

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE CIENCIAS



TESIS

**PATRONES MAGNÉTICOS EN DISCOS DE COBALTO:  
FORMACIÓN DE SKYRMIONS MAGNÉTICOS**

**PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS EN FÍSICA**

ELABORADO POR

**FÉLIX ALEXANDER GALLEGOS SERVIGÓN**

ASESOR

**Dr. BRAULIO RAFAEL PUJADA BERMÚDEZ**

Lima - Perú

2023

# DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mis padres y en especial a mi familia, que ha sido el soporte para continuar con el trabajo .

Lo que sabemos es una gota de agua,  
lo que ignoramos es el océano.

-

Isaac Newton

# AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por la vida que me ha dado, a mis padres por las enseñanzas que me han otorgado, tanto en conocimiento como en valores.

Agradezco a Concytec por incentivar a la investigación en nuestro país a través del programa de Maestría en Ciencias con mención en Física, la cual permitió que mi persona tuviera la oportunidad de realizar estudios de investigación al lado del Profesor Braulio Rafael Pujada Bermúdez, quien me dió la oportunidad no solo de investigar sino también de pertenecer al grupo de investigación *Sputtering y Spintronica* en la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Ingeniería, además del apoyo moral y académico que me fue brindando en el camino hasta llegar a una publicación internacional y a mi tesis final de maestría. Agradezco también a los colegas de trabajo de nuestro grupo de investigación José Costilla y Junior Alegre.

Agradezco enormemente a mi esposa por el apoyo incondicional y las fuerzas que me brindó en el largo camino que se tuvo que recorrer hasta llegar al final de todo este trabajo de investigación.

# Índice general

<b>CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>CAPITULO 2. SKYRMION MAGNÉTICO</b>	<b>7</b>
2.1. Generación y Observación de Skyrmions magnéticos . . . . .	10
2.2. Aplicaciones Tecnológicas . . . . .	12
<b>CAPITULO 3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	<b>14</b>
3.1. MICROMAGNETISMO . . . . .	15
3.1.1. Interacciones en un Material Ferromagnético . . . . .	15
3.1.2. Interacción de Intercambio . . . . .	16
3.1.3. Interacción de Anisotropía . . . . .	19
3.1.4. Energía Magnetostática . . . . .	21
3.1.5. Energía de Zeeman . . . . .	22
3.1.6. Interacción de Dzyaloshinskii - Moriya . . . . .	23
3.1.7. Campo Efectivo . . . . .	24
3.1.8. Ecuación de Movimiento de la Magnetización . . . . .	26
<b>CAPITULO 4. Simulaciones Micromagnéticas</b>	<b>29</b>
<b>CAPITULO 5. Métodos y Parámetros de la simulación</b>	<b>34</b>
5.1. Métodos . . . . .	34
5.2. Parámetros . . . . .	36
5.2.1. Magnetización Inicial en el centro del disco . . . . .	36

5.2.2. Magnetización Inicial nucleado a 32 nm del centro del disco . . .	38
<b>6. Resultados y Discusión</b>	<b>39</b>
6.1. Disco de cobalto con un Skyrmion centrado . . . . .	41
6.2. Disco de cobalto con un Skyrmion descentrado . . . . .	44
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>51</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>55</b>

# Índice de figuras

- 1.1. (a) Unidad de disco duro magnético actual, donde el cabezal de lectura/escritura se mueve mecánicamente a través de la superficie del disco, el cual gira a gran velocidad. La superficie del disco contiene monodominios magnéticos cuya dirección de imanación codifica un código binario de ceros y unos. (b) Memoria tipo racetrack basada en el movimiento coherente de una secuencia de dominios magnéticos debido a un pulso de corriente polarizada de espín. En este tipo de memorias son los bits los que se encuentran en movimiento, mientras que el cabezal de lectura y escritura se encuentra fijo. (c) Memoria tipo racetrack basada a base de skyrmions. Al igual que en los dominios magnéticos, se aplica una corriente polarizada de espín para desplazar coherentemente una cadena de skyrmions y los elementos de escritura/lectura permanece fijo. [49] . 3

2.1.	(a, b) Configuración de espín de skyrmions en un ferromagneto 2D con anisotropía magnética uniaxial fuera del plano. La magnetización apunta hacia arriba en los bordes, mientras que en el centro apunta hacia abajo. A lo largo del diámetro del skyrmion, la magnetización rota en (a) $2\pi$ alrededor de un eje perpendicular al diámetro (skyrmion tipo Néel) y en (b) $2\pi$ alrededor del diámetro (skyrmion tipo Bloch), que corresponde a diferentes orientaciones del vector de Dzyaloshinskii-Moriya. (c) Diagrama de fase de <i>MnSi</i> como función de la temperatura y el campo aplicado. $B_{a1}$ , $B_{a2}$ , $B_{c1}$ y $B_{c2}$ son los valores críticos del campo magnético en los límites de las fases. (d) Puntos de Bragg en el espacio de momentos correspondientes a la red hexagonal de skyrmions observada por la técnica de dispersión de neutrones de pequeños ángulos (SANS). Rojo (azul) corresponde a una intensidad alta (baja). La escala de colores es logarítmica para mejorar las características pequeñas. (e) Primera observación en el espacio real del estado de skyrmion mediante el uso de microscopía Lorentz (LTEM). La imagen derecha representa un skyrmion magnificado de la red de skyrmions. El color corresponde a la dirección de la componente en el plano de los momentos magnéticos mientras que el color negro significa que los momentos apuntan fuera del plano. [49] . . . . .	8
3.1.	Definición del vector de magnetización $\vec{M}(\vec{r})$ en relación con los momentos magnéticos en un diferencial de volumen. [53] . . . . .	15
3.2.	(a) Movimiento de precesión de la magnetización ( $\vec{M}$ ) alrededor del campo efectivo $H_{eff}$ (b) Movimiento amortiguado de la magnetización (c) La combinación del movimiento de precesión y amortiguamiento de la magnetización [51]. . . . .	28
4.1.	Esquema en donde se muestra la forma de desarrollar una rutina de código usando GPU y CPU. La GPU se encarga del trabajo más intenso de la aplicación, mientras que la CPU se encarga de todo lo demás. . . . .	30

4.2. Esquema de una CPU con múltiples núcleos y una GPU con miles de núcleos mucho más pequeños. Los núcleos de una CPU están optimizados para el procesamiento en serie secuencial, mientras que una GPU cuenta con una arquitectura en paralelo que consiste de miles de núcleos más pequeños y eficaces, los cuales han sido diseñados para resolver varias tareas al mismo tiempo.[56] . . . . .	32
5.1. Magnetización inicial tipo Bloch ubicado en el centro del disco de cobalto, este es una representación gráfica del primer sistema que se encuentra en estudio. . . . .	37
5.2. Magnetización inicial tipo Bloch nucleado a 32 nm del centro del disco de cobalto, este es una representación gráfica del segundo sistema que se encuentra en estudio. . . . .	38
6.1. Diagrama de fase para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch en el centro del disco. . . . .	41
6.2. Patrones magnéticos tipo no skyrmion, incomplete, bloch skyrmion, neel skyrmion, edge effect y skyrmionium. De los cuales, los cuatro últimos mencionados presentan skyrmions en su interior, pero el tipo edge effect y skyrmionium poseen un número de skyrmion $S_k$ es distinto de 1. . . . .	42
6.3. Curva de la energía de desmagnetización con respecto a la constante DMI, para valores fijos de la constante de anisotropía $K_u=(1.20, 1.25, 1.30, 1.35)$ MJ/m <sup>3</sup> para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch en el centro del disco. . . . .	43
6.4. Curva de la energía del intercambio con respecto a la constante DMI, para valores fijos de la constante de anisotropía $K_u=(1.20, 1.25, 1.30, 1.35)$ MJ/m <sup>3</sup> para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch en el centro del disco. . . . .	44

6.5.	Curva de la energía de anisotropía con respecto a la constante DMI, para valores fijos de la constante de anisotropía $K_u=(1.20, 1.25, 1.30, 1.35)$ MJ/m <sup>3</sup> para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch en el centro del disco. . . . .	45
6.6.	Diagrama de fase para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch descentrado del disco. . . . .	46
6.7.	Curva de la energía de desmagnetización con respecto a la constante DMI, para valores fijos de la constante de anisotropía $K_u=(1.20, 1.25, 1.30, 1.35)$ MJ/m <sup>3</sup> para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch descentrado del disco. . . . .	47
6.8.	Curva de la energía de anisotropía con respecto a la constante DMI, para valores fijos de la constante de anisotropía $K_u=(1.20, 1.25, 1.30, 1.35)$ MJ/m <sup>3</sup> para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch descentrado del disco. . . . .	48
6.9.	Curva de la energía de intercambio con respecto a la constante DMI, para valores fijos de la constante de anisotropía $K_u=(1.20, 1.25, 1.30, 1.35)$ MJ/m <sup>3</sup> para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch descentrado del disco. . . . .	49

# Índice de tablas

3.1. Modelos teóricos para el estudio del ferromagnetismo en las diferentes escalas.[51, 52] . . . . .	14
4.1. Relación de códigos micromagéticos de uso general. la mayor distinción entre estos paquetes es cómo discretizan el espacio, que utilizan un enfoque de diferencias finitas (FD) o de elemento finito (FE). También se muestra si estos se usan exclusivamente en CPU o si son capaces de utilizar tarjetas gráficas (GPU). Finalmente se indica si los códigos son comerciales o de software libre. . . . .	31
6.1. Tipos de patrones magnéticos que se presentan en materiales ferromagnéticos nanoestructurados en donde se observa una serie de texturas de la magnetización como la presencia o no de skyrmions, si existen efectos de borde y su número de Skyrmion $S_k$ . . . . .	40

# RESUMEN

En los últimos años se han observado experimentalmente diferentes tipos de texturas de la magnetización en películas magnéticas finas y patrones magnéticos nanoestructurados. Entre todos ellos, uno a llamado fuertemente la atención dado sus propiedades muy singulares y el potencial que presenta para aplicaciones en dispositivos espintrónicos, es el denominado skyrmion magnético descubierto en el año 2009 por un grupo de investigadores en Europa. Los skyrmions magnéticos son un arreglo ordenado de momentos magnéticos de forma circular pero con la particularidad que pueden moverse e interactuar entre ellos, confiriéndoles el carácter de cuasi-partículas ya que también pueden ser destruidas sin alterar el material ferromagnético. El origen de la formación de los skyrmions magnéticos aún esta en etapa de estudio, pero los resultados experimentales y modelos tanto teóricos como simulaciones sugieren que está asociado a fenómenos de frustración de los momentos magnéticos dentro del propio material. Desde un punto de vista matemático los skyrmions son considerados solitones con carga topológica entera. Desde un punto de vista tecnológico, los skyrmions magnéticos pueden ser utilizados tanto en el almacenamiento como el transporte de información, así como en dispositivos espintrónicos de alta complejidad. Estudios previos en materiales ferromagnéticos de diferente composición han demostrado que los skyrmions magnéticos permanecen estables inclusive a temperatura ambiente. En el presente estudio utilizaremos el material ferromagnético de cobalto.

En la presente tesis se estudió el comportamiento de los skyrmions magnéticos tipo Bloch nucleados, tanto en el centro de un disco de cobalto de 128 nm de diámetro y 2 nm de espesor, así como a una distancia de 32 nm de su centro, en función de la constante de interacción Dzyaloshinskii-Moriya ( $D_{ex}$ ) y de la anisotropía magnética perpendicular ( $K_u$ ), para un determinado rango de valores. Para ese fin, se ha utilizado el modelo más general del micromagnetismo el cual calcula la magnetización de un material ferromagnético tanto en el espacio como en el tiempo, a partir del desarrollo de la ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG), en un espacio discretizado.

Los resultados obtenidos muestran que los skyrmions magnéticos tipo Bloch nucleados intencionalmente tanto en el centro del disco como a 32 nm de su centro geométrico,

sufren variaciones en su estructura pudiendo ser aniquilados, a los cuales se les denomina no skyrmions, o adoptar otras formas tales como los skyrmions tipo Neel, skyrmions incompletos, skyrmioniums, skyrmions con efecto de borde y cicloid state.

# ABSTRACT

In recent years, different types of magnetization textures in thin magnetic films and nanostructured magnetic patterns have been observed experimentally. Among all of them, one has strongly attracted attention given its very unique properties and the potential it presents for applications in spintronic devices, is the so-called magnetic skyrmion discovered in 2009 by a group of researchers in Europe. Magnetic skyrmions are an ordered arrangement of circular magnetic moments but with the particularity that they can move and interact with each other, giving them the character of quasi-particles since they can also be destroyed without altering the ferromagnetic material. The origin of the formation of magnetic skyrmions is still under study, but experimental results and both theoretical models and simulations suggest that it is associated with frustration phenomena of magnetic moments within the material itself. From a mathematical point of view, skyrmions are considered solitons with integer topological charge. From a technological point of view, magnetic skyrmions can be used both in the storage and transport of information, as well as in highly complex spintronic devices. Previous studies on ferromagnetic materials of different composition have shown that magnetic skyrmions remain stable even at room temperature. In the present study we will use the ferromagnetic material cobalt.

In this thesis, the behavior of nucleated Bloch-type magnetic skyrmions was studied, both in the center of a cobalt disc with a diameter of 128 nm and a thickness of 2 nm, as well as at a distance of 32 nm from its center, depending on of the Dzyaloshinskii-Moriya interaction constant ( $D_{ex}$ ) and of the perpendicular magnetic anisotropy ( $K_u$ ), for a certain range of values. For this purpose, the most general model of micromagnetism has been used, which calculates the magnetization of a ferromagnetic material both in space and in time, from the development of the Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) equation, in a discretized space.

The results obtained show that the Bloch skyrmions intentionally nucleated both in the center of the disk and at 32 nm from its geometric center, undergo variations in their structure and can be annihilated, which are called no skyrmions, or adopt other forms such as Neel skyrmions, incomplete skyrmions, skyrmioniums, edge-effect skyrmions,

and cycloid state.

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

Los Skyrmions magnéticos fueron observados experimentalmente en el año 2009 y desde entonces dichas estructuras magnéticas vienen siendo estudiados por un gran número de investigadores a nivel mundial [1-4]. Una de las razones por el cual dichas estructuras magnéticas atraen el interés de los investigadores, es su potencial de aplicación en diferentes ramas de la nanotecnología.

En el mundo de la espintrónica, en la cual los skyrmions serían la base de su funcionamiento debido a su estructura y estabilidad, tenemos a los racetrack magnéticos [5, 6], burbujas de memoria [7, 8], transistores magnéticos [9-11], compuertas lógicas magnéticas [12] y nano-osciladores magnéticos [13-17], todo ello en lo que respecta a la tecnología de almacenamiento y lógica. También se está desarrollando para construir redes neuronales artificiales magnéticas [18-20], computación reservoir [21-24], computación estocástica [25, 26] y la computación cuántica topológica [27, 28], en lo que respecta a la tecnología informática. Además de otras áreas de aplicación diversa [29-31]. Y a medida que avanza su estudio no sería sorpresa el gran abanico de posibilidades que podría abarcar su aplicación.

Todo comenzó con Tony Skyrme al desarrollar una teoría de campo no lineal para la interacción entre piones, en la década de 1960, en donde demostró que las configuraciones de campo topológicamente estables ocurren como soluciones similares a partículas [32-37]. Por otro lado los trabajos hechos por Landau, Lifshitz y Gilbert sentaron las bases para el micromagnetismo que conocemos hoy en día [38, 39]. Pero para la forma-

ción de skyrmions magnéticos es importante las interacciones Dzyaloshinskii-Moriya (DMI) [40], que son interacciones antisimétricas entre los espines que favorecen una alineación perpendicular entre ellos. Estas pueden surgir en materiales con falta de simetría inversión, como en superficies y en algunos cristales magnéticos [41].

Una de las propiedades más distintivas de los skyrmions es su protección topológica. Este está clasificado por su número topológico conocido como número de Skyrme, que es invariante bajo transformaciones continuas [42]. Esta característica les otorga una gran estabilidad, incluso a temperaturas relativamente altas y en presencia de defectos. Pero a pesar de conocer todo esto, aún existen muchos desafíos como la creación controlada, la manipulación y detección de skyrmions en condiciones prácticas, además de una mayor comprensión de las interacciones entre skyrmions y con otros defectos de los materiales, así como materiales que puedan albergar skyrmions a temperatura ambiente [43].

La tecnología del disco duro magnético es bidimensional, los datos digitales se almacenan utilizando un código binario de ceros y unos llamados bits de información, los cuales están determinados por la dirección de la magnetización de pequeñas regiones magnéticas monodominio sobre una película magnética delgada. Estas regiones son leídas y escritas por un dispositivo mecánico que se encuentra a unos pocos nanómetros por encima de la superficie del disco. En los últimos 50 años, el área de un bit magnético ha disminuido su tamaño alrededor de nueve órdenes de magnitud, ahora es tan pequeño que las tecnologías necesarias para encontrar, leer y escribir estos bits de información están alcanzando límites fundamentales, como el límite superparamagnético [44-46], los cuales son difíciles o demasiado costosos de superar. Hoy en día, las mejoras en la capacidad de almacenamiento de los discos magnéticos se han ralentizado y, por lo tanto, se han debido proponer diversas alternativas a la unidad de disco duro [41, 47, 48].

En la actualidad, las tecnologías de almacenamiento de información están experimentando una transformación hacia el uso de texturas magnéticas como medio de almacenamiento. Entre las más destacadas, se encuentran las texturas magnéticas con características topológicas no triviales, como las paredes de dominio, los vórtices y los

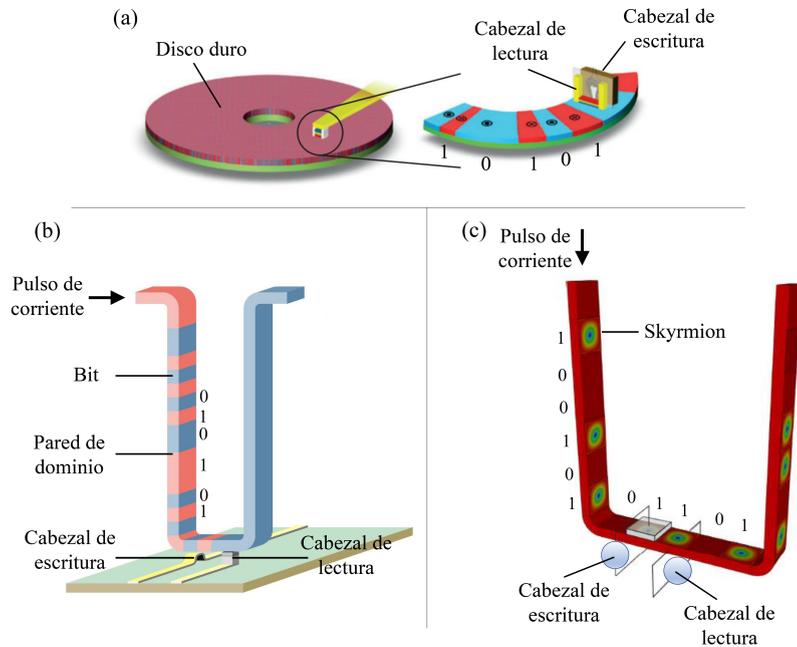


Figura 1.1: (a) Unidad de disco duro magnético actual, donde el cabezal de lectura/escritura se mueve mecánicamente a través de la superficie del disco, el cual gira a gran velocidad. La superficie del disco contiene monodominios magnéticos cuya dirección de imanación codifica un código binario de ceros y unos. (b) Memoria tipo racetrack basada en el movimiento coherente de una secuencia de dominios magnéticos debido a un pulso de corriente polarizada de espín. En este tipo de memorias son los bits los que se encuentran en movimiento, mientras que el cabezal de lectura y escritura se encuentra fijo. (c) Memoria tipo racetrack basada a base de skyrmions. Al igual que en los dominios magnéticos, se aplica una corriente polarizada de espín para desplazar coherentemente una cadena de skyrmions y los elementos de escritura/lectura permanece fijo. [49]

skyrmions magnéticos, que pueden ser estabilizadas mediante el confinamiento geométrico en nanoestructuras artificiales. Recientemente, se ha planteado la posibilidad de utilizar skyrmions magnéticos (en adelante, skyrmions) como portadores de información en tecnologías de almacenamiento, superando a otras texturas magnéticas debido a sus propiedades únicas que proporcionan estabilidad y eficiencia energética durante su manipulación. Esta idea se basa en la protección topológica de los skyrmions, lo que sugiere una estabilidad a largo plazo de los bits de información. En películas delgadas infinitas, la carga topológica de un skyrmion es una propiedad conservada, lo que implica que un skyrmion con una carga topológica  $N_{sk}$  no puede transformarse de manera

continua en un estado base uniforme con carga topológica cero.

Dentro del marco de posibles configuraciones geométricas para la fabricación de dispositivos de almacenamiento basados en la manipulación de texturas magnéticas, se ha propuesto la memoria tipo "racetrack", inicialmente concebida para utilizar paredes de dominio como portadoras de información. Los skyrmions presentan una ventaja en este tipo de memorias, ya que pueden desplazarse con densidades de corriente muy bajas y ser detectados mediante el efecto Hall de espín. Además, los skyrmions tienen la capacidad de deformarse ante la presencia de impurezas y moverse alrededor de defectos, evitando así quedar anclados. En este diseño de memoria, los bits de información 0 o 1 estarían representados por la presencia o ausencia de un skyrmion. Además, investigaciones recientes han indicado que los skyrmions individuales pueden ser estables o metaestables a temperatura ambiente, lo que abre la posibilidad de su aplicación en diversos dispositivos tecnológicos. Aunque esta suposición se basa en la idea de protección topológica, aún no se ha demostrado de manera rigurosa la alta estabilidad térmica de los skyrmions mediante cálculos de barreras energéticas.

La estabilidad y las propiedades de equilibrio de los skyrmions son aspectos cruciales para su aplicación tecnológica. La estabilidad de un skyrmion depende de varios parámetros micromagnéticos, incluyendo la interacción de Dzyaloshinskii-Moriya (DMI) asociada a la constante micromagnética  $D$ , la anisotropía magnética, la constante de intercambio, el campo magnético aplicado y las interacciones dipolares. La mayoría de los estudios han evaluado el diagrama de estabilidad de skyrmions aislados en nanodiscos en función de la anisotropía y la intensidad del DMI. Además, la estabilidad de las redes de skyrmions en función del campo magnético aplicado se ha evaluado principalmente en imanes quirales masivos y en películas magnéticas delgadas acopladas a metales de transición con un fuerte acoplamiento espín-órbita en la interfaz. En este contexto, Rohart y Thiaville han propuesto una fórmula simple que describe la estabilidad energética de un skyrmion cuando la constante micromagnética  $D$  supera un valor crítico  $D_c = (\frac{4}{\pi})\sqrt{AK_{eff}}$ , donde  $A$  es la constante de intercambio y  $K_{eff} = K_u - \mu_0 M_s^2/2$  es la constante de anisotropía uniaxial magnética efectiva, que incluye la constante de anisotropía magnetocristalina perpendicular  $K_u$  y la contribución magnetostática, con

$M_s$  siendo la magnetización de saturación del material. Aunque este enfoque no está completamente justificado, proporciona una estimación sencilla y frecuentemente aceptable para describir la estabilidad de un skyrmion aislado en geometrías circularmente restringidas. Por otro lado, cálculos recientes sugieren que la región de estabilidad de un skyrmion se modifica significativamente debido a los bordes del sistema magnético y a la contribución de la energía magnetostática. También se ha demostrado que la estabilidad del skyrmion depende del tamaño del disco, siendo la región de estabilidad mayor en discos más pequeños.

Teóricamente, se ha predicho que el radio de los skyrmions aumenta considerablemente en función de la constante  $D$  relacionada con la DMI, cuando se aproxima al valor crítico  $D_c$  en la región de metaestabilidad. En paralelo, estudios experimentales han mostrado que el radio del skyrmion disminuye cuando la dirección de magnetización del núcleo del skyrmion es antiparalela a la dirección del campo magnético aplicado, y aumenta cuando ambas direcciones son paralelas.

Los estudios experimentales sobre el movimiento de skyrmions se han realizado principalmente a bajas temperaturas, debido a que las fluctuaciones térmicas suelen considerarse perjudiciales para su estabilidad, pudiendo llevar a la transformación del estado de skyrmion a un estado energéticamente más favorable, como el estado saturado. Sin embargo, en aplicaciones prácticas, los skyrmions probablemente estarán confinados en cintas o discos magnéticos bajo la influencia de fluctuaciones térmicas, las cuales pueden deformar e incluso destruir los skyrmions. Recientemente, se ha observado que los skyrmions pueden estabilizarse a temperatura ambiente en matrices de discos de Co de tamaño micrométrico, así como en nanodiscos y nanocintas multicapa de IrCoPt, PtCo-Ta, PtCoFeBMgO y PtCoMgO. En este contexto, Tomasello et al. han desarrollado un marco teórico que describe la estabilidad de los skyrmions en nanodiscos ultradelgados en función del campo magnético externo y la temperatura.

El problema de la estabilidad térmica a largo plazo es crucial debido a que la mayoría de los skyrmions son, en realidad, estados metaestables. Este hecho no sería significativo si se demostrara que las barreras de energía que separan el estado metaestable del estado estable son lo suficientemente altas. La estabilidad térmica a largo plazo de cualquier

estado magnético, en la condición de que existan dos o más estados simultáneamente, se define típicamente mediante la barrera de energía ( $\nabla E$ ) que separa estos estados, utilizando un modelo básico de cambio estadístico conocido como ley de Arrhenius-Néel, la cual se expresa como.

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{\nabla E}{k_B T}\right) \quad (1.1)$$

Donde  $\tau$  es el tiempo de relajación de Néel, que representa el tiempo promedio durante el cual ocurre la transición espontánea entre dos estados magnéticos debido a la energía térmica, y  $\tau_0$  es un tiempo característico asociado a los materiales, cuyo valor generalmente oscila entre  $10^{-12}$  a  $10^{-9}$  segundos. Normalmente, los estados magnéticos que deben superar una barrera de energía en el orden de  $30k_B T$  se consideran estables durante algunas horas a temperatura ambiente ( $T = 300K$ ). Por otro lado, cuando las barreras de energía están en el rango de  $40k_B T$ , los estados magnéticos pueden mantener su estabilidad térmica durante aproximadamente 30 años. Por lo tanto, para evaluar la estabilidad térmica es esencial conocer las barreras de energía que separan los diferentes estados magnéticos.

## Capítulo 2

# SKYRMION MAGNÉTICO

Los Skyrmions fueron propuestos teóricamente por primera vez por Tony Skyrme en 1960, de allí el nombre, el cual consistía en un modelo matemático que ayuda a describir los hadrones en física nuclear. Actualmente el término skyrmion se usa para designar objetos matemáticos similares en muchos contextos distintos como en sistemas de materia condensada, sistema cuántico Hall, cristales líquidos, condensados de Bose - Einstein, superconductores, entre otros [32, 38, 50].

En materiales magnéticos un skyrmion es una estructura de espín en la cual la magnetización del centro apunta en dirección opuesta a la que apunta el borde. Un skyrmion se puede imaginar como una esfera unitaria, rodeada de espines apuntando en todas las direcciones, el cual si es mapeado en un plano, el polo sur corresponde al centro del skyrmion, y el polo norte corresponde al borde del skyrmion como se muestra en la figura 2.1.a y 2.1.b , en donde se muestra una esquematización de los skyrmions. Dependiendo de la progresión de la orientación local de los espines, los skyrmions pueden clasificarse en skyrmion tipo Bloch (Figura 2.1.a) y skyrmion tipo Néel (Figura 2.1.b). En el skyrmion tipo Bloch, los espines giran en el plano vertical desde el núcleo hasta el borde, en cambio en el skyrmion tipo Néel los espines giran en el plano radial del núcleo hasta el borde. Las flechas describen la dirección de giro en el espacio  $r = (x, y)$  y los colores representan el componente normal al plano, es decir, desde la dirección  $+z$  de color rojo, a la dirección  $-z$  de color azul.

Los skyrmions magnéticos son texturas magnéticas que poseen una configuración

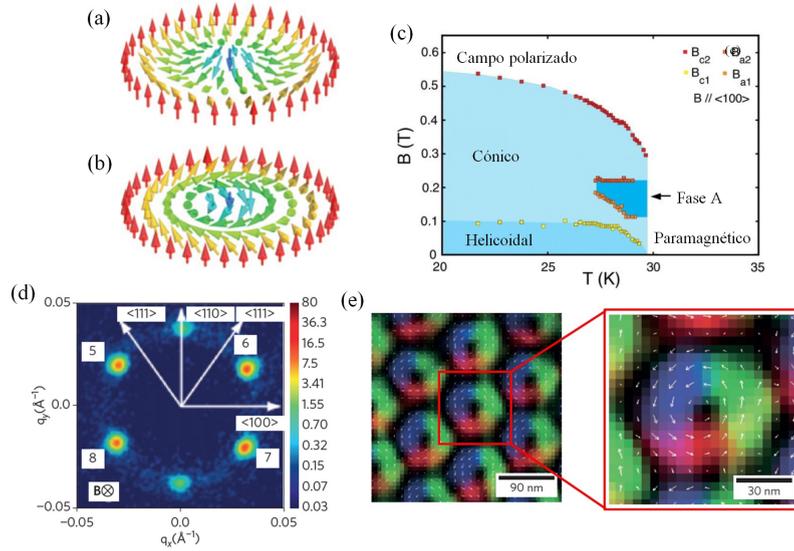


Figura 2.1: (a, b) Configuración de espín de skyrmions en un ferromagneto 2D con anisotropía magnética uniaxial fuera del plano. La magnetización apunta hacia arriba en los bordes, mientras que en el centro apunta hacia abajo. A lo largo del diámetro del skyrmion, la magnetización rota en (a)  $2\pi$  alrededor de un eje perpendicular al diámetro (skyrmion tipo Néel) y en (b)  $2\pi$  alrededor del diámetro (skyrmion tipo Bloch), que corresponde a diferentes orientaciones del vector de Dzyaloshinskii-Moriya. (c) Diagrama de fase de  $MnSi$  como función de la temperatura y el campo aplicado.  $B_{a1}$ ,  $B_{a2}$ ,  $B_{c1}$  y  $B_{c2}$  son los valores críticos del campo magnético en los límites de las fases. (d) Puntos de Bragg en el espacio de momentos correspondientes a la red hexagonal de skyrmions observada por la técnica de dispersión de neutrones de pequeños ángulos (SANS). Rojo (azul) corresponde a una intensidad alta (baja). La escala de colores es logarítmica para mejorar las características pequeñas. (e) Primera observación en el espacio real del estado de skyrmion mediante el uso de microscopía Lorentz (LTEM). La imagen derecha representa un skyrmion magnificado de la red de skyrmions. El color corresponde a la dirección de la componente en el plano de los momentos magnéticos mientras que el color negro significa que los momentos apuntan fuera del plano. [49]

de spin con protección topológica, y son relativamente estables en comparación con un vórtex o una burbuja magnética. Estas estructuras se caracterizan por poseer un número topológico,  $S_k$ , el cual se define como el número de veces que la magnetización envuelve completamente una esfera unitaria. Para un skyrmion en el plano  $xy$  tenemos lo siguiente:

$$S_k = \frac{1}{4\pi} \int \int \vec{m} \cdot \left( \frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial y} \right) dx dy \quad (2.1)$$

En donde  $\vec{m}$  es la magnetización reducida, en donde  $|\vec{m}| = 1$ . La magnetización

reducida se describe mediante un vector tridimensional el cual define la textura de la magnetización. Para un skyrmion el valor de  $\vec{m}$  es igual a:

$$\vec{m} = (\cos\Phi(\varphi)\text{sen}\Theta(r), \text{sen}\Phi(\varphi)\text{sen}\Theta(r), \cos\Theta(r)) \quad (2.2)$$

El cual se encuentra definido en coordenadas cilíndricas polares.  $\Theta(r)$  es el ángulo entre el vector de magnetización en cada punto de la región del skyrmion y el eje  $z$ . Además, es el ángulo entre la proyección de la textura de la magnetización del skyrmion en el plano  $x - y$  y el eje  $x$ . En la figura 2.1 se ilustra dicha descripción, de la cual obtenemos lo siguiente:

$$S_k = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty dr \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{d\Theta(r)}{dr} \frac{d\Phi(\varphi)}{d\varphi} \text{sen}\Theta(r)$$

$$S_k = \frac{1}{4\pi} [\cos\Theta(\infty) - \cos\Theta(0)][\Phi(2\pi) - \Phi(0)] \quad (2.3)$$

Como condiciones de contorno tenemos que  $\cos\Theta(0) = -1$  y  $\cos\Theta(\infty) = 1$  se imponen para cualquier skyrmion, donde  $r = 0$  en el centro del skyrmion y  $r = 1$  en el infinito, de modo que  $S_k = 1$  para el número topológico del skyrmion.

Tenemos que  $\Phi(\varphi) = \varphi + q$ , en donde  $\varphi$  es la coordenada cilíndrica y  $q$  es la fase la cual depende del tipo de skyrmion. En el skyrmion, las componentes de la textura de magnetización en el plano están íntimamente relacionadas con  $q$ . Cada skyrmion tiene un valor determinado de  $q$ . En un skyrmion tipo Néel, el valor de  $q$  determina si los componentes en el plano apuntan hacia el centro o hacia el borde, mientras que para un skyrmion tipo Bloch el valor de  $q$  define una dirección de rotación en sentido horario o antihorario de las componentes en el plano. En la figura 3 se muestran los posibles valores de  $q$  para un skyrmion tipo Néel y tipo Bloch.

## 2.1. Generación y Observación de Skyrmions magnéticos

Para la generación de skyrmions magnéticos en los distintos materiales existen varios mecanismos. Se han observado skyrmions magnéticos en materiales con anisotropía magnética perpendicular relacionado con las interacciones de intercambio de cuatros espines, los cuales forman skyrmions a partir de una red de skyrmion con cada skyrmion ubicándose sobre la red; se relaciona también con las interacciones Dzyaloshinskii-Moriya ( $D_{ex}$ ), que está presente en materiales magnéticos no centrosimétricos, donde los skyrmions tienen unas dimensiones típicas de unas docenas de nanómetros; y se relaciona también con las interacciones dipolares de largo alcance, los cuales forman skyrmions en el orden de los 100 a 1000 nm. Estas tres últimas interacciones se les considera como los mecanismos estabilizadores.

Se pueden generar también a partir de las interacciones de intercambio frustradas, con un tamaño del orden de la red constante el cual tiene un tamaño aproximado de 1 nm. En materiales magnéticos no centrosimétricos, en el cual los electrones experimentan un acoplamiento espín-órbita, el DMI favorece a la alineación perpendicular de los espines vecinos y la energía de esta interacción hace que los espines se inclinen, lo cual conduce finalmente a una estructura quiral. Los sistemas que han sido investigado hasta el momento han mostrado que la estructura de espín de un skyrmion magnético es una configuración estable, o metaestable en algunos casos, y surge del DMI. En los casos en donde no se presenta el DMI pero se forman un skyrmion magnético, se debe a que se compensa dicha interacción con la competencia que existe entre las energía de intercambio, desmagnetización y anisotropía uniaxial.

En películas delgadas magnéticas con anisotropía en el eje fácil con magnetización perpendicular al plano de la película, la anisotropía prefiere la magnetización fuera del plano, mientras que la interacción dipolar favorece la magnetización en el plano. La competencia entre estas dos interacciones, da como resultado franjas periódicas, en las que la magnetización gira en el plano perpendicular a la película delgada. Un campo magnético aplicado perpendicularmente a la película delgada, transforma las franjas en

un conjunto periódico de burbujas magnéticas o skyrmions.

A pesar de haber sido estudiadas desde que se teorizaron en 1960, estas estructuras magnéticas fueron observadas experimentalmente por primera vez en el 2009 por S. Mühlbauer y colaboradores que utilizaron la dispersión de neutrones para observar la formación espontánea de una red bidimensional de líneas de skyrmions en el MnSi. En ese mismo año A. Neubauer y colaboradores confirmaron la existencia de skyrmions en el mismo material tras detectar el efecto Hall topológico en el material. C. Pappas y colaboradores probaron la existencia de skyrmions magnéticos en el MnSi usando otras técnicas en el mismo año.

En el 2010, W. Münzer en colaboración con S. Mühlbauer, A. Neubauer y otros colaboradores, observaron una red de skyrmions en el semiconductor dopado  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x\text{Si}$  para  $x = 0,2$  usando dispersión de neutrones de ángulo pequeño y microscopía de fuerza de Lorentz. También se observó una red bidimensional de skyrmions en una película delgada de  $\text{Fe}_{0,5}\text{Co}_{0,5}\text{Si}$  usando microscopía electrónica de transmisión de Lorentz por otros investigadores.

Los skyrmions observados en el MnSi y en el  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x\text{Si}$  fueron inducidos por un campo magnético externo y a bajas temperaturas, lo cual limita por el momento las aplicaciones tecnológicas de los skyrmions. Sin embargo X. Z. Yu y sus colaboradores obtuvieron un cristal de skyrmion a una temperatura de 280 K en el FeGe pero asistido por un campo magnético externo. Recientemente se observó una red de skyrmions en el semiconductor magnético polar  $\text{GaV}_4\text{S}_8$  con una simetría romboédrica y anisotropía en el eje de fácil magnetización.

Hasta el momento se han observado skyrmions en varios materiales voluminosos, entre ellos tenemos en materiales ferromagnéticos como el MnSi,  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x\text{Si}$ , FeGe y  $\text{Mn}_{1-x}\text{Fe}_x\text{Ge}$ ; multiferroicos como el  $\text{Cu}_2\text{OSeO}_3$  y en antiferromagnéticos como el  $\text{La}_2\text{Cu}_{0,97}\text{Li}_{0,003}\text{O}_4$  y más recientemente en películas ultrafinas. En general los skyrmions en un material voluminoso está incrustado en diagramas de fase complejos multiestables y existe solo en un rango relativamente estrecho de temperaturas y campos magnéticos.

Además se han informado tanto experimentalmente como en simulaciones micro-magnéticas que es posible confinar skyrmions individuales en nanoestructuras mag-

néticas como en nanodiscos. Y. Y. Dai y su colaboradores demostraron por medio de simulaciones micromagnéticas que un estado fundamental de skyrmion espontáneo puede existir en un nanodisco de Co/Ru/Co sin DMI. De igual manera M. Beg y sus colaboradores demuestran la formación de skyrmions aislados en nanodiscos de FeGe mediante simulaciones micromagnéticas.

## 2.2. Aplicaciones Tecnológicas

Desde que los skyrmions fueron propuestos teóricamente, han sido estudiados por muchos investigadores debido a sus posibles aplicaciones tecnológicas, una de ellas es que es posible que se usen los skyrmions magnéticos en una futura generación de memorias magnéticas y dispositivos espintrónicos. Esto es debido a que presentan ciertas características que les da ventaja frente a otras tecnologías. Entre ellas tenemos a que los skyrmions magnéticos poseen un tamaño final reducido, en la escala de los nanómetros, la cual sugiere una capacidad de codificación de datos muy alta de las memorias magnéticas. Otras de las características resaltantes es que los skyrmions magnéticos pueden ser manipulados fácilmente con una densidad de corriente de espín de tan solo  $10^6 \text{ Am}^{-2}$ , el cual es 5 a 6 órdenes de magnitud menor que la necesaria para mover paredes de dominio en materiales magnéticos.

Uno de los posibles dispositivos construidos a base de skyrmions, tenemos a las memorias racetrack (RM), en donde el sistema binario puede ser representado por skyrmions y así formar los bits de información. Una de las ventajas de usar skyrmions en RM es que el espaciado entre los bits puede ser del orden de magnitud del diámetro del skyrmion, el cual es mucho menor que el espaciado entre paredes de dominio y dominios magnéticos en una RM. Esta característica de los skyrmions permitirían flujos de información más rápidos con densidades de corriente más bajas, el cual reduce el consumo de energía.

Otro de los posibles dispositivos que se puede construir a base de skyrmions son los nano-osciladores por transferencia de espín (STNOs) los cuales son usados para la generación de microondas. Las dos principales características de los STNOs es que son

muy pequeños, del orden de los nanómetros y tienen una frecuencia de trabajo muy amplia y estable, esto implica un ancho de línea espectral estrecho, una alta potencia de salida y un bajo consumo de energía. Existen dos tipos de STNOs, uno de ellos se basa en el movimiento de precesión de magnetización uniforme, y el otro en osciladores de vórtices magnéticos, pero el problema con estos últimos es la densidad de corriente necesaria, del orden de los  $10^{11}$  a  $10^{12}$   $\text{Am}^{-2}$ , mediante simulaciones micromagnéticas. S. Zhang y sus colaboradores demuestran que un skyrmion puede excitarse en oscilaciones mediante una corriente de espín polarizada y que el ancho de línea podría ser inferior a 1 MHz, por ello proponen la construcción de STNOs basados en skyrmions. Obtuvieron finalmente que el rango de frecuencia de trabajo de un STNOs basado en skyrmions es extremadamente extendido y puede trabajar con una densidad de corriente de  $10^8$   $\text{Am}^{-2}$  con un tiempo de oscilación inicial muy corto. Se espera que este dispositivo mejore en la potencia de salida.

F. García Sanchez y sus colaboradores describieron un modelo teórico para un nano-oscilador espín-torque basado en skyrmions. debido a que el skyrmion posee un movimiento rotatorio, el oscilador aprovecha esta propiedad del skyrmion la cual surge de una competencia entre el confinamiento geométrico debido a los límites de las extremos y un polarizador de espín no homogéneo con una configuración de vórtice. A diferencia de los nano-osciladores basados en vórtices, no se requiere una corriente umbral para el inicio de las oscilaciones en puntos más grandes que el núcleo del skyrmion, pero aparece una corriente crítica por encima de la cual se expulsa el skyrmion del sistema. Esto conduce a un delgado rango de densidades de corriente aplicadas en la cual puede ocurrir el movimiento de rotación del skyrmion, con frecuencias de rotación en el rango de las decenas de MHz. Estas diferencias de corriente son hasta dos órdenes de magnitud más bajas que las normalmente requeridas para nano-osciladores de par de giro.

A pesar de tener hasta ahora varios fuertes candidatos para aplicaciones tecnológicas, la construcción de dispositivos basados en skyrmions aún depende de muchos estudios. Aún es necesario encontrar materiales en los cuales las configuraciones magnéticas se mantengan estables en condiciones ambientales y controlables.

# Capítulo 3

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Para el estudio de sistemas ferromagnéticos depende de la escala en la que se esté trabajando, se tienen diferentes teorías para las diferentes escalas las cuales son aproximaciones suficientes para abordar un problema en dicha escala. Esto se observa más claramente en la tabla 3.1, en donde se observa que el modelo de histéresis magnética, el cual consiste en el cálculo de una magnetización promedio de la muestra, se usa en la escala macroscópica. En cambio la teoría atómica, el cual calcula la magnetización a través de la mecánica cuántica, es recomendable usarlo para escalas menores a 1 nm. En nuestro caso pondremos más énfasis al estudio del micromagnetismo, ya que nosotros trabajamos en las escalas señaladas en la tabla 3.1, el cual se hablará en detalle en el siguiente apartado [48]

Modelo	Descripción	Escala
Histéresis Magnética	Magnetización Promedio de una muestra	Cualquiera
Teoría de Fases	Texturización de las direcciones magnéticas	$> 0,1mm$
Teoría de Dominios	Microestructura y Dominios Magnéticos	$1 - 1000\mu m$
Teoría Micromagnética	Modelos continuos de imanes	$1 - 1000nm$
Teoría Atómica	Cálculos mediante mecánica cuántica	$< 1nm$

Tabla 3.1: Modelos teóricos para el estudio del ferromagnetismo en las diferentes escalas.[51, 52]

### 3.1. MICROMAGNETISMO

En la teoría micromagnética haremos uso de la aproximación al continuo el cual consiste en ignorar los detalles de la escala atómica y considerar a todo el sistema magnético desde el punto de vista macroscópico como un continuo. Consideremos una región  $\Omega$  ocupada por un material ferromagnético en donde tomamos un pequeño volumen dentro del cuerpo,  $dV$ , definido por un vector de posición  $\vec{r}$ , el cual contiene un gran número  $N$  de momentos magnéticos  $\mu_i$ , donde  $i = 1, \dots, N$ , pero lo suficientemente pequeño para que los momentos magnéticos varíen lentamente dentro de él. Con este nuevo concepto se puede tomar al producto del vector de magnetización  $\vec{M}(\vec{r})$  con el  $dV$  como el momento magnético neto del elemento de volumen  $dV$ .

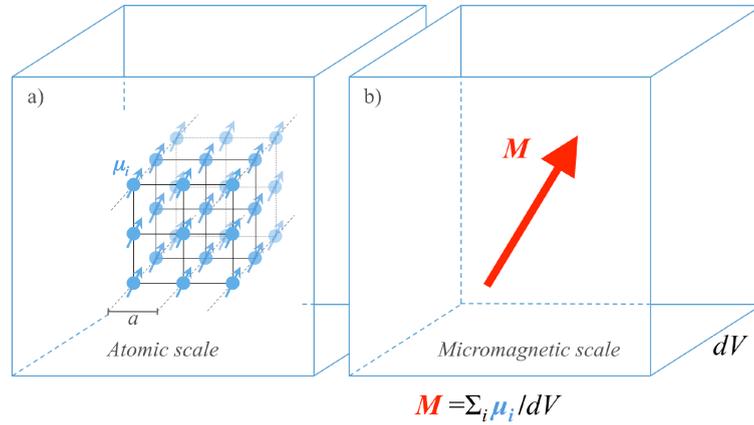


Figura 3.1: Definición del vector de magnetización  $\vec{M}(\vec{r})$  en relación con los momentos magnéticos en un diferencial de volumen. [53]

#### 3.1.1. Interacciones en un Material Ferromagnético

En un material ferromagnético tenemos que la energía libre de Gibbs ( $\Phi$ ) para cierto volumen, se define como:

$$\Phi = \int_V (U - T.S - \sigma.\varepsilon - \mu_0.\vec{M}.\vec{H}_{ext})dV \quad (3.1)$$

En donde  $U$ , el primer término de la ecuación, es la energía interna donde incluye las energías relacionadas con la interacción de intercambio, de anisotropía, dipolar

o magnetostática y los términos magneto-elásticos. El segundo término es la energía que se genera a partir de la temperatura,  $T$ , y la entropía,  $S$ . En el tercer término encontramos a  $\sigma$  como el tensor de deformación y a  $\epsilon$  como el tensor de estrés, y por último tenemos la interacción de la magnetización con un campo magnético externo aplicado,  $H_{ext}$ .

Las interacciones que contribuyen a la energía interna pueden ser locales o no locales, lo cual indica que puede depender en un punto dado sólo de los valores de la magnetización local, o bien depender de la magnetización en cada punto de la muestra. La energía de intercambio, la energía de anisotropía, la interacción con un campo magnético externo y la contribución magnetoelástica que surge de los efectos no magnéticos son términos locales. Las contribuciones no locales son la contribución de campo dipolar o disperso y el término magnetorestrictivo debido a las diferencias en la dirección de magnetización de las diferentes regiones de una muestra.

### 3.1.2. Interacción de Intercambio

Es la responsable del establecimiento del orden magnético en materiales magnéticos. Esta interacción tiene un origen cuántico debido a la indistinguibilidad de los electrones, lo cual no tiene análogo clásico, y se denomina como el hamiltoniano de Heisenberg [54, 55], el cual es una contribución simétrica, el cual favorece la alineación paralela o antiparalela de los espines y se describe de la siguiente manera para dos espines:

$$H = -2\mathcal{J}\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \quad (3.2)$$

En donde  $\vec{S}_i$  y  $\vec{S}_j$  son los espines de dos electrones vecinos y  $\mathcal{J}$  es la constante de intercambio, el cual es una medida de la intensidad de la interacción; cuando  $\mathcal{J}$  es positivo, no indica que el material está ordenado ferromagnéticamente y los espines se orientan de forma paralela, cuando  $\mathcal{J}$  es negativo el material está ordenado antiferromagnéticamente en donde sus espines se orientan de forma antiparalela.

En la descripción clásica, tomando a  $\theta$  como el ángulo que se forma entre los dos espines

tenemos que la energía de un par de espines es igual a:

$$E_{ex}^{par} = -2\mathcal{J}\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j = -2\mathcal{J}S^2 \cos\Delta\theta \approx \mathcal{J}S^2(\Delta\theta)^2 \quad (3.3)$$

En donde el ángulo entre los dos espines  $i$  y  $j$  es  $\theta(i, j) = \Delta\theta$ . Usando una aproximación mediante una serie de Taylor, tenemos que:

$$\Delta\theta \approx 1 - (\Delta\theta)^2/2! \quad (3.4)$$

Y eliminando el segundo término de la derecha y reemplazándolo en la ecuación 3.3 obtenemos finalmente que:

$$E_{ex}^{par} = -2\mathcal{J}\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j = -2\mathcal{J}S^2 \vec{m}_i \cdot \vec{m}_j \quad (3.5)$$

Usando la definición de magnetización reducida, el cual indica que:

$$\vec{m} = \vec{M}/M_s \quad (3.6)$$

Donde  $M_s$  es la magnetización de saturación.

Haremos dos suposiciones, primero que el módulo del vector de magnetización se mantiene constante e igual al valor de la magnetización de saturación, tenemos entonces que  $|m| = 1$ . Para pequeños cambios de dirección  $\Delta\theta_{ij}$ , tenemos que:

$$|\Delta\theta_{ij}| = |\vec{m}_j - \vec{m}_i| \quad (3.7)$$

La segunda suposición indica que se puede introducir una función continua  $\vec{m}$ , donde  $\vec{m}$  se expande alrededor del vector de posición  $\vec{r}_j$ , en donde  $\vec{r}_j = x_j\hat{i} + y_j\hat{j} + z_j\hat{k}$ , por lo cual tenemos que:

$$\vec{m}_j - \vec{m}_i = (\vec{r}_j \cdot \nabla)\vec{m} \quad (3.8)$$

Donde  $\nabla$  es el operador gradiente. Reemplazando este resultado en la ecuación 3.3 obtenemos finalmente la energía de intercambio de un par de espines, el cual es igual

a:

$$E_{ex}^{par} = \mathcal{J}S^2((\vec{r}_j \cdot \nabla)\vec{m})^2 = \mathcal{J}S^2[(\vec{r}_j \cdot \nabla m_x)^2 + (\vec{r}_j \cdot \nabla m_y)^2 + (\vec{r}_j \cdot \nabla m_z)^2] \quad (3.9)$$

Esta es la energía de intercambio de un par, para obtener la energía total, hay que sumar  $j$  veces y dividirlo por 2, para evitar contar doble la contribución de los pares. En una simetría cúbica, la suma de los productos de las coordenadas de  $\vec{r}$  es igual a cero, es decir  $\sum_j x_i \cdot y_j = 0$ , y  $\sum_j x_j^2 = \frac{1}{3} \sum_j r_j^2$ .

La energía de intercambio por unidad de volumen se calcula dividiendo por  $V = a^3$ , en el caso cúbico simple. En este caso,  $\sum_j r_j^2 = 6a^2$ , obteniendo:

$$\frac{E_{ex}}{V} = \frac{\mathcal{J}S^2}{a} [(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2] \quad (3.10)$$

El coeficiente de  $E_{ex}$  es la constante de rigidez de intercambio  $A$ , proporcional a la constante de intercambio  $\mathcal{J}$  y medida en  $Jm^{-1}$ , con la cual se calcula la fuerza de acoplamiento magnético, el cual mide que tan difícil es para un espín dado desviarse de la dirección del campo de intercambio. Para una red cúbica con un átomo no equivalente tenemos que,

$$A = \frac{n\mathcal{J}S^2}{a} \quad (3.11)$$

El número  $n$  es igual a 1 para una sc, mientras que para una bcc es igual a 2 y 4 para una fcc.

En el caso más general en donde el material no es cúbico e isotrópico,  $A$  es un tensor y la energía de intercambio es igual a,

$$E_{ex} = \int \sum_{i,k,l} A_{kl} \frac{\partial m_i}{\partial x_k} \frac{\partial m_i}{\partial x_l} dV \quad (3.12)$$

En el caso que sea isotrópico,

$$\frac{E_{ex}}{V} = A(\nabla m)^2 \quad (3.13)$$

Esta última ecuación indica que la energía de intercambio es proporcional a la gradiente de magnetización, lo que significa que el término de intercambio mide la falta de uniformidad de la magnetización. Si la magnetización es uniforme, la contribución de

la energía de intercambio es mínima y por lo tanto la ecuación (3.13) es igual a cero.

La longitud de intercambio es la distancia en donde se puede tener una magnetización variable, esto es un requisito para que rija la aproximación, a distancias menores que la longitud de intercambio se considera que todos los momentos magnéticos apuntan a la misma dirección y sentido.

Esta es la distancia que pone el límite inferior de la teoría micromagnética. Esta se define como:

$$L_{ex} = \sqrt{\frac{2A}{\mu_0 M_S^2}} \quad (3.14)$$

Donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética en el vacío.

### 3.1.3. Interacción de Anisotropía

Si no existiera la anisotropía, los materiales magnéticos no presentarían magnetización en ausencia de un campo magnético externo aplicado a temperatura distinta de cero. Esta contribución energética depende de la dirección de la magnetización respecto a los ejes cristalográficos del material; caso contrario ocurre con la interacción de intercambio la cual es isotrópica.

La energía de un material ferromagnético depende de la dirección de la magnetización con respecto a los ejes estructurales del material. Esta dependencia, que básicamente resulta de las interacciones espín-órbita, se describe mediante la energía de anisotropía. Distinguimos entre anisotropías cristalinas de la estructura cristalina inalterada y anisotropías inducidas que describen los efectos de las desviaciones de la simetría ideal como, por ejemplo, debido a defectos de la red o al ordenamiento atómico parcial. Los efectos de forma no pertenecen a los términos de anisotropía. Son parte de la energía de campo disperso. Cualquiera que sea el origen de estas anisotropías es que deben ajustarse a la simetría de la situación. Por lo tanto, las expansiones en términos de armónicos esféricos se utilizan para describir las contribuciones más importantes. Rara vez hay que considerar más de los dos primeros términos significativos, ya que la agitación térmica de los espines tiende a promediar las contribuciones de orden superior.

Sólo a bajas temperaturas, se han observado términos significativos de orden superior, causados por interacciones entre los espines y la superficie de Fermi, a menudo altamente anisotrópica.

La curva de histéresis se origina debido a la resistencia creada por la energía de anisotropía, cuando la magnetización trata de modificar su dirección fuera del eje fácil, es por este fenómeno que podemos guardar información en materiales ferromagnéticos, debido a que en ellos se genera una magnetización aún en ausencia de un campo magnético externo.

Existe varios tipos de anisotropía, la más común es la anisotropía magnetocristalina, y esta se origina debido al acoplamiento espín-orbita de los electrones, en donde las órbitas de los electrones están relacionadas con la estructura cristalográfica, y por su interacción con los espines hacen que estos últimos prefieran alinearse a lo largo de ejes cristalográficos bien definidos en donde la energía de anisotropía se vuelve mínima. La energía magnetocristalina es más pequeña que la interacción de intercambio, pero esta última es indiferente con la dirección de imanación la cual se encuentra determinada solamente por la anisotropía, por lo cual no se puede despreciar.

Estas energías de anisotropía se expresan fenomenológicamente, debido a que cuando se evalúa cuantitativamente la interacción de espín-órbita a partir de principios básicos no concuerdas con resultados experimentales, es por ello que se expresan como una expansión en series de potencias que considera la simetría del cristal, en donde los coeficientes se obtienen a partir de resultados experimentales.

### Anisotropía Cúbica

La fórmula básica para la densidad de energía de anisotropía de un cristal cúbico es:

$$E_{K_c} = K_{c1}(m_1^2 m_2^2 + m_1^2 m_3^2 + m_2^2 m_3^2) + K_{c2} m_1^2 m_2^2 m_3^2 \quad (3.15)$$

Donde  $m_i$  son los componentes de magnetización a lo largo de los ejes cúbicos. La constante material  $K_{c2}$  y los términos de orden superior en su mayoría pueden despreciarse. La constante  $K_{c1}$  asume valores en el rango de  $\pm 104 J/m^3$  para diferentes materiales. El

signo de  $K_{c1}$  determina si las direcciones  $\langle 100 \rangle$  o  $\langle 111 \rangle$  son las direcciones fáciles para la magnetización. La Figura 3.1 ofrece una representación gráfica de las contribuciones de energía de anisotropía, ofreciendo una impresión del entorno energético local que la magnetización "siente" en un material ferromagnético. En ángulos polares la anisotropía cúbica se convierte en:

$$E_{Kc} = (K_{c1} + K_{c2}\text{sen}^2\theta) \cos^4\theta \text{sen}^2\gamma \cos^2\gamma + K_{c1}\text{sen}^2\theta \cos^2\theta \quad (3.16)$$

La ecuación 3.18 es útil para la investigación de dominios o paredes en un sistema de coordenadas basado en 100, como se usaría en muestras con superficies (100). Para muestras con una superficie (110) o para paredes de  $90^\circ$  (Fig. 1.3), la densidad de energía de anisotropía puede expresarse en otro sistema de coordenadas polares:

$$m = \cos\theta \cos\gamma (0, 0, 1) + \sqrt{\frac{1}{2}} \cos\theta \text{sen}\gamma (1, 1, 0) \quad (3.17)$$

$$E_{Kc} = (K_{c1} + K_{c2}\text{sen}^2\theta) \cos^4\theta \text{sen}^2\gamma \cos^2\gamma + K_{c1}\text{sen}^2\theta \cos^2\theta \quad (3.18)$$

### 3.1.4. Energía Magnetostática

Llamada también energía de campo desmagnetizante o energía dipolar, todas ellas hablan del mismo fenómeno, se mide mediante la energía magnética de una muestra en su propio campo magnético. Este campo es la desmagnetización o campo desmagnetizante  $\vec{H}_d$ , el campo magnético que surge de la divergencia de la magnetización. Se calcula usando la ecuación de Maxwell,  $\nabla \cdot \vec{B} = \nabla \cdot [\mu_0(\vec{H} + \vec{M})] = 0$ , del cual obtenemos:

$$\nabla \cdot \vec{H}_d = -\nabla \cdot \vec{M} \quad (3.19)$$

En donde la energía magnetostática  $E_{ms}$  dada por la energía de magnetización en el campo desmagnetizante es:

$$E_{ms} = -\frac{1}{2} \mu_0 \int_V \vec{H}_d \cdot \vec{M} dV \quad (3.20)$$

Donde la integral se realiza sobre  $V$ , el volumen de la muestra. el factor  $1/2$  explica el hecho de este término de energía, también llamado autoenergía magnética, surge de la interacción de la magnetización con el campo magnético que crea.

Usando  $\int \vec{B} \cdot \vec{H} dV \equiv 0$ , donde la integral está sobre todo el espacio, una identidad válida en ausencia de corrientes de conducción y la expresión de  $\vec{B}$  se obtiene,

$$E_{ms} = \frac{1}{2} \mu_0 \int_{\text{todo el espacio}} \vec{H}^2 dV \quad (3.21)$$

Por lo tanto hay dos expresiones equivalentes, la (3.20) y (3.21), los cuales pueden usarse para calcular la energía magnetostática; en (3.21) se tiene el campo magnético  $\vec{H} = \vec{H}_d$  en el volumen del cuerpo magnético.

### 3.1.5. Energía de Zeeman

Basándonos en un modelo discreto, tenemos que cada átomo tiene un momento magnético,  $\mu_m$ , el cual está dado por la siguiente relación:

$$\vec{\mu}_m = g \mu_B \vec{S} \quad (3.22)$$

En donde  $\mu_B$  es el magnetón de Bohr y  $\vec{S}$  es el momento angular total. El momento magnético interactúa con el campo magnético externo, y para el cálculo de esta energía se usa la siguiente relación:

$$e_z = -\vec{\mu}_m \cdot \vec{B} \quad (3.23)$$

La energía total viene a ser la contribución de los  $N$  momentos magnéticos contenidos en un volumen  $V$ , por lo tanto:

$$E_z = - \sum_{i=1}^N e_z = - \sum_{i=1}^N \vec{\mu}_{mi} \cdot \vec{B} \quad (3.24)$$

El cual se denomina energía de Zeeman, pero en el modelo micromagnético, se trabaja con una aproximación continua, por lo cual se necesita transformar la ec. (3.24) para dicho modelo, para ello haremos uso del límite termodinámico para un gran número de átomos, en donde tomamos a  $\vec{M} = n\mu_m$ , donde  $n = N/V$  y además tenemos que  $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$ , por lo cual podemos obtener que:

$$E_z = -\mu_0 \sum_{i=1}^N \frac{V}{N} \vec{M}_i \cdot (\vec{H} + \vec{M}_i) = -\mu_0 \sum_{i=1}^N \frac{V}{N} \vec{M}_i \cdot \vec{H} + -\mu_0 \sum_{i=1}^N \frac{V}{N} \vec{M}_i \cdot \vec{M}_i \quad (3.25)$$

Finalmente convirtiendo la sumatoria a una integral, para obtener finalmente la energía de Zeeman en el límite continuo como:

$$E_z = E_z^0 - \mu_0 \int_V \vec{M} \cdot \vec{H} dV \quad (3.26)$$

En donde  $E_z^0$  es una constante.

### 3.1.6. Interacción de Dzyaloshinskii - Moriya

Llamada también interacción de intercambio antisimétrico [55], esta interacción favorece una disposición inclinada de los espines, el cual cumple con la siguiente relación:

$$\mathcal{H} = \sum_{i,j} d_{ij} \cdot (S_i \times S_j) \quad (3.27)$$

Donde la intensidad de la interacción, medida por el módulo del vector Dzyaloshinskii-Moriya  $|d| = d$ , es del orden de unos cuantos  $eV$ . En el caso de la simetría de inversión,  $S_i$  y  $S_j$  pueden intercambiarse y la energía de Dzyaloshinskii-Moriya,  $E_{DM} \equiv 0$ . Esta interacción está presente en la mayor parte de los materiales cuya celda unitaria carece de simetría de inversión, o en una interfaz, debido a su simetría rota. En una interfaz, la interacción entre los espines  $S_1$  y  $S_2$  de los sitios 1 y 2 está mediada por un tercer átomo con fuertes interacciones espín-órbita; la interacción espín-órbita es un efecto relativista, por el cual una carga eléctrica en movimiento en un campo eléctrico siente un campo magnético  $B$ . La energía de interacción espín-órbita de un electrón se da en términos de su momento orbital  $l$  y espín  $s$  como  $\xi l \cdot s$

La dirección de  $\vec{d}$  depende de la simetría del sistema. Si se considera la interacción Dzyaloshinskii-Moriya (DMI), se debe incluir en la energía total por unidad de volumen un término de la forma

$$\frac{E_{DM}}{V} = D[m_z(\nabla m) - (m \cdot \nabla)m_z] \quad (3.28)$$

Para el caso unidimensional, el caso más simple, con la dirección  $z$  perpendicular al plano tenemos lo siguiente,

$$\frac{E_{DM}}{V} = -D \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3.29)$$

Donde  $D$  es el parámetro Dzyaloshinski-Moriya en el límite continuo. En el caso de DMI que surge de la interfaz, su parámetro efectivo viene dado por  $D = d/(at)$  para una película delgada de espesor  $t$  de estructura cúbica simple, con parámetro de red  $a$ , orientada en una dirección (100).

### 3.1.7. Campo Efectivo

Para minimizar la energía total, es necesario que el vector de magnetización  $\vec{M}(\vec{r})$  debe ser paralelo al campo magnético efectivo  $\vec{H}_{eff}$  que actúa en el punto  $\vec{r}$ . Este campo es el resultado de la interacción entre el campo de intercambio, anisotropía, campo magnético externo, interacciones magnetostáticas e interacción Dzyaloshinski-Moriya. Esto es equivalente a la condición de que el par ejercido sobre la magnetización por este campo efectivo que actúa en cada punto de la muestra de equilibrio debe ser cero, por lo que tenemos

$$\mu_0 \vec{m} \times \vec{H}_{eff} = 0 \quad (3.30)$$

El campo efectivo  $\vec{H}_{eff}$  que actúa sobre el vector de magnetización  $\vec{M}(\vec{r})$  se obtiene derivando la energía magnética total dada por la Ecuación 3.1 con respecto al vector de magnetización reducido,  $\vec{m}$ , de modo que tenemos

$$\vec{H}_{eff} = -\frac{1}{\mu_0 M_s} \frac{\partial E_{total}}{\partial \vec{m}} \quad (3.31)$$

Sustituyendo cada término de energía, como se indica en las ecuaciones 3.13, 3.20, 3.26, 3.29 y reescribiendo la energía de anisotropía como  $E_A = K_1 \epsilon_A(\theta) V$ , la energía total está dada por la integral de volumen

$$E_{total} = \int_V \left\{ A \left[ \nabla \left( \frac{M}{M_s} \right) \right]^2 + K_1 \epsilon_A(\theta) - \frac{\mu_0}{2} \vec{M} \cdot \vec{H}_d - \mu_0 \vec{M} \cdot \vec{H} + \frac{D}{M_s^2} \vec{M} \cdot (\nabla \times \vec{M}) \right\} dV \quad (3.32)$$

O podemos escribir la energía total en términos de magnetización reducida,  $\vec{m}$ , en la forma

$$E_{total} = \int_V \left\{ A (\nabla \vec{m})^2 + K_1 \epsilon_A(\theta) - \frac{\mu_0}{2} M_s \vec{m} \cdot \vec{H}_d - \mu_0 M_s \vec{m} \cdot \vec{H} + D \vec{m} \cdot (\nabla \times \vec{m}) \right\} dV \quad (3.33)$$

Entonces tenemos

$$\vec{H}_{eff} = \frac{2A}{\mu_0 M_s} \nabla^2 \vec{m} - \frac{1}{\mu_0 M_s} \frac{\partial E_A}{\partial \vec{m}} + \vec{H}_{ms} + \vec{H}_{ext} - \frac{2D}{\mu_0 M_s} (\nabla \times \vec{m}) \quad (3.34)$$

con aportes de la interacción de intercambio, anisotropía, campo magnetostático, campo aplicado externo e interacción Dzyaloshinski-Moriya. El campo efectivo tiene en cuenta toda la información sobre la geometría y las propiedades magnéticas del sistema. Cuando se desprecian los efectos magnetoelásticos, se puede escribir como

$$\vec{H}_{eff} = \vec{H}_{ex} + \vec{H}_A + \vec{H}_{ms} + \vec{H}_{ext} + \vec{H}_{DMI} \quad (3.35)$$

donde  $\vec{H}_{ex}$  es el campo de intercambio,  $\vec{H}_A$  es el campo de anisotropía,  $\vec{H}_{ms}$  es el campo magnetostático producido por el campo vectorial de magnetización  $\vec{M}(\vec{r})$ ,  $\vec{H}_{ext}$  es el campo externo aplicado y  $\vec{H}_{DMI}$  es el campo debido a la interacción Dzyaloshinski-Moriya. El campo externo es producido por fuentes externas mientras que el campo magnetostático está sujeto a las condiciones de interfaz apropiadas en la superficie de la muestra. El término anisotropía es puramente local y depende del vector de magnetización en el punto considerado y de algunos parámetros que caracterizan la anisotropía local. Mientras tanto, el campo de intercambio describe las fuerzas de intercambio que tienden a oponerse a las no uniformidades de la magnetización. Y el campo DMI

surge de la interacción espín-órbita y la falta de simetría de inversión en materiales magnéticos de baja dimensión.

### 3.1.8. Ecuación de Movimiento de la Magnetización

El comportamiento de la magnetización en presencia de un campo magnético aplicado está asociado con el hecho de que los electrones tienen momentos angulares colineales con sus momentos magnéticos. Cuando una muestra ferromagnética, con magnetización  $\vec{M}$ , se expone a un campo magnético, el vector de magnetización  $\vec{M}$  precesa alrededor del campo magnético aplicado y el par ejercido por ese campo está dado por  $-\gamma_e \vec{M} \times \mu_0 \vec{H}$ , donde  $\gamma_e$  es la relación giromagnética del electrón y  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío o constante magnética. Por lo tanto, la ecuación del movimiento de magnetización, en ausencia de amortiguación o relajación, está dada por

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma_G \vec{M} \times \vec{H}_{eff} \quad (3.36)$$

donde la constante  $\gamma_G$  es la relación giromagnética de Gilbert, un número positivo, proporcional a la relación giromagnética del electrón,

$$\gamma_G = \mu_0 \gamma_e \quad (3.37)$$

La ecuación 3.36 es el punto de partida para cualquier descripción de procesos micro-magnéticos. Describe un movimiento de precesión de la magnetización alrededor del campo efectivo. Durante este movimiento, el ángulo entre la magnetización y el campo no varía. Esta descripción es aplicable a momentos magnéticos aislados, es decir, momentos magnéticos que no interactúan o intercambian energía con otro subsistema. Este conjunto de momentos magnéticos solo cambiará su magnetización, encontrando otra configuración de equilibrio, si existe un mecanismo para este intercambio. En este caso, la descripción matemática correspondiente incluiría amortiguamiento o relajación magnética. Una descripción fenomenológica que contiene tal amortiguamiento es

la ecuación de Gilbert, dada por

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma_G \vec{M} \times \vec{H}_{eff} + \frac{\alpha_G}{M_s} \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt} \quad (3.38)$$

donde  $\alpha_G$  es la constante de amortiguamiento de Gilbert, parámetro adimensional, y  $\gamma_G$  es la razón giromagnética de Gilbert.

Otra descripción del movimiento de magnetización  $\vec{M}$  que no tiene el inconveniente de contener  $d\vec{M}/dt$  en ambos lados de la ecuación es la ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG), que es matemáticamente equivalente a la ecuación 3.38, pero tiene un término de relajación. con una forma diferente. Esta ecuación viene dada por

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M_s} \vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H}_{eff}) \quad (3.39)$$

donde las constantes de amortiguamiento y la relación giromagnética tienen la siguiente relación:

$$\gamma = \frac{\gamma_G}{1 + \alpha_G^2} \quad (3.40)$$

y

$$\alpha = \frac{\alpha_G \gamma_G}{1 + \alpha_G^2} \quad (3.41)$$

respectivamente. La elección entre las ecuaciones 3.38 y 3.39 se basa a menudo en la conveniencia matemática.

El primer término en las ecuaciones 3.38 y 3.39 describe el movimiento de precesión del vector de magnetización  $\vec{M}$  alrededor del campo efectivo  $H_{eff}$ . El segundo término fenomenológico representa la disipación de energía durante el movimiento y provoca un movimiento en la magnetización en la dirección del campo efectivo. La intensidad del amortiguamiento se caracteriza por la constante de amortiguamiento de Gilbert. De modo que la constante de amortiguación es una propiedad intrínseca del material y también puede modificarse en la práctica, por ejemplo, mediante dopaje. La ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert nos permite describir cómo evoluciona la magnetización con el tiempo. El tiempo de evolución de la magnetización de una muestra se da resolviendo

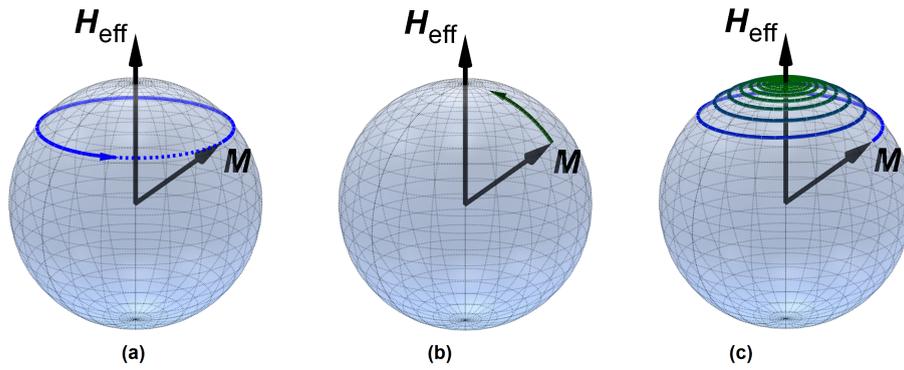


Figura 3.2: (a) Movimiento de precesión de la magnetización ( $\vec{M}$ ) alrededor del campo efectivo  $H_{eff}$  (b) Movimiento amortiguado de la magnetización (c) La combinación del movimiento de precesión y amortiguamiento de la magnetización [51].

un conjunto de ecuaciones acopladas, cada una de las cuales corresponde a un elemento de volumen en el que se divide la muestra. La solución de la ecuación LLG generalmente se hace numéricamente.

# Capítulo 4

## Simulaciones Micromagnéticas

El campo de la investigación del micro- y nanomagnetismo es muy amplio es por ello que se requieren tanto de estudios teóricos, así como experimentales y de simulaciones micromagnéticas. Durante los primeros años de investigaciones en el micro- y nanomagnetismo, los estudios teóricos y experimentales permitieron descubrir y entender toda una serie de fenómenos asociados al comportamiento magnético de los materiales a dicha escala. Gracias al desarrollo de procesadores altamente eficientes y rápidos, las simulaciones micromagnéticas se tornaron una herramienta de estudio indispensable, no solo porque permiten complementar los resultados obtenidos teóricamente y los de laboratorio, sino que además, han adquirido el potencial de predecir el comportamiento de estructuras magnéticas, tales como los skyrmions, en situaciones que aun no pueden replicarse en laboratorio pero que sin embargo reúnen todas las condiciones para ser considerados como resultados confiables y verificables en el tiempo. El solo hecho de poder variar toda una serie de parámetros físicos asociados al sistema magnético en estudio y la verificación de los resultados obtenidos a través de experimentos en laboratorio, es un fuerte incentivo para el desarrollo de trabajos de investigación en el estudio de las propiedades de los skyrmions magnéticos a través de simulaciones micromagnéticas.

Los primeros programas creados para el estudio micromagnético, tales como el LLG micromagnetics simulator, OOMMF, micromagnus, magpar y Nmag, se desarrollaron

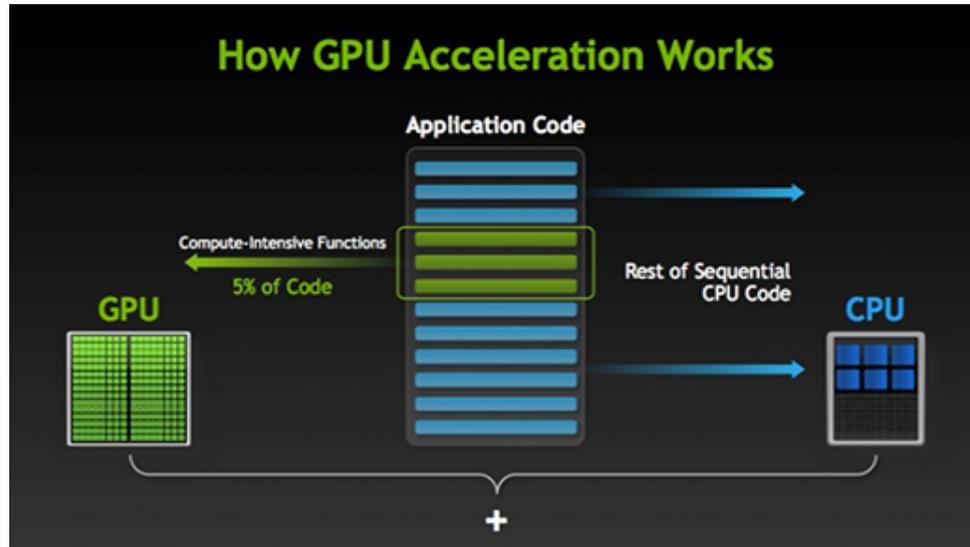


Figura 4.1: Esquema en donde se muestra la forma de desarrollar una rutina de código usando GPU y CPU. La GPU se encarga del trabajo más intenso de la aplicación, mientras que la CPU se encarga de todo lo demás.

a partir de las soluciones de la ecuación de Landau-Lifshitz del micromagnetismo y fueron diseñados para que los cálculos fueran ejecutados por la Central Processing Unit de los computadores, conocido como CPU. Sin embargo, a medida que se requerían simular sistemas magnéticos más complejos, con más parámetros físicos a considerar y con teorías mucho más amplias que abordaban nuevos fenómenos físicos de los sistemas magnéticos, los cálculos computacionales desarrollados en las simulaciones a través de las CPUs se incrementaban de tal orden que los tiempos requeridos para ser procesados aumentaban de forma exponencial. Mismo con los nuevos y mejorados CPUs que aparecían en el mercado, las simulaciones exigían discretizaciones espaciales y temporales mucho más pequeñas y precisas razón por la cual los tiempos de simulación se tornaron un problema para las investigaciones.

La solución para acelerar los cálculos computacionales vino de la mano con la aparición de nuevas Unidades de Procesamiento Gráfico (GPU) más eficientes y confiables. Las GPUs probaron ser más eficientes para la ejecución de los cálculos numéricos requeridos en el estudio de los sistemas micromagnéticos, siendo el MuMax el primer software libre y de código abierto desarrollado para utilizar la GPU en lugar de la CPU en los cálculos computacionales de los sistemas magnéticos. Dicho programa fue desarrolla-

Nombre	Lanzamiento	Discretización	Usa GPU	Uso
LLG Micromagnetics Simulator	1997	FD	NO	Comercial
OOMMF	1998	FD	NO	Libre
Micromagus	2003	FD	NO	Comercial
magpar	2003	FE	NO	Libre
Nmag	2007	FE	NO	Libre
GP Magnet	2010	FD	SI	Comercial
FEMME	2010	FE	NO	Comercial
tetramag	2010	FE	SI	Comercial
finmag	2011	FE	NO	Libre
Fastmag	2011	FE	SI	Comercial
Mumax	2011	FD	SI	Libre
micromagnum	2012	FD	SI	Libre
magnum.fd	2014	FD	SI	Libre
magnum.fe	2013	FE	NO	Comercial
mumax <sup>3</sup>	2014	FD	SI	Libre
LLG micromagnetics simulator v4	2015	FD	SI	Comercial
Grace	2015	FD	SI	Libre
OOMMF (GPU version)	2016	FD	SI	Libre
fidimag	2018	FD	NO	Libre
commics	2018	FE	NO	Libre

Tabla 4.1: Relación de códigos micromagnéticos de uso general. la mayor distinción entre estos paquetes es cómo discretizan el espacio, que utilizan un enfoque de diferencias finitas (FD) o de elemento finito (FE). También se muestra si estos se usan exclusivamente en CPU o si son capaces de utilizar tarjetas gráficas (GPU). Finalmente se indica si los códigos son comerciales o de software libre.

do utilizando los lenguajes de programación Go y Cuda. En la tabla 4.1 se muestra la relación de los distintos programas de simulación micromagnéticos que pueden ser encontrados tanto de uso libre como comercial.

Una forma sencilla de comprender la diferencia entre una unidad de GPU y una de CPU es comparar la forma en que ambas procesan las tareas encomendadas. Una CPU tiene unos cuantos núcleos optimizados para el procesamiento en serie secuencial de las operaciones, mientras que una GPU cuenta con una arquitectura en paralelo de gran porte que consiste de miles de núcleos más pequeños y eficaces, diseñados para resolver varias tareas computacionales al mismo tiempo. Las GPU por tanto, tienen miles de

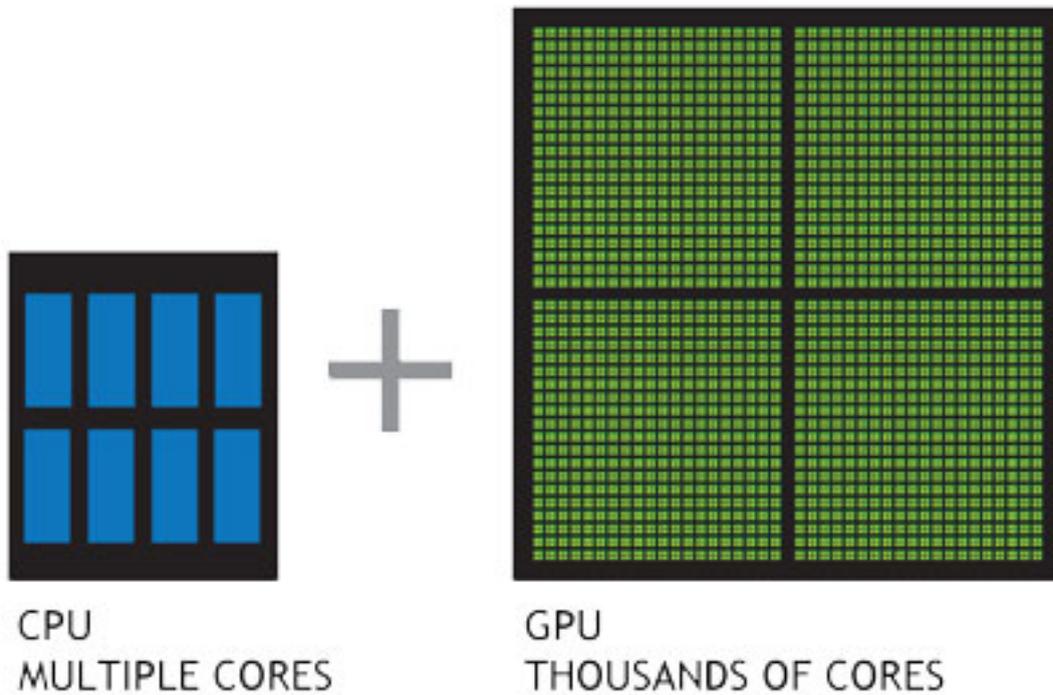


Figura 4.2: Esquema de una CPU con múltiples núcleos y una GPU con miles de núcleos mucho más pequeños. Los núcleos de una CPU están optimizados para el procesamiento en serie secuencial, mientras que una GPU cuenta con una arquitectura en paralelo que consiste de miles de núcleos más pequeños y eficaces, los cuales han sido diseñados para resolver varias tareas al mismo tiempo.[56]

núcleos para procesar altas cargas de trabajo en paralelo de forma eficiente y altamente confiables. La computación acelerada por la unidad de GPU permite asignar a la GPU el trabajo de los aspectos de la aplicación donde la computación es más intensiva, mientras que el resto del código se ejecuta en la unidad de CPU. El resultado final muestra que las aplicaciones computacionales desarrolladas para resolver los problemas del micromagnético se ejecutan de forma mucho más rápida y eficiente.

EL programa MuMax está diseñado para cálculos de alto rendimiento y se dirige específicamente a simulaciones de gran porte. En ese caso se pueden obtener aceleraciones de un factor x100 en comparación con otros programas de simulaciones micromagnéticas tales como el OOMMF que esta basado en el uso de la unidad de CPU. Estas ventajas permiten al programa MuMax ejecutar simulaciones extensas que serían casi inaccesibles con simulaciones desarrolladas en unidades de CPU.

MuMax resuelve la ecuación clásica de Landau-Lifshitz teniendo en cuenta las interacciones magnetostática, de intercambio y anisotropía, los efectos térmicos y el par de transferencia de espín. Opcionalmente, se pueden imponer condiciones de contorno periódicas. Puede emplearse una discretización espacial usando diferencias finitas en dos o tres dimensiones.

# Capítulo 5

## Métodos y Parámetros de la simulación

La investigación desarrollada en la presente tesis consiste en realizar un conjunto de simulaciones micromagnéticas utilizando el programa Mumax3, con el fin de estudiar el comportamiento de la textura magnética en discos de cobalto de 128 nm de diámetro y 2 nm de espesor, a diferentes valores de la constante de interacción de Dzyaloshinskii-Moriya (DMI), y la constante de anisotropía magnética perpendicular ( $K_u$ ) del material. La condición inicial para ambos casos es la presencia de un skyrmion magnético del tipo Bloch colocado tanto en el centro del disco de cobalto así como a una distancia de 32 nm de su centro. En este capítulo discutimos los métodos utilizados en las simulaciones micromagnéticas y así como los parámetros del material de cobalto utilizados en la presente tesis.

### 5.1. Métodos

La ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert, LLG (ecuación 3.39), tiene una naturaleza del tipo no lineal es por ello que la obtención una solución analítica se vuelve una tarea muy compleja y solo se llega a determinados resultados para casos muy específicos. Con el fin de resolver la ecuación de LLG para el estudio de una serie de problemas del micromagnetismo, se hace necesario el empleo de métodos numéricos para su solución.

Los métodos numéricos envuelven tanto al método de diferencias finitas (FD) así como el método de elementos finitos (FE) [57, 58]. En los problemas de la dinámica de la magnetización lo que se realiza primeramente es la discretización del espacio utilizando uno de los métodos anteriormente mencionados [59]. Esto conlleva a discretizar la energía del sistema micromagnético y posteriormente a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Estas ecuaciones, utilizando técnicas matemáticas apropiadas, son integradas numéricamente.

Para las simulaciones utilizamos el Mumax<sup>3</sup>, uno de los simuladores micromagnéticos con código abierto y libre que existe en la actualidad, que hace uso de la GPU para acelerar x100 los cálculos, este software es desarrollado y mantenido por el grupo DynaMat de la Universidad de Ghent de Bélgica. Primero Mumax<sup>3</sup> discretiza el espacio en forma de paralelepípedos utilizando el método FD para obtener la relajación de los espines, para luego obtener la solución de la ecuación LLG (Ecuación 3.39) utilizando el método de Euler de primer orden o un método multiorden de Runge-Kutta [60, 61], para obtener finalmente la dinámica de la magnetización.

El método FD es un método utilizado para obtener soluciones aproximadas a los problemas que involucren ecuaciones diferenciales, es un método ampliamente utilizado para este tipo de problemas. La idea básica es aproximar las derivadas parciales de una función  $u(\vec{r}, t)$  por cocientes en diferencias finitas  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  y  $\Delta t$ , de modo que:

$$u(x + \Delta x, y, z, t) = u(x, y, z, t) + \Delta x \frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \dots \quad (5.1)$$

El proceso de discretización se refiere a la sustitución de derivadas parciales por cocientes FD y el error de discretización es el error asociado. Una ecuación diferencial parcial se puede sustituir por un sistema de ecuaciones algebraicas, reemplazando las derivadas parciales en la ecuación diferencial por sus aproximaciones FD. Mediante un proceso iterativo se puede resolver numéricamente el sistema de ecuaciones algebraicas para obtener una solución aproximada. La mayoría de las simulaciones micromagnéticas resueltas numéricamente dependen del método FD.

Para resolver la ecuación LLG, Ecuación 3.39, de forma numérica, la ecuación 3.34,

la cual define el campo efectivo, se debe convertir primeramente en una forma que se pueda traducir en un algoritmo para que la computadora pueda resolverlo. El problema de encontrar una solución continua se tiene que reducir a un problema con una dimensionalidad finita. Con el método FD, se reemplaza el dominio de solución continua a un conjunto discreto de puntos de red. Por cada punto de red tenemos operadores diferenciales por operador FD, y las condiciones de frontera del dominio se reemplazan por sus contrapartes discretas. Y además deben discretizarse el redes regulares el tiempo y espacio. Para discretizar el espacio se opta por un paralelepípedo regular, ya que permite una implementación sencilla. El tiempo se integra en una red regular.

cada celda discretizada tiene un momento magnético  $\Delta x \Delta y \Delta z$  y  $\vec{M}_i$ , el cual es el producto del volumen  $\Delta x \Delta y \Delta z$  y la magnetización de saturación del material. Para obtener la evolución temporal de la magnetización, se debe integrar la ecuación 3.39 para cada celda. El campo local se calcula después de cada paso de tiempo por celda.

## 5.2. Parámetros

En nuestro estudio utilizamos discos de cobalto de 128 nm de diámetro y 2 nm de espesor. Como condición inicial para el estudio de la textura magnética, se colocó un skyrmions magnético tipo Bloch tanto en el centro del disco de cobalto como a una distancia de 32 nm de su centro. Las variables físicas a modificar fueron la constante de anisotropía,  $K_u$ , y la constante de Dzyaloshinskii-Moriya,  $D_{ex}$ . El objetivo era estudiar y entender los efectos de  $K_u$  y  $D_{ex}$  sobre la textura magnética y formación de skyrmions, para ambas condiciones iniciales.

### 5.2.1. Magnetización Inicial en el centro del disco

Para el primer caso de nuestro trabajo tenemos una magnetización inicial tipo bloch en el centro del disco, tal como se muestra en la figura 5.1, en donde se observa el arreglo de momentos magnéticos de un skyrmion tipo Bloch. En el borde del disco empieza

con los momentos magnéticos apuntando hacia abajo, y conforme nos vamos acercando al centro del disco, los momentos magnéticos cambian de dirección y empiezan a girar en sentido antihorario para finalmente apuntar hacia arriba.

El disco tiene un diámetro de 128 nm y 2 nm de espesor, con un tamaño de celda de  $1 \times 1 \times 2 \text{ nm}^3$ . Para el cobalto tenemos que la magnetización de saturación  $M_{\text{sat}}$ , es igual a  $1,40 \times 10^6 \text{ A/m}$  y la energía de intercambio,  $A$ , igual a  $3,0 \times 10^{-13} \text{ J/m}$ .

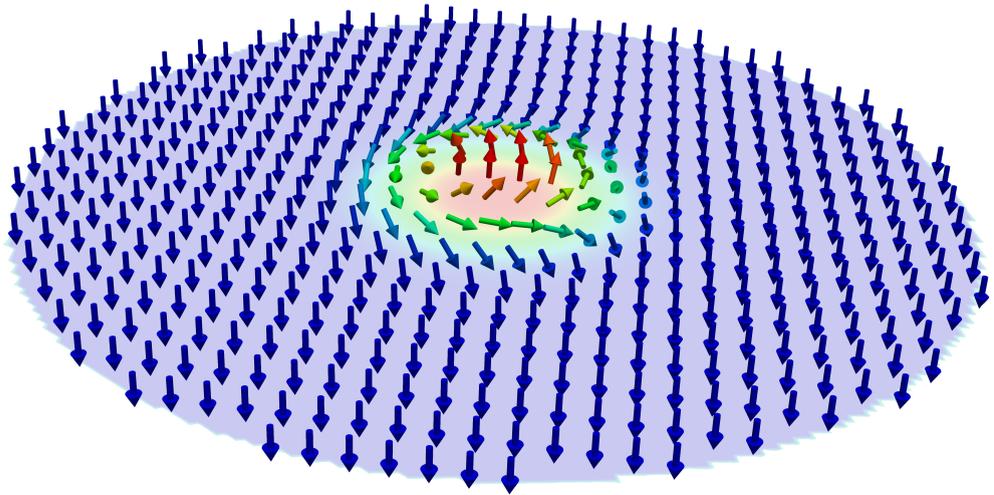


Figura 5.1: Magnetización inicial tipo Bloch ubicado en el centro del disco de cobalto, este es una representación gráfica del primer sistema que se encuentra en estudio.

Para que el sistema se acerque a su estado de mínima energía, debemos definir una constante de amortiguación,  $\alpha$ , el cual es igual a 0.5 para una relajación rápida. El rango de la constante de anisotropía,  $K_u$  con la cual trabajamos va desde los 1100 a 1400  $\text{kJ/m}^3$  con pasos de 5  $\text{kJ/m}^3$ , y el rango de la constante de Dzyaloshinskii-Moriya,  $D_{\text{ex}}$ , va desde 0 a 7  $\text{mJ/m}^2$  con pasos de 0.2  $\text{mJ/m}^2$ . Las simulaciones se han realizado con una temperatura de 0 K.

### 5.2.2. Magnetización Inicial nucleado a 32 nm del centro del disco

Para el segundo caso de nuestro estudio un skyrmion tipo bloch fue nucleado a 32 nm del centro del disco de cobalto tal como se observa en la figura 5.2, en donde el arreglo de momentos magnéticos es representativo de skyrmions tipo Bloch. Podemos observar que en el borde del disco los momentos magnéticos del cobalto apuntan hacia abajo, pero en el centro del skyrmion los momentos magnéticos apuntan hacia arriba. El disco tiene las mismas características físicas que en el primer caso, además para que el sistema se acerque a su estado de mínima energía, elegimos una constante de amortiguación,  $\alpha$ , de 0.5 para una relajación rápida. El rango de la constante de anisotropía,  $K_u$  con la cual trabajamos va desde los 1100 a 1400 kJ/m<sup>3</sup> con pasos de 5 kJ/m<sup>3</sup>, y el rango de la constante de Dzyaloshinskii-Moriya,  $D_{ex}$ , va desde 0 a 7 mJ/m<sup>2</sup> con pasos de 0.2 mJ/m<sup>2</sup>. Las simulaciones se han realizado con una temperatura de 0 K.

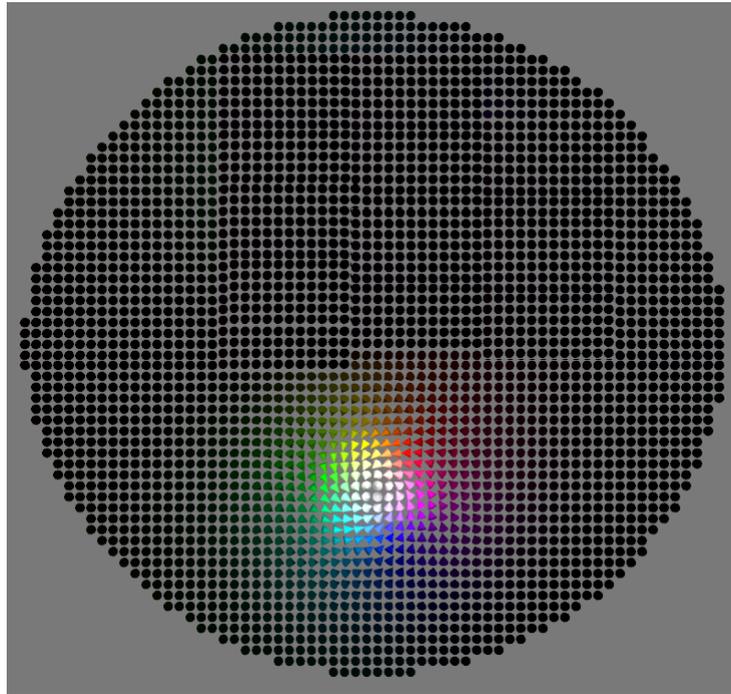


Figura 5.2: Magnetización inicial tipo Bloch nucleado a 32 nm del centro del disco de cobalto, este es una representación gráfica del segundo sistema que se encuentra en estudio.

# Capítulo 6

## Resultados y Discusión

Como se mencionó en el apartado anterior, los patrones magnéticos han sido estudiados mediante simulaciones micromagnéticas bajo dos condiciones iniciales distintas: El primer caso es cuando un skyrmion tipo bloch ha sido colocado en el centro del disco, y en un segundo caso, cuando un skyrmion tipo bloch ha sido colocado a 32 nm descentrado del disco de cobalto. En ambos casos los valores para las constantes de anisotropía,  $K_u$ , y de interacción Dzyaloshinskii-Moriya, DMI, tienen los mismos rangos de estudio.

Después de un estudio bibliográfico de los distintos resultados que han obtenido investigadores de diferentes grupos en simulaciones micromagnéticas, se pudo elaborar la tabla 6.1, en donde se observa de una forma muy resumida la forma como se pueden presentar la textura de la magnetización (patrones magnéticos) en materiales magnéticos nanoestructurados. Podemos apreciar la existencia de los skyrmions tipo Bloch o Neel, los no-skyrmions, los skyrmions incompletos (incomplete s, los skyrmions con efecto de borde (edge effect skyrmion), los skyrmionium, los denominados estados blanco (target state), los skyrmion tipo aglomerados (skyrmion clusters) y los estados cicloide (cicloid state).

En donde se observa que los patrones magnéticos denominados no skyrmions es cuando no se observa ningún skyrmion en su estructura magnéticas y tampoco se visualiza algún efecto de borde, en este tipo de patrones magnéticos el número de skyrmion

Tipos de textura magnética para la magnetización	Skyrmion	Efecto de borde	Magnetización		$S_k$
			En el Centro	En el Borde	
No Skyrmion	No	No	Ninguno	Ninguno	0
Skyrmion	Si	No	Bloch/Neel	Ninguno	$0,96 \leq S_k \leq 1$
Incomplete Skyrmion	No	No	Múltiple	Ninguno	$< 0,96$
Edge Effect Skyrmion	Si	Si	Bloch/Neel	Múltiple	Múlt. Val.
Skyrmionium	Si	Si	Bloch/Neel	Anillo	$\approx 0$
Target state	Si	Si	Bloch/Neel	Anillo	$\approx 1$
Helical state	No	No	Surcos	Ninguno	$< 1$
Skyrmion Clusters	Si	No	Bloch/Neel	No	$> 1$
Cicloid state	No	Si	Múltiple	Múltiple	Múlt. Val.

Tabla 6.1: Tipos de patrones magnéticos que se presentan en materiales ferromagnéticos nanoestructurados en donde se observa una serie de texturas de la magnetización como la presencia o no de skyrmions, si existen efectos de borde y y su número de Skyrmion  $S_k$ .

es igual a cero. En los skyrmions, ya sea tipo bloch o neel no se observa ningún efecto de borde y su número de skyrmion, según los resultados obtenidos en las simulaciones se observa que este valor se acerca mucho a 1. En los incomplete skyrmions es casi similar a los no skyrmions, excepto que en su estructura magnética se observa una figura algo similar a los skyrmions, pero al observar su número de skyrmion este es menor a 0.96. En los edge effect skyrmions existen skyrmions en su estructura magnética, pero además tiene un efecto de borde lo cual contrarresta enormemente el valor del número de skyrmion, haciendo este un valor variable distinto de 1. En los skyrmionium tiene una forma muy peculiar, al presentarse con un skyrmion en el centro del material y además se presenta a su alrededor de este un anillo el cual contrarresta el valor del número de skyrmion, llevándolo a un valor muy cercano a cero. En los target state se presenta en su configuración magnética un skyrmion en el centro del material y además dos anillos a su alrededor de este, lo cual conlleva a un valor aproximadamente cercano a 1 de su número de skyrmion. En los helical state se muestran como surcos los cuales al calcular su número de skyrmion en este tipo de configuración se obtiene un valor menor de 1. En los skyrmion clusters se muestran varios skyrmions a la vez sin ningún efecto de borde lo cual conlleva a un valor mayor de 1 del número de skyrmion. En los cicloid state solo se observan efectos de borde de multiples formas lo cual conlleva a

obtener un número de skyrmion muy variable. A continuación veremos de forma más detallada nuestros resultados obtenidos en este trabajo de investigación para los dos distintos casos.

## 6.1. Disco de cobalto con un Skyrmion centrado

En este caso la magnetización inicial fue un skyrmion tipo bloch en el centro del disco para cada valor de las constantes de anisotropía,  $K_u$ , y de interacción Dzyaloshinskii-Moriya,  $D_{ex}$  en donde se relaja y el sistema busca minimizar la energía. Al final de cada simulación se obtuvo como resultado el número de skyrmion y sus distintas energías para cada punto.

Con los datos recopilados del número de skyrmion de cada simulación, y teniendo en cuenta la tabla 6.1 se construyó un diagrama de fases tal como se muestra en la figura 6.1.

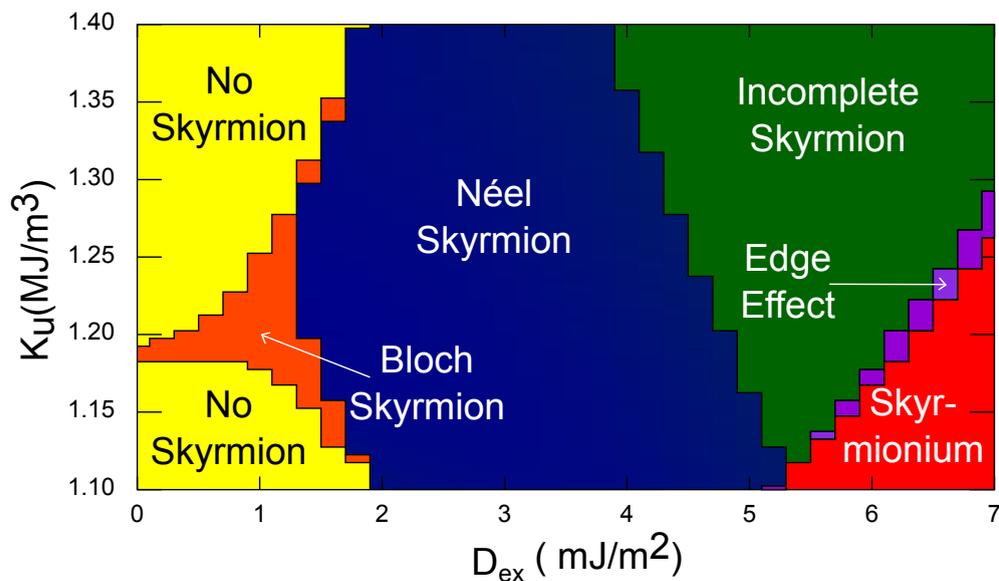


Figura 6.1: Diagrama de fase para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch en el centro del disco.

En donde se observa que para un disco de cobalto de 128 nm, con una magnetiza-

ción inicial tipo bloch se observan cinco distintos patrones magnéticos, la zona amarilla es la zona de no skyrmions, la zona de skyrmions tipo bloch, zona naranja y skyrmions tipo neel, representada de color azul, la zona verde la cual pertenece a los incomplete skyrmions, a la zona morada a la cual las reconocemos como edge effect y la zona roja en donde se observan patrones magnéticos tipo skyrmionium, tal como se muestra en la figura 6.2.

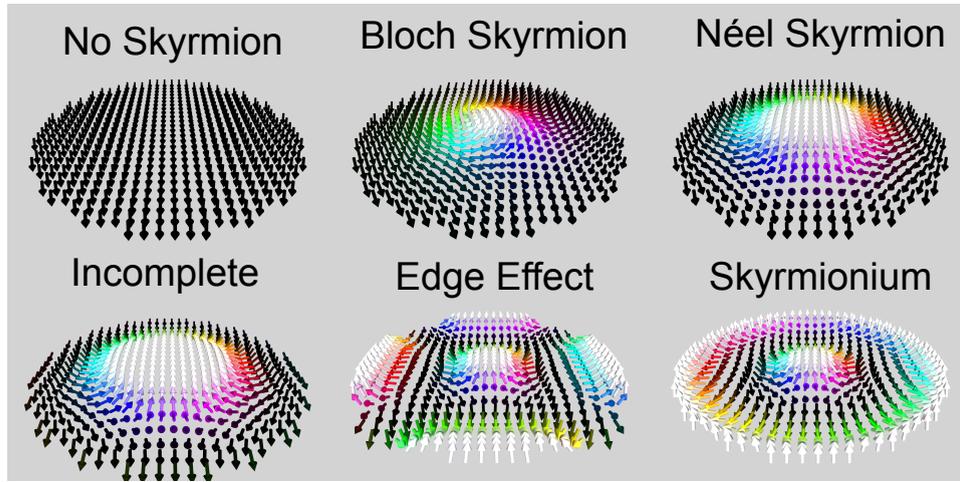


Figura 6.2: Patrones magnéticos tipo no skyrmion, incomplete, bloch skyrmion, neel skyrmion, edge effect y skyrmionium. De los cuales, los cuatro últimos mencionados presentan skyrmions en su interior, pero el tipo edge effect y skyrmionium poseen un número de skyrmion  $S_k$  es distinto de 1.

Del diagrama de fases tomamos los datos más representativos para visualizar en esos puntos el comportamiento de las energías de desmagnetización, de intercambio y de anisotropía, las cuales sumando todas estas energías se obtiene la energía total del sistema.

En la figura 6.3 se observa la curva que forma la energía de desmagnetización al variar el valor de la constante DMI,  $D_{ex}$ , en el rango de 0 a 7 mJ/m<sup>2</sup>, en el disco de 128 nm de diámetro con una magnetización inicial tipo bloch centrado. En la cual se observa que para el valor de la constante de anisotropía,  $K_u = 1,20$  MJ/m<sup>3</sup> comienza con un valor elevado de la energía de desmagnetización para el área de no skyrmion, pero la energía de desmagnetización desciende radicalmente su valor, cuando cambia a un patrón magnético tipo bloch skyrmion. Pero a medida que aumentamos la constante

DMI esta energía tiende a subir hasta que nuevamente cambia la configuración del patrón magnético, para convertirse a un skyrmion tipo Neel. A medida que seguimos aumentando la constante DMI esta energía sigue descendiendo para un punto donde nuevamente va en aumento, hasta que la constante de DMI llega a un valor igual a 6 en donde nuevamente desciende la energía y esto se debe a que se ha formado otra configuración magnética tipo edge effect y skyrmionium.

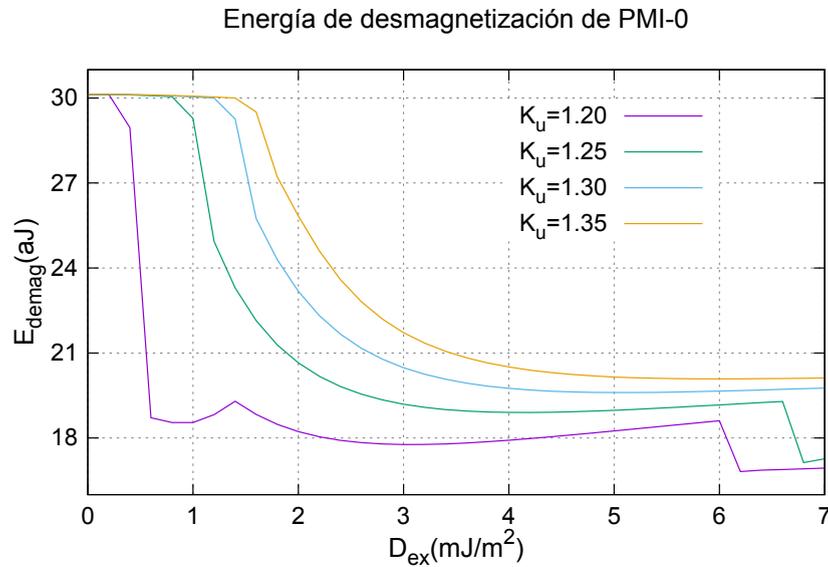


Figura 6.3: Curva de la energía de desmagnetización con respecto a la constante DMI, para valores fijos de la constante de anisotropía  $K_u=(1.20, 1.25, 1.30, 1.35)$  MJ/m<sup>3</sup> para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch en el centro del disco.

Al observar la figura 6.4 se observan dos regiones de la curva que coinciden con los cambios que ocurren en el patrón magnético, estos son cuando cambia de no skyrmion a un tipo de skyrmion, pero los demás cambios en el patrón magnético que se suscitan después ya no se logran visualizar, tal como se muestran en la curva de energías de la desmagnetización. En esta figura se aprecia también que esta energía desciende a medida que la constante DMI aumenta. Lo peculiar de estas curvas es que descienden rápido y además son casi idénticas a pesar del cambio en la constante de anisotropía que existe entre una y otra.

En la figura 6.5 se muestra la curva de la energía de anisotropía que se registra

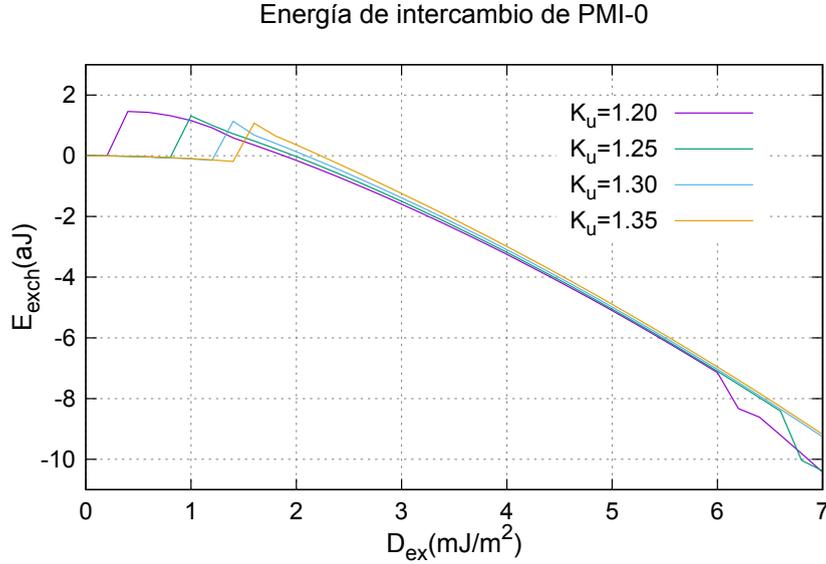


Figura 6.4: Curva de la energía del intercambio con respecto a la constante DMI, para valores fijos de la constante de anisotropía  $K_u=(1.20, 1.25, 1.30, 1.35)$  MJ/m<sup>3</sup> para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch en el centro del disco.

en el disco de cobalto de 128 nm de diámetro a medida que se varía la constante de anisotropía y la constante DMI, con una magnetización inicial tipo bloch en el centro del disco, en la cual se notan áreas de la curva que coinciden con el cambio de patrón magnético que se muestra en el diagrama de fases mostrado en la figura 6.1, para una constante de anisotropía igual a 1.20 se observa que comienza con una alta energía, y conforme va en aumento la constante DMI, la energía de anisotropía tiende a disminuir y tener cambios bruscos conforme cambia el tipo de patrón magnético. Caso que no ocurre cuando la constante de anisotropía es de 1.25 en adelante. También se observa que la curva de 1.25 en adelante tiende a ser la misma, y solo se ha corrido a la derecha.

## 6.2. Disco de cobalto con un Skyrmion descentrado

En este caso la magnetización inicial fue un skyrmion tipo bloch descentrado del disco para cada valor de las constantes de anisotropía,  $K_u$ , y de interacción Dzyaloshinskii-Moriya,  $D_{ex}$  en donde se relaja y el sistema busca minimizar la energía. Al final de cada simulación se obtuvo como resultado el número de skyrmion y sus distintas energías

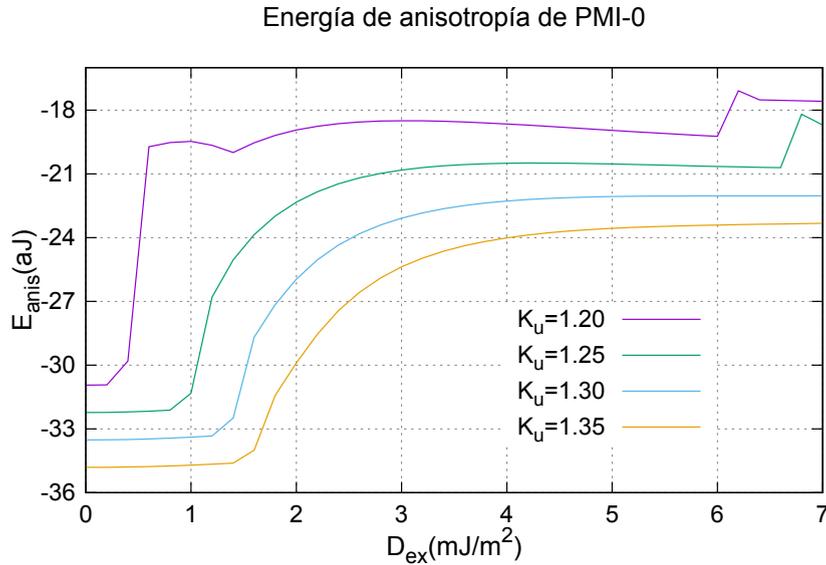


Figura 6.5: Curva de la energía de anisotropía con respecto a la constante DMI, para valores fijos de la constante de anisotropía  $K_u=(1.20, 1.25, 1.30, 1.35)$  MJ/m<sup>3</sup> para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch en el centro del disco.

para cada punto.

Con los datos recopilados del número de skyrmion de cada simulación, y teniendo en cuenta la tabla 6.1 se construyó un diagrama de fases tal como se muestra en la figura 6.6.

Se observan cuatro patrones magnéticos distintos. En donde se visualizan no skyrmions, skyrmions tipo bloch y tipo neel, skyrmions incomplete y los cicloid state. Además de ello se han recopilado las energías de desmagnetización, intercambio, anisotropía y total de todo el sistema.

La figura 6.1 muestra los escenarios para la textura de la magnetización para el nanodisco de cobalto simulado para diferentes valores de  $K_u$  y la constante DMI. Partiendo de un skyrmion tipo Bloch en el centro del disco de cobalto y para un valor fijo de  $K_u$ , las simulaciones micromagnéticas muestran la transición entre los diferentes tipos de textura de la magnetización, pasando de no-skyrmion (magnetización uniforme) a skyrmion incompleto y skyrmionoum. Para un valor de  $K_u$  de 1,2 MJ/m<sup>3</sup> y 0 DMI constante, por ejemplo, el skyrmion inicial de Bloch cambia rápidamente a un estado

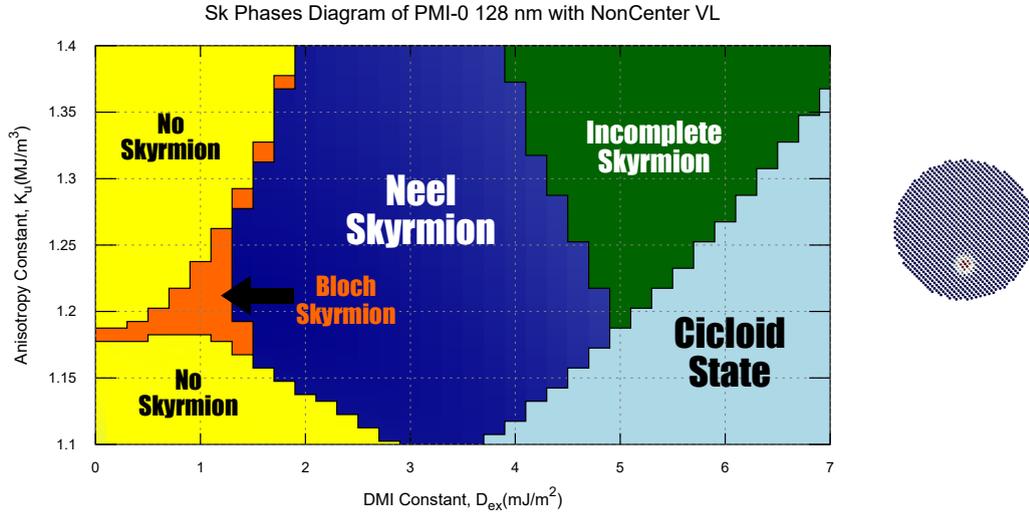


Figura 6.6: Diagrama de fase para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch descentrado del disco.

magnético uniforme (color amarillo). Al aumentar la constante DMI, se produce una nucleación de skyrmion tipo Bloch (color naranja) a aproximadamente  $0,3 \text{ mJ/m}^2$ . Este skyrmion de Bloch cambia a Néel Skyrmion (color azul) al valor DMI de  $1,4 \text{ mJ/m}^2$ . Al aumentar el DMI hasta  $4,7 \text{ mJ/m}^2$ , el Néel Skyrmion cambia a skyrmion incompleto, como lo indica el color verde en la figura 6.1. Para valores de DMI más altos, el skyrmion incompleto se modifica al estado de efecto de borde (color azul cielo) y skyrmionium (color rojo). La Figura 6.1 también muestra las instantáneas de la textura de la magnetización para los diferentes estados magnéticos obtenidos por simulaciones micromagnéticas. Para valores de  $K_u$  de  $1,30$  y  $1,35 \text{ MJ/m}^3$ , los estados magnéticos internos cambian de forma similar a la observada en la figura 6.1, pero sin la presencia del estado magnético skyrmionium. También se realizaron simulaciones micromagnéticas utilizando un skyrmion tipo Néel como estado magnético inicial. Los resultados para  $K_u = 1,2 \text{ MJ/m}^3$  (no mostrados aquí) indican la nucleación de Néel skyrmions a valores de DMI superiores a  $4,8 \text{ mJ/m}^2$ . No se pueden encontrar skyrmions de Bloch en estas condiciones.

Para comprender mejor la evolución de la textura de la magnetización para diferen-

Energía de desmagnetización de PMI-0 No Centrado

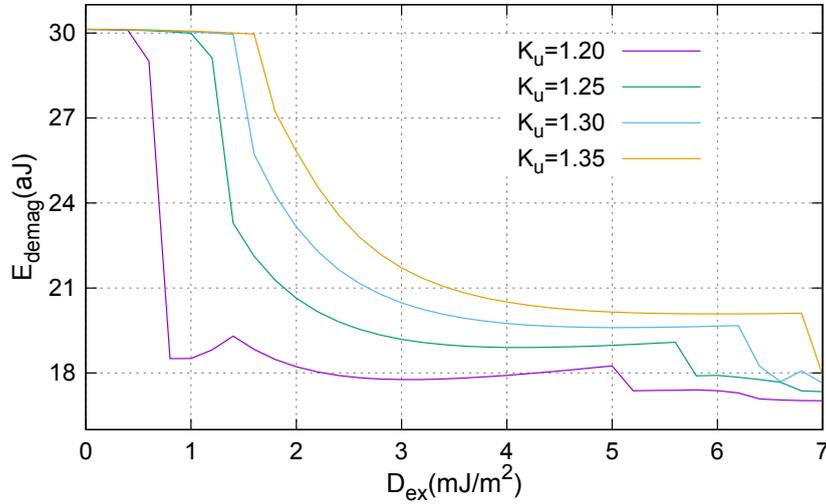


Figura 6.7: Curva de la energía de desmagnetización con respecto a la constante DMI, para valores fijos de la constante de anisotropía  $K_u=(1.20, 1.25, 1.30, 1.35)$  MJ/m<sup>3</sup> para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch descentrado del disco.

tes valores de la constante DMI, analizamos las contribuciones de energía magnética a la nucleación y estabilidad de los skyrmions magnéticos. La Figura Figura ?? muestra las energías de desmagnetización e intercambio en función de la constante DMI para valores de  $K_u$  de 1.20, 1.25, 1.30 y 1.35 MJ/m<sup>3</sup>. En la figura ??, la energía de intercambio incluye el término de energía Dzyaloshinskii- Moriya. De la figura (color violeta) muestra aproximadamente un número constante de 30 aJ para valores de DMI entre 0 y 0,3 mJ/m<sup>2</sup>. Lo mismo se observa también para el término de energía de intercambio (Figura ??-b). Para valores de  $K_u$  de 1,25, 1,30 y 1,35 MJ/m<sup>3</sup>, la energía de desmagnetización muestra también un valor constante de 30 aJ para una constante DMI entre 0 y 1,0 mJ/m<sup>2</sup>, 0 y 1,4 mJ/m<sup>2</sup> y 0 y 1,7 mJ/m<sup>2</sup>, respectivamente. Para  $K_u$  de 1200 MJ/m<sup>3</sup> y para valores de DMI entre 0 y 0.3 mJ/m<sup>2</sup>, la figura 6.1 indica una magnetización uniforme para el estado magnético interno (no-skyrmion). Al aumentar la constante DMI para el mismo  $K_u$  de 1200 MJ/m<sup>3</sup>, la energía de desmagnetización cae a 1.4 mJ/m<sup>2</sup>, mientras que la energía de intercambio muestra un pequeño salto en su valor, como se observa en la figura ??-b. La textura de la magnetización para  $K_u$  de 1200 MJ/m<sup>3</sup> en función de la constante DMI (figura 6.1), demuestra claramente que el

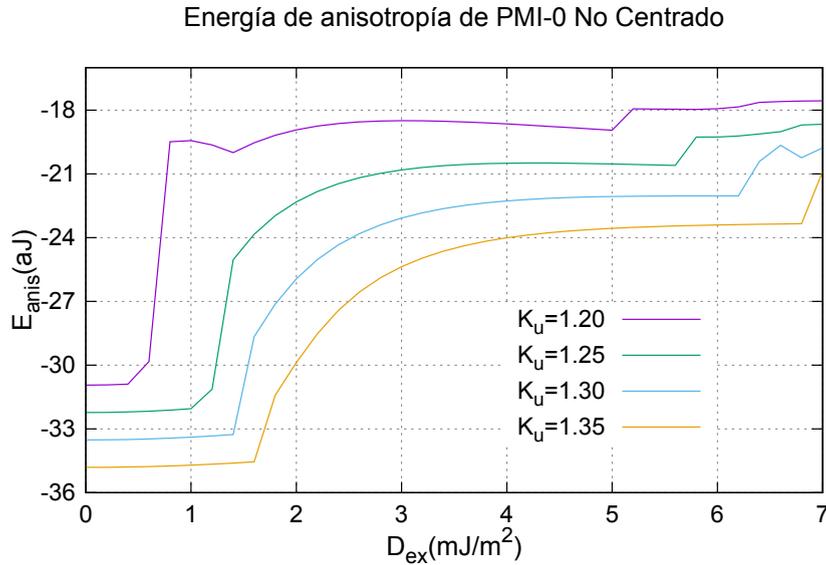


Figura 6.8: Curva de la energía de anisotropía con respecto a la constante DMI, para valores fijos de la constante de anisotropía  $K_u=(1.20, 1.25, 1.30, 1.35)$  MJ/m<sup>3</sup> para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch descentrado del disco.

skyrmion de Bloch se crea a 0,3 mJ/m<sup>2</sup> y se aniquila a 1,4 mJ/m<sup>2</sup>. El intervalo para la existencia del skyrmion tipo Bloch coincide muy bien con el comportamiento observado del término de energía desmagnetizante como se muestra en la figura ???. A valores más altos de la constante DMI, la energía desmagnetizante muestra un comportamiento suave hasta 6 mJ/m<sup>2</sup>, donde cae a valores más bajos. Este último valor de 6mJ/m<sup>2</sup> corresponde exactamente a la transición a skyrmionoum como se indica en la figura figura 6.1. Los mismos cambios de energía y su relación con los cambios observados en la textura de la magnetización también se observan para valores de  $K_u$  de 1,25, 1,30 y 1,35 MJ/m<sup>3</sup>. Esto lleva a concluir que los estados magnéticos internos, más precisamente el estado skyrmion, para diferentes valores de la constante  $K_u$ , siguen el término de energía desmagnetizante, que está influenciado por la constante DMI. Se puede acceder a una versión animada de la correlación entre la energía desmagnetizante y las configuraciones magnéticas internas para un valor  $K_u$  de 1200 MJ/m<sup>3</sup> en el video de soporte.

Experimentalmente es posible nuclear skyrmions magnéticos en diferentes sitios en sistemas magnéticos nanoestructurados. Esto es muy importante para el posiciona-

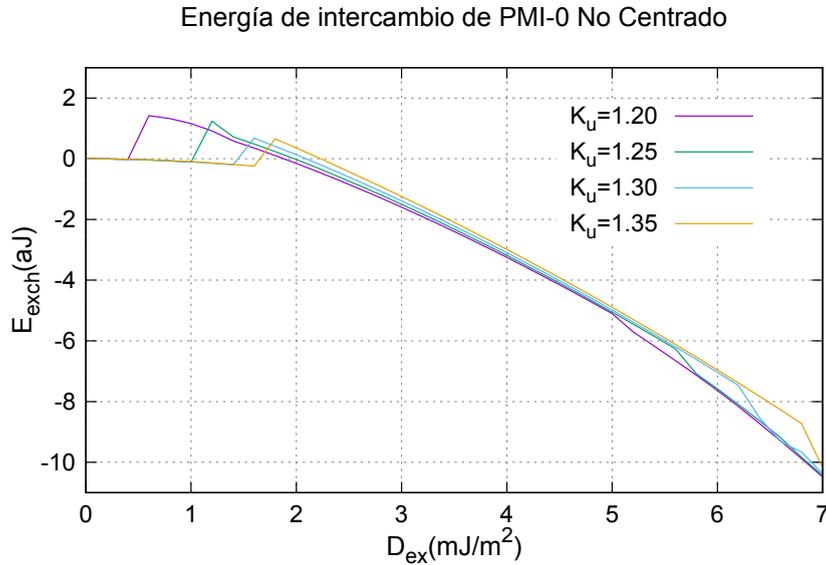


Figura 6.9: Curva de la energía de intercambio con respecto a la constante DMI, para valores fijos de la constante de anisotropía  $K_u=(1.20, 1.25, 1.30, 1.35)$   $\text{MJ}/\text{m}^3$  para un PMI-0 con un diámetro de 128 nm y una magnetización inicial tipo Bloch descentrado del disco.

miento preciso de skyrmions magnéticos en nanoestructuras magnéticas confinadas, independiente de la geometría de la nanoestructura. La pregunta de interés que surge es ¿Cómo se modifica el diagrama de la textura interna de la magnetización tal como se muestra en la figura 6.1, si el skyrmion es nucleado a una posición de 32 nm fuera del centro del disco magnético? Para tal fin se desarrollaron simulaciones micromagnéticas utilizando los mismos parámetros técnicos indicados anteriormente, pero con la diferencia que el skyrmion tipo Bloch fue nucleado a 32 nm del centro de la nanoestructura magnética. La Figura 6.11 muestra la resultante para el diagrama de la textura de la magnetización para diferentes valores de  $K_u$  y la constante DMI. Al comparar con el diagrama de la figura 6.1, se observan cambios no solo en los estados magnéticos internos generados, sino que en el rango de validez de algunas de ellos cuando son comparados con el primer caso. Por ejemplo, el estado tipo Néel y las áreas incompletas disminuyen mientras que los estados cicloides comienzan a aparecer en valores de DMI superiores a  $3.8 \text{ mJ}/\text{m}^2$ .

Los cambios de la energía de desmagnetización en función de la constante DMI,

para un valor de  $K_u$  de  $1,20\text{MJ/m}^3$ , se muestran en la figura 6.11, para skyrmions tipo Bloch nucleados a 0, 16, 32 y 48 nm del centro del nanodisco de cobalto. Este estudio verifica no solo la dependencia de los diagramas de la textura interna de la magnetización sino que además de la dependencia de la energía de desmagnetización con la ubicación del skyrmion nucleado. Para un valor de DMI inferior a  $5,4\text{ mJ/m}^2$  y para skyrmions nucleados a 0 y 16 nm con respecto a la ubicación del skyrmion nucleado, no se observan diferencias en la dependencia de la energía de desmagnetización en función de la constante de DMI. Para skyrmions nucleados a 32 y 48 nm del centro de la nanoestructura, la energía de desmagnetización muestra una dependencia más complicada demostrando la alteración tanto de los estados energéticos así como de la magnetización interna, modificando considerablemente el diagrama para la textura interna de la magnetización tal como se observa en la fig. 6.11 comparada con la fig. 6.10.

Además, una comparación entre la energía total de los skyrmions tipo Bloch nucleados en 0 (centro) y 32 nm desde el centro, indica que para los skyrmions nucleados en el centro del disco, la energía total es un poco más baja que la de los skyrmions colocados a 32 nm de distancia. -centrar. Por lo tanto, estos resultados demuestran claramente que los cambios en los estados magnéticos internos en el nanodisco de cobalto están influenciados por las diferentes energías en nanoestructuras magnéticas confinadas, y también, son funciones de la posición del skyrmion nucleado inicial.

# CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en la presente tesis permitió entender la influencia tanto de la anisotropía magnética así como de la interacción DMI sobre el ordenamiento de los momentos magnéticos dentro de los discos de cobalto. Si bien no podemos afirmar categóricamente el rol que cada termino energético ejerce sobre el proceso mismo del arreglo de los momentos magnéticos así como de su configuración final, nuestros resultados pueden ser resumidos en los siguientes puntos:

1.- Se ha analizado la textura de los términos de magnetización y energía de un nanodisco de cobalto utilizando simulaciones micromagnéticas para diferentes valores de las constantes de anisotropía perpendicular ( $K_u$ ) e interacción Dzyaloshinskii-Moriya (DMI).

2.- Con base en las simulaciones, los resultados indican diferentes tipos de texturas de la magnetización, incluidos los skyrmions tipo Bloch y Néel, skyrmions incompletos, skyrmionium y estados cicloides.

3.- La estabilidad y los cambios de los estados de skyrmion observados en nanoestructuras magnéticas confinadas son consecuencia de la interacción entre los términos de desmagnetización, intercambio y energía Dzyaloshinskii-Moriya, así como la posición del skyrmion inducido de tipo Bloch.

4.- Los resultados brindan más información para comprender las propiedades físicas en nanoestructuras magnéticas confinadas para futuros dispositivos basados en skyrmion.

5.- Este trabajo puede servir de base para un trabajo futuro donde se necesite comprender más a detalle acerca de las texturas magnéticas que se obtienen en un nanodisco de cobalto con un valor de constantes de anisotropía y constante de Dzyaloshinckii-Moriya.

# GLOSARIO

- $\alpha$  : Constante de amortiguación LLG.
- $\alpha_G$  : Constante de amortiguación de Gilbert.
- $\gamma$  : Razón giromagnética de LLG.
- $\gamma_e$  : Razón giromagnética del electrón.
- $\gamma_G$  : Razón giromagnética de Gilbert.
- A: Constante de rigidez de intercambio.
- B: Campo de inducción magnética.
- $B_{ext}$  : Flujo magnético externo.
- CCD: Dispositivo de carga acoplada.
- CIDWM: Movimiento de la pared de dominio inducido por la corriente.
- CIMS: Conmutación de magnetización inducida por corriente.
- D: Constante de intercambio de Dzyaloshinskii-Moriya.
- DMI: Interacción Dzyaloshinskii-Moriya.
- DOS: Densidad de estados.
- DW: Pared de dominio.
- $E_A$  : Energía de anisotropía.
- EBL: Litografía por haz de electrones.
- $E_{DMI}$  : Energía de intercambio de Dzyaloshinskii-Moriya.
- $E_{ex}$  : Energía de intercambio.
- $E_{ext}$  : Energía de campo externo.
- $E_{ms}$  : Energía magnetostática.
- $E_{total}$  : Energía magnética total.
- FD: Diferencias finitas.
- FE: Elementos finitos.
- FM: Ferromagneto.
- GPU: Unidad de procesamiento gráfico.
- $\vec{H}$ : Campo magnético.
- $\vec{H}_A$  : Campo de anisotropía.
- $\vec{H}_d$  : Campo desmagnetizante.

$H_{eff}^{\vec{}}$  : Campo magnético efectivo.

K: Constante de anisotropía.

LLG: Ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert.

$\vec{m}$  : Magnetización reducida.

$\vec{M}$  : Magnetización.

$M_S$  : Magnetización de saturación.

$N_d$  : factor desmagnetizante.

NW: Nanohilo.

MOKE: Efecto Kerr magneto-óptico.

OOMMF: Object-Oriented MicroMagnetic Framework.

$\vec{S}$  : Vector de espin.

$\hat{S}$  : Operador de espin.

STNO: Nanoscilador por transferencia de espín.

$S_K$  : Número topológico de skyrmion.

V: Volumen.

$\mu_0$  : Permeabilidad magnética en el vacío.

# Bibliografía

- [1] C. Pappas, E. Lelièvre-Berna, P. Falus, P. M. Bentley, E. Moskvin, S. Grigoriev, P. Fouquet y B. Farago. “Chiral Paramagnetic Skyrmion-like Phase in MnSi”. En: *Physical Review Letters* 102.19 (mayo de 2009), pág. 197202. DOI: 10.1103/physrevlett.102.197202.
- [2] A. Neubauer, C. Pfleiderer, B. Binz, A. Rosch, R. Ritz, P. G. Niklowitz y P. Böni. “Topological Hall Effect in MnSi”. En: *Physical Review Letters* 102.18 (mayo de 2009), pág. 186602. DOI: 10.1103/physrevlett.102.186602.
- [3] S. Mühlbauer, B. Binz, F. Jonietz, C. Pfleiderer, A. Rosch, A. Neubauer, R. Georgii y P. Böni. “Skyrmion Lattice in a Chiral Magnet”. En: *Science* 323.5916 (feb. de 2009), págs. 915-919. DOI: 10.1126/science.1166767.
- [4] Pin-Jui Hsu, André Kubetzka, Aurore Finco, Niklas Romming, Kirsten von Bergmann y Roland Wiesendanger. “Electric-field-driven switching of individual magnetic skyrmions”. En: *Nature Nanotechnology* 12.2 (nov. de 2016), págs. 123-126. ISSN: 1748-3395. DOI: 10.1038/nnano.2016.234.
- [5] Stuart S. P. Parkin, Masamitsu Hayashi y Luc Thomas. “Magnetic Domain-Wall Racetrack Memory”. En: *Science* 320.5873 (abr. de 2008), págs. 190-194. DOI: 10.1126/science.1145799.
- [6] Masamitsu Hayashi, Luc Thomas, Rai Moriya, Charles Rettner y Stuart S. P. Parkin. “Current-Controlled Magnetic Domain-Wall Nanowire Shift Register”. En: *Science* 320.5873 (abr. de 2008), págs. 209-211. DOI: 10.1126/science.1154587.

- [7] A.H. Bobeck, P.I. Bonyhard y J.E. Geusic. “Magnetic bubbles—An emerging new memory technology”. En: *Proceedings of the IEEE* 63.8 (1975), págs. 1176-1195. DOI: 10.1109/proc.1975.9912.
- [8] T H O’Dell. “Magnetic bubble domain devices”. En: *Reports on Progress in Physics* 49.5 (mayo de 1986), págs. 589-620. DOI: 10.1088/0034-4885/49/5/002.
- [9] Chuang Ma, Tianli Jin, Xiaoxi Liu y S. N. Piramanayagam. “Switching domain wall motion on and off using a gate voltage for domain wall transistor applications”. En: *Applied Physics Letters* 113.23 (dic. de 2018), pág. 232401. DOI: 10.1063/1.5053852.
- [10] Albert Fert, Nicolas Reyren y Vincent Cros. “Magnetic skyrmions: advances in physics and potential applications”. En: *Nature Reviews Materials* 2.7 (jun. de 2017), pág. 17031. ISSN: 2058-8437. DOI: 10.1038/natrevmats.2017.31. URL: <https://doi.org/10.1038/natrevmats.2017.31>.
- [11] Ik-Sun Hong y Kyung-Jin Lee. “Magnetic skyrmion field-effect transistors”. En: *Applied Physics Letters* 115.7 (ago. de 2019). ISSN: 1077-3118. DOI: 10.1063/1.5110752.
- [12] Xichao Zhang, Motohiko Ezawa y Yan Zhou. “Magnetic skyrmion logic gates: conversion, duplication and merging of skyrmions”. En: *Scientific Reports* 5.1 (mar. de 2015). DOI: 10.1038/srep09400.
- [13] K. Wagnervolumen. Kákay, K. Schultheiss, A. Henschke, T. Sebastian y H. Schultheiss. “Magnetic domain walls as reconfigurable spin-wave nanochannels”. En: *Nature Nanotechnology* 11.5 (feb. de 2016), págs. 432-436. DOI: 10.1038/nnano.2015.339.
- [14] Sanchar Sharma, Bhaskaran Muralidharan y Ashwin Tulapurkar. “Proposal for a Domain Wall Nano-Oscillator driven by Non-uniform Spin Currents”. En: *Scientific Reports* 5.1 (sep. de 2015). DOI: 10.1038/srep14647.
- [15] F Garcia-Sanchez, J Sampaio, N Reyren, V Cros y J-V Kim. “A skyrmion-based spin-torque nano-oscillator”. En: *New Journal of Physics* 18.7 (jul. de 2016), pág. 075011. DOI: 10.1088/1367-2630/18/7/075011.

- [16] Giovanni Finocchio, Massimiliano Di Ventra, Kerem Y. Camsari, Karin Everschor-Sitte, Pedram Khalili Amiri y Zhongming Zeng. “The promise of spintronics for unconventional computing”. En: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 521 (2021), pág. 167506. ISSN: 0304-8853. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2020.167506>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885320324732>.
- [17] K. Everschor-Sitte, J. Masell, R. M. Reeve y M. Kläui. “Perspective: Magnetic skyrmions—Overview of recent progress in an active research field”. En: *Journal of Applied Physics* 124.24 (dic. de 2018). ISSN: 1089-7550. DOI: 10.1063/1.5048972.
- [18] J. Grollier, D. Querlioz, K. Y. Camsari, K. Everschor-Sitte, S. Fukami y M. D. Stiles. “Neuromorphic spintronics”. En: *Nature Electronics* 3.7 (mar. de 2020), págs. 360-370. DOI: 10.1038/s41928-019-0360-9.
- [19] Sai Li, Wang Kang, Yangqi Huang, Xichao Zhang, Yan Zhou y Weisheng Zhao. “Magnetic skyrmion-based artificial neuron device”. En: *Nanotechnology* 28.31 (jul. de 2017), 31LT01. DOI: 10.1088/1361-6528/aa7af5.
- [20] M. Sharad, C. Augustine, G. Panagopoulos y K. Roy. “Spin-Based Neuron Model With Domain-Wall Magnets as Synapse”. En: *IEEE Transactions on Nanotechnology* 11.4 (jul. de 2012), págs. 843-853. DOI: 10.1109/tnano.2012.2202125.
- [21] Abhronil Sengupta, Yong Shim y Kaushik Roy. “Proposal for an All-Spin Artificial Neural Network: Emulating Neural and Synaptic Functionalities Through Domain Wall Motion in Ferromagnets”. En: *IEEE Transactions on Biomedical Circuits and Systems* 10.6 (dic. de 2016), págs. 1152-1160. DOI: 10.1109/tbcas.2016.2525823.
- [22] Kyung Mee Song, Jae-Seung Jeong, Biao Pan, Xichao Zhang, Jing Xia, Sunkyung Cha, Tae-Eon Park, Kwangsu Kim, Simone Finizio, Jörg Raabe, Joonyeon Chang, Yan Zhou, Weisheng Zhao, Wang Kang, Hyunsu Ju y Seonghoon Woo. “Skyrmion-based artificial synapses for neuromorphic computing”. En: *Nature*

- Electronics* 3.3 (mar. de 2020), págs. 148-155. DOI: 10.1038/s41928-020-0385-0.
- [23] Gouhei Tanaka, Toshiyuki Yamane, Jean Benoit Héroux, Ryosho Nakane, Naoki Kanazawa, Seiji Takeda, Hidetoshi Numata, Daiju Nakano y Akira Hirose. “Recent advances in physical reservoir computing: A review”. En: *Neural Networks* 115 (jul. de 2019), págs. 100-123. DOI: 10.1016/j.neunet.2019.03.005.
- [24] Diana Prychynenko, Matthias Sitte, Kai Litzius, Benjamin Krüger, George Bounianoff, Mathias Kläui, Jairo Sinova y Karin Everschor-Sitte. “Magnetic Skyrmion as a Nonlinear Resistive Element: A Potential Building Block for Reservoir Computing”. En: *Physical Review Applied* 9.1 (ene. de 2018), pág. 014034. DOI: 10.1103/physrevapplied.9.014034.
- [25] L. Appeltant, M.C. Soriano, G. Van der Sande, J. Danckaert, S. Massar, J. Dambre, B. Schrauwen, C.R. Mirasso e I. Fischer. “Information processing using a single dynamical node as complex system”. En: *Nature Communications* 2.1 (sep. de 2011). DOI: 10.1038/ncomms1476.
- [26] D. Pinna, F. Abreu Araujo, J.-V. Kim, V. Cros, D. Querlioz, P. Bessiere, J. Droulez y J. Grollier. “Skyrmion Gas Manipulation for Probabilistic Computing”. En: *Physical Review Applied* 9.6 (jun. de 2018), pág. 064018. DOI: 10.1103/physrevapplied.9.064018.
- [27] Kerem Y. Camsari, Brian M. Sutton y Supriyo Datta. “p-bits for probabilistic spin logic”. En: *Applied Physics Reviews* 6.1 (mar. de 2019), pág. 011305. DOI: 10.1063/1.5055860.
- [28] Jonas Nothhelfer. “Localized Majorana modes in superconductor-ferromagnet heterostructures-A path towards topological quantum computation”. Tesis doct. Germany: Master’s thesis, mar. de 2019. URL: [https://www.twist.uni-mainz.de/files/2019/07/2019-03-18\\_MasterThesis\\_submitted.pdf](https://www.twist.uni-mainz.de/files/2019/07/2019-03-18_MasterThesis_submitted.pdf).
- [29] Stefan Rex, Igor V. Gornyi y Alexander D. Mirlin. “Majorana bound states in magnetic skyrmions imposed onto a superconductor”. En: *Physical Review B* 100.6 (ago. de 2019), pág. 064504. DOI: 10.1103/physrevb.100.064504.

- [30] Guang Yang, Peter Stano, Jelena Klinovaja y Daniel Loss. “Majorana bound states in magnetic skyrmions”. En: *Physical Review B* 93.22 (jun. de 2016), pág. 224505. DOI: 10.1103/physrevb.93.224505.
- [31] Kjetil M. D. Hals, Michael Schechter y Mark S. Rudner. “Composite Topological Excitations in Ferromagnet-Superconductor Heterostructures”. En: *Physical Review Letters* 117.1 (jun. de 2016), pág. 017001. DOI: 10.1103/physrevlett.117.017001.
- [32] T.H.R. Skyrme. “The effective nuclear potential”. En: *Nuclear Physics* 9.4 (ene. de 1958), págs. 615-634. DOI: 10.1016/0029-5582(58)90345-6. URL: [https://doi.org/10.1016/0029-5582\(58\)90345-6](https://doi.org/10.1016/0029-5582(58)90345-6).
- [33] T.H.R. Skyrme. “The spin-orbit interaction in nuclei”. En: *Nuclear Physics* 9.4 (ene. de 1958), págs. 635-640. DOI: 10.1016/0029-5582(58)90346-8. URL: [https://doi.org/10.1016/0029-5582\(58\)90346-8](https://doi.org/10.1016/0029-5582(58)90346-8).
- [34] T.H.R. Skyrme. “A unified model of K-and  $\pi$ -mesons”. En: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 252.1269 (sep. de 1959), págs. 236-245. ISSN: 2053-9169. DOI: 10.1098/rspa.1959.0149. URL: <https://doi.org/10.1098/rspa.1959.0149>.
- [35] T.H.R. Skyrme. “A non-linear field theory”. En: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 260.1300 (feb. de 1961), págs. 127-138. ISSN: 2053-9169. DOI: 10.1098/rspa.1961.0018. URL: <https://doi.org/10.1098/rspa.1961.0018>.
- [36] T.H.R. Skyrme. “Particle states of a quantized meson field”. En: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 262.1309 (jul. de 1961), págs. 237-245. ISSN: 2053-9169. DOI: 10.1098/rspa.1961.0115. URL: <https://doi.org/10.1098/rspa.1961.0115>.
- [37] T.H.R. Skyrme. “A unified field theory of mesons and baryons”. En: *Nuclear Physics* 31 (mar. de 1962), págs. 556-569. DOI: 10.1016/0029-5582(62)90775-7. URL: [https://doi.org/10.1016/0029-5582\(62\)90775-7](https://doi.org/10.1016/0029-5582(62)90775-7).

- [38] L. Landau y E. Lifshitz. “On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies”. En: *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion* 153.8 (jun. de 1935), págs. 153-169. URL: <http://verga.cpt.univ-mrs.fr/pdfs/Landau-1935fk.pdf>.
- [39] T.L. Gilbert. “Classics in Magnetism A Phenomenological Theory of Damping in Ferromagnetic Materials”. En: *IEEE Transactions on Magnetism* 40.6 (nov. de 2004), págs. 3443-3449. DOI: 10.1109/tmag.2004.836740.
- [40] Tôru Moriya. “New Mechanism of Anisotropic Superexchange Interaction”. En: *Physical Review Letters* 4.5 (mar. de 1960), págs. 228-230. DOI: 10.1103/PhysRevLett.4.228. URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.4.228>.
- [41] Albert Fert, Vincent Cros y João Sampaio. “Skyrmions on the track”. En: *Nature Nanotechnology* 8.3 (mar. de 2013), págs. 152-156. DOI: 10.1038/nnano.2013.29. URL: <https://doi.org/10.1038/nnano.2013.29>.
- [42] Naoto Nagaosa y Yoshinori Tokura. “Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions”. En: *Nature Nanotechnology* 8.12 (dic. de 2013), págs. 899-911. DOI: 10.1038/nnano.2013.243. URL: <https://doi.org/10.1038/nnano.2013.243>.
- [43] Roland Wiesendanger. “Nanoscale magnetic skyrmions in metallic films and multilayers: a new twist for spintronics”. En: *Nature Reviews Materials* 1.7 (jun. de 2016). ISSN: 2058-8437. DOI: 10.1038/natrevmats.2016.44.
- [44] D. J. Dunlop. “Superparamagnetic and single-domain threshold sizes in magnetite”. En: *Journal of Geophysical Research* 78.11 (abr. de 1973), págs. 1780-1793. ISSN: 0148-0227. DOI: 10.1029/jb078i011p01780.
- [45] Alberto P. Guimarães. *Principles of Nanomagnetism*. Springer Berlin Heidelberg, 2009. ISBN: 9783642014826. DOI: 10.1007/978-3-642-01482-6.
- [46] Leandro Martín Socolovsky, Marcelo Knovel y José Marcelo Vargas. *Propiedades magnéticas de sistemas nanocristalinos: conceptos básicos*. Universidad de La Habana, 2003.

- [47] R. Tomasello, E. Martinez, R. Zivieri, L. Torres, M. Carpentieri y G. Finocchio. “A strategy for the design of skyrmion racetrack memories”. En: *Scientific Reports* 4.1 (oct. de 2014). ISSN: 2045-2322. DOI: 10.1038/srep06784.
- [48] J. Sampaio, V. Cros, S. Rohart, A. Thiaville y A. Fert. “Nucleation, stability and current-induced motion of isolated magnetic skyrmions in nanostructures”. En: *Nature Nanotechnology* 8.11 (oct. de 2013), págs. 839-844. DOI: 10.1038/nnano.2013.210. URL: <https://doi.org/10.1038/nnano.2013.210>.
- [49] F. S. Tejo. “Estabilidad y dinámica de skyrmions tipo Néel en sistemas multicapas con interacción de Dzyaloshinskii-Moriya”. Tesis de mtría. Chile: Universidad de Santiago de Chile, 2018. URL: [https://fisica.usach.cl/sites/fisica/files/felipe\\_sebastian\\_tejo\\_lazo\\_2018.pdf](https://fisica.usach.cl/sites/fisica/files/felipe_sebastian_tejo_lazo_2018.pdf).
- [50] D. Sykes J. B. & teer Haar. *Perspectives in Theoretical Physics*. Ed. por L. P. Pitaenski. Fist. Elsevier, ene. de 1992. ISBN: 978-0-08-036364-6. DOI: 10.1016/C2009-0-14730-X. URL: <https://doi.org/10.1016/C2009-0-14730-X>.
- [51] T. Gerhardt. “Micromagnetic Simulations of Ferromagnetic Domain Wall in Nanowires”. Tesis doct. University of Hamburg, ene. de 2015. URL: [https://www2.physnet.uni-hamburg.de/services/biblio/dissertation/dissfbPhysik/\\_\\_\\_Volltexte/Theo\\_\\_\\_Gerhardt/Theo\\_\\_\\_Gerhardt.pdf](https://www2.physnet.uni-hamburg.de/services/biblio/dissertation/dissfbPhysik/___Volltexte/Theo___Gerhardt/Theo___Gerhardt.pdf).
- [52] Alex Hubert y Rudolf Schäfer. *Magnetic Domains*. Springer Berlin Heidelberg, 2008. ISBN: 978-3-540-85054-0. DOI: 10.1007/978-3-540-85054-0. URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-540-85054-0>.
- [53] David Filipe Coelho de Almeida. “Spintronic micromagnetic simulations using parallel computations”. Tesis doct. 2013: Universidad de Salamanca, jun. de 2013. DOI: 10.14201/gredos.122956. URL: <http://hdl.handle.net/10366/122956>.
- [54] Amikam Aharoni et al. *Introduction to the Theory of Ferromagnetism*. Second. Vol. 109. Clarendon Press, 2000. ISBN: 978-0-19-850809-0.
- [55] J Ping Liu, Zhidong Zhang y Guoping Zhao. *Skyrmions: topological structures, properties, and applications*. Series in Materials Science and Engineering. CRC Press, dic. de 2016. ISBN: 9781498753883.

- [56] Nvidia. *How GPU Acceleration Works*. n.d. URL: <https://www.nvidia.com/es-la/drivers/what-is-gpu-computing/>.
- [57] Antonio Carrillo Ledesma, Karla Ivonne González Rosas y Omar Mendoza Bernal. “Introducción al Método de Diferencias Finitas y su Implementación Computacional”. En: *Bernal, Facultad de Ciencias, UNAM* (2015).
- [58] Sebastián Otero G, Alejandro Andalaft C y Evelyn Vásquez S. “EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS EN EVALUACIÓN DE OPCIONES REALES”. En: *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería* 16.1 (jun. de 2008). DOI: 10.4067/s0718-33052008000100013.
- [59] Richard P Boardman. “Computer simulation studies of magnetic nanostructures”. Tesis doct. University of Southampton, mayo de 2005. URL: <https://www.southampton.ac.uk/~rpb/thesis.pdf>.
- [60] N. Wansophark P. Dechaumphai. *Numerical Methods in Science and Engineering Theories with MATLAB, Mathematica, Fortran, C and Python Programs*. 1.<sup>a</sup> ed. Alpha Science International Ltd., 2022. ISBN: 978-1-78332-554-2.
- [61] John H Mathews, Kurtis D Fink et al. *Numerical methods using MATLAB*. Vol. 4. Pearson Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, dic. de 2004. ISBN: 0-13-065248-2. URL: <https://www.pearson.com/store/p/numerical-methods-using-matlab/P100001930401?tab=overview>.