nivel de la losa de concreto, ver figura N° 6.13.

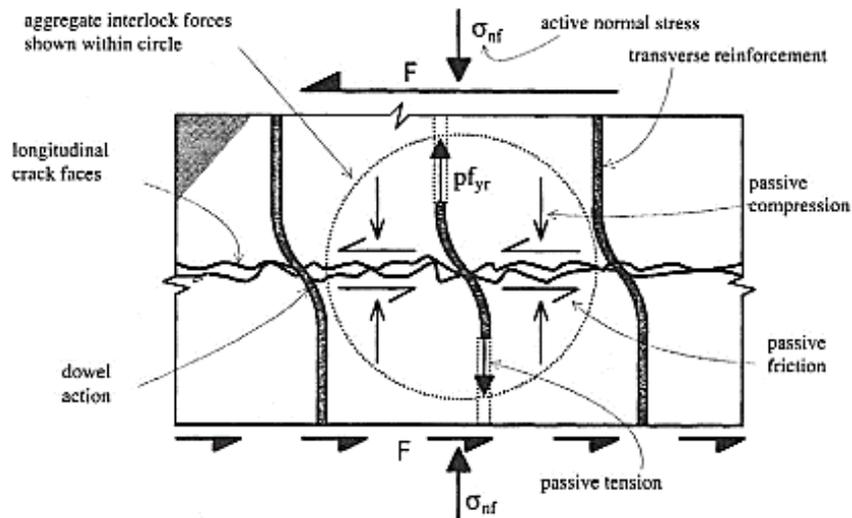


Figura N° 6.13 Transferencia del corte a través de una fisura de concreto.

Fuente: (Derick et al, s.f.)

En la losa, el acero longitudinal asegura el correcto flujo de la fuerza cortante a través de las fisuras provocadas por la tracción del concreto, generando una fuerza de fricción entre las superficies dadas. Estas fuerzas (tangenciales) son asumidas por las fuerzas de corte por el acero de refuerzo debido a que actúa en forma paralela a las solicitaciones presentes en efectos lineales.

6.2.1.8 Influencia del efecto “shear lag”

Las teorías convencionales de ingeniería asumen que los elementos permanecen planos después de haber sido sometidos a fuerzas internas o externas, pero esta suposición no es válida; ya que el comportamiento real tiende a deformar, incluso, a la sección transversal. “El término “shear lag” es usado para describir las discrepancias entre la teoría de aproximación de ingeniería (cálculo simplificado) y el comportamiento real. En ambos casos, es causado por el incremento de los esfuerzos del concreto situados en la parte superior; caso contrario para las secciones de concreto situados de la parte superior en donde los esfuerzos disminuyen”. (Derick et al. s.f.) [23].

Aplicando la mecánica de materiales, una viga simplemente apoyada con una carga concentrada en el centro produce un diagrama de fuerzas cortantes (figura N° 6.14). A partir de este diagrama, se observa que la fuerza queda dividida equitativamente en dos partes, esto indica que el flujo de la fuerza cortante no es constante hasta la mitad del ancho de la sección, lo que causa el fenómeno denominado “shear lag”. En orden de mantener una fuerza cortante constante,

diversos ajustes han sido desarrollados como el ancho efectivo para la redistribución de fuerzas internas. (Derick *et al. s.f.*)[23].

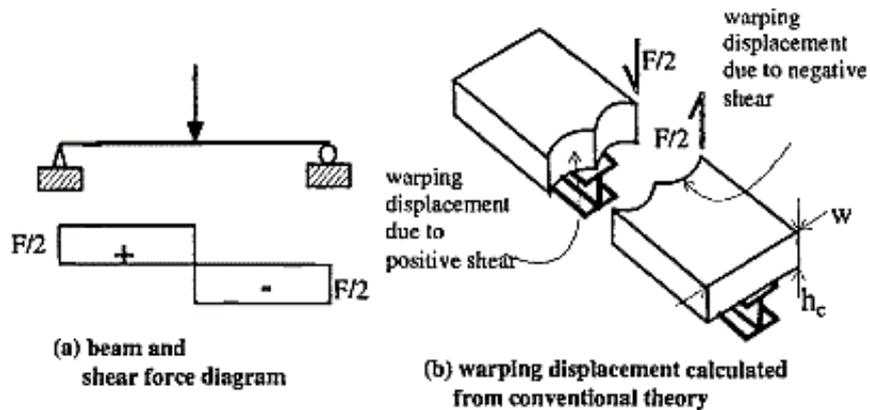


Figura N° 6.14 Distribución longitudinal del flujo de corte en una viga de sección compuesta.

Fuente: (Derick *et al. s.f.*)

En el caso de la sección transversal, los esfuerzos del concreto son mayores en las superficies de apoyo losa-viga, observándose una variación de tensiones en el eje axial de la sección. Dichas tensiones disminuyen progresivamente en forma no lineal hasta a un ancho determinado que constituye el nivel de volumen de concreto a usar; de igual modo, las tensiones máximas se basan en un ancho efectivo para el diseño de la losa. Esto se realiza para corregir y tener una mejor aproximación en tensiones así como se observa en la figura N° 6.15.

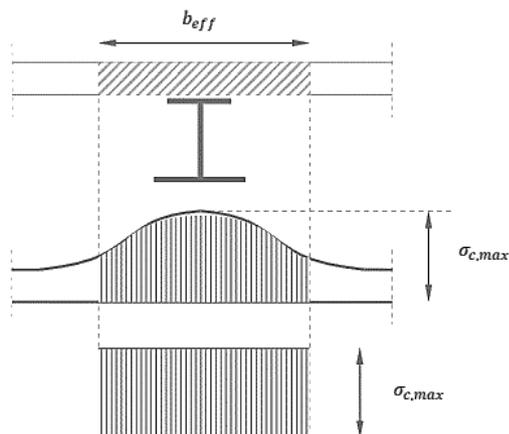


Figura N° 6.15 Distribución de esfuerzos por shear lag.

Fuente: (Alvarez *et al. s.f.*)

Estas redistribuciones de esfuerzos tienen como principal objetivo determinar el ancho efectivo para un flujo de fuerza de corte uniforme. A partir de esta suposición, las propiedades geométricas determinan las respuestas estructurales

(deflexiones), en consecuencia, el ancho efectivo es usado en el diseño de la sección.

El fenómeno “shear lag” es usado para determinar el ancho efectivo de la viga; donde el ancho de losa “ w ” es reemplazado por un ancho efectivo “ w_{eff} ” dada por la ecuación 6.10:

$$\frac{w_{eff}}{w} = \frac{\text{esfuerzo flector nominal}}{\text{esfuerzo flector máximo}} \quad (6.10)$$

6.2.3 INFLUENCIA DEL ACERO ESTRUCTURAL

En el sistema compuesto, el perfil de acero, “I” o “W”, tiene importancia en el cálculo, control y verificación de deflexiones porque considera sus propiedades geométricas para la determinación de requisitos estructurales tanto en estado de servicio como en estado último.

En dicho contexto, el acero estructural trabaja elásticamente porque el sistema compuesto no reúne las condiciones básicas para entrar fluencia (carga aplicada, temperaturas altas y otros) porque se desea que no existan deformaciones permanentes.

Asimismo, uno de los principales problemas es el pandeo elástico e inelástico debido a que la viga posee una baja capacidad por la esbeltez del elemento, por ello el pandeo debe ser verificado de forma global (longitudinal) y localizada (lateral) para que dicho perfil no se comporte plásticamente. Siguiendo tal condición, los perfiles de acero (“I” o “W”) son de tipo compacto no esbeltos porque se desea que no ocurra el pandeo en la estructura.

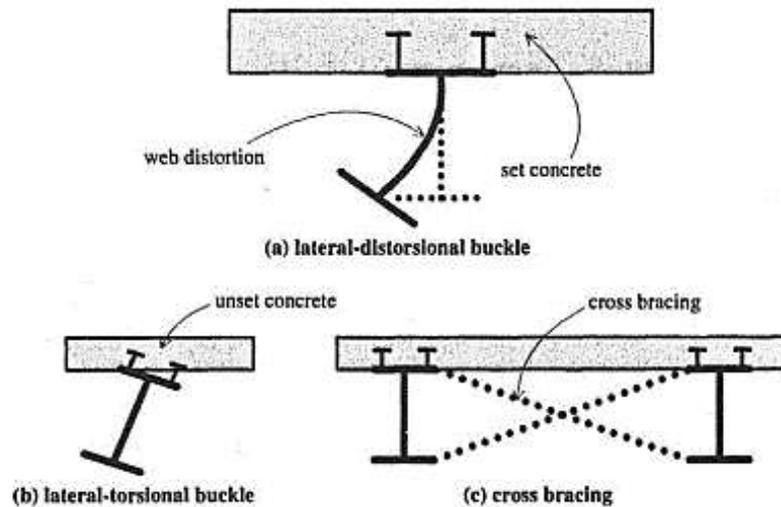


Figura N° 6.16 Tipos de pandeo en la viga de perfil.

Fuente: (Derick et al s.f.)

El pandeo lateral-distorsional (ver figura 6.16a) ocurre por la rigidez de la losa de concreto que está conectado mecánicamente a la viga que produce momentos, fuerzas axiales y fuerzas cortantes, ocasionando que el alma del perfil empiece a pandear debido a la baja rigidez presente. Este tipo de pandeo es el más perjudicial porque afecta los elementos individualmente, ocasionando su falla.

Por otro lado, el pandeo lateral-torsional debido a la baja rigidez torsional (alas anchas), aparece una torsión de la sección, resultando en una falla estructural (ver figura 6.16b), esto ocurre por el contacto de la viga de acero y la losa de concreto, produciendo ondas a lo largo del perfil, ver figura 6.17.

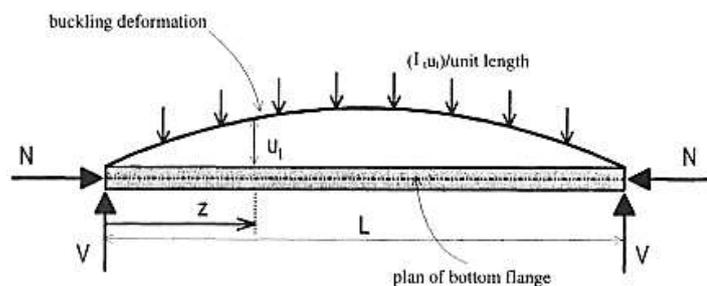


Figura N° 6.17 Fuerzas actuantes en el ala del perfil.

Fuente: (Derick et al s.f.)

Las fuerzas que condicionan la acción compuesta y por tanto el efecto de pandeo, se observa en la figura N° 6.17 se observa las fuerzas horizontales debido a la adherencia entre la losa y la viga (N), fuerzas cortantes (V) transmitidas perpendicularmente a los conectores hacia el ala del perfil.

En consecuencia, se deben evitar estos tipos de fallas para que la estructura no trabaje en rango plástico, y además las deformaciones no sean permanentes e irreversibles. Como método de solución, se arriostra, ver figura 6.16c, las vigas entre sí, todo ello para rigidizar horizontalmente, torsionalmente y así evitar el pandeo

6.2.4 INFLUENCIA DEL ACERO DE REFUERZO

El acero de refuerzo puede ser en forma de varillas corrugadas o lisas, torones o cables que son utilizados en secciones de concreto armado, pretensado y postensado, respectivamente. Otros elementos que se usan como refuerzo son las mallas electrosoldadas que cumplen la función de absorber y resistir las tensiones a tracción producidas por efectos internos y efectos externos del concreto.

En estado de servicio, el acero de refuerzo se usa como medida frente a las deflexiones obtenidas por la demanda de la estructura. Por otro lado, el flujo plástico tiende a influir de manera considerable a causa de la disminución de las tensiones internas, por ello, el acero absorbe los esfuerzos de tracción presente para que no se presente el fisuramiento y otros efectos.

Igualmente, el acero de refuerzo se emplea por el fenómeno de retracción porque el concreto tiende a disminuir en volumen y en superficie, este efecto ocasiona la reducción de su capacidad, ocasionando que trabaje en tracción.

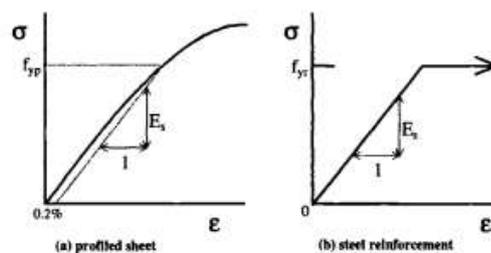


Figura N° 6.18 Curva de esfuerzo-deformación del acero reforzado: (a) planchas metálicas (b) barras de refuerzo.

Fuente: (Nethercot et al. 2004)

En la sección compuesta, la transferencia de esfuerzos tangenciales por la demanda se asegura mediante el acero de refuerzo, de manera que las solicitaciones internas en la losa de concreto sean transferidas hacia los conectores de corte longitudinalmente.

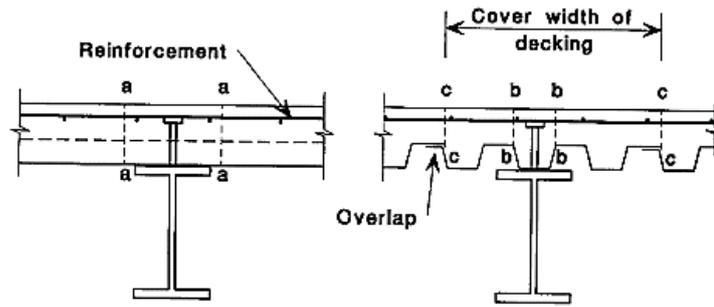


Figura N° 6.19 Fallas planares a través de la losa compuesta por el acero longitudinal.

Fuente: (Lawson *et al.* 1994).

La resistencia por corte por unidad de área en el plano de la viga de sección compuesta es:

$$v_{Rd} = 2.5A_{cv}\eta\tau_{Rd} + \frac{A_e f_{sk}}{\gamma_s} \leq \frac{0.2A_{cv}\eta f_{ck}}{\gamma_c} \quad (6.11)$$

Donde:

A_{cv} : Sección transversal del concreto por unidad de área.

τ_{Rd} : Fuerza cortante del concreto.

A_e : Área de acero de refuerzo transversal en cada plano.

f_{ck} : Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo.

η : Tiene el valor de 1.0 para pesos normales de concreto y $0.3 + 0.7 (\rho/2400)$ para concretos ligeros, donde ρ es la densidad del concreto (kg/m^3).

El corte longitudinal se transfiere a todo el sistema compuesto a través del acero de refuerzo en vigas continuas, pero en vigas discontinuas, la resistencia de corte para cada conector se calcula mediante la siguiente ecuación debido a la no continuidad de la losa de concreto en la viga (juntas de dilatación):

$$v_{pd} = \frac{N_r}{s} \frac{(4dt_s f_{yp})}{\gamma_{ap}} \quad (6.12)$$

Donde:

N_r : Número de conectores de corte en cada grupo en el ala superior de viga.

d : Diámetro del conector.

t_s : Espesor de la plancha metálica de acero

f_{yp} : Esfuerzo de fluencia del acero.

s : Espaciamiento de los conectores de corte.

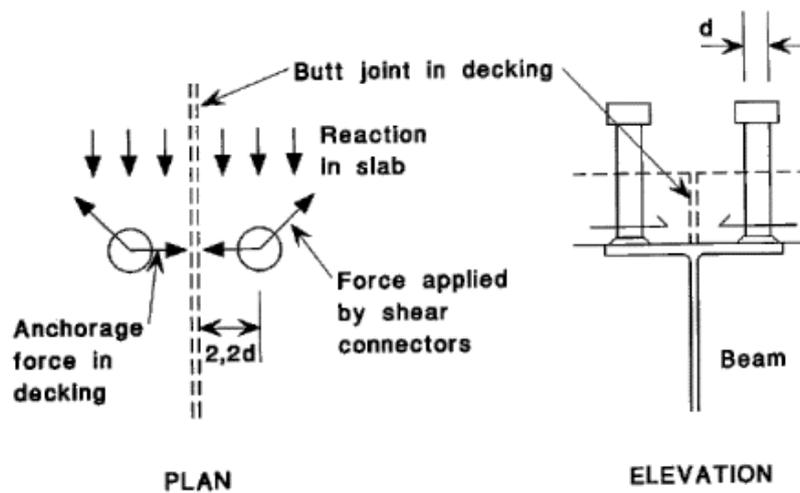


Figura N° 6.20 Esquema de la transferencia de fuerzas longitudinales debido al acero transversal en vigas discontinuas.

Fuente: (Lawson *et al.* 1994).

En la figura N° 6.20 se observa el efecto de transferencia en una viga discontinua que ocasiona que los esfuerzos no sean transferidos uniformemente por la junta presente en la losa. Este fenómeno de transferencia influye notablemente en las deflexiones porque la demanda es transferida por el acero de refuerzo hacia todos los elementos constituyentes, lo que asegura el correcto comportamiento de los miembros del sistema compuesto y la dependencia de los demás elementos hacia el acero.

6.2.5 INFLUENCIA DE LOS CONECTORES DE CORTE

6.2.5.1 Adherencia entre el concreto y el acero

El comportamiento de la viga de sección compuesta tiene una relación directa con el desplazamiento entre superficies debido a la adherencia del acero y el concreto. La aplicación de una carga perpendicular (F) en la interface de la losa-viga genera esfuerzos de compresión entre la conexión, implicando la acción de una fuerza normal entre superficies. La existencia de dos superficies de contacto entre la losa de concreto y la viga de acero producen una fuerza de fricción que tiende a contrarrestar la fuerza de corte existente por la demanda de la estructura, siendo representadas por la ley de Coulumb a partir de:

$$\tau_{lim} = \mu F + c \quad (6.13)$$

$$|\tau| \leq \tau_{lim} \quad (6.14)$$

En las ecuaciones 6.13 y 6.14, τ_{lim} es la fuerza máxima de fricción, τ es la fuerza actuante de fricción, μ es el coeficiente de fricción, F es la fuerza perpendicular a la superficie y c es una constante, si la fuerza de fricción actuante vence a la máxima permisible, el elemento se desliza y en consecuencia, se produce el fenómeno "slip".

El coeficiente de rozamiento entre la losa de concreto y la viga de acero puede ser estimado en 0.78 (rango permisible de 0.6 a 1.00) gracias a investigaciones realizadas por McCormik *et al.* [52]; en dichas investigaciones, se realizaron ensayos con superficies de mortero y acero estructural en diferentes bases de columnas.

Si la fuerza de fricción excede a la fuerza de fricción límite, las superficies de contacto empiezan a deslizar entre sí, en consecuencia, la losa de concreto tiende a expandirse longitudinalmente debido a las fuerzas perpendiculares aplicadas en la superficie. Al existir dos elementos de diferentes propiedades, el deslizamiento relativo aparece en dirección paralela a las fuerzas de corte. En la figura N° 6.21, se observa el estado inicial de la viga de sección compuesta con una fuerza externa aplicada ($F=0$), se observa un estado de equilibrio; luego de un tiempo de aplicar la fuerza ($F \neq 0$), el desplazamiento ocurre en un sentido paralelo a las fuerzas de corte. La diferencia de rigideces influye notablemente en las deflexiones diferidas, ya que el concreto al ser más rígido trata de restringir al acero, y como se espera la viga de acero se comienza a reducir la longitud del ala superior.

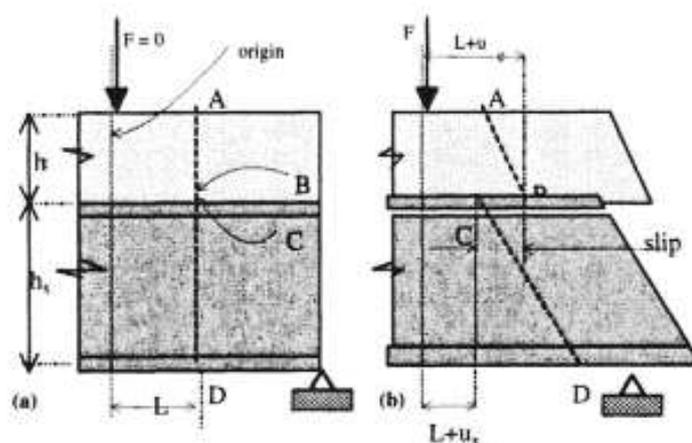


Figura N° 6.21 Fenómeno de deslizamiento.

Fuente: (Oehlers, 1995)

El desplazamiento a dichas de fuerzas de interacción es resistido por las propiedades mecánicas de los conectores, así por ejemplo en el cálculo

simplificado, esto está en función de la fuerza de corte, cuya diferencia resulta la fuerza neto total para los conectores de corte, ver figura N° 6.21.

6.2.5.2 Influencia del efecto de la curva de capacidad (load-slip)

El conector de corte, al ser un tipo de conexión, posee una parte denominada “cabeza”, cuya principal función es evitar la separación de la losa con la viga. Esta parte previene que la losa de concreto trabaje completamente; debido a que recibe un porcentaje de las cargas externas. De esta manera, es necesario que la rigidez del conector sea constante para tener una conexión adecuada, pero esto no sucede porque en el comportamiento real la rigidez no es constante. Esto se observa en ensayos denominados “push out” (ver figura N°6.22, ver Euro código 4), que comprenden dos losas de concreto conectadas en las alas de un perfil, “I”; luego, el espécimen se carga axialmente con un incremento progresivo en etapas, provocando fuerzas de corte en las alas y fuerzas axiales en el alma. De tal modo, el espécimen se carga por etapas que consideran la magnitud de la fuerza actuante; en efecto, se deforman los conectores en dirección paralela a la carga estructural, dando como resultado el gráfico de fuerza vs desplazamiento (capacidad) que denota el tipo de comportamiento del conector frente a cargas externas.



Figura N° 6.22 Ensayo "push out" para carga de corta duración.

Fuente: (Ban et al 2015)

El resultado de este ensayo se presenta en la figura N° 6.23 para una carga sostenida en un tiempo de aplicación que se presenta en diferentes tipos de conectores de corte para denotar el diseño más real.

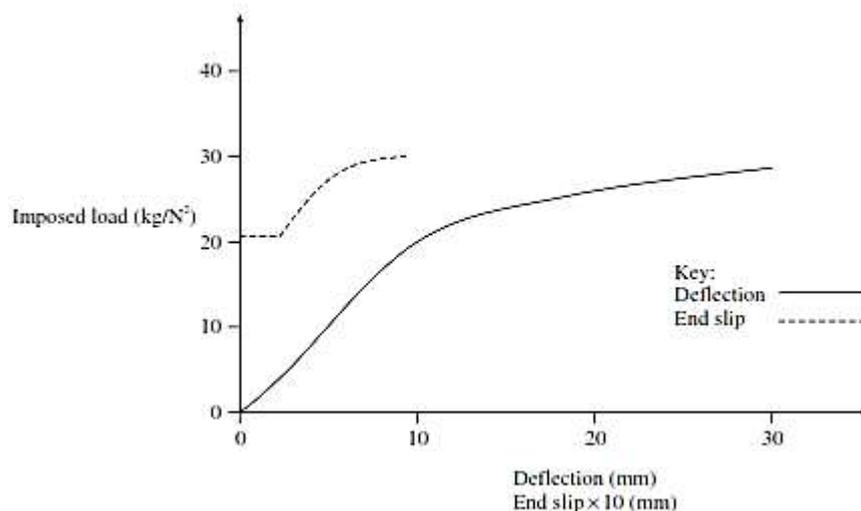


Figura N° 6.23 Gráfico de capacidad en conectores de corte.

Fuente: (Nethercot et al 2004)

La rigidez inicial de los conectores de corte presenta un comportamiento no lineal, debido al aumento progresivo de la carga actuante, ya que al inicio el conector su capacidad no es sobrepasada, consecuentemente aparecen las deformaciones que disminuyen su rigidez axial de manera no lineal, tal como se observa en la figura N° 6.23. Dicha no linealidad puede ser representada como una relación por flujo plástico, aplicando el método de aproximación “AEMM”, ver capítulo 3.

6.2.6 INFLUENCIA POR EL MÉTODO DE CONSTRUCCIÓN

Los métodos de construcción en vigas de sección compuesta dependiendo de tipo de solución estructural son los siguientes: apuntalado y no apuntalado.

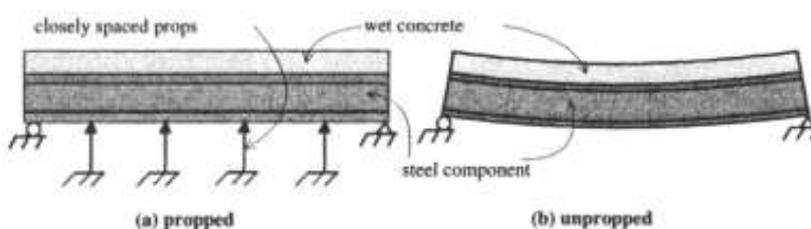


Figura N° 6.24 Apuntalamiento y no apuntalamiento de viga de sección compuesta.

Fuente: (Oehlers, 1995)

6.2.6.1 Sistema no apuntalado

En este sistema, el apuntalamiento de vigas se utiliza usualmente en el campo de puentes por sus grandes dimensiones, en vigas. Asimismo, cada componente se diseña de forma aislada, ya que, cada elemento soporta grandes cargas externas (sobrecargas, peso muerto, peso de barandas, etc); así por ejemplo, la viga de acero se diseña con base en las demandas totales, por tal motivo las respuestas

estructurales en estado de servicio son grandes, como por ejemplo contraflechas para contrarrestar deflexiones verticales grandes por cargas gravitacionales.

Igualmente, las deflexiones son analizadas linealmente en función de la viga aislada con sus propiedades mecánicas y geométricas (transversal y longitudinales) del acero estructural. No obstante, la influencia de la losa de concreto y los conectores no se consideran en este tipo de diseño debido a su comportamiento no lineal frente a las demandas reales.

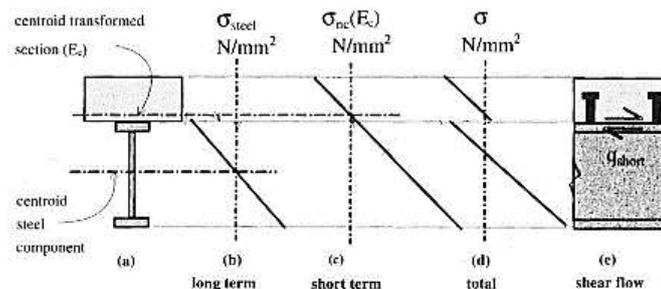


Figura N° 6.25 Distribución de esfuerzos para el caso de no apuntalamiento.

Fuente: (Oehlers, 1995)

6.2.6.2 Sistema apuntalado

La construcción apuntalada se utiliza para estructuras donde el peso del concreto húmedo es transferido directamente a la viga de acero, produciendo una conexión completa que luego será transferida a otros elementos estructurales, así por ejemplo, las columnas reciben las cargas transferidas. Por ende, se utilizan elementos verticales de sostenimiento (puntales estructurales) que son removidos cuando el concreto se ha endurecido (aproximadamente a los 10 días, al 75% de resistencia máxima a la compresión), lo que convierte al sistema en uno completo y con una perfecta adherencia (interacción completa).

De modo que se aplica la teoría de mecánica de materiales en el proceso de cálculo de las respuestas estructurales, así como la determinación de las respuestas estructurales a corto plazo, deflexión instantánea. Al mismo tiempo, para el diseño de la viga de sección compuesta se calcula la deflexión a largo plazo, usando la teoría de flujo plástico, retracción y otros efectos internos que se presentan en el concreto estructural.

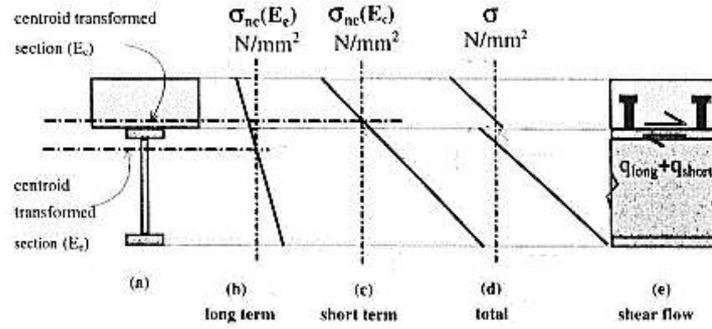


Figura N° 6.26 Distribución de esfuerzos para el caso de apuntalamiento.

Fuente: (Oehlers, 1995)

CAPÍTULO VII. LINEAMIENTOS PARA EL MODELAMIENTO DE VIGAS DE SECCIÓN COMPUESTA

El lineamiento para el modelamiento ha sido estudiado por diversos autores que idealizan las vigas de sección compuesta en función de sus componentes y de sus propiedades para obtener un comportamiento real y acertado. Por tal motivo, se establece un proceso de modelamiento que considera los modelos analíticos y experimentales, implementando la validación de datos como fuente de aproximación al comportamiento real.

El proceso de validar datos en este tipo de estudios es el siguiente:

1. Plantear modelos analíticos de acuerdo a las propiedades de los elementos y materiales constituyentes, así por ejemplo modelos de las propiedades constituyentes para las vigas de sección compuesta.
2. Estudiar modelos experimentales del tema a tratar; no obstante sino se encuentra información respecto al tema, se puede optar por desarrollar modelos experimentales en relación a investigaciones pasadas.
3. A partir de los datos obtenidos en ambos estudios (analítico y experimental) se procede al proceso de validación y ajuste matemático que consiste en la calibración del modelo, considerando elementos y propiedades.
4. Finalmente, se desarrolla la investigación, dando a conocer los resultados en las respuestas estructurales o el comportamiento estructural.

Este proceso se realiza, actualmente, en diversas investigaciones; para tal fin, el proceso se ha dividido en dos tipos: analítico y experimental. A continuación, se procede a dar los lineamientos analíticos implementados por diversos autores para la investigación del comportamiento de las vigas de sección tipo "T".

7.1 MODELAMIENTO PARA LA LOSA DE CONCRETO

La losa de concreto representa la parte superficial en donde se soporta las cargas aplicadas (monótonas o cíclicas) que pueden depender del tiempo de aplicación. Dicho elemento transmite todas las fuerzas internas y externas en la viga a través de la sección transversal y longitudinal hacia los demás elementos presentes en la sección compuesta, por tal motivo, el elemento debe poseer propiedades geométricas definidas tales como ancho y espesor uniforme que asegure el correcto comportamiento frente a tensiones de tipo compresivo en función al fenómeno "shear lag". Al aplicarse cargas de larga duración el concreto presenta

fenómenos de tipo diferidos que hacen variar su comportamiento interno (flujo plástico y retracción) lo que implica que las respuestas estructurales varíen en un porcentaje alto. Entonces en el modelo de la losa se debe representar el concreto por sus propiedades a corto y a largo plazo en función a diferentes teorías lineales o no lineales; así por ejemplo, elasticidad, elasto-plasticidad y visco elasticidad.

A continuación se procede a explicar brevemente los tipos de modelos que son representados en no lineal de acuerdo al comportamiento real.

7.1.1 Modelo elasto-plástico del concreto

Este tipo de modelo considera que el concreto se comporta de manera elástica por debajo al límite de fluencia (tensión máxima de tracción caso del concreto), y cuando se sobrepasa dicho límite se comporta de manera plástica, produciéndose deformaciones irreversibles y permanentes por la región plástica que aparece, como ejemplo: el acero estructural se representa en función a dicho modelo para fines prácticos de diseño. El modelo elasto-plástico del concreto considera que el módulo de tensión máxima de fluencia es igual al módulo de rotura lo que ocasiona que el concreto tienda a soportar mayores deformaciones antes de adquirir el estado plástico, observándose una curva similar a la figura N° 7.2.

7.1.2 Modelo de concreto en compresión

Según Tamayo (2011) [78], el concreto al ser un material que se deforma irreversiblemente a causa de los efectos de flujo plástico y retracción, ocasiona que las deformaciones sean permanentes e irreversibles y afecten los elementos estructurales. Al presentar comportamientos tanto elástico como plástico, se usa la teoría de plasticidad, en función al modelo elasto-plástico del concreto

La primera relación constitutiva plantea dos tipos de superficies con base a los criterios de elastoplasticidad (comportamiento elástico y plástico): (a) superficies de plastificación inicial (inicio del flujo plástico) y (b) superficies de plastificación límite que separa el estado de endurecimiento no lineal del lineal, observándose un comportamiento elasto-plástico perfecto¹⁶ que definen a los tensores I_1 y J_2 , siendo expresadas por la función de plastificación $f(I_1, J_2)$. (Dias, 2013) [25].

$$f(I_1, J_2) = (3J_2\beta + \alpha I_1)^{1/2} = \sigma_0 \quad \alpha = 0.355\sigma_0 \quad ; \quad \beta = 1.355 \quad (7.1)$$

¹⁶ Comportamiento en que exhibe una pequeña deformación irreversible.

Donde α y β son parámetros del material obtenidos por ajuste en la ecuación (7.1) a partir de resultados experimentales. Se distingue que la superficie de plastificación inicial o el proceso elastoplástico que comienza con la expansión de las superficies de acuerdo a la ley de endurecimiento¹⁷. (Dias, 2013) [25]. En la figura N°7.1 se observa la representación del criterio de plastificación.

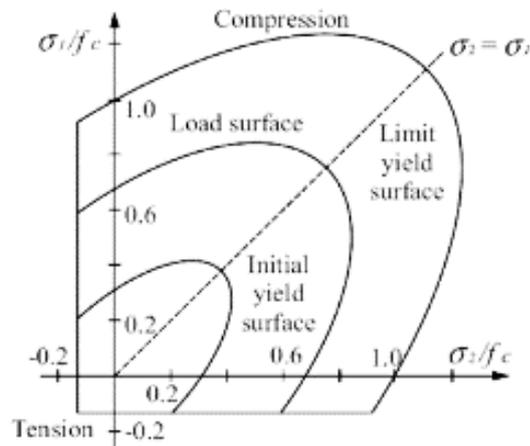


Figura N° 7.1 Superficie de plastificación biaxial.

Fuente: (Tamayo 2011).

La segunda relación constitutiva (ley de fluencia) que determina la dirección y magnitud que tendrá la deformación plástica donde se observa el gradiente de la función plástica, a partir de la siguiente relación:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (7.2)$$

Siendo $d\lambda$ la constante de proporcionalidad que determina la magnitud del incremento de la deformación plástica, que define su dirección perpendicular a la superficie de plastificación, (gradiente de la función de las tensiones $\partial f(\sigma)/(\partial \sigma_{ij})$) y $f(\sigma)$ es función de fluencia en función a la carga actuante.

La tercera ley de endurecimiento considera al concreto como un material con endurecimiento isotrópico (mismo comportamiento en diferentes direcciones); es decir el endurecimiento se da de forma constante a través del material constituyente, siendo la superficie de fluencia dada por la siguiente ecuación:

¹⁷ Estado en que el concreto comienza a endurecerse a causa de efectos químicos en su composición.

$$F(\sigma, k) = f(\sigma) - \sigma_y(k) \quad (7.3)$$

Donde $f(\sigma)$ es la función de plastificación y $\sigma_y(k)$ es el tensor de plastificación relacionada al parámetro k de endurecimiento del concreto de forma isotrópica.

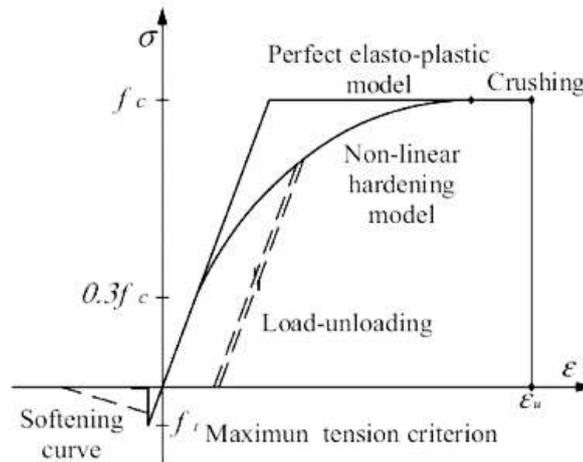


Figura N° 7.2 Modelo de representación del concreto.

Fuente: (Tamayo 2011).

Debido a la no linealidad del endurecimiento en el concreto, se define como superficie inicial del esfuerzo igual a $\sigma_0 = 0.3 f_c$ que es considerado el inicio de la deformación plástica. Esto se observa en la figura N° 7.2.

7.1.3 Modelo viscoelástico del concreto

Otros autores consideran que el concreto puede ser asumido como material viscoelástico, es decir, el comportamiento es relacionado a un sólido y a un fluido. Según Sakla et al. [72] en el estado de servicio, el esfuerzo de compresión es lineal hasta un límite de $0.5 f_c$, a partir de este límite aparece el rango no lineal, se considera que el modelo CEB-FIP¹⁸ se ajusta a las expectativas reales por tal motivo se muestra las funciones relacionadas al concreto a continuación:

La ecuación 7.4 aplica el principio de superposición en el estado de fluencia que tiende a ser:

$$\varepsilon_{ct} - \varepsilon_{nt} = \int_0^t J(t, \tau) d\sigma(\tau) \quad (7.4)$$

¹⁸ Ver tipos de modelos de predicción del flujo plástico.

Donde ε_{ct} y ε_{nt} son la deformación total y la deformación por retracción en el tiempo t , $J(t, \tau)$ que es la función de flujo plástico definida en un tiempo τ . El autor aproxima la solución de la ecuación por el método paso a paso de Bazant¹⁹ que es una suma finita dividida en intervalos, considerando una amplitud igual con una regla trapezoidal.

$$\varepsilon_{ck} - \varepsilon_{nk} = \sum_{i=0}^k \frac{1}{2} [J(t_k, t_i) + J(t_k, t_{i-1})] \cdot \Delta\sigma_{ci} \quad (7.5)$$

$$\varepsilon_{ck} - \varepsilon_{nk} = \frac{\Delta\sigma_{ck}}{\bar{E}_{ck}} + \sum_{i=0}^k \frac{1}{2} [J(t_k, t_i) + J(t_k, t_{i-1})] \cdot \Delta\sigma_{ci} \quad (7.6)$$

Donde ε_{ck} y ε_{nk} son la deformación total y la retracción al tiempo t_k ; \bar{E}_{ck} es el módulo de elasticidad; $\Delta\sigma_{ci}$ es la variación de esfuerzos en el concreto en un tiempo i . En las ecuaciones 7.5 y 7.6 se observa la representación de una suma finita sobre la base a la regla trapezoidal que toma un efecto para un tiempo t_i y su antecesor t_{i-1} para las funciones compilatorias del flujo plástico, considerando el esfuerzo instantáneo referido al concreto por la carga sostenida.

$$\sigma_{ck} = \Delta\sigma_{ck} + \sum_{i=0}^k \Delta\sigma_{ci} \quad (7.7)$$

En la ecuación 7.7, la carga actuante y el aumento gradual de la misma se consideran en el esfuerzo total a causa del tiempo para formar la siguiente relación:

$$\sigma_{ck} = \bar{E}_{ck} \cdot [\varepsilon_{ck} - \varepsilon_{nk} - \varepsilon_{vk}] \quad (7.8)$$

Donde ε_{vk} es la viscosidad del flujo plástico en el tiempo t_k . Esta ecuación representa la superposición total de los efectos diferidos del concreto. Al ser un material de tipo viscoso, inicialmente, debido a que el concreto no se ha endurecido bajo las cargas sostenidas. Además, se asume que las capas de concreto transmiten todas las fuerzas longitudinalmente en dirección a los elementos presentes.

¹⁹ Autor que estudió al fenómeno de flujo plástico y retracción.

7.1.4 Modelo para concreto en tracción

De igual manera en el concreto en tracción, Tamayo (2011) [78] emplea el concepto de fisuración distribuida, que menciona que excedida la tensión máxima en tracción, el concreto tiende a fisurarse perpendicularmente a la tensión principal, transformándose posteriormente en un material ortotrópico (propiedades similares en forma perpendicular) a las tensiones principales.

Después del fisuramiento, ocurre que el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson son asumidos para ser cero en la dirección perpendicular al plano fisurado, ya que el concreto no trabaja elásticamente. (Tamayo, 2015) [79].

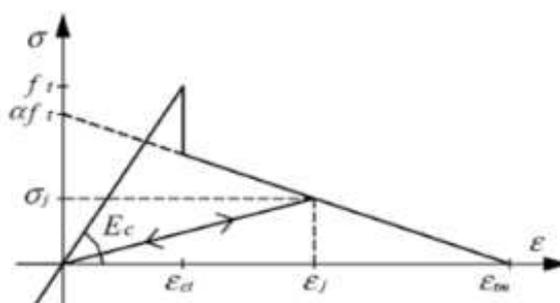


Figura N° 7.3 Modelo constitutivo del concreto en compresión.

Fuente: (Tamayo 2011).

7.1.5 Modelamiento del elemento por método de elementos finitos

El autor Tamayo [78] emplea un elemento finito de cáscara, aplicando el principio de superposición en el armado del elemento total tal como la viga de sección compuesta. De igual modo, las deformaciones permanecen rectas después de la aplicación de la carga por ello se despreció la tensión perpendicular para el modelamiento por el ajuste necesario para la realidad.

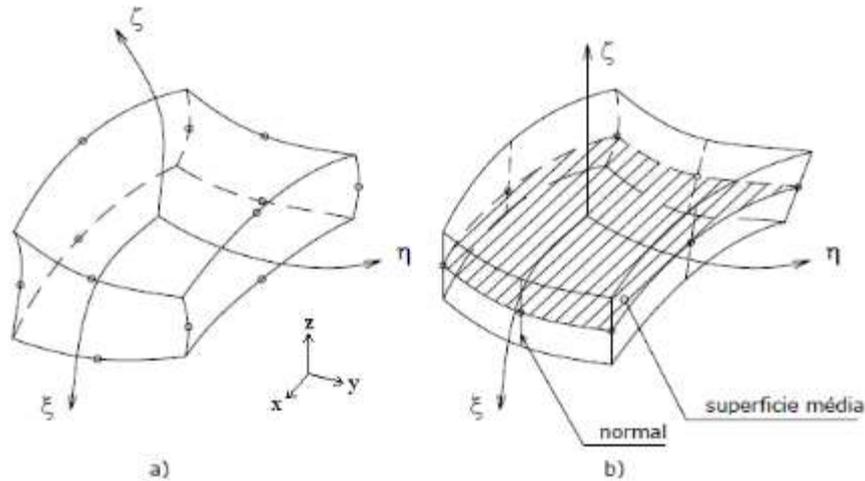


Figura N° 7.4 (a) Elemento sólido cuadrático; (b) elemento de cáscara

Fuente: (Tamayo 2011)

Las tensiones son definidas de acuerdo a sus componentes en el plano tridimensional, considerando que la tensión perpendicular al plano es cero y no afecta el resultado de las respuestas estructurales, estas componentes de la tensión son dadas por las siguientes formulaciones:

$$\{\varepsilon'\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{x'} \\ \varepsilon_{y'} \\ \gamma_{x'y'} \\ \gamma_{x'z'} \\ \gamma_{y'z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u'}{\partial x'} \\ \frac{\partial v'}{\partial y'} \\ \frac{\partial v'}{\partial x'} + \frac{\partial u'}{\partial y'} \\ \frac{\partial u'}{\partial z'} + \frac{\partial w'}{\partial x'} \\ \frac{\partial v'}{\partial z'} + \frac{\partial w'}{\partial y'} \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

Donde u' , v' y w' son los desplazamientos en el sistema local a nivel de elemento estructural. Las deformaciones en los componentes locales serían de acuerdo a la siguiente matriz ensamblada:

$$\{\sigma'\} = \begin{bmatrix} \sigma_{x'} \\ \sigma_{y'} \\ \tau_{x'y'} \\ \tau_{x'z'} \\ \tau_{y'z'} \end{bmatrix} = [D]\{\varepsilon'\} \quad (7.10)$$

Donde $\{\varepsilon'\}$ es el vector de deformación que indica el sentido de las magnitudes resultantes y $[D]$ es la matriz constitutiva del material.

7.2 MODELAMIENTO PARA EL ACERO DE REFUERZO

7.2.1 Modelo del acero de refuerzo

El acero de refuerzo sirve para controlar los efectos diferidos del concreto, puesto que los esfuerzos internos del concreto tienden a disminuir gracias a la carga aplicada y a la composición química. Éste tiende a tomar los esfuerzos cuando el concreto tiende a fisurarse, asegurando la adherencia entre los elementos. Al trabajar en estado de servicio, se asume que el acero no fluye debido a que no experimenta las condiciones especiales (temperatura, carga aplicada y otros). Autores tales como Tamayo, Dias, Sakla, Gilbert y otros, consideran dicho efecto lineal en el modelamiento por tanto se considera que la curva de esfuerzo deformación es de tipo lineal, tal como lo muestra Sakla *et al.* [72]:

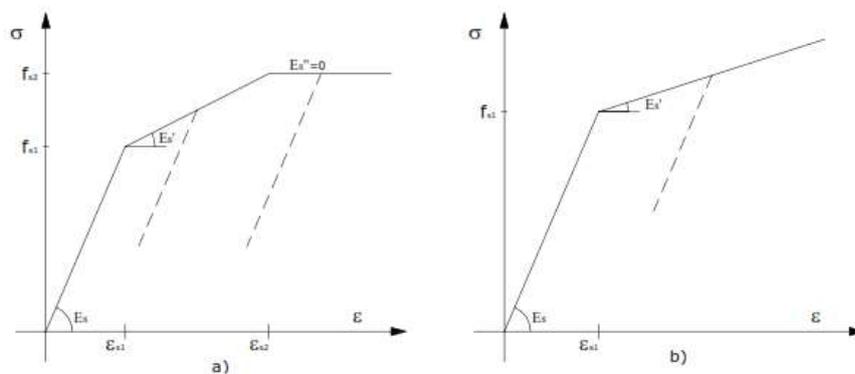


Figura N° 7.5 Diagramas de tensión del acero de refuerzo: (a) trilinealidad, (b) bilinealidad.

Fuente: (Tamayo 2011).

A partir de las figuras N° 7.5a y 7.5b, se observa que el esfuerzo axial del acero tiende a aumentar progresivamente debido a las tensiones en el proceso de adherencia del concreto y acero, el comportamiento bilineal y trilineal constituye una aproximación más real al acero estructural por la curva de esfuerzo-deformación en ensayos, por ende, el presente uso en el modelamiento. En dichos diagramas de tensión, el módulo de elasticidad comienza a variar, incluyendo diferentes pendientes en función a la deformación presente, considerando el comportamiento elástico tanto bilineal como trilineal.

Para un sistema convencional, el acero de refuerzo puede ser modelado a partir del comportamiento elástico en el estado de servicio, como se presenta a continuación:

$$\sigma_r = E_r \varepsilon_r \quad (7.11)$$

Donde σ_r es el esfuerzo del acero de refuerzo, E_r módulo de elasticidad del acero de refuerzo y ε_r es la deformación del acero de refuerzo.

7.2.2 Modelo de elementos finitos empleados en la literatura

Según Tamayo [78], la armadura de acero de refuerzo viene a ser modelada de acuerdo a la siguiente relación constitutiva:

$$(\Delta\sigma_r) = E_r (\Delta\varepsilon_r)_i \quad (7.12)$$

$$(\sigma_r)_i = (\sigma_r)_{i-1} + (\Delta\sigma_r)_i \quad (7.13)$$

Para $i = 1$, $(\sigma_r)_0 = \sigma_r$, donde σ_r es la ecuación 7.11.

Tamayo modela el acero de refuerzo como una capa de membrana equivalente al espesor en dirección longitudinal con una cuantía mínima, siguiendo el comportamiento elasto-plástico del material dado en las ecuaciones 7.12 y 7.13.

En la literatura actual, se considera que la malla de acero reforzado puede ser modelado en función a la cuantía del acero de la losa de concreto; autores como Gilbert, Ranzi, Bradford y otros consideran que la cuantía del acero varía entre 1% a 2% de la sección bruta de la losa.

7.3 MODELAMIENTO PARA LA VIGA DE ACERO

7.3.1 Modelo del acero estructural

Según Zona et al. [94] se requiere una ley constitutiva que prediga el comportamiento del acero, se usa de los diagramas de esfuerzo-deformación lineales porque el acero estructural no llega a fluir.

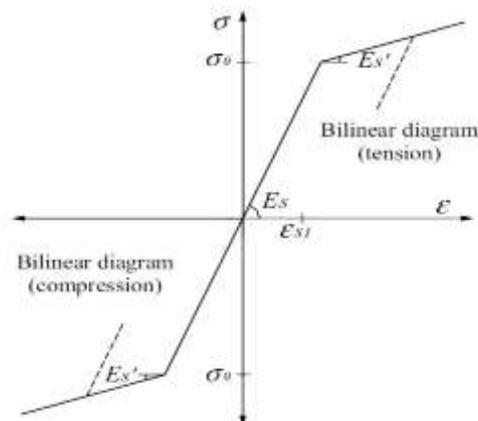


Figura N° 7.6 Diagrama bilineal para el acero en el perfil

Fuente: (Tamayo 2015)

En la figura N° 7.6 se observa la bilinealidad debido a las diferentes propiedades del ala y el alma del perfil por tanto las cargas en dichos componentes son diferentes, que actúa en compresión y en tracción con la siguiente relación constitutiva.

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad (7.14)$$

Donde σ_s es el esfuerzo del acero de refuerzo, E_s módulo de elasticidad del acero y ε_s es la deformación del acero de refuerzo.

7.3.2 Modelo del acero estructural según Tamayo 2011

Se considera la deformación elasto-plástica en el acero son tres necesarios requerimientos:

- i. La relación constitutiva elástica se formula en el modelo del acero, es decir el comportamiento es lineal.
- ii. Criterio de fluencia inicial debido al comportamiento plástico del acero estructural.
- iii. La relación de deformaciones y tensiones debe ser desenvuelta para el efecto mismo, se aplica el modelo elasto-plástico perfecto, llega a un cierto límite y este empieza a fluir.

Criterio de fluencia

Se representa las tensiones de compresión y tracción en el acero estructural de acuerdo a la ley de Huber-Von Mises, que condiciona la aparición de deformaciones irreversibles en el material cuando se tiene una determinada carga, que viene a ser dado en una superficie plástica para identificar la función de flujo del material.

$$f(I_1, J_2) = (3J_2\beta)^{1/2} = \sigma_0 \quad (7.15)$$

Esta función puede ser expresada en la función de tensiones en el plano:

$$f(\sigma) = (\sigma_{x'}^2 + \sigma_{y'}^2 - \sigma_{x'}\sigma_{y'} + 3\tau_{x'y'}^2)^{1/2} = \sigma_0 \quad (7.16)$$

Tamayo [78] menciona que el campo de aplicación de estos tensores es el rango de las tensiones principales (σ_1, σ_2) , se considera que las deformaciones que caen dentro del área comprendida de la función se comportan de forma lineal mientras que las deformaciones actuantes que están fuera de dicha superficie presentan superficies irreversibles y permanentes en el acero estructural.

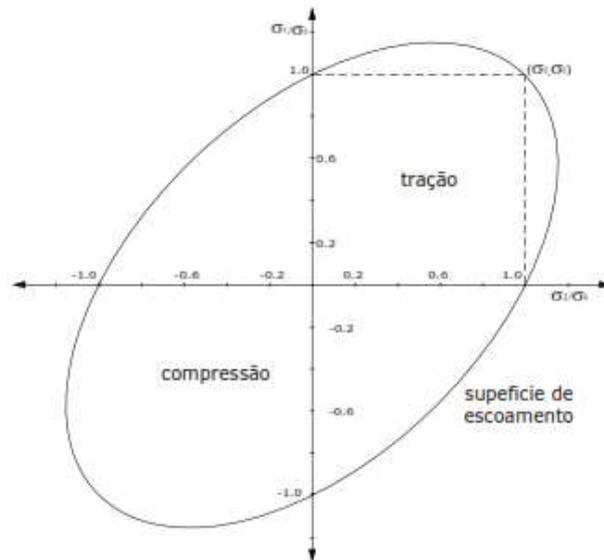


Figura N° 7.7 Criterio de fluencia en tracción y compresión para el acero

Fuente: (Tamayo 2011)

7.3.3 Formulación de método de elementos finitos

El tipo de elemento cáscara que uso Tamayo [78] es uno de 4 grados de libertad por nodo, como se muestra a continuación:

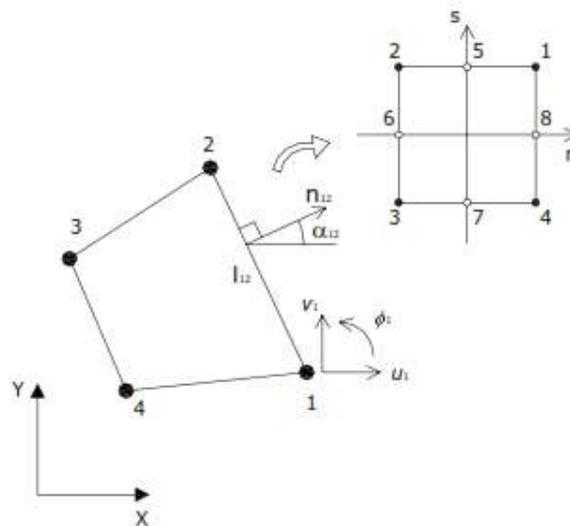


Figura N° 7.8 Elemento cuadrilátero con 4 grados de libertad

Fuente: (Tamayo 2011)

La matriz de rigidez de la viga de acero viene a ser dado por la relación:

$$[B]_j = \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x & 0 \\ 0 & \partial N_i / \partial y \\ \partial N_i / \partial y & \partial N_i / \partial x \end{Bmatrix} \quad (7.17)$$

Donde es la matriz de esfuerzo-desplazamiento del elemento y N es la fuerza de corte aplicada, la relación constitutiva para el cálculo de la matriz de rigidez viene a ser dado por:

$$[K]_e = \int_{V_e} [B]^T [D] [B] dV \quad (7.18)$$

Donde $[D]$ es la matriz constitutiva del material, definiendo $[B]$ como:

$$[B] = [[B]_1 \quad [B]_2 \quad [B]_3 \quad [B]_4] \quad (7.19)$$

$$[B]_i = [[B]_i \quad [G]_i] \quad (7.20)$$

Se presenta el parámetro ρ para considerar el módulo de corte (G), que considera el módulo de elasticidad y módulo de poisson. El autor considero que el valor de ρ es $0.375G$, con lo cual se permite eliminar la singularidad de la matriz del elemento en el plano de rotación, dando contribución a la matriz de rigideces.

$$[P] = \rho \int_V [b]^T [b] dV \quad (7.21)$$

Siendo:

$$[b]_i = \left\{ -\frac{1}{2} \frac{\partial N_i}{\partial y} \quad \frac{1}{2} \frac{\partial N_i}{\partial x} \right\} \quad (7.22)$$

$$[b] = [[b]_1 \quad [b]_2 \quad [b]_3 \quad [b]_4] \quad (7.23)$$

$$[b]_i = [[b]_i \quad [g]_i] \quad (7.24)$$

Siendo la matriz de rigidez para el elemento de acero es dada por:

$$[K_m] = [K] + [P] \quad (7.25)$$

Este tipo de formulación es formulada a través de la contribución del elemento cascara plana en el campo de la matemático tensorial.

7.4 MODELAMIENTO PARA LOS CONECTORES DE CORTE

7.4.1 Modelo de los conectores de corte

El comportamiento de los conectores es complejo debido a que se encargan de transmitir las fuerzas cortantes hacia los elementos (viga de acero y losa de concreto). Muchos autores consideran que el efecto de la pérdida de rigidez debe

ser considerado en el modelamiento de conectores, ya que en el tiempo, dicho efecto tiende a influir en las respuestas estructurales y en las fuerzas internas. Por eso, se considera, inicialmente, en el análisis como un elemento lineal que regresa a su estado inicial; pero a medida que el estudio se convirtió en más exhaustivo, se realizaron ensayos “push out” lo que muestra un efecto no lineal de dichos conectores en diferentes materiales para determinar la capacidad máxima.

7.4.2 Modelo según Tamayo 2011

Los conectores de corte son modelados como elementos barras que toman en cuenta las rigideces por flexión, axial y torsión a través de las ecuaciones de compatibilidad.

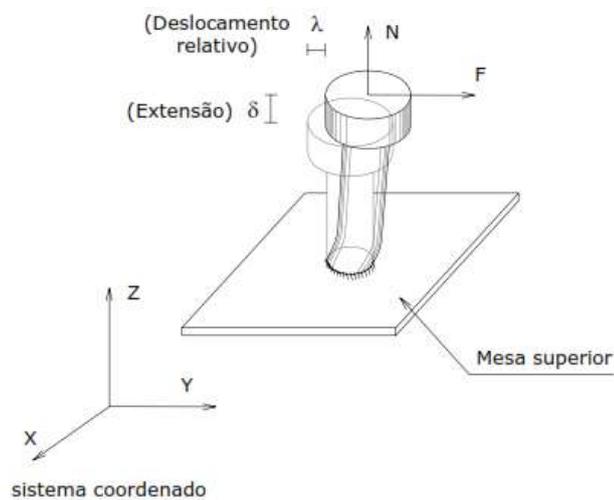


Figura N° 7.9 Conector de corte típico después de la deformación.

Fuente: (Tamayo 2011).

7.4.3 Modelo de elementos finitos para los conectores de corte

La matriz propuesta por Tamayo (2011) [78] considera 5 grados de libertad por nodo en elemento barra de los conectores, consideraron los efectos de torsión. A continuación se presenta la matriz de rigidez usada.

$$K_{el} = \begin{bmatrix} K_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_x & 0 & 0 & 0 & \frac{K_x L}{2} & 0 & -K_x & 0 & 0 & 0 & \frac{K_x L}{2} \\ 0 & 0 & K_y & 0 & -\frac{K_y L}{2} & 0 & 0 & 0 & -K_y & 0 & \frac{K_y L}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_y L}{2} & 0 & \frac{K_y L^2}{6}(2+g_2) & 0 & 0 & 0 & \frac{K_y L}{2} & 0 & \frac{K_y L^2}{6}(1-g_2) & 0 \\ 0 & \frac{K_x L}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{K_x L^2}{6}(2+g_1) & 0 & -\frac{K_x L}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{K_x L^2}{6}(1-g_1) \\ -K_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_x & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_x L}{2} & 0 & K_x & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_x L}{2} \\ 0 & 0 & -K_y & 0 & \frac{K_y L}{2} & 0 & 0 & 0 & K_y & 0 & \frac{K_y L}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_y L}{2} & 0 & \frac{K_y L^2}{6}(1-g_2) & 0 & 0 & 0 & \frac{K_y L}{2} & 0 & \frac{K_y L^2}{6}(2+g_2) & 0 \\ 0 & \frac{K_x L}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{K_x L^2}{6}(1-g_1) & 0 & -\frac{K_x L}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{K_x L^2}{6}(2+g_1) \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez de los conectores de corte considera la rigidez axial K_A , las rigideces laterales K_x y K_y , la rigidez de torsión K_t .

En el caso de Sakla (2008) [72], se considera que la losa de concreto y el perfil de acero son elementos rígidos en la dirección perpendicular a la viga, en cambio los conectores son flexibles en la dirección paralela a la longitud de la viga; en consecuencia, el desplazamiento ocurrido entre dichos elementos es asumido de manera lineal y proporcional a la dirección "x", se asume la siguiente expresión:

$$s = h_0 \left[\frac{dv}{dx} \right] - (u_c - u_s) \quad (7.26)$$

Donde h_0 es la distancia entre el centroide del perfil de acero y el centroide de la losa de concreto; u_c y u_s son los desplazamientos horizontales de los puntos localizados en el centroide de la losa de concreto y el perfil de acero. La relación no lineal entre la fuerza de los conectores Q , en el tiempo t_k y el desplazamiento del conector s , se aproxima con la relación:

$$\frac{Q}{Q_{max}} = (1 - e^{-\beta s})^\alpha \quad (7.27)$$

De acuerdo a resultados experimentales se da la siguiente relación que se ajusta la curva load-slip del ensayo push-out:

$$K_{sec} = \frac{Q_{max}(1 - e^{-\beta s})^\alpha}{ps} \quad (7.28)$$

Donde K_{sec} es la rigidez de los conectores de corte que asume una rigidez en función de la fuerza de corte y el tiempo.

7.5 ELEMENTOS FINITOS

Dias 2013 [25] señala que el análisis numérico de estructuras de concreto armado es complejo por el comportamiento no lineal en las respuestas estructurales; por ejemplo, la aparición de fisuras que causa una redistribución de tensiones, efectos diferidos, etc. Por otro lado, varios autores estudiaron dichos problemas en los modelos analíticos no lineales para buscar una solución aproximada. Una de las soluciones es aplicar una discretización espacial en función al principio del trabajo virtual, el cual consiste en la formulación de las leyes constitutivas de cada elemento en la ecuación general presente.

7.5.1 Discretización espacial

Tamayo y Dias emplean el método de elementos finitos como método de solución, simulando como si los elementos estuvieran en un medio continuo²⁰ (se considera que los materiales tienen propiedades constantes y ocupan toda la región en el espacio), adecuando las mallas de elementos finitos en cada elemento a partir de un comportamiento conocido de acuerdo a experimentaciones pasadas, así por ejemplo, la retracción del concreto que es considerada en el modelo compuesto de carácter no lineal en la losa de concreto. La formación de elementos finitos tiene como base al vector por desplazamientos $\{u\}$ en cualquier punto de un elemento de acuerdo a las condiciones planteadas en el problema, que luego de ser interpolado resulta en el vector desplazamiento nodal $\{u\}_e$, siendo la relación:

$$\{u\} = [N]\{u\}_e \quad (7.29)$$

Donde $[N]$ es la matriz de funciones constitutivas de elementos continuos que relaciona los valores de nodales de los elementos discretizado en función a la malla empleada, si se requiere saber cualquier desplazamiento se realiza una relación lineal en el campo de las deformaciones que condiciona la magnitud y dirección de los elementos presentes.

$$\{\varepsilon\} = [L]\{u\} \quad (7.30)$$

²⁰ Rama de la física que propone un modelo unificado para sólidos deformables, sólidos rígidos y fluidos.

Donde $\{\varepsilon\}$ es el vector de deformación y $[L]$ es la matriz de operadores diferenciales que indican el cambio gradual de las deformaciones en los nodos, por tanto la matriz de esfuerzos-deformaciones viene a ser dado por:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u\}_e \quad (7.31)$$

Donde $[B] = [L][N]$ conocida como matriz de deformación-deslizamiento; para el análisis en el tiempo es necesario llevar las deformaciones inelásticas en una estructura dentro de la deformación total (corto plazo y largo plazo), considerando los efectos diferidos del concreto (flujo plástico y retracción), como se muestra a continuación:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon - \varepsilon^*\} \quad (7.32)$$

Donde $[D]$ es la matriz constitutiva del material, y $\{\varepsilon^*\}$ es el vector de deformación inicial, caso de concreto en deflexiones diferidas.

7.5.2 Principio de trabajos virtuales

Dias (2013) [25] considera los siguientes enunciados para resolver el sistema de ecuaciones referidos a la formulación de elementos finitos:

- Cargas cuasi-estáticas cuando el tiempo de aplicación es prolongado.
- El trabajo de las fuerzas internas y externas es independiente de la trayectoria de aplicación de la carga.
- Se considera desplazamientos pequeños en los elementos constituyentes.
- Se aplica el principio de superposición.

De acuerdo a la primera ley de la termodinámica se conoce que el trabajo realizado por las fuerzas externas es igual al incremento de energía de deformación, de acuerdo a dicha ley se calcula las deformaciones.

Considerando un elemento sujeto a fuerzas externas como fuerzas de volumen $\{p_b\}$, fuerzas de superficie $\{p_s\}$ y fuerzas concentradas $\{p_e\}$, aplicando el principio de trabajo virtuales se tiene:

$$\int_{V_e} \delta \varepsilon^T \sigma dV = \int_{V_e} \delta \{u\}^T \{p_b\} dV + \int_{A_e} \delta \{u\}^T \{p_s\} dA + \delta \{u\}_e^T \{p_e\} \quad (7.33)$$

Donde V_e es el volumen del elemento y A_e es el área del elemento, sustituyendo las ecuaciones anteriores con la ecuación (7.31), se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \int_{V_e} [B]^T [D] [B] dV \{u\}_e \\
&= \int_{V_e} [N]^T \{p_b\} dV + \int_{A_e} [N]^T \{p_s\} dA + \{p_e\} \\
&+ \int_{V_e} [B]^T [D] \{\varepsilon^*\} dV
\end{aligned} \tag{7.34}$$

Escribiendo en forma compacta y abreviada, se tiene:

$$[K]_e \{u\}_e = \{F\}_e + \{P\}_e \tag{7.35}$$

Siendo:

$$[K]_e = \int_{V_e} [B]^T [D] [B] dV \tag{7.36}$$

$$\{F\}_e = \int_{V_e} [B]^T [D] \{\varepsilon^*\} dV \tag{7.37}$$

$$\{P\}_e = \int_{V_e} [N]^T \{p_b\} dV + \int_{A_e} [N]^T \{p_s\} dA + \{p_e\} \tag{7.38}$$

Donde $[K]_e$ es la matriz de rigidez del elemento, $\{F\}_e$ es el vector de fuerzas iniciales debido a las deformaciones iniciales (fluencia y retracción) y $\{P\}_e$ es el vector de cargas externas totales aplicado al elemento. Equivalentemente es expresado:

$$[K]\{u\} = \{F\} + \{P\} \tag{7.39}$$

El vector de desplazamiento $\{u\}$ contiene a los grados de libertad de la estructura; $[K]$ es la matriz de rigidez y $\{F\}$, $\{P\}$ son las cargas equivalentes iniciales y externas. Estos son dado por:

$$[K] = \sum_n [K]_e \tag{7.40}$$

$$\{F\} = \sum_n \{F\}_e \tag{7.41}$$

$$\{P\} = \sum_n \{P_e\} \quad (7.42)$$

Donde n es el número de elementos del modelo, los vectores $\{F\}$ y $\{P\}$ son conocidos, la matriz $[K]$ es ensamblada a partir de los materiales empleados y los desplazamiento son calculados a partir del número de ecuaciones $N \times n^\circ$ grados de libertad.

Entonces la expresión de equilibrio es dado por:

$$\{P\} - \{Q\} = 0 \quad (7.43)$$

Donde $\{Q\}$ es el vector de fuerzas internas de la estructura dada por:

$$\{Q\} = [K]\{u\} - \{F\} = \int_{V_e} [B]^T \{\sigma\} dV \quad (7.44)$$

Con el sistema de matrices dado, se calcula los componentes respecto a las propiedades constituyentes de los elementos del sistema compuesto en función al efecto de largo plazo debido a las propiedades del concreto.

7.6 PROCESO DE CÁLCULO, CONTROL Y VERIFICACIÓN DE DEFLEXIONES DIFERIDAS SIMPLIFICADO EN UNA VIGA

El proceso de cálculo para las deflexiones diferidas en una sección compuesta es el siguiente:

Se realiza un metrado de cargas considerando todos los elementos existentes dentro de la estructura y el tipo de uso, incluyendo las cargas transitorias; así por ejemplo, cargas peatonales. En el presente caso, ver sección 3.4.4, es una viga de sección compuesta a lo largo del tablero del puente con cargas de corta y larga duración.

Se identifica el tipo de modelamiento simplificado es decir una forma aproximada y sencilla de calcular las respuestas estructurales (deflexiones). A partir del ejemplo presentado, se observa que el puente peatonal (pasarela) presenta un sistema isostático en los apoyos o en otras palabras es una viga simplemente apoyada, por tal motivo se rige en base a que es un elemento flexible con base a las teorías de las secciones planas (Euler-Bernoulli) pues las solicitaciones externas tienden a mantener plano el elemento a estudiar. Otra acotación importante, es que el elemento estructural está restringido al movimiento a través de topes sísmicos que han sido calculados por la fuerza sísmica y la rigidez tanto

lateral como longitudinal de los neoprenos elastoméricos, asegurando su correcta funcionalidad estructural.

El ejemplo aplicativo está constituido por diferentes tipos de materiales, concreto y acero (refuerzo y estructural), por tanto, en el proceso de cálculo se considera sus propiedades tanto geométricas como de los materiales; así por ejemplo, el módulo de elasticidad del concreto y del acero. Estas propiedades en el proceso de verificación estructural a nivel de diseño pueden ser consideradas en forma lineal, pero en este caso se considera una variación en el módulo de elasticidad del concreto porque la sección transversal varía en propiedades a lo largo del tiempo en el concreto. Esto se realiza, para calcular las deflexiones por retracción y por flujo plástico para un tiempo de carga sostenida, se considera un tiempo aproximado de vida útil de 10 000 días para cargas de tipo permanente.

Además, se considera que las propiedades de la sección a largo plazo van a variar en el tiempo en función al coeficiente del flujo que condiciona al módulo de elasticidad del concreto, observándose también la variación de las propiedades como el segundo momento de inercia, la retracción y el coeficiente de flujo plástico.

Luego de identificar la geometría, el tipo de sistema estructural, y los materiales a usar, se procede a calcular las respuestas estructurales considerando las rigideces estructurales de la losa del concreto y la viga de acero para una sección compuesta y una sección no compuesta. Hay que tener presente, que las rigideces de los conectores de conectores también influyen en la rigidez total, pero por cuestiones de diseño estas se omiten porque se considera una conexión completa (existe una perfecta adherencia entre la viga de acero y la losa de concreto) y que el flujo de corte se transfiere correctamente a través de estos elementos.

Si el cálculo es de forma lineal-elástica, la losa de concreto está en relación a su sección transformada que considera el módulo de elasticidad del concreto en forma lineal (constante) que considera la variación de la sección transversal, en consecuencia, no existe variación en el tiempo para la deflexión (el valor no aumenta).

Sin embargo, la deformación progresiva en el tiempo existe por los efectos internos de la losa de concreto que está en compresión de tipo no lineal, ver gráfica de resistencia versus tiempo, por tanto este aumenta su capacidad en el tiempo. En consecuencia, dicha resistencia está en función a un módulo de elasticidad que también depende del tiempo. Dicha representación del módulo de elasticidad

(Módulo de elasticidad efectiva) se observa en métodos de solución aproximada tanto AEEM (Aged-Adjusted Effective Modulus Method) como EM (Effective Method), que son las bases de las soluciones de las ecuaciones representativas de los modelos de predicción del concreto, ver ACI209 R92.

7.6.1 Módulo de elasticidad constante

Si se calcula de forma lineal el módulo de elasticidad del concreto, se tiene las siguientes pautas:

El módulo de elasticidad al ser considerado constante afecta en un gran porcentaje al cálculo de las deflexiones diferidas del concreto, ya que el único elemento que está en función al ancho efectivo es la losa de concreto, que previene el fenómeno “shear lag”, que depende del módulo de sección transformada en forma lineal.

El momento de inercia de la sección no compuesta es calculada, es decir no se considera la losa de concreto como aportante de inercia, sólo la viga de acero para el cálculo de las deflexiones instantáneas por carga muerta (peso propio). Igualmente, las deflexiones instantáneas son calculadas para cargas de corta duración, así por ejemplo, en cargas de construcción, al momento de colocar la viga de acero entre los apoyos de neoprenos, esta se puede deflectar ocasionando que la estructura no adquiera su demanda máxima por condiciones de servicio.

Sin embargo, la losa de concreto requiere estar unida mecánicamente con la losa de concreto; en obra, este elemento se vacía junto con los conectores de corte y la baranda, el peso de la losa de concreto, la viga de acero “I” y la baranda, trabajan como una sección con una perfecta adherencia. Para el cálculo, la inercia es obtenida en función a una carga de corta duración (instantánea) con un módulo de sección transformada constante, sin variar en el tiempo (tipo lineal).

El efecto de carga viva se considera para un sistema de larga duración, por tal el momento de inercia es calculado para un ancho efectivo de losa de concreto con un módulo de “ $3n$ ”, por los efectos diferidos del concreto, el acero de compresión de la losa de concreto y la retracción.

En tal sentido, las deflexiones son calculadas tanto por peso propio, losa de concreto, barandas y cargas peatonales, lo que luego debe ser verificado por el máximo permisible que se observa en diferentes normas, así por ejemplo, “L/360” por AASHTO LRFD Bridge Specification.

7.6.2 Módulo de elasticidad no lineal

En caso que el cálculo sea de forma no lineal, se toma en consideración los diferentes modelos de predicción del concreto que consideran un comportamiento viscoelástico con base en cargas uniaxiales ensayadas.

Se elige el modelo de predicción a usar en el cálculo de las propiedades no lineales del concreto, el módulo de elasticidad varía en el tiempo en función al tiempo de carga de aplicación de las cargas sostenidas. Los momentos de inercia efectivos están en función al módulo de elasticidad porque la losa de concreto también depende del coeficiente por flujo plástico, este factor tiende a aumentar en el tiempo, de acuerdo a los diferentes modelos de predicción del concreto.

La retracción se calcula con una deformación unitaria que varía en el tiempo que considera el tiempo de curado, la humedad relativa, la cantidad de cemento, la relación agua cemento y otros, observándose una curva que depende del tiempo. Esta deformación unitaria actúa a lo largo de la losa de concreto en sentido longitudinal y transversal por el cambio volumétrico, que condiciona a la deformación máxima por contracción. En cuestiones de diseño, se considera la longitud total del tablero en sentido longitudinal, esta deformación interna del concreto tiende a esfuerzos de carácter compresivo que en vigas simplemente apoyadas, tratan de acortar la losa. A partir de dicha formulación, se calcula la fuerza actuante en el centro geométrico de la losa de concreto, con un signo negativo por la compresión. Al ser un sistema de tipo isostático (simplemente apoyada) se calcula el momento producido por la excentricidad de la fuerza por contracción o retracción constante, luego se calcula la respuesta estructural por mecánica de materiales, deflexiones, en el centro del vano por un momento constante a lo largo del tablero.

Se procede a calcular las deflexiones instantáneas y diferidas en función del tiempo, ya que el concreto se rige de acuerdo a los modelos de predicción, resultando en una gráfica que aumenta en el tiempo.

7.6.3 Cálculo de deflexiones diferidas con conectores de corte

Los conectores de corte se pueden incluir dentro del cálculo para la inercia total del sistema, la representación de la capacidad puede ser de tipo constantes o dependientes en el tiempo. Además, existen expresiones tanto en AASHTO, EUROCODIGO 4, BS5950 u otros que nos indican un valor a usar para determinar la capacidad total del conector, conociendo dicha capacidad y el desplazamiento

relativo del conector entre la losa de concreto y la viga de acero (debido a la deflexión ocurrida), para calcular la rigidez axial en el sistema dado.

Diversos autores en la literatura actual han considerado a dicho efecto de suma importancia porque estos conectores transfieren las fuerzas tanto de la losa y de la viga hacia el sistema, por ello si esta conexión es deficiente no se puede asegurar que la conexión sea completa o que se desarrolle la capacidad de la viga tanto en corte o flexión. En el enunciado de Kim, se indica que dicho efecto se puede omitir debido a que los conectores presentan unas deformaciones ínfimas comparadas a las deformaciones por las cargas externas. Sin embargo, varios autores señalan (Wang, Gilbert, Bradford u otros) que las conexiones aumentan gradualmente por el tipo o grado de conexión de la viga, y que por el efecto de "load-slip" la capacidad aumenta al inicio y en consecuencia esta disminuye, ver figura 7.10.

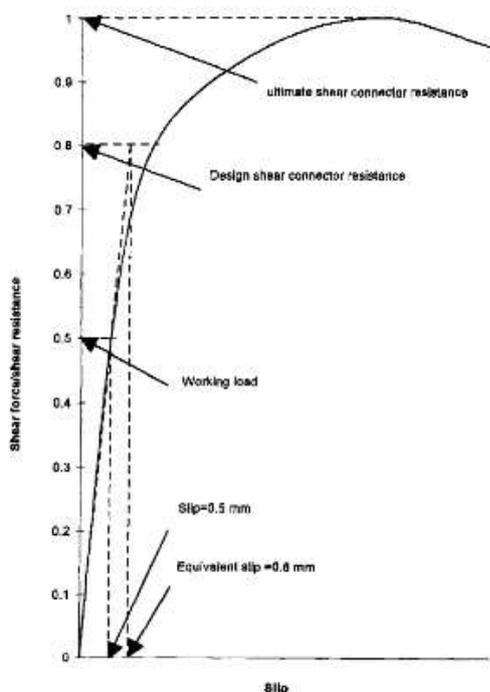


Figura N° 7.10 Curva de capacidad del conector de corte

Fuente: (Wang et. Al 1998)

En la figura N° 7.10, se observa la curva de capacidad de diseño respecto a los estudios realizados por Wang, esta curva representa el aumento de la resistencia del conector en función a la demanda, por ello varios códigos consideran que el diseño se regular mediante un factor menor a la unidad.

Si la capacidad es mayor al inicio, la rigidez también lo es, por tanto las deflexiones aumentan en función de la capacidad. El espaciamiento, el desplazamiento

relativo, el tipo de conector, geometría de los conectores y otros aspectos influyen en el cálculo de las respuestas estructurales. Por otro lado, en cuestiones de diseño este tipo de efecto no se considera puesto que las deformaciones son relativamente pequeñas, comparadas a las deformaciones por solicitaciones externas.

CAPÍTULO VIII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

8.1 CONCLUSIONES

1. La norma peruana respecto a deflexiones peruana no posee un lineamiento que considere los efectos diferidos en el concreto en forma detallada. Igualmente, en la sección de elementos compuestos, se observa que el control y verificación de las deflexiones es mencionado en forma de comentarios lo que obliga al diseñador regirse a su criterio personal.
2. Existe poca literatura a nivel nacional de este problema tanto en el análisis analítico y experimental. En el caso de los análisis experimentales, las vigas son ensayadas por periodos largos de tiempo y la evaluación de las respuestas estructurales son realizadas constantemente. En lo analítico, el campo computacional no ha sido desarrollado por mucho tiempo, siendo necesario estudiarlo para futuras investigaciones.
3. El modelo de predicción del flujo plástico y la retracción en el concreto son basados en teorías de solidificación del concreto²¹, teorías de fisuración del concreto y diseños de las mezclas, por tal motivo este tipos de modelos deben ser incluidos en la norma peruana para efectos diferidos del concreto.
4. Para la formulación en el cálculo de las deflexiones, se realizaron ensayos empíricos que toman en cuenta los elementos constituyentes y la geometría del elemento, esto se observa en la fórmula para deflexiones diferidas; en el caso de vigas de sección compuesta, no existes ni fórmulas respecto a las deflexiones diferidas para un cálculo simplificado.
5. Las deflexiones instantáneas tienden a ser estimadas con las teorías de resistencia de materiales tales Euler-Bernoulli como otros, en caso de largo plazo estás son en relación al estado fisurado del concreto ya que el concreto pierde sus propiedades principales que refuerzan a la estructura; consecuentemente, el estado de servicio considera la hipótesis de que la estructura actúa elásticamente, y que no va a existir efectos no lineales en el desarrollo de las respuestas estructurales.
6. Se mostró un cálculo simplificado de tipo lineal desarrollado por Kim [42], quien considera los efectos de flujo plástico y retracción, las rigideces de los elementos constituyentes y sus propiedades geométricas en general

²¹ Modelos de elastoplasticidad, viscoelasticidad

- para un cálculo simplificado, aplicando los modelos de predicción para efectos diferidos del concreto.
7. La redistribución de fuerzas internas causa una disminución de esfuerzos (esfuerzos compresión), gradualmente, en el concreto después de aparecer fisuras entre el concreto mismo, lo que disminuye la tensión referida y aumenta las deflexiones en un gran porcentaje.
 8. El efecto “shear lag” debe ser estudiado en forma detallada puesto que longitudinalmente los esfuerzos de diseño son variables; esto se observa en el aumento gradual en las zonas de concreto y en el perfil de acero. En tal medida, se opta por disminuir dicho efecto con el uso del ancho efectivo para mitigar el efecto de las fuerzas cortantes.
 9. El sistema de construcción (apuntalada y no apuntalada) condiciona que las deformaciones y esfuerzos varíen en función a las cargas aplicadas y el tipo de interacción entre la viga de acero y la losa de concreto.
 10. El cálculo simplificado en vigas de sección compuesta considera la interacción completa en las normativas actuales, con lo cual supone que los elementos actúan de manera conjunta y en el rango elástico, pero no toma en cuenta el grado de conexión real: interacción parcial.
 11. La curva de capacidad (fuerza cortante vs desplazamiento) en conectores de corte son de tipo lineal, bilineal y no lineal, a partir de este efecto se puede calcular la matriz constituyente del elemento para el comportamiento de los conectores. Igualmente, en caso de deflexiones diferidas se observa en la curva capacidad “load slip” aumenta las fuerzas, lo que ocasiona un aumento de deflexiones reduciendo la rigidez inicial de los conectores.
 12. La adherencia entre la losa de concreto y la viga de acero genera fuerzas de fricción, las cuales son tomadas por los conectores. Estas se presentan por las diferencias entre materiales y la superficie de contacto, generando fuerzas de tipo horizontal y posteriormente el intento de separación entre los elementos. Este tipo de efecto es tomado en cuenta por muchos autores en la literatura, modelándolo como fuerzas externas paralelas a las fuerzas cortantes debido al concreto y el acero, ya que condicionan el tipo de interacción entre la losa de concreto y la viga de acero.
 13. El acero de refuerzo se usa para los esfuerzos después de que el concreto llega al estado frágil, en tal forma las deflexiones ocasionadas por la losa de concreto, aumentan considerablemente en un porcentaje alto comparados a la viga de acero (caso de construcción apuntalada).

14. Los modelos de predicción del concreto toman en cuenta la teoría de plasticidad como modelos de elastoplasticidad, viscoelasticidad y otros, debido a que el concreto es un material con etapa de no endurecimiento y endurecimiento en su ciclo de vida. Se debe tomar énfasis en el desarrollo de la norma peruana en los modelos de aplicación ya que no se muestra el lineamiento para el cálculo de las deflexiones a lo largo del tiempo.
15. En el lineamiento analítico, varios autores han considerado que las propiedades constituyentes de los elementos de la sección compuesta están en función del tiempo y de la no linealidad presente en su comportamiento real. Por ello, se considera el uso de diversos métodos para el modelamiento, como elementos finitos y otros. Programas de índole comercial han sido usado para la formulación de cada elemento que sería parte del pre-procesamiento; siguiendo este proceso sigue el procesamiento, donde se usan todas las teorías respecto a las propiedades y elementos constituyentes; finalmente, se realiza la etapa de post-procesamiento que son los resultados obtenidos por los programas usados por diversos autores tales como respuestas estructurales.
16. Las deflexiones diferidas juegan un rol fundamental en el cálculo estructural ya que al no ser calculadas correctamente, no se considera una contraflecha que ajuste a la demanda real. En efecto, al no considerar dicha contraflecha, la estructura puede resultar en deformaciones permanentes de tipo irreversible lo que conlleva a una distribución de esfuerzos internos que no han sido previstos en el diseño estructural. En obra, las contraflechas aseguran el correcto orden y procedimiento de la puesta en marcha de los diferentes elementos estructurales, en tal sentido, si la estructura se deflecta los elementos que han sido proyectados no coinciden con la geometría real, dando posible replanteos en obras o hasta inclusive el colapso de la misma. Es de suma importancia que las vigas de sección compuesta u otros elementos que consideren el concreto como material de construcción, el correcto cálculo de lo mismo.

8.2 RECOMENDACIONES

1. Se sugiere desarrollar esta línea de investigación del referido tema de trabajo tanto analíticamente y experimentalmente con el objetivo de desarrollar un lineamiento preciso y conciso para la aplicación directa en problemas de ingeniería, teniendo como principal objetivo: la formulación de una mejor normativa actual.
2. El cálculo, control y verificación de deflexiones para secciones de tipo compuesta debe ser más exhaustivo, considerando el estado lineal y no lineal de los elementos estructurales debido a que son aplicados en el campo de los puentes, por tanto, las estructuras son de suma importancia a nivel económico y social.
3. El análisis no lineal dependiente en el tiempo debe ser empleado más en ingeniería, ya que, gracias a las nuevas tecnologías se obtienen resultados más precisos y más reales respecto a los métodos convencionales que aplica la teoría lineal-elástica.
4. El sistema de construcción debe seguirse adecuadamente porque las deflexiones dependen de las cargas durante el proceso de construcción (apuntalamiento); consecuentemente, estas tienden a aumentar gradualmente durante el tiempo, se recomienda verificar esfuerzos durante las fases de construcción.
5. El grado de interacción parcial entre la viga y la losa de concreto debe ser considerado en el proceso de diseño por la existencia de los conectores de corte en la sección transversal. Además, al considerar los conectores, se considera las propiedades lineales y no lineales del mismo, lo que promueve a una mejor aproximación real.
6. La elaboración de modelos en 3D, aplicando diferentes teorías de linealidad y no linealidad ayuda en el entendimiento del comportamiento de la viga de sección compuesta en forma real para diferentes tipos de sistemas estructurales. Se recomienda estudiar las propiedades de los materiales constituyentes en diferentes sistemas de construcción para un mejor análisis estructural.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AASHTO, Standard specifications for highways bridges, 16 Ed., Washington D.C, 1996.
2. ACI Committee 209. Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep in Hardened Concrete. Michigan, United States of America, 2008.
3. ACI Committee 224. Causas, Evaluación y Reparación de Fisuras en Estructuras de Hormigón. Michigan, United States of America, 1993.
4. ACI Committee 435. Control of Deflection in Concrete Structures. Michigan, United States of America, 2003.
5. ACI, Prediction of Creep, Shrinkage, and Temperature Effects in Concrete Structures. Michigan, United States of America, 1997.
6. Adluri S. Structural Steel Design Composite Beams [diapositivas de PowerPoint]. (s.f.).
7. Alvarez O., Cházaro C. Construcción compuesta acero-concreto. Gerdau Corsa, Distrito Federal, México, s.f.
8. Amadio C., Fragiacommo M., Marcorini L., Evaluation of the deflection of steel-concrete composite beams at serviceability limit state. Journal of Constructional Steel Research. Department of Civil and Environmental Engineering, University of Trieste, Piazzale Europa 1, Italy, 2010.
9. Ayoub A., Filippou F. Mixed Formulation of Nonlinear Steel-Concrete Composite Beam Element. ASCE. University of California, Berkeley, USA, 2000.
10. Ban H., Uy B., Pathirana S., Henderson I., Mirza O., Zhu X. Time-dependent behavior of composite beams with blind bolts under sustained loads. Journal of Constructional Steel Research, Tsinghua University, Beijing, 2015.
11. Bazant Z. Limitations of Strain-Hardening model for Concrete Creep. Cement and Concrete Research. Center for Concrete and Geomaterials, the Technological Institute, Northwestern University, Illinois, United States of America, 1987.

12. Bazant Z., Prasannan S. Solidification Theory for Concrete Creep, I: Formulation. *Journal of Engineering Mechanics*. Northwestern University, Evanston, 1989.
13. Bazant Z., Zebich S. Statistical linear regression analysis of prediction models for creep and shrinkage. *Cement and Concrete Research*. Center for Concrete and Geomaterials, the Technological Institute, Northwestern University, Illinois, United States of America, 1983.
14. Benitez M., Darwin D., Donahey R. Deflections of composite Beams with web openings. University of Kansas, Structural Engineering and Materials Laboratory, Lawrence, Kansas, 1990.
15. Bradford M., Erkmen R. Nonlinear elastic analysis of composite beams curved in-plan. *Engineering Structures*. Centre for Infrastructure Engineering and Safety, School of Civil and Environmental Engineering, The University of New South Wales, Australia, 2008.
16. Bradford M., Liu X., Chen Q., Ban H. Finite element modelling of steel–concrete composite beams with high-strength friction-grip bolt shear connectors. *Finite Elements in Analysis and Design*. The University of New South Wales, Sydney, Australia, 2015.
17. Bradford M., Liu X., Erkmen R. Non-linear inelastic analysis of steel–concrete composite beams curved in-plan. *Engineering Structures*. Centre for Infrastructure Engineering and Safety, School of Civil and Environmental Engineering, The University of New South Wales (UNSW), Sydney, Australia, 2013.
18. Bradford M., Ranzi G. Analytical solutions for the time-dependent behaviour of composite beams with partial interaction. *International Journal of Solids and Structures* 43. Department of Civil Engineering, The University of Sydney, Sydney, Australia, 2005.
19. Bradford M., Wright H. Time-dependent local buckling in thin-walled lightweight composites. *Journal Constructional Steel Research*. The University of New South Wales, Sydney, Australia, 1998.
20. Civil Engineering and Building Structures Standards Policy Committee. *British Standard Part 3 (BS 5950 Part 3)*, United Kingdom, 1990.

21. De Sutter S., Verbruggen S., Tysman T. Shear Behaviour of Hybrid Composite-Concrete Beams: Experimental Failure and Strain Analysis. Composite Structures. Vrije Universiteit Brussel (VUB), Faculty of Engineering, Department of Mechanics of Materials and Constructions (MeMC), Brussels, Belgium, 2016.
22. De Vittori S. Time dependent behavior of reinforced concrete slabs. Thesis in Advanced Design of Structures. University of Bologna, Italy, 2011.
23. Derick J., Oehlers D., Bradford M. Composite Steel and Concrete Structural Members: Fundamental Behaviour. Pergamon Press, Oxford, 1995.
24. Dezi L. Shrinkage Effects in Composite Beams with Flexible Connection. Journal Constructional Steel Research. Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni, University of Ancona, Ancona, Italy, 1992.
25. Dias M. Numerical analysis of steel-concrete composite beams by the finite element method: Long-term effects, Federal University of Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.
26. Dias M., Tamayo J.L.P., Morsch I.B., Awruch A.M. Time dependent finite element analysis of steel-concrete composite beams considering partial interaction, Federal University of Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.
27. Erkmen R., Bradford M. Time-dependent creep and shrinkage analysis of composite beams curved in-plan. Computers and Structures. School of Civil and Environmental Engineering, University of Technology Sydney, Broadway, Australia, 2009.
28. Erkmen R., Bradford M., Liu X. Creep and shrinkage analysis of curved composite beams with partial interaction. International Journal of Mechanical Sciences. School of Civil and Environmental Engineering, University of Technology Sydney, Broadway, Australia, 2011.
29. European Commission. Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures [diapositivas de PowerPoint]. Brussels, Belgium, 2008.
30. European Commission. Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures. Brussels, Belgium, 1994.

31. Fu K., Lu F. Nonlinear Finite Element Analysis for Highway Bridge Superstructures. *Journal of Bridge Engineering*, University of Toledo, Ohio, 2003.
32. Gara F., Carbonari S., Leoni G., Dezi L. A higher order steel–concrete composite beam model. *Engineering Structures*. Dept. of Civil and Building Engineering and Architecture, Università Politecnica delle Marche, Ancona, Italy, 2013.
33. Gara F., Leoni G., Dezi L. A beam finite element including shear lag effect for the time-dependent analysis of steel–concrete composite decks. *Engineering Structures*. Department of Architecture, Construction and Structures, Università Politecnica delle Marche, via Brecce Bianche, Ancona, Italy, 2008.
34. Ghali A., Favre R., Eldbadry M. *Concrete Structures: Stresses and Deformation*. Third Edition. E & FN SPON EDITORIAL. London, UK, 1986.
35. Gilbert I. Time-dependent stiffness of cracked reinforced and composite concrete slabs. 11th International conference on modern building materials, structures and techniques. School of Civil and Environmental Engineering, The University of New South Wales, Sydney, Australia, 2013.
36. Gilbert R., Foster S., Chong K. Time-dependent modelling of RC structures using the cracked membrane model and solidification theory. *Computers and structures* 86. The School of Civil and Environmental Engineering, The University of New South Wales, Sydney, Australia, 2007.
37. Gilbert R.I., Ranzi G. *Time-dependent behavior of concrete structures*, CRC Press, Londres, 2010.
38. Henderson I., Zhu X., Uy B., Mirza O. Dynamic behaviour of steel–concrete composite beams with different types of shear connectors. Part I: Experimental study. *Engineering Structures*. Centre for Infrastructure Engineering and Safety, The University of New South Wales, Australia, 2014
39. Heyliger P. Elasticity alternatives to generalized Vlasov and Timoshenko models for composite beams. *Composite Structures*. Department of Civil and Environmental Engineering, Colorado State University, Fort Collins, United States, 2016

40. Japan Society of Civil Engineers. Standard Specifications for Steel and Composite Structures. Japan, 2009.
41. Johnson R. Composite Structures of Steel and Concrete. Third Edition. Blackwell Publishing. Oxford, UK, 2004.
42. Kim S. Creep and Shrinkage Effects on Steel-Concrete Composite Beams. Thesis submitted to the faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science In Civil Engineering. Blacksburg, Virginia, 2014.
43. Kotinda I. T. "Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas" Tesis de maestría, Sao Carlos, Brasil, 2006.
44. Lawson R., Chung K. Composite Beam Design to Eurocode 4. The Steel Construction Institute, Berkshire, United Kingdom, 1994.
45. Leoni G., Gara F. Ranzi G. Simplified method of analysis accounting for shear-lag effects in composite bridge decks. Journal of Constructional Steel Research. Universita' di Camerino, Ascoli-Piceno, Italy, 2010.
46. Leoni G., Gara F., Ranzi G. Simplified method of analysis accounting for shear-lag effects in composite bridge decks. Journal of Constructional Steel Research. Universita' Politecnica delle Marche, Ancona, Italy, 2011.
47. Liang Q., Uy B., Bradford M., Ronagh H. Ultimate strength of continuous composite beams in combined bending and shear. Journal of Constructional Steel Research 60. School of Civil and Environmental Engineering, The University of New South Wales, Sydney, Australia, 2004.
48. Load and Resistance factor design specification for structural steel buildings. American Institute of Steel Construction, Chicago, 1993.
49. Lopes S., Lopes A., Lou T. Numerical modeling of externally prestressed steel-concrete composite beams. Journal Constructional Steel Research. Department of Civil Engineering, University of Coimbra, Portugal, 2015.
50. Lorefice R., Etse G., Coronel C., Herrera I. Estudio de modelos viscoelásticos y viscoplásticos para creep básico en hormigón. MAE - CENTRO DE MECANICA APLICADA Y ESTRUCTURAS (IMEC-UNSE) - Santiago del Estero, Argentina, 2006.

51. Martinelli E., Faella C., Nigro E. Steel_concrete composite beams in partial interaction: Closed-form "exact" expression of the stiffness matrix and the vector of equivalent nodal forces. Engineering Structures. Department of Civil Engineering, University of Salerno, via Ponte don Melillo, Italy, 2009.
52. McCormick J., Nagae T., Ikenaga M., Zhang P., Katsuo M., Nakashima M. Investigation of the sliding behavior between steel and mortar for seismic applications in structures. EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS. Department of Civil and Environmental Engineering, University of Michigan, U.S.A, 2009.
53. Ministerio de Vivienda, "Reglamento nacional de Edificaciones", Lima, 2009.
54. Nethercot D. Composite Construction. Spon Press, London, 2004.
55. Neville A. Concrete Technology. Second Edition. Pearson Education Limited. Edinburgh, England, 1987.
56. Nie J., Fan Jiansheng, Cai C. Stiffness of Steel-Concrete Composite Beams under Negative Bending. Tsinghua University, Beijing, China, 2004.
57. Oehlers D., Nguyen N., Ahmed M., Bradford M. Partial Interaction in Composite Steel and Concrete Beams with Full Shear Connection. Journal of Constructional Steel Research. Department of Civil and Environmental Engineering, University of Adelaide, Adelaide, Australia, 1997.
58. Oller E., Bairán J., Duarte N., Marí A. Simplified method for the calculation of long-term deflections in FRP-strengthened reinforced concrete beams. Construction Engineering Department, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, 2012.
59. Park S., Hong S. Long-term behavior of fiber-reinforced-polymer-plated concrete beams under sustained loading: Analytical and experimental study. Composite structures. College of Engineering, Sungkyunkwan University, Cheongcheong-dong, Jangan-gu, Republic of Korea, 2015.
60. Pelke E., Kurrer K. On the evolution of steel-concrete composite construction. 5th International Congress on Construction History. Construction History Society of America, Atlanta, USA, 2015.

61. Pineda M. Diseño de elementos estructurales de sección compuesta con LRFD (Load and Resistance Factor Design). Instituto Politécnico Nacional, Mexico, 2005.
62. Ranzi G., Al-deen S., Vrcelj Z. Shrinkage effects on the flexural stiffness of composite beams with solid concrete slabs: An experimental study. Engineering Structures. School of Civil Engineering, The University of Sydney, 2015.
63. Ranzi G., Al-deen S., Vrcelj Z. Full-scale long-term experiments of simply supported composite beams with solid slabs. Journal of Constructional Steel Research. School of Civil Engineering, The University of Sydney, Australia, 2010.
64. Ranzi G., Al-deen S., Vrcelj Z. Long-term experiments of composite steel-concrete beams. The twelfth asia-pacific conference on structural engineering and construction. University of Sydney, Australia, 2011
65. Ranzi G., Asta A., Ragni L., Zona A. A geometric nonlinear model for composite beams with partial interaction. Engineering Structures. School of Civil Engineering, The University of Sydney, Sydney, Australia, 2008.
66. Ranzi G., Chen L., Jiang S., Tahmasebinia F., Li G. An experimental study on the behaviour and design of shear connectors embedded in solid slabs at elevated temperatures. Journal of Constructional Steel Research. School of Civil Engineering, The University of Sydney, 2006.
67. Ranzi G., Chen L., Jiang S., Tahmasebinia F., Li G., Behaviour and design of shear connectors in composite slabs at elevated temperatures. Journal of Constructional Steel Research. School of Civil Engineering, The University of Sydney, 2015.
68. Ranzi G., Gara F., Leoni G. Time analysis of composite beams with partial interaction using available modelling techniques: A comparative study. Journal of Constructional Steel Research, Università Politecnica delle Marche, Ancona, Italy, 2005.
69. Ranzi G., Tahmasebinia F. Three-Dimensional FE Modelling of Simply-Supported and Continuous Composite Steel-Concrete Beams. The Twelfth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction. School of Civil Engineering, The University of Sydney, Australia, 2011.

70. Ranzi G., Taig G. Generalised Beam Theory (GBT) for composite beams with partial shear interaction. *Engineering Structures*. School of Civil Engineering, The University of Sydney, NSW 2006, Australia, 2014.
71. Ranzi G., Taig G., Costa D., Piccardo G., Luongo A. A GBT Model for the Analysis of Composite Steel–Concrete Beams with Partial Shear Interaction. *Structures*. School of Civil Engineering, The University of Sydney, Australia, 2015.
72. Ranzi G., Zona A. A steel–concrete composite beam model with partial interaction including the shear deformability of the steel component. *Engineering Structures* 29. School of Civil Engineering, Building J05, The University of Sydney, Australia, 2006.
73. Sakla S., Sakr M. Long-term deflection of cracked composite beams with nonlinear partial shear interaction. A study using neural networks. *Engineering structures*. Civil Engineering Department, Tanta University, Tanta, Egypt, 2009.
74. Sakla S., Sakr. M. Long-term deflection of cracked composite beams with nonlinear partial shear interaction: I - Finite element modeling. *Journal of Constructional Steel Research*. Civil Engineering Department, Tanta University, Tanta, Egypt, 2008.
75. Sánchez G. Comparación de deformaciones analíticas y experimentales por flujo plástico y contracción de la pila de un puente. Tesis para optar por el grado de: Maestro en Ingeniería. Instituto de Ingeniería UNAM. Mexico, 2013.
76. Scordelis A. Nonlinear analysis of multi-cell reinforced concrete box girder bridges. Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, California, 1982.
77. Seedan A., Alhadid M., El-Sawy K. Experimental study of the flexural response of steel beams strengthened with anchored hybrid composites. *Thin-Walled Structures*. Department of Civil and Environmental Engineering, UAE University, P.O. Box 15551, Al-Ain, Abu Dhabi, United Arab Emirates, 2015.
78. Song X., Leng Y. Experimental study on shear performance of steel–concrete–Steel sandwich beams. *Journal of Constructional Steel*

- Research. Department of Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, China, 2015.
79. Sweedan A., Alhadid M., El-Sawy K. Experimental study of the flexural response of steel beams strengthened with anchored hybrid composites. *Thin-Walled Structures*. Department of Civil and Environmental Engineering, UAE University, Al-Ain, Abu Dhabi, United Arab Emirates, 2015.
80. Tamayo J.L.P. "Flujo plástico en estructuras de concreto armado", Tesis para optar el Título Profesional FIC-UNI, Lima, Perú, 2004.
81. Tamayo J.L.P. Numerical analysis of steel-concrete composite beams by the finite element method, Federal University of Rio Grande do Sul, 2011.
82. Universidad Autónoma de México. Acero de refuerzo: Cuantificación, habilitado y control en obra. Control de calidad [diapositivas de PowerPoint]. Mexico, (s.f).
83. Valipour H., Bradford M. A steel-concrete composite beam element with material nonlinearities and partial shear interaction. *Finite Elements in Analysis and Design*. Centre for Infrastructure Engineering and Safety (CIES), School of Civil and Environmental Engineering, The University of New South Wales, Sydney, Australia, 2009.
84. Valipour H., Bradford M., Hassanieh A. Load-slip behaviour of steel-cross laminated timber (CLT) composite connections. *Journal of Constructional Steel Research*. Centre for Infrastructure Engineering and Safety School of Civil and Environmental Engineering, Australia, Sydney, Australia, 2015.
85. Valipour H., Hassanieh A., Bradford M. Experimental and numerical study of steel-timber composite (STC) beams. *Journal Constructional Steel Research*. Centre for Infrastructure Engineering and Safety, School of Civil and Environmental Engineering, UNSW Australia, Sydney, Australia, 2015.
86. Wang Y., Geng Y., Ranzi G., Zhang S. Time-dependent behavior of expansive concrete-filled steel tubular columns. Harbin Institute of Technology, Harbin, China, 2010.
87. Wang Y.C. Deflection of steel-concrete composite beams with partial shear interaction. *Journal of Structural Engineering*. N° 124, University Manchester, Londres, 1998.

88. Wang Y.H. Effective flange width of steel-concrete composite beam with partial openings in concrete slab. *Materials and Structures*, University of Chongqing, Chongqing, China, 2014.
89. Wood J. Finite element analysis of composite structures. *Composite structures 29*. Department of Mechanical and Manufacturing Engineering, University of Paisley, Paisley, UK, 1994.
90. Yuan H., Deng H., Yang Y., Weijian Y., Zhenggeng Z. Element-based effective width for deflection calculation of steel-concrete composite beams. *Journal Constructional Steel Research*. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha, 2015.
91. Yuan P., Zhang L., Yang Z., Liu H. Analysis of Creep Effects in High-performance Concrete Bridge Based on AEMM. *Journal of Information & Computational Science* 10:5 (2013). School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing, China, 2013.
92. Zeuner R., Brock G., Gilbert R., Bradford M. Shrinkage Deformations of Composite Slabs with Open Trapezoidal Sheeting. *Procedia Engineering* 14. Centre for Infrastructure Engineering and Safety, The University of New South Wales, Sydney, Australia, 2011
93. Zhang Z., Wenling Q., Jiang M. Time-Dependent Analysis of Steel-Concrete Composite Beams. 2009 International Conference on Engineering Computation. Dalian University, Dalian, China, 2009.
94. Zona A., Ranzi G. A steel-concrete composite beam model with partial interaction including the shear deformability of the steel component. School of Architecture and Design, University of Camerino, Viale della Rimembranza, Italy, 2007.
95. Zona A., Ranzi G. Finite element models for nonlinear analysis of steel-concrete composite beams with partial interaction in combined bending and shear. *Finite Elements in Analysis and Design*. School of Architecture and Design, University of Camerino, Viale della Rimembranza, Italy, 2009.
96. Zona A., Ranzi G. Shear connection slip demand in composite steel-concrete beams with solid slabs. *Journal of Constructional Steel Research*. School of Architecture and Design, University of Camerino, Ascoli Piceno, Italy, 2014.

ANEXOS

7.2.2 Stress limitation for buildings

- (1) Stress limitation is not required for beams if, in the ultimate limit state, no verification of fatigue is required and no pre-stressing by tendons and/or by controlled imposed deformations (e.g. jacking of supports) is provided.
- (2) For composite columns in buildings normally no stress limitation is required.
- (3) If required, the stress limitations for concrete and reinforcement given in EN 1992-1-1, 7.2 apply.

7.3 Deformations in buildings

7.3.1 Deflections

- (1) Deflections due to loading applied to the steel member alone should be calculated in accordance with EN 1993-1-1.
- (2) Deflections due to loading applied to the composite member should be calculated using elastic analysis in accordance with Section 5.
- (3) The reference level for the sagging vertical deflection δ_{\max} of un-propped beams is the upper-side of the composite beam. Only where the deflection can impair the appearance of the building should the underside of the beam be taken as reference level.
- (4) The effects of incomplete interaction may be ignored provided that:
 - a) the design of the shear connection is in accordance with 6.6,
 - b) either not less shear connectors are used than half the number for full shear connection, or the forces resulting from an elastic behaviour and which act on the shear connectors in the serviceability limit state do not exceed P_{Rd} and
 - c) in case of a ribbed slab with ribs transverse to the beam, the height of the ribs does not exceed 80 mm.
- (5) The effect of cracking of concrete in hogging moment regions on the deflection should be taken into account by adopting the methods of analysis given in 5.4.2.3.
- (6) For beams with critical sections in Classes 1, 2 or 3 the following simplified method may be used. At every internal support where σ_{ct} exceeds $1,5 f_{ctm}$ or $1,5 f_{ictm}$ as appropriate, the bending moment determined by un-cracked analysis defined in 5.4.2.3(2) is multiplied by the reduction factor f_1 given in Figure 7.1, and corresponding increases are made to the bending moments in adjacent spans. Curve A may be used for internal spans only, when the loadings per unit length on all spans are equal and the lengths of all spans do not differ by more than 25%. Otherwise the approximate lower bound value $f_1 = 0.6$ (line B) should be used.
- (7) For the calculation of deflection of un-propped beams, account may be taken of the influence of local yielding of structural steel over a support by multiplying the bending moment at the support, determined according to the methods given in this clause, with an additional reduction factor as follows:
 - $f_2 = 0,5$ if f_y is reached before the concrete slab has hardened;
 - $f_2 = 0,7$ if f_y is reached after concrete has hardened.

This applies for the determination of the maximum deflection but not for pre-camber.

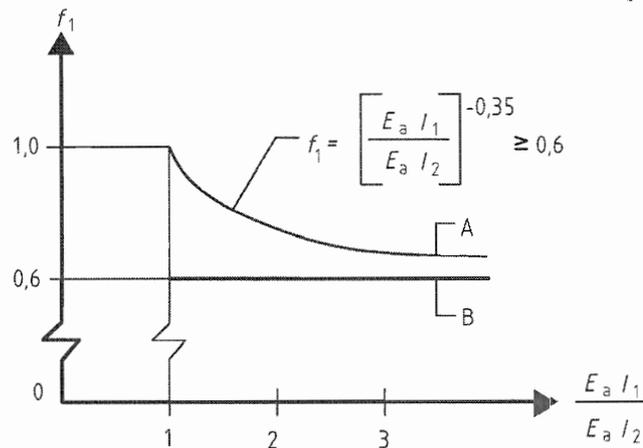


Figure 7.1 : Reduction factor for the bending moment at supports

(8) Unless specifically required by the client, the effect of curvature due to shrinkage of normal weight concrete need not be included when the ratio of span to overall depth of the beam is not greater than 20.

7.3.2 Vibration

(1) The dynamic properties of floor beams should satisfy the criteria in EN1990, A1.4.4.

7.4 Cracking of concrete

7.4.1 General

(1) For the limitation of crack width, the general considerations of EN 1992-1-1, 7.3.1(1) - (9) apply to composite structures. The limitation of crack width depends on the exposure classes according to EN 1992-1-1, 4.

(2) An estimation of crack width can be obtained from EN 1992-1-1, 7.3.4, where the stress σ_s should be calculated by taking into account the effects of tension stiffening. Unless a more precise method is used, σ_s may be determined according to 7.4.3(3).

(3) As a simplified and conservative alternative, crack width limitation to acceptable width can be achieved by ensuring a minimum reinforcement defined in 7.4.2, and bar spacing or diameters not exceeding the limits defined in 7.4.3.

(4) In cases where beams in buildings are designed as simply supported although the slab is continuous and the control of crack width is of no interest, the longitudinal reinforcement provided within the effective width of the concrete slab according to 6.1.2 should be not less than:

- 0,4 % of the area of the concrete, for propped construction ;
- 0,2 % of the area of concrete, for un-propped construction.

The reinforcement in the beam designed as simply-supported should extend over a length of $0,25L$ each side of an internal support, or $0,5L$ adjacent to a cantilever, where L is the length of the relevant span or the length of the cantilever respectively. No account should be taken of any profiled steel sheeting. The maximum spacing of the bars should be in accordance with 9.2.1(5) for a composite slab, or with EN 1992-1-1, 9.3.1.1(3) for a solid concrete flange.

Section 6. Composite beams: serviceability

6.1 Deflections

6.1.1 General

Deflections should be determined under serviceability loads (see 2.4.1).

For unpropped construction the imposed load deflection should be based on the properties of the composite section but the dead load deflection, due to the self weight of the steel beam and the concrete flange, should be based on the properties of the steel beam.

For propped construction all deflections should be based on the properties of the composite section.

When calculating deflections, the behaviour of composite beams should be taken as linear elastic, except for the redistribution of moments recommended in 6.1.3 and the increased deflections for partial shear connection recommended in 6.1.4.

6.1.2 Simply supported beams

Deflections of simply supported composite beams should be calculated using the properties of the gross uncracked section described in 4.2.2.

NOTE For steel beams with equal flanges, the second moment of area of the gross uncracked composite section may be calculated from the formula given in B.3.1.

6.1.3 Continuous beams

6.1.3.1 General. For continuous beams, the imposed load deflections should allow for the effects of pattern loading. Where design at the ultimate limit state is based on plastic global analysis or on an analysis involving significant redistribution of support moments, the effects of shakedown on deflections should also be included in the imposed load deflections.

As an alternative to rigorous analysis, the methods given in 6.1.3.2 to 6.1.3.5 may be used to allow for the effects of pattern loading and shakedown by modifying the initial support moments.

6.1.3.2 Allowance for pattern loading. The initial moments at each support should be determined for the case of unfactored imposed load on all spans. Reductions should then be made to these initial support moments (except adjacent to cantilevers) to allow for pattern loading, as follows:

for normal loading: 30%

for storage loading: 50%

6.1.3.3 Allowance for shakedown effects. Allowance should be made for the effects of shakedown if the beam has been designed for the ultimate limit state using:

plastic global analysis (see 5.2.4 and D.3);

elastic global analysis, using the properties of the gross uncracked section (see 5.2.3.1) with redistribution exceeding 40 %;

elastic global analysis, using the properties of the cracked section (see D.2) with redistribution exceeding 20 %.

The support moments should be determined, without any redistribution, for the following combination of unfactored loads:

for normal loading: dead load plus 80 % of imposed load;

for storage loading: dead load plus 100 % of imposed load.

Where these support moments exceed the plastic moment capacity of the section for negative moments, the excess moments should be taken as the moments due to shakedown.

The deflections produced by these shakedown moments should be added to the imposed load deflections. This should be done by further reducing the calculated support moments due to imposed loading, by values equal to the shakedown moments, in addition to the reductions for the effects of pattern loading given in 6.1.3.2.

6.1.3.4 Calculation of moments. The support moments required in 6.1.3.2 and 6.1.3.3 should be based on an analysis using the properties of the gross uncracked section throughout. Alternatively, provided the conditions given in 5.2.2 for the simplified method are satisfied, the support moments may be taken as follows:

two-span beam: $WL/8$;

first support in a multi-span beam: $WL/10$

other internal supports: $WL/14$.

In these expressions, W is the appropriate unfactored load on the span L . Where the spans each side of a support differ, the mean of the values of WL for the two adjacent spans should be used.

6.1.3.5 Calculation of deflections. The imposed load deflection in each span should be based on the loads applied to the span and the support moments for that span, modified as recommended to allow for pattern loading and shakedown effects. Provided that the steel beam is of uniform section without any haunches, the properties of the gross uncracked composite section should be used throughout.

The dead load deflections should be based on an elastic analysis of the beam. For unpropped construction, the properties of the steel beam should be used. For propped construction, the properties of the gross uncracked composite section should be used.

For continuous beams under uniform load or symmetric point loads, the deflection δ_c at mid-span may be determined from the expression:

$$\delta_c = \delta_o ((1 - 0.6)(M_1 + M_2)/M_o)$$

where

δ_o is the deflection of a simply supported beam for the same loading;

M_o is the maximum moment in the simply supported beam;

M_1 and M_2 are the moments at the adjacent supports (modified as appropriate).

6.1.4 Partial shear connection

The increased deflection under serviceability loads (see 2.4.1) arising from partial shear connection should be determined from the following expressions:

for propped construction

$$\delta = \delta_c + 0.5(1 - N_a/N_p)(\delta_s - \delta_c)$$

for unpropped construction

$$\delta = \delta_c + 0.3(1 - N_a/N_p)(\delta_s - \delta_c)$$

where

δ_s is the deflection for the steel beam acting alone;

δ_c is the deflection of a composite beam with full shear connection for the same loading.

For continuous beams, the same formulae apply, but δ_s and δ_c refer to the deflection of the continuous beam, δ_c being calculated as recommended in 6.1.3.

6.2 Irreversible deformation

In continuous beams, the sagging moments in each span should be increased as necessary to maintain equilibrium with the applied loads, allowing for the reductions in the support moments recommended in 6.1 to allow for the effects of pattern loading and shakedown.

Stresses in simply supported beams and cantilevers and the mid-span regions of continuous beams, under the serviceability loads given in 2.4.1, should not exceed the limits given in 2.4.3. It is not necessary to modify the elastic section modulus to take into account partial shear connection at the serviceability limit state.

NOTE For composite beams in which the steel beam has equal flanges, the section modulus of the composite section may be calculated from the formulae given in B.4.

6.3 Cracking

Where it is required to limit the crack width, reference should be made to BS 8110.

Where environmental conditions will not give rise to corrosion, such as in heated office buildings, it is not normally necessary to check crack widths, even where the composite beams are designed as simply supported, provided that the concrete flange slab is reinforced as recommended in BS 5950-4 or BS 8110 as appropriate.

NOTE In such cases crack widths may be outside the limits given in BS 8110, but experience has shown that no durability problems arise.

In cases of exposure to adverse environmental conditions (such as floors in car-parking structures or roofs generally) additional reinforcement in the concrete flange over the beam supports may be required to control cracking and the relevant clauses in BS 8110 should be referred to.

To avoid visible cracks where hard finishes are used, the use of crack control joints in the finishes should be considered.

6.4 Vibrations

Where vibration may cause discomfort to the occupants of a building or damage to its contents, the response of long-span composite floors should be considered. If necessary reference should be made to specialist literature.

NOTE For further guidance, reference may be made to SCI Publication 076 "Design Guide on the Vibration of Floors".⁴⁾

⁴⁾ Available from The Steel Construction Institute, Silwood Park, Buckhurst Road, Ascot, Berks, SL5 7QN.

9.6.2.5 A menos que se haga un análisis más completo, la deflexión diferida o adicional en el tiempo, resultante del flujo plástico del concreto y de la retracción de los elementos en flexión, podrá estimarse multiplicando la deflexión inmediata causada por las cargas sostenidas (carga muerta y la porción de carga viva que se prevé actuará permanentemente) por el factor $\lambda\Delta$.

$$\lambda\Delta = \frac{\xi}{1 + 50 \rho'} \quad (9-15)$$

donde ρ' es la cuantía del acero en compresión calculado en la mitad de la luz para tramos simples y continuos y en el punto de apoyo para voladizos. Puede tomarse ξ , el factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas, igual a:

5 años o más	2,0
12 meses.....	1,4
6 meses	1,2
3 meses	1,0

Para otras duraciones de las cargas sostenidas, se podrá usar el gráfico a que se presenta a continuación.

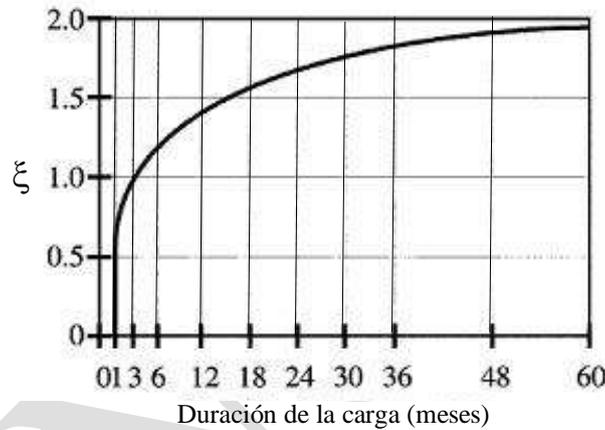


Fig. 9.6.2.5 Factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas.

9.6.2.6 La deflexión calculada de acuerdo con 9.6.2.2 a 9.6.2.5 no debe exceder los límites establecidos en la Tabla 9.2

CAPÍTULO 12

DISEÑO PARA CONDICIONES DE SERVICIO

Este Capítulo provee recomendaciones de diseño para condiciones de servicio.

El capítulo está organizado de la siguiente manera:

- 12.1 General
- 12.2 Contraflecha
- 12.3 Deflexiones
- 12.4 Desplazamientos laterales
- 12.5 Vibraciones
- 12.6 Movimiento inducido por el viento
- 12.7 Expansión y contracción
- 12.8 Deslizamiento en las conexiones

12.1 GENERAL

Condición de Servicio es un estado en el que la función de la edificación, su apariencia, su facilidad para darle mantenimiento, su durabilidad y la comodidad de su uso por parte de sus ocupantes, se conservan bajo condiciones de uso normal. Los valores límites de comportamiento estructural para asegurar las condiciones de servicio (deflexiones máximas, vibraciones excesivas, etc.) deben escogerse en función del uso de la estructura. Las condiciones de servicio deberán evaluarse usando la combinación de cargas apropiada, listadas en (1.4-7) al (1.4-11), para el estado límite de servicio identificado.

12.2 CONTRAFLECHA

Deben considerarse contraflechas cuando las deflexiones por cargas permanentes, uso normal, son un problema para las condiciones de servicio. Se recomienda que el valor de la contraflecha sea calculado a partir de las cargas permanentes. La magnitud, dirección y ubicación de las contraflechas deberán indicarse en los planos de diseño.

Las vigas y armaduras detalladas sin especificaciones de contraflecha deberán fabricarse para que después del montaje, cualquier deflexión debido al rolado o ensamble en taller quede en sentido ascendente. Si la contraflecha implica el montaje de cualquier elemento con una precarga, esto deberá indicarse en los planos de diseño.

12.3 DEFLEXIONES

Las deflexiones en elementos y sistemas estructurales debido a cargas de servicio no deben afectar las condiciones de servicio de la estructura.

results, since the concrete initial modulus of elasticity, E_{ci} , must be included, that is:

$$v_t = \delta_t E_{ci} \quad (1-1)$$

This is seen from the relations:

$$\begin{aligned} \text{Creep strain} &= \sigma \delta_t \\ &= \epsilon_i v_t, \text{ and} \\ E_{ci} &= \sigma / \epsilon_i \end{aligned}$$

where, σ is the applied constant stress and ϵ_i is the instantaneous strain.

The choice of either of δ_t or v_t is a matter of convenience depending on whether it is desired to apply the creep factor to stress or strain. The use of v_t is usually more convenient for calculation of deflections and prestressing losses.

1.3.3 Relaxation

Relaxation is the gradual reduction of stress with time under sustained strain. A sustained strain produces an initial stress at time of application and a deferred negative (deductive) stress increasing with time at a decreasing rate.⁸⁹

1.3.4 Modulus of elasticity

The static modulus of elasticity (secant modulus) is the linearized instantaneous (1 to 5 minutes) stress-strain relationship. It is determined as the slope of the secant drawn from the origin to a point corresponding to 0.45 f_c' on the stress-strain curve, or as in ASTM C 469.

1.3.5 Contraction and expansion

Concrete contraction or expansion is the algebraic sum of volume changes occurring as the result of thermal variations caused by heat of hydration of cement and by ambient temperature change. The net volume change is a function of the constituents in the concrete.

CHAPTER 2-MATERIAL RESPONSE

2.1-Introduction

The procedures used to predict the effects of time-dependent concrete volume changes in Chapters 3, 4, and 5 depend on the prediction of the material response parameters; i.e., strength, elastic modulus, creep, shrinkage and coefficient of thermal expansion.

The equations recommended in this chapter are simplified expressions representing average laboratory data obtained under steady environmental and loading conditions. They may be used if specific material response parameters are not available for local materials and environmental conditions.

Experimental determination of the response parameters using the standard referenced throughout this report and listed in Section 2.10 is recommended if an accurate prediction of structural service response is desired. No prediction method can yield better results than testing actual materials under environmental and

loading conditions similar to those expected in the field. It is difficult to test for most of the variables involved in one specific structure. Therefore, data from standard test conditions used in connection with the equations recommended in this chapter may be used to obtain a more accurate prediction of the material response in the structure than the one given by the parameters recommended in this chapter.

Occasionally, it is more desirable to use material parameters corresponding to a given probability or to use upper and lower bound parameters based on the expected loading and environmental conditions. This prediction will provide a range of expected variations in the response rather than an average response. However, probabilistic methods are not within the scope of this report.

The importance of considering appropriate water content, temperature, and loading histories in predicting concrete response parameters cannot be overemphasized.

The differences between field measurements and the predicted deformations or stresses are mostly due to the lack of correlation between the assumed and the actual histories for water content, temperature, and loading.

2.2-Strength and elastic properties

2.2.1 Concrete compressive strength versus time

A study of concrete strength versus time for the data of References 1-6 indicates an appropriate general equation in the form of Eq. (2-1) for predicting compressive strength at any time.^{6,7}

$$(f_c')_t = \frac{t}{a + \beta t} (f_c')_{28} \quad (2-1)$$

where a/β in days and β are constants, $(f_c')_{28}$ = 28-day strength and t in days is the age of concrete.

Compressive strength is determined in accordance with ASTM C 39 from 6 x 12 in. (152 x 305 mm) standard cylindrical specimens, made and cured in accordance with ASTM C 192.

Equation (2-1) can be transformed into

$$(f_c')_t = \frac{t}{a/\beta + t} (f_c')_u \quad (2-2)$$

where a/β is age of concrete in days at which one half of the ultimate (in time) compressive strength of concrete, $(f_c')_u$ is reached.⁹²

The ranges of a and β in Eqs. (2-1) and (2-2) for the normal weight, sand lightweight, and all lightweight concretes (using both moist and steam curing, and Types I and III cement) given in References 6 and 7 (some 88 specimens) are: $a = 0.05$ to 9.25, $\beta = 0.67$ to 0.98.

The constants a and β are functions of both the type of cement used and the type of curing employed. The use of normal weight, sand lightweight, or all-lightweight aggregate does not appear to affect these constants significantly. Typical values recommended in References 7 are given in Table 2.2.1. Values for the time-ratio, $(f_c')_t / (f_c')_{28}$ or $(f_c')_t / (f_c')_u$ in Eqs. (2-1) and (2-2) are given also in Table 2.2.1.

"Moist cured conditions" refer to those in ASTM C 132 and C 511. Temperatures other than 73.4 ± 3 F (23 ± 1.7 C) and relative humidities less than 35 percent may result in values different than those predicted when using the constant on Table 2.2.1 for moist curing. The effect of concrete temperature on the compressive and flexural strength development of normal weight concretes made with different types of cement with and without accelerating admixtures at various temperatures between 25 F (-3.9 C) and 120 F (48.9 C) were studied in Reference 90.

Constants in Table 2.2.1 are not applicable to concretes, such as mass concrete, containing Type II or Type V cements or containing blends of portland cement and pozzolanic materials. In those cases, strength gains are slower and may continue over periods well beyond one year age.

"Steam cured" means curing with saturated steam at atmospheric pressure at temperatures below 212 F (100 C).

Experimental data from References 1-6 are compared in Reference 7 and all these data fall within about 20 percent of the average values given by Eqs. (2-1) and (2-2) for constants α and β in Table 2.2.1. The temperature and cycle employed in steam curing may substantially affect the strength-time ratio in the early days following curing.¹⁰⁷

2.2.2 Modulus of rupture, direct tensile strength and modulus of elasticity

Eqs. (2-3), (2-4), and (2-5) are considered satisfactory in most cases for computing average values for modulus of rupture, f_r , direct tensile strength, f'_t , and secant modulus of elasticity at $0.4(f'_c)_t$, E_{ct} respectively of different weight concretes.^{1,4-12}

$$f_r = g_r [w(f'_c)_t]^{1/2} \tag{2-3}$$

$$f'_t = g_t [w(f'_c)_t]^{1/2} \tag{2-4}$$

$$E_{ct} = g_{ct} [w^3(f'_c)_t]^{1/2} \tag{2-5}$$

For the unit weight of concrete, w in pcf and the compressive strength, $(f'_c)_t$ in psi

$$g_r = 0.60 \text{ to } 1.00 \text{ (a conservative value of } g_r = 0.60 \text{ may be used, although a value } g_r = 0.60 \text{ to } 0.70 \text{ is more realistic in most cases)}$$

$$g_t = 1/3$$

$$g_{ct} = 33$$

For w in Kg/m^3 and $(f'_c)_t$ in MPa

$$g_r = 0.012 \text{ to } 0.021 \text{ (a conservative value of } g_r = 0.012 \text{ may be used, although a value of } g_r = 0.013 \text{ to } 0.014 \text{ is more realistic in most cases)}$$

$$g_t = 0.0069$$

$$g_{ct} = 0.043$$

The modulus of rupture depends on the shape of the tension zone and loading conditions Eq.(2-3) corresponds to a 6 x 6 in. (150 x 150 mm) cross section as in ASTM C 78, Where much of the tension zone is remote from the neutral axis as in the case of large box girders or large I-beams, the modulus of rupture approaches the direct tensile strength.

Eq. (2-5) was developed by Pauw¹¹ and is used in Subsection 8.5.1 of Reference 27. The static modulus of elasticity is determined experimentally in accordance with ASTM C 649.

The modulus of elasticity of concrete, as commonly understood is not the truly instantaneous modulus, but a modulus which corresponds to loads of one to five minutes duration.⁸⁶

2.3—Theory for predicting creep and shrinkage of concrete

The principal variables that affect creep and shrinkage are discussed in detail in References 3, 6, 13-16, and are summarized in Table 2.2.2. The design approach presented^{6,7} for predicting creep and shrinkage: refers to "standard conditions" and correction factors for other than Standard conditions. This approach has also been used in References 3, 7, 17, and 83.

Based largely on information from References 3-6, 13, 15, 18-21, the following general procedure is suggested for predicting creep and shrinkage of concrete at any time.¹

$$v_t = \frac{t^\psi}{d + t^\psi} v_u \tag{2-6}$$

$$(\epsilon_{sh})_t = \frac{t^\alpha}{f + t^\alpha} (\epsilon_{sh})_u \tag{2-7}$$

where d and f (in days), ψ and α are considered constants for a given member shape and size which define the time-ratio part, v_u is the ultimate creep coefficient defined as ratio of creep strain to initial strain, $(\epsilon_{sh})_u$ is the ultimate shrinkage strain, and t is the time after loading in Eq. (2-6) and time from the end of the initial curing in Eq. (2-7).

When ψ and α are equal to 1.0, these equations are the familiar hyperbolic equations of Ross¹⁵ and Lorman²¹ in slightly different form.

The form of these equations is thought to be convenient for design purposes, in which the concept of the ultimate (in time) value is modified by the time-ratio to yield the desired result. The increase in creep after, say, 100 to 200 days is usually more pronounced than shrinkage. In percent of the ultimate value, shrinkage usually increases more rapidly during the first few months. Appropriate powers of t in Eqs. (2-6) and (2-7) were found in References 6 and 7 to be 1.0 for shrinkage (flatter hyperbolic form) and 0.60 for creep (steeper curve for

larger values of t). This can be seen in Fig. (2-3) and (2-4) of Reference 7.

Values of ψ , d , v_u , α , f , and $(\epsilon_{sh})_u$ can be determined by fitting the data obtained from tests performed in accordance to ASTM C 512.

Normal ranges of the constants in Eqs. (2-6) and (2-7) were found to be:^{6,7}

$$\begin{aligned}\psi &= 0.40 \text{ to } 0.80, \\ d &= 6 \text{ to } 30 \text{ days}, \\ v_u &= 1.30 \text{ to } 4.15, \\ \alpha &= 0.90 \text{ to } 1.10, \\ f &= 20 \text{ to } 130 \text{ days}, \\ (\epsilon_{sh})_u &= 415 \times 10^{-6} \text{ to } 1070 \times 10^{-6} \text{ in./in. (m/m)}\end{aligned}$$

These constants are based on the standard conditions in Table 2.2.2 for the normal weight, sand lightweight, and all lightweight concretes, using both moist and steam curing, and Types I and III cement as in References 3-6, 13, 15, 18-20, 23, 24.

Eqs. (2-8), (2-9), and (2-10) represent the average values for these data. These equations were compared with the data (120 creep and 95 shrinkage specimens) in Reference 7. The constants in the equations were determined on the basis of the best fit for all data individually. The average-value curves were then determined by first obtaining the average of the normal weight, sand lightweight, and all lightweight concrete data separately, and then averaging these three curves. The constants v_u and $(\epsilon_{sh})_u$ recommended in References 7 and 96 were approximately the same as the overall numerical averages, that is $v_u = 2.35$ was recommended versus 2.36; $(\epsilon_{sh})_u = 800 \times 10^{-6}$ in./in. (m/m) versus 803×10^{-6} for moist cured concrete, and 730×10^{-6} versus 788×10^{-6} for steam cured concrete.

The creep and shrinkage data, based on 20-year measurements^{7,18} for normal weight concrete with an initial time of 28 days, are roughly comparable with Eqs. (2-8) to (2-10). Some differences are to be found because of the different initial times, stress levels, curing conditions, and other variables.

However, subsequent work⁵⁹ with 479 creep data points and 356 shrinkage data points resulted in the same average for $v_u = 2.35$, but a new average for $(\epsilon_{sh})_u = 780 \times 10^{-6}$ in./in. (m/m), for both moist and steam cured concrete. It was found that no consistent distinction in the ultimate shrinkage strain was apparent for moist and steam cured concrete, even though different time-ratio terms and starting times were used.

The procedure using Eqs. (2-8) to (2-10) has also been independently evaluated and recommended in Reference 60, in which a comprehensive experimental study was made of the various parameters and correction factors for different weight concrete.

No consistent variation was found between the different weight concretes for either creep or shrinkage. It was noted in the development of Eq. (2-8) that more consistent results were found for the creep variable in the

form of the creep coefficient, v_t (ratio of creep strain to initial strain), as compared to creep strain per unit stress, δ_t . This is because the effect of concrete stiffness is included by means of the initial strain.

2.4-Recommended creep and shrinkage equations for standard conditions

Equations (2-8), (2-9), and (2-10) are recommended for predicting a creep coefficient and an unrestrained shrinkage strain at any time, including ultimate values.⁶⁻⁷ They apply to normal weight, sand lightweight, and all lightweight concrete (using both moist and steam curing, and Types I and III cement) under the standard conditions summarized in Table 2.2.2.

Values of v_u and $(\epsilon_{sh})_u$ need to be modified by the correction factors in Sections 2.5 and 2.6 for conditions other than the standard conditions.

Creep coefficient, v_t for a loading age of 7 days, for moist cured concrete and for 1-3 days steam cured concrete, is given by Eq. (2-8).

$$v_t = \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} v_u \quad (2-8)$$

Shrinkage after age 7 days for moist cured concrete:

$$(\epsilon_{sh})_t = \frac{t}{35 + t} (\epsilon_{sh})_u \quad (2-9)$$

Shrinkage after age 1-3 days for steam cured concrete:

$$(\epsilon_{sh})_t = \frac{t}{55 + t} (\epsilon_{sh})_u \quad (2-10)$$

In Eq. (2-8), t is time in days after loading. In Eqs. (2-9) and (2-10), t is the time after shrinkage is considered, that is, after the end of the initial wet curing.

In the absence of specific creep and shrinkage data for local aggregates and conditions, the average values suggested for v_u and $(\epsilon_{sh})_u$ are:

$$v_u = 2.35 \gamma_c \text{ and}$$

$$(\epsilon_{sh})_u = 780 \gamma_{sh} \times 10^{-6} \text{ in./in., (m/m)}$$

where γ_c and γ_{sh} represent the product of the applicable correction factors as defined in Sections 2.5 and 2.6 by Equations (2-12) through (2-30).

These values correspond to reasonably well shaped aggregates graded within limits of ASTM C 33. Aggregates affect creep and shrinkage principally because they influence the total amount of cement-water paste in the concrete.

The time-ratio part, [right-hand side except for v_u and $(\epsilon_{sh})_u$] of Eqs. (2-8), (2-9), and (2-10), appears to be applicable quite generally for design purposes. Values from the standard Eqs. (2-8) to (2-10) of v_t/v_u and

$(\epsilon_{sh})_t/(\epsilon_{sh})_u$ are shown in Table 2.4.1. Note that v is used in Eqs. (4-11), (4-20), and (4-22), hence, $v_t/v_u = v_s/v_u$ for the age of the precast beam concrete at the slab casting.

It has also been shown²⁴ that the time-ratio part of Eqs. (2-8) and (2-10) can be used to extrapolate 28-day creep and shrinkage data determined experimentally in accordance with ASTM C 512, to complete time curves up to ultimate quite well for creep, and reasonably well for shrinkage for a wide variety of data. It should be noticed that the time-ratio in Eqs. (2-8) to (2-10) does not differentiate between basic and drying creep nor between drying autogenous and carbonation shrinkage. Also, it is independent of member shape and size, because $d, f, \psi,$ and α are considered as constant in Eqs. (2-8), (2-9), and (2-10).

The shape and size effect can be totally considered on the time-ratio, without the need for correction factors. That is, in terms of the shrinkage-half-time τ_{sh} , as given by Eq. (2-35) by replacing t by t/τ_{sh} in Eq. (2-9) and by $0.1t/\tau_{sh}$ in Eq. (2-8) as shown in 2.8.1. Also by taking $\psi = \alpha = 1.0$ and $d = f = 26.0$ [exp 0.36(v/s)] in Eqs. (2-6) and (2-7) as in Reference 23, where v/s is the volume to surface ratio, in inches. For v/s in mm use $d = f = 26.0$ exp [1.42 x 10⁻² (v/s)].

References 61, 89, 92, 98 and 101 consider the effect of the shape and size on both the time-ratio (time-dependent development) and on the coefficients affecting the ultimate (in time) value of creep and shrinkage.

ACI Committee 209, Subcommittee I Report⁶ is recommended for a detailed review of the effects of concrete constituents, environment and stress on time-dependent concrete deformations.

2.5-Correction factors for conditions other than the standard concrete composition⁷

All correction factors, y , are applied to ultimate values. However, since creep and shrinkage for any period in Eqs. (2-8) through (2-10) are linear functions of the ultimate values, the correction factors in this procedure may be applied to short-term creep and shrinkage as well.

Correction factors other than those for concrete composition in Eqs. (2-11) through (2-22) may be used in conjunction with the specific creep and shrinkage data from a concrete tested in accordance with ASTM C 512.

2.5.1 Loading age

For loading ages later than 7 days for moist cured concrete and later than 1-3 days for steam cured concrete, use Eqs. (2-11) and (2-12) for the creep correction factors.

$$\text{Creep } \gamma_{\ell a} = 1.25(t_{\ell a})^{-0.118} \text{ for moist cured concrete (2-11)}$$

$$\text{Creep } \gamma_{\ell a} = 1.13 (t_{\ell a})^{-0.094} \text{ for steam cured concrete (2-12)}$$

where $t_{\ell a}$ is the loading age in days. Representative values are shown in Table 2.51. Note that in Eqs. (4-11), (4-20), and (4-22), the Creep $\gamma_{\ell a}$ correction factor must be used when computing the ultimate creep coefficient of the present beam corresponding to the age when slab is cast, v_{us} . That is:

$$v_{us} = v_u \times (\text{Creep } \gamma_{\ell a}) \quad (2-13)$$

2.5.2 Differential shrinkage

For shrinkage considered for other than 7 days for moist cured concrete and other than 1-3 days for steam cured concrete, determine the difference in Eqs. (2-9) and (2-10) for any period starting after this time.

That is, the shrinkage strain between 28 days and 1 year, would be equal to the 7 days to 1 year shrinkage minus the 7 days to 28 days shrinkage. In this example for moist cured concrete, the concrete is assumed to have been cured for 7 days. Shrinkage γ_{cp} factor as in 2.5.3 below, is applicable to Eq. (2-9) for concrete moist cured during a period other than 7 days.

2.5.3 Initial moist curing

For shrinkage of concrete moist cured during a period of time other than 7 days, use the Shrinkage γ_{cp} factor in Table 2.5.3. This factor can be used to estimate differential shrinkage in composite beams, for example.

Linear interpolation may be used between the values in Table 2.5.3.

2.5.4 Ambient relative humidity

For ambient relative humidity greater than 40 percent, use Eqs. (2-14) through (2-16) for the creep and shrinkage correction factors.^{7,20,22}

$$\text{Creep } \gamma_{\lambda} = 1.27 - 0.0067\lambda, \text{ for } \lambda > 40 \quad (2-14)$$

$$\text{Shrinkage } \gamma_{\lambda} = 1.40 - 0.0102, \text{ for } 40 \leq \lambda \leq 80 \quad (2-15)$$

$$= 3.00 - 0.030\lambda, \text{ for } 80 > \lambda \leq 100 \quad (2-16)$$

where λ is relative humidity in percent. Representative values are shown in Table 2.5.4.

The average value suggested for $\lambda = 40$ percent is $(\epsilon_{sh})_u = 780 \times 10^{-6}$ in./in. (m/m) in both Eqs. (2-9) and (2-10). From Eq. (2-15) of Table 2.5.4, for $\lambda = 70$ percent, $(\epsilon_{sh})_u = 0.70(780 \times 10^{-6}) = 546 \times 10^{-6}$ in./in. (m/m), for example. For lower than 40 percent ambient relative humidity, values higher than 1.0 shall be used for Creep γ_{λ} and Shrinkage γ_{λ} .

2.5.5 Average thickness of member other than 6 in. (150 mm) or volume-surface ratio other than 1.5 in. (38 mm)

The member size effects on concrete creep and shrinkage is basically two-fold. First, it influences the time-ratio (see Equations 2-6,2-7,2-8,2-9,2-10 and 2-35). Secondly, it also affects the ultimate creep coefficient, v_u and the ultimate shrinkage strain, $(\epsilon_{sh})_u$.

Two methods are offered for estimating the effect of

member size on v_u and $(\epsilon_{sh})_u$. The average-thickness method tends to compute correction factor values that are higher, as compared to the volume-surface ratio method,⁵⁹ since Creep $\gamma_h =$ Creep $\gamma_{vs} = 1.00$ for $h = 6$ in. (150 mm) and $v/s = 1.5$ in. (38 mm), respectively; that is, when $h = 4v/s$.

2.5.5.a Average-thickness method

The method of treating the effect of member size in terms of the average thickness is based on information from References 3, 6, 7, 23 and 61.

For average thickness of member less than 6 in. (150 mm), use the factors given in Table 2.5.5.1. These correspond to the CEB⁶¹ values for small members. For average thickness of members greater than 6 in. (150 mm) and up to about 12 to 15 in. (300 to 380 mm), use Eqs. (2-17) to (2-18) through (2-20).

During the first year after loading:

$$\text{Creep } \gamma_h = 1.14 - 0.023 h, \quad (2-17)$$

For ultimate values:

$$\text{Creep } \gamma_h = 1.10 - 0.017 h, \quad (2-18)$$

During the first year of drying:

$$\text{Shrinkage } \gamma_h = 1.23 - 0.038 h, \quad (2-19)$$

For ultimate values:

$$\text{Shrinkage } \gamma_h = 1.17 - 0.029 h, \quad (2-20)$$

where h is the average thickness in inches of the part of the member under consideration.

During the first year after loading:

$$\text{Creep } \gamma_h = 1.14 - 0.00092 h, \quad (2-17a)$$

For ultimate values:

$$\text{Creep } \gamma_h = 1.10 - 0.00067 h, \quad (2-18a)$$

During the first year after loading:

$$\text{Shrinkage } \gamma_h = 1.23 - 0.00015 h, \quad (2-19a)$$

For ultimate values:

$$\text{Shrinkage } \gamma_h = 1.17 - 0.00114 h, \quad (2-20a)$$

where h is in mm.

Representative values are shown in Table 2.5.5.1.

2.5.5.b Volume-surface ratio method

The volume-surface ratio equations (2-21) and (2-22) were adapted from Reference 23.

$$\text{Creep } \gamma_{vs} = \frac{2}{3}[1 + 1.13 \exp(-0.54 v/s)] \quad (2-21)$$

$$\text{Shrinkage } \gamma_{vs} = 1.2 \exp(-0.12 v/s) \quad (2-22)$$

where v/s is the volume-surface ratio of the member in inches.

$$\text{Creep } \gamma_{vs} = \frac{2}{3}[1 + 1.13 \exp(-0.0213 v/s)] \quad (2-21a)$$

$$\text{Shrinkage } \gamma_{vs} = 1.2 \exp(-0.00472 v/s) \quad (2-22a)$$

where v/s in mm.

Representative values are shown in Table 2.5.5.2.

However, for either method γ_{sh} should not be taken less than 0.2. Also, use $\gamma_{sh}(\epsilon_{sh})_u \geq 100 \times 10^{-6}$ in./in., (m/m) if concrete is under seasonal wetting and drying cycles and $\gamma_{sh}(\epsilon_{sh})_u \geq 150 \times 10^{-6}$ in./in. (m/m) if concrete is under sustained drying conditions.

2.5.6 Temperature other than 70 F (21 C)

Temperature is the second major environmental factor in creep and shrinkage. This effect is usually considered to be less important than relative humidity since in most structures the range of operating temperatures is small,⁶⁸ and high temperatures seldom affect the structures during long periods of time.

The effect of temperature changes on concrete creep⁶⁸ and shrinkage is basically two-fold. First, they directly influence the time ratio rate. Second, they also affect the rate of aging of the concrete, i.e. the change of material properties due to progress of cement hydration. At 122 F (50 C), creep strain is approximately two to three times as great as at 68-75 F (19-24 C). From 122 to 212 F (50 to 100 C) creep strain continues to increase with temperature, reaching four to six times that experienced at room temperatures. Some studies have indicated an apparent creep rate maximum occurs between 122 and 176 F (50 and 80 C).⁸⁶ There is little data establishing creep rates above 212 F (100 C). Additional information on temperature effect on creep may be found in References 68, 84, and 85.

2.6-Correction factors for concrete composition

Equations (2-23) through (2-30) are recommended for use in obtaining correction factors for the effect of slump, percent of fine aggregate, cement and air content. It should be noted that for slump less than 5 in. (130 mm), fine aggregate percent between 40-60 percent, cement content of 470 to 750 lbs. per yd^3 (279 to 445 kg/m^3) and air content less than 8 percent, these factors are approximately equal to 1.0.

These correction factors shall be used only in connection with the average values suggested for $v_u = 2.35$ and $(\epsilon_{sh})_u = 780 \times 10^{-6}$ in./in. (m/m). As recommended in 2.4, these average values for v_u and $(\epsilon_{sh})_u$ should be used only in the absence of specific creep and shrinkage data for local aggregates and conditions determined in accordance with ASTM C 512.

If shrinkage is known for local aggregates and conditions, Eq. (2-31) as discussed in 2.6.5, is recommended.

The principal disadvantage of the concrete composition correction factors is that concrete mix characteristics are unknown at the design stage and have to be estimated. Since these correction factors are normally not excessive and tend to offset each other, in most cases, they may be neglected for design purposes.

2.6.1 Slump

$$\text{Creep } \gamma_s = 0.82 + 0.067s \quad (2-23)$$

$$\text{Shrinkage } \gamma_s = 0.89 + 0.041s \quad (2-24)$$

where s is the observed slump in inches. For slump in mm use:

$$\text{Creep } \gamma_s = 0.82 + 0.00264s \quad (2-23 \text{ a})$$

$$\text{Shrinkage } \gamma_s = 0.89 + 0.00161s \quad (2-24\text{a})$$

2.6.2 Fine aggregate percentage

$$\text{Creep } \gamma_\psi = 0.88 + 0.0024\psi \quad (2-25)$$

For $\psi \leq 50$ percent

$$\text{Shrinkage } \gamma_\psi = 0.30 + 0.014\psi \quad (2-26)$$

For $\psi > 50$ percent

$$\text{Shrinkage} = 0.90 + 0.002\psi \quad (2-27)$$

where ψ is the ratio of the fine aggregate to total aggregate by weight expressed as percentage.

2.6.3 Cement content

Cement content has a negligible effect on creep coefficient. An increase in cement content causes a reduced creep strain if water content is kept constant; however, data indicate that a proportional increase in modulus of elasticity accompanies an increase in cement content.

If cement content is increased and water-cement ratio is kept constant, slump and creep will increase and Eq. (2-23) applies also.

$$\text{Shrinkage } \gamma_c = 0.75 + 0.00036c \quad (2-28)$$

where c is the cement content in pounds per cubic yard. For cement content in Kg/m^3 , use:

$$\text{Shrinkage } \gamma_c = 0.75 + 0.00061c \quad (2-28\text{a})$$

2.6.4 Air content

$$\text{Creep } \gamma_\alpha = 0.46 + 0.09\alpha, \quad (2-29)$$

but not less than 1.0

$$\text{Shrinkage } \gamma_\alpha = 0.95 + 0.008\alpha \quad (2-30)$$

where α is the air content in percent.

2.6.5 Shrinkage ratio of concretes with equivalent paste quality⁹¹

Shrinkage strain is primarily a function of the shrinkage characteristics of the cement paste and of the aggregate volume concentration. If the shrinkage strain of a given mix has been determined, the ratio of shrinkage strain of two mixes $(\epsilon_{sh})_1/(\epsilon_{sh})_2$, with different content of paste but with equivalent paste quality is given in Eq. (2-31).

$$\frac{(\epsilon_{sh})_{u1}}{(\epsilon_{sh})_{u2}} = \frac{1 - (v_1)^{1/3}}{1 - (v_2)^{1/3}} \quad (2-31)$$

where v_1 and v_2 are the total aggregate solid volumes per unit volume of concrete for each one of the mixes.

2.7-Example

Find the creep coefficient and shrinkage strains at 28, 90, 180, and 365 days after the application of the load, assuming that the following information is known: 7 days moist cured concrete, age of loading $t_{\ell a} = 28$ days, 70 percent ambient relative humidity, shrinkage considered from 7 days, average thickness of member 8 in. (200 mm), 2.5 in. slump (63 mm), 60 percent fine aggregate, 752 lbs. of cement per yd^3 (446 Kg/m^3), and 7 percent air content.⁷ Also, find the differential shrinkage strain, $(\epsilon_{sh})_\delta$ for the period starting at 28 days after the application of the load, $t_{\ell a} = 56$ days.

The applicable correction factors are summarized in Table 2.7.1. Therefore:

$$v_u = (2.35)(0.710) = 1.67$$

$$(\epsilon_{sh})_u = (780 \times 10^{-6})(0.68) = 530 \times 10^{-6}$$

The results from the use of Eqs. (2-8) and (2-9) or Table 2.4.1 are shown in Table 2.7.2.

Notice that if correction factors for the concrete composition are ignored for v_t and $(\epsilon_{sh})_t$, they will be 10 and 4 percent smaller, respectively.

2.8-Other methods for predictions of creep and shrinkage

Other methods for prediction of creep and shrinkage are discussed in Reference 61, 68, 86, 87, 89, 93, 94, 95, 97, and 98. Methods in References 97 and 98 subdivide creep strain into delayed elastic strain and plastic flow (two-component creep model). References 88, 89, 92, 99, 100, 102, and 104 discuss the conceptual differences between the current approaches to the formulation of the creep laws. However, in dealing with any method, it is important to recall what is discussed in Sections 1.2 and 2.1 of this report.

2.8.1 Remark on refined creep formulas needed for special structures^{93,94,95}

The preceding formulation represents a compromise between accuracy and generality of application. More accurate formulas are possible but they are inevitably not as general.

The time curve of creep given by Eq. (2-8) exhibits a decline of slope in log-t scale for long times. This property is correct for structures which are allowed to lose their moisture and have cross sections which are not too massive (6 to 12 in., 150 to 300 mm). Structures which are insulated, or submerged in water, or are so massive they cannot lose much of their moisture during their lifetime, exhibit creep curves whose slope in log-t scale is not decreasing at end, but steadily increasing. For example, if Eq. (2-8) were used for extrapolating short-time creep data for a nuclear reactor containment into long times, the long-term creep values would be seriously underestimated, possibly by as much as 50 percent as shown in Fig. 3 of Ref. 81.

It has been found that creep without moisture exchange (basic creep) for any loading age $t_{\ell a}$ is better described by Equation (2-33).^{86,80,83,95} This is called the double power law.

In Eq. (2-33) ψ_1 is a constant, and strain ϵ is the sum of the instantaneous strain and creep strain caused by unit stress.

$$\epsilon = \frac{1}{E_o} + \frac{\psi_1}{E_o} (t_{\ell a})^{-1/8} t^{1/8} \quad (2-33)$$

where $1/E_o$ is a constant which indicates the lefthand asymptote of the creep curve when plotted in log t-scale (time $t = 0$ is at $-\infty$ in this plot). The asymptotic value $1/E_o$ is beyond the range of validity of Eq. (2-33) and should not be confused with elastic modulus. Suitable values of constants are $\psi_1 = 0.97 \nu_u$ and $1/E_o = 0.84/E_{ct}$, being E_{ct} the modulus of concrete which does not undergo drying. With these values, Eq. (2-33) and Eq. (2-8) give the same creep for $t_{\ell a} = 28$ days, $t = 10,000$ days and 100 percent relative humidity ($\gamma_A = 0.6$), all other correction factors being taken as one.

Eq. (2-33) has further the advantage that it describes not only the creep curves with their age dependence, but also the age dependence of the elastic modulus E_{ct} in absence of drying. E_{ct} is given by $\epsilon = 1/E_{ct}$ for $t \approx 0.001$ day, that is:

$$\frac{1}{E_{ct}} = \frac{1}{E_o} + \frac{\psi_1}{E_o} (0.001)^{1/8} (t_{\ell a})^{-1/8} \quad (2-34)$$

Eq. (2-33) also yields the values of the dynamic modulus, which is given by $\epsilon = 1/E_{dyn}$ when $t = 10^{-7}$ days is substituted. Since three constants are necessary to describe the age dependence of elastic modulus (E_o , ψ_1 , and $1/8$), only one additional constant (i.e., $1/8$) is needed to describe creep.

In case of drying, more accurate, but also more complicated, formulas may be obtained⁹⁴ if the effect of cross section size is expressed in terms of the shrinkage half-time, as given in Eq. (2-35) for the age t_d at which concrete drying begins.

$$\tau_{sh} = 600 \left[\frac{\lambda_s d_c^2}{150} \right] \frac{C_1}{(C_1)_a} \quad (2-35)$$

where:

- d_c = characteristic thickness of the cross section, or twice the volume-surface ratio
- $(d_c) = 2 \sqrt{v/s}$ in mm
- C_1 = Drying diffusivity of the concrete (approx. 10 mm/day if measurements are unavailable)
- $(C_1)_a$ = age dependence coefficient
- $= C_7 \lambda_T (0.05 + \sqrt{6.3/t_d})$
- $C_7 = \frac{w}{8} - 12$, if $C_7 < 7$, set $C_7 = 7$
if $C_7 > 21$, set $C_7 = 21$
- λ_s = coefficient depending on the shape of cross section, that is:
- $\lambda_s = 1.00$ for an infinite long slab
- $= 1.15$ for an infinite long cylinder
- $= 1.25$ for an infinite long square prism
- $= 1.30$ for a sphere
- $= 1.55$ for a cube
- λ_T = temperature coefficient
- $= \frac{T}{t_o} \exp \left(\frac{5000}{T_o} - \frac{5000}{T} \right)$
- T = concrete temperature in kelvin
- T_o = reference temperature in kelvin
- w = water content in kg/m^3

By replacing t in Eq. (2-9) t/τ_{sh} , shrinkage is expressed without the need for the correction factor for size in Section 2.5.5.

The effect of drying on creep may then be expressed by adding two shrinkage-like functions ν_d and ν_p to the double power law for unit stress.⁹⁶ Function ν_d expresses the additional creep during drying and function ν_p , being negative, expresses the decrease of creep by loading after an initial drying. The increase of creep during drying arises about ten times slower than does shrinkage and so function ν_d is similar to shrinkage curve in Eq. (2-9) with t replaced by $0.1 t/\tau_{sh}$ in Eq. (2-8).

This automatically accounts also for the size effect, without the need for any size correction factor. The decrease of creep rate due to drying manifests itself only very late, after the end of moisture loss. This is apparent from the fact that function τ_{sh} is similar to shrinkage curve in Eq. (2-9) with t replaced by $0.01 t/\tau_{sh}$. Both ν_d and ν_p include multiplicative correction factors for relative humidity, which are zero at 100 percent, and function ν_d further includes a factor depending on the time lag from the beginning of drying exposure to the beginning of loading.

2.9-Thermal expansion coefficient of concrete