Universidad Nacional de Ingeniería

Facultad de Ciencias

TESIS

Influencia del rendimiento de masas y la emisión de neutrones en las mediciones experimentales sobre los fragmentos de fisión nuclear del ^{239}Pu

Para obtener el título profesional de Ingeniero Físico.

Elaborado por

Wilber André Obregón Hilario

000-0002-8888-6373

Asesor

Dr. Modesto Montoya Zavaleta

0000-0002-3376-1872

LIMA – PERÚ

2024

Citar/How to cite	Obregón Hilario [1]
Referencia/Reference Estilo/Style: IEEE (2020)	[1] A. Obregón Hilario, "*Influencia del rendimiento de masas y la emisión de neutrones en las mediciones experimentales sobre los fragmentos de fisión nuclear del ^{239}Pu*" [Tesis de pregrado]. Lima (Perú): Universidad Nacional de Ingeniería, 2024.

Citar/How to cite	(Obregón, 2024)
Referencia/Reference Estilo/Style: APA (7ma ed.)	Obregón, A. (2024). *Influencia del rendimiento de masas y la emisión de neutrones en las mediciones experimentales sobre los fragmentos de fisión nuclear del ^{239}Pu*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Ingeniería]. Repositorio institucional Cybertesis UNI.

Dedicatoria

A mi madre por enseñarme el valor de la perseverancia, a mi padre por apoyarme desde mi preparación para ingresar a la universidad, a mi hermano por ser mi amigo de la infancia y a todas mis amistades de la UNI.

Agradecimientos

Deseo mostrar mis agradecimientos a mis amigos y profesores de la facultad que han contribuido en mi formación académica.

Un agradecimiento especial a mi asesor el Dr. Modesto Edilberto Montoya Zavaleta por sus recomendaciones y observaciones para la elaboración de esta tesis.

.

Resumen

En el presente trabajo se busca identificar los valores de masa donde se produce una abrupta variación del rendimiento de masa de la fisión nuclear por neutrones térmicos del ^{239}Pu y de qué forma se relaciona con las curvas experimentales de la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos y energía cinética total promedio. Para poder estudiar el proceso de fisión de un actínido es necesario considerar el rendimiento de masa ($Y(A)$, porcentaje de fragmentos con masa A), la energía cinética promedio de los fragmentos en función de la masa $\overline{E}(A)$, la desviación estándar de la distribución de la energía cinética en función de la masa $\sigma_E(A)$ y el número promedio de neutrones emitidos en función de la masa $\bar{\nu}(A)$ antes de la emisión de neutrones. Sin embargo, las técnicas experimentales solo permiten medir las magnitudes correspondientes a la masa final $m = A - n$, donde n es el número de neutrones emitidos por los fragmentos con masa A. Es por esto que se implementará el método de Monte Carlo para la simulación del método de la doble energía para obtener las diversas cantidades asociadas a los fragmentos finales de la fisión nuclear por neutrones térmicos del ^{239}Pu en función de una masa provisional μ y de esta forma se verificará si el cambio abrupto de rendimiento de masas produce una sobrevaloración en los resultados experimentales sobre la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos.

Palabras clave — Fisión nuclear, isotropía, Monte Carlo, simulación.

Abstract

The present work attempts to identify the mass values where an abrupt variation in the mass yield of nuclear fission by thermal neutrons of ^{239}Pu occurs and how it is related to the experimental curves of the average multiplicity of immediate neutrons and average total kinetic energy. In order to study the fission process of an actinide it is necessary to consider the mass yield ($Y(A)$, percentage of fragments with mass A), the average kinetic energy of the fragments as a function of mass $\overline{E}(A)$, the standard deviation of the kinetic energy distribution as a function of mass $\sigma_E(A)$ and the average number of neutrons emitted as a function of mass $\bar{\nu}(A)$ before neutron emission. However, experimental techniques only allow measuring the magnitudes corresponding to the final mass $m = A - n$, where n is the number of neutrons emitted by the fragments with mass A. For this reason, the Monte Carlo method will be implemented for the simulation of the double energy method to obtain the various quantities associated with the final fragments of nuclear fission by thermal neutrons of ^{239}Pu based on a provisional mass μ and in this way, it will be verified whether the abrupt change in mass yield produces an overestimation in the experimental results on the average multiplicity of prompt neutrons.

Keywords — Nuclear fission, isotropy, Monte Carlo, simulation.

Tabla de Contenido

Pág.

Resumen v

Abstract vii

Introducción xi

Capítulo I. Planteamiento de la investigación 1

1.1 Planteamiento del problema 1

1.2 Hipótesis 1

1.3 Justificación 2

1.4 Objetivos de la investigación 2

1.4.1 Objetivo general 2

1.4.2 Objetivos específicos 2

Capítulo II. Marco teórico 3

2.1 Antecedentes de estudio 3

2.2 Fisión nuclear inducida por neutrones térmicos 3

2.2.1 Distribución de masa de los fragmentos primarios 5

2.2.2 Energía cinética del fragmento y multiplicidad neutrónica 6

2.2.3 Emisión isotrópica de un neutrón respecto del centro de masa del fragmento de fisión 8

2.2.4 Emisión de neutrones en el sistema de referencia del laboratorio 9

2.3 Método de la doble energía (2E) 13

2.4 Simulación Monte Carlo 13

Capítulo III. Procedimiento experimental y resultados 16

3.1 Simulación Monte Carlo para un solo fragmento 16

3.1.1 Emisión isotrópica de un neutrón 16

3.1.2 Histograma de la energía del fragmento primario y final 18

3.2 Simulación Monte Carlo de la fisión nuclear del ^{239}Pu 20

3.2.1 Entrada de la simulación 20

3.2.2 Proceso de simulación 25

3.2.3 Salida de la simulación 26

Conclusiones 35

Recomendaciones 39

Referencias bibliográficas 40

Anexos 45

Lista de Figuras

Pág.

Figura 1: Variación de la energía potencial con la deformación nuclear……4

Figura 2: Rendimiento de masa para el ^{233}U……..…….5

Figura 3: Emisión isotrópica de un neutrón..……...…….9

Figura 4: Velocidad inicial de los fragmentos complementarios……..……...……..11

Figura 5: Emisión isotrópica de un neutrón respecto del sistema de referencia del laboratorio……..……...……..11

Figura 6: Velocidad final del fragmento en el sistema de referencia del laboratorio……..……...……...12

Figura 7: Emisión isotrópica sobre una esfera unitaria……..……...…17

Figura 8: Emisión isotrópica respecto del laboratorio sobre una esfera unitaria……..……...……....18

Figura 9: Histogramas para la energía del fragmento incial y final……..……...…….19

Figura 10: Aproximación de la desviación estándar de la energía cinética total……..……...…….20

Figura 11: Rendimiento de masas usado en la entrada de la simulación total……..……...…….21

Figura 12: Aproximación del diente de sierra como entrada de la simulación……...……22

Figura 13: Energía cinética total promedio como entrada de la simulación……..……..……...……..….23

Figura 14: Aproximación de la pendiente de la multiplicidad de neutrones respecto de la energía cinética total……...……..24

Figura 15: Rendimiento de masas como entrada y salida de la simulación……...……26

Figura 16: Tasa del rendimiento de masas vecinas de los datos de entrada……...…….27

Figura 17: Datos experimentales del rendimiento de masas……..……...……28

Figura 18: Tasa del rendimiento de masas vecinas de los datos experimentales……..……...……...29

Figura 19: Multiplicidad neutrónica como salida de la simulación……..……...……...30

Figura 20: Energía cinética total promedio como salida de la simulación……..……...……...31

Figura 21: Desviación estándar de la energía cinética total promedio……..……...……32

Figura 22: Diagrama de contorno de las energías iniciales y finales……..……...……33

Introducción

Desde hace décadas, la humanidad ha estado en busca de una fuente de energía capaz de abastecer la demanda mundial, especialmente en el sector eléctrico. La energía nuclear se presenta como una opción para descarbonizar este sector (Buongiorno et al., 2019). Para lograr este objetivo, es necesario diseñar reactores nucleares cada vez más sofisticados, lo que implica comprender todo el proceso y los productos de la fisión nuclear. Ademas de su uso en la generación de energía, los reactores tienen muchas aplicaciones importantes, como la producción de radioisótopos para fines médicos (Bobeica et al., 2016; Froment et al., 2002), la activación neutrónica (Barradas, 2021) y la difracción de neutrones (Festa et al., 2019; Pang and Low, 2018).

Desde el descubrimiento de la fisión nuclear (Otto y Fritz, 1939a, 1939b), la humanidad ha estado en una búsqueda constante para comprender cómo la dinámica de la fisión nuclear se manifiesta en la distribución de energía cinética y masa de los fragmentos resultantes. Este proceso ocurre en el momento de la escisión, cuando se forman los dos fragmentos. Para investigar este fenómeno, se emplean diversas técnicas, como el uso del espectrómetro de masas Lohengrin (Quade et al., 1988) para medir el rendimiento de masa, carga y energía cinética de los fragmentos finales. Además, se ha estudiado la multiplicidad de neutrones inmediatos (Britt y Whetstone, 1964; Burnett et al., 1971; Cheifetz y Fraenkel, 1968). A pesar de la importancia de estas cantidades primarias para comprender la fisión, su medición experimental se ve obstaculizada por la emisión inmediata de neutrones por parte de los fragmentos, lo que lo hace experimentalmente inaccesible.

En 1981, se publicó el descubrimiento de la fisión fría (Signarbieux et al., 1981), un fenómeno que ocurre en un conjunto de eventos de fisión donde los fragmentos np emiten neutrones. Posteriormente, en 1984, Montoya identificó los efectos Coulomb en la distribución de energía y masa en la fisión fría durante las reacciones de fisión inducida por neutrones térmicos de los núcleos ^{233}U, ^{235}U y ^{239}Pu (Montoya, 1984). No obstante, la fisión

fría es un evento poco probable. La emisión de neutrones, naturalmente, cambia la distribución final de masa y energía cinética de los fragmentos. Más aún, las distribuciones de las cantidades experimentales dependen de la técnica usada para su medición. Para calcular esa dependencia y obtener cantidades lo más cercanas de las primarias, se ha elaborado y aplicado algoritmos de simulación Monte Carlo para modelar la emisión de neutrones y la técnica de medición de carga, masa y energía cinética finales para las reacciones ^{235}U (Montoya and Rivera, 2018) y la multiplicidad neutrónica promedio en función de la masa para la reacción ^{239}Pu (Talou et al., 2011). Además, con ayuda de estos algoritmos, se ha logrado determinar la influencia de la emisión de neutrones sobre la distribución de la energía cinética en función de la masa de los fragmentos de fisión (Montoya et al., 2007).

En este trabajo se simulará el método de la doble energía 2E para la fisión nuclear inducida por neutrones térmicos del ^{239}Pu mediante el método Monte Carlo, para obtener las diversas cantidades relacionadas a los fragmentos finales en función de la masa provisional. En este trabajo de investigación se considera la emisión isotrópica y consecutiva de neutrones respecto del centro de masa de los fragmentos de fisión. Se desarrollará las ecuaciones cinemáticas para los neutrones inmediatos y su relación con la velocidad del fragmento en el sistema de referencia del centro de masa. Como datos de entrada de la simulación, se considera los valores obtenidos por Vogt para el rendimiento de masas, la energía cinética total promedio (Vogt et al., 2012) y una aproximación de la multiplicidad neutrónica promedio. Asimismo, se tomará la aproximación de la derivada de la multiplicidad respecto de la energía total promedio del trabajo de Montoya (Montoya, 2020).

Se estudiará la región de masas donde se produce un cambio abrupto en el rendimiento de masas. Para esto se calculará el ratio del rendimiento de masas vecinas de los datos experimentales de diversos autores y se observará su influencia en la multiplicidad neutrónica y la distribución de la energía cinética total promedio. Por último, se estudiará la influencia de la emisión de neutrones inmediatos en la distribución de la

energía cinética total mediante una gráfica de contorno. Donde se podrá reconocer las regiones energéticas en las cuales la emisión de neutrones desplaza los valores numéricos de la energía inicial. Estas curvas de contorno harán evidente la región de fisión denominada fisión fría.

Capítulo I. Planteamiento de la investigación

1.1 Planteamiento del problema

La fisión nuclear es un proceso complejo en el cual un núcleo se divide en dos fragmentos, llamados primarios (antes de emitir neutrones), a los que se les puede asociar una distribución de masa, carga y energía cinética. Experimentalmente, se pueden detectar las propiedades de estos fragmentos cuando llegan a los detectores. Sin embargo, estos fragmentos emiten neutrones luego de la fisión, por lo que los fragmentos que llegan a los detectores son denominados post-neutrón. Es decir, los fragmentos primarios son experimentalmente inaccesibles. Por esto, es importante correlacionar las distribuciones iniciales y finales. Para obtener la distribución de masa y energía cinética de los fragmentos finales de la reacción de fisión nuclear, como también la multiplicidad neutrónica, se usará el método de Monte Carlo para simular la emisión de neutrones y la técnica de medición para el caso de la reacción ^{239}Pu. Los datos de entrada corresponden a la supuesta distribución de las cantidades primarias y los datos de salida son los que resultan al simular la emisión de neutrones y la técnica de medición de las cantidades finales, así como las fórmulas para derivar cantidades no medidas directamente.

1.2 Hipótesis

La región transicional de los fragmentos, en los que los fragmentos pasan de la condición de dureza a la de blandos produce una variación abrupta del rendimiento de masas. La dureza de los fragmentos disminuye el espacio de fase que se refleja en su bajo rendimiento. El cambio abrupto de rendimiento de masas produce cambios dramáticos de la distribución final con respecto a la distribución primaria de las cantidades asociadas a los fragmentos. Además, el bajo rendimiento de una masa respecto a sus vecinas permite que los fragmentos que llegan a los detectores con esa masa, corresponda a diferentes valores de masas primarias y energía cinética.

1.3 Justificación

En la actualidad la humanidad está en busca de una fuente de energía que sea lo más eficiente y segura posible. Una alternativa es el uso de reactores nucleares de potencia. Además, también se tiene reactores de investigación para aplicaciones médicas e industriales. Para optimizar la seguridad de los reactores es necesario conocer, con la mayor precisión posible, la distribución de los fragmentos de fisión y la multiplicidad neutrónica.

1.4 Objetivos de la investigación

1.4.1 Objetivo general

El objetivo general de esta propuesta de investigación es calcular la distribución de masas de los fragmentos primarios de la fisión inducida por neutrones térmicos del ^{239}Pu por parte de los fragmentos de fisión.

1.4.2 Objetivos específicos

El primer objetivo específico es obtener las diferentes distribuciones producidas en la fisión nuclear del ^{239}Pu, considerando la emisión isotrópica y consecutiva de neutrones por parte de los fragmentos de fisión.

El segundo objetivo específico es encontrar la relación entre la variación del rendimiento de masas y las curvas experimentales del promedio de la multiplicidad neutrónica en función de la masa de los fragmentos de la fisión inducida por neutrones térmicos del ^{239}Pu.

Capítulo II. Marco teórico

2.1 Antecedentes de estudio

En 1981, se publica el descubrimiento de la fisión fría (Signarbieux et al., 1981), en la que los fragmentos no emiten neutrones. Se demostró que, en estas condiciones, se puede medir la masa de los fragmentos primarios y las propiedades de las configuraciones límites en la escisión. En 1984, se descubre los efectos Coulomb en la distribución de energía y masa de los fragmentos fríos de las reacciones de fisión inducida por neutrones térmicos del ^{233}U, ^{235}U y ^{239}Pu, respectivamente (Montoya, 1984). Este trabajo se prosiguió en el GSI de Darmstadt, Alemania (Montoya et al., 1986). Luego se muestra la influencia de la emisión de neutrones en la distribución de masa y energía cinética de los fragmentos de fisión inducida por neutrones térmicos del ^{235}U (Montoya M. et al., 2007), ^{239}Pu (Montoya et al., 2010), como también en la distribución de carga en función de la energía de los fragmentos (Montoya and Rivera, 2018). Finalmente, se demostró la distorsión que genera la emisión de neutrones en la medición de la multiplicidad neutrónica promedio en función de la masa de los fragmentos de la fisión inducida por neutrones del ^{233}U, ^{235}U (Montoya, 2019) y del ^{239}Pu (Montoya, 2020).

2.2 Fisión nuclear inducida por neutrones térmicos

Es un proceso nuclear exoenergético en el cual un núcleo de masa A es bombardeado por un neutrón térmico y adquiere una energía de excitación suficiente para vencer la barrera de fisión. Los neutrones térmicos son llamados así ya que están en equilibrio térmico con el medio circundante, con una energía cinética aproximada de 0.025 eV.

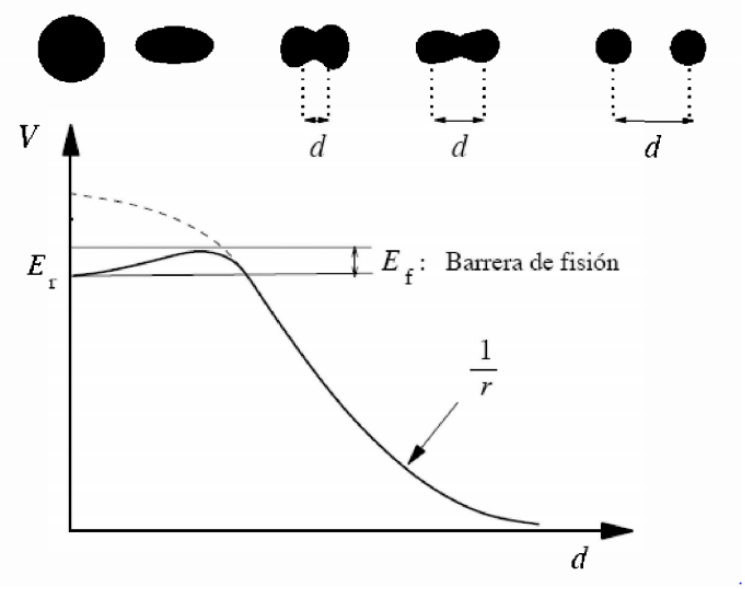
En el punto de escisión, cada uno de los fragmentos tienen carga, masa y energía de excitación. En tal punto la interacción entre los fragmentos es del tipo coulombiana, el cual se convierte en energía cinética total de los fragmentos, cuando la distancia entre los fragmentos sea grande respecto al tamaño del núcleo. Posterior a la etapa de fisión, los

núcleos hijos presentan una gran inestabilidad y para llegar a un estado estable emiten neutrones, llamados inmediatos, debido a que son inmediatamente después de la fisión.

La posibilidad de que un núcleo sufra una fisión inducida dependerá fundamentalmente de la energía del sistema intermedio; para algunos núcleos, las absorciones de neutrones térmicos producen la energía necesaria para vencer la barrera de fisión (figura 1), mientras que, para otros, es posible que requieran neutrones rápidos. (Krane and Halliday, 1988).

Figura 1

Variación de la energía potencial con la deformación nuclear.



Nota: Variación de la energía potencial con la deformación nuclear, donde d representa la distancia entre los núcleos hijos (Ferrer, 2015).

En 1939, poco después del descubrimiento de la fisión nuclear se observó que los fragmentos resultantes de la fisión emiten neutrones. Esta emisión de neutrones se debe al exceso de neutrones en comparación con los isótopos estables. La proporción de neutrones en los isótopos estables aumenta con la masa. Existen isótopos de gran masa, como el Uranio 235, el cual posee 143 neutrones. Mientras que existen isótopos como el oxígeno 18 que posee poca cantidad de neutrones. La inestabilidad de los fragmentos debido al exceso de neutrones los lleva a emitir neutrones para alcanzar la estabilidad.

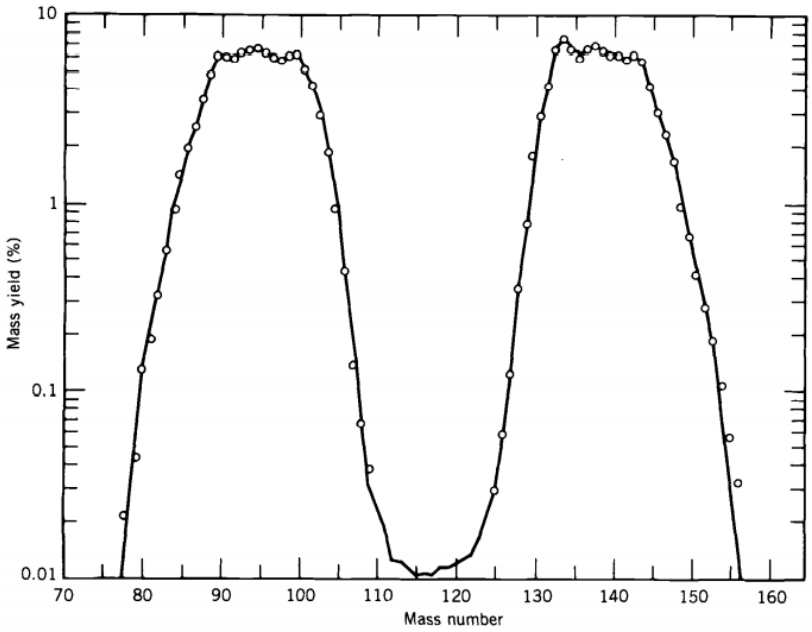
Esta emisión de neutrones es fundamental para la reacción en cadena, que es la base tanto de los explosivos nucleares como de los reactores nucleares.

2.2.1 Distribución de masa de los fragmentos primarios

Si se considera la fisión de un núcleo de ^{235}U por neutrones térmicos, la posible masa complementaria de los fragmentos de fisión se determina por medio de una distribución como se muestra en la figura 2. La distribución debe ser simétrica con respecto a $A/2$, es decir, a cada fragmento pesado le corresponde un fragmento ligero (Krane and Halliday, 1988). Con el objetivo de determinar analíticamente la influencia de la variación del rendimiento de masas sobre la multiplicidad neutrónica, se considera $Y(A+1) = R \times Y(A)$, donde R es un parámetro que representa la tasa del rendimiento de masas vecinas.

Figura 2

Rendimiento de masa para el ^{233}U.



Nota: Variación de masa de los fragmentos de la fisión de ^{235}U (Krane and Halliday, 1988).

2.2.2 Energía cinética del fragmento y multiplicidad neutrónica

Posterior a la etapa de fisión, los fragmentos complementarios poseen una energía cinética E y E', tal que $TKE = E + E'$, donde TKE representa la energía cinética total. Si consideramos a A y A' como las masas de los fragmentos complementarios luego de la fisión, por conservación de la energía y del momento lineal se cumple las siguientes ecuaciones:

$$A + A' = A_0 \qquad (1)$$

$$AE = A'E' \qquad (2)$$

Donde $A_0 = 240$, es la masa del núcleo luego de capturar al neutrón térmico. De las ecuaciones (1) y (2), obtenemos la energía para cada fragmento luego de la fisión:

$$E = TKE\,\frac{A'}{A_0} \qquad (3)$$

$$E' = TKE\,\frac{A}{A_0} \qquad (4)$$

Para propósitos de la simulación, los valores de TKE se calculan a partir de una distribución gaussiana, tal como se muestra:

$$TKE = \overline{TKE} + r\sigma_{TKE} \qquad (5)$$

Donde $\overline{TKE}(A)$ es la energía cinética total promedio con su desviación estándar $\sigma_{TKE}(A)$ y r es el parámetro aleatorio con distribución gaussiana (ver anexo). La desviación estándar de la energía cinética total promedio se determina a través de la siguiente ecuación:

$$\sigma^2(m) = \frac{\sum_{i=1}^{N_i(m)} E_i^2(m)}{N_i(m)} - \overline{E}_i^2(m) \quad (6)$$

Donde $\overline{E}(m)$ es la energía cinética promedio del fragmento final con masa m y N_i es el número de eventos de fisión para esa masa.

El número de neutrones emitidos por los fragmentos es llamado multiplicidad neutrónica. A partir de los resultados experimentales de Vorobyev (Vorobyev et al., 2005), Montoya propone que la multiplicidad de neutrones inmediatos del fragmento con masa A está dado por la siguiente ecuación (Montoya, 2020):

$$\nu(A) = \bar{\nu}_{aprox}(A)\left(1 - \frac{d\nu}{d\langle TKE\rangle} r\sigma_{TKE}(A) + \frac{r'}{3}\right) \quad (7)$$

y para el fragmento de masa A',

$$\nu(A') = \bar{\nu}_{aprox}(A')\left(1 - \frac{d\nu}{d\langle TKE\rangle} r\sigma_{TKE}(A') - \frac{r'}{3}\right) \quad (8)$$

Donde $\bar{\nu}_{aprox}(A)$ es la aproximación de la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos, $d\nu / d\langle TKE\rangle$ es la pendiente de la multiplicidad neutrónica respecto de la energía cinética total, $\sigma_{TKE}(A)$ es la desviación estándar de la energía cinética total, r y r' son parámetros aleatorios independientes con distribución gaussiana, desviación estándar de 1 y promedio 0. En este trabajo se añade el parámetro $r'/3$ a las ecuaciones anteriores. El número de neutrones emitidos sería el valor entero del resultado de la ecuación (7) y (8):

$$n = \text{int}(\nu(A)), \qquad (9)$$

$$n' = \text{int}(\nu(A')). \qquad (10)$$

2.2.3 Emisión isotrópica de un neutrón respecto del centro de masa del fragmento de fisión

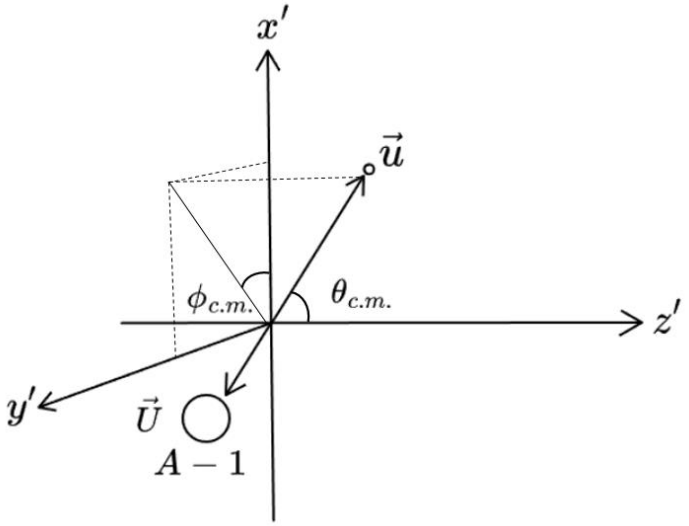
En el presente trabajo se considera la emisión isotrópica y consecutiva de neutrones inmediatos respecto de los fragmentos de fisión. La figura 3 muestra un sistema de referencia con origen en el centro del fragmento de fisión con masa A, se observa la emisión de un neutrón con velocidad $\vec{u}$ y por efecto de retroceso el fragmento adquiere una velocidad $\vec{U}$. Ambas velocidades respecto del centro de masa del fragmento inicial. La ecuación para la velocidad del neutrón en coordenadas esféricas en función de los ángulos polar $\phi_{c.m.}$ y azimutal $\theta_{c.m.}$ en el sistema de referencia del centro de masa, serían:

$$\vec{u} = (u \sin\theta_{c.m.} \cos\phi_{c.m.}, u \sin\theta_{c.m.} \sin\phi_{c.m.}, u \cos\theta_{c.m.}) \qquad (11)$$

Donde u es la rapidez del neutrón.

Figura 3

Emisión isotrópica de un neutrón.



Nota: Representación de la emisión isotrópica de un neutrón respecto del sistema de referencia del centro de masa del fragmento de fisión,

Para garantizar la emisión isotrópica de neutrones inmediatos se aplica la siguiente transformación:

$$\theta_{c.m.} = \arccos(\alpha) \qquad (12)$$

donde α varia uniformemente en el intervalo $[-1,1]$ y el valor de $\phi_{c.m.}$ varía uniformemente en el intervalo $[0,2\pi]$. De la conservación del momento lineal:

$$\vec{U} = -\frac{\vec{u}}{A-1} \qquad (13)$$

2.2.4 Emisión de neutrones en el sistema de referencia del laboratorio

Se muestra la figura 4 donde los fragmentos de fisión complementarios poseen las velocidades $\vec{V}$ y $\vec{V}'$ luego de la fisión, con masas A y A' respectivamente. La figura 5 muestra la velocidad del neutrón respecto del sistema de referencia del laboratorio θ_{lab} y

ϕ_{lab} representan los ángulos polar y azimutal respectivamente. La ecuación que relaciona a $\theta_{c.m.}$ y θ_{lab} es:

$$\theta_{lab} = \arccos\left(\frac{V + u\cos\theta_{c.m.}}{w}\right) \qquad (14)$$

En la figura 6 se muestra la velocidad del fragmento de fisión $\vec{V}$, al cual se le añade la velocidad $\vec{U}$ debido al retroceso producido por la emisión isotrópica del neutrón. La velocidad final del fragmento medida en el sistema de referencia del laboratorio es $\vec{v}$, donde:

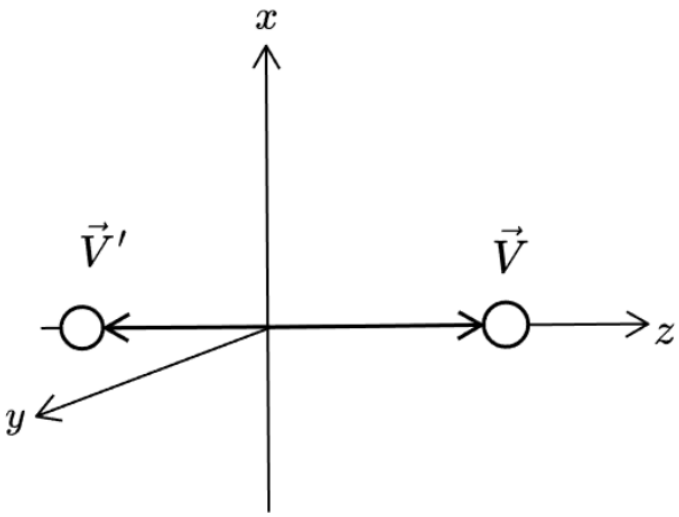
$$\vec{v} = \vec{V} + \vec{U} \qquad (15)$$

Con energía,

$$e = \frac{A-1}{2}\left|\vec{v}\right|^2 \qquad (16)$$

Figura 4

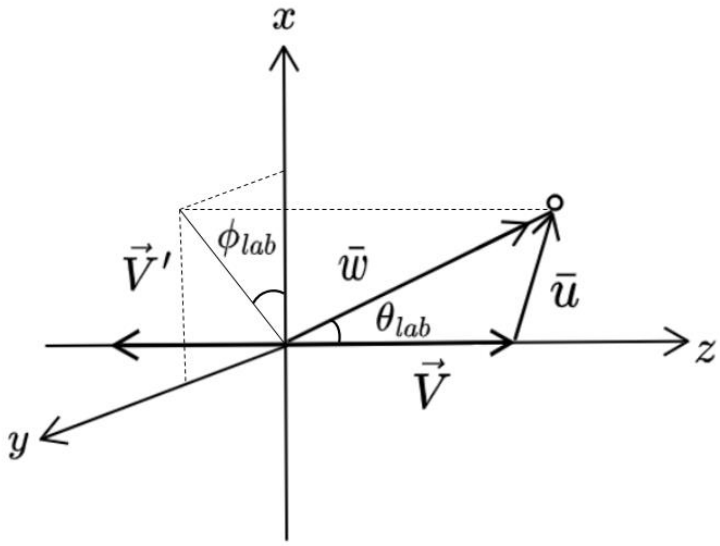
Velocidad inicial de los fragmentos complementarios.



Nota: Representación de las velocidades iniciales de los fragmentos complementarios luego de la fisión.

Figura 5

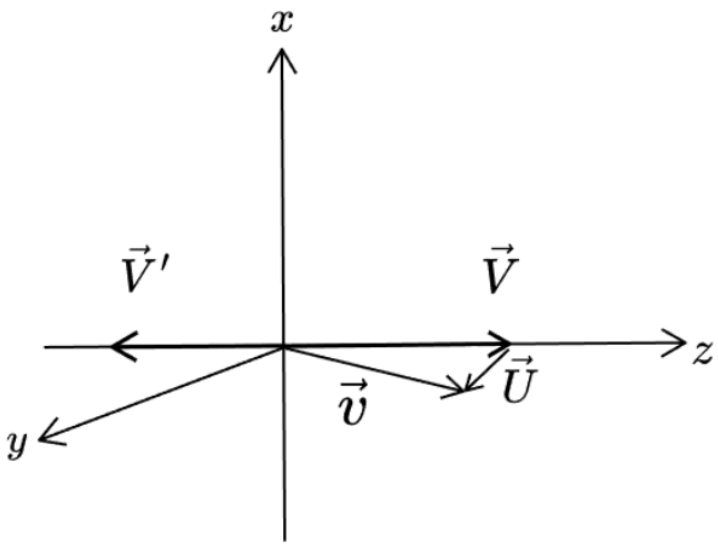
Emisión isotrópica de un neutrón respecto del sistema de referencia del laboratorio.



Nota: Representación de la emisión de un neutrón respecto del sistema de referencia del laboratorio.

Figura 6

Velocidad final del fragmento en el sistema de referencia del laboratorio.



Nota: Representación de la velocidad final del fragmento de fisión medida en el sistema de referencia del laboratorio.

Posterior a la emisión del primer neutrón, se puede emitir un segundo neutrón de manera isotrópica desde el nuevo centro de masa del fragmento de fisión de masa $A-1$, por lo que la ecuación (13) se debe cumplir para esta nueva masa. De esta forma, si se emite n neutrones consecutivamente, se debe cumplir la ecuación (13) para cada nuevo fragmento de fisión de masa $A-n$. Es decir:

$$\begin{aligned} \vec{U}_1 &= -\frac{\vec{u}_1}{A-1} \\ \vec{U}_2 &= -\frac{\vec{u}_2}{A-2} \\ \vec{U}_3 &= -\frac{\vec{u}_3}{A-3} \\ &\vdots \\ \vec{U}_n &= -\frac{\vec{u}_n}{A-n} \end{aligned} \qquad (17)$$

Donde el sub índice de $\vec{U}$ y $\vec{u}$ representan las velocidades por efecto de retroceso del fragmento y del neutrón en la i-esima emisión, respectivamente. Por lo tanto, la

velocidad del fragmento de fisión, luego de n emisiones medida respecto del sistema de referencia del laboratorio sería una suma vectorial, de la forma:

$$\vec{v} = \vec{V} + \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 + \cdots + \vec{U}_n \qquad (18)$$

Las energías finales en el sistema de referencia del laboratorio para cada fragmento de fisión luego de n y n' emisiones respectivamente, será:

$$e = \frac{A-n}{2}|\vec{v}|^2 \qquad (19)$$

$$e' = \frac{A-n'}{2}|\vec{v}'|^2 \qquad (20)$$

2.3 Método de la doble energía (2E)

Es un método experimental en el cual se mide las energías finales de los fragmentos de fisión que llegan a los detectores, es decir luego de la emisión de los neutrones inmediatos. Luego con estas energías se puede calcular una masa provisional, μ con la definición de la energía cinética. Esta masa provisional se supone como pasa de los fragmentos primarios y se realiza el análisis de los resultados en base a esa masa. Con esto se pretende relacionar las distribuciones finales e iniciales.

A partir de las ecuaciones desarrolladas por Schmitt (Schmitt et al., 1966) se puede calcular el valor de la masa provisional:

$$\mu + \mu' = A_0 \qquad (21)$$

$$\mu e = \mu' e' \qquad (22)$$

$$\mu = A_0 \frac{e'}{e + e'} \qquad (23)$$

Donde e y e', son las energías finales de los fragmentos de fisión complementarios y A_0, es la masa del núcleo luego de capturar al neutrón térmico.

En el presente trabajo se simulará el método 2E para la fisión nuclear del ^{239}Pu. A partir de calcular las energías finales de los fragmentos de fisión se determinará la masa provisional, posterior a esto se analizará los resultados de la simulación en función de esta masa.

2.4 Simulación Monte Carlo

El método Monte Carlo también conocido como simulación de probabilidad múltiple, es un método creado por von Neumann y Stanislaw Ulam para mejorar la toma de decisiones en un entorno de incertidumbre. Desde el siglo pasado su aplicación se ha visto en diversos campos de investigación y situaciones de la vida real, como la inteligencia artificial, finanzas y economía.

Este método predice resultados de cualquier variable que tenga cierta incertidumbre en base a una distribución de probabilidad, la cual podría ser uniforme o normal. Se calcula repetidamente los resultados tomando un conjunto diferente de datos de entrada, previamente establecido. Las simulaciones Monte Carlo también son utilizados en predicciones a largo plazo, ya que, si aumenta el número de entradas, el número de predicciones también aumenta y se puede predecir resultados más lejanos en el tiempo con mayor precisión.

En este trabajo de investigación se usará el método Monte Carlo para generar diversas cantidades relacionadas a las energías y neutrones emitidos en el proceso de fisión nuclear del ^{239}Pu. Esta simulación se ejecutará en el entorno de programación de Fortran, el cual tiene gran potencial numérico.

Capítulo III. Procedimiento experimental y resultados

3.1 Simulación Monte Carlo para un solo fragmento

3.1.1 Emisión isotrópica de un neutrón

En esta sección verificamos la emisión isotrópica de un neutrón desde el centro de masa de un fragmento de fisión mediante una simulación. La dinámica de la emisión isotrópica del neutrón sigue el esquema representado en la figura 3, donde se ha elegido el eje z como la dirección del desplazamiento del fragmento inicial de masa $M = 100$ u.m.a. La velocidad del neutrón emitida de forma isotrópica se determina a partir de la ecuación (11), donde la rapidez del neutrón respecto del centro de masa del fragmento u se determina a partir de una energía para el neutrón, descrita por una ecuación de la forma 5, con energía promedio de 2 MeV y una desviación estándar de 0.4 MeV, por cada evento de emisión. De manera similar se puede calcular la rapidez del fragmento iniciales complementarios a partir de las ecuaciones (3) – (5), con energía cinética promedio de 100 MeV y desviación estándar de 1 MeV.

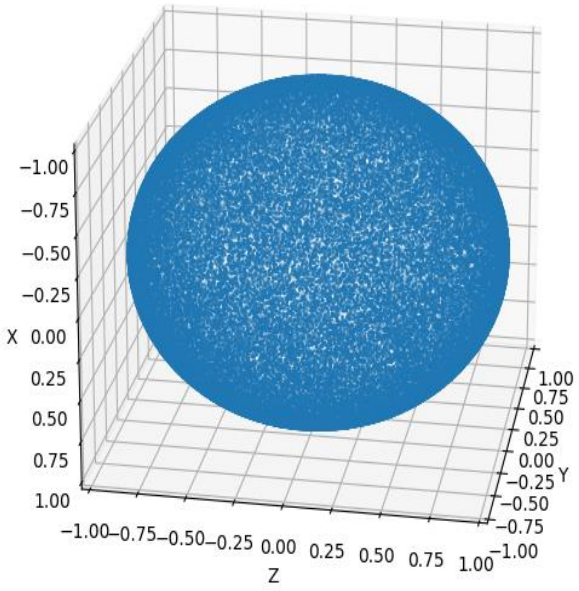
La velocidad del neutrón $\vec{w}$ medida en el sistema del laboratorio se calcula a partir de una suma vectorial, $\vec{w} = \vec{u} + \vec{U}$, como se muestra en la figura 5. Donde $\vec{u}$ es la velocidad del neutrón respecto del centro de masa del fragmento de fisión y $\vec{U}$ es la velocidad inicial del fragmento mencionado. Se considera un total de N eventos de emisión isotrópica, es decir se obtendrá N velocidades diferentes para el fragmento inicial y el neutrón. A partir de la ecuación (16) se calcula la energía del fragmento final por evento de emisión.

La figura 7 muestra una representación de la emisión isotrópica, donde cada punto distribuido uniformemente sobre la superficie esférica unitaria representa una dirección de la emisión del neutrón según los parámetros angulares $\theta_{c.m.}$ y $\phi_{c.m.}$ en el sistema del centro de masa. Es decir, el centro de la esfera coincide con el centro de masa del fragmento de

fisión. Para comparación se muestra la figura 8 que representa la emisión del neutrón, según θ_{lab} y ϕ_{lab} respecto del laboratorio, calculado a partir de la ecuación (14). Se puede observar claramente que para el sistema de referencia del laboratorio la emisión no es isotrópica y la dirección favorable para la emisión del neutrón es en dirección del desplazamiento del fragmento inicial.

Figura 7

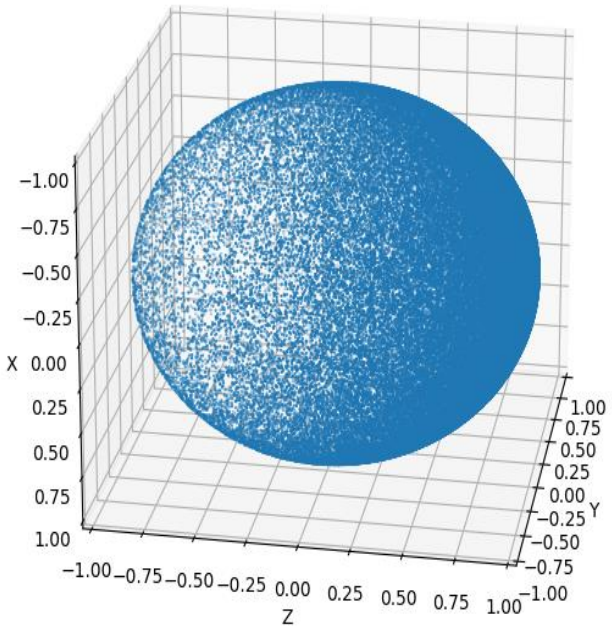
Emisión isotrópica sobre una esfera unitaria.



Nota: Distribución de puntos sobre una esfera unitaria que representa la dirección de la emisión isotrópica de un neutrón, donde el centro de la esfera representa el centro de masa del fragmento. Para un número total de eventos de N=100 mil.

Figura 8

Emisión isotrópica respecto del laboratorio sobre una esfera unitaria.



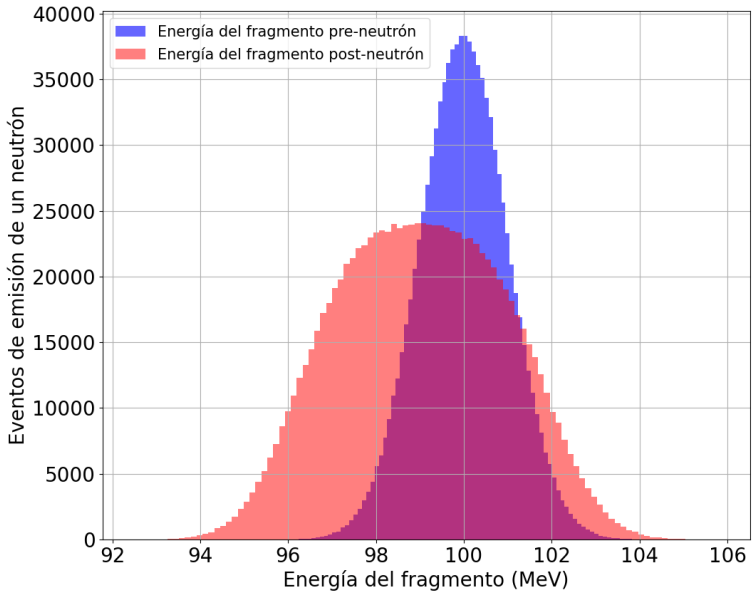
Nota: Distribución de puntos sobre una esfera unitaria que representa la dirección de la emisión de un neutrón respecto del laboratorio. Para un número total de eventos de N=100 mil.

3.1.2 Histograma de la energía del fragmento primario y final

De la ecuación (16) se determina la energía final del fragmento (luego de emitir el neutrón) respecto del laboratorio por evento de emisión. Si medimos las energías antes y después de la emisión del neutrón y consideramos el número total de eventos de emisión, podemos representarlo en un histograma (figura 9). Donde el histograma rojo representa la distribución de energías finales y el histograma azul representa la distribución de energías iniciales.

Figura 9

Histogramas para la energía del fragmento inicial y final.



Nota: Comparación de los histogramas de la energía del fragmento pre y post emisión del neutrón. Para N=1 millón.

El histograma de la energía final presenta una forma gaussiana con energía promedio aproximada de $\overline{E} = 99.03$ MeV y una desviación estándar de $\sigma = 3.62$ MeV. El desplazamiento de la distribución de la energía cinética final es debido a la pérdida de masa por parte del fragmento al emitir el neutrón. El ensanchamiento puede explicarse por la emisión isotrópica de neutrones, el cual aumentará o disminuirá (dependiendo de la dirección de emisión) la velocidad del fragmento, en consecuencia, la energía final por evento de emisión. De esta forma, si se considera 1 millón como el total de eventos de emisión, se generará la misma cantidad de valores de energía final. Estas energías se distribuirán de tal manera que tendrán una mayor dispersión respecto de la energía promedio final.

3.2 Simulación Monte Carlo de la fisión nuclear del ^{239}Pu

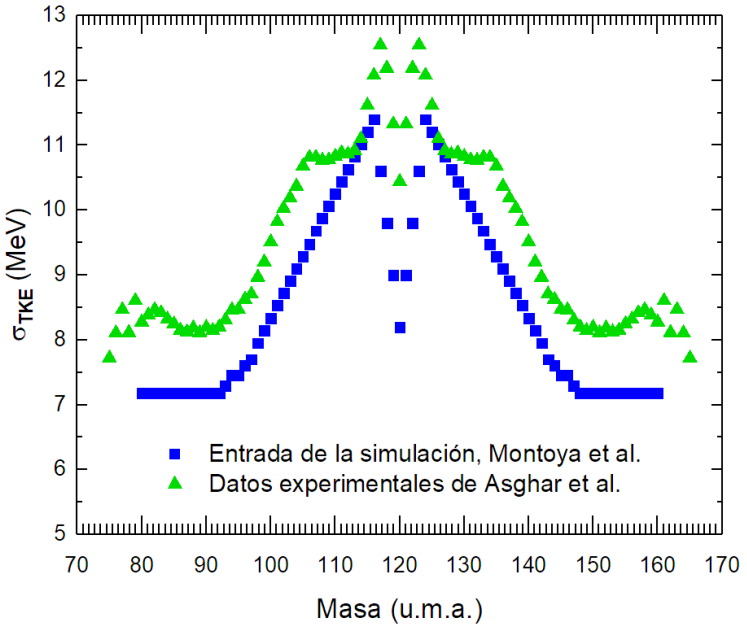
En esta sección se realiza la simulación de la reacción del ^{239}Pu mediante el método 2E. Se procede de manera similar como en la sección 3.1, para todas las posibles masas de los fragmentos de fisión y se analizan los resultados de esta simulación. Se considerarán diversas aproximaciones asociadas a datos experimentales (vea anexo).

3.2.1 Entrada de la simulación

Los datos de entrada corresponden a las magnitudes asociadas a los fragmentos primarios, el rendimiento de masas $Y(A)$, la energía cinética total promedio $\overline{TKE}(A)$, la desviación estándar de la energía cinética total promedio $\sigma_{TKE}(A)$, la pendiente de la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos respecto de la energía cinética total promedio y la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos.

Figura 10

Aproximación de la desviación estándar de la energía cinética total.

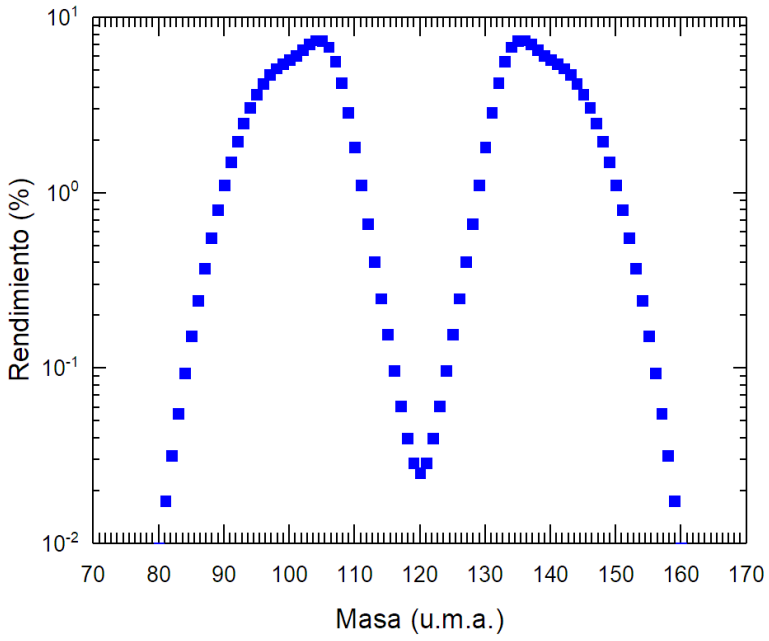


Nota: Aproximación de la desviación estándar de la energía cinética total promedio de Montoya (Montoya, 2020) y los datos experimentales de Asghar (Asghar et al., 1978).

La figura 10 muestra una aproximación de la desviación estándar de la energía cinética total promedio $\sigma_{TKE}(A)$, tomado de Montoya (Montoya, 2020) y para comparación los datos experimentales de Asghar (Asghar et al., 1978). La aproximación no presenta los picos alrededor de $A=115$, debido a que esto es producido por la técnica 2E. Esta distribución se usará para describir las ecuaciones relacionadas a las energías cinéticas de los fragmentos de fisión con distribución gaussiana y para el número de neutrones producidos por evento de fisión.

Figura 11

Rendimiento de masas usado en la entrada de la simulación.



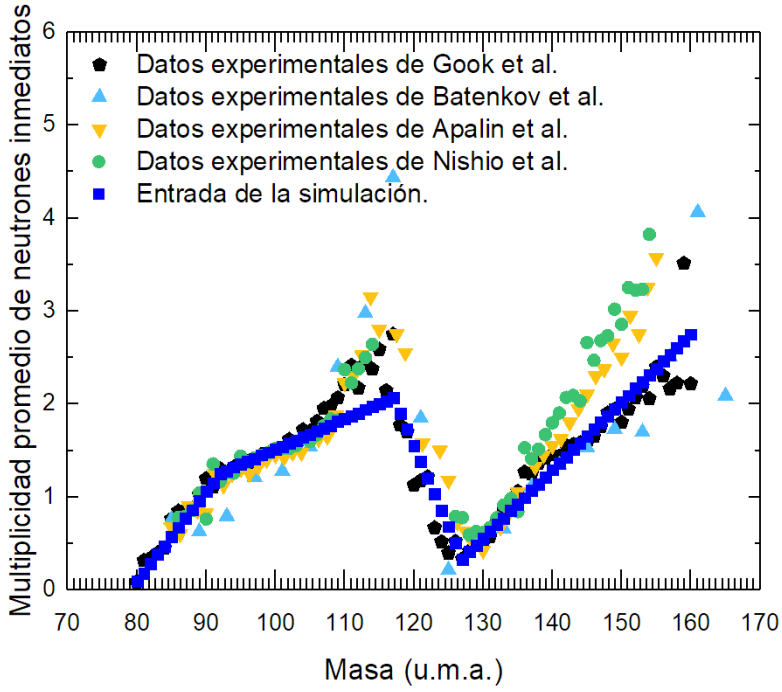
Nota: Rendimiento de masas del fragmento primario $Y(A)$, datos tomados de Vogt (Vogt et al., 2012).

La figura 11 muestra el rendimiento de masas para el núcleo del ^{239}Pu, tomado del trabajo de Vogt, el cual propuso un modelo teórico para describir la forma de esta distribución basándose en el ajuste de 5 funciones gaussianas. Esta distribución se empleará para definir el número de eventos de fisión por cada masa.

La figura 12 muestra los valores experimentales para la multiplicidad neutrónica promedio de diversos autores. Estos datos experimentales varían debido a la técnica empleada en la medición. A partir de estos resultados experimentales, se aproxima una función diente de sierra $\bar{\nu}_{aprox}$ formada por 4 segmentos de recta y que depende de la masa del fragmento primario.

Figura 12

Aproximación del diente de sierra como entrada de la simulación.



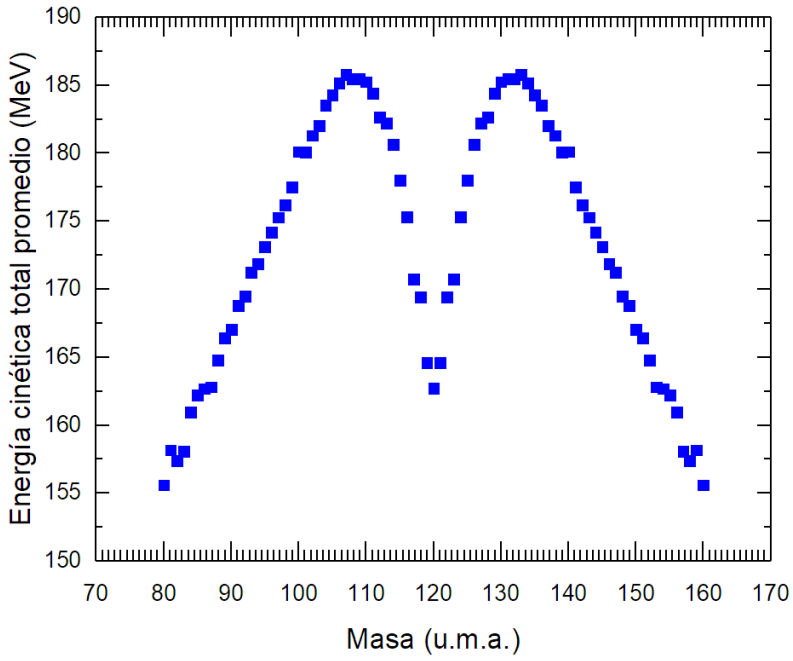
Nota: Datos experimentales de la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos (Apalin et al., 1965; Batenkov et al., 2005; Göök et al., 2020; Nishio et al., 1995) y la aproximación del diente de sierra (azul) como entrada de la simulación.

Esta aproximación de la multiplicidad neutrónica promedio será dato de entrada de la simulación, la cual no posee un ensanchamiento en la región alrededor de $A=115$, esto basándonos en trabajos previos que demuestran que este pico es influenciado por la técnica experimental. En promedio la aproximación propuesta es suficiente para alcanzar los objetivos planteados en este trabajo de investigación. Esta distribución se usará en la ecuación (7) - (8) para determinar el número de neutrones emitidos por eventos de fisión.

La figura 13 muestra la energía cinética total promedio en función de la masa del fragmento primario $\overline{TKE}(A)$ tomado del trabajo de Vogt (Vogt et al. 2012) el cual será entrada de la simulación para generar las energías cinéticas con distribución gaussiana para cada fragmento de masa.

Figura 13

Energía cinética total promedio usado como entrada de la simulación.

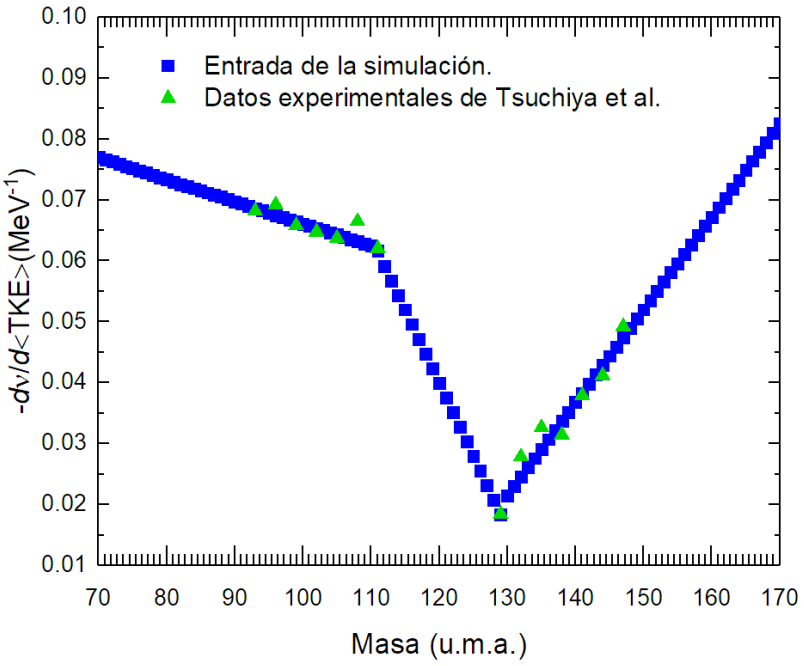


Nota: Energía cinética total promedio en función de la masa del fragmento primario $\overline{TKE}(A)$ tomados de Vogt (Vogt et al., 2012).

La figura 14 muestra una aproximación de 3 segmentos de recta para los datos experimentales (Tsuchiya et al., 2000) del negativo de la derivada de la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos respecto de la energía cinética total promedio. Esta distribución se empleará en la ecuación para determinar los neutrones emitidos por cada evento de fisión.

Figura 14

Aproximación de la pendiente de la multiplicidad de neutrones respecto de la energía cinética total.



Nota: Entrada de la simulación. Datos experimentales (triángulos verdes) de la pendiente de la multiplicidad de neutrones respecto de la energía cinética total de Tsuchiya (Tsuchiya et al., 2000) y la aproximación formada por 3 segmentos de recta (cuadrados azules).

3.2.2 Proceso de simulación

El algoritmo de programación fue desarrollado en Fortran debido al potencial numérico que posee este lenguaje. Posterior a esto se empleó otros programas para desarrollar las imágenes.

La simulación comienza por considerar el número total de eventos de fisión proporcional al valor numérico del rendimiento $Y(A)$ para la masas A y A' . Es decir, en las regiones de masa donde el rendimiento es mayor, habrá un mayor número de eventos de fisión para esas masas. A continuación, por cada evento de fisión se genera los valores de la energía cinética para los fragmentos complementarios A y A' (E y E'), según las ecuaciones (3) – (5), es decir con distribución tipo gaussiana y se determina las velocidades de los fragmentos antes de la emisión de neutrones. A continuación, por cada evento de fisión se calcula el número de neutrones emitidos para los fragmentos complementarios a partir de las ecuaciones (7) – (10), considerando los datos de entrada mencionados.

Luego se realiza una subrutina donde se calcula las energías finales de los fragmentos de fisión A y A' luego de la emisión isotrópica de n y n' neutrones respectivamente. Es decir, por cada evento de fisión habrá n y n' eventos de emisión de neutrones, de esta forma se producirá n y n' energías finales para los fragmentos complementarios, respectivamente. Cada energía final e y e' se calcula a partir de las ecuaciones (19) – (20). Por último, se calcula el valor de la masa provisional a partir de las energías finales según la ecuación (23) y se promedian todas las cantidades finales asociadas a la fisión para cada valor de la masa provisional.

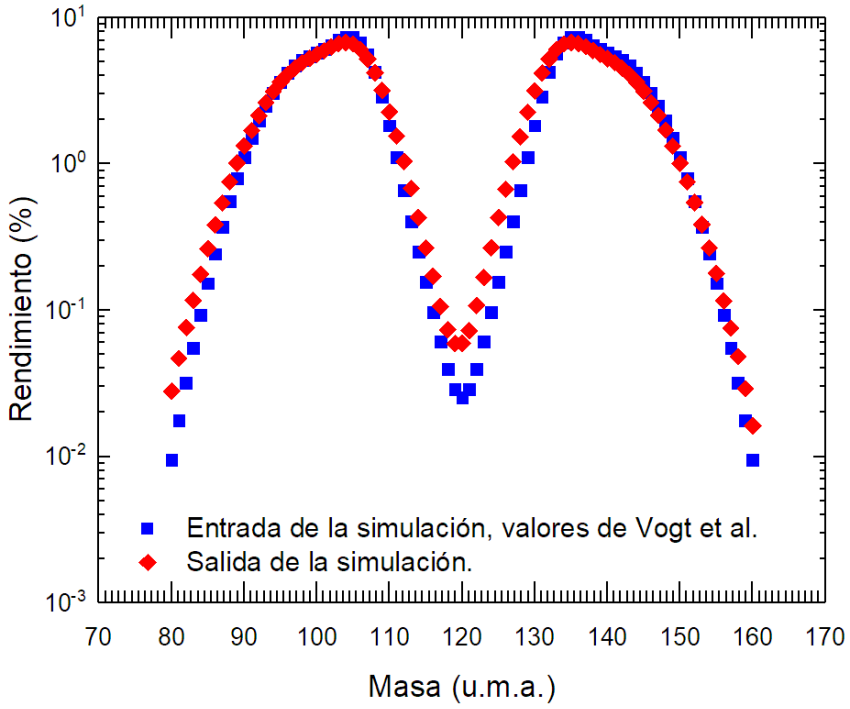
3.2.3 Salida de la simulación

En esta sección se presentan los resultados de la simulación del método 2E para la fisión por neutrones térmicos del ^{239}Pu. La salida de la simulación brinda las siguientes cantidades en función de la masa provisional: El rendimiento de masas $y(\mu)$, la energía cinética total promedio $\overline{tke}(\mu)$ de los fragmentos finales, la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos $\bar{\nu}(\mu)$ y la desviación estándar de la energía cinética total $\sigma_{tke}(\mu)$.

La figura 15 se muestra el rendimiento de masas $y(\mu)$ en función de la masa provisional y para comparación se muestra el rendimiento de masa en función de la masa del fragmento primario de Vogt (Vogt et al., 2012).

Figura 15

Rendimiento de masas como entrada y salida de la simulación.



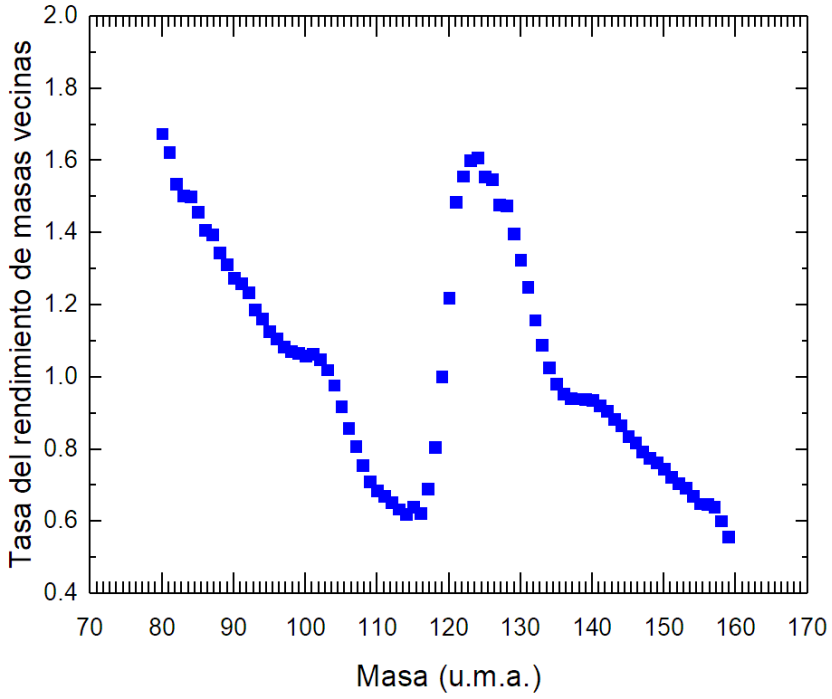
Nota: Rendimiento de masas del fragmento primario $Y(A)$ (cuadrados azules, tomados de Vogt et al., 2012) y el rendimiento de masas en función de la masa provisional $y(\mu)$ (diamantes rojos).

Se observa que en la región del fragmento ligero alrededor de $A=115$, el rendimiento en función de la masa provisional $y(\mu)$ se desplaza a regiones de masa superior y en la región del fragmento pesado, el rendimiento se desplaza a regiones de masa inferior. Los desplazamientos del rendimiento masas en las regiones donde $A\leq 90$ y $A\geq 150$ no son tema de investigación en este trabajo.

A partir de los datos del rendimiento de masa de Vogt se determina la tasa del rendimiento de masas vecinas, esto se muestra en la figura 16. Se observa que esta tasa posee una tendencia decreciente en la región del fragmento ligero, desde $A=80$ hasta $A=115$ aproximadamente, para después cambiar de manera abrupta esta tendencia.

Figura 16

Tasa del rendimiento de masas vecinas de los datos de entrada.



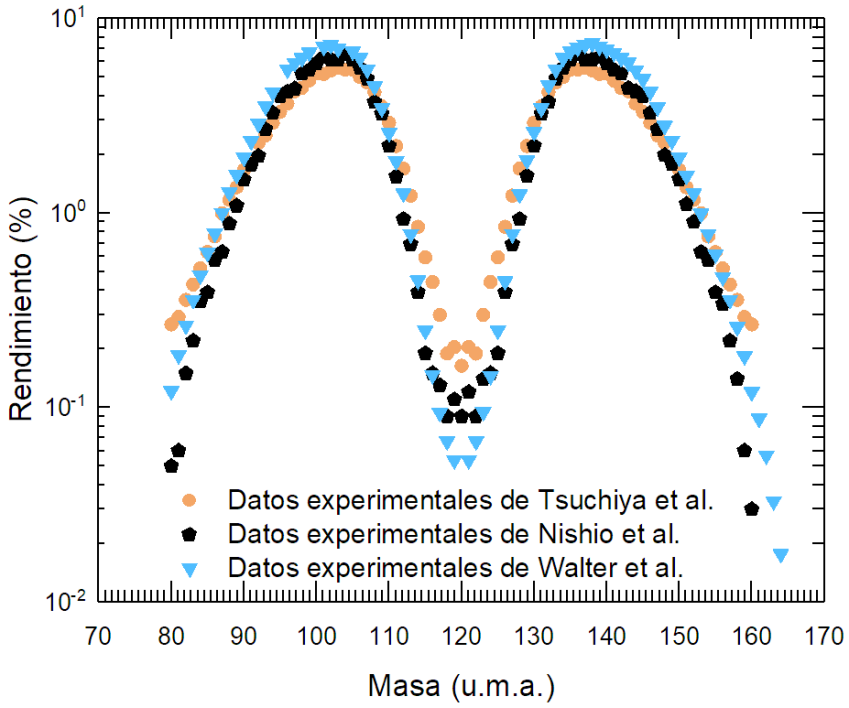
Nota: Tasa del rendimiento de masas vecinas. El análisis se realiza sobre los valores del rendimiento de masas del fragmento primario de Vogt (Vogt et al., 2012).

Para una mayor observación de esta variación abrupta, se presentan los datos experimentales (ver anexo) del rendimiento de masas de diversos autores (figura 17). Es de esperar que los datos experimentales varíen, ya que estos dependen del tipo de experimento y la técnica con la que se midieron.

A partir de los datos experimentales mencionados anteriormente, se determina la tasa del rendimiento de masas vecinas y se presenta en la figura 18. Se puede observar que las tasas de los datos experimentales presentan la misma tendencia que se describió anteriormente. La tasa es decreciente desde $A=80$ hasta $A=115$ aproximadamente, para después pasar abruptamente a valores más altos.

Figura 17

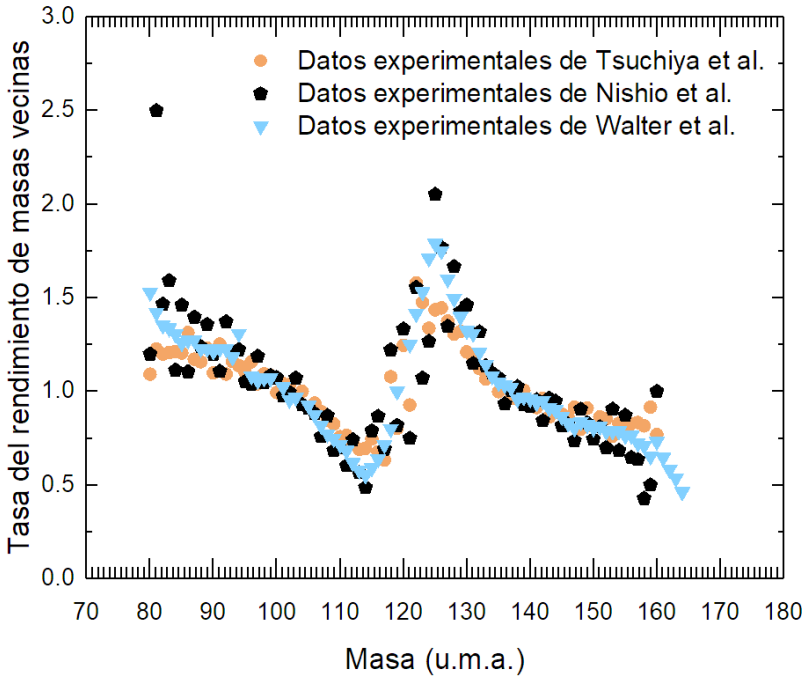
Datos experimentales del rendimiento de masas.



Nota: Datos experimentales del rendimiento de masas del fragmento primario de color naranja (Tsuchiya et al., 2000), color negro (Nishio et al., 1995) y de color celeste (Walter et al., 1964).

Figura 18

Tasa del rendimiento de masas vecinas de los datos experimentales.



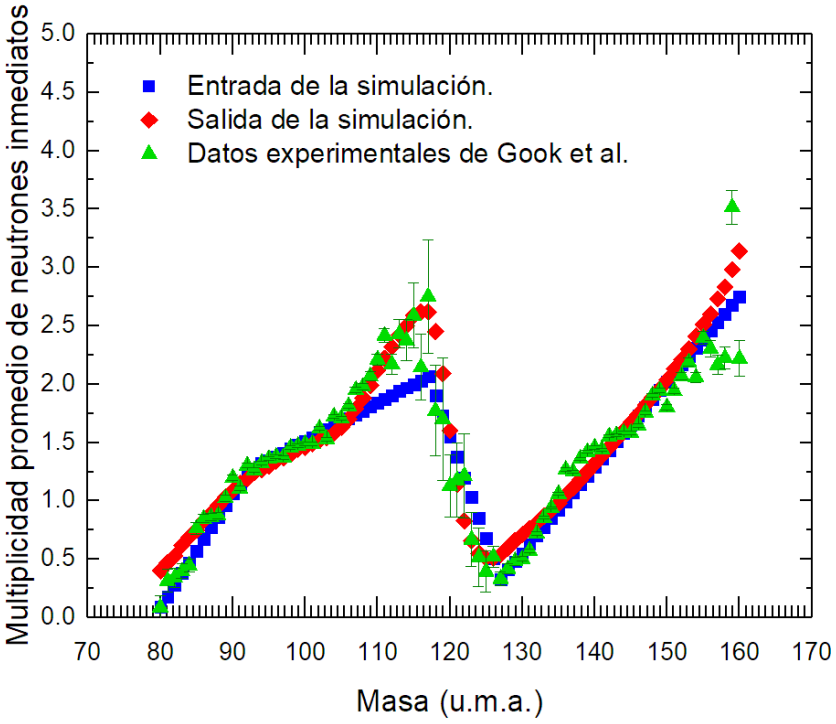
Nota: Tasa de los rendimientos de masas de vecinas de los datos experimentales de Tsuchiya et al. (color naranja), Nishio et al. (color negro) y de Walter et al. (color celeste).

La figura 19 muestra la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos como resultado de la simulación del método 2E. Se observa la aproximación de diente de sierra (cuadrados azules) como dato de entrada de la simulación y la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos post-neutrón (diamantes rojos). De esta manera, si se considera a la aproximación de diente de sierra como la forma correcta de la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos pre-neutrón, la simulación del método 2E otorga la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos en función de la masa provisional con un ensanchamiento en la región alrededor de $A=115$, para comparación se observa los datos experimentales (triángulos verdes) de Gook (Göök et al., 2020).

Esta región es la misma en la cual se presenta el cambio abrupto de la tasa del rendimiento de masas. Esto nos sugiere que existe una relación entre el cambio abrupto y el ensanchamiento de los datos experimentales de la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos de Gook.

Figura 19

Multiplicidad neutrónica como salida de la simulación.



Nota: Se observa la aproximación del diente de sierra de la multiplicidad de neutrones inmediatos en función de la masa del fragmento primario $\bar{\nu}_{aprox}$ como entrada de la simulación, multiplicidad promedio de neutrones inmediatos en función de la masa provisional como salida de la simulación y para comparación los datos experimentales de Göök (Göök et al., 2020).

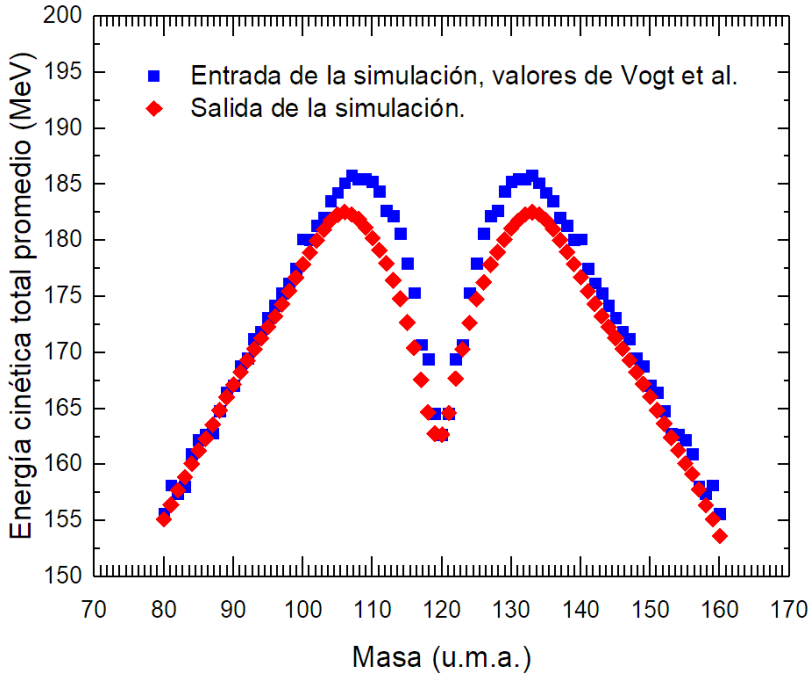
La figura 20 muestra la distribución de la energía cinética total promedio en función de la masa provisional (diamantes rojos), luego de la emisión de neutrones y para comparación los datos tomados de Vogt (cuadrados azules) de la energía cinética total promedio en función de la masa del fragmento primario, es decir, antes de la emisión de neutrones.

Se observa que en la región del fragmento ligero donde $105 < A < 120$, la energía cinética total promedio $\overline{tke}(\mu)$ disminuye severamente respecto de la energía cinética total promedio $\overline{TKE}(A)$. Este efecto se debe principalmente al valor de la multiplicidad neutrónica en esta misma región, tal como se puede observar en la figura 19 (cuadrados azules), el valor promedio de neutrones inmediatos emitidos es 3 aproximadamente.

Para regiones del fragmento pesado $120 < A < 135$ la energía cinética total promedio $\overline{tke}(\mu)$ disminuye en menor medida que en la región del fragmento ligero. Esto se puede explicar observando la multiplicidad de neutrones inmediatos de la figura 19. En esta región se observa, que en promedio 1 neutrón es emitido. Esto hace evidente la influencia de la emisión de neutrones en la distribución de la energía cinética total promedio.

Figura 20

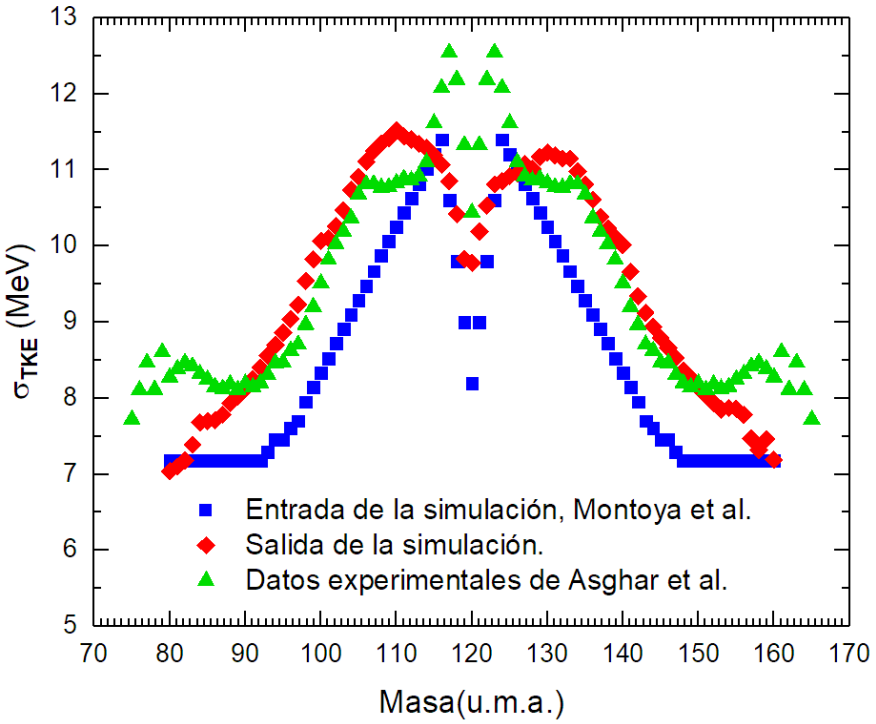
Energía cinética total promedio como salida de la simulación.



Nota: Energía cinética total promedio en función de la masa del fragmento primario $\overline{TKE}(A)$ (cuadrados azules, tomados de Vogt et al., 2012) y la energía cinética total promedio del fragmento final en función de la masa provisional $\overline{tke}(\mu)$ (diamantes rojos), como salida de la simulación.

Figura 21

Desviación estándar de la energía cinética total promedio.

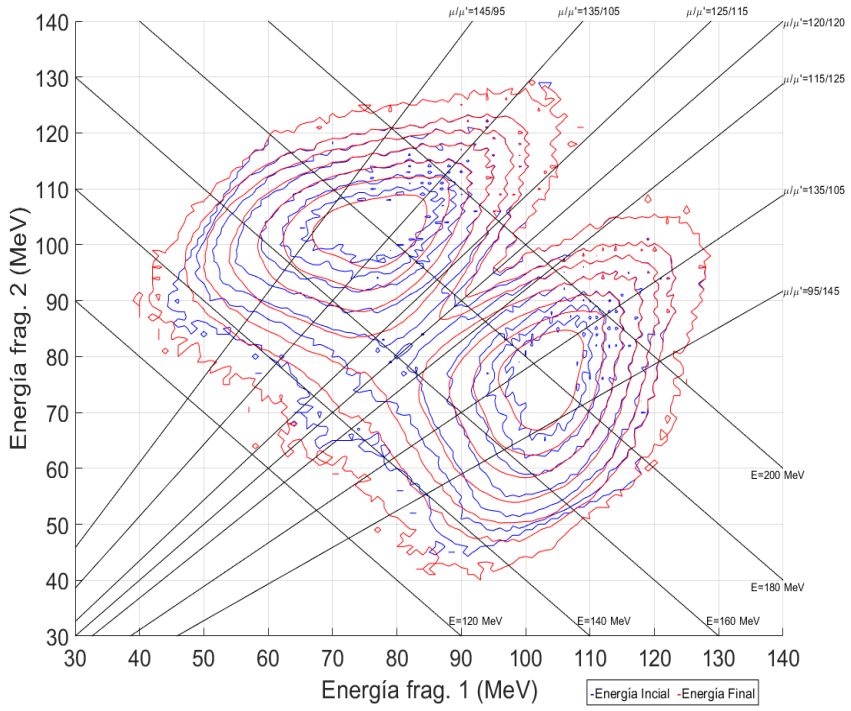


Nota: Aproximación de la desviación estándar de la energía cinética total promedio en función de la masa del fragmento primario $\sigma_{TKE}(A)$ (cuadrados azules, tomados de Montoya et al., 2020), la desviación estándar de la energía cinética total promedio del fragmento final en función de la masa provisional $\sigma_{tke}(\mu)$ (diamantes rojos), como salida de la simulación y para comparación los resultados experimentales de Asghar (Asghar et al., 1978).

La figura 21 muestra la desviación estándar de la energía cinética total promedio $\sigma_{tke}(\mu)$ en función de la masa provisional como resultado de la simulación. Para comparación se muestra los resultados experimentales de Asghar et al. Se observa una sobre estimación alrededor de $A=115$y para su masa complementaria, la cual se relaciona al cambio abrupto en el rendimiento de masas.

Figura 22

Diagrama de contorno de las energías iniciales y finales.



Nota: Diagrama de contorno de la energía del fragmento 1 y 2 antes y después de la emisión isotrópica de neutrones, se representan solo 7 curvas de nivel para su mejor observación.

La figura 22 muestra un diagrama de contorno de las energías iniciales (azul) y finales (rojo) de los fragmentos 1 y 2, de masa A y A' respectivamente. Para obtener esta figura se comienza por subdividir una región acotada de 30 a 140 MeV (eje X y Y) en pequeños cuadrados de 1 MeV, con esto obtenemos una malla de 110×110, luego por cada evento de fisión se ubica la posición (X,Y) donde se encuentra la energía inicial para el fragmento 1 y 2. Por último, en esta posición se añade un "1" y se obtiene un histograma 2D de 110×110 pequeños intervalos. Este mismo procedimiento se repite para las energías finales y se traza curvas por las posiciones de igual frecuencia en los histogramas 2D. Se observa que el diagrama de contorno de las energías iniciales (azul) es desplazado hacia regiones de energía más bajas (rojo) luego de la emisión de neutrones.

Para observar las variaciones energéticas en función de la masa provisional se trazaron las rectas $E_2 = \mu E_1 / \mu'$ donde el cociente representa la pendiente tal que $\mu + \mu' = 240$, E_1 y E_2 son las energías de los fragmentos 1 y 2 respectivamente. Para la recta donde $\mu = 115$ se pude observar que pasa por varias regiones donde la diferencia energética final (rojo) e inicial (azul) es evidente. Para las regiones más energéticas de los contornos más superiores (donde la energía es mayor a $E = 200\,\text{MeV}$), se observa una coincidencia en las energías iniciales y finales, esta región es la denominada región de fisión fría en la cual no se emiten neutrones, pero es muy poco probable.

Conclusiones

Se diseñó un algoritmo de programación en FORTRAN basado en el método de Monte Carlo. Con esto se logró simular el método 2E para la fisión por neutrones térmicos del ^{239}Pu y se obtuvo las distribuciones asociadas a esta reacción, antes y después de la emisión de neutrones inmediatos. En el capítulo II, se desarrolla las ecuaciones cinemáticas para calcular la velocidad y energía final de un fragmento de fisión luego de la emisión isotrópica de neutrones. En la sección 3.1 se presentó los resultados de la simulación de la emisión isotrópica para un solo fragmento donde la emisión isotrópica respecto del centro de masa se representó como una distribución uniforme de puntos sobre la superficie de una esfera unitaria (figura 7) y la emisión respecto del laboratorio se representa de la misma manera sobre una esfera unitaria (figura 8), donde los puntos están más localizados hacia la dirección del desplazamiento del fragmento inicial (antes de emitir los neutrones). Además, se muestra un histograma de la energía inicial y final del fragmento de fisión, donde se observa como la distribución de la energía final presenta un ensanchamiento producido por el efecto de la emisión isotrópica de neutrones.

En la sección 3.2 se muestran los datos de entrada de la simulación en las figuras (10) – (14) (cuadrados azules), se explica el proceso de la simulación y se presenta los resultados. Se obtuvo el rendimiento de masas en función de la masa provisional (luego de emitir neutrones) como se muestra en figura 15, el cual evidencia el desplazamiento del rendimiento a masas hacia regiones de masa más pesadas en la región del fragmento ligero y un desplazamiento hacia masas más ligeras en la región del fragmento pesado. Esto se pude explicar cómo sigue, si consideramos que, respecto al centro de masa del fragmento, su velocidad de retroceso producido por la emisión isotrópica de neutrones, es pequeña en comparación a la velocidad inicial del fragmento, es decir $\bar{v} \approx \overline{V}$. De las ecuaciones (18) - (20) las energías serían:

$$e = \frac{(A-n)}{2}\left|\vec{V}\right|^2 \approx E(1-\frac{n}{A}) \qquad (24)$$

$$e' = \frac{(A-n')}{2}\left|\vec{V}'\right|^2 \approx E'(1-\frac{n'}{A'}) \qquad (25)$$

Evaluando en la ecuación 23

$$\mu = A_0 \frac{E'}{E'+E\left(\frac{1-\frac{n}{A}}{1-\frac{n'}{A'}}\right)} \qquad (26)$$

Ademas de las ecuaciones (1) y (2)

$$A = A_0 \frac{E'}{E'+E} \qquad (27)$$

Sin analizamos la ecuación (27), cuando $n > n'$ (región del fragmento ligero) se cumple:

$$\mu = A_0 \frac{E'}{E'+E\left(\frac{1-\frac{n}{A}}{1-\frac{n'}{A'}}\right)} > A_0 \frac{E'}{E'+E} = A \qquad (28)$$

y cuando $n < n'$ (región del fragmento pesado):

$$\mu = A_0 \frac{E'}{E'+E\left(\frac{1-\frac{n}{A}}{1-\frac{n'}{A'}}\right)} < A_0 \frac{E'}{E'+E} = A \qquad (29)$$

De esta forma, se observa la influencia de la emisión de neutrones en el desplazamiento del rendimiento de masas.

A partir de los datos experimentales del rendimiento de masas que se presentan en la figura 17 y la tasa del rendimiento de masas vecinas de la figura 18, se observó que el cambio abrupto en la tasa alrededor de $A=115$ está presente en los resultados de diversos autores que emplearon distintas técnicas de medición.

La multiplicidad promedio de neutrones inmediatos en función de la masa provisional se muestra en la figura 19. A partir de la aproximación de diente de sierra formado por 4 segmentos de recta (cuadrados azules) se simula el método 2E y se obtiene la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos en función de la masa provisional (diamantes rojos), el cual posee un ensanchamiento (sobre valoración) alrededor de $A=115$, la misma región donde se produce el cambio abrupto del rendimiento de masas. De esto se concluye que el ensanchamiento es producido por este cambio abrupto del rendimiento de masas y que la verdadera forma de la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos (pre-neutrón) es el diente de sierra (cuadrados azules).

La influencia de la emisión de neutrones también se observa en la distribución de la energía cinética total promedio en función de la masa provisional (figura 20), donde los valores de la energía cinética total promedio en función de la masa provisional $\overline{tke}(\mu)$ disminuyen respecto de la energía cinética total promedio $\overline{TKE}(A)$, esta disminución es más evidente en la región del fragmento ligero alrededor de $A=115$, donde está presente el cambio abrupto del rendimiento de masas. De igual manera se observa esta influencia en la desviación estándar de la energía cinética total promedio en la región alrededor de $A=115$.

La energía del fragmento inicial y final (después de emitir neutrones) se observa en la figura 22, la cual presenta las distintas curvas de nivel que representan el número de eventos de fisión. A partir de los eventos más probables (curvas más internas) se observa como el contorno que representa la energía inicial de los fragmentos (azul), se va

desplazando a valores de energía menores, debido a la emisión de neutrones. Para observar las variaciones energéticas en función de la masa provisional se trazaron las rectas $E_2 = \mu E_1 / \mu'$, donde E_1 y E_2 son las energías de los fragmentos de masa A y A' respectivamente. Se observa la variación energética cuando $\mu / \mu' = 115/125$. Se muestra además que la parte superior de estas curvas de nivel (curvas más externas) no se desplazan, esto evidencia la región energética (mayor a 200 MeV) donde existe la fisión fría, en la cual no se emite neutrones, sin embargo, es menos probable que ocurra este tipo de evento de fisión.

Recomendaciones

Respecto a este trabajo de investigación y previos a este, se puede observar el potencial que posee las simulaciones Monte Carlo para estudiar la influencia de la metodología experimental empleada en los resultados que se obtienen.

En este trabajo se ha estudiado un enfoque cinemático no relativista, el cual, en promedio es una buena aproximación para obtener resultados que verifiquen los objetivos planteados. Sin embargo, para un estudio más detallado del proceso de la fisión nuclear es necesario un análisis más formal de la cinemática.

Referencias bibliográficas

Apalin, V., Gritsyuk, Y., Kutikov, I., Lebedev, V., & Mikaelian, L. (1965). *Neutron emission from U233, U235 and Pu239 fission fragments*. Nuclear Physics, Volume 71, Issue 3, 553–560. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0029-5582(65)90765-0.

Asghar, M., Caïtucoli, F., Perrin, P., & Wagemans, C. (1978). *Fission fragment energy correlation measurements for the thermal neutron fission of 239Pu and 235U*. Nucl. Physics, Sect. A. 311. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0375-9474(78)90510-9.

Barradas, N. (2021). *Applications of Research Reactors. Encyclopedia of Nuclear Energy*. 8– 25. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-819725-7.00110-0.

Batenkov, O., Boykov, G., Hambsch, F., Hamilton, J., Jakovlev, V., Kalinin, V., Laptev, A., Sokolov, V., & Vorobyev, A. (2005). *Prompt Neutron Emission in the Neutron-Induced Fission of 239Pu and 235U*. AIP Conference Proceedings 769. https://doi.org/https: //doi.org/10.1063/1.1945175.

Bobeica, M., Niculae, D., Balabanski, D., Filipescu, D., Gheorghe, I., Ghita, D., & Wen, L. (2016). *Radioisotope Production for medical applications at ELI-NP*. Romanian Reports in Physics. 68, 69–77.

Britt, H., & Whetstone, S. (1964). *Alphaparticle-induced fission of 230Th, 232Th and 233U*. Phys. Rev. 133, B603–B613. https://doi.org/10.1103/PhysRev.133.B603.

Buongiorno, J., Corradini, M., Parsons, J., & Petti, D. (2019). *Nuclear Energy in a CarbonConstrained World: Big Challenges and Big Opportunities*. IEEE Power and Energy Magazine. 17(2), 69–77. https://doi.org/10.1109/MPE.2018.2885250.

Burnett, S., Ferguson, R., Plasil, F., & Schmitt, H. (1971). *Neutron emission and fission energetics in the proton induced fission of 233U and 238U*. Phys. Rev. C, 2034–2048. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.3.2034.

Cheifetz, E., & Fraenkel, Z. (1968). *Prompt neutrons from fission of 238U induced by 12 MeV protons*. Phys. Rev.21. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.21.36.

Ferrer, A. (2015). *Física Nuclear y de Partículas*. Universitat de Valéncia.

Festa, G., Andreani, C., Arcidiacono, L., Grazzi, F., & Senesi, R. (2019). *Neutron Diffraction and (n,γ)-Based Techniques for Cultural Heritage*. Nanotechnologies and Nanomaterials for Diagnostic, 61–77. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-813910-3.00004-5.

Froment, P., Tilquin, I., Cogneau, M., Delbar, T., Vervier, J., & Ryckewaert, G. (2002). *The production of radioisotopes for medical applications by the adiabatic resonance crossing (ARC) technique*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 493(3), 165–175. https://doi.org/10.1016/S0168-9002(02)01173-7.

Göök, A., Hambsch, F.-J., & Oberstedt, S. (2020). *Neutron Multiplicity Correlations with Fission Fragment Mass and Energy from 239Pu(n,f)*. EPJ Web Conf. 239. https://doi.org/ 10.1051/epjconf/202023905009.

Krane, K., & Halliday, D. (1988). *Introductory nuclear physics*. Wiley New York.465.

Marsaglia, G., & Bray, T. (1964). *A convenient method for generating normal variables*. Society for Industrial and Applied Mathematics. 6, 260–264. https://doi.org/10.1137/1006063.

Montoya, M. (1984). *Mass and kinetic energy distribution in cold fission of233U,235U and239Pu induced by thermal neutrons*. Zeitschrift für Phys. A Atoms Nucl.319, 219–225. https: //doi.org/10.1007/BF01415636.

Montoya, M. (2019). *Behavior of the average prompt neutron multiplicity as a function of postneutron fragment mass in correlation with the pre-neutron fragment mass distribution in thermal neutron induced fission of 235U and 233U*. Results Phys. 14. https://doi.org/10. 1016/j.rinp.2019.102356.

Montoya, M. (2020). *Oversize of the average prompt neutron multiplicity measured by the 1V1E method in the symmetric region of thermal neutroninduced fission of 239Pu*. Results Phys. 17. https://doi.org/10.1016/j.rinp.2020.103053.

Montoya, M., Hasse, R., & Koczon, P. (1986). *Coulomb effects in low energy fission*. Zeitschrift fürPhysik A Atomic Nuclei. 325, 357–362. https://doi.org/10.1007/BF01294620.

Montoya, M., & Rivera, A. (2018). *Influence of neutron emission on the charge, mass and kinetic energy distribution of final fragments from 235U(nth, f) reaction*. Journal of Physics Communications. 2. https://doi.org/10.1088/2399-6528/aac07b.

Montoya, M., Rojas, J., & Lobato, I. (2010). *Neutron emission effects on fragment mass and kinetic energy distribution from fission of 239Pu induced by thermal neutrons*. AIP Conference Proceedings. 1265, 65–69. https://doi.org/10.1063/1.3480262.

Montoya, M., Saettone, E., & Rojas, J. (2007). *Monte Carlo simulation for fragment mass and kinetic energy distributions from the neutron-induced fission of 235U*. Revista Mexicana de Fisica. 53, 366–370.

Montoya M., J. R., Saetone, E., Alarcon, R., Cole, P., Djalali, C., & Umeres, F. (2007). *Effects of Neutron Emission on Fragment Mass and Kinetic Energy Distribution from Thermal Neutron-Induced Fission of 235U*. AIP Conference Proceedings. 947, 326–329. https: //doi.org/10.1103/PhysRev.141.1146.

Nishio, K., Nakagome, Y., Kanno, I., & Kimura, I. (1995). *Measurement of Fragment Mass Dependent Kinetic Energy and Neutron Multiplicity for Thermal Neutron Induced Fission of Plutonium-239*. Journal of Nuclear Science and Technology. 32:5, 404–414. https: //doi.org/10.1080/18811248.1995.9731725.

Otto, H., & Fritz, S. (1939a). *Nachweis der Entstehung aktiver Bariumisotope aus Uran und Thorium durch Neutronen-Bestrahlung: Nachweis weiterer aktiver Bruchst¨ucke bei der Uranspaltung*. Naturwissenschaften. 27, 89–95. https://doi.org/10.1007/BF01488988.

Otto, H., & Fritz, S. (1939b). *Ueber den Nachweis und das Verhalten der bei der Bestrahlung des Urans mittels Neutronen entstehenden Erdalkalimetalle*. Naturwissenschaften. 27, 11–15. https://doi.org/10.1007/BF01488241.

Pang, W., & Low, I. (2018). *Understanding and improving the thermal stability of layered ternary carbides and nitrides*. Advances in Ceramic Matrix Composites, 429–460. https: //doi.org/10.1016/B978-0-08-102166-8.00018-9.

Quade, U., Rudolph, K., Skorka, S., Armbruster, P., Clerc, H., Lang, W., Mutterer, M., Schmitt, C., Theobald, J., Gönnenwein, F., Pannicke, J., Schrader, H., Siegert, G., & Engelhardt, D. (1988). *Nuclide yields of light fission products from thermal-neutron induced fission of 233U at different kinetic energies*. Nuclear Physics A, Volume 487, 1–36.

Schmitt, H., Neiler, J., & Walter, F. (1966). *Fragment Energy Correlation Measurements for 252Cf Spontaneous Fission and 235U Thermal-Neutron Fission*. Phys. Rev. 141. https: //doi.org/10.1103/PhysRev.141.1146.

Signarbieux, C., Montoya, M., Ribrag, M., Mazur, C., Guet, C., Perrin, P., & Maurel, M. (1981). *Evidence for nucleon pair breaking even in the coldest scission configurations of 234U and 236U*. Physique Lett. 42, 437–440. https:// doi . org/ 10 . 1051/jphyslet: 019810042019043700.

Talou, P., Becker, B., Kawano, T., Chadwick, M., & Danon, Y. (2011). *Advanced Monte Carlo modeling of prompt fission neutrons for thermal and fast neutron-induced fission reactions on Pu239*. Physical Review C. 83. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.83.064612.

Tsuchiya, C., Nakagome, Y., Yamana, H., H. Moriyama, K. N., Kanno, I., Shin, K., & Kimura, I. (2000). *Simultaneous Measurement of Prompt Neutrons and Fission Fragments for 239Pu(nth,f)*. Journal of Nuclear Science and Technology, 37:11, 941–948. https://doi. org/10.1080/18811248.2000.9714976.

Vogt, R., Randrup, J., Brown, D., Descalle, M., & Ormand, W. (2012). *Event-by-event evaluation of the prompt fission neutron spectrum from 239Pu(n, f)*. Phys. Rev. C. 85. https: //doi.org/10.1103/PhysRevC.85.024608.

Vorobyev, A., Dushin, V., Hambsch, F., Jakovlev, V., Kalinin, V., Laptev, A., Petrov, B., & Shcherbakov, O. (2005). *Distribution of Prompt Neutron Emission Probability for*

Fission Fragments in Spontaneous Fission of 252Cf and 244,248Cm. AIP Conference Proceedings. 769, 613–616. https://doi.org/10.1063/1.1945084.

Walter, F., Schmitt, H., & Neiler, J. (1964). *Fragment Mass Distributions for Thermal-NeutronInduced Fission of Pu239 and Pu24*1. Phys. Rev. 133. https://doi.org/10.1103/PhysRev. 133.B1500.

Anexos

Anexo 1: Datos experimentales 1

Anexo 2: Generación de números aleatorios con distribución gaussiana.....7

Anexo 3: Códigos de programación.....8

ANEXO 1: DATOS EXPERIMENTALES

A continuación, se presenta los datos experimentales del rendimiento de masas $Y(A)$, multiplicidad de neutrones inmediatos $\bar{\nu}(A)$, la pendiente de la multiplicidad de neutrones respecto de la energía cinética total promedio $d\nu/d\langle TKE\rangle$ y la desviación estándar de la energía cinética total en función de la masa primaria, usados en este trabajo de investigación.

Tabla 1

Rendimiento de masas.

Tsuchiya		**Nishio**		**Walter**	
Masa(u.m.a.)	$Y(\%)$	Masa(u.m.a.)	$Y(\%)$	Masa(u.m.a.)	$Y(\%)$
65	0.03936	76	0.04	78	0.057266
66	0.03829	77	0.04	79	0.087519
67	0.04468	78	0.04	80	0.1214
68	0.04787	79	0.04	81	0.18553
69	0.05425	80	0.05	82	0.26366
70	0.05744	81	0.06	83	0.35697
71	0.06382	82	0.15	84	0.47747
72	0.07233	83	0.22	85	0.62335
73	0.07233	84	0.35	86	0.78476
74	0.08403	85	0.39	87	0.99999
75	0.09254	86	0.57	88	1.2743
76	0.1181	87	0.63	89	1.5658
77	0.133	88	0.88	90	1.924
78	0.1702	89	1.09	91	2.3357
79	0.2053	90	1.48	92	2.8701
80	0.267	91	1.77	93	3.5247
81	0.2915	92	1.96	94	4.169
82	0.3574	93	2.69	96	5.4535
83	0.4287	94	3.26	97	5.8979
84	0.518	95	3.99	98	6.2374
85	0.6286	96	4.2	99	6.6706
86	0.7574	97	4.36	101	7.1339
87	0.9956	98	5.18	102	7.2954
88	1.167	99	5.42	103	6.976

Masa(u.m.a.)	$Y(\%)$	Masa(u.m.a.)	$Y(\%)$	Masa(u.m.a.)	$Y(\%)$
89	1.352	100	5.88	105	6.7457
90	1.663	101	6.31	106	6.2374
91	1.827	102	6.15	107	5.4535
92	2.288	103	6.12	108	4.4585
93	2.5	104	6.56	109	3.4467
94	2.9	105	6.1	110	2.5765
95	3.303	106	5.55	111	1.8417
96	3.638	107	4.89	112	1.2588
97	4.213	108	3.71	113	0.77799
98	4.381	109	3.23	114	0.44959
99	4.793	110	2.21	115	0.24844
100	5.2	111	1.54	116	0.14682
101	5.171	112	0.93	117	0.093835
102	5.387	113	0.69	118	0.067074
103	5.583	114	0.39	119	0.053623
104	5.445	115	0.19	121	0.053623
105	5.446	116	0.15	122	0.067074
106	4.981	117	0.13	123	0.094891
107	4.671	118	0.09	124	0.14518
108	4.163	119	0.11	125	0.24844
109	3.521	120	0.09	126	0.44459
110	2.908	121	0.12	127	0.77799
111	2.204	122	0.09	128	1.2448
112	1.687	123	0.14	129	1.8624
113	1.226	124	0.15	130	2.6055
114	0.8478	125	0.19	131	3.4467
115	0.5904	126	0.39	132	4.5087
116	0.4414	127	0.69	133	5.4535
117	0.2989	128	0.93	134	6.2374
118	0.1893	129	1.55	135	6.7457
119	0.2042	130	2.21	136	7.0545
120	0.1638	131	3.23	137	7.2954
121	0.2042	132	3.71	138	7.4446
122	0.1893	133	4.89	139	7.1412
123	0.2989	134	5.56	140	6.9218
124	0.4414	135	6.11	141	6.6397
125	0.5904	136	6.56	142	6.238
126	0.8478	137	6.12	143	5.9218
127	1.226	138	6.16	144	5.3926
128	1.687	139	6.32	145	4.8598

Masa(u.m.a.)	$Y(\%)$	Masa(u.m.a.)	$Y(\%)$	Masa(u.m.a.)	$Y(\%)$
129	2.204	140	5.88	146	4.2012
130	2.908	141	5.42	147	3.4839
131	3.52	142	5.18	148	2.8002
132	4.164	143	4.37	149	2.3464
133	4.671	144	4.21	150	1.9256
134	4.981	145	3.99	151	1.5477
135	5.446	146	3.26	152	1.257
136	5.445	147	2.69	153	0.98956
137	5.583	148	1.98	154	0.779
138	5.387	149	1.79	155	0.61325
139	5.17	150	1.49	156	0.46793
140	5.201	151	1.11	157	0.35705
141	4.793	152	0.9	158	0.25863
142	4.381	153	0.63	159	0.18349
143	4.213	154	0.57	160	0.11978
144	3.638	155	0.39	161	0.087672
145	3.303	156	0.34	162	0.05664
146	2.9	157	0.22	163	0.032977
147	2.5	158	0.14	164	0.017667
148	2.288	159	0.06	165	0.0081822
149	1.827	160	0.03	166	0.0034151
150	1.663	161	0.03	167	0.0021164
151	1.352	162	0.03	-	-
152	1.167	163	0.03	-	-
153	0.9956	164	0.03	-	-
154	0.7574	165	0.03	-	-
155	0.6286	166	0.04	-	-
156	0.518	167	0.04	-	-
157	0.4287	168	0.04	-	-
158	0.3574	169	0.04	-	-
159	0.2915	-	-	-	-
160	0.267	-	-	-	-

Nota: Datos experimentales del rendimiento de masas (Tsuchiya et al., 2000; Nishio et al., 1995; Walter et al., 1964).

Tabla 2

Multiplicidad promedio de neutrones inmediatos.

Göök		**Nishio**		**Apalin**		**Batenkov**	
Masa(u.m.a.)	$\bar{\nu}(A)$	Masa(u.m.a.)	$\bar{\nu}(A)$	Masa(u.m.a.)	$\bar{\nu}(A)$	Masa(u.m.a.)	$\bar{\nu}(A)$
80	0.08707	86	0.78	85	0.675	85	0.75967
81	0.31576	87	0.79	86.25	0.6	89	0.62593
82	0.34271	88	0.854	87.5	0.9	93	0.79335
83	0.39657	89	1.041	88.75	0.85	97	1.21424
84	0.44875	90	0.761	90	0.825	101	1.27896
85	0.76439	91	1.355	91.25	1.25	105	1.56927
86	0.84785	92	1.167	92.5	1.125	109	2.40176
87	0.85843	93	1.255	93.75	1.25	113	2.97704
88	0.87439	94	1.255	95	1.3	117	4.43992
89	1.02367	95	1.438	96.25	1.25	121	1.84936
90	1.19776	96	1.374	97.5	1.325	125	0.21571
91	1.10625	97	1.42	98.75	1.4	129	0.47203
92	1.30395	98	1.448	100	1.45	133	0.65661
93	1.26139	99	1.476	101.25	1.425	137	1.1116
94	1.32267	100	1.518	102.5	1.475	141	1.34473
95	1.36124	101	1.518	103.75	1.475	145	1.53146
96	1.37845	102	1.521	106.25	1.625	149	1.73093
97	1.37392	103	1.552	107.5	1.65	153	1.6986
98	1.45792	104	1.63	108.75	1.875	157	2.50675
99	1.47094	105	1.598	110	2.225	161	4.06332
100	1.48884	106	1.668	111.25	2.3	165	2.089
101	1.48715	107	1.767	112.5	2.525	-	-
102	1.61865	108	1.837	113.75	3.15	-	-
103	1.52785	109	1.826	115	2.8	-	-
104	1.72363	110	2.37	117.5	2.75	-	-
105	1.70658	111	2.225	118.75	2.55	-	-
106	1.81356	112	2.377	121.25	1.575	-	-
107	1.95065	113	2.5	123.75	1.5	-	-
108	1.97935	114	2.641	125	1.175	-	-
109	2.06815	126	0.79	126.25	0.725	-	-
110	2.21126	127	0.776	127.5	0.625	-	-
111	2.41733	128	0.592	128.75	0.475	-	-
112	2.17141	129	0.627	130	0.425	-	-
113	2.43021	130	0.616	131.25	0.65	-	-
114	2.3746	131	0.669	132.5	0.675	-	-
115	2.58883	132	0.774	133.75	0.825	-	-
116	2.14472	133	0.912	135	1.05	-	-
117	2.75111	134	0.982	137.5	1.325	-	-
118	1.77196	135	0.84	138.75	1.45	-	-
119	1.69899	136	1.529	140	1.55	-	-

Masa(u.m.a.)	$\bar{\nu}(A)$	Masa(u.m.a.)	$\bar{\nu}(A)$	Masa(u.m.a.)	$\bar{\nu}(A)$	Masa(u.m.a.)	$\bar{\nu}(A)$
120	1.12933	137	1.412	141.25	1.625	-	-
121	1.17691	138	1.514	142.5	1.8	-	-
122	1.21591	139	1.67	143.75	1.95	-	-
123	0.66852	140	1.796	145	2.1	-	-
124	0.51751	141	1.902	146.25	2.3	-	-
125	0.39504	142	2.071	147.5	2.375	-	-
126	0.52105	143	2.092	148.75	2.65	-	-
127	0.33236	144	2.032	150	2.5	-	-
128	0.41761	145	2.661	151.25	2.95	-	-
129	0.4823	146	2.469	152.5	2.75	-	-
130	0.50296	147	2.681	153.75	3.25	-	-
131	0.57306	148	2.734	155	3.575	-	-
132	0.72019	149	3.02	-	-	-	-
133	0.85387	150	2.857	-	-	-	-
134	0.93973	151	3.252	-	-	-	-
135	1.06042	152	3.224	-	-	-	-
136	1.26875	153	3.234	-	-	-	-
137	1.24962	154	3.824	-	-	-	-
138	1.35105	-	-	-	-	-	-
139	1.41939	-	-	-	-	-	-
140	1.45589	-	-	-	-	-	-
141	1.43838	-	-	-	-	-	-
142	1.55303	-	-	-	-	-	-
143	1.56442	-	-	-	-	-	-
144	1.58315	-	-	-	-	-	-
145	1.58223	-	-	-	-	-	-
146	1.64871	-	-	-	-	-	-
147	1.7574	-	-	-	-	-	-
148	1.90344	-	-	-	-	-	-
149	1.9448	-	-	-	-	-	-
150	1.80339	-	-	-	-	-	-
151	1.94142	-	-	-	-	-	-
152	2.06941	-	-	-	-	-	-
153	2.18736	-	-	-	-	-	-
154	2.05763	-	-	-	-	-	-
155	2.39799	-	-	-	-	-	-
156	2.30273	-	-	-	-	-	-
157	2.16513	-	-	-	-	-	-
158	2.22535	-	-	-	-	-	-
159	3.5148	-	-	-	-	-	-
160	2.21936	-	-	-	-	-	-

Nota: Datos experimentales de la multiplicidad promedio de neutrones inmediatos (Apalin et al., 1965; Batenkov et al., 2005; Göök et al., 2020; Nishio et al., 1995).

Tabla 3

Pendiente de la multiplicidad de neutrones respecto de la energía cinética total.

Tsuchiya	
Masa(u.m.a.)	$\frac{d\nu}{d\langle TKE \rangle}$
93	0.068205128
96	0.069230769
99	0.065811966
102	0.064786325
105	0.063760684
108	0.066495726
111	0.062051282
129	0.018461538
132	0.027863248
135	0.032649573
138	0.031452991
141	0.037948718
144	0.041196581
147	0.049230769

Nota: Datos experimentales de Tsuchiya (Tsuchiya et al., 2000).

Tabla 4

Desviación estándar de la energía cinética total.

Asghar							
Masa(u.m.a.)	$\sigma(A)$ (MeV)	Masa(u.m.a.)	$\sigma(A)$ (MeV)	Masa(u.m.a.)	$\sigma(A)$ (MeV)	Masa(u.m.a.)	$\sigma(A)$
120	10.439	132	10.769	144	8.626	156	8.3195
121	11.327	133	10.816	145	8.4689	157	8.4167
122	12.19	134	10.812	146	8.4643	158	8.4636
123	12.543	135	10.68	147	8.3069	159	8.383
124	12.079	136	10.369	148	8.2005	160	8.2772
125	11.615	137	10.187	149	8.1452	161	8.6039
126	11.101	138	10.029	150	8.1918	162	8.1146
127	10.918	139	9.821	151	8.111	163	8.4676
128	10.863	140	9.5109	152	8.1829	164	8.1059
129	10.884	141	9.2001	153	8.1278	165	7.719
130	10.829	142	8.9663	154	8.1489	-	-
131	10.774	143	8.7065	155	8.2469	-	-

Nota: Datos experimentales de Asghar (Asghar et al., 1978).

ANEXO 2: GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS CON DISTRIBUCIÓN GAUSSIANA

A continuación, se presenta el método empleado en este trabajo de investigación para generar un parámetro aleatorio con distribución gaussiana, promedio de 0 y desviación estándar de 1.

Método de Marsaglia

En el presente trabajo se requiere generar diferentes cantidades con una distribución tipo gaussiana para las diferentes masas de los fragmentos de fisión y para cada neutrón emitido isotrópicamente desde el centro de masa de cada fragmento. Para obtener estas distribuciones se usa el método de Marsaglia (Marsaglia and Bray, 1964), para generar un parámetro aleatorio r entre -1 y 1 con distribución gaussiana:

$$r = -2\frac{v_1 \ln(v_1^2 + v_2^2)}{v_1^2 + v_2^2} \qquad (25)$$

Donde v_1 y v_2 varían uniformemente en el intervalo $[-1,1]$, con la condición de que $v_1^2 + v_2^2 < 1$.

ANEXO 3: CÓDIGOS DE PROGRAMACIÓN

Código Fortran

A continuación, se presenta el código de programación desarrollado en FORTRAN para la simulación de la fisión nuclear del 239Pu por neutrones térmicos.

```
PROGRAM Pu_nuclear_fission

    IMPLICIT NONE

    INTEGER,PARAMETER:: A0= 240,Am=126,idum=-375,indexAi=80,indexAf=160
    REAL,PARAMETER::PI=3.14159,En_prom=2.0
    CHARACTER(LEN=21):: TimePath
    CHARACTER(LEN=15):: TimeDate
    character(len=8):: Date
    character(len=10):: Time
    INTEGER:: k, kf,I, M1,J,count
    REAL(8),DIMENSION(indexAi:indexAf)::YD,YDI,YDD,YI,YF,ND,NI,NF
    REAL(8),DIMENSION(indexAi:indexAf)::DED,E_inicial,E_final,S21,S22
    REAL(8),DIMENSION(indexAi:indexAf)::ED,DEI,DEF,PEI,PEF, ETD,
DETD,BB,S11,S12,SL

REAL(8),DIMENSION(indexAi:indexAf)::EI1_contour,EI2_contour,EF1_contour,E
F2_contour
    REAL(8)::AD,Y,r,rn,rn1,rn2,M,NNN,NNN1,NNN2,A00,D1,D2,N1
    REAL(8)::EI1,EI2,EF1,EF2,EI,EF,ET,ETDDD,MU,N2,NL
    REAL(8)::VF2,En1,En2,velocidad_neutron,sigma1,sigma2
    REAL(8)::alpha,theta,phi,randomNumber,rd1,rd2,rneu1,rneu2,sigmaL
    REAL(8)::u1,u2,V1I,V2I,v1x,v1y,v1z,v2x,v2y,v2z,U1x,U1y,U1z
    REAL(8)::U2x,U2y,U2z,u1_x,u1_y,u1_z,u2_x,u2_y,u2_z
    INTEGER,DIMENSION(33):: Seed

    call system_clock(count)
    Seed=count
    call random_Seed(PUT=Seed)
    call date_and_time(date=Date,time=Time)
    print*,'ingresa M'
    read*,M
```

```
    TimeDate = '('//Date(3:8)//'-'//Time(1:6)//')'
    TimePath = 'Data\('//Date(3:8)//'-'//Time(1:6)//')\'
    call system('mkdir '//TimePath)

    open(unit=9,file= TimePath//'fisout'//TimeDate//'.txt',
action="write")
    open(unit=10,file= TimePath//'contour'//TimeDate//'.txt',
action="write")

    Y=0.0;YI=0;YF=0;NI=0;NF=0;DEI=0;DEF=0
    U1x=0;U1y=0;U1z=0
    U2x=0;U2y=0;U2z=0
    PEI=0;PEF=0
    DETD=0;YD=0; YDD=0; YDI=0;ED=0; ETD=0
    ND=0;S12=0;S21=0;BB=0;A00=A0;S11=0;S22=0;SL=0

do I=indexAi,indexAf
       AD=I
!ND = número de neutrones en función de la masa
       if(I<=92) ND(I)= 0.08707+(1.25-0.08707)*(AD-80.)/12;
       if(I>92 .and. I<=117) ND(I)= 1.25+(2.1-1.25)*(AD-92.)/26;
       if(I>117 .and. I<=127) ND(I)=1.9+(0.332-1.9)*(AD-118.)/9;
       if(I>127) ND(I)=0.332+(2.385-0.332)*(AD-127)/28;
!BB = derivada del número de neutrones en función de la masa
       if (I<=110) BB(I)=-0.077+(-0.04+0.06)*(AD-70)/55;
       if (I>110 .and. I<=129) BB(I)=-0.064+(-0.088+0.1)*(AD-110)/5;
       if (I>129) BB(I)=-0.02+(-0.052+0.02)*(AD-129)/21;
!Rendimiento de masas de Vogt:
      sigma1=5.6
      sigma2=2.5
      sigmaL=12
      D1=20.05
      D2=14.54
      N1=0.757/(1+EXP(-10.14/1.15))
      N2=0.242/(1+EXP(-10.14/1.15))
      NL=2-2*N1-2*N2
      S11(I)=N1*(EXP((-(AD-A0/2-
D1)**2)/(2*sigma1**2))/(sqrt(2*PI)*sigma1))
      S12(I)=N1*(EXP((-(AD-
A0/2+D1)**2)/(2*sigma1**2))/(sqrt(2*PI)*sigma1))
      S21(I)=N2*(EXP((-(AD-A0/2-
```

```
D2)**2)/(2*sigma2**2))/(sqrt(2*PI)*sigma2))
      S22(I)=N2*(EXP((-(AD-
A0/2+D2)**2)/(2*sigma2**2))/(sqrt(2*PI)*sigma2))
      SL(I)=NL*EXP((-(AD-A0/2)**2)/(2*sigmaL**2))/(sqrt(2*PI)*sigmaL)
      YD(I)=(S11(I)+S12(I)+S21(I)+S22(I)+SL(I))*100
end do
!Aproximación de la desviación estándar
do I=80,92
   DETD(I)=7.18
end do
DETD(93)=7.29
DETD(94)=7.46
DETD(95)=7.46
DETD(96)=7.61
DETD(97)=7.7
do I=98,116
   DETD(I)=(I-98)*(11.4-7.95)/(116-98)+7.95
end do
do I=117,120
   DETD(I)=(I-116)*(8.2-11.4)/(120-116)+11.4
end do
do I=121,160
   DETD(I)=DETD(A0-I)
end do
!Energía cinética total de Vogt:
ETD(80)=155.6000;ETD(81)=158.1800;ETD(82)=157.4000;ETD(83)=158.0700;ETD(8
4)=160.9700
ETD(85)=162.2200;ETD(86)=162.6800;ETD(87)=162.8000;ETD(88)=164.7700
ETD(89)=166.4200;ETD(90)=167.0600;ETD(91)=168.7800;ETD(92)=169.5000;ETD(9
3)=171.2400
ETD(94)=171.8800;ETD(95)=173.1300;ETD(96)=174.1700;ETD(97)=175.2800;ETD(9
8)=176.2000
ETD(99)=177.5100;ETD(100)=180.1200;ETD(101)=180.0600;ETD(102)=181.3100;ET
D(103)=182.0400
ETD(104)=183.5200;ETD(105)=184.2700;ETD(106)=185.1400;ETD(107)=185.7800;E
TD(108)=185.4600
ETD(109)=185.4600;ETD(110)=185.2600;ETD(111)=184.3900;ETD(112)=182.6800;E
TD(113)=182.2100
ETD(114)=180.6200;ETD(115)=178.0000;ETD(116)=175.3300;ETD(117)=170.7200;E
TD(118)=169.4400
ETD(119)=164.5700;ETD(120)=162.7100
```

```
do I=121,160
   ETD(I)=ETD(A0-I)
end do

!Número de eventos proporcional al rendimiento de masas
do I=indexAi,indexAf
   YDI(I)=M*100000*YD(I)
end do

!Simulación del método 2E
do I= indexAi,indexAf
        AD=I
        kf=int(YDI(I))
        do k=1,kf
           call gaus_ek(rn)  ! devuelve num. aleatorio con distrib.
normal
           ET=ETD(I)+rn*DETD(I)  !energia cinética total
           call gaus_ek(rn1)
           NNN1=ND(I)*(1+BB(I)*rn*DETD(I)+rn1/3)
           call gaus_ek(rn1)
           NNN2=ND(A0-I)*(1+BB(A0-I)*rn*DETD(I)-rn1/3)
           !NI= número de neutrones totales emitidos
           NI(I)=NI(I)+NNN1    !reproducción de datos iniciales
           EI1=ET*(A00-AD)/A00  !energía cinética inicial del fragmento 1
           EI1_contour(I)=EI1
           EI2=ET*AD/A00        !energía cinética inicial del fragmento 2
           EI2_contour(I)=EI2

           !Subrutina de emisión isotrópica de neutrones
           V1I=sqrt(2.0*EI1/AD)!velocidad inicial del fragmento 1
           V2I=sqrt(2.0*EI2/(A00-AD))!velocidad inicial del fragmento 2
           !emisión isotrópica
           if (NNN1 > 0) then
                do J=1,nint(NNN1)
                call gaus_ek(rneu1)
                En1=En_prom+0.4*rneu1
                call random_seed()
                call random_number(randomNumber)
                rd1= randomNumber
                alpha= 2.0*rd1-1.0
                call random_seed()
```

```
        call random_number(randomNumber)
        rd2= randomNumber
        phi=2.0*PI*rd2
        theta=acos(alpha)
        u1=sqrt(2.0*En1)!Móddulo de la velocidad del neutrón
        !velocidad del neutrón respecto del CM del fragmento 1
        u1_x= u1*sin(theta)*cos(phi)
        u1_y= u1*sin(theta)*sin(phi)
        u1_z= u1*cos(theta)

        U1x=U1x-(1/(AD-J))*u1_x
        U1y=U1y-(1/(AD-J))*u1_y
        U1z=U1z-(1/(AD-J))*u1_z
        end do
        !velocidad del fragmento 2 en el LAB
        v1x=U1x
        v1y=U1x
        v1z=U1z+V1I
        !Energía final del fragmento
        EF1=(v1x**2+v1y**2+v1z**2)*(AD-nint(NNN1))/2
        U1x=0
        U1y=0
        U1z=0
    else
        EF1=EI1
    endif

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

    if (NNN2 > 0) then
        do J=1,nint(NNN2)
        call gaus_ek(rneu2)
        En2=En_prom+0.4*rneu2
        call random_seed()
        call random_number(randomNumber)
        rd1= randomNumber
        alpha= 2.0*rd1-1.0
        call random_seed()
        call random_number(randomNumber)
        rd2= randomNumber
        phi=2.0*PI*rd2
```

```
        theta=acos(alpha)
        u2=sqrt(2.0*En2)!Módulo de la velocidad del neutrón
        !velocidad del neutron respeto del CM del fragmento 2
        u2_x=u2*sin(theta)*cos(phi)
        u2_y=u2*sin(theta)*sin(phi)
        u2_z=u2*cos(theta)

        U2x=U2x-(1/((A00-AD)-J))*u2_x
        U2y=U2y-(1/((A00-AD)-J))*u2_y
        U2z=U2z-(1/((A00-AD)-J))*u2_z
        end do

        !velocidad del fragmento 2 en el LAB
        v2x=U2x
        v2y=U2y
        v2z=U2z+V2I

        !Energía final del fragmento 2
        EF2=(v2x**2+v2y**2+v2z**2)*((A00-AD)-nint(NNN2))/2
        U2x=0
        U2y=0
        U2z=0
    else
        EF2=EI2
    endif
    EF1_contour(I)= EF1
    EF2_contour(I)= EF2
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
    EI=EI1+EI2 ! energía total inicial
    EF=EF1+EF2 ! energía total final

! CORRECCIÓN CON DATOS ND
    MU=A00*EF2/EF
    EF1=EF1/(1-NNN1/MU)
    EF2=EF2/(1-NNN2/(A00-MU))
    EF=EF1+EF2
    MU=A00*EF2/EF

    M1=int(MU)
    PEI(I)=PEI(I)+EI
```

```
            DEI(I)=DEI(I)+EI**2
            YI(I)=YI(I)+1.0
            if(M1>=indexAi .and. M1<=indexAf)then
                PEF(M1)=PEF(M1)+EF
                DEF(M1)=DEF(M1)+EF**2
                NF(M1)=NF(M1)+NNN1
                YF(M1)=YF(M1)+1.0
            endif
            Y=Y+1.0
           write(unit=10,fmt='(F8.4,1X,F8.4,1X,F8.4,1X,F8.4)')
EI_frag1(I),EI_frag2(I),EF1_ISO(I),EF2_ISO(I)
      end do
end do


!Cálculo de promedios y standard root squares SRSQs
do I=indexAi,indexAf
        if(YI(I)>0)then
        NI(I)=NI(I)/YI(I) !promedio neutrones iniciales
        PEI(I)=PEI(I)/(YI(I)) ! prom. energía total inicial
        DEI(I)=SQRT(DEI(I)/YI(I)-PEI(I)**2)!desviaci¢ó estándar incial
        endif

        if(YF(I)>0)then
        NF(I)=NF(I)/YF(I) !promedio neutrones finales
        PEF(I)=PEF(I)/(YF(I)) ! prom. energía total final
        DEF(I)=SQRT(DEF(I)/YF(I)-PEF(I)**2)!desviación estándar final
        endif
        YI(I)=YI(I)*200/Y
        YF(I)=YF(I)*200/Y
end do

do I=indexAi,indexAf
   write(*,fmt=40)I,YD(I),YF(I),ND(I),NF(I),ETD(I),PEF(I),DETD(I),DEF(I)

write(unit=9,fmt=40)I,YD(I),YF(I),ND(I),NF(I),ETD(I),PEF(I),DETD(I),DEF(I
)
end do

40  format(I5,2F10.4, 2F8.2, 4F8.2, 3F10.4)
print*,"*******FINALIZADO hoy de nuevo***********"
```

```
write( *, * ) 'Press Enter to continue'
read( *, * )
close(9)
close(10)
!=============================================================================

CONTAINS
SUBROUTINE gaus_ek(rn)

      REAL(8)  :: v1,v2,rsq,fac
      REAL(8),SAVE  ::gset
      INTEGER,SAVE ::iset
      REAL(8),INTENT(out) ::rn
      DATA iset/0/
      if(iset==0) then
         do
           call RANDOM_NUMBER(r)
           v1=2.0*r-1.0
           call RANDOM_NUMBER(r)
           v2=2.0*r-1.0
           rsq=v1**2+v2**2
           if((rsq<1.0).and.(rsq)/=0.0) exit
         end do
           fac=sqrt(-2.0*log(rsq)/rsq)
           gset=v1*fac
           rn= v2*fac
           iset=1
      else
          rn=gset
          iset=0
      end if
END SUBROUTINE
! Esta subrutina me inicializa las semillas de forma que siempres sean
distintas

subroutine initRandomSeed()
   integer :: i, n, clock
   integer, dimension(:), allocatable :: seed
   call random_seed(size = n)
   allocate(seed(n))
   call system_clock(count=clock)
```

```
    seed = clock + 37 * (/ (i - 1, i = 1, n) /)
    call random_seed(put = seed)
    deallocate(seed)
end subroutine initRandomSeed
END PROGRAM Pu_nuclear_fission
```

Código en Python

A continuación, se presenta el código de programación desarrollado en Python para la emisión isotrópica de un neutrón.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
import matplotlib as mpl
# Almancenamos las masas
fragment_mass = 100
neutron_mass = 1
#-*- coding: utf-8 -*-
final_fragment_energy=[]
initial_fragment_energy=[]
x_1=[]
y_1=[]
z_1=[]
x_2=[]
y_2=[]
z_2=[]
nEvents = 1000
Sum_ei=0
Sum_ci=0
#Funciones para generar números aleatorios con distribución normal
def speed(zigma,promedio,mass):
    while True :
        a = 2*(np.random.uniform(0,1))-1
        b = 2*(np.random.uniform(0,1))-1
        S = a**2+b**2
        if S<1 and S!=0 :
            break
    r1 = a*np.sqrt(-2*np.log(S)/S)
    E = promedio+(zigma)*r1
    sp= np.sqrt(2*E/mass)
    return sp

for x in range(0, nEvents):
    #generación de variables aleatorias
    alpha = np.random.uniform(-1, 1)
    phi = np.random.uniform(0, 2*np.pi)
    theta = np.arccos(alpha)

    #almacenamiento de puntos sobre una esfera unitaria
    x_1.append(np.sin(theta)*np.cos(phi))
    y_1.append(np.sin(theta)*np.sin(phi))
    z_1.append(np.cos(theta))

    #obtencón del módulo de la velocidad del neutrón respecto del CM
    neutron_Speed=speed(0.4,2,1)
```

```
    neutron_velocity = np.array([neutron_Speed*np.sin(theta)*np.cos(phi),
neutron_Speed*np.sin(theta)*np.sin(phi), neutron_Speed*np.cos(theta)])

    # velocidad del fragmento luego de emitir el neutrón en el CM
    fragment_velocity_cm = -(neutron_mass/(fragment_mass-
1))*neutron_velocity

    #Velocidad y energía del fragmento inicial respecto del laboratorio
    Initial_fragment_speed=speed(1,100,100)
    Initial_fragment_velocity=[0,0,Initial_fragment_speed]

initial_fragment_energy.append(0.5*fragment_mass*Initial_fragment_speed**
2)

    #velocidad y energía del neutrón respecto del laboratorio
    neutron_velocity_lab = neutron_velocity + Initial_fragment_velocity
    lab_unitary =
neutron_velocity_lab/np.sqrt(neutron_velocity_lab[0]**2+neutron_velocity_
lab[1]**2+neutron_velocity_lab[2]**2)

    #almacenamiento de dirección respecto del laboratorio
    x_2.append(lab_unitary[0])
    y_2.append(lab_unitary[1])
    z_2.append(lab_unitary[2])

    #Velocidad y energía del fragmento final respecto del laboratorio
    velocity_fragment_lab = fragment_velocity_cm +
Initial_fragment_velocity
    square_velocity_fragment_lab =
velocity_fragment_lab[0]**2+velocity_fragment_lab[1]**2+velocity_fragment
_lab[2]**2
    final_fragment_energy.append(0.5*(fragment_mass-
1)*square_velocity_fragment_lab)

    #Calculo de la energia promedio final y la desviación estándar
    energyi=0.5*(fragment_mass-1)*square_velocity_fragment_lab
    Sum_ei= Sum_ei + energyi

##Cálculo de la desviación estandar y el promedio de la energía del
fragmento final
final_average_energy=Sum_ei/nEvents
for x in range(0, nEvents):
    Sum_ci=Sum_ci+(final_fragment_energy[x]-final_average_energy)**2
final_energy_deviation=Sum_ci/nEvents
print("La energia promedio final es:",final_average_energy)
print("La desviación estandar es:",final_energy_deviation)


plt.rc('axes', labelsize=20)
plt.rc('xtick', labelsize=20)
plt.rc('ytick', labelsize=20)
plt.rc('legend', fontsize=15)
```

```
plt.hist(initial_fragment_energy, bins=100 ,alpha=.6, color='b')
plt.hist(final_fragment_energy, bins=100 ,alpha=.5, color='r')
plt.legend(("Energía del fragmento pre-neutrón","Energía del fragmento
post-neutrón"),loc="upper left")
plt.ylabel('Eventos de emisión de un neutrón')
plt.xlabel('Energía del fragmento (MeV)')
plt.grid(True)
plt.show()

#emisión respecto del centro de masa
plt.rc('axes', labelsize=10)
plt.rc('xtick', labelsize=10)
plt.rc('ytick', labelsize=10)
plt.rc('legend', fontsize=15)
fig = plt.figure(figsize=(7,7))
ax = fig.add_subplot(projection='3d')
ax.scatter(y_1, z_1, x_1, marker='.',s=1)
ax.set_xlabel('Y')
ax.set_ylabel('Z')
ax.set_zlabel('X')
ax.set_xlim(-1, 1)
ax.set_ylim(-1, 1)
ax.set_zlim(-1, 1)
ax.view_init(-160, -10)
plt.show()

#emisión respecto del laboratorio
plt.rc('axes', labelsize=10)
plt.rc('xtick', labelsize=10)
plt.rc('ytick', labelsize=10)
plt.rc('legend', fontsize=15)
fig = plt.figure(figsize=(7,7))
ax = fig.add_subplot(projection='3d')
ax.scatter(y_2, z_2, x_2, marker='.',s=1)
ax.set_xlabel('Y')
ax.set_ylabel('Z')
ax.set_zlabel('X')
ax.set_xlim(-1, 1)
ax.set_ylim(-1, 1)
ax.set_zlim(-1, 1)
ax.view_init(-160, -10)
plt.show()
```

Código en Matlab

A continuación, se presenta el código de programación desarrollado en Matlab para el gráfico de contorno de las energías finales e iniciales.

```
clear;clc;
filename = '20mill_gook2.txt'; %archivo texto
%filename = '2mil_gook.txt';
delimiterIn = ' '; %define separador del archivo texto
A = importdata(filename,delimiterIn); %importa datos del archivo
%Características de la imagen
paso = 1;
abs = [30 140]; %rango de los histogramas
bin = abs(1):paso:abs(2); %número de barras del histograma
mat2d = zeros(length(bin),length(bin)); %inicia matriz de ceros de longitud
bin x bin
mt2d = zeros(length(bin),length(bin));  %inicia matriz de ceros de longitud
bin x bin
%Conteo para la imagen
for i=1:length(A)
    count_x = hist(A(i,1),bin); %almacena los valores numericos del
histograma para la enegia frag. 1 inicial
    count_y = hist(A(i,2),bin); %almacena los valores numericos del
histograma para la enegia frag. 2 inicial
    count_z = hist(A(i,3),bin); %almacena los valores numericos del
histograma para la enegia frag. 1 final
    count_w = hist(A(i,4),bin); %almacena los valores numericos del
histograma para la enegia frag. 2 final
    ind_x = find(count_x == 1); %almacena el indice de countx donde hay un
"1"
    ind_y = find(count_y == 1); %almacena el indice de county donde hay un
"1"
    ind_z = find(count_z == 1); %almacena el indice de countz donde hay un
"1"
    ind_w = find(count_w == 1); %almacena el indice de countw donde hay un
"1"
    mat2d(ind_x,ind_y) = mat2d(ind_x,ind_y) + 1; %acumula un "1" en la
posicion (indx,indy)
    mt2d(ind_z,ind_w) = mt2d(ind_z,ind_w) + 1; %acumula un "1" en la
posicion (indz,indw)
end
%rectas.................
f1=115/125;
f2=120/120;
f3=125/115;
f4=135/105;
```

```
f5=105/135;
f6=145/95;
f7=95/145;
syms x
y1=f1*x;
y2=f2*x;
y3=f3*x;
y4=f4*x;
y5=f5*x;
y6=f6*x;
y7=f7*x;
e1=200-x;
e2=180-x;
e3=160-x;
e4=140-x;
e5=120-x;
%.....................
[X,Y] = meshgrid(bin,bin);
u=[1,40,200,1000,4000,10000,20000]; %curvas de nivel almacenadas en un
vector
hold on
contour(Y,X,mat2d,u,'b');
contour(Y,X,mt2d,u,'r');
text(110,20,['{\color{blue}-}Energía Incial', '{\color{red}  -}Energía
Final'],'FontSize',12,'Color','k','EdgeColor','k');
fplot(y1,[30 140],'Color','k')
txt = {'\mu/\mu''=115/125'};
text(140,130,txt)
fplot(y2,[30 140],'Color','k')
txt = {'\mu/\mu''=120/120'};
text(140,140,txt)
fplot(y3,[30 140],'Color','k')
txt = {'\mu/\mu''=125/115'};
text(125,142,txt)
fplot(y4,[30 140],'Color','k')
txt = {'\mu/\mu''=135/105'};
text(105,142,txt)
fplot(y5,[30 140],'Color','k')
txt = {'\mu/\mu''=135/105'};
text(140,110,txt)
fplot(y6,[30 140],'Color','k')
txt = {'\mu/\mu''=145/95'};
text(88,142,txt)
fplot(y7,[30 140],'Color','k')
txt = {'\mu/\mu''=95/145'};
text(140,92,txt)
fplot(e1,[30 140],'Color','k')
txt = {'E=200 MeV'};
text(135,59,txt)
```

```
fplot(e2,[30 140],'Color','k')
txt = {'E=180 MeV'};
text(135,39,txt)
fplot(e3,[30 140],'Color','k')
txt = {'E=160 MeV'};
text(128,33,txt)
fplot(e4,[30 140],'Color','k')
txt = {'E=140 MeV'};
text(108,33,txt)
fplot(e5,[30 140],'Color','k')
txt = {'E=120 MeV'};
text(88,33,txt)
set(gca, 'fontsize', 20)
xlabel('Energía frag. 1 (MeV)')
ylabel('Energía frag. 2 (MeV)')
ylim([30 140])
xlim([30 140])
grid on
```