

Universidad Nacional de Ingeniería

Facultad de Ingeniería Mecánica



TESIS

**Modelamiento polinómico de cuarto orden de área seccional para
relacionar el volumen de casco de barcos trimaranes sobre la
resistencia al avance**

Para obtener el título profesional de Ingeniero Naval.

Elaborado por

Jonathan Wilmer Marocho Mamani

 [0009-0008-4384-4525](https://orcid.org/0009-0008-4384-4525)

Asesor

DSc. Juan José Uchuya López

 [0000-0002-6810-1065](https://orcid.org/0000-0002-6810-1065)

LIMA – PERÚ

2024

Dedicatoria

Este trabajo se lo dedico a mi preciosa hija que me alienta a seguir progresando en mi vida personal y profesional. Además, a mis amigos y colegas del SIMA, quienes fueron parte importante en mi formación y experiencia laboral.

Jonathan Marocho

Agradecimientos

Agradezco en primer lugar a Dios, quien ha sido, es y será la guía y refugio en los momentos más difíciles de mi vida.

A mi madre, padre y hermanas que me brindan su amor y apoyo incondicional.

A mi hija que es la razón de mi vida.

También, a mi asesor, el Dr. Juan José Uchuya López, por sus enseñanzas, consejos y amistad.

Por último, quiero agradecer a mis amigos de la universidad y compañeros de trabajo de los cuales he aprendido y mejorado en el ámbito académico y profesional.

RESUMEN

Este trabajo de investigación desarrolla un modelo matemático polinómico de cuarto orden para mejorar el diseño del casco de trimaranes con esloras de 30, 25 y 20 metros. La necesidad de mejorar la eficiencia hidrodinámica y reducir la resistencia al avance en estos tipos de embarcaciones marítimas ha guiado el estudio. Mediante el uso de modelamiento polinómico, se han diseñado curvas de área seccional que reflejan la geometría del casco y su comportamiento hidrodinámico bajo diversas condiciones operativas. El estudio se estructuró en varias fases: selección de modelos base en 3D, aplicación de modelamiento polinómico, simulación computacional para ajuste de coeficientes, y evaluación de la resistencia al avance. Los resultados indican que las modificaciones en las configuraciones del casco pueden mejorar significativamente la eficiencia de las embarcaciones, especialmente en las de menor eslora. Las hipótesis propuestas fueron confirmadas, demostrando que el modelamiento polinómico de cuarto orden es efectivo para optimizar el diseño del casco. Este enfoque proporciona una base sólida para futuras investigaciones y mejoras en el diseño de trimaranes.

Palabras claves: Trimarán, Casco central, Casco lateral, Modelamiento matemático, Polinomio de cuarto orden, Curva de área de sección y Resistencia al avance.

ABSTRACT

This research work develops a fourth-order polynomial mathematical model to improve the hull design of trimarans with lengths of 30, 25 and 20 meters. The need to improve hydrodynamic efficiency and reduce drag in these types of maritime vessels has guided the study. Using polynomial modeling, sectional area curves have been designed that reflect the geometry of the hull and its hydrodynamic behavior under various operating conditions. The study was structured in several phases: selection of 3D base models, application of polynomial modeling, computer simulation for coefficient adjustment, and evaluation of the resistance to advance. The results indicate that modifications to hull configurations can significantly improve the efficiency of vessels, especially those of shorter length. The proposed hypotheses were confirmed, demonstrating that fourth-order polynomial modeling is effective in optimizing hull design. This approach provides a solid foundation for future research and improvements in trimaran design.

Keywords: Trimaran, Central hull, Side hull, Mathematical modeling, Fourth order polynomial, Section area curve and Drag resistance.

ÍNDICE

RESUMEN.....	iv
ABSTRACT	v
INTRODUCCIÓN.....	xiii
CAPÍTULO I Generalidades.....	1
1.1 Antecedentes investigativos	2
1.2 Realidad problemática	17
1.3 Formulación del problema	20
1.3.1 Problema principal	20
1.3.2 Problemas secundarios	20
1.4 Justificación e importancia.....	21
1.5 Objetivos	23
1.5.1 Objetivo general	23
1.5.2 Objetivos específicos.....	23
1.6 Hipótesis.....	24
1.6.1 Hipótesis general.....	24
1.6.2 Hipótesis específicas.....	24
1.7 Variables y Operacionalización.....	24
1.8 Metodología de la investigación.....	25
1.8.1 Unidad de análisis	25
1.8.2 Tipo, enfoque y nivel de investigación	25
1.8.3 Diseño de la investigación	26
1.8.4 Fuentes de información	26
1.8.5 Población y muestra	27
1.8.6 Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	27
1.8.7 Análisis y procesamiento de datos.....	28

CAPÍTULO II Marco teórico	29
2.1 Diseño de Trimaranes	30
2.1.1 Definición y características de los trimaranes	30
2.1.2 Rendimiento del diseño del casco	31
2.1.3 Ingeniería en trimaranes	32
2.1.4 Hidrodinámica del Trimarán	33
2.2 Modelos matemáticos polinomiales en el diseño de embarcaciones	36
2.2.1 Justificación de modelo polinomial de cuarto orden	37
2.3 Modelo matemático polinomial de cuarto orden	38
2.3.1 Relación entre las variables identificadas y el modelo matemático	39
2.3.2 Ventajas y limitaciones del modelo matemático	40
CAPÍTULO III Desarrollo del trabajo de investigación	42
3.1 Selección de modelo base de un Trimarán en 3D: eslora de 30, 25 y 20 metros ...	43
3.2 Modelamiento polinómico de 4to orden	46
3.3 Modelamiento computacional de coeficientes del polinomio de 4to orden	49
3.4 Generación de curva de área de sección polinómica de 4to orden	51
3.5 Evaluación de resistencia al avance para cada modelo de Trimarán	54
CAPÍTULO IV Resultados, contrastación de hipótesis y discusión de resultados	57
4.1 Resultados de aplicación de modelo polinómico de cuarto orden para esloras de 30, 25 y 20 metros	58
4.1.1 Modelo polinómico de Trimarán de 30 metros de eslora	58
4.1.2 Modelo polinómico de Trimarán de 25 metros de eslora	64
4.1.3 Modelo polinómico de Trimarán de 20 metros de eslora	70
4.2 Resultados de resistencia al avance	76
4.3 Contrastación de las hipótesis	80
4.4 Aporte del trabajo tesis	81
CONCLUSIONES	84
RECOMENDACIONES	86

REFERENCIAS	87
ANEXO A Matriz de consistencia.....	90
ANEXO B Código computacional del modelamiento polinómico de 4 ^{to} orden de Trimarán de 30 m de eslora y casco lateral 10/20/30% del casco total	92
Anexo C Código computacional del modelamiento polinómico de 4 ^{to} orden de Trimarán de 25 m de eslora de casco lateral 10/20/30% del casco total	94
Anexo D Código computacional del modelamiento polinómico de 4 ^{to} orden de Trimarán de 20 m de eslora de casco lateral 10/20/30% del casco total	98
Anexo E Datos de velocidad vs resistencia por formación de olas para esloras de 30, 25 y 20 metros.....	101

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Trimarán: modelo de diseño, localización de cascos laterales y clase.....	29
Figura 2	Vista transversal de modelo base de Trimarán de eslora de 30 metros – no polinómico	44
Figura 3	Vista isométrica de modelo base de Trimarán de eslora de 30 metros – no polinómico	45
Figura 4	Vista transversal de modelo base de Trimarán de eslora de 25 metros – no polinómico	45
Figura 5	Vista isométrica de modelo base de Trimarán de eslora de 25 metros – no polinómico	45
Figura 6	Vista transversal de modelo base de Trimarán de eslora de 20 metros – no polinómico	46
Figura 7	Vista isométrica de modelo base de Trimarán de eslora de 20 metros – no polinómico	46
Figura 8	Curva de área seccional de ejemplo de polinomio de cuarto orden.....	49
Figura 9	Ejemplo de implementación de código computacional en Matlab y plot de curvas de área de sección.....	50
Figura 10	Curva de área de sección polinómica de cuarto orden: cascos laterales en popa.....	52
Figura 11	Curva de área de sección polinómica de cuarto orden: cascos laterales hacia proa	52
Figura 12	Ejemplo de resultado de curva usando excel	55
Figura 13	Curva de área total polinomial del modelo base de Trimarán de eslora de 30 metros	60
Figura 14	Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 30% de volumen total para la eslora de 30 metros	60

Figura 15	Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 30% de volumen total para la eslora de 30 metros	61
Figura 16	Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 20% de volumen total para la eslora de 30 metros	61
Figura 17	Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 20% de volumen total para la eslora de 30 metros	62
Figura 18	Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 10% de volumen total para la eslora de 30 metros	62
Figura 19	Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 10% de volumen total para la eslora de 30 metros	63
Figura 20	Curva de área de sección polinómica de 4to orden para eslora de 30 metros y casco lateral al 10/20/30%.....	64
Figura 21	Curva de área total polinomial del modelo base de Trimarán de eslora de 25 metros	66
Figura 22	Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 30% de volumen total para la eslora de 25 metros	66
Figura 23	Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 30% de volumen total para la eslora de 25 metros	67
Figura 24	Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 20% de volumen total para la eslora de 25 metros	67
Figura 25	Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 20% de volumen total para la eslora de 25 metros	68
Figura 26	Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 10% de volumen total para la eslora de 25 metros	68
Figura 27	Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 10% de volumen total para la eslora de 25 metros	69
Figura 28	Curva de área de sección polinómica de 4to orden para eslora de 25 metros y casco lateral al 10/20/30%.....	70

Figura 29	Curva de área total polinomial del modelo base de Trimarán de eslora de 20 metros	72
Figura 30	Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 30% de volumen total para la eslora de 20 metros	72
Figura 31	Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 30% de volumen total para la eslora de 20 metros	73
Figura 32	Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 20% de volumen total para la eslora de 20 metros	73
Figura 33	Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 20% de volumen total para la eslora de 20 metros	74
Figura 34	Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 10% de volumen total para la eslora de 20 metros	74
Figura 35	Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 10% de volumen total para la eslora de 20 metros	75
Figura 36	Curva de área de sección polinómica de 4to orden para eslora de 20 metros y casco lateral al 10/20/30%.....	76
Figura 37	Comparativa de coeficiente por fricción de olas para eslora de 30 metros .	77
Figura 38	Comparativa de coeficiente por fricción de olas para eslora de 25 metros .	78
Figura 39	Comparativa de coeficiente por fricción de olas para eslora de 20 metros .	78

LISTA DE TABLAS

Tabla 1	Matriz de operacionalización de variables.....	24
Tabla 2	Datos del modelo base de Trimarán de eslora de 30 metros	58
Tabla 3	Área de sección polinómica de 4to orden del modelo base de Trimarán de eslora de 30 metros	58
Tabla 4	Resultados del modelo polinomial del volumen y eslora del casco central y casco lateral a 30/20/10% de Trimarán de 30 metros	63
Tabla 5	Datos del modelo base de Trimarán de eslora de 25 metros	64
Tabla 6	Área de sección polinómica de 4to orden del modelo base de Trimarán de eslora de 25 metros	65
Tabla 7	Resultados del modelo polinomial del volumen y eslora del casco central y casco lateral a 30/20/10% de Trimarán de 25 metros	69
Tabla 8	Datos del modelo base de Trimarán de eslora de 20 metros	70
Tabla 9	Área de sección polinómica de 4to orden del modelo base de Trimarán de eslora de 20 metros	71
Tabla 10	Resultados del modelo polinomial del volumen y eslora del casco central y casco lateral a 30/20/10% de Trimarán de 20 metros	75
Tabla A.1	Matriz de consistencia	91
Tabla E.1	Relación de velocidad vs C_w para eslora de 30, 25 y 20 metros	101

INTRODUCCIÓN

La investigación naval ha experimentado un crecimiento significativo en las últimas décadas, impulsado por la necesidad de desarrollar embarcaciones eficientes, seguras y sostenibles. En este contexto, el diseño del casco de barcos trimaranes, una clase de embarcación caracterizada por su estructura de tres cascos, ha emergido como un área de interés. Estas embarcaciones tienen aplicaciones en una variedad de campos, desde la navegación recreativa hasta el transporte de carga y la investigación científica en alta mar. Sin embargo, el diseño óptimo del casco es fundamental para maximizar el rendimiento hidrodinámico y minimizar la resistencia al avance.

El presente trabajo de investigación aborda este desafío mediante el desarrollo de un modelamiento matemático destinado a mejorar el diseño del casco de los Trimaranes. Con un enfoque específico en trimaranes de esloras de 30, 25 y 20 metros, se busca implementar un modelo polinomial de cuarto orden que permita una aproximación de la geometría del casco y su comportamiento hidrodinámico. Este enfoque se fundamenta en la premisa de que un modelamiento matemático proporciona información valiosa para optimizar el diseño del casco, mejorando así su eficiencia y rendimiento en el agua.

El Capítulo I, denominado "Generalidades", presenta los cimientos de la investigación, comenzando con un recuento de los antecedentes que subrayan la importancia y la evolución en el diseño de trimaranes. Se discute la problemática actual en el diseño de cascos, formulando claramente el problema principal y los problemas secundarios. La justificación del estudio destaca la relevancia de mejorar la eficiencia hidrodinámica de los trimaranes. Los objetivos del estudio se delinean claramente, incluyendo tanto el objetivo general como los específicos. Las hipótesis se plantean con la expectativa de confirmar la efectividad del modelamiento polinómico. La metodología

empleada para la investigación se describe detalladamente, abarcando desde la unidad de análisis hasta las técnicas y herramientas de recolección y análisis de datos.

El Capítulo II, denominado "Marco teórico", profundiza en el diseño de trimaranes, revisando definiciones, características fundamentales y el rendimiento del diseño del casco. Se explora la ingeniería específica de trimaranes y su hidrodinámica, estableciendo el marco teórico para la aplicación de modelos matemáticos polinomiales en el diseño naval. Se justifica la selección del modelo polinomial de cuarto orden y se examinan sus relaciones con las variables identificadas en el estudio. Además, se discuten las ventajas y limitaciones de estos modelos, proporcionando una base teórica para su implementación.

El Capítulo III, denominado "Desarrollo del trabajo de investigación", describe el desarrollo experimental y metodológico del estudio. Comienza con la selección de los modelos base de trimaranes en 3D para las esloras especificadas y sigue con el modelamiento polinómico de cuarto orden. Se detalla el proceso de modelamiento computacional de los coeficientes del polinomio y la generación de la curva de área de sección polinómica. Finaliza con la evaluación de la resistencia al avance para cada configuración de modelo de trimarán, proporcionando un análisis detallado de los efectos de las diferentes configuraciones del casco en la eficiencia hidrodinámica.

El Capítulo IV, denominado "Resultados, contrastación de hipótesis y discusión de resultados", se centra en la presentación y análisis de los resultados obtenidos del modelamiento polinómico aplicado a los trimaranes de diferentes esloras. Se detalla cómo cada modelo respondió en términos de resistencia al avance y se contrastan las hipótesis iniciales con los resultados obtenidos. El capítulo culmina con una discusión sobre el aporte significativo de este trabajo a la ingeniería naval, subrayando cómo el modelamiento matemático avanzado es aprovechado para optimizar el diseño de embarcaciones más eficientes y efectivas.

Finalmente, se presentan las conclusiones derivadas de la contrastación de hipótesis y las respectivas recomendaciones.

CAPÍTULO I

Generalidades

El diseño eficiente de cascos de Trimarán es una preocupación fundamental en la ingeniería naval, dada la creciente necesidad de embarcaciones que ofrezcan mejor rendimiento hidrodinámico y mayor estabilidad. Un Trimarán, caracterizado por un casco central y dos cascos laterales (o estabilizadores), ofrece ventajas significativas en términos de velocidad, estabilidad y capacidad de carga comparado con los diseños monohull y catamarán. Sin embargo, la optimización de su diseño sigue siendo un desafío complejo que requiere una comprensión profunda de la hidrodinámica y de las técnicas avanzadas de modelamiento matemático.

En este contexto, el presente trabajo se centra en el desarrollo de un modelamiento matemático utilizando polinomios de cuarto orden para mejorar el diseño de cascos de Trimarán, considerando tres casos de esloras: 30, 25 y 20 metros. La elección de estas esloras responde a la necesidad de investigar cómo diferentes dimensiones afectan el rendimiento y las características hidrodinámicas del Trimarán. El objetivo es proporcionar un modelo matemático robusto que permita optimizar el diseño del casco, reduciendo la resistencia al avance y mejorando la eficiencia global de la embarcación.

El estudio se estructura de manera que primero se plantea la realidad problemática, identificando los problemas generales y específicos que se abordan. Luego, se establecen los objetivos de la investigación, seguidos por un análisis de los antecedentes investigativos que contextualizan el trabajo en el marco de la literatura existente.

1.1 Antecedentes investigativos

El diseño de cascos de Trimarán se encuentra en el epicentro de la ingeniería naval moderna, siendo un desafío que ha capturado la atención y la creatividad de diseñadores e ingenieros a lo largo de los años. Estas embarcaciones, caracterizadas por su configuración de tres cascos paralelos, representan una combinación única de estabilidad, velocidad y eficiencia en comparación con sus contrapartes monohull. Sin embargo, el diseño de estos cascos no está exento de desafíos, especialmente en términos de representación matemática que capture las complejidades geométricas y de rendimiento.

La sección de antecedentes investigativos es esencial para contextualizar y comprender el camino evolutivo que ha seguido el diseño de cascos de Trimarán hasta llegar al punto actual, donde se propone el desarrollo de un modelo matemático polinomial de cuarto orden. Este modelo, que se presenta como una respuesta innovadora a las limitaciones existentes, busca superar las barreras inherentes a los métodos convencionales y avanzar hacia un enfoque más detallado y preciso en el diseño de estos cascos.

Para Kang et al. (2024), la optimización del diseño estructural de buques comúnmente se realiza de manera determinista, sin considerar factores de incertidumbre. Sin embargo, el Diseño de Optimización Basado en Confiabilidad (RBDO) aborda esta deficiencia. Este método es complejo y requiere gran cantidad de cómputo. En su estudio, propone un modelo de agente de alta precisión para el estado límite de la estructura del casco del buque, utilizando tecnología de modelos de agentes, incluyendo redes neuronales BP, redes neuronales de función radial y Máquinas de Vectores de Soporte con algoritmo de sobre-muestreo SMOTE. Se desarrolla un programa de cómputo de confiabilidad utilizando el Método de Simulación de Monte Carlo y se aplica a un buque fluvial-marítimo como objeto de estudio. Se establecen condiciones límite considerando reglas, resultados de cálculos estructurales y requisitos de confiabilidad a lo largo de todas las etapas de vida del buque. El sistema RBDO se construye mediante el algoritmo de

recocido simulado para investigar la estructura ligera. Este sistema mejora la eficiencia y precisión del RBDO para la optimización del diseño estructural del buque. El autor explica que la optimización del diseño estructural de buques ha evolucionado de métodos deterministas tradicionales a métodos probabilísticos basados en confiabilidad. El RBDO, centrado en el análisis y teoría de la optimización de confiabilidad, se ha convertido en un tema de investigación destacado. Sin embargo, la complejidad del RBDO, especialmente para estructuras grandes, plantea desafíos, como el aumento dramático en el número de cálculos de elementos finitos debido al anidamiento de bucles de cálculo de confiabilidad e iteración de optimización. Existen tres métodos principales de RBDO: doble bucle, bucle único y desacoplamiento. El método de doble bucle resuelve directamente el problema de acoplamiento no lineal de los dos algoritmos iterativos, resultando en baja eficiencia. Los métodos de bucle único y desacoplamiento buscan mejorar la eficiencia del método de doble bucle, pero suelen reducir la precisión al establecer relaciones aproximadas. La tecnología de modelos de agentes se presenta como una alternativa eficiente, utilizando métodos como el Método de Superficie de Respuesta (RSM) y Redes Neuronales Artificiales (ANN) como BP y RBF. Estos métodos han demostrado su eficacia en la mejora de la eficiencia de cálculos de confiabilidad. La aplicación de algoritmos de sobre-muestreo, como SMOTE, en la construcción de modelos de agentes contribuye a mejorar la precisión. A pesar de la alta no linealidad de la estructura del casco, la tecnología de modelos de agentes ofrece perspectivas amplias debido a su alta precisión y bajo error de aproximación. En particular, se propone aplicar esta tecnología al RBDO de buques fluvio-marítimos para encontrar un equilibrio óptimo entre seguridad estructural y economía. Aunque se enfrenta a desafíos como la carga computacional, la dificultad para garantizar precisión y eficiencia es esencial continuar la investigación sobre el RBDO de la estructura del casco. En este contexto, el autor presenta un nuevo método de construcción de modelos de agentes basado en el algoritmo SMOTE, logrando resultados de alta precisión con menos cálculos. Desarrolla un programa de cálculo de confiabilidad utilizando el Método de Simulación de Monte Carlo y se aplica un sistema RBDO mediante el algoritmo

de recocido simulado a un buque fluvio-marítimo. Los resultados se discuten comparándolos con la optimización determinista, demostrando una mejora en la eficiencia y el equilibrio óptimo entre seguridad y economía al considerar factores de incertidumbre.

Yao et al. (2023) aborda la problemática de investigar el movimiento y la resistencia adicional de un Trimarán en avance a través de olas. Los trimaranes, embarcaciones de alto rendimiento con un casco principal y dos laterales más pequeños, son ampliamente utilizados, pero su desempeño en términos de seakeeping y resistencia adicional es importante en diseño y operación. El objetivo principal es desarrollar un método tridimensional de panel para evaluar de manera precisa los movimientos y la resistencia adicional del Trimarán. Se busca comparar cuatro métodos para evaluar la resistencia adicional y analizar el impacto del diseño de los laterales en los movimientos y la resistencia. El método de panel que propone el autor se basa en la teoría del potencial y en una función híbrida Green, dividiendo el dominio en dos subdominios. Para el método híbrido, se emplea el Método de Elementos de Contorno de Expansión de Taylor de Primer Orden (TEBEM) y el método de función verde de fuente de panel translacional-pulsante en los dos subdominios respectivamente. Se validan los métodos numéricos mediante comparación con datos medidos de cascos de barcos Wigley. Luego, se aplican al Trimarán y se comparan los resultados con experimentos. Los resultados muestran una buena concordancia entre los métodos numéricos y los datos experimentales para diversos casos de simulación. Se analiza el factor de interferencia para diferentes velocidades hacia adelante y se discute la influencia de la disposición de los laterales en movimientos, resistencia adicional y factores de interferencia. Los métodos de evaluación de resistencia adicional, como el método de conservación de momento y el método de energía de radiación, se comparan detalladamente, brindando información valiosa sobre la eficacia de cada enfoque. En resumen, este estudio propone un enfoque novedoso utilizando métodos híbridos para abordar la problemática de evaluar movimientos y resistencia adicional en trimaranes. Los resultados validados y las comparaciones detalladas proporcionan una

base sólida para futuras investigaciones en el diseño y operación de trimaranes en condiciones de oleaje.

Para Van Dooren et al. (2023), la industria marítima, responsable de más del 80% del comercio internacional, enfrenta el desafío de reducir las emisiones de dióxido de carbono y mejorar la eficiencia del combustible. Una medida efectiva es la optimización de la velocidad de las embarcaciones, considerando las condiciones ambientales cambiantes. Aunque se han formulado problemas de control óptimo para abordar esto, su resolución eficiente y la obtención de soluciones globalmente óptimas son áreas críticas. El estudio propone reformular el problema de optimización de velocidad de embarcaciones utilizando funciones convexas. Se busca desarrollar un método iterativo para manejar condiciones ambientales variables y evaluar la eficacia de los métodos propuestos mediante un estudio de caso, comparando los resultados con la solución obtenida mediante programación dinámica. La clave radica en la convexidad, empleando funciones convexas para reformular el problema como un problema de optimización convexa. Se asume, en una primera instancia, condiciones ambientales constantes y luego se introduce un método iterativo para abordar variaciones en el tiempo. Se utilizan datos históricos para el estudio de caso, evaluando la eficacia de los enfoques propuestos. La formulación convexa del problema demuestra una eficiencia sobresaliente, con tiempos de cómputo reducidos y soluciones cercanas a las obtenidas con la formulación no convexa. El método iterativo para condiciones variables muestra rápida convergencia y mejora significativa en el consumo de combustible en comparación con estrategias de velocidad constante. Por último, el uso de la convexidad en la optimización de velocidad de embarcaciones ofrece perspectivas prometedoras. Se sugiere explorar la inclusión de variaciones temporales en las condiciones ambientales y extender el modelo a la optimización de rutas. Además, se plantea investigar la inclusión de restricciones de rendimiento y seguridad en un marco convexo. Este enfoque podría aplicarse a sistemas de propulsión eléctricos o híbridos en

futuras investigaciones, abriendo nuevas vías para mejorar la eficiencia y reducir las emisiones en la navegación marítima.

Para Meng et al. (2023), la precisión en la identificación de parámetros en modelos matemáticos de movimiento no lineal de embarcaciones es para la predicción de maniobrabilidad y el diseño de controladores de movimiento. Se busca mejorar esta precisión mediante un enfoque innovador que utilice el optimizador Grey Wolf (GWO) junto con la regresión de vectores de soporte (SVR). La variabilidad en las condiciones ambientales y la necesidad de una identificación eficiente y generalizable son los desafíos abordados. El objetivo es proponer un esquema de identificación llamado GWO-SVR de Innovación No Lineal (NGWO-SVR) para el modelo matemático de movimiento no lineal de embarcaciones. Se busca evaluar la generalización del algoritmo mediante datos de prueba a escala completa y analizar la sensibilidad de los parámetros del modelo. Se introduce el esquema NGWO-SVR que incorpora innovación no lineal en la identificación de parámetros. Se emplean datos a escala completa del buque YUKUN para evaluar la generalización. Además, se realiza un análisis de sensibilidad indirecto para comprender el impacto de los cambios en los parámetros del modelo en los resultados de predicción. El algoritmo propuesto muestra una alta generalización y precisión en la identificación de parámetros del modelo de movimiento no lineal del buque YUKUN. Los resultados indican que, bajo ciertas condiciones de precisión, el algoritmo propuesto supera a los enfoques SVR y GWO-SVR existentes en términos de generalización. Los resultados ofrecen perspectivas para mejorar el control de movimiento y la planificación de rutas de embarcaciones inteligentes. El esquema propuesto sirve como referencia para la optimización de modelos matemáticos de movimiento en simuladores marinos. Futuras investigaciones podrían explorar la aplicación del algoritmo propuesto en otros contextos y ampliar su uso a sistemas de propulsión eléctricos o híbridos. Además, se podría considerar la inclusión de restricciones de rendimiento y seguridad en modelos más complejos.

Para Khan et al. (2023), la metodología actual en el diseño paramétrico de embarcaciones es conservadora, limitando los modelos a tipos de barcos específicos. Esto resulta en un espacio de diseño estrecho y no permite variaciones significativas. La introducción de herramientas de aprendizaje automático en el diseño de barcos es lenta, y las existentes tienen limitaciones en su capacidad para generar diseños novedosos y diversas. Este trabajo presenta el ShipHullGAN, un modelador paramétrico genérico construido con redes generativas adversarias convolucionales profundas (GANs) para la representación y generación versátil de cascos de embarcaciones. El objetivo es superar la conservaduría en el diseño paramétrico actual y proporcionar un enfoque más amplio y flexible para la generación de diseños de cascos de barcos. El ShipHullGAN se entrena con un extenso conjunto de datos de 52,591 diseños validados físicamente de diversos tipos de barcos. Se desarrolla una estrategia de extracción y representación de forma para convertir todos los diseños en una representación geométrica común, permitiendo la generación de diferentes tipos de barcos. Durante el entrenamiento, los diseños se presentan en forma de un tensor de firma de forma (SST), que utiliza momentos geométricos para una representación compacta y rica en información. La arquitectura de GAN se modifica para garantizar la cobertura de todos los tipos de diseño. El ShipHullGAN demuestra la capacidad de generar diseños con características mejoradas, creando espacios de diseño versátiles que producen formas geoméricamente válidas y prácticamente factibles. Se realiza una comparación y casos de optimización que destacan las capacidades de ShipHullGAN. Este trabajo ofrece una solución pionera al desafío de diseño paramétrico en la industria naval. ShipHullGAN supera las limitaciones de GANs típicas en diseño de barcos y muestra un potencial significativo para la generación y optimización de diseños de cascos de embarcaciones. Las futuras investigaciones podrían explorar aún más la aplicación de ShipHullGAN en diferentes contextos y la integración de restricciones adicionales, como requisitos de rendimiento o normativas ambientales.

Para Cepowski (2023), en la etapa paramétrica de diseño de embarcaciones, la resistencia adicional, un componente para estimar la potencia propulsora requerida, presenta dificultades al calcularse utilizando la forma del casco, la cual es desconocida en esta fase. Dado que solo se conocen parámetros básicos, como longitud, anchura, calado, coeficiente de bloque y número de Froude, se requiere una herramienta efectiva para prever esta resistencia adicional. Este estudio busca desarrollar una herramienta eficaz para predecir la resistencia adicional utilizando parámetros básicos de diseño mediante un conjunto de cinco Redes Neuronales Artificiales (ANNs). Se utilizan datos de pruebas de modelos para entrenar las ANNs y se proporcionan en forma de funciones matemáticas y código de software de código abierto para facilitar la implementación. Se emplean cinco ANNs desarrolladas con datos segregados para prever la resistencia adicional. Estas ANNs se entrenan con datos de pruebas de modelos y se proporcionan como funciones matemáticas y código de software. La metodología destaca la necesidad de predecir la resistencia adicional en la etapa paramétrica, donde solo se tienen parámetros básicos de diseño. El estudio demuestra que el uso de un conjunto de cinco ANNs, cada una entrenada con datos segregados, proporciona estimaciones ligeramente más confiables y precisas en comparación con el uso de una única ANN. Se presenta un ejemplo práctico de cómo este conjunto de ANNs se usa para abordar tareas de diseño. El artículo destaca la importancia de prever la resistencia adicional en la etapa paramétrica de diseño de embarcaciones. El enfoque de utilizar un conjunto de ANNs y entrenar cada ANN con datos segregados mejora la confiabilidad y precisión de las estimaciones. Se destaca la aplicación práctica de esta herramienta en el diseño de embarcaciones y se sugiere la exploración de enfoques adicionales, como la consideración de ratios no dimensionales, para ampliar la aplicabilidad de la metodología a diferentes tipos y tamaños de embarcaciones.

Para Bashkirov et al. (2023), en el diseño aerodinámico preliminar de transporte de alta velocidad, la incertidumbre epistémica en los datos iniciales afecta la síntesis

paramétrica para la optimización. Este estudio aplica la teoría de incertidumbre de Liu para abordar este desafío, introduciendo una axiomática basada en niveles de confianza de expertos y proporcionando expresiones analíticas eficientes para funciones dependientes de parámetros epistémicamente inciertos. El objetivo es desarrollar modelos de optimización multicriterio para la síntesis paramétrica del diseño de aeronaves de alta velocidad bajo incertidumbre epistémica. Se busca evaluar la eficacia de estos modelos en el contexto de la optimización de vuelos supersónicos para transporte de alta velocidad, considerando la seguridad de vuelo y el impacto ambiental. Se proponen enfoques metodológicos para abordar la síntesis paramétrica en la etapa de diseño aerodinámico preliminar. Se destacan modelos de optimización con parámetros inciertos basados en la teoría de incertidumbre de Liu. Estos modelos permiten la corrección de parámetros optimizados durante el proceso iterativo de diseño cuando no se dispone de datos estadísticos. El estudio demuestra la efectividad de los modelos propuestos al abordar la optimización de vuelos supersónicos para transporte de alta velocidad bajo incertidumbre epistémica. Se evalúa la seguridad de vuelo y los requisitos adicionales para el impacto ambiental. Las expresiones analíticas derivadas proporcionan herramientas para la corrección de parámetros optimizados en un proceso iterativo de diseño. El diseño de aeronaves de próxima generación debe considerar la incertidumbre en los datos iniciales para la optimización paramétrica. La teoría de incertidumbre de Liu demuestra ser una herramienta efectiva. Futuras investigaciones exploran modelos adicionales y algoritmos para abordar la incertidumbre epistémica en la síntesis paramétrica. Este estudio contribuye al avance de métodos eficientes en el diseño de transporte de alta velocidad, considerando la seguridad y el impacto ambiental.

Nazemian & Ghadimi (2021) presenta un enfoque de optimización de forma multiobjetivo para mejorar la región de la proa de un casco de Trimarán. Se realiza un estudio de diseño basado en CFD (Dinámica de Fluidos Computacional) para reducir la resistencia total del casco del Trimarán en aguas tranquilas y condiciones de oleaje. La

necesidad de mejorar el rendimiento hidrodinámico de los vehículos marinos, especialmente la reducción de la resistencia motiva la investigación. La falta de estudios sobre la optimización del casco de trimaranes y problemas hidrodinámicos multiobjetivo es evidente, y se busca desarrollar una plataforma de optimización eficiente y de bajo costo para su aplicación en el diseño de barcos. El objetivo principal es optimizar la forma del casco de un Trimarán para reducir la resistencia total en condiciones de aguas tranquilas y oleaje, considerando dos velocidades de crucero y sprint. Se utiliza un enfoque multiobjetivo ponderado, con seis funciones objetivo que abordan la resistencia en diferentes condiciones de oleaje y velocidades. Se busca mejorar la eficiencia del diseño del casco, evaluando la interacción constructiva de las olas y la reducción global de la resistencia. Se establece una plataforma de optimización multiobjetivo que abarca disciplinas como CAD/CAM, CFD y algoritmos de optimización. La parametrización del casco se realiza mediante la técnica de Deformación de Forma Arbitraria (ASD), conectando la geometría con el solucionador CFD. Se emplea el innovador algoritmo Simcenter SHERPA para optimizar los objetivos de diseño, y la automatización del proceso se gestiona con el software HEEDS. Los resultados de la optimización muestran una reducción del 3.14% en la función objetivo agregada, lo que indica una mejora en la eficiencia del casco del Trimarán. Las olas generadas alrededor del casco optimizado muestran una interacción constructiva que disminuye la resistencia en aguas tranquilas. Se observa un ángulo de proa más pronunciado en la región optimizada. La comparación entre el Trimarán base y el optimizado valida la estrategia de diseño propuesta. La investigación destaca la eficacia de la plataforma de optimización en la reducción de la resistencia del casco de Trimarán en diversas condiciones. La falta de estudios integrales en la optimización del casco para condiciones de oleaje y la necesidad de plataformas eficientes en la industria marina se abordan. Futuras investigaciones podrían explorar aspectos adicionales de la optimización y expandir el enfoque a otros tipos de embarcaciones y problemas hidrodinámicos. Este estudio contribuye al avance en métodos prácticos y rápidos para la mejora del diseño de cascos de trimaranes.

Para Nowruzi (2020), en su tesis doctoral, los cascos de Trimarán ofrecen ventajas como áreas de cubierta más grandes y una eficiencia mejorada en la reducción de la potencia requerida, especialmente debido a la alta relación de esbeltez del casco central. Sin embargo, la dependencia excesiva de la posición de los estabilizadores laterales (outriggers) en los trimaranes, y su influencia en la estabilidad dinámica y resistencia adicional, plantea desafíos significativos. Las condiciones operativas, como el estado del mar y la velocidad, afectan considerablemente la navegación de los trimaranes. Los métodos predictivos actuales, basados en teoría de tiras lineales, carecen de fiabilidad en situaciones como flujos viscosos en la superficie libre, olas rompientes y altas velocidades. La limitada disponibilidad de datos experimentales sobre el comportamiento de trimaranes motiva la realización de un estudio computacional y experimental para comprender mejor su respuesta dinámica en diversas condiciones marítimas. El estudio tiene como objetivo principal analizar el comportamiento dinámico de los trimaranes mediante la aplicación de métodos computacionales de dinámica de fluidos (CFD) y validación experimental. Se busca mejorar la predicción de las respuestas de movimiento y resistencia adicional del Trimarán en diversas condiciones de oleaje y velocidades operativas. Además, se investiga la influencia de la posición de los estabilizadores laterales y la interferencia de olas en la respuesta dinámica. Se utiliza el software CFD STAR CCM+ basado en volúmenes finitos para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas de Reynolds (RANS) para los movimientos del Trimarán en diferentes velocidades y condiciones de oleaje. Se exploran variaciones en sistemas de malla y pasos de tiempo, y se realiza un análisis de confiabilidad en la resolución de las ecuaciones RANS para mejorar la precisión de los resultados. Diferentes modelos de turbulencia son evaluados, y el modelo de turbulencia SST Menter K ω se identifica como más preciso. Los resultados se validan con datos experimentales obtenidos de pruebas con un modelo de Trimarán de 1.6 m en el Australian Maritime College Model Test Basin. Los resultados revelan que el modelo CFD es efectivo y confiable para predecir los movimientos de un Trimarán en olas regulares. Se mejora posteriormente para analizar los movimientos y la resistencia adicional en olas oblicuas,

superando las limitaciones de la teoría de tiras lineales. Se destaca la influencia de las olas rompientes, la forma del casco sobre la línea de flotación y las olas verdes, factores no considerados en la teoría de tiras. La deformación de las olas debido a la interacción entre corrientes, viento y olas se identifica como la principal fuente de discrepancia. La posición de los estabilizadores laterales y la forma del casco tienen un impacto significativo en el rendimiento dinámico del Trimarán. El modelo CFD muestra una sobreestimación en las respuestas de balanceo y una subestimación en las respuestas de cabeceo y fuerzas de resistencia adicional. El estudio demuestra que los métodos CFD ofrecen resultados confiables para predecir tanto los movimientos como la resistencia adicional de trimaranes, con una discrepancia máxima del 10%-14% en la frecuencia donde ocurren las respuestas máximas. Los resultados sientan las bases para investigaciones futuras sobre parámetros como condiciones de oleaje extendidas, tamaños de estabilizadores y distribución de peso. Se destaca la importancia de investigar las condiciones operativas y configuraciones de los estabilizadores en el rendimiento dinámico del Trimarán, proporcionando una base para un diseño y operación más efectivos de estos buques en el futuro.

Para Priftis (2019), en su tesis doctoral, la industria naviera se ha vuelto altamente competitiva, impulsando la investigación en el diseño de barcos para mejorar la eficiencia y economía. Aunque existen metodologías estructuradas para la optimización del diseño de barcos, los constantes cambios en tipos de barcos, regulaciones internacionales y avances tecnológicos generan una redefinición frecuente del problema. Esta tesis aborda la problemática desarrollando una metodología para la optimización robusta multiobjetivo en las primeras etapas del diseño de barcos, considerando incertidumbre y nuevos reglamentos. El objetivo principal es crear una metodología para la optimización del diseño de barcos en etapas tempranas, abordando diversos aspectos y utilizando indicadores de rendimiento para evaluar soluciones. Se incorporan nuevas regulaciones al problema de optimización, investigando su impacto. La incertidumbre se cuantifica en toda la metodología, evaluando su efecto en la optimización del diseño de barcos. Se emplea el

software avanzado para explorar el espacio de diseño y se proponen nuevos enfoques para la optimización robusta bajo incertidumbre. La metodología abarca diversos aspectos del diseño de barcos, utilizando indicadores de rendimiento para evaluar soluciones. La incertidumbre se cuantifica en diferentes fases del proceso de optimización, permitiendo una comprensión más profunda de su impacto en el diseño de barcos. Los resultados de dos estudios de caso ilustran la influencia de variables de diseño, configuración del problema, modelos sustitutos e incertidumbre en la selección del diseño óptimo. Se optimizan dos tipos de barcos con enfoques diferentes, y la incertidumbre se incorpora de manera distinta. Se logran ahorros significativos de tiempo al utilizar modelos sustitutos en todas las fases del problema. Aunque los modelos sustitutos no igualan la precisión de las simulaciones reales, ofrecen una visión completa del problema. Se destaca la complejidad de la optimización multiobjetivo debido a objetivos contradictorios. La fase de toma de decisiones requiere métodos cuidadosos para destilar resultados crudos. Se analiza la relación entre variables de diseño y objetivos, revelando desafíos en la convergencia de la optimización. Se demuestra el impacto de nuevas regulaciones en la viabilidad de los diseños. La metodología proporciona información valiosa sobre cómo cambia el diseño de barcos con el tiempo, considerando restricciones de diseño, operativas y reglamentarias. La incorporación de incertidumbre en el proceso de optimización ofrece nuevas perspectivas sobre la estructuración de la metodología de diseño de barcos. La tesis contribuye al campo de la optimización del diseño de barcos al desarrollar una metodología integral y robusta. Los resultados destacan la necesidad de equilibrar el rendimiento y la robustez en la toma de decisiones. Se evidencia la complejidad de la optimización multiobjetivo y la importancia de considerar incertidumbre. Se plantean dos enfoques para incorporar incertidumbre, destacando la necesidad de compromisos en la toma de decisiones. Se sugiere la exploración de combinaciones diferentes de generaciones y tamaño de población en futuras investigaciones. La metodología proporciona una base para análisis más detallados, incluyendo parámetros adicionales y cambios en las condiciones operativas.

Para Weidle (2017), en su tesis de maestría, la industria naval ha considerado buques multi-casco para aplicaciones militares, comerciales y de alta velocidad. Recientemente, los trimaranes, con tres cascos, han despertado interés en diseñadores navales. Este trabajo aborda la falta de comprensión detallada sobre la estabilidad intacta y dañada de trimaranes, centrándose en su diseño y evaluación bajo criterios de estabilidad establecidos. El objetivo principal es analizar la estabilidad de trimaranes a lo largo de un continuum con monocascos y catamaranes, definiendo su comportamiento en distintas condiciones de carga. Se busca establecer modelos de respuesta para la posición vertical del centro de gravedad como medida de referencia y posible restricción en futuras optimizaciones. Se inicia con la definición de multi-cascos y una revisión de métodos para evaluar estabilidad intacta y dañada. Se examinan las características de estabilidad de diferentes configuraciones de multi-cascos en un contexto de continua, estableciendo límites para una investigación más detallada. Luego, se modelan configuraciones específicas de trimaranes mediante CAD, evaluando su estabilidad mediante métodos cuasi-estáticos y desarrollando un modelo de respuesta. La investigación inicial revela que los trimaranes exhiben cualidades de estabilidad intermedias entre monocascos y catamaranes. Se observa una fuerte dependencia entre la distribución de desplazamiento de los cascos laterales y el área y el brazo de enderezamiento máximo. La investigación detallada de configuraciones específicas de trimaranes muestra cómo ciertos parámetros afectan la estabilidad, estableciendo modelos de respuesta para la posición vertical del centro de gravedad bajo diversas condiciones. El trabajo contribuye a la comprensión de la estabilidad de trimaranes, identificando tendencias y parámetros clave. Se destaca la importancia de la distribución del desplazamiento entre los cascos laterales y se proporcionan modelos de respuesta útiles. Se sugiere la expansión del estudio con más configuraciones de trimaranes y la aplicación de métodos probabilísticos para evaluar la estabilidad dañada. Se propone expandir el trabajo con más configuraciones de trimaranes y aumentar la densidad de puntos en el modelo de respuesta. La aplicación de métodos probabilísticos para evaluar la estabilidad dañada y comparar diferentes tipos de buques

sería beneficioso para comprender mejor las diferencias bajo criterios y condiciones dinámicas avanzadas.

Para Jiang et al. (2017), los trimaranes planeadores, con túneles, muestran un rendimiento hidrodinámico y aerodinámico híbrido distintivo. La investigación se basa en la observación de las características de las olas en pruebas de remolque de un modelo de Trimarán planeador, donde la resistencia disminuye cuando la superficie de la ola se separa del techo del túnel. La relación entre el flujo de las olas y las fuerzas en la región del túnel se explora mediante simulaciones CFD viscosas considerando superficie libre y movimiento 2-DOF del casco. El objetivo principal es profundizar en la relación entre el flujo de las olas y las fuerzas en la región del túnel en trimaranes planeadores. Se realizan simulaciones CFD para analizar el proceso de ventilación en la región del túnel y la variación correspondiente de las fuerzas en el túnel. También se investiga la influencia de la longitud de la sección recta del túnel en el rendimiento hidrodinámico y aerodinámico. Se llevan a cabo pruebas de remolque del modelo y se realizan simulaciones CFD considerando superficie libre y movimiento 2-DOF del casco. Se validan los resultados calculados con datos experimentales. Se presentan resultados numéricos de contornos de olas, cortes de olas longitudinales y distribuciones de fuerza de elevación para analizar el proceso de ventilación en el túnel y la variación correspondiente de las fuerzas en el túnel. Se encuentra que, para velocidades superiores a un número de Froude de 4.52, las fuerzas aerodinámicas proporcionan la elevación principal del túnel y actúan principalmente en la sección recta del túnel. Se realizan simulaciones numéricas de dos modelos modificados para analizar la influencia de la longitud de la sección recta en el rendimiento de trimaranes planeadores. El estudio contribuye al entendimiento de las características de flujo en la región del túnel en trimaranes planeadores. Se destaca la importancia de las fuerzas aerodinámicas en la elevación del túnel y se proporcionan insights sobre la influencia de la longitud de la sección recta. Se sugiere la continuación del estudio con más configuraciones de trimaranes y la aplicación de métodos probabilísticos. Se recomienda

ampliar el estudio con más configuraciones de trimaranes y aumentar la densidad de puntos en el modelo de respuesta. La aplicación de métodos probabilísticos para evaluar la estabilidad dañada y comparar diferentes tipos de buques sería beneficioso para comprender mejor las diferencias bajo criterios y condiciones dinámicas avanzadas.

Ribeiro (2015), en su tesis de maestría, se centra en el desarrollo de un modelo de síntesis para el diseño conceptual de un velero de pasaje tipo Trimarán, con el objetivo de comprender los mecanismos que rigen el diseño de este tipo de embarcación a través de un análisis comparativo de parámetros de rendimiento entre diferentes soluciones de diseño. Se busca entender la relación entre estas soluciones y las variables de diseño elegidas para representarlas. El objetivo principal es comprender los mecanismos de diseño de un Trimarán rápido de pasaje mediante el desarrollo de un modelo de síntesis. Se buscan soluciones de diseño óptimas en función de parámetros de rendimiento, como la resistencia hacia adelante y la comodidad de los pasajeros a bordo. Se utilizan dos modelos separados desarrollados con software comercial, cada uno generando la superficie del casco y calculando la resistencia del barco. Se desarrollaron dos modelos separados utilizando diferentes softwares comerciales. Cada modelo genera la superficie del casco basándose en series sistemáticas de cascos y calcula la resistencia hacia adelante del barco como la suma de componentes viscosas y de onda. La componente viscosa se estima mediante una aproximación de placa, corregida por un factor de forma, y la componente de onda se calcula según la teoría de barcos delgados. Se parametrizó la distribución general de los volúmenes principales y sistemas siguiendo tendencias de diseño de barcos similares y se calculó la comodidad de los pasajeros a bordo utilizando estándares de sociedades de clasificación internacionales. Las variables de diseño elegidas fueron la longitud del casco central, las proporciones entre las dimensiones principales de cada casco y dos coeficientes relacionados con la posición relativa de los cascos. Estos modelos se acoplaron a procedimientos de optimización mono y multiobjetivo basados en diferentes versiones del algoritmo genético y se aplicaron a un caso de estudio. Se encontró que los parámetros con mayor influencia en la resistencia

hacia adelante, y por lo tanto en la potencia requerida y en el nivel de comodidad de los pasajeros, son la longitud del casco central y su relación longitud-anchura. La posición relativa de los cascos laterales juega un papel importante en la resistencia total de onda del barco, aunque no fue posible observar una tendencia clara en las posiciones que favorecerían ni la resistencia hacia adelante ni el rendimiento de la embarcación en aguas agitadas. Esto se debe a que las posiciones óptimas de los cascos laterales también son una función del número de Froude y las demás variables de diseño. El enfoque adoptado busca eliminar restricciones geométricas implícitas, ya que se incluirán automáticamente en las restricciones explícitas que definen el rango de exploración de cada variable de diseño. Se destaca la importancia de la longitud del casco central y su relación longitud-anchura en el rendimiento general del Trimarán. Los resultados proporcionan una comprensión valiosa de los factores clave que afectan el diseño y rendimiento de este tipo de embarcaciones. Se sugiere la continuación de este enfoque de modelado y optimización para explorar más a fondo otras variables y condiciones de diseño, así como para aplicarlo a casos de estudio adicionales. La investigación podría ampliarse considerando diferentes criterios de diseño y evaluando el rendimiento en diversas condiciones operativas y ambientales.

1.2 Realidad problemática

La investigación en el campo de la ingeniería naval se enfrenta a desafíos constantes, especialmente en el diseño y la optimización de embarcaciones. Uno de los problemas más críticos es la resistencia al avance, que influye significativamente en la eficiencia operativa de las embarcaciones. En el contexto de los trimaranes, esta problemática se intensifica debido a la complejidad de sus estructuras y la necesidad de equilibrar múltiples factores hidrodinámicos. La resistencia al avance no solo afecta la velocidad y el consumo de combustible, sino que también tiene implicaciones directas sobre la sostenibilidad y los costos operativos.

El volumen del casco es una variable esencial que impacta la resistencia al avance. Los trimaranes, con sus tres cascos, presentan una configuración única que requiere un análisis detallado para optimizar su diseño. Sin embargo, la falta de modelos precisos y confiables para predecir cómo el volumen del casco influye en la resistencia al avance representa un obstáculo significativo. Los métodos tradicionales y simplificados de modelamiento no capturan adecuadamente las complejidades involucradas, lo que lleva a diseños subóptimos y una mayor resistencia hidrodinámica.

El uso de un modelamiento polinómico de cuarto orden para las curvas de área seccional del casco se propone como una solución avanzada, pero su implementación práctica enfrenta varios desafíos. En primer lugar, la generación de representaciones gráficas de estas curvas a partir de modelos base en 3D es una tarea compleja que requiere herramientas y conocimientos especializados. La precisión en la representación gráfica observa que cualquier desviación conduce a errores significativos en la predicción de la resistencia al avance. Estudios previos han mostrado que errores en la modelación resulta en un aumento del consumo de combustible hasta en un 10%, lo que se traduce en costos adicionales y mayor impacto ambiental.

El desarrollo e implementación de un modelo matemático polinómico en Matlab también presenta sus propios desafíos. Matlab, aunque potente, requiere una programación detallada. Cualquier error en la codificación invalida los resultados, haciendo que el modelo sea ineficaz. Además, la validación del modelo es para asegurar su fiabilidad y consistencia. Sin un modelo validado, los resultados obtenidos no son considerados confiables, lo que podría llevar a decisiones de diseño equivocadas.

Otro aspecto crítico es la evaluación de la resistencia al avance utilizando el modelamiento polinómico desarrollado. Esta evaluación es para identificar cómo diferentes configuraciones de volumen y eslora impactan la resistencia hidrodinámica. La falta de datos y la variabilidad en las condiciones operativas de los trimaranes complican aún más

esta evaluación. Sin datos y análisis detallados, las conclusiones obtenidas son erróneas, afectando negativamente la eficiencia del diseño final.

La complejidad del problema se agrava por la necesidad de integrar diversos parámetros en el modelamiento. No solo se debe considerar el volumen del casco, sino también la eslora y la distribución de las áreas seccionales. Cada uno de estos factores tiene un impacto significativo en la resistencia al avance, y su interacción debe ser comprendida y modelada adecuadamente. La falta de una comprensión profunda de estas interacciones conlleva a diseños ineficaces que aumenten la resistencia hidrodinámica en lugar de reducirla.

La resistencia al avance también tiene consecuencias económicas importantes. Un aumento en la resistencia se traduce directamente en un mayor consumo de combustible, lo que incrementa los costos operativos. Para la industria naval, donde los márgenes operativos son ajustados, cualquier aumento en los costos de combustible tiene un impacto significativo en la rentabilidad. Además, en un contexto global donde la sostenibilidad y la reducción de emisiones son cada vez más importantes, una mayor resistencia al avance significa mayores emisiones de gases contaminantes, contribuyendo al cambio climático y afectando negativamente la reputación de las empresas navieras.

Desde una perspectiva técnica, la capacidad volumétrica del casco y su distribución tienen un papel crítico en la estabilidad y la flotabilidad del trimarán. Un diseño inadecuado conlleva a problemas de estabilidad, especialmente en condiciones adversas. La estabilidad es un factor para la seguridad de las embarcaciones, y cualquier compromiso en este aspecto resulta en accidentes graves. Los datos históricos muestran que incidentes relacionados con problemas de estabilidad resultan en pérdidas significativas, tanto en términos de vidas humanas como de bienes materiales.

Además, la longitud del trimarán influye directamente en la resistencia al avance. Trimaranes con diferentes esloras presentan distintos comportamientos hidrodinámicos, y entender estas diferencias es esencial para optimizar el diseño. La longitud impacta no

solo la resistencia, sino también la maniobrabilidad y la capacidad de carga de la embarcación. Sin un análisis detallado, es probable que se diseñen trimaranes que no cumplen con los requisitos operativos esperados, afectando su eficiencia y funcionalidad.

La investigación en este campo debe ser rigurosa y basada en datos empíricos sólidos. La falta de datos actualizados conlleva a conclusiones erróneas y, en última instancia, a diseños ineficientes. La recopilación y análisis de datos son meticulosos, utilizando tecnologías avanzadas de medición y simulación. Sin un enfoque basado en datos, cualquier intento de modelamiento será inadecuado y potencialmente perjudicial.

En conclusión, el diseño y optimización de trimaranes mediante el modelamiento polinómico de cuarto orden de las áreas seccionales del casco enfrenta múltiples desafíos técnicos y prácticos. La complejidad del modelamiento, la necesidad de datos precisos, y las implicaciones económicas y de seguridad son factores críticos que deben ser abordados con rigor. Sin soluciones efectivas y datos fiables, es probable que la resistencia al avance siga siendo un problema significativo, afectando negativamente la eficiencia operativa y la sostenibilidad de las embarcaciones.

1.3 Formulación del problema

1.3.1 Problema principal

¿Cómo un modelamiento polinómico de cuarto orden de área seccional relaciona el volumen del casco de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora con su resistencia al avance?

1.3.2 Problemas secundarios

- ¿Cómo se genera representaciones gráficas de las curvas de área seccional polinómicas de cuarto orden para los cascos central y laterales de trimaranes utilizando modelos base en 3D para esloras de 30, 25 y 20 metros?

- ¿Cómo se desarrolla e implementa un modelo matemático polinómico de cuarto orden en Matlab para aproximar las áreas seccionales de los cascos de trimaranes?
- ¿Cómo se analiza la resistencia al avance de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora utilizando el modelamiento polinómico desarrollado y qué impacto tiene este análisis en la eficiencia hidrodinámica de los diseños?

1.4 Justificación e importancia

La investigación sobre el modelamiento polinómico de cuarto orden de área seccional para relacionar el volumen del casco de barcos trimaranes con su resistencia al avance se presenta como un tema importante en el campo de la ingeniería naval. Este enfoque no solo promete innovaciones significativas en el diseño de embarcaciones más eficientes, sino que también aborda desafíos relacionados con la sostenibilidad y la optimización operativa.

El diseño hidrodinámico de trimaranes es una tarea compleja que requiere un análisis detallado. Los trimaranes, con su estructura de tres cascos, presentan una mayor complejidad comparada con los monocascos tradicionales. El volumen del casco, junto con su forma y distribución, juega un papel determinante en la resistencia al avance que la embarcación experimenta al moverse a través del agua. Una mayor resistencia al avance no solo afecta la velocidad y la eficiencia de la embarcación, sino que también incrementa el consumo de combustible y las emisiones de gases contaminantes, impactando negativamente tanto en términos económicos como medioambientales.

La propuesta de utilizar un modelamiento polinómico de cuarto orden para las curvas de área seccional de los cascos de trimaranes tiene el potencial de mejorar significativamente la precisión y eficiencia de los diseños. Este enfoque matemático permite una aproximación detallada de la distribución volumétrica del casco, lo que es esencial para minimizar la resistencia al avance. La implementación de este modelamiento en herramientas computacionales como Matlab facilita la simulación y el análisis,

permitiendo a los ingenieros evaluar múltiples configuraciones y optimizar el diseño antes de la construcción.

Desde un punto de vista técnico, la investigación proporciona una metodología avanzada para la evaluación y mejora de la eficiencia hidrodinámica de los trimaranes. La capacidad de generar representaciones gráficas de las curvas de área seccional a partir de modelos base en 3D es para comprender cómo diferentes diseños afectan la resistencia al avance. Este nivel de precisión no solo contribuye a mejorar el rendimiento de la embarcación, sino que también reduce el riesgo de errores de diseño que podrían comprometer la seguridad y la estabilidad.

La importancia económica de esta investigación no es subestimada. En la industria naval, la eficiencia operativa es un factor clave para la competitividad. Un diseño optimizado que reduzca la resistencia al avance se traduce directamente en una disminución del consumo de combustible, lo que representa ahorros significativos en los costos operativos. Además, en un contexto global donde la reducción de emisiones y la sostenibilidad son prioridades crecientes, la capacidad de diseñar embarcaciones más eficientes y menos contaminantes ofrece una ventaja competitiva.

La investigación también tiene un fuerte componente de sostenibilidad. Al reducir la resistencia al avance y, por ende, el consumo de combustible, los diseños optimizados contribuyen a la reducción de las emisiones de gases de efecto invernadero. Esto es especialmente relevante en un momento en que la industria marítima enfrenta presiones crecientes para adoptar prácticas más sostenibles y reducir su huella de carbono. Los resultados de esta investigación influye positivamente en la formulación de políticas y regulaciones que promuevan diseños de embarcaciones más eficientes y ecológicos.

Desde una perspectiva académica y de desarrollo tecnológico, esta investigación aporta conocimientos valiosos y metodologías avanzadas que son aplicadas no solo en el diseño de trimaranes, sino también en otras áreas de la ingeniería naval. La implementación de modelos polinómicos de cuarto orden y su integración en herramientas

de simulación avanzadas como Matlab representa un avance significativo en la capacidad de los ingenieros para diseñar y evaluar embarcaciones de manera eficiente.

En resumen, la investigación sobre el modelamiento polinómico de cuarto orden de área seccional para relacionar el volumen del casco de barcos trimaranes con su resistencia al avance es de suma importancia debido a sus implicaciones técnicas, económicas y medioambientales. La precisión y eficiencia que este enfoque promete en el diseño de trimaranes lleva a mejoras significativas en la eficiencia operativa, la reducción de costos y la sostenibilidad ambiental. Además, ofrece un avance académico y tecnológico que beneficia a la industria naval en su conjunto, promoviendo diseños más eficientes y sostenibles.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general

Proponer un modelamiento polinómico de cuarto orden de área seccional para relacionar el volumen de casco de barcos trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora sobre su resistencia al avance.

1.5.2 Objetivos específicos

- Generar representaciones gráficas de las curvas de área seccional polinómicas de cuarto orden para los cascos central y laterales de trimaranes utilizando modelos base en 3D para esloras de 30, 25 y 20 metros.
- Desarrollar e implementar un modelo matemático polinómico de cuarto orden en Matlab para aproximar las áreas seccionales de los cascos de trimaranes.
- Analizar la resistencia al avance de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora utilizando el modelamiento polinómico desarrollado.

1.6 Hipótesis

1.6.1 Hipótesis general

El modelamiento polinómico de cuarto orden de área seccional establecería una relación entre el volumen del casco de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora y su resistencia al avance, mejorando la eficiencia hidrodinámica de los diseños.

1.6.2 Hipótesis específicas

- Las representaciones gráficas de las curvas de área seccional polinómicas de cuarto orden generadas a partir de modelos base en 3D proporcionarían una aproximación de las áreas seccionales de los cascos central y laterales de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora.
- El desarrollo e implementación de un modelo matemático polinómico de cuarto orden en Matlab permitiría aproximar las áreas seccionales de los cascos de trimaranes, proporcionando resultados consistentes y fiables.
- El análisis de la resistencia al avance de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora utilizando el modelamiento polinómico desarrollado mejora significativamente en la eficiencia hidrodinámica, mejorando el diseño del casco y reduciendo la resistencia.

1.7 Variables y Operacionalización

Tabla 1

Matriz de operacionalización de variables.

VARIABLES	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES
<u>V. Dependiente:</u> Y1: Resistencia al avance de los trimaranes.	Medición de la fuerza opuesta que actúa sobre los trimaranes al moverse a través del agua, influenciada por el diseño del casco y la eficiencia hidrodinámica.	Fuerza de resistencia	Magnitud de la fuerza de arrastre (N).
<u>V. Independiente:</u> X1: Volumen del casco de los trimaranes.	Cantidad total de espacio tridimensional contenido dentro del casco de los trimaranes, afectando la flotabilidad y resistencia al avance.	Capacidad volumétrica	Volumen del casco (m ³)
X2: Eslora de los trimaranes (30, 25 y 20 metros).	Longitud total del trimarán desde la proa hasta la popa, determinante en el diseño hidrodinámico y resistencia al avance.	Longitud del trimarán	Eslora total (m)

X3: Área seccional del casco central y de los cascos laterales.	Superficie transversal de los cascos en secciones específicas, utilizada para modelar la distribución del volumen y resistencia.	Superficie transversa	Área seccional (m ²)
X4: Coeficientes del polinomio de cuarto orden utilizados en el modelamiento	Parámetros matemáticos del polinomio que define la curva de área seccional para aproximar la forma y resistencia del casco.	Parámetros polinómicos	Valores de los coeficientes del polinomio (sin unidad, valores numéricos)

1.8 Metodología de la investigación

1.8.1 Unidad de análisis

La unidad de análisis son los barcos trimaranes con esloras de 30, 25 y 20 metros, evaluados para determinar cómo el modelamiento polinómico de cuarto orden de área seccional del casco influye en su resistencia al avance.

1.8.2 Tipo, enfoque y nivel de investigación

La investigación es de tipo aplicada, ya que se enfoca en la utilización de conocimientos teóricos y metodológicos para desarrollar un modelamiento polinómico de cuarto orden de área seccional que relacione el volumen del casco de barcos trimaranes con su resistencia al avance. Esta investigación tiene como objetivo principal mejorar la eficiencia hidrodinámica de los trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora, lo cual tiene aplicaciones prácticas directas en el diseño y construcción de embarcaciones. A través de simulaciones, se busca validar y optimizar el diseño de los cascos, aportando beneficios concretos a la ingeniería naval.

El enfoque de la investigación es mixto, integrando métodos cuantitativos y cualitativos para proporcionar una comprensión completa del problema. Por un lado, se emplean métodos cuantitativos para modelar matemáticamente y simular el comportamiento hidrodinámico de los trimaranes, utilizando herramientas como Matlab y Maxsurf para analizar datos numéricos y generar representaciones gráficas. Por otro lado, se aplican métodos cualitativos para interpretar los resultados, evaluar la eficiencia hidrodinámica en el diseño de los cascos. Esta combinación permite una evaluación

integral que abarca tanto la precisión numérica como la interpretación contextual de los hallazgos.

El nivel de investigación es descriptivo, ya que se enfoca en caracterizar y detallar el modelamiento polinómico de cuarto orden de área seccional y su relación con la resistencia al avance de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora. A través de este enfoque, se pretende describir las características y comportamientos hidrodinámicos de los cascos de los trimaranes mediante simulaciones y análisis computacionales.

1.8.3 Diseño de la investigación

El diseño de investigación es experimental, ya que implica la manipulación deliberada de variables independientes para observar y medir sus efectos sobre la resistencia al avance de trimaranes. En este caso, se desarrollan modelos polinómicos de cuarto orden para las áreas seccionales de los cascos y se implementan en Matlab. Luego, se realizan simulaciones computacionales para evaluar cómo estos cambios en el diseño de los cascos afectan la resistencia hidrodinámica. Este enfoque permite establecer relaciones causales directas y validar hipótesis a través de pruebas controladas, proporcionando evidencia sólida sobre la eficacia del modelamiento polinómico en la optimización del diseño de trimaranes.

1.8.4 Fuentes de información

Las fuentes de investigación para el tema son:

- Generación y análisis de modelos tridimensionales de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora utilizando programas como Rhinoceros 3D o SolidWorks.
- Realización de simulaciones utilizando software de diseño naval y análisis hidrodinámico, como MATLAB y Maxsurf, para generar y validar el modelamiento polinómico de cuarto orden y evaluar la resistencia al avance.
- Revisión de publicaciones en revistas científicas especializadas en ingeniería y arquitectura naval.

- Consultar textos académicos y libros especializados en diseño de embarcaciones, hidrodinámica, y modelamiento matemático, como "Principles of Naval Architecture" y "Marine Hydrodynamics".
- Revisión de tesis y disertaciones previas relacionadas con el diseño de trimaranes, resistencia al avance y modelamiento polinómico.
- Consultar normativas y estándares internacionales aplicables al diseño y evaluación de embarcaciones.

Estas fuentes permitirán una comprensión completa del problema investigado, facilitando la recolección de datos y relevantes para el desarrollo del modelamiento polinómico y su aplicación en la evaluación de la resistencia al avance de los trimaranes.

1.8.5 Población y muestra

La población para esta investigación comprende los trimaranes diseñados con esloras de 30, 25 y 20 metros. Se consideran las diferentes configuraciones de diseño y modelos de estos trimaranes disponibles, tanto en uso como en fases de diseño.

La muestra seleccionada incluye el diseño base de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora, para realizar las pruebas de modelamiento polinómico y simulaciones computacionales. Esta muestra permitirá una comparación directa entre los diferentes diseños y proporcionará datos significativos sobre la influencia del modelamiento polinómico en la resistencia al avance, manteniendo la diversidad y representatividad necesaria para generalizar los resultados de la investigación a la población más amplia.

1.8.6 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

- Uso de software de simulación como Maxsurf y MATLAB para modelar las propiedades hidrodinámicas y evaluar la resistencia al avance de los trimaranes.
- Creación de modelos digitales detallados de trimaranes usando software de diseño como Rhinoceros 3D, que permite visualizar y ajustar las áreas seccionales del casco.

- Herramientas computacionales como el Excel que permiten la inserción de variables específicas y la observación de resultados hidrodinámicos, proporcionando datos cuantitativos sobre la eficacia del diseño.

1.8.7 Análisis y procesamiento de datos

- Implementación de análisis de regresión para determinar las relaciones entre las variables independientes (volumen del casco, eslora, área seccional, coeficientes del polinomio) y la variable dependiente (resistencia al avance). Esto incluirá la estimación de coeficientes para evaluar la influencia de cada variable.
- Realización de pruebas para comparar las diferencias en la resistencia al avance entre los diferentes modelos de trimaranes y evaluar la significancia estadística de los resultados.
- Uso de software como MATLAB y Maxsurf para modelar y simular las curvas polinómicas, así como para integrar y procesar los datos de simulación y experimentación para la evaluación de la resistencia al avance.
- Creación de gráficos y visualizaciones para representar los resultados del análisis, facilitando la interpretación y la presentación de los hallazgos.

CAPÍTULO II

Marco teórico

Este capítulo es desarrollado con la revisión de los libros de Larsson & Raven (2010), Molland (2008) y Wei-Cheng et al. (2001) y los artículos de Bertram (2012) y Pérez et al. (2008), en el enfoque de diseño del Trimarán y la resistencia al avance y modelamiento asociado. En la Figura 1 se presenta la característica distintiva del Trimarán.

Figura 1

Trimarán: modelo de diseño, localización de cascos laterales y clase



Figure 1: Graphic design model of trimaran

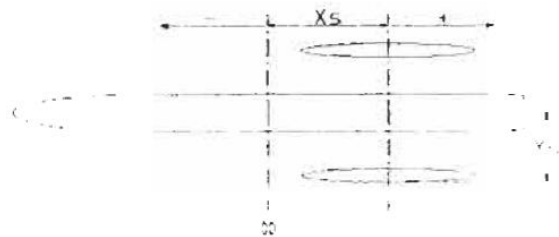


Figure 2: Definition of side-hull location

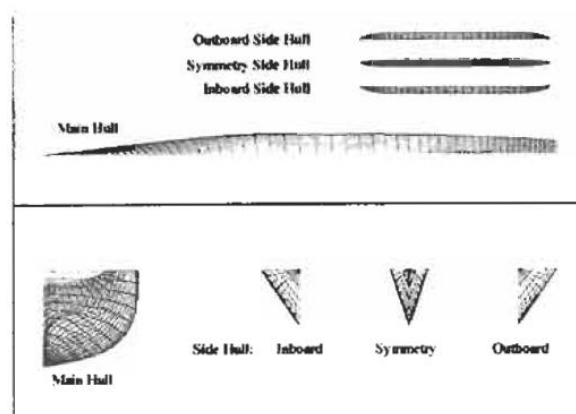


Figure 3: Drawing of a 2,500ton class trimaran (main hull and three side hull forms)

Nota: extraído de Pérez et al. (2008)

2.1 Diseño de Trimaranes

La evolución constante en la ingeniería naval ha dado lugar a la creación y perfeccionamiento de diversas embarcaciones, entre las cuales los trimaranes emergen como un diseño innovador y eficiente. Su definición, características distintivas y la relevancia del diseño del casco en su rendimiento son presentados en un contexto actual de la ingeniería naval.

2.1.1 Definición y características de los trimaranes

Los trimaranes, dentro de la categoría de embarcaciones multicasco, se distinguen por tener tres cascos, o flotadores, en lugar de uno. Esta configuración triclana aporta características únicas que los diferencian de los monohull (un solo casco) y catamaranes (dos cascos). La disposición de los cascos en un Trimarán, con un casco central más grande y dos cascos exteriores más pequeños, brinda estabilidad adicional y mayor capacidad de carga.

Características Distintivas:

1. Estabilidad mejorada

La disposición de tres cascos proporciona una mayor estabilidad en comparación con los monohull. Esta estabilidad se traduce en un rendimiento más seguro y cómodo, especialmente en condiciones de mar agitado.

2. Mayor eficiencia

Los trimaranes tienden a ser más eficientes en términos de resistencia al avance. La forma de los cascos y la menor resistencia hidrodinámica contribuyen a una mayor velocidad y menor consumo de combustible.

3. Capacidad de carga

La distribución de la carga entre tres cascos permite una mayor capacidad de carga. Esto es especialmente valioso en aplicaciones comerciales, como el transporte de carga o pasajeros.

4. Maniobrabilidad mejorada

La disposición de los cascos exteriores contribuye a una mayor maniobrabilidad. Los trimaranes realizan giros más ajustados y responder de manera más ágil a las acciones del timón.

5. Adaptabilidad a diversas condiciones

Los trimaranes son versátiles y se adaptan bien a diversas condiciones de navegación. Su diseño les permite operar eficientemente tanto en aguas tranquilas como en mares agitados.

2.1.2 Rendimiento del diseño del casco

El diseño del casco es un componente crítico en el rendimiento general de los trimaranes. Dada su configuración única de tres cascos, enfrenta desafíos específicos al optimizar la forma y las características estructurales del casco para lograr un rendimiento eficiente y seguro.

1. Optimización hidrodinámica

La forma del casco es fundamental para la optimización hidrodinámica, minimizando la resistencia al avance, mejorando así la eficiencia y la velocidad. La distribución cuidadosa de la forma y las dimensiones de cada casco impacta directamente en cómo el Trimarán interactúa con el agua.

2. Distribución de peso y estabilidad

La distribución de peso a lo largo de los cascos es esencial para mantener la estabilidad y el equilibrio. El diseño del casco debe asegurar una distribución adecuada de carga para optimizar la estabilidad direccional y lateral, especialmente en condiciones cambiantes.

3. Consideraciones aerodinámicas

Aunque principalmente diseñados para el agua, los trimaranes también deben considerar la aerodinámica, especialmente a altas velocidades. La superestructura y la

forma del casco deben minimizar la resistencia del viento para mantener el rendimiento eficiente.

4. Integración de sistemas de propulsión

El diseño del casco también influye en la integración eficiente de sistemas de propulsión. Los trimaranes a menudo emplean múltiples formas de propulsión, desde motores convencionales hasta tecnologías híbridas y velas. La disposición del casco debe facilitar esta integración para maximizar la eficiencia.

5. Diseño estructural

La robustez y resistencia estructural del casco garantizan la seguridad y durabilidad del Trimarán. Se considera la dinámica estructural en diversas condiciones de carga y navegación.

2.1.3 Ingeniería en trimaranes

En el contexto actual de la ingeniería naval, los trimaranes han ganado reconocimiento y con la evolución de la tecnología y las demandas cambiantes en la industria marítima han contribuido a la creciente importancia de estos diseños multicasco. Se explican los motivos:

1. Innovación y eficiencia

La ingeniería naval contemporánea se centra en la innovación y la eficiencia por lo que los trimaranes representan una respuesta efectiva a estas metas al ofrecer una combinación única de estabilidad, velocidad y capacidad de carga.

2. Sostenibilidad y consumo de combustible

En un contexto de creciente conciencia ambiental, los trimaranes se destacan por su eficiencia en el consumo de combustible. Su menor resistencia al avance y capacidad para integrar sistemas de propulsión sostenibles los convierten en opciones atractivas para aplicaciones que buscan reducir la huella ambiental.

3. Versatilidad en aplicaciones comerciales

La versatilidad de los trimaranes se refleja en su aplicación en diversas industrias. Desde el transporte de carga hasta la navegación de pasajeros, los trimaranes se han adaptado a una variedad de contextos comerciales, ofreciendo soluciones eficientes y rentables.

4. Avances tecnológicos en materiales y construcción

Los avances tecnológicos en materiales y métodos de construcción han facilitado el diseño y la fabricación de trimaranes más eficientes y livianos. Materiales compuestos como la fibra de vidrio, de carbono y técnicas avanzadas de construcción permiten una mayor optimización del diseño del casco y ecoamigable.

5. Desarrollo de diseños específicos

La ingeniería naval contemporánea reconoce la importancia de diseños específicos para aplicaciones particulares. Los trimaranes, con su capacidad para adaptarse a diversas condiciones y requisitos, representan una opción atractiva para el desarrollo de soluciones navales específicas y eficientes.

2.1.4 Hidrodinámica del Trimarán

La hidrodinámica, o el estudio de los fluidos en movimiento en el agua, es un factor que afecta el rendimiento de los trimaranes. El diseño del casco debe abordar varias consideraciones hidrodinámicas para garantizar un rendimiento eficiente.

1. Resistencia al avance

La resistencia al avance, o resistencia total, es una preocupación en la hidrodinámica del Trimarán. El diseño del casco debe minimizar la resistencia para mejorar la eficiencia y reducir el consumo de combustible. La forma del casco, la longitud de flotación y la superficie mojada son elementos clave en esta optimización. Los componentes de la Resistencia al avance son:

Resistencia de Fricción (R_F) La resistencia de fricción es causada por el roce del casco con el agua. Se calcula usando la fórmula de la resistencia de fricción basada en la teoría de la capa límite de Prandtl:

$$R_F = 0.5 \rho v^2 S C_F$$

Donde:

- ρ es la densidad del agua (kg/m³)
- v es la velocidad del buque (m/s)
- S es el área mojada del casco (m²)
- C_F es el coeficiente de fricción, que depende del número de Reynolds Re

El coeficiente de fricción C_F se calcula mediante la fórmula empírica de ITTC-1957:

$$C_F = 0.075 / (\log_{10}(Re) - 2)^2$$

Donde el número de Reynolds Re se define como:

$$Re = vL/\nu$$

- L es la eslora del buque en la línea de flotación (m)
- ν es la viscosidad cinemática del agua (m²/s)

Resistencia de Forma (R_{Fm}) La resistencia de forma es causada por la forma del casco y su efecto en el flujo de agua alrededor del buque. Se calcula como una fracción de la resistencia de fricción:

$$R_{Fm} = (1+k) R_F$$

Donde k es el coeficiente de resistencia de forma, que generalmente se determina experimentalmente.

Resistencia de Onda (R_W) La resistencia de onda es causada por la generación de ondas en la superficie del agua debido al movimiento del buque. Esta resistencia es más compleja de calcular y generalmente se obtiene mediante métodos empíricos o simulaciones numéricas. Una aproximación común es utilizar el método de Froude, que relaciona la resistencia de onda con el coeficiente de resistencia de onda C_W :

$$R_W = 0.5 \rho v^2 S C_W$$

Donde C_w es un coeficiente que depende de la velocidad del buque y la longitud de onda generada.

Resistencia Residual (R_R) La resistencia residual incluye todas las demás formas de resistencia, como la resistencia de presión y la resistencia viscosa no incluida en la resistencia de fricción y forma. Se define como:

$$R_R = R_T - R_F - R_{Fm}$$

Donde R_T es la resistencia total medida o calculada experimentalmente.

Resistencia Total (R_T) La resistencia total al avance del buque es la suma de todas las componentes de resistencia:

$$R_T = R_F + R_{Fm} + R_W + R_R$$

2. Interacción de cascos

La interacción entre los tres cascos en diferentes condiciones de navegación es un desafío hidrodinámico. La proximidad de los cascos genera interferencias que afectan la resistencia y la estabilidad. El diseño debe considerar cómo estos cascos interactúan y optimizar su disposición para minimizar estos efectos.

3. Estabilidad y balanceo

La hidrodinámica también influye en la estabilidad y el balanceo del Trimarán. La forma del casco y la distribución de la carga afectan cómo la embarcación responde a las olas y las condiciones del mar, asegurando una navegación suave y segura.

4. Capacidad para altas velocidades

A medida que los trimaranes buscan altas velocidades, la hidrodinámica se convierte en un factor crítico. El diseño del casco debe minimizar la resistencia y maximizar la eficiencia para lograr un rendimiento óptimo en condiciones de velocidad elevada.

5. Maniobrabilidad

La maniobrabilidad del Trimarán está influenciada por cómo los cascos interactúan con el agua durante giros y maniobras. La hidrodinámica del diseño debe permitir una respuesta ágil y controlable a las acciones del timón.

2.2 Modelos matemáticos polinomiales en el diseño de embarcaciones

La ingeniería naval, como disciplina, ha evolucionado significativamente en las últimas décadas gracias a los avances en modelos matemáticos aplicados al diseño y análisis de embarcaciones. Desde la antigüedad, el diseño de embarcaciones ha dependido en gran medida de la intuición y la experiencia práctica. Sin embargo, la complejidad creciente de las embarcaciones modernas ha llevado a una mayor dependencia de modelos matemáticos para abordar problemas específicos y optimizar el rendimiento. Este análisis se centrará en explorar el papel fundamental de los modelos matemáticos en la ingeniería naval, los diversos tipos utilizados y las ventajas y limitaciones inherentes a su aplicación.

Los modelos matemáticos son esenciales en la ingeniería naval porque proporcionan herramientas cuantitativas y predictivas para entender y optimizar el rendimiento de las embarcaciones. Estos modelos permiten a los ingenieros simular condiciones y escenarios específicos, evaluar el comportamiento de la embarcación bajo diferentes condiciones y realizar análisis detallados que van más allá de la capacidad de la intuición humana.

En el diseño de embarcaciones, los modelos matemáticos sirven para la predicción de variables clave, como la resistencia hidrodinámica, la estabilidad, la eficiencia del combustible y la capacidad de carga. Además, permiten optimizar la geometría del casco para lograr un equilibrio óptimo entre velocidad, maniobrabilidad y seguridad. Dentro de los modelos matemáticos se tienen los modelos polinomiales utilizados mayormente en el diseño del casco de embarcaciones.

Los modelos polinomiales han sido una herramienta fundamental en la ingeniería naval para representar y comprender las complejas relaciones matemáticas que existen en el diseño y rendimiento de las embarcaciones. Un polinomio es una expresión algebraica formada por la suma de términos, cada uno compuesto por una variable elevada a una potencia entera no negativa, multiplicada por un coeficiente.

En el contexto de la ingeniería naval, los modelos polinomiales permiten describir relaciones no lineales entre diferentes variables que afectan las características y el rendimiento de una embarcación. Estos modelos representan fenómenos hidrodinámicos, resistencia al avance, eficiencia del casco y otras variables en el diseño de embarcaciones.

Un modelo polinomial general de grado n se expresa como:

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

Donde $P(x)$ es la función resultante, x es la variable independiente, y $a_0, a_1, \dots, a_n$ son los coeficientes asociados a cada término del polinomio.

Las aplicaciones de modelos polinomiales en la ingeniería naval han sido variadas y de larga data. Históricamente, los primeros ingenieros navales utilizaban modelos polinomiales simples para estimar la resistencia al avance de los barcos en función de variables como la longitud, la velocidad y la forma del casco.

Con el avance de la tecnología y la computación, las aplicaciones contemporáneas han ampliado significativamente el alcance y la complejidad de los modelos polinomiales. En la actualidad, estos modelos se aplican en la optimización del diseño del casco, la predicción del rendimiento en diversas condiciones de navegación y la evaluación de factores como la estabilidad y la eficiencia del combustible.

2.2.1 Justificación de modelo polinomial de cuarto orden

La elección de un modelo polinomial de cuarto orden en la ingeniería naval se justifica por la necesidad de capturar relaciones más complejas y no lineales que existen en el diseño de casco de trimaranes. Aunque modelos de menor orden, como el polinomio cuadrático, proporciona aproximaciones razonables en algunos casos, la complejidad inherente de las formas de casco de trimaranes exige una representación más detallada. Se tienen cinco elementos importantes a considerar en el modelo polinomial de cuarto orden:

1. Captura de relaciones no lineales

Las relaciones entre las variables en el diseño de casco de Trimarán a menudo son no lineales. Un modelo polinomial de cuarto orden permite representar curvas y relaciones más complejas que no serían capturadas de manera adecuada por modelos de menor orden. Esto es especialmente relevante cuando se trata de las variaciones sutiles pero significativas en la forma del casco y su impacto en el rendimiento.

2. Adaptabilidad a formas de casco variadas

Los trimaranes tienen formas de casco muy diversas y específicas. La flexibilidad de un polinomio de cuarto orden permite adaptarse a estas variaciones, ya que modela curvaturas más pronunciadas y cambios en la geometría del casco. Esto es esencial para una representación de la diversidad de trimaranes presentes en el ámbito naval.

3. Precisión en la predicción del rendimiento

La elección del cuarto orden busca mejorar la precisión en la predicción del rendimiento del Trimarán. Factores como la resistencia al agua, la estabilidad y la eficiencia del combustible son críticos en el diseño naval, y un modelo polinomial de cuarto orden permite una representación más precisa de cómo estas variables se relacionan entre sí y afectan al Trimarán.

4. Validación empírica y comparación con datos experimentales

La justificación se respalda mediante la validación empírica del modelo. La comparación del modelo polinomial de cuarto orden con datos experimentales recopilados de trimaranes en condiciones reales de navegación proporciona una evaluación crítica de su capacidad para representar la complejidad hidrodinámica de estas embarcaciones.

2.3 Modelo matemático polinomial de cuarto orden

El modelo matemático polinomial de cuarto orden propuesto para el diseño de cascos de trimaranes es una herramienta avanzada que busca capturar la complejidad inherente de las formas de casco y su relación con el rendimiento de estas embarcaciones. La expresión matemática resultante es un polinomio de cuarto grado que incluye términos

de orden cuarto, lo cual permite representar de manera detallada las variaciones en la forma del casco y su impacto en la hidrodinámica del Trimarán.

La estructura del modelo se define como:

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$$

Donde:

- $P(x)$ es la función que describe la forma del casco.
- x representa las variables independientes relacionadas con la longitud, ancho y perfil de curvatura del casco.
- a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 y a_5 son los coeficientes asociados a cada término del polinomio.

Este modelo busca superar las limitaciones de aproximaciones lineales o de menor orden, permitiendo una representación de la complejidad de las formas de casco de Trimarán y su relación no lineal con el rendimiento.

2.3.1 Relación entre las variables identificadas y el modelo matemático

La conexión entre las variables identificadas en el diseño de casco de Trimarán y el modelo matemático polinomial de cuarto orden es esencial para comprender cómo estas variables influyen en la forma del casco y, por ende, en el rendimiento de la embarcación.

1. Eslora del casco (x_1)

El término lineal (a_1x_1) en el modelo refleja la influencia directa de la eslora del casco en la forma general. Un aumento en la longitud impacta proporcionalmente en la forma, pero el término cuadrático ($a_2x_1^2$) y los términos de orden cuarto permiten capturar las interacciones no lineales y las variaciones más sutiles asociadas con longitudes extremas.

2. Manga máxima del casco (x_2)

El término lineal (a_2x_2) refleja la influencia de la manga máxima del casco. La interacción cuadrática ($a_2x_2^2$) y los términos de orden cuarto permiten modelar cómo las variaciones en la manga máxima afectan la forma del casco, especialmente en áreas críticas como la sección media.

3. Perfil de curvatura del casco (x_3)

El término lineal (a_3x_3) representa la influencia del perfil de curvatura del casco. La inclusión de términos cuadráticos ($a_3x_3^2$) y términos de orden cuarto permite modelar curvaturas más pronunciadas y complejas, capturando la relación no lineal entre el perfil de curvatura y la forma del casco.

En este contexto, los coeficientes (a_1, a_2, a_3) y los términos de orden cuarto ($a_4x_i^4$) se ajustan según la variabilidad observada en los datos de formas de casco recopilados. Esta relación teórica entre variables y expresión matemática constituye la esencia del modelo propuesto, ofreciendo una representación detallada y adaptativa de la complejidad del diseño de casco de Trimarán.

2.3.2 Ventajas y limitaciones del modelo matemático

La aplicación de modelos matemáticos en la ingeniería naval ofrece diversas ventajas que han transformado la forma en que se abordan los desafíos del diseño de embarcaciones. Sin embargo, no está exenta de limitaciones que deben tenerse en cuenta durante su aplicación.

Ventajas:

1. Precisión predictiva

Los modelos matemáticos permiten una predicción precisa del comportamiento de una embarcación bajo diversas condiciones. Esto proporciona a los ingenieros navales la capacidad de anticipar y abordar problemas potenciales antes de la construcción física de la embarcación.

2. Optimización del diseño

Los modelos matemáticos facilitan la optimización del diseño del casco y otros componentes de la embarcación. Esto conduce a mejoras significativas en la eficiencia del combustible, la velocidad y la estabilidad.

3. Reducción de costos y tiempo

La capacidad de simular y analizar virtualmente el rendimiento de una embarcación reduce la necesidad de prototipos físicos costosos y extensas pruebas en el agua. Esto ahorra tiempo y recursos, acelerando el proceso de diseño.

4. Exploración de escenarios variados

Los modelos matemáticos permiten a los ingenieros explorar una amplia variedad de escenarios y condiciones operativas sin la necesidad de realizar pruebas físicas en cada caso. Esto amplía el rango de consideraciones durante el diseño.

Limitaciones:

1. Simplificaciones necesarias

Para que los modelos sean computacionalmente manejables, a menudo se requiere simplificar ciertos aspectos del problema. Estas simplificaciones afectan la precisión de las predicciones, especialmente en situaciones complejas.

2. Dependencia de datos empíricos

Los modelos matemáticos dependen en gran medida de datos empíricos para su calibración y validación. La calidad de estos datos influye significativamente en la precisión del modelo.

3. Complejidad de las interacciones

Algunas interacciones en la ingeniería naval, como las turbulentas interacciones fluido-estructura, son extremadamente complejas y desafiantes de modelar con precisión. En estas áreas, los modelos tienen limitaciones en su capacidad predictiva.

4. Requisitos computacionales

Modelar fenómenos complejos requiere recursos computacionales significativos. Esto es una limitación en términos de costo y tiempo, especialmente para pequeñas empresas o proyectos con recursos limitados.

CAPÍTULO III

Desarrollo del trabajo de investigación

En este capítulo se expone el desarrollo de un modelamiento matemático avanzado que perfeccione el diseño del casco de trimaranes con esloras de 30, 25 y 20 metros. Inspirado en el método propuesto por Kulceski (2014), se delinean las etapas sistemáticas que constituyen la investigación, desde la concepción hasta la aplicación.

Inicialmente, se selecciona un modelo base en 3D de los trimaranes, que sirve como fundamento para las simulaciones y análisis subsiguientes. Esta elección es crítica, ya que el modelo base influirá directamente en la precisión y relevancia de los resultados obtenidos en fases posteriores.

Posteriormente, se introduce el modelamiento polinómico de cuarto orden. Esta etapa es fundamental para formular matemáticamente la configuración del casco, permitiendo una descripción de los métodos convencionales.

A continuación, se aborda la implementación computacional de los coeficientes del polinomio. Esta fase implica la utilización de herramientas computacionales avanzadas para calcular y ajustar estos coeficientes, lo que es esencial para la precisión del modelo polinómico.

Se procede luego a la generación de la curva de área de sección polinómica. Esta curva sirve para visualizar y analizar la geometría del casco en relación con su comportamiento hidrodinámico. Además, se realiza el cálculo de las esloras de los cascos laterales en la determinación de la eficiencia del trimarán en condiciones operativas.

Finalmente, se evalúa la resistencia al avance para cada eslora especificada. Esta evaluación es decisiva para verificar la eficacia del modelamiento desarrollado y para confirmar que las modificaciones propuestas resulten en una mejora tangible en la eficiencia hidrodinámica de los trimaranes.

3.1 Selección de modelo base de un Trimarán en 3D: eslora de 30, 25 y 20 metros

La selección de la forma del casco en el diseño de un Trimarán influye en su desempeño y eficiencia en el agua. Los trimaranes, con su configuración de tres cascos, ofrecen una serie de ventajas distintivas en comparación con los monocascos tradicionales, lo que los convierte en una opción atractiva para una variedad de aplicaciones marítimas.

Una de las principales ventajas de los trimaranes es su mayor estabilidad transversal. La presencia de tres cascos distribuidos a lo largo de la manga total de la embarcación proporciona una base sólida que mejora significativamente la estabilidad en comparación con un monocasco. Esta estabilidad adicional es especialmente beneficiosa durante maniobras de giro, donde se requiere un ángulo de escora más pequeño, lo que contribuye a una navegación más suave y segura.

Además de la estabilidad, la disposición de tres cascos ofrece otras ventajas operativas. Por ejemplo, el casco central, más largo y delgado que los laterales, proporciona una mayor longitud de flotación, lo que reduce la resistencia y mejora el comportamiento en el mar. Esta característica permite que el Trimarán alcance velocidades más altas con un menor consumo de combustible en comparación con los monocascos de tamaño similar.

Otra ventaja significativa de los trimaranes es el espacio adicional que ofrecen entre los cascos. Esta área, conocida como la cubierta climática, se utiliza para una variedad de propósitos, como el transporte de helicópteros adicionales, embarcaciones pequeñas o equipos especializados. Además, la cubierta climática proporciona un espacio protegido

para la realización de operaciones en cubierta, lo que aumenta la versatilidad y la capacidad de la embarcación.

La flexibilidad es una característica clave de los trimaranes. Gracias a su diseño modular y escalable, estas embarcaciones se adaptan fácilmente a una variedad de misiones y requisitos cambiantes. Por ejemplo, la disposición de la cubierta se ajusta rápidamente para acomodar diferentes equipos o cargas, lo que permite que el Trimarán se utilice de manera eficiente en una amplia gama de escenarios operativos.

Esta investigación se inspira en el trabajo de Son et al. (2015) en el simula la resistencia al avance de Trimarán que ha sido probado en canal de prueba hidrodinámica, por lo que se tienen valores escalables y validables y sienta la base de la selección del modelo Trimarán en 3D. Se representaron tres modelos de Trimarán con esloras de 30, 25 y 20 metros, y con separación de crujía de casco central a casco lateral de 2.64, 2.2 y 1.76 metros, respectivamente, con relevancia en diferentes aplicaciones navales. Estos modelos incluyen parámetros detallados del casco, y se obtiene la distribución de áreas de sección transversal y las características geométricas del casco central y los cascos laterales. A continuación, las vistas de los modelos y con cotas.

Figura 2

Vista transversal de modelo base de Trimarán de eslora de 30 metros – no polinómico

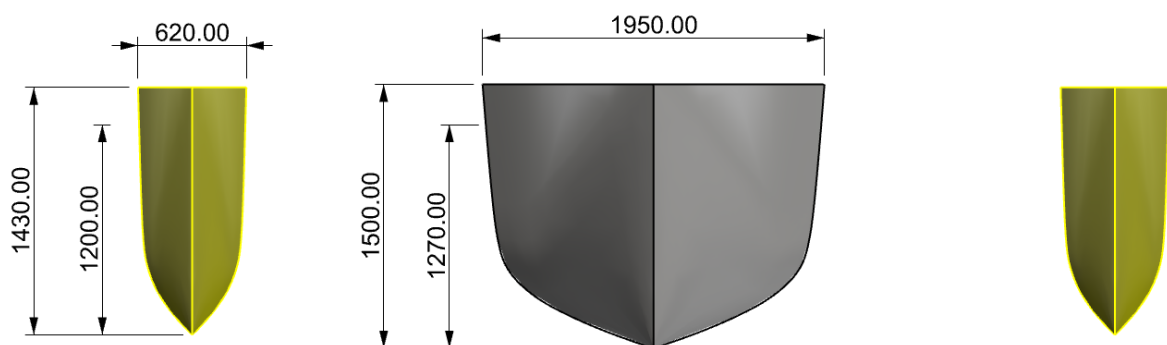


Figura 3

Vista isométrica de modelo base de Trimarán de eslora de 30 metros – no polinómico

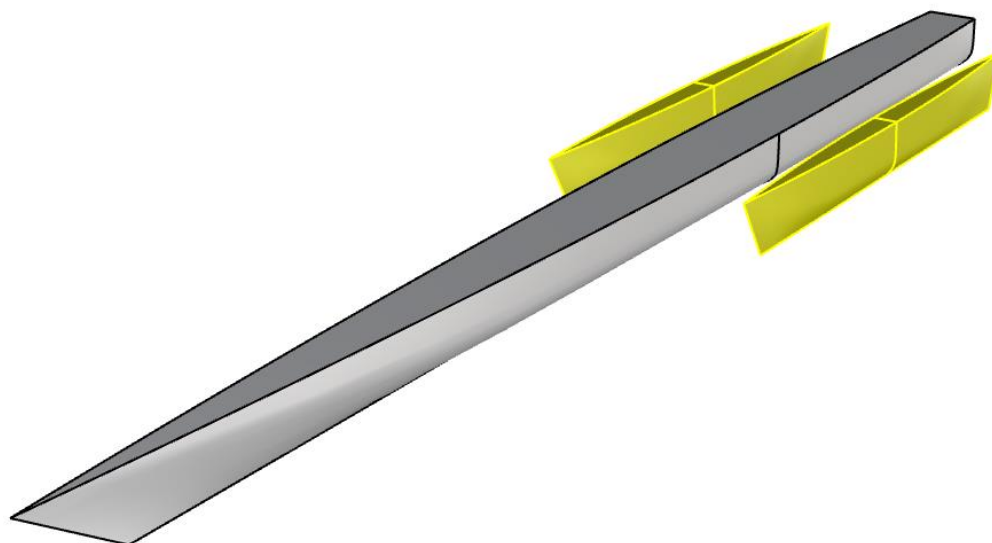


Figura 4

Vista transversal de modelo base de Trimarán de eslora de 25 metros – no polinómico

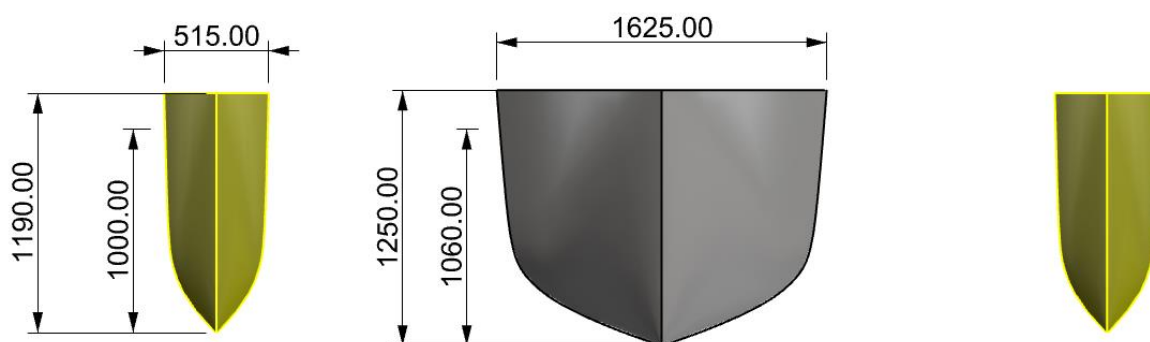


Figura 5

Vista isométrica de modelo base de Trimarán de eslora de 25 metros – no polinómico

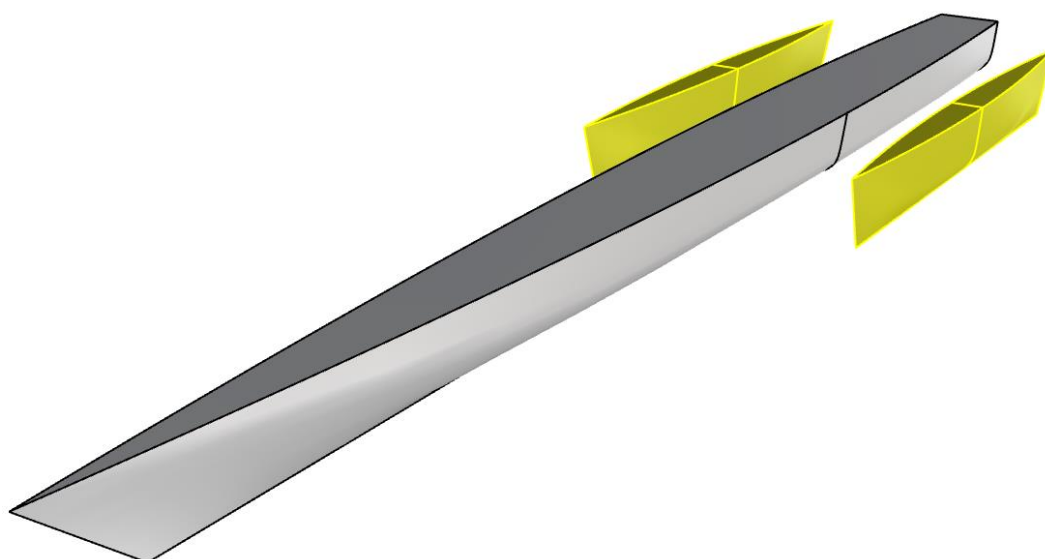


Figura 6

Vista transversal de modelo base de Trimarán de eslora de 20 metros – no polinómico

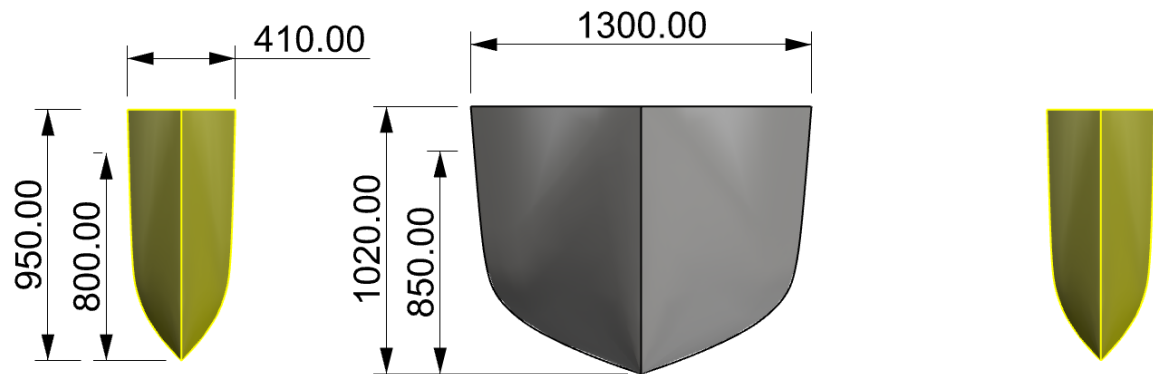
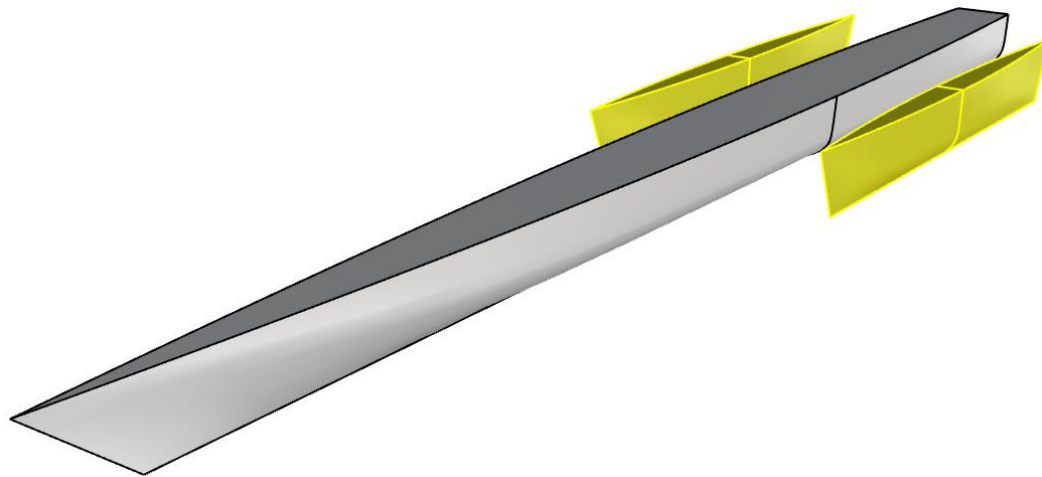


Figura 7

Vista isométrica de modelo base de Trimarán de eslora de 20 metros – no polinómico



3.2 Modelamiento polinómico de 4to orden

Durante el proceso de diseño conceptual del casco, es fundamental contar con una metodología que permita la creación y análisis eficiente de diversas formas de casco. En este sentido, se propone una metodología centrada en la creación de una familia de formas de casco de Trimarán, definidas por una curva de área de sección total fija. Esta curva, que representa el área de sección transversal del casco, se modela inicialmente mediante una ecuación matemática elegida por el diseñador.

La elección de la ecuación para modelar la curva del área de sección total es flexible, siempre y cuando permita realizar operaciones básicas. Para simplificar el proceso, se recomienda utilizar una ecuación simétrica, con los cascos laterales centrados

en el centro del barco. De esta manera, al considerar una curva seccional simétrica, las intersecciones x de la ecuación se definen mediante las perpendiculares delantera y trasera, mientras que la amplitud máxima se sitúa en el centro de la embarcación. Al integrar la ecuación del área seccional total a lo largo de la línea de flotación, se obtiene el volumen deseado del casco.

Una vez definida la curva del área de sección total, el diseñador selecciona la fracción del volumen total que se asignará a los cascos laterales, típicamente entre el 5% y el 10% del volumen total la embarcación. Luego, modela la longitud y distribución del área seccional de los cascos laterales. Con el área de sección total fija, las curvas del casco central y del casco lateral deben definirse teniendo en cuenta su relación mutua.

La curva del casco lateral se representa mediante casi cualquier ecuación matemática elegida por los diseñadores, y no es necesario que tenga la misma forma que la curva del área de sección total. La curva del casco central se obtiene restando la curva del área seccional del casco lateral del total. La modificación de la ubicación longitudinal de los cascos laterales afecta la distribución del área seccional del casco central.

Estudios de resistencia realizados en modelos escalados a tamaños de buques como la de Son et al. (2015) han demostrado que la resistencia total a alta velocidad disminuye al mover los cascos laterales lo más atrás posible. Sin embargo, a velocidades más bajas, se observan resultados de resistencia más favorables cuando los cascos laterales se colocan al 10% de la longitud total por delante del centro del barco. Dado que un buque opera en un rango de velocidades, la metodología debe ser capaz de evaluar diferentes posiciones de los cascos laterales para adaptarse al perfil operativo del barco.

A continuación, se presenta la metodología utilizando un polinomio simétrico de cuarto orden para la creación y análisis de formas de casco de Trimarán, demostrando la versatilidad y aplicabilidad de la metodología propuesta.

$$SA_T = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad 3.1$$

$$V_T = \int_{AP}^{FP} ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad 3.2$$

$$\frac{d}{dx}SA_T = 0 \text{ en la sección media} \quad 3.3$$

Para aplicar el polinomio de cuarto orden, se utilizaron los mismos coeficientes de la ecuación matemática que define la distribución del área seccional total para desarrollar la ecuación correspondiente al casco lateral. En esta ecuación, la ubicación longitudinal del casco lateral está centrada en el centro de la embarcación, y la longitud de los cascos laterales está determinada por el desplazamiento total de la embarcación.

$$SA_{SH} = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e - C_{SH} \quad 3.4$$

$$V_{SH} = \int_{AP}^{FP} ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e - C_{SH} \quad 3.5$$

$$\frac{d}{dx}SA_{SH} = 0 \text{ en la sección media} \quad 3.6$$

La curva que describe el área seccional del casco lateral se obtiene al tomar una porción de la curva total del casco y desplazarla en la dirección y , que representa el área seccional. En las ecuaciones previas, C_{SH} es la constante asociada con el cambio necesario para alcanzar el porcentaje deseado del volumen total asignado a los cascos laterales.

La curva que describe el área de la sección central del casco se obtiene al calcular la diferencia entre las ecuaciones desarrolladas para las áreas seccionales totales del barco y del casco lateral. Siguiendo el ejemplo del polinomio de cuarto orden, la relación resultante de la curva del área de sección se muestra en la Figura 8.

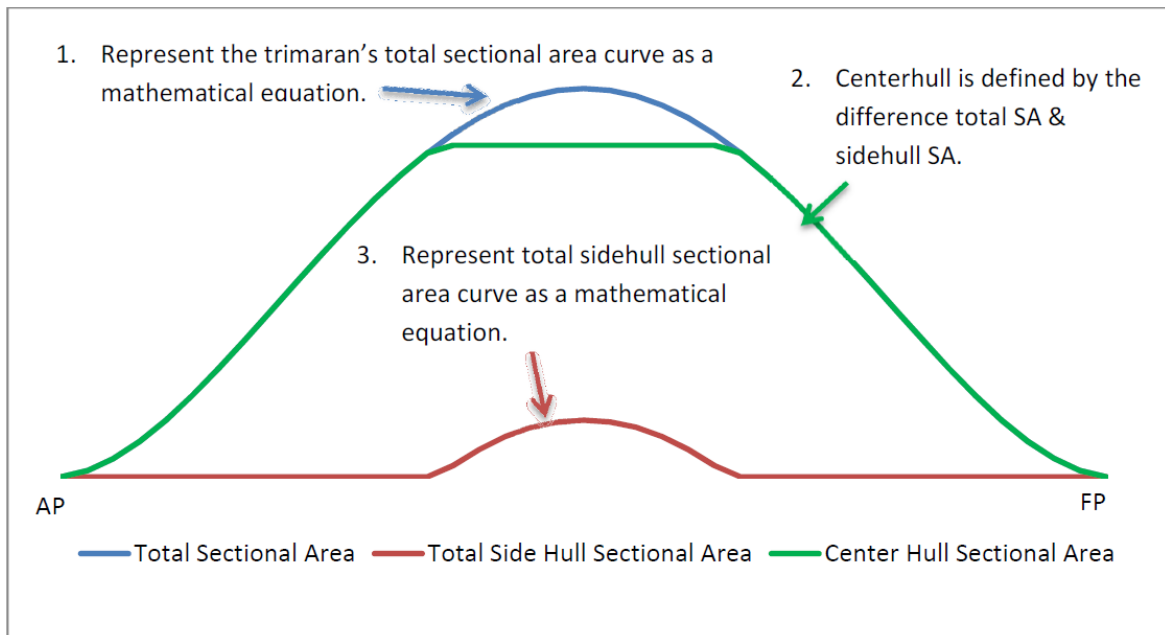
Este proceso permite definir de manera precisa la distribución del área seccional del casco central y de los cascos laterales, garantizando una adecuada relación entre ambos componentes. La simetría y coherencia en el diseño son fundamentales para optimizar el rendimiento hidrodinámico y la estabilidad del Trimarán.

La Figura 8 ilustra visualmente cómo se relacionan las áreas seccionales del casco central y los cascos laterales, mostrando la distribución del área a lo largo de la longitud

del barco. Esta representación gráfica facilita la comprensión del diseño y permite realizar ajustes según sea necesario para cumplir con los objetivos de rendimiento y eficiencia establecidos durante el proceso de diseño.

Figura 8

Curva de área seccional de ejemplo de polinomio de cuarto orden



Nota: 1. representar la curva del área seccional total del Trimarán como una ecuación matemática, 2. El casco central se define por la diferencia área seccional total y área seccional del casco lateral, 3. Representar la curva del área seccional lateral total del casco como una ecuación matemática. Fuente Kulceski (2014)

3.3 Modelamiento computacional de coeficientes del polinomio de 4to orden

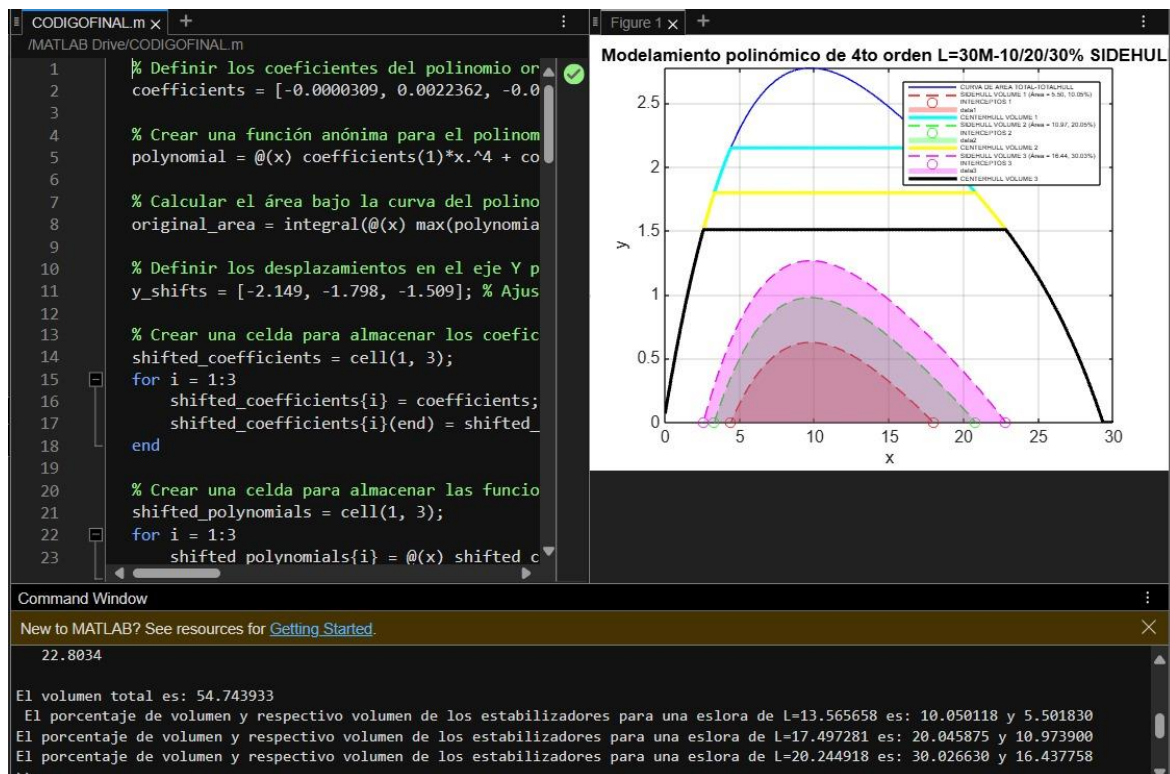
Una vez establecidos los polinomios de cuarto orden para las curvas de área de sección, se desarrolló un código computacional en Matlab para calcular los coeficientes de estos polinomios. El código se diseñó para iterar sobre los datos de entrada, ajustar los coeficientes y verificar la convergencia de la solución. El proceso de ajuste de los coeficientes se basó en métodos numéricos, como el método de los mínimos cuadrados, que asegura una aproximación óptima de la curva de áreas reales.

En ese contexto, en los Anexos B, C y D, se tiene compartido un código computacional integrado de las ecuaciones señaladas en la sección 3.2 para el

modelamiento polinómica de cuarto orden de Trimarán de eslora de 30, 25 y 20 metros, respectivamente, para porcentajes de cascos laterales en referencia al casco central en 30, 20 y 10%. En la Figura 9 se aprecia del lado izquierdo el código y del lado derecho la representación gráfica de los resultados dados por el código.

Figura 9

Ejemplo de implementación de código computacional en Matlab y ploteo de curvas de área de sección



La metodología para cada caso de eslora de Trimarán:

1. A partir del modelo base de un Trimaran en 3D, se extrae la curva de área de sección polinómica de 4to orden del casco central (center hull) y de los cascos laterales (side hull y llamados también estabilizadores).
2. Se representa gráficamente la curva de área del casco central y de los cascos laterales, resultando la suma de ambos en la curva de área de sección polinómica de 4to orden del casco total.
3. Se realiza el modelamiento polinómico de 4to orden con el cual se procederá a aproximar la curva de áreas reales.

4. La manera de usar el modelamiento polinómico de 4to orden en el Código computacional en Matlab es primero alimentar los coeficientes del polinomio de 4to orden y realizando iteraciones se obtiene el valor de la eslora de los cascos laterales para un volumen del casco lateral que es un porcentaje de volumen del casco central.
5. Respecto al código computacional en Matlab se tiene que se alimenta con el polinomio de 4to orden, luego se desplaza el polinomio hacia abajo en la dirección del eje Y, y se calcula la nueva área bajo la curva y los interceptos de las ecuaciones con el eje X, Xmin y Xmax, cuya diferencia da la eslora de los cascos laterales. La diferencia entre el área total y el área bajo la curva del polinomio desplazado y se obtiene el volumen correspondiente al casco principal. Finalmente se grafican los resultados y se procede a escalar el modelo 3D a las dimensiones obtenidas en el Código.

3.4 Generación de curva de área de sección polinómica de 4to orden

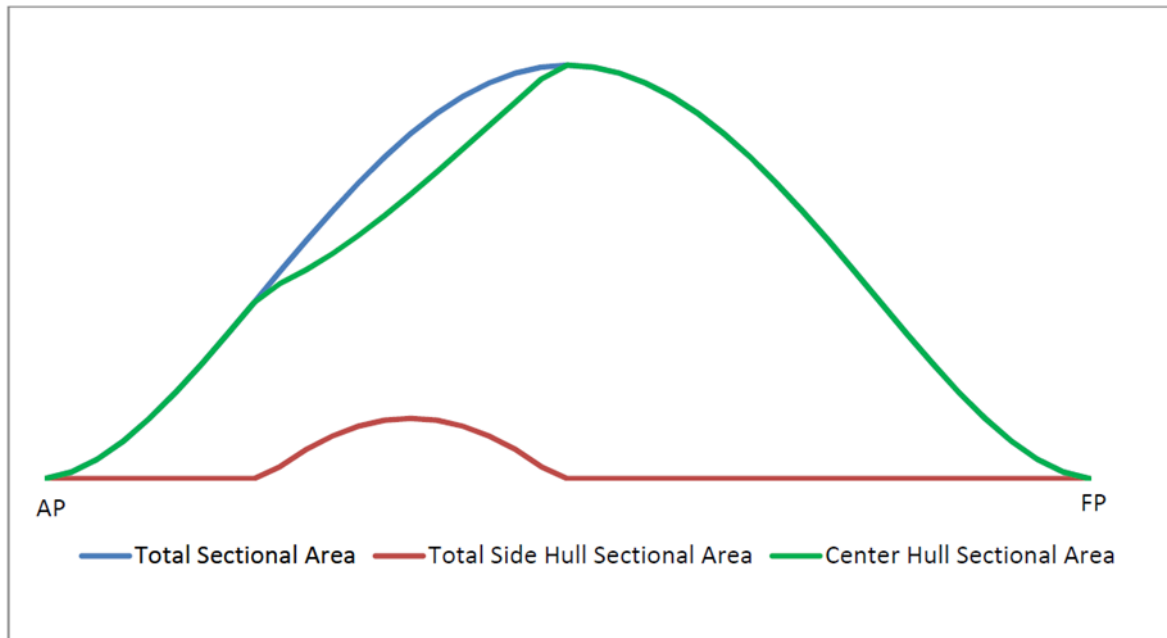
Como se ha mencionado anteriormente, la metodología empleada no requiere que la ecuación utilizada para definir el área de la sección del casco lateral sea idéntica a la ecuación que define el área seccional total, tal como se muestra en la Figura 8. En el polinomio de cuarto orden, se han utilizado las mismas ecuaciones para obtener una curva correspondiente al centro del casco, con un cuerpo medio paralelo y los cascos laterales centrados en el centro del barco.

La metodología adoptada permite flexibilidad en la definición de las áreas seccionales de los cascos laterales, las cuales no necesariamente deben seguir la misma ecuación utilizada para el área seccional total del trimarán. Esta flexibilidad es esencial para ajustar el diseño del casco a los requisitos específicos de estabilidad, velocidad y manejo. En este contexto, las representaciones gráficas, como las mostradas en las Figuras 10 y 11, ilustran cómo la variación en la posición longitudinal de los cascos laterales

afecta la forma del casco central, modificando así la distribución del área y, por ende, las características hidrodinámicas del trimarán.

Figura 10

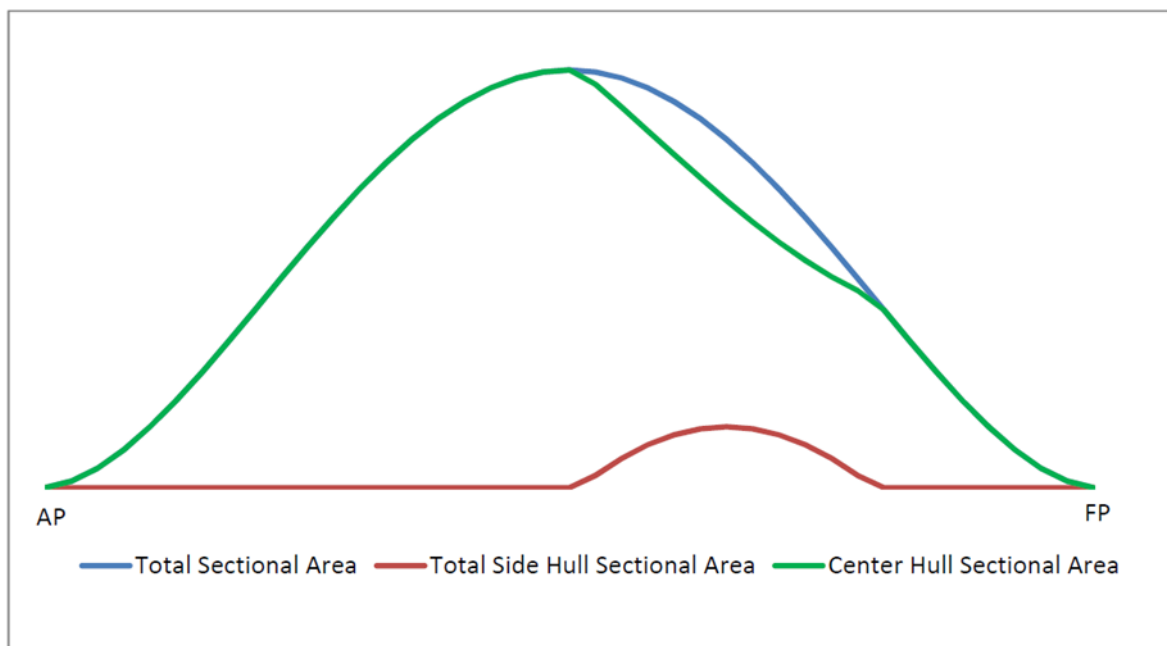
Curva de área de sección polinómica de cuarto orden: cascos laterales en popa



Nota: fuente Kulceski (2014)

Figura 11

Curva de área de sección polinómica de cuarto orden: cascos laterales hacia proa



Nota: fuente Kulceski (2014)

El análisis detallado de estas curvas permite identificar la configuración óptima que maximiza la eficiencia y estabilidad del trimarán bajo variadas condiciones operativas. Este análisis se apoya en un modelo matemático robusto que contempla ajustes en la ubicación de los cascos laterales para explorar diferentes configuraciones de diseño, impactando directamente en la dinámica del agua y la resistencia al avance de la embarcación.

Al considerar la ubicación óptima de los cascos laterales en relación con el centro del barco, es posible identificar la configuración que maximiza la eficiencia y estabilidad de la embarcación en una variedad de condiciones operativas. Además, estas figuras sirven como herramientas valiosas para guiar el proceso de diseño y tomar decisiones informadas sobre la geometría del casco en el desarrollo de un Trimarán de alto rendimiento.

Existen múltiples ventajas asociadas con el diseño basado en una curva de área de sección total fija. En primer lugar, estas curvas se modifican con facilidad para lograr una longitud de línea de flotación específica o para alcanzar un volumen desplazado total deseado.

Además, la metodología proporciona múltiples ventajas para el diseño del casco, incluyendo la capacidad de ajustar la longitud de la línea de flotación y el volumen desplazado total para cumplir con especificaciones de rendimiento y capacidad de carga. Estas características se diseñan para alojar necesidades específicas como sistemas de lanzamiento vertical o maquinaria pesada, ofreciendo una personalización detallada que responde a los requisitos operativos y de carga.

La generación de una parte media paralela en el casco central es una ventaja adicional proporcionada por la curva de área seccional fija. Este diseño ayuda a mantener un área de sección constante a lo largo de los cascos laterales, lo que es particularmente útil cuando se necesita estabilidad adicional o se desplazan longitudinalmente los cascos laterales para diferentes configuraciones operativas.

Una vez establecida la curva de área seccional mediante una ecuación matemática precisa, esta se replica y adapta fácilmente para trimaranes con diferentes esloras y configuraciones, permitiendo al diseñador explorar numerosas variaciones de diseño. Esta

capacidad no solo facilita una mejor comprensión de las opciones de diseño disponibles, sino que también permite optimizar la forma del casco para requisitos de misión específicos, garantizando así un diseño que cumpla con las expectativas de rendimiento y operatividad.

Finalmente, esta metodología robusta no solo posibilita la creación de nuevas formas de casco, sino que también permite modificar las existentes de manera eficiente, haciendo uso del modelo de curva de área seccional como punto de partida para futuras optimizaciones. En casos donde se requiera, el diseñador también evalúa cómo un casco de trimarán existente respondería bajo nuevos requisitos de misión, utilizando el modelo polinómico para predecir y ajustar el comportamiento del casco en diversas condiciones.

3.5 Evaluación de resistencia al avance para cada modelo de Trimarán

Finalmente, se evalúa la resistencia al avance para cada uno de los modelos de Trimarán con esloras de 30, 25 y 20 metros. Se utilizaron métodos con simulaciones computacionales, para calcular la resistencia total para las configuraciones del casco respecto a eslora y porcentaje de cascos laterales. Los resultados de estas evaluaciones se comparan con los valores base para verificar las mejoras en la eficiencia hidrodinámica de los modelos optimizados. Este proceso habilita al diseñador para emplear diversas herramientas de predicción de resistencia disponibles en la actualidad para los arquitectos navales.

La metodología utilizada para estas evaluaciones se apoya en herramientas de predicción de resistencia, disponibles para arquitectos navales. Dentro de las herramientas utilizadas en esta tesis, se incluyen programas como Rhinoceros y Maxsurf. Rhinoceros, por su parte, proporciona capacidades avanzadas para el modelado detallado de formas de casco tridimensionales, esencial para la visualización precisa de cambios en la geometría del casco. Maxsurf se seleccionó por su capacidad integral que facilita el modelado de cascos, análisis de estabilidad, y predicción de resistencia y movimientos. Maxsurf incluye funciones para modelado de cascos, estabilidad, predicción de

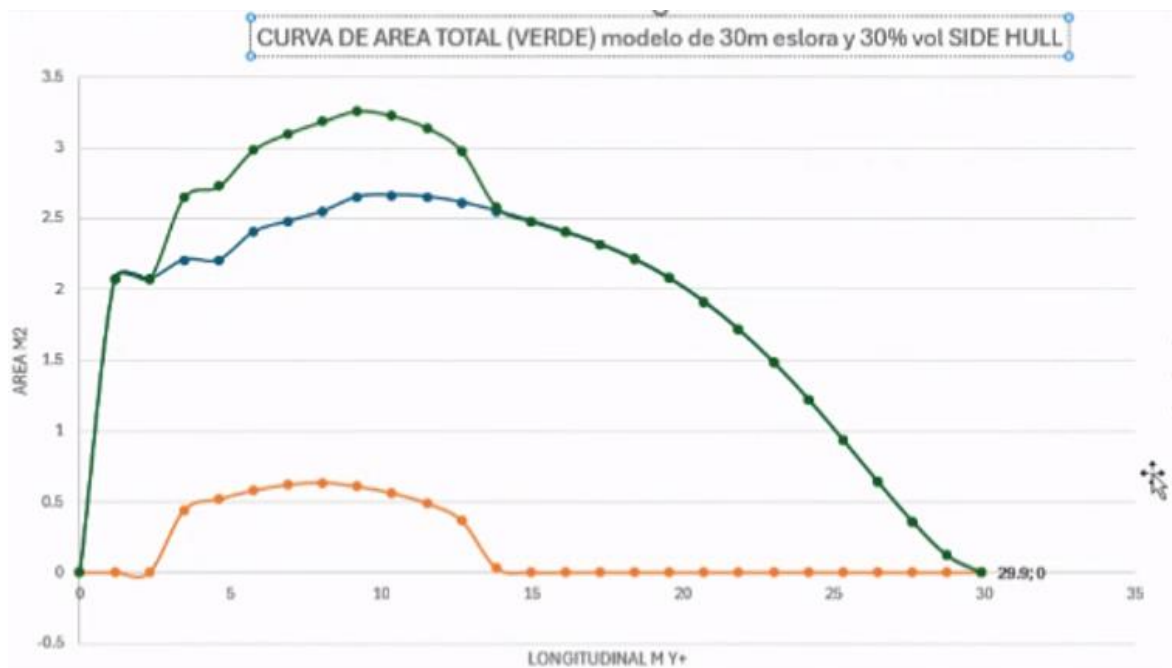
movimientos y resistencia, modelado estructural, análisis estructural y exportación a detalles de embarcaciones.

Esta flexibilidad en la selección de herramientas permite adaptar la metodología a las preferencias individuales del diseñador y a las necesidades específicas del proyecto. Al permitir la sustitución de herramientas según la conveniencia y experiencia del usuario, se fomenta una mayor eficiencia y precisión en el proceso de diseño del casco del Trimarán de pasaje.

Para crear, manipular y analizar modelos matemáticos de la curva del área seccional de la embarcación y los desplazamientos del casco, se utilizaron herramientas como Microsoft Excel y Matlab. Específicamente, Excel fue el programa preferido utilizado debido a su versatilidad y familiaridad para muchos diseñadores, entre ellas hacer tablas e integrando puntos para obtener curvas como la mostrada en la Figura 12. Además, se desarrolló un programa en Matlab en la sección 3.3 para calcular la longitud requerida de los cascos laterales, el cual se detalla en el Anexo B, C y D.

Figura 12

Ejemplo de resultado de curva usando excel



En conjunto, estas herramientas y métodos no solo facilitan una evaluación rigurosa de la resistencia al avance en diversas configuraciones de casco, sino que también

aseguran que el proceso de diseño del trimarán sea altamente eficiente, preciso y adaptado a cumplir con los rigurosos estándares de rendimiento y eficiencia requeridos en la industria naval moderna.

CAPÍTULO IV

Resultados, contrastación de hipótesis y discusión de resultados

Este capítulo presenta los resultados obtenidos a partir de la implementación del modelo polinómico de cuarto orden, diseñado para optimizar la configuración del casco de trimaranes. Se han evaluado tres modelos base de trimaranes, cada uno con una ubicación específica del centro de gravedad de los cascos laterales, situada al 75% de la eslora desde la proa hacia la popa. Estos modelos se ajustan a una curva polinómica de cuarto orden para establecer una configuración precisa del casco central y los cascos laterales.

En este proceso, se aplicó una relación porcentual del volumen de los cascos laterales respecto al casco central, manteniendo constante el volumen total, para evaluar la variación en la eslora de los cascos laterales. Este ajuste se basa en la premisa de que la eslora del casco central en los modelos base corresponde a la eslora del casco central en los modelos ajustados por el polinomio. La metodología permite una comparación rigurosa entre las configuraciones polinomiales y las configuraciones base, destacando cómo las modificaciones influyen en la resistencia al avance.

Además, se analiza la resistencia por fricción y la formación de olas según las configuraciones derivadas del modelamiento polinómico. Este análisis es para entender las implicaciones prácticas de los ajustes en el diseño del casco sobre la eficiencia hidrodinámica y el rendimiento general del trimarán. La evaluación detallada de estos aspectos permite no solo validar las hipótesis planteadas sino también ofrecer una perspectiva clara sobre las ventajas del uso de modelos polinómicos en el diseño naval.

4.1 Resultados de aplicación de modelo polinómico de cuarto orden para esloras de 30, 25 y 20 metros

Se presentan los resultados del análisis del modelo polinómico de cuarto orden del trimarán para las esloras de 30, 25 y 20 metros, y en cada una se desarrollará la curva de área de sección polinómica de cuarto orden.

4.1.1 Modelo polinómico de Trimarán de 30 metros de eslora

La evaluación comienza con la presentación de los datos clave del modelo base, como se refleja en la Tabla 2. Aquí, se especifican el volumen, el desplazamiento en toneladas (Δ), y la distancia entre crujías, elementos fundamentales para la comprensión de la configuración inicial del casco.

Tabla 2

Datos del modelo base de Trimarán de eslora de 30 metros

Volumen (m ³)	Δ (Ton)	Dcrujías (m)
54.74	56.1085	2.64

Se utilizan los datos discretizados por secciones de las áreas transversales para integrar las áreas en volumen y desarrollar el área de sección polinómica de cuarto orden, como se muestra en la Tabla 3. Esta tabla detalla la distribución longitudinal de las secciones del casco central, proporcionando un desglose de cómo cada segmento contribuye al perfil general del casco.

Tabla 3

Área de sección polinómica de 4to orden del modelo base de Trimarán de eslora de 30 metros

Longitudinal	Sección	Casco central	Unidad
0	0	0	m ²
1.15	1	0.2016241	m ²
2.3	2	2.0729081	m ²
3.45	3	2.20822767	m ²
4.6	4	2.31628913	m ²
5.75	5	2.40399826	m ²
6.9	6	2.47976773	m ²

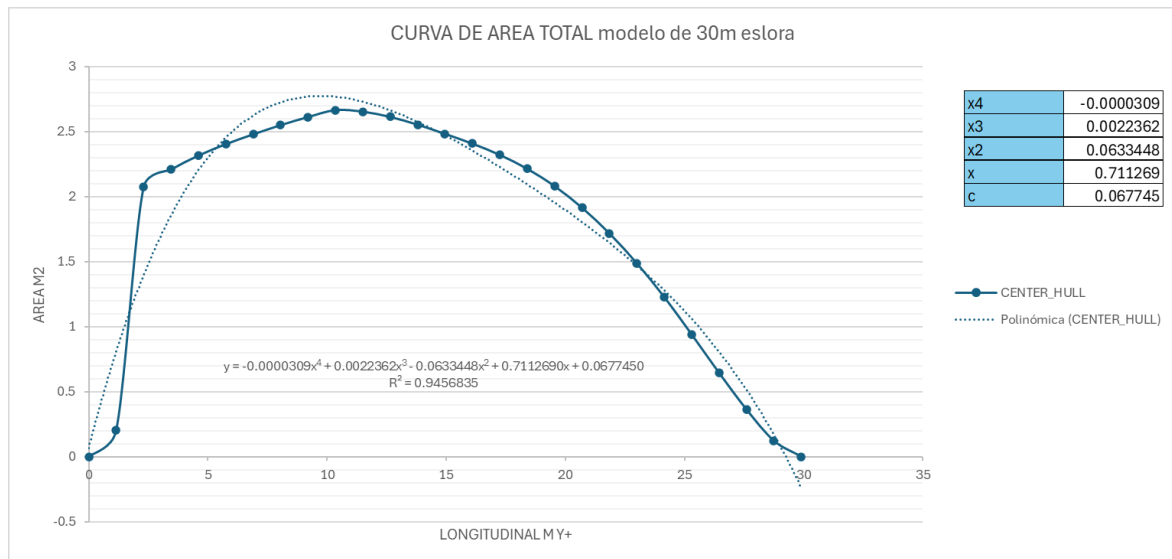
8.05	7	2.550685	m ²
9.2	8	2.61293148	m ²
10.35	9	2.66604973	m ²
11.5	10	2.65430262	m ²
12.65	11	2.61399254	m ²
13.8	12	2.5539579	m ²
14.95	13	2.48332675	m ²
16.1	14	2.40789549	m ²
17.25	15	2.32097784	m ²
18.4	16	2.21407883	m ²
19.55	17	2.08023633	m ²
20.7	18	1.91439254	m ²
21.85	19	1.7163531	m ²
23	20	1.48681248	m ²
24.15	21	1.2262661	m ²
25.3	22	0.93886559	m ²
26.45	23	0.64301667	m ²
27.6	24	0.36203551	m ²
28.75	25	0.12157979	m ²
29.9	26	0	m ²

Para representar estos datos de manera funcional y ajustarlos a un modelo polinómico de cuarto orden, se emplean coeficientes que son introducidos en un modelo computacional en Matlab. Esta transformación permite visualizar cómo las áreas seccionales se ajustan a la curva polinómica, optimizando así el diseño para una mayor eficiencia hidrodinámica.

La Figura 13 ilustra este ajuste, destacando la precisión con la que el modelo polinómico se adapta a las formas originales del casco.

Figura 13

Curva de área total polinomial del modelo base de Trimarán de eslora de 30 metros



Con el ajuste del modelo de base a polinomial, se elabora en 3D la geometría del casco para tres configuraciones en que el volumen del casco lateral es un porcentaje del casco total, en proporción de 30, 20 y 10%, siendo la diferencia el volumen del casco central. A su vez, se presenta la vista comparativa con el que se aprecia como varía el casco base tomando una forma distinta a raíz de la aplicación del polinomio. Ver Figura 14 y 15 para 30%, Figura 16 y 17 para 20%, Figura 18 y 19 para 10%.

Figura 14

Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 30% de volumen total para la eslora de 30 metros

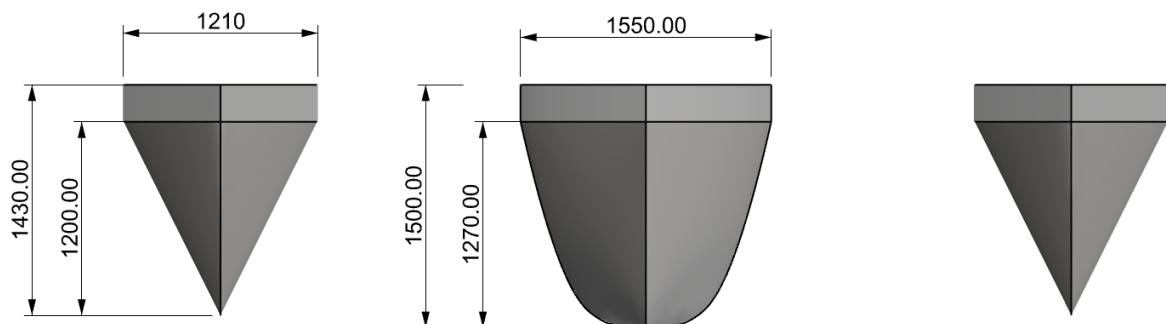
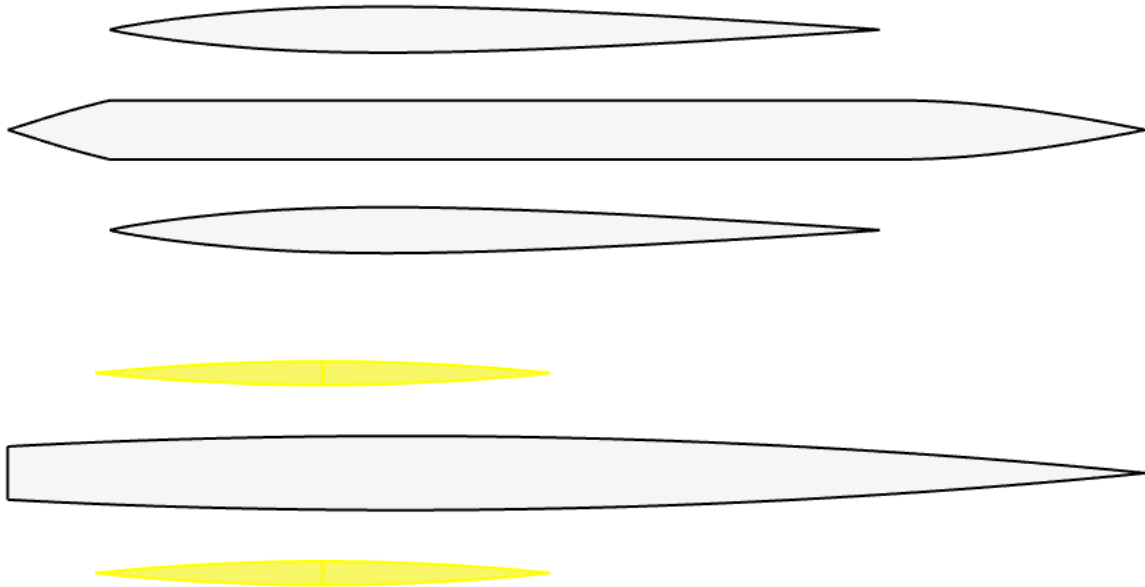


Figura 15

Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 30% de volumen total para la eslora de 30 metros



Nota: Parte inferior es el modelo base, en la parte superior el modelo polinomial de cuarto orden con volumen de casco lateral de 30% de volumen total.

Figura 16

Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 20% de volumen total para la eslora de 30 metros

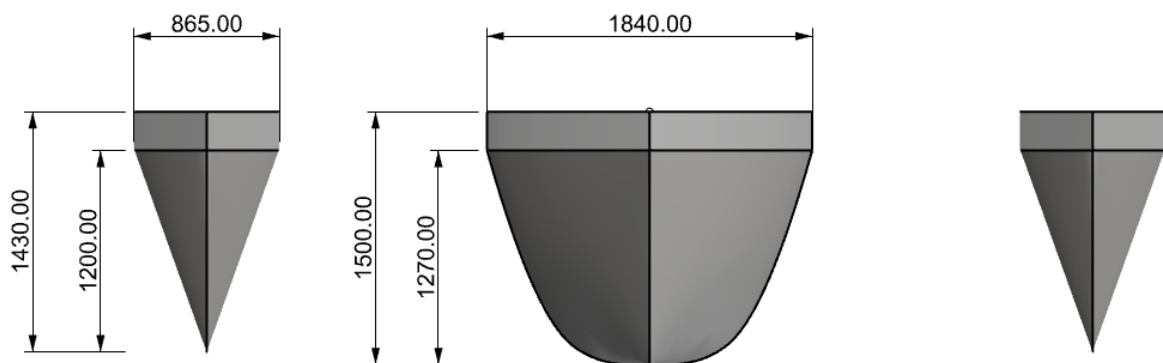


Figura 17

Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 20% de volumen total para la eslora de 30 metros



Nota: Parte inferior es el modelo base, en la parte superior el modelo polinomial de cuarto orden con volumen de casco lateral de 20% de volumen total.

Figura 18

Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 10% de volumen total para la eslora de 30 metros

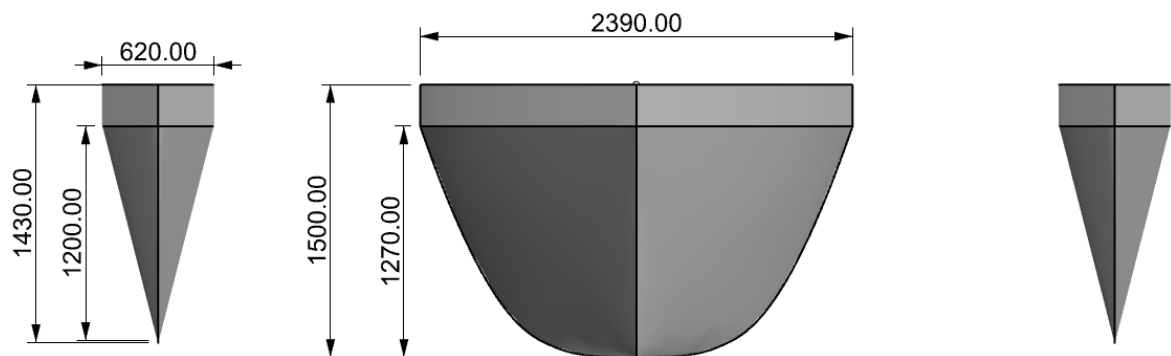
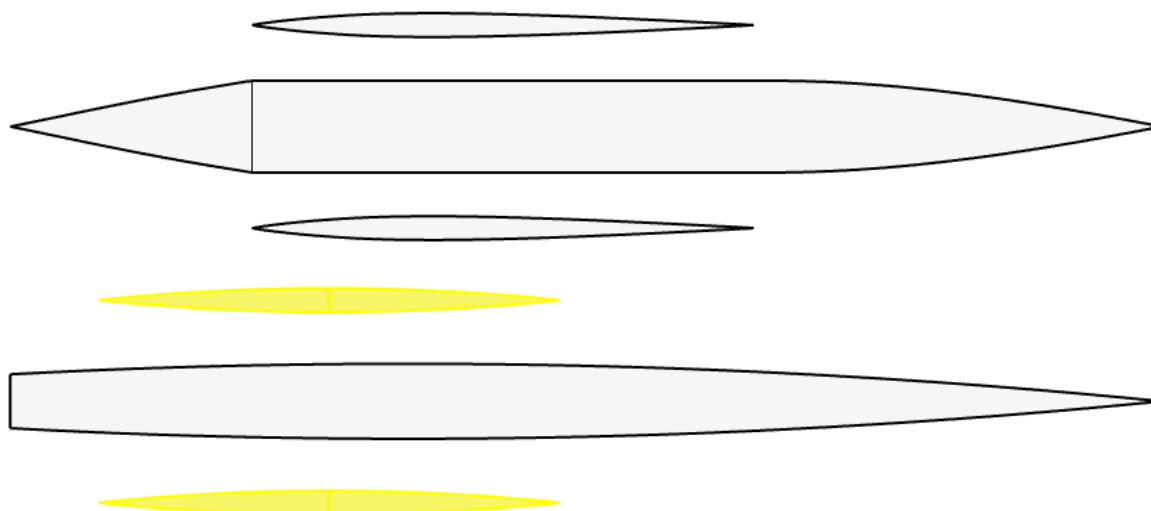


Figura 19

Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 10% de volumen total para la eslora de 30 metros



Nota: Parte inferior es el modelo base, en la parte superior el modelo polinomial de cuarto orden con volumen de casco lateral de 10% de volumen total.

Se presenta la tabla 4 la distribución del volumen total en el casco central y lateral para la eslora de 30 metros, además, respecto a la configuración porcentual del volumen del casco lateral respecto al volumen total, en 30, 20 y 10%, se aprecia las dimensiones de eslora, manga puntal y calado de los cascos señalados.

Tabla 4

Resultados del modelo polinomial del volumen y eslora del casco central y casco lateral a 30/20/10% de Trimarán de 30 metros

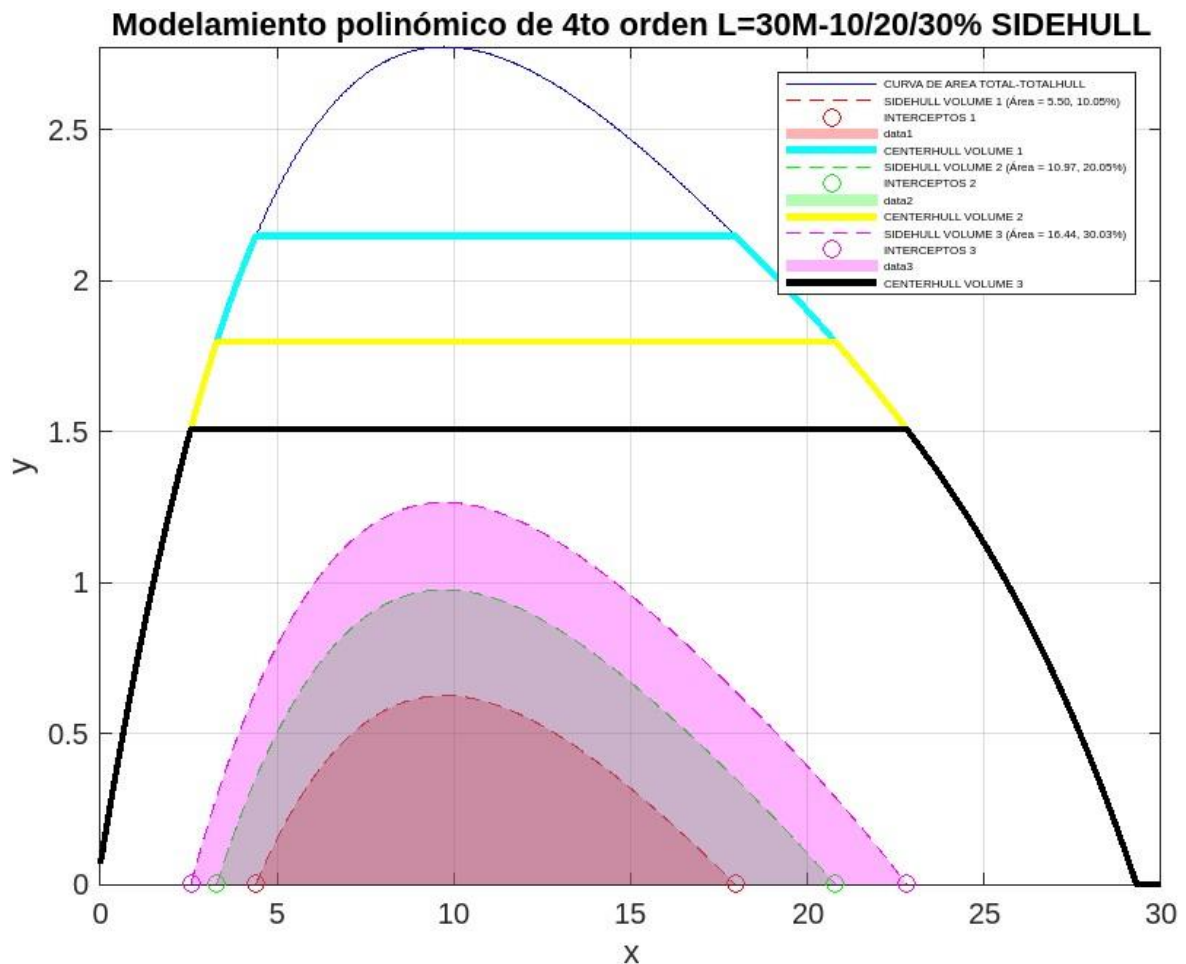
VOL TOTAL	CASCO CENTRAL					CASCO LATERAL				
	L	B	D	T	VC	L	B	D	T	VL
54.74										
BASE	30	1.95	1.5	1.27	44.94	12	0.62	1.43	1.2	9.8
30%	30	1.55	1.5	1.27	38.303	20.3	1.21	1.43	1.2	16.437
20%	30	1.84	1.5	1.27	43.77	17.5	0.85	1.43	1.2	10.97
10%	30	2.39	1.5	1.27	49.24	13.5	0.62	1.43	1.2	5.5

De la Tabla 4 se desprende la gráfica de la curva de área de sección polinómica de cuatro orden para la eslora de 30 metros y la variación del casco lateral en 30, 20 y 10% del volumen total. Observando el gráfico, se señala el área de casco lateral el primero en

10.05%, el segundo en 20.05% y el tercero en 30.03%, significativamente aproximado a los valores establecidos por 30/20/10%.

Figura 20

Curva de área de sección polinómica de 4to orden para eslora de 30 metros y casco lateral al 10/20/30%



4.1.2 Modelo polinómico de Trimarán de 25 metros de eslora

Los siguientes datos del modelo base del Trimarán es:

Tabla 5

Datos del modelo base de Trimarán de eslora de 25 metros

Volumen (m ³)	Δ (Ton)	Dcrujías (m)
37.69	38.6322	2.2

Se presenta en la Tabla 6 la discretización por secciones de las áreas transversales para la integración de las áreas en volumen y desarrollo del área de sección polinómica de cuatro orden para la eslora de 25 metros.

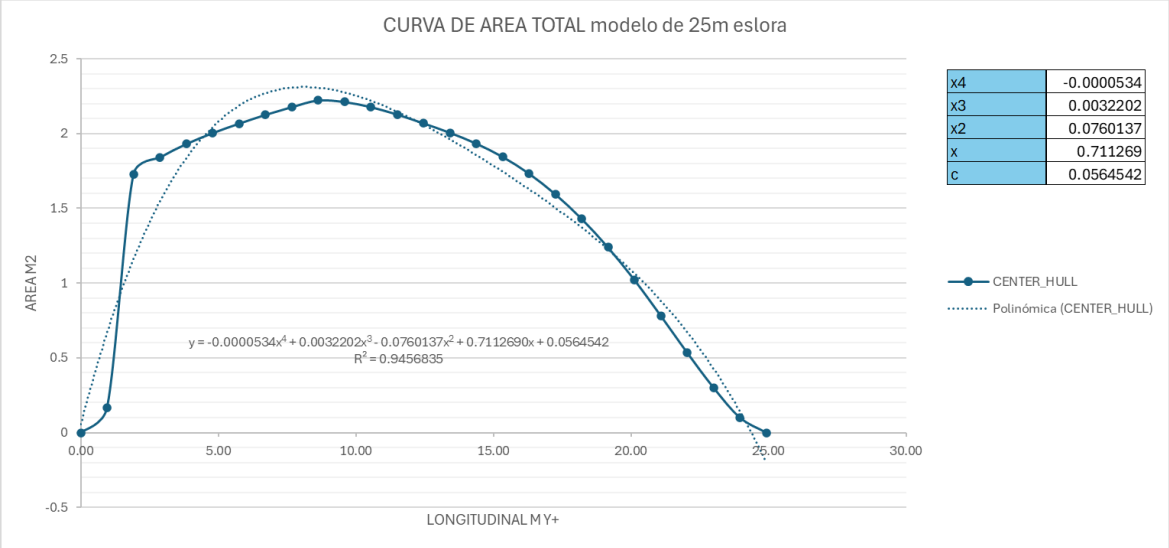
Tabla 6

Área de sección polinómica de 4to orden del modelo base de Trimarán de eslora de 25 metros

Longitudinal Escalado 25m	Longitudinal	Sección	Casco central Escalado 25m	Casco central 30m	Unidad
0.00	0	0	0	0	m ²
0.96	1.15	1	0.168020083	0.2016241	m ²
1.92	2.3	2	1.727423417	2.0729081	m ²
2.88	3.45	3	1.840189725	2.20822767	m ²
3.83	4.6	4	1.930240942	2.31628913	m ²
4.79	5.75	5	2.003331883	2.40399826	m ²
5.75	6.9	6	2.066473108	2.47976773	m ²
6.71	8.05	7	2.125570833	2.550685	m ²
7.67	9.2	8	2.1774429	2.61293148	m ²
8.63	10.35	9	2.221708108	2.66604973	m ²
9.58	11.5	10	2.21191885	2.65430262	m ²
10.54	12.65	11	2.178327117	2.61399254	m ²
11.50	13.8	12	2.12829825	2.5539579	m ²
12.46	14.95	13	2.069438958	2.48332675	m ²
13.42	16.1	14	2.006579575	2.40789549	m ²
14.38	17.25	15	1.9341482	2.32097784	m ²
15.33	18.4	16	1.845065692	2.21407883	m ²
16.29	19.55	17	1.733530275	2.08023633	m ²
17.25	20.7	18	1.595327117	1.91439254	m ²
18.21	21.85	19	1.43029425	1.7163531	m ²
19.17	23	20	1.2390104	1.48681248	m ²
20.13	24.15	21	1.021888417	1.2262661	m ²
21.08	25.3	22	0.782387992	0.93886559	m ²
22.04	26.45	23	0.535847223	0.64301667	m ²
23.00	27.6	24	0.301696258	0.36203551	m ²
23.96	28.75	25	0.101316491	0.12157979	m ²
24.92	29.9	26	0	0	m ²

Se muestra en la Figura 21 el ajuste de las áreas de las secciones en una función polinómica de cuarto orden. Los coeficientes serán los datos de entrada del modelo computacional en Matlab.

Figura 21
Curva de área total polinomial del modelo base de Trimarán de eslora de 25 metros



Con el ajuste del modelo de base a polinomial, se elabora en 3D la geometría del casco para tres configuraciones en que el volumen del casco lateral es un porcentaje del casco total, en proporción de 30, 20 y 10%, siendo la diferencia el volumen del casco central. A su vez, se presenta la vista comparativa con el que se aprecia como varía el casco base tomando una forma distinta a raíz de la aplicación del polinomio. Ver Figura 22 y 23 para 30%, Figura 24 y 25 para 20%, Figura 26 y 27 para 10%.

Figura 22
Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 30% de volumen total para la eslora de 25 metros

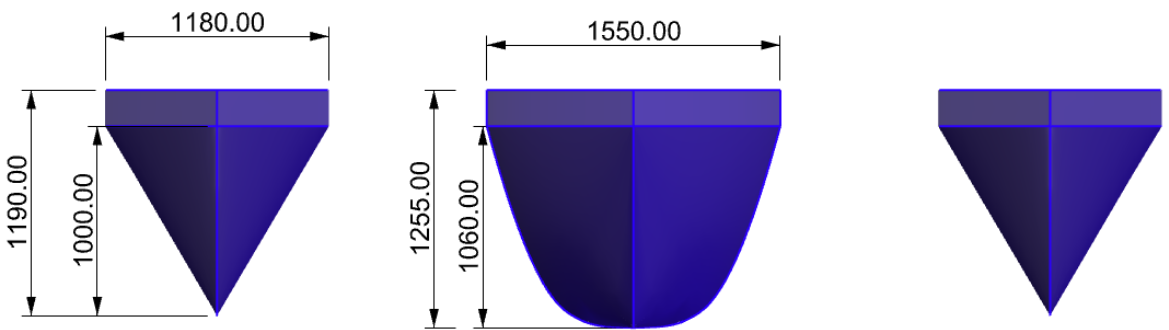
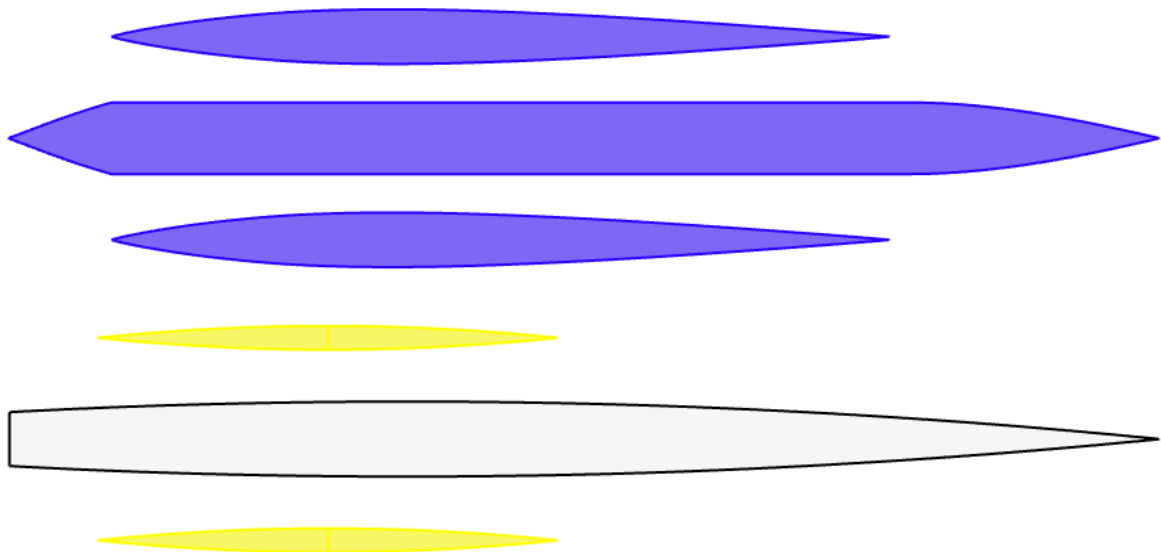


Figura 23

Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 30% de volumen total para la eslora de 25 metros



Nota: Parte inferior es el modelo base, en la parte superior el modelo polinomial de cuarto orden con volumen de casco lateral de 30% de volumen total.

Figura 24

Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 20% de volumen total para la eslora de 25 metros

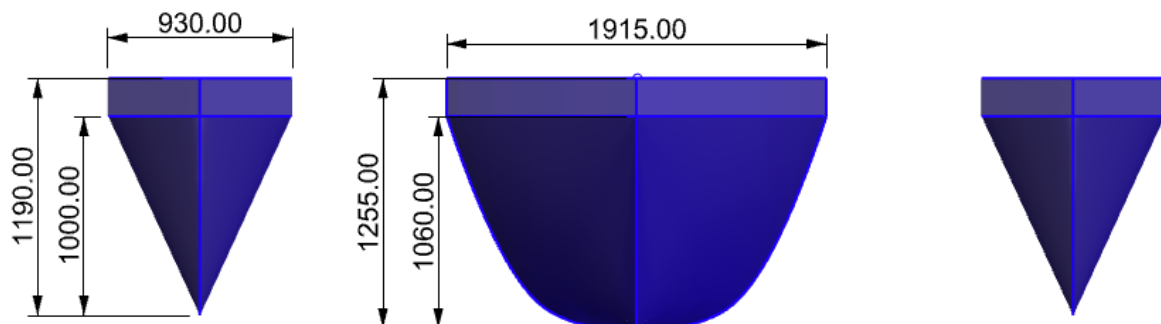
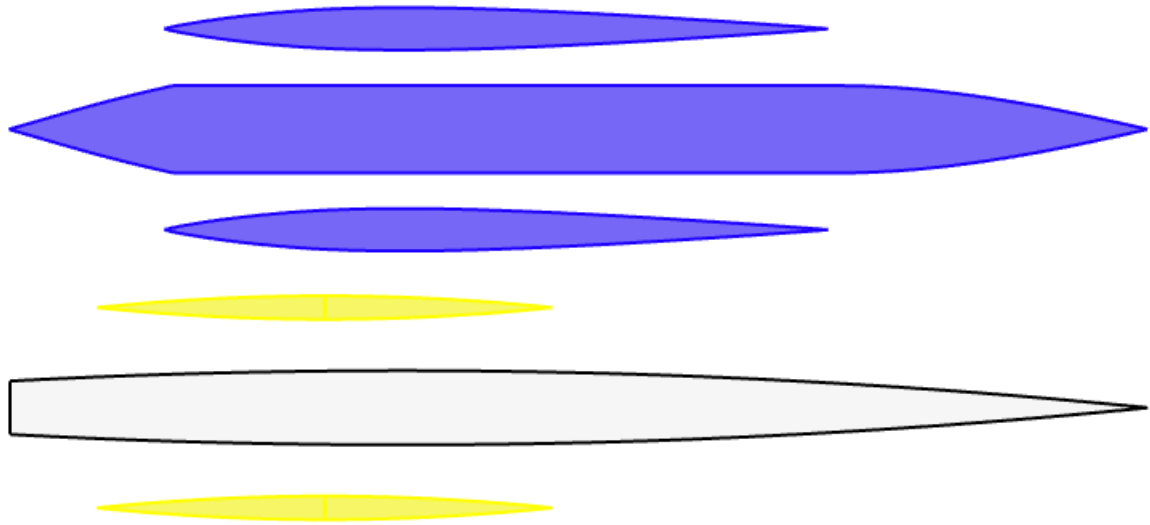


Figura 25

Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 20% de volumen total para la eslora de 25 metros



Nota: Parte inferior es el modelo base, en la parte superior el modelo polinomial de cuarto orden con volumen de casco lateral de 20% de volumen total.

Figura 26

Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 10% de volumen total para la eslora de 25 metros

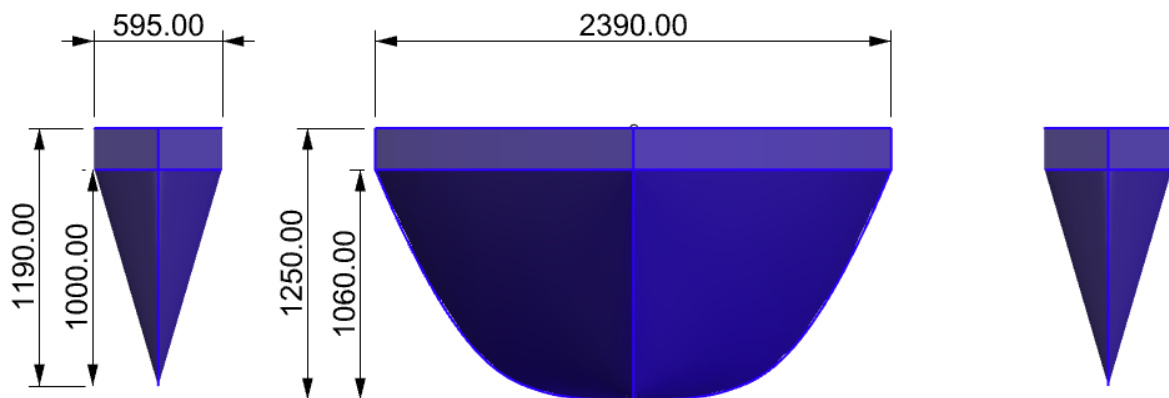


Figura 27

Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 10% de volumen total para la eslora de 25 metros



Nota: Parte inferior es el modelo base, en la parte superior el modelo polinomial de cuarto orden con volumen de casco lateral de 10% de volumen total.

Se presenta la Tabla 7 la distribución del volumen total en el casco central y lateral para la eslora de 25 metros, además, respecto a la configuración porcentual del volumen del casco lateral respecto al volumen total, en 30, 20 y 10%, se aprecia las dimensiones de eslora, manga puntal y calado de los cascos señalados.

Tabla 7

Resultados del modelo polinomial del volumen y eslora del casco central y casco lateral a 30/20/10% de Trimarán de 25 metros

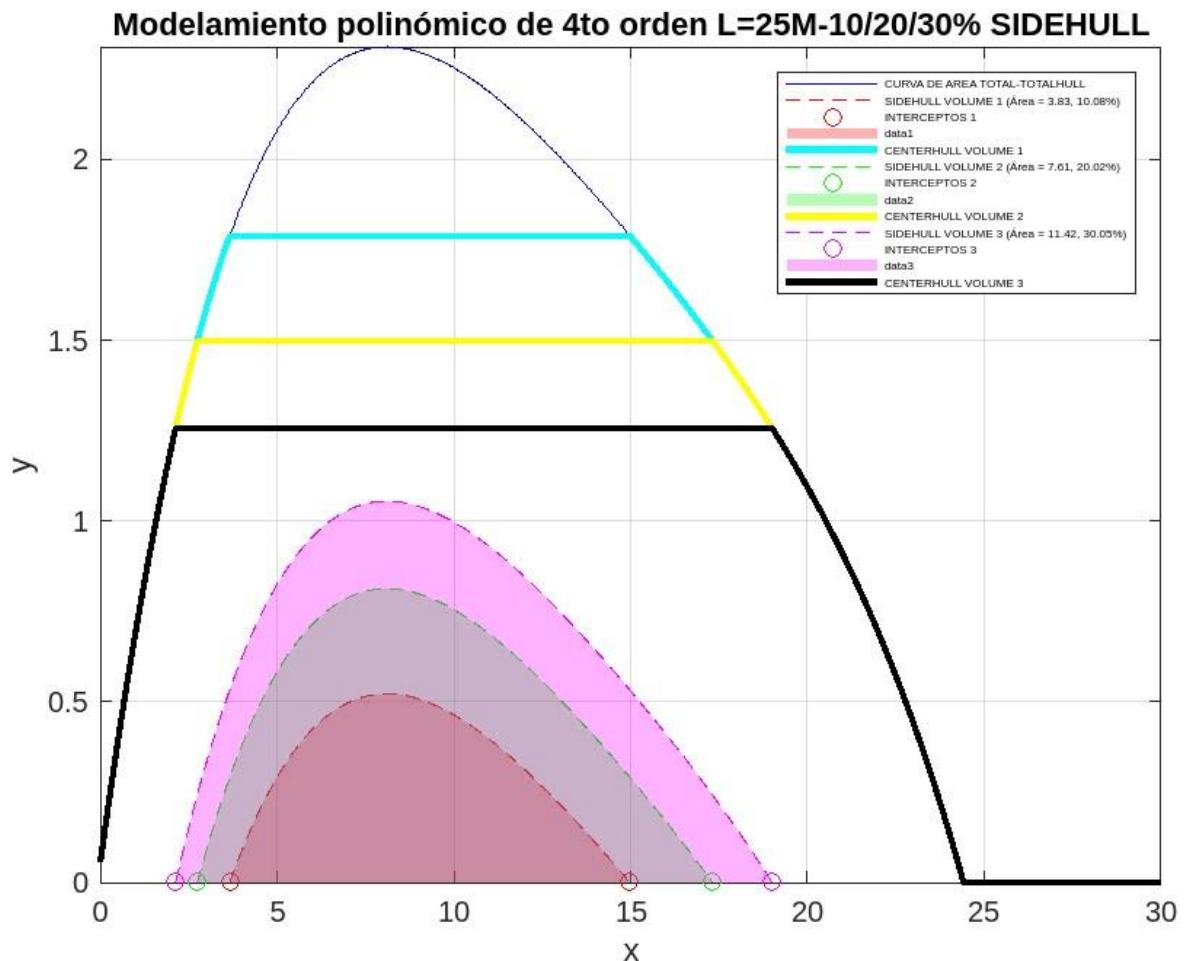
VOL TOTAL	CASCO CENTRAL					CASCO LATERAL				
37.69	L	B	D	T	VC	L	B	D	T	VL
BASE	25	1.625	1.25	1.06	27.89	12	0.515	1.19	1.0	9.8
30%	25	1.55	1.25	1.06	26.33	16.87	1.18	1.19	1.0	11.36
20%	25	1.84	1.25	1.06	30.11	14.57	0.93	1.19	1.0	7.58
10%	25	2.39	1.25	1.06	33.89	11.31	0.595	1.19	1.0	3.8

De la Tabla 7 se desprende la gráfica de la curva de área de sección polinómica de cuatro orden para la eslora de 25 metros y la variación del casco lateral en 30, 20 y 10% del volumen total. Observando el gráfico, se señala el área de casco lateral el primero en

10.08%, el segundo en 20.02% y el tercero en 30.05%, significativamente aproximado a los valores establecidos por 30/20/10%.

Figura 28

Curva de área de sección polinómica de 4to orden para eslora de 25 metros y casco lateral al 10/20/30%



4.1.3 Modelo polinómico de Trimarán de 20 metros de eslora

Los siguientes datos del modelo base del Trimarán es:

Tabla 8

Datos del modelo base de Trimarán de eslora de 20 metros

Volumen (m³)	Δ (Ton)	Dcrujías (m)
24.27	24.8767	1.76

Se presenta en la Tabla 9 la discretización por secciones de las áreas transversales para la integración de las áreas en volumen y desarrollo del área de sección polinómica de cuatro orden para la eslora de 20 metros.

Tabla 9

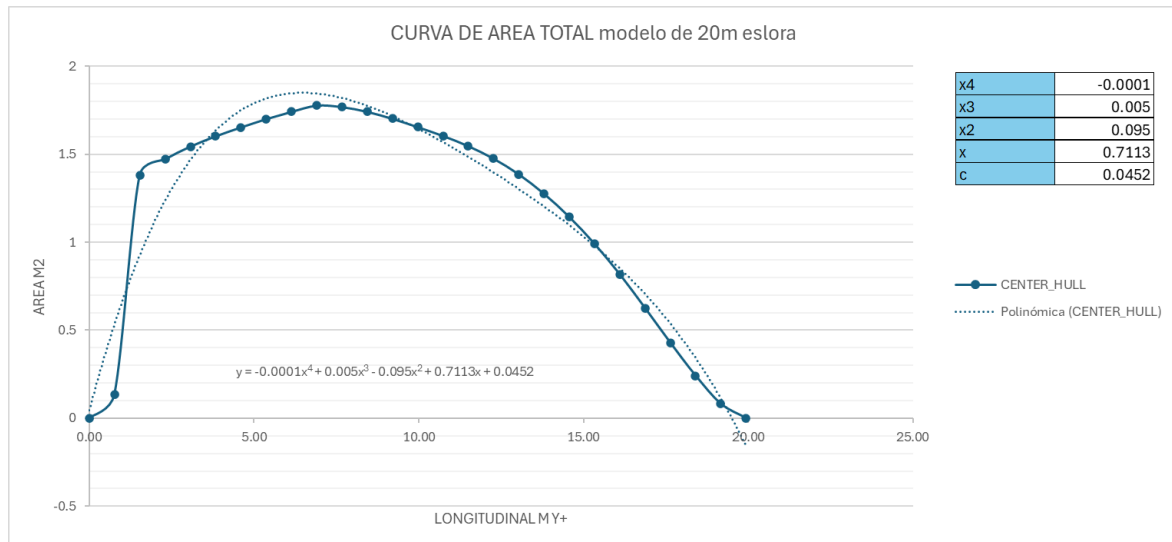
Área de sección polinómica de 4to orden del modelo base de Trimarán de eslora de 20 metros

Longitudinal Escalado 20m	Longitudinal	Sección	Casco central Escalado 20m	Casco central 30m	Unidad
0.00	0	0	0	0	m ²
0.77	1.15	1	0.134416067	0.2016241	m ²
1.53	2.3	2	1.381938733	2.0729081	m ²
2.30	3.45	3	1.47215178	2.20822767	m ²
3.07	4.6	4	1.544192753	2.31628913	m ²
3.83	5.75	5	1.602665507	2.40399826	m ²
4.60	6.9	6	1.653178487	2.47976773	m ²
5.37	8.05	7	1.700456667	2.550685	m ²
6.13	9.2	8	1.74195432	2.61293148	m ²
6.90	10.35	9	1.777366487	2.66604973	m ²
7.67	11.5	10	1.76953508	2.65430262	m ²
8.43	12.65	11	1.742661693	2.61399254	m ²
9.20	13.8	12	1.7026386	2.5539579	m ²
9.97	14.95	13	1.655551167	2.48332675	m ²
10.73	16.1	14	1.60526366	2.40789549	m ²
11.50	17.25	15	1.54731856	2.32097784	m ²
12.27	18.4	16	1.476052553	2.21407883	m ²
13.03	19.55	17	1.38682422	2.08023633	m ²
13.80	20.7	18	1.276261693	1.91439254	m ²
14.57	21.85	19	1.1442354	1.7163531	m ²
15.33	23	20	0.99120832	1.48681248	m ²
16.10	24.15	21	0.817510733	1.2262661	m ²
16.87	25.3	22	0.625910393	0.93886559	m ²
17.63	26.45	23	0.428677779	0.64301667	m ²
18.40	27.6	24	0.241357006	0.36203551	m ²
19.17	28.75	25	0.081053193	0.12157979	m ²
19.93	29.9	26	0	0	m ²

Se muestra en la Figura 29 el ajuste de las áreas de las secciones en una función polinómica de cuarto orden. Los coeficientes serán los datos de entrada del modelo computacional en Matlab.

Figura 29

Curva de área total polinomial del modelo base de Trimarán de eslora de 20 metros



Con el ajuste del modelo de base a polinomial, se elabora en 3D la geometría del casco para tres configuraciones en que el volumen del casco lateral es un porcentaje del casco total, en proporción de 30, 20 y 10%, siendo la diferencia el volumen del casco central. A su vez, se presenta la vista comparativa con el que se aprecia como varía el casco base tomando una forma distinta a raíz de la aplicación del polinomio. Ver Figura 30 y 31 para 30%, Figura 32 y 33 para 20%, Figura 34 y 35 para 10%.

Figura 30

Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 30% de volumen total para la eslora de 20 metros

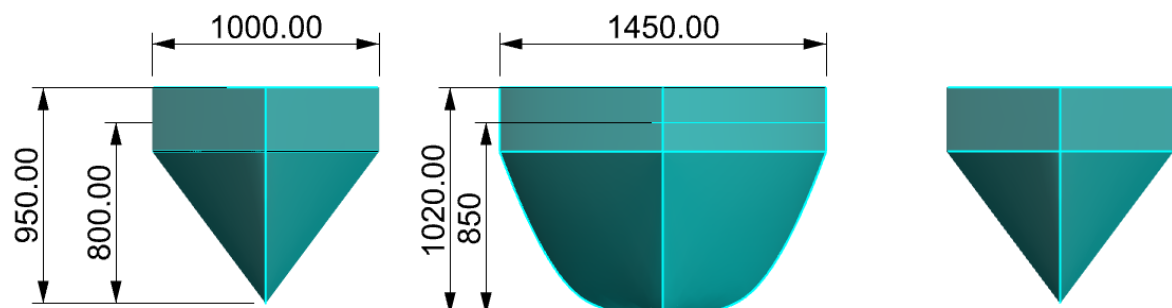
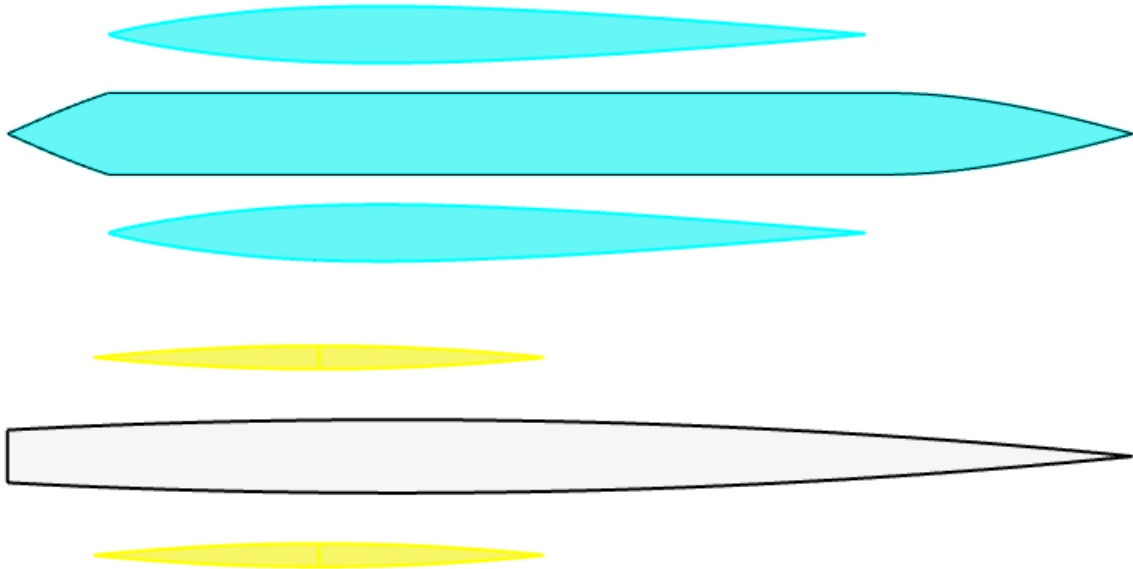


Figura 31

Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 30% de volumen total para la eslora de 20 metros



Nota: Parte inferior es el modelo base, en la parte superior el modelo polinomial de cuarto orden con volumen de casco lateral de 30% de volumen total.

Figura 32

Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 20% de volumen total para la eslora de 20 metros

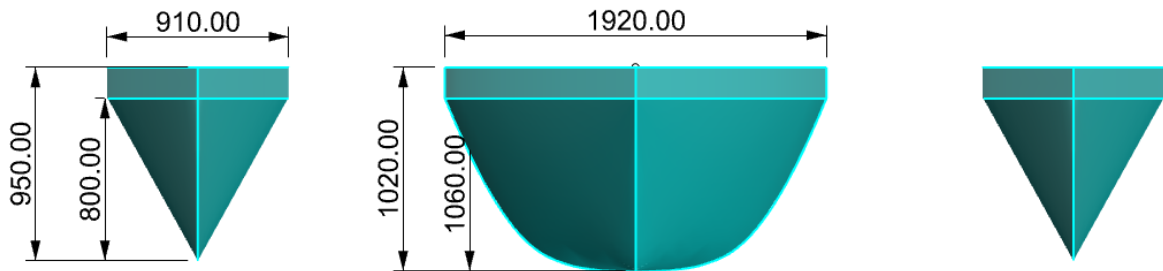
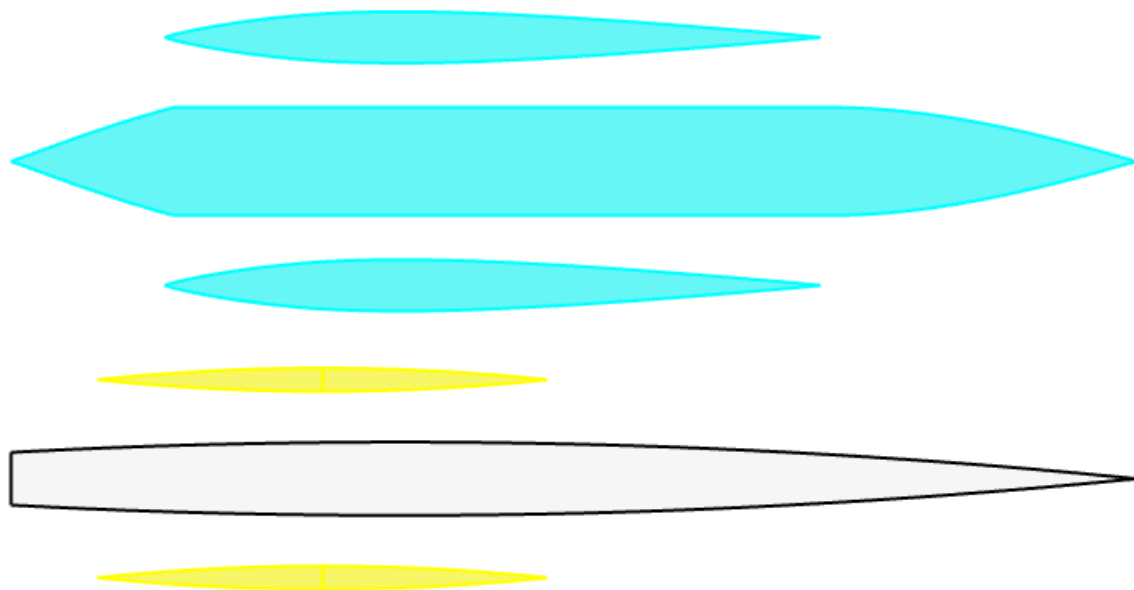


Figura 33

Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 20% de volumen total para la eslora de 20 metros



Nota: Parte inferior es el modelo base, en la parte superior el modelo polinomial de cuarto orden con volumen de casco lateral de 20% de volumen total.

Figura 34

Vista transversal de modelo polinomial de volumen de casco lateral de 10% de volumen total para la eslora de 20 metros

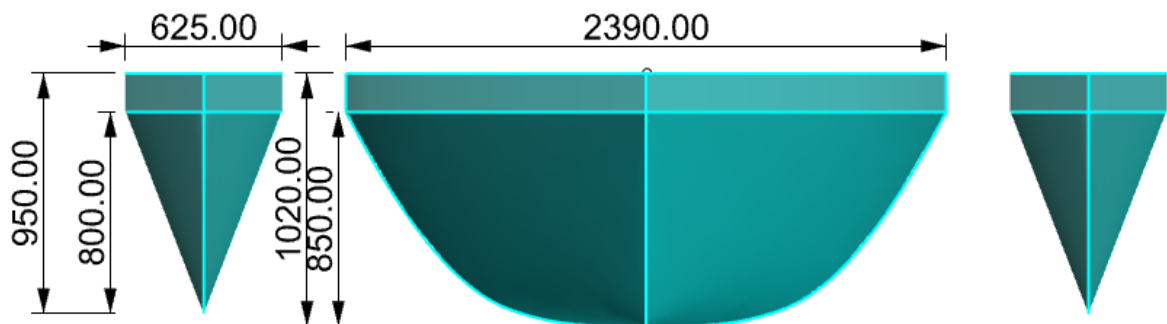


Figura 35

Vista comparativa del modelo base vs modelo polinomial de volumen de casco lateral de 10% de volumen total para la eslora de 20 metros



Nota: Parte inferior es el modelo base, en la parte superior el modelo polinomial de cuarto orden con volumen de casco lateral de 10% de volumen total.

Se presenta la Tabla 10 la distribución del volumen total en el casco central y lateral para la eslora de 20 metros, además, respecto a la configuración porcentual del volumen del casco lateral respecto al volumen total, en 30, 20 y 10%, se aprecia las dimensiones de eslora, manga puntal y calado de los cascos señalados.

Tabla 10

Resultados del modelo polinomial del volumen y eslora del casco central y casco lateral a 30/20/10% de Trimarán de 20 metros

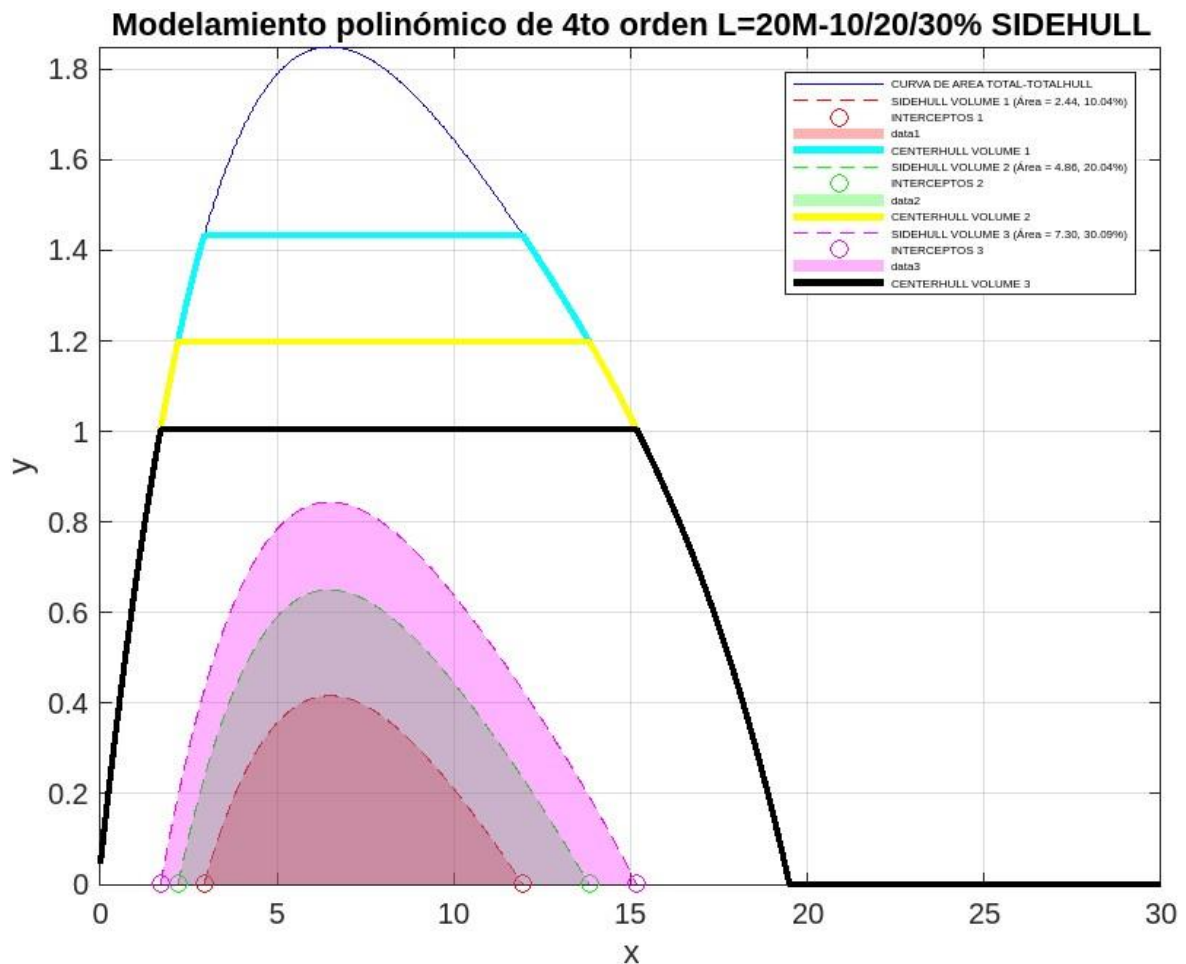
VOL TOTAL		CASCO CENTRAL					CASCO LATERAL				
24.27	L	B	D	T	VC	L	B	D	T	VL	
BASE	20	1.30	1.02	0.85	23.055	12	0.41	0.95	0.8	1.215	
30%	20	1.45	1.02	0.85	16.97	16.87	1.0	0.95	0.8	7.3	
20%	20	1.92	1.02	0.85	19.41	14.57	0.91	0.95	0.8	4.86	
10%	20	2.39	1.02	0.85	21.84	11.31	0.625	0.95	0.8	2.43	

De la Tabla 10 se desprende la gráfica de la curva de área de sección polinómica de cuatro orden para la eslora de 20 metros y la variación del casco lateral en 30, 20 y 10% del volumen total. Observando el gráfico, se señala el área de casco lateral el primero en

10.04%, el segundo en 20.04% y el tercero en 30.09%, significativamente aproximado a los valores establecidos por 30/20/10%.

Figura 36

Curva de área de sección polinómica de 4to orden para eslora de 20 metros y casco lateral al 10/20/30%



4.2 Resultados de resistencia al avance

Para comparar la resistencia de avance de los modelos polinómicos se utilizó el software Maxsurf y se calcularon los coeficientes de fricción por formación de olas (C_w) a diferentes velocidades, desde 0 hasta 20 nudos, para evaluar cómo las configuraciones de volumen y eslora influían en la resistencia al avance de las embarcaciones.

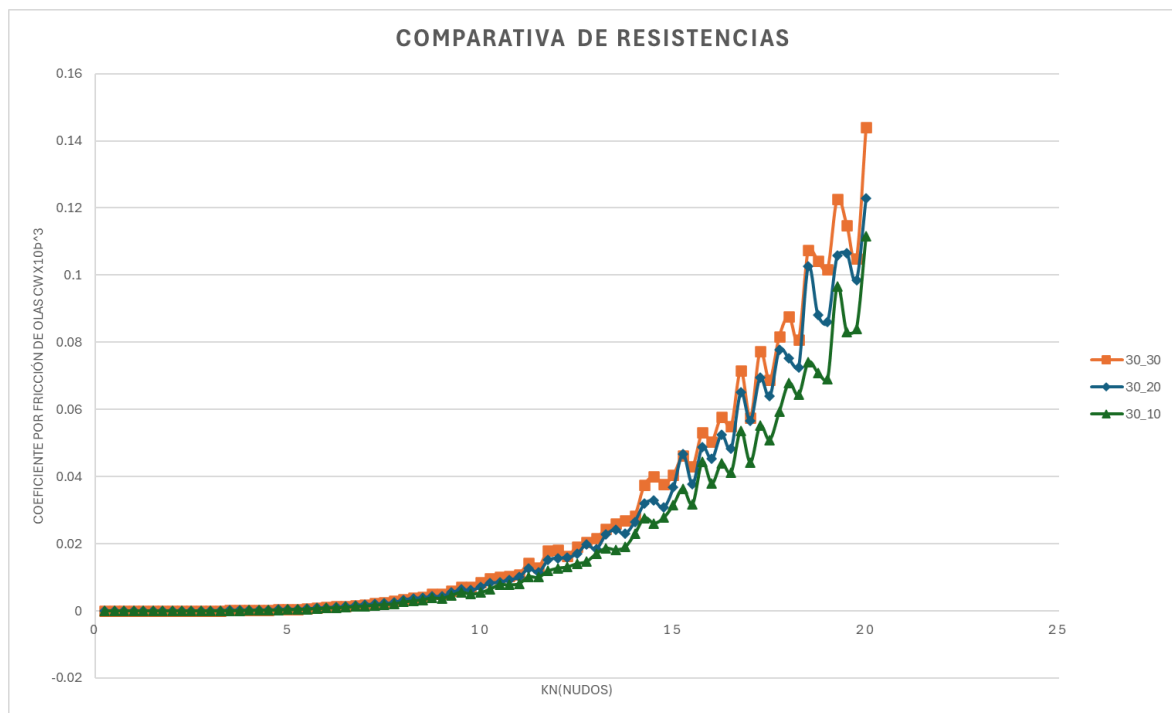
Para cada configuración del casco lateral, representando el 30%, 20% y 10% del volumen total del trimarán, se realizaron simulaciones que permitieron una comparación directa de los coeficientes de fricción en relación con la velocidad. Esta metodología

aseguró una base sólida para comprender las dinámicas hidrodinámicas implicadas y cómo estas variaciones afectan el rendimiento del trimarán bajo diferentes condiciones operativas.

Los datos obtenidos son documentados en el Anexo E, presentando en la Tabla E.1 el desarrollo de los coeficientes de fricción por formación de olas extraídos de Maxsurf. Esta información se visualizó en las Figuras 37, 38 y 39, correspondientes a las esloras de 30, 25 y 20 metros, respectivamente. Estas gráficas identifican tendencias y diferencias en la resistencia al avance asociadas con cada configuración y eslora.

Figura 37

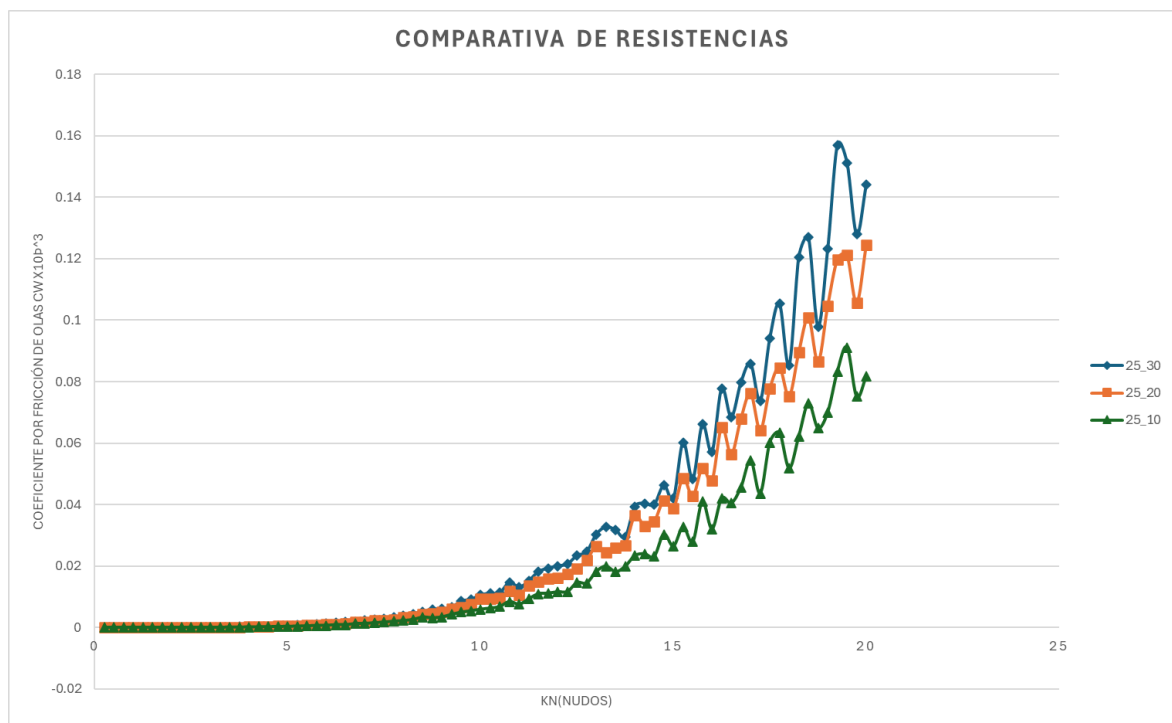
Comparativa de coeficiente por fricción de olas para eslora de 30 metros



Nota: Se aprecia proximidad de las tendencias de 30, 20 y 10%.

Figura 38

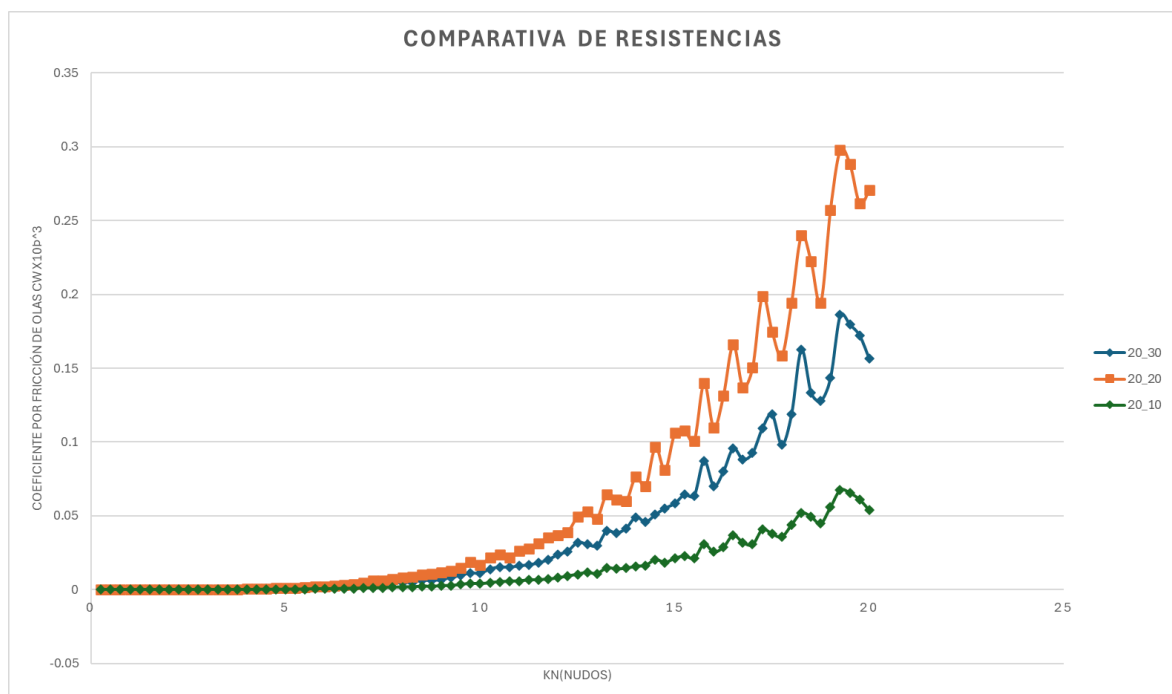
Comparativa de coeficiente por fricción de olas para eslora de 25 metros



Nota: Se aprecia distanciamiento de las tendencias de 30, 20 y 10%.

Figura 39

Comparativa de coeficiente por fricción de olas para eslora de 20 metros



Nota: Se aprecia alejamiento de las tendencias de 30, 20 y 10%.

El análisis de los datos reveló que, para esloras mayores, como la de 30 metros, las diferencias entre las configuraciones de 30%, 20% y 10% de casco lateral son mínimas, sugiriendo que a mayores esloras, la configuración específica del casco lateral influye menos en la resistencia al avance. Esto implica que, en embarcaciones de gran tamaño, la selección de una configuración de casco lateral es guiada por otros factores operativos o de diseño que por su impacto en la resistencia al avance.

En contraste, para esloras menores, como la de 20 metros, las diferencias en la resistencia al avance son más marcadas. Los resultados indican que la configuración con un 10% de casco lateral presenta una resistencia significativamente menor comparada con las configuraciones de 20% y 30%. Este hallazgo es fundamental, ya que destaca cómo, en embarcaciones de menor tamaño, la configuración del casco lateral tiene un impacto considerable en la eficiencia hidrodinámica, y por lo tanto, en el rendimiento general de la embarcación.

Estos resultados tienen implicaciones directas para el diseño de trimaranes, especialmente en términos de seleccionar la proporción del casco lateral que maximiza la eficiencia hidrodinámica sin comprometer otros aspectos críticos del rendimiento y la operatividad. El estudio sugiere que, mientras que en embarcaciones grandes la elección del porcentaje del casco lateral es más flexible, en embarcaciones más pequeñas, una selección cuidadosa basada en estudios detallados como el presente es para optimizar el diseño.

Además, estas evaluaciones permiten a los diseñadores y arquitectos navales hacer recomendaciones basadas en datos sobre la configuración óptima del casco para trimaranes de diferentes tamaños, asegurando así que cada diseño se adapte perfectamente a sus condiciones operativas y requisitos específicos. El análisis detallado y las conclusiones de este estudio no solo validan la aplicación del modelamiento polinómico en el diseño de cascos, sino que también proporcionan una guía valiosa para futuras iniciativas de diseño y construcción de trimaranes.

4.3 Contrastación de las hipótesis

Respecto a la **hipótesis general** que proponía que el desarrollo de un modelamiento matemático utilizando un polinomio de cuarto orden mejoraría significativamente el diseño del casco de un Trimarán en las esloras mencionadas. Los resultados han demostrado que la implementación del modelamiento polinómico de cuarto orden ha optimizado notablemente el diseño del casco, especialmente en términos de eficiencia hidrodinámica. Para esloras mayores, como la de 30 metros, las diferencias en la resistencia al avance entre las configuraciones de cascos laterales (30%, 20%, 10%) han resultado mínimas, indicando un impacto reducido del tipo de casco lateral en el rendimiento hidrodinámico. Para esloras menores, como la de 20 metros, las diferencias en la resistencia al avance fueron más marcadas, destacando la importancia del diseño del casco lateral en embarcaciones más compactas. Esta variabilidad confirma efectivamente la hipótesis general, validando que el modelamiento propuesto es para mejorar el diseño del casco.

Respecto a la **hipótesis específica 1** se sugería que el proceso de modelamiento permitiría generar representaciones gráficas precisas de las curvas de área de sección polinómica para el casco central y los cascos laterales. La efectividad de las representaciones gráficas ha sido confirmada a través del análisis detallado, que mostró cómo estas visualizaciones facilitan la comprensión de la distribución del área y su influencia en la resistencia al avance. Estos resultados subrayan la validez de esta hipótesis, demostrando que las curvas gráficas son fundamentales para el entendimiento y la optimización del diseño del Trimarán.

Respecto a la **hipótesis específica 2** se afirmaba que el modelamiento polinómico implementado en Matlab sería preciso para aproximar la curva de áreas reales del casco del Trimarán. Los resultados indican que la precisión del modelamiento computacional ha permitido una validación efectiva de las esloras y volúmenes para los cascos laterales y central, ajustando el diseño de manera exacta y facilitando una optimización relevante del

casco. Esto corrobora la hipótesis, confirmando que el modelamiento polinómico de cuarto orden es adecuado y efectivo para la aplicación propuesta.

Respecto a la **hipótesis específica 3** se postulaba que la evaluación de la resistencia al avance mostraría que, para esloras mayores, las diferencias en la configuración de los cascos laterales tendrían un impacto mínimo en la resistencia. Los resultados han confirmado que, mientras que para esloras de 30 metros las diferencias son mínimas, para esloras de 20 metros son significativas, siendo la configuración con un 10% de volumen de cascos laterales la que ofrece la menor resistencia. Esto valida la hipótesis, destacando la necesidad de una optimización detallada del diseño de los cascos laterales en embarcaciones más pequeñas para mejorar la eficiencia hidrodinámica.

4.4 Aporte del trabajo tesis

El desarrollo de un modelamiento matemático para mejorar el diseño del casco de un Trimarán con esloras de 30, 25 y 20 metros representa un avance significativo en la ingeniería naval, proporcionando una serie de contribuciones teóricas y prácticas. Este aporte se divide en varias áreas clave: la optimización del diseño naval, la implementación de métodos computacionales avanzados, la mejora de la eficiencia hidrodinámica y la validación de modelos mediante análisis de resistencia al avance.

Optimización del Diseño Naval: Uno de los principales aportes de esta investigación es la optimización del diseño de los cascos de Trimarán a través del uso de polinomios de cuarto orden. Este enfoque permite una representación de la curva de área de sección transversal para el rendimiento hidrodinámico del buque. La optimización del diseño se traduce en una reducción de la resistencia al avance, lo que mejora la eficiencia del Trimarán en términos de consumo de combustible y velocidad de crucero. La metodología desarrollada en esta investigación proporciona una guía clara para diseñadores navales que buscan mejorar los perfiles de los cascos de Trimarán. La utilización de polinomios de cuarto orden facilita la creación de diseños que no solo

cumplen con los requisitos de estabilidad y capacidad de carga, sino que también maximizan la eficiencia hidrodinámica.

Implementación de Métodos Computacionales Avanzados: El uso de Matlab para el modelamiento computacional de los coeficientes del polinomio de cuarto orden representa un aporte significativo en términos de metodología. El código computacional desarrollado permite iterar sobre los datos de entrada, ajustar los coeficientes del polinomio y verificar la convergencia de las soluciones de manera automatizada. Esto no solo ahorra tiempo, sino que también aumenta la precisión de los resultados obtenidos. La capacidad de desplazar el polinomio en la dirección del eje Y y calcular el área bajo la curva proporciona una herramienta poderosa para los diseñadores navales. Este enfoque permite determinar de manera precisa la eslora de los cascos laterales y el volumen total del casco, asegurando que el diseño final cumpla con las especificaciones deseadas. Además, la visualización gráfica de los resultados facilita la comprensión y comunicación de los cambios de diseño necesarios.

Mejora de la Eficiencia Hidrodinámica: La investigación contribuye de manera significativa a la mejora de la eficiencia hidrodinámica de los Trimaranes. Al optimizar la curva de área de sección transversal y ajustar los diseños de los cascos laterales y central, se logra una reducción notable en la resistencia al avance. Esto se traduce en un mejor rendimiento del Trimarán en términos de velocidad y consumo de energía. La evaluación de la resistencia al avance para cada modelo de Trimarán con esloras de 30, 25 y 20 metros proporciona datos empíricos que validan la efectividad del modelamiento matemático desarrollado. Estos datos son esenciales para demostrar que los diseños optimizados no solo son teóricamente superiores, sino que también ofrecen beneficios prácticos significativos en aplicaciones reales.

Validación de Modelos mediante Análisis de Resistencia al Avance: La validación de los modelos mediante el análisis de resistencia al avance es otro aporte importante de esta investigación. Al descomponer la resistencia al avance en sus componentes principales – resistencia de fricción, resistencia de forma y resistencia de

onda – se obtiene una comprensión más profunda de cómo cada componente afecta el rendimiento global del Trimarán. Esta descomposición permite a los diseñadores identificar áreas específicas donde se realizan mejoras adicionales. Los resultados de las evaluaciones de resistencia al avance demuestran que los modelos optimizados ofrecen una mejora significativa en comparación con los diseños base. Esta validación empírica asegura que las teorías y métodos desarrollados en esta investigación sean aplicables y beneficiosos en contextos prácticos.

Aplicabilidad en Diversas Condiciones Operativas: Otro aporte significativo de esta investigación es su aplicabilidad en diversas condiciones operativas. Al considerar diferentes escenarios de carga y condiciones de mar durante el desarrollo y validación de los modelos, se asegura que los diseños optimizados sean robustos y versátiles. Esto es particularmente importante en aplicaciones navales, donde los buques deben operar de manera eficiente en una amplia variedad de condiciones ambientales y de carga. La investigación demuestra que los diseños de Trimarán optimizados mantienen su eficiencia y rendimiento en diferentes condiciones operativas, lo que los hace adecuados para una amplia gama de aplicaciones, desde el transporte de pasajeros y carga hasta usos militares y científicos.

Contribuciones Teóricas y Prácticas: Además de las contribuciones prácticas, esta investigación también ofrece aportes teóricos importantes. El desarrollo y aplicación de un modelamiento polinómico de cuarto orden proporciona una base sólida para futuras investigaciones en el campo de la ingeniería naval. Los métodos y algoritmos desarrollados son aplicados y adaptados a otros tipos de embarcaciones y problemas de diseño, ampliando el alcance y el impacto de esta investigación. Las contribuciones prácticas incluyen la creación de un código computacional en Matlab que es utilizado por otros investigadores y profesionales del diseño naval. Este código facilita la implementación del modelamiento polinómico y la generación de curvas de área de sección, proporcionando una herramienta valiosa para la comunidad de diseño naval.

CONCLUSIONES

El estudio ha validado eficazmente que el modelamiento polinómico de cuarto orden constituye una metodología robusta para optimizar el diseño del casco de trimaranes, especialmente en lo que respecta a su eficiencia hidrodinámica. A través de las esloras de 30, 25 y 20 metros, se ha demostrado que mientras mayor es la eslora, menor es el impacto de la configuración del casco lateral en la resistencia al avance. Esto indica una flexibilidad en el diseño para embarcaciones de mayor tamaño. Para esloras menores, los cambios en la configuración del casco lateral resultan en diferencias significativas en la resistencia al avance, resaltando la importancia de un diseño cuidadoso para optimizar el rendimiento. La investigación proporciona un fundamento sólido para futuras exploraciones en la optimización de otros aspectos del diseño de trimaranes.

Se tienen las siguientes conclusiones específicas:

1. Este estudio ha establecido que las representaciones gráficas derivadas del modelamiento polinómico son indispensables para comprender la interacción entre las diferentes secciones del casco y su impacto en la resistencia al avance. Las visualizaciones detalladas han permitido una mejor comprensión de cómo las variaciones en la forma y el volumen del casco afectan el rendimiento general del trimarán, facilitando así optimizaciones que mejoran significativamente la eficiencia hidrodinámica. Estos hallazgos subrayan la utilidad de las representaciones gráficas en el diseño y ajuste de embarcaciones.
2. La implementación de modelamiento polinómico en Matlab ha probado ser extremadamente precisa en modelar las curvas de área reales del casco,

asegurando que las modificaciones en el diseño sean tanto efectivas como eficientes. La precisión en la simulación y el cálculo ha permitido ajustes detallados en el diseño del casco, lo cual ha sido fundamental para optimizar las proporciones y la distribución del volumen de los cascos, demostrando la efectividad de esta herramienta matemática en el proceso de diseño naval.

3. La evaluación de la resistencia al avance ha revelado que, aunque las configuraciones del casco lateral tienen un impacto mínimo en las embarcaciones de mayor eslora, en las de menor eslora como 20 metros, el diseño del casco lateral es crítico para la eficiencia operativa. Específicamente, se ha encontrado que un menor porcentaje de volumen de cascos laterales, como el 10%, ofrece una resistencia considerablemente reducida, lo que influye en la eficiencia hidrodinámica. Este descubrimiento pone de relieve la necesidad de un enfoque más detallado y personalizado en el diseño de trimaranes más pequeños.

RECOMENDACIONES

Las recomendaciones que se desprenden del trabajo de investigación son:

1. Se recomienda investigar cómo diferentes materiales y técnicas de construcción del casco impactan en los resultados de resistencia al avance para configuraciones similares. Esto ayudaría a optimizar aún más la eficiencia hidrodinámica de los trimaranes.
2. Sería beneficioso realizar estudios futuros sobre la estabilidad de los trimaranes bajo diferentes condiciones marinas, especialmente para esloras menores, donde la configuración del casco lateral muestra un impacto significativo en la resistencia al avance.
3. Se sugiere desarrollar modelos híbridos que integren tanto enfoques polinómicos como métodos de elementos finitos para predecir con mayor precisión la dinámica del fluido y la interacción casco-agua, adaptando los modelos a diversas condiciones operativas y tipos de casco.

REFERENCIAS

- Bertram, V. (2012). *Practical Ship Hydrodynamics*. Elsevier.
<https://www.sciencedirect.com/book/9780080971506/practical-ship-hydrodynamics>
- Cepowski, T. (2023). The use of a set of artificial neural networks to predict added resistance in head waves at the parametric ship design stage. *Ocean Engineering*, 281(114744), 114744. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2023.114744>
- Jiang, Y., Sun, H., Zou, J., Hu, A., & Yang, J. (2017). Experimental and numerical investigations on hydrodynamic and aerodynamic characteristics of the tunnel of planing trimaran. *Applied Ocean Research*, 63, 1–10.
<https://doi.org/10.1016/j.apor.2016.12.009>
- Kang, Y., Pei, Z., Ao, L., & Wu, W. (2024). Reliability-based design optimization of river-sea-going ship based on agent model technology. *Marine Structures*, 94(103561), 103561. <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2023.103561>
- Khan, S., Goucher-Lambert, K., Kostas, K., & Kaklis, P. (2023). ShipHullGAN: A generic parametric modeller for ship hull design using deep convolutional generative model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 411(116051), 116051. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2023.116051>
- Kulceski, S. (2014). Development of Generalized Trimaran Hullform Design Methodology for a Naval Warship. (Masters Thesis). University of New Orleans.
- Larsson, L., & Raven, H. C. (2010). *Principles of Naval Architecture: Resistance, Propulsion and Vibration*. Society of Naval Architects and Marine Engineers.

- Molland, A. F. (2008). *The Maritime Engineering Reference Book: A Guide to Ship Design, Construction and Operation*. Elsevier.
<https://www.sciencedirect.com/book/9780750689878/the-maritime-engineering-reference-book>
- Nazemian, A., & Ghadimi, P. (2021). CFD-based optimization of a displacement trimaran hull for improving its calm water and wavy condition resistance. *Applied Ocean Research*, 113(102729), 102729. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2021.102729>
- Nowruzi, L. (2020). *Effect of outrigger position on motions and added resistance of a trimaran in various sea conditions*. (Thesis). University of Tasmania. Retrieved from https://eprints.utas.edu.au/35894/1/Nowruzi_whole_thesis_ex_pub_mat.pdf
- Pérez, F. L., Clemente, J. A., Suárez, J. A., & González, J. M. (2008). Parametric generation, modeling, and fairing of simple hull lines with the use of nonuniform rational B-spline surfaces. *Journal of Ship Research*, 52(01), 1–15. <https://doi.org/10.5957/jsr.2008.52.1.1>
- Priftis, A. (2019). *Multi-objective robust early stage ship design optimisation under uncertainty*. (Doctoral Dissertation). University of Strathclyde. Retrieved from <https://doi.org/10.48730/c0zg-zb26>
- Bashkurov, I. G., Chernyshev, S. L., & Veresnikov, G. S. (2023). Parametric synthesis optimization models for high speed transport aerodynamic design to comply with flight safety and low environmental impact requirements. *Acta Astronautica*, 204, 720–727. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2022.10.023>
- Ribeiro, R. M. C. (2015). *Procedimento de projeto de embarcações trimarã por otimização multiobjetivo*. (Masters Thesis). University of São Paulo. Retrieved from <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3135/tde-07032016-111321/>
- Son, C., Sahoo, P. K., Aribenchi, V., & Asapana, S. (2015). CFD Simulation of Resistance of Highspeed Trimaran Hullforms. *Day 1 Wed, September 02, 2015*.

- Van Dooren, S., Duhr, P., & Onder, C. H. (2023). Convex modelling for ship speed optimisation. *Ocean Engineering*, 288(115947), 115947. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2023.115947>
- Warship" (2014). University of New Orleans Theses and Dissertations. 1819.
- Meng, Y., Zhang, X., & Zhang, X. (2023). Identification modeling of ship nonlinear motion based on nonlinear innovation. *Ocean Engineering*, 268(113471), 113471. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.113471>
- Wei-Cheng, C., You-Sheng, W., & Guo-Jun, Z. (2001). *Practical design of ships and other floating structures: Proceedings of the eighth international symposium - prads 200, China, September 2001*. Pergamon.
- Weidle, W. S. (2017). *Influence of Trimaran Geometric Parameters on Intact and Damaged Ship Stability*. (Masters Thesis). Virginia Tech. Retrieved from <http://hdl.handle.net/10919/81101>
- Yao, C., Dong, G., Sun, X., Zheng, Y., & Feng, D. (2023). Numerical study on motion and added resistance of a trimaran advancing in waves based on hybrid Green function method. *Applied Ocean Research*, 130(103432), 103432. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2022.103432>

ANEXO A Matriz de consistencia

En este anexo se presentan la matriz de consistencia.

Tabla A.1

Matriz de consistencia

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	METODOLOGÍA
¿Cómo un modelamiento polinómico de cuarto orden de área seccional relaciona el volumen del casco de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora con su resistencia al avance?	Proponer un modelamiento polinómico de cuarto orden de área seccional para relacionar el volumen de casco de barcos trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora sobre su resistencia al avance.	El modelamiento polinómico de cuarto orden de área seccional establecería una relación entre el volumen del casco de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora y su resistencia al avance, mejorando la eficiencia hidrodinámica de los diseños.	V. Dep: Resistencia al avance de los trimaranes	Fuerza de resistencia	Magnitud de la fuerza de arrastre (N).	Tipo y nivel de Investigación: Tipo aplicada Nivel descriptivo Unidad de análisis: Trimaranes de 30, 25 y 20 metros.
Específicos:	Específicos:	Específicos:	V. Ind:			Procesamiento de datos:
1. ¿Cómo se genera representaciones gráficas de las curvas de área seccional polinómicas de cuarto orden para los cascos central y laterales de trimaranes utilizando modelos base en 3D para esloras de 30, 25 y 20 metros?	1. Generar representaciones gráficas de las curvas de área seccional polinómicas de cuarto orden para los cascos central y laterales de trimaranes utilizando modelos base en 3D para esloras de 30, 25 y 20 metros.	1. Las representaciones gráficas de las curvas de área seccional polinómicas de cuarto orden generadas a partir de modelos base en 3D proporcionarían una aproximación de las áreas seccionales de los cascos central y laterales de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora.	Volumen del casco de los trimaranes Eslora de los trimaranes (30, 25 y 20 metros) Área seccional del casco central y de los cascos laterales	Capacidad volumétrica Longitud del trimarán Superficie transversa	Volumen del casco (m3) Eslora total (m) Área seccional (m2)	Modelo polinomial de cuarto orden de área seccional, Matlab y Maxsurf.
2. ¿Cómo se desarrolla e implementa un modelo matemático polinómico de cuarto orden en Matlab para aproximar las áreas seccionales de los cascos de trimaranes?	2. Desarrollar e implementar un modelo matemático polinómico de cuarto orden en Matlab para aproximar las áreas seccionales de los cascos de trimaranes.	2. El desarrollo e implementación de un modelo matemático polinómico de cuarto orden en Matlab permitiría aproximar las áreas seccionales de los cascos de trimaranes, proporcionando resultados consistentes y fiables.	Coefficientes del polinomio de cuarto orden utilizados en el modelamiento	Parámetros polinómicos	Valores de los coeficientes del polinomio (sin unidad, valores numéricos)	
3. ¿Cómo se analiza la resistencia al avance de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora utilizando el modelamiento polinómico desarrollado y qué impacto tiene este análisis en la eficiencia hidrodinámica de los diseños?	3. Analizar la resistencia al avance de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora utilizando el modelamiento polinómico desarrollado.	3. El análisis de la resistencia al avance de trimaranes de 30, 25 y 20 metros de eslora utilizando el modelamiento polinómico desarrollado mejora significativamente en la eficiencia hidrodinámica, mejorando el diseño del casco y reduciendo la resistencia.				

ANEXO B Código computacional del modelamiento polinómico de 4^{to} orden de Trimarán de 30 m de eslora y casco lateral 10/20/30% del casco total

En este anexo se presenta el código computacional en Matlab del modelamiento polinómico de 4^{to} para una eslora de 30 metros y casco lateral (SIDEHULL) de 10/20/30% del casco central.

```
% Definir los coeficientes del polinomio original
coefficients = [-0.0000309, 0.0022362, -0.0633448, 0.7112690,
0.0677450];

% Crear una función anónima para el polinomio original
polynomial = @(x) coefficients(1)*x.^4 + coefficients(2)*x.^3 +
coefficients(3)*x.^2 + coefficients(4)*x + coefficients(5);

% Calcular el área bajo la curva del polinomio original en el
intervalo [0, 30]
original_area = integral(@(x) max(polynomial(x), 0), 0, 30);

% Definir los desplazamientos en el eje Y para los tres polinomios
y_shifts = [-2.149, -1.798, -1.509]; % Ajusta estos valores según sea
necesario

% Crear una celda para almacenar los coeficientes de los polinomios
desplazados
shifted_coefficients = cell(1, 3);
for i = 1:3
    shifted_coefficients{i} = coefficients;
    shifted_coefficients{i}(end) = shifted_coefficients{i}(end) +
y_shifts(i);
end

% Crear una celda para almacenar las funciones anónimas de los
polinomios desplazados
shifted_polynomials = cell(1, 3);
for i = 1:3
    shifted_polynomials{i} = @(x) shifted_coefficients{i}(1)*x.^4 +
shifted_coefficients{i}(2)*x.^3 + shifted_coefficients{i}(3)*x.^2 +
shifted_coefficients{i}(4)*x + shifted_coefficients{i}(5);
end

% Crear una celda para almacenar las raíces de los polinomios
desplazados
roots_shifted = cell(1, 3);
for i = 1:3
    roots_shifted{i} = roots(shifted_coefficients{i});
    % Filtrar solo las raíces reales y dentro del dominio [0, 30]
```

```

        roots_shifted{i} = roots_shifted{i}(imag(roots_shifted{i}) == 0 &
real(roots_shifted{i}) >= 0 & real(roots_shifted{i}) <= 30);
        roots_shifted{i} = sort(real(roots_shifted{i})); % Ordenar las
raíces reales
    end

% Mostrar las raíces encontradas
for i = 1:3
    fprintf('Las raíces del polinomio desplazado %d en el dominio [0,
30] son:\n', i);
    disp(roots_shifted{i});
end

% Calcular el área bajo la curva entre las raíces encontradas si hay
al menos dos raíces
areas = zeros(1, 3);
percentages = zeros(1, 3);
fprintf('El volumen total es: %f\n ', original_area)
for i = 1:3
    if length(roots_shifted{i}) >= 2
        a = roots_shifted{i}(1); % Límite inferior
        b = roots_shifted{i}(end); % Límite superior

        % Definir la función desplazada que es cero fuera de [a, b]
        shifted_polynomial_adjusted = @(x) (x >= a & x <= b) .*
shifted_polynomials{i}(x);

        % Calcular el área bajo la curva del polinomio desplazado
entre las raíces
        areas(i) = integral(@(x) max(shifted_polynomial_adjusted(x),
0), a, b);

        % Calcular el porcentaje del área con respecto al polinomio
original
        percentages(i) = (areas(i) / original_area) * 100;

        % Mostrar el resultado del área
        fprintf('El porcentaje de volumen y respectivo volumen de los
estabilizadores para una eslora de L=%f es: %f y %f\n', b-a,
percentages(i), areas(i));
    else
        fprintf('No se encontraron suficientes raíces para el
polinomio desplazado %d dentro del dominio [0, 30] para calcular el
área.\n', i);
    end
end

% Crear una función anónima para la diferencia entre el polinomio
original y los desplazados ajustados
difference_polynomials = cell(1, 3);
for i = 1:3
    difference_polynomials{i} = @(x) max(polynomial(x), 0) -
max(shifted_polynomials{i}(x), 0);
end

% Graficar el polinomio original, los desplazados y las diferencias
x = linspace(0, 30, 1000);
y_original = polynomial(x);

```

```

figure;
plot(x, y_original, 'b', 'DisplayName', 'CURVA DE AREA TOTAL-
TOTALHULL');
hold on;

colors = {'r', 'g', 'm'};
difference_colors = {'c', 'y', 'k'};
for i = 1:3
    y_shifted = shifted_polynomials{i}(x);
    y_difference = difference_polynomials{i}(x);
    plot(x, y_shifted, '--', 'Color', colors{i}, 'DisplayName',
    sprintf('SIDEHULL VOLUME %d (Área = %0.2f, %0.2f%%)', i, areas(i),
    percentages(i)));
    scatter(roots_shifted{i}, polyval(shifted_coefficients{i},
    roots_shifted{i}), 'o', 'MarkerEdgeColor', colors{i}, 'DisplayName',
    sprintf('INTERCEPTOS %d', i));

    % Añadir información del área en la gráfica
    if areas(i) > 0
        a = roots_shifted{i}(1);
        b = roots_shifted{i}(end);
        % Crear un área sombreada en la gráfica
        fill([a, linspace(a, b, 1000), b], [0,
        shifted_polynomials{i}(linspace(a, b, 1000)), 0], colors{i},
        'FaceAlpha', 0.3, 'EdgeColor', 'none');

        % Delimitar la diferencia de áreas con un color diferente
        plot(x, y_difference, 'Color', difference_colors{i},
        'LineWidth', 2, 'DisplayName', sprintf('CENTERHULL VOLUME %d', i));
    end
end

xlabel('x');
ylabel('y');
title('Modelamiento polinómico de 4to orden L=30M-10/20/30%
SIDEHULL');
legend;
% Ajustar el tamaño de letra de la leyenda
legend_handle = legend;
set(legend_handle, 'FontSize', 4);
grid on;

% Limitar el área del gráfico al cuadrante positivo
xlim([0 30]);
ylim([0 inf]);

```

Anexo C Código computacional del modelamiento polinómico de

4^{to} orden de Trimarán de 25 m de eslora de casco lateral

10/20/30% del casco total

En este anexo se presenta el código computacional en Matlab del modelamiento polinómico de 4^{TO} para una eslora de 25 metros y casco lateral (SIDEHULL) de 10/20/30% del casco central.

```
% Definir los coeficientes del polinomio original
coefficients = [-0.0000534, 0.0032202, -0.0760137, 0.7112690,
0.0564542];

% Crear una función anónima para el polinomio original
polynomial = @(x) coefficients(1)*x.^4 + coefficients(2)*x.^3 +
coefficients(3)*x.^2 + coefficients(4)*x + coefficients(5);

% Calcular el área bajo la curva del polinomio original en el
intervalo [0, 30]
original_area = integral(@(x) max(polynomial(x), 0), 0, 30);

% Definir los desplazamientos en el eje Y para los tres polinomios
y_shifts = [-1.79, -1.499, -1.257]; % Ajusta estos valores según sea
necesario

% Crear una celda para almacenar los coeficientes de los polinomios
desplazados
shifted_coefficients = cell(1, 3);
for i = 1:3
    shifted_coefficients{i} = coefficients;
    shifted_coefficients{i}(end) = shifted_coefficients{i}(end) +
y_shifts(i);
end

% Crear una celda para almacenar las funciones anónimas de los
polinomios desplazados
shifted_polynomials = cell(1, 3);
for i = 1:3
    shifted_polynomials{i} = @(x) shifted_coefficients{i}(1)*x.^4 +
shifted_coefficients{i}(2)*x.^3 + shifted_coefficients{i}(3)*x.^2 +
shifted_coefficients{i}(4)*x + shifted_coefficients{i}(5);
end

% Crear una celda para almacenar las raíces de los polinomios
desplazados
roots_shifted = cell(1, 3);
for i = 1:3
    roots_shifted{i} = roots(shifted_coefficients{i});
    % Filtrar solo las raíces reales y dentro del dominio [0, 30]
    roots_shifted{i} = roots_shifted{i}(imag(roots_shifted{i}) == 0 &
real(roots_shifted{i}) >= 0 & real(roots_shifted{i}) <= 30);
    roots_shifted{i} = sort(real(roots_shifted{i})); % Ordenar las
raíces reales
end

% Mostrar las raíces encontradas
for i = 1:3
    fprintf('Las raíces del polinomio desplazado %d en el dominio [0,
30] son:\n', i);
    disp(roots_shifted{i});
end
```

```

% Calcular el área bajo la curva entre las raíces encontradas si hay
al menos dos raíces
areas = zeros(1, 3);
percentages = zeros(1, 3);
fprintf('El volumen total es: %f\n ', original_area)
for i = 1:3
    if length(roots_shifted{i}) >= 2
        a = roots_shifted{i}(1); % Límite inferior
        b = roots_shifted{i}(end); % Límite superior

        % Definir la función desplazada que es cero fuera de [a, b]
        shifted_polynomial_adjusted = @(x) (x >= a & x <= b) .*
shifted_polynomials{i}(x);

        % Calcular el área bajo la curva del polinomio desplazado
entre las raíces
        areas(i) = integral(@(x) max(shifted_polynomial_adjusted(x),
0), a, b);

        % Calcular el porcentaje del área con respecto al polinomio
original
        percentages(i) = (areas(i) / original_area) * 100;

        % Mostrar el resultado del área
        fprintf('El porcentaje de volumen y respectivo volumen de los
estabilizadores para una eslora de L=%f es: %f y %f\n', b-a,
percentages(i), areas(i));
    else
        fprintf('No se encontraron suficientes raíces para el
polinomio desplazado %d dentro del dominio [0, 30] para calcular el
área.\n', i);
    end
end

% Crear una función anónima para la diferencia entre el polinomio
original y los desplazados ajustados
difference_polynomials = cell(1, 3);
for i = 1:3
    difference_polynomials{i} = @(x) max(polynomial(x), 0) -
max(shifted_polynomials{i}(x), 0);
end

% Graficar el polinomio original, los desplazados y las diferencias
x = linspace(0, 30, 1000);
y_original = polynomial(x);

figure;
plot(x, y_original, 'b', 'DisplayName', 'CURVA DE AREA TOTAL-
TOTALHULL');
hold on;

colors = {'r', 'g', 'm'};
difference_colors = {'c', 'y', 'k'};
for i = 1:3
    y_shifted = shifted_polynomials{i}(x);
    y_difference = difference_polynomials{i}(x);

```

```

        plot(x, y_shifted, '--', 'Color', colors{i}, 'DisplayName',
sprintf('SIDEHULL VOLUME %d (Área = %0.2f, %0.2f%%)', i, areas(i),
percentages(i)));
        scatter(roots_shifted{i}, polyval(shifted_coefficients{i},
roots_shifted{i}), 'o', 'MarkerEdgeColor', colors{i}, 'DisplayName',
sprintf('INTERCEPTOS %d', i));

        % Añadir información del área en la gráfica
        if areas(i) > 0
            a = roots_shifted{i}(1);
            b = roots_shifted{i}(end);
            % Crear un área sombreada en la gráfica
            fill([a, linspace(a, b, 1000), b], [0,
shifted_polynomials{i}(linspace(a, b, 1000)), 0], colors{i},
'FaceAlpha', 0.3, 'EdgeColor', 'none');

            % Delimitar la diferencia de áreas con un color diferente
            plot(x, y_difference, 'Color', difference_colors{i},
'LineWidth', 2, 'DisplayName', sprintf('CENTERHULL VOLUME %d', i));
        end
    end

xlabel('x');
ylabel('y');
title('Modelamiento polinómico de 4to orden L=25M-10/20/30%
SIDEHULL');
legend;
% Ajustar el tamaño de letra de la leyenda
legend_handle = legend;
set(legend_handle, 'FontSize', 4);
grid on;

% Limitar el área del gráfico al cuadrante positivo
xlim([0 30]);
ylim([0 inf]);

```

Anexo D Código computacional del modelamiento polinómico de 4^{to} orden de Trimarán de 20 m de eslora de casco lateral 10/20/30% del casco total

En este anexo se presenta el código computacional en Matlab del modelamiento polinómico de 4^{to} para una eslora de 20 metros y casco lateral (SIDEHULL) de 10/20/30% del casco central.

```
% Definir los coeficientes del polinomio original
coefficients = [-0.0001044, 0.0050315, -0.0950172, 0.7112690,
0.0451634];

% Crear una función anónima para el polinomio original
polynomial = @(x) coefficients(1)*x.^4 + coefficients(2)*x.^3 +
coefficients(3)*x.^2 + coefficients(4)*x + coefficients(5);

% Calcular el área bajo la curva del polinomio original en el
intervalo [0, 30]
original_area = integral(@(x) max(polynomial(x), 0), 0, 30);

% Definir los desplazamientos en el eje Y para los tres polinomios
y_shifts = [-1.433, -1.199, -1.005]; % Ajusta estos valores según sea
necesario

% Crear una celda para almacenar los coeficientes de los polinomios
desplazados
shifted_coefficients = cell(1, 3);
for i = 1:3
    shifted_coefficients{i} = coefficients;
    shifted_coefficients{i}(end) = shifted_coefficients{i}(end) +
y_shifts(i);
end

% Crear una celda para almacenar las funciones anónimas de los
polinomios desplazados
shifted_polynomials = cell(1, 3);
for i = 1:3
    shifted_polynomials{i} = @(x) shifted_coefficients{i}(1)*x.^4 +
shifted_coefficients{i}(2)*x.^3 + shifted_coefficients{i}(3)*x.^2 +
shifted_coefficients{i}(4)*x + shifted_coefficients{i}(5);
end

% Crear una celda para almacenar las raíces de los polinomios
desplazados
roots_shifted = cell(1, 3);
for i = 1:3
    roots_shifted{i} = roots(shifted_coefficients{i});
    % Filtrar solo las raíces reales y dentro del dominio [0, 30]
```

```

        roots_shifted{i} = roots_shifted{i}(imag(roots_shifted{i}) == 0 &
real(roots_shifted{i}) >= 0 & real(roots_shifted{i}) <= 30);
        roots_shifted{i} = sort(real(roots_shifted{i})); % Ordenar las
raíces reales
    end

% Mostrar las raíces encontradas
for i = 1:3
    fprintf('Las raíces del polinomio desplazado %d en el dominio [0,
30] son:\n', i);
    disp(roots_shifted{i});
end

% Calcular el área bajo la curva entre las raíces encontradas si hay
al menos dos raíces
areas = zeros(1, 3);
percentages = zeros(1, 3);
fprintf('El volumen total es: %f\n ', original_area)
for i = 1:3
    if length(roots_shifted{i}) >= 2
        a = roots_shifted{i}(1); % Límite inferior
        b = roots_shifted{i}(end); % Límite superior

        % Definir la función desplazada que es cero fuera de [a, b]
        shifted_polynomial_adjusted = @(x) (x >= a & x <= b) .*
shifted_polynomials{i}(x);

        % Calcular el área bajo la curva del polinomio desplazado
entre las raíces
        areas(i) = integral(@(x) max(shifted_polynomial_adjusted(x),
0), a, b);

        % Calcular el porcentaje del área con respecto al polinomio
original
        percentages(i) = (areas(i) / original_area) * 100;

        % Mostrar el resultado del área
        fprintf('El porcentaje de volumen y respectivo volumen de los
estabilizadores para una eslora de L=%f es: %f y %f\n', b-a,
percentages(i), areas(i));
    else
        fprintf('No se encontraron suficientes raíces para el
polinomio desplazado %d dentro del dominio [0, 30] para calcular el
área.\n', i);
    end
end

% Crear una función anónima para la diferencia entre el polinomio
original y los desplazados ajustados
difference_polynomials = cell(1, 3);
for i = 1:3
    difference_polynomials{i} = @(x) max(polynomial(x), 0) -
max(shifted_polynomials{i}(x), 0);
end

% Graficar el polinomio original, los desplazados y las diferencias
x = linspace(0, 30, 1000);
y_original = polynomial(x);

```

```

figure;
plot(x, y_original, 'b', 'DisplayName', 'CURVA DE AREA TOTAL-
TOTALHULL');
hold on;

colors = {'r', 'g', 'm'};
difference_colors = {'c', 'y', 'k'};
for i = 1:3
    y_shifted = shifted_polynomials{i}(x);
    y_difference = difference_polynomials{i}(x);
    plot(x, y_shifted, '--', 'Color', colors{i}, 'DisplayName',
    sprintf('SIDEHULL VOLUME %d (Área = %0.2f, %0.2f%%)', i, areas(i),
    percentages(i)));
    scatter(roots_shifted{i}, polyval(shifted_coefficients{i},
    roots_shifted{i}), 'o', 'MarkerEdgeColor', colors{i}, 'DisplayName',
    sprintf('INTERCEPTOS %d', i));

    % Añadir información del área en la gráfica
    if areas(i) > 0
        a = roots_shifted{i}(1);
        b = roots_shifted{i}(end);
        % Crear un área sombreada en la gráfica
        fill([a, linspace(a, b, 1000), b], [0,
        shifted_polynomials{i}(linspace(a, b, 1000)), 0], colors{i},
        'FaceAlpha', 0.3, 'EdgeColor', 'none');

        % Delimitar la diferencia de áreas con un color diferente
        plot(x, y_difference, 'Color', difference_colors{i},
        'LineWidth', 2, 'DisplayName', sprintf('CENTERHULL VOLUME %d', i));
    end
end

xlabel('x');
ylabel('y');
title('Modelamiento polinómico de 4to orden L=20M-10/20/30%
SIDEHULL');
legend;
% Ajustar el tamaño de letra de la leyenda
legend_handle = legend;
set(legend_handle, 'FontSize', 4);
grid on;

% Limitar el área del gráfico al cuadrante positivo
xlim([0 30]);
ylim([0 inf]);

```

Anexo E Datos de velocidad vs resistencia por formación de olas para esloras de 30, 25 y 20 metros

En este anexo se presenta una tabla integral de relación de la velocidad de Trimarán del modelo polinómico de cuarto orden respecto a los cascos laterales del % del casco central para cada eslora presentada.

Tabla E.1

Relación de velocidad vs Cw para eslora de 30, 25 y 20 metros

Eslora	L=30 metros			L=25 metros			L=20 metros		
Nudos	Cw 30%	Cw 20%	Cw 10%	Cw 30%	Cw 20%	Cw 10%	Cw 30%	Cw 20%	Cw 10%
0.25	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.75	0	0	0	0	0	0	0	0.000001	0
1	0.000001	0.000001	0.000001	0.000001	0.000001	0.000001	0.000001	0.000002	0
1.25	0.000002	0.000002	0.000001	0.000002	0.000002	0.000001	0.000003	0.000004	0.000001
1.5	0.000004	0.000004	0.000003	0.000005	0.000004	0.000003	0.000005	0.000009	0.000002
1.75	0.000007	0.000006	0.000006	0.000009	0.000008	0.000005	0.000009	0.000017	0.000004
2	0.000013	0.000011	0.00001	0.000015	0.000014	0.000009	0.000017	0.000028	0.000007
2.25	0.000022	0.00002	0.000016	0.00002	0.000021	0.000014	0.000031	0.000047	0.000012
2.5	0.000032	0.000029	0.000022	0.000038	0.00003	0.000023	0.000045	0.00007	0.000015
2.75	0.000048	0.000041	0.000037	0.000056	0.000046	0.000034	0.000069	0.000111	0.000023
3	0.000066	0.00006	0.000052	0.000078	0.000067	0.000043	0.000102	0.000143	0.000033
3.25	0.000092	0.000084	0.000064	0.0001	0.000086	0.000058	0.000141	0.000211	0.000047
3.5	0.00014	0.000113	0.000089	0.000135	0.000132	0.000084	0.000187	0.000265	0.000056
3.75	0.00015	0.000146	0.000107	0.000197	0.00017	0.000115	0.000228	0.00037	0.000081
4	0.000202	0.000175	0.000161	0.000254	0.000209	0.000142	0.000322	0.000503	0.00011
4.25	0.000278	0.000216	0.000196	0.000341	0.000298	0.000203	0.000406	0.000603	0.000135
4.5	0.000329	0.000289	0.000223	0.000385	0.000349	0.00024	0.000471	0.000771	0.000167
4.75	0.000433	0.000372	0.000315	0.00047	0.000453	0.000296	0.000578	0.000929	0.000188
5	0.000487	0.000466	0.00034	0.000558	0.000473	0.000355	0.00082	0.001128	0.000286
5.25	0.000555	0.000526	0.000455	0.000705	0.000633	0.000422	0.000909	0.001342	0.000354
5.5	0.000717	0.000626	0.000538	0.000899	0.00071	0.000522	0.001178	0.001736	0.000382
5.75	0.000905	0.000829	0.000645	0.001008	0.000855	0.000631	0.00122	0.002134	0.000479
6	0.001041	0.000997	0.000876	0.001259	0.001028	0.000678	0.001589	0.002371	0.000582
6.25	0.001266	0.00113	0.000909	0.001524	0.001181	0.000904	0.001558	0.002876	0.000591
6.5	0.001434	0.001259	0.00105	0.00176	0.001398	0.000884	0.002217	0.003293	0.000751
6.75	0.001675	0.001646	0.001291	0.001853	0.00175	0.00126	0.002497	0.003617	0.000891
7	0.001792	0.001893	0.001442	0.002273	0.0019	0.001281	0.002869	0.004475	0.001061
7.25	0.002244	0.002024	0.001673	0.002633	0.002255	0.001566	0.003344	0.005961	0.001109
7.5	0.002606	0.002224	0.001897	0.002918	0.002243	0.001755	0.003567	0.006007	0.001315
7.75	0.002976	0.002491	0.002047	0.003306	0.00262	0.002018	0.004436	0.007028	0.001654
8	0.003471	0.003247	0.002639	0.003906	0.003427	0.002237	0.004863	0.008452	0.001763
8.25	0.003843	0.003771	0.003006	0.004417	0.003489	0.002599	0.004839	0.008572	0.001844

8.5	0.00414	0.003916	0.003315	0.005116	0.004378	0.003347	0.006247	0.010333	0.002347
8.75	0.004996	0.004311	0.003864	0.005907	0.004676	0.003167	0.006196	0.010673	0.002234
9	0.005063	0.004357	0.003762	0.006036	0.005174	0.003404	0.006721	0.011796	0.002598
9.25	0.005884	0.005449	0.004632	0.006505	0.006165	0.004272	0.008207	0.012909	0.002812
9.5	0.007027	0.006327	0.00555	0.008614	0.006562	0.00497	0.009661	0.014942	0.003473
9.75	0.007181	0.006151	0.004995	0.009084	0.007712	0.005419	0.011288	0.018571	0.004204
10	0.008473	0.007134	0.00543	0.010632	0.009383	0.005935	0.011	0.016793	0.003954
10.25	0.009736	0.008289	0.006527	0.011023	0.009374	0.006296	0.013934	0.021541	0.004727
10.5	0.010031	0.008575	0.007821	0.011286	0.009534	0.006828	0.015272	0.023656	0.005412
10.75	0.010315	0.009304	0.007739	0.01468	0.011775	0.008469	0.015125	0.021741	0.005582
11	0.010906	0.010037	0.008127	0.01303	0.010716	0.007525	0.016057	0.026356	0.005941
11.25	0.01419	0.012621	0.010154	0.015214	0.013574	0.009333	0.016805	0.027877	0.006581
11.5	0.012984	0.011429	0.010002	0.018129	0.014948	0.010964	0.018136	0.031486	0.006688
11.75	0.017904	0.015066	0.011873	0.019264	0.015862	0.011126	0.02032	0.035148	0.0071
12	0.0181	0.015742	0.012694	0.02004	0.01611	0.011613	0.023698	0.036658	0.008044
12.25	0.016278	0.015916	0.013092	0.020616	0.017471	0.011672	0.026059	0.03903	0.009212
12.5	0.019187	0.017006	0.014064	0.023399	0.019146	0.014604	0.031978	0.04933	0.010449
12.75	0.020438	0.019771	0.014695	0.024656	0.021899	0.014457	0.03065	0.052786	0.011722
13	0.021511	0.018381	0.017008	0.030292	0.026492	0.018205	0.029732	0.048103	0.010896
13.25	0.024482	0.022693	0.018645	0.032708	0.024359	0.019957	0.039654	0.064749	0.014757
13.5	0.026063	0.024203	0.018239	0.0317	0.025925	0.018117	0.038211	0.060819	0.014052
13.75	0.026941	0.023005	0.019011	0.029494	0.026802	0.019897	0.041635	0.059798	0.014529
14	0.028367	0.026556	0.022927	0.039376	0.036423	0.023367	0.049123	0.076675	0.015884
14.25	0.037455	0.03196	0.027707	0.040347	0.032911	0.023944	0.045812	0.070118	0.016494
14.5	0.040027	0.032787	0.026108	0.04002	0.034386	0.023077	0.050772	0.096481	0.020359
14.75	0.03782	0.03076	0.027735	0.046222	0.041355	0.030334	0.055106	0.081019	0.018507
15	0.040421	0.036725	0.031581	0.041982	0.038758	0.026453	0.058373	0.106072	0.021253
15.25	0.046208	0.046734	0.036457	0.060257	0.048663	0.03272	0.06438	0.107903	0.022889
15.5	0.043001	0.037829	0.031829	0.048287	0.042682	0.027877	0.063692	0.100806	0.021384
15.75	0.053104	0.048788	0.044351	0.066059	0.051949	0.040908	0.087339	0.140008	0.030884
16	0.050498	0.045224	0.037934	0.057174	0.047843	0.032073	0.070253	0.109613	0.025577
16.25	0.057841	0.052562	0.044005	0.07774	0.065221	0.042033	0.080077	0.131433	0.028844
16.5	0.05498	0.048375	0.041281	0.068482	0.056329	0.040439	0.095644	0.166094	0.036947
16.75	0.071647	0.065029	0.053688	0.079723	0.068021	0.045605	0.088231	0.136676	0.031938
17	0.057591	0.056663	0.044242	0.085812	0.076241	0.054405	0.092579	0.150416	0.03062
17.25	0.077253	0.069464	0.055142	0.073709	0.064202	0.04361	0.109298	0.198946	0.04082
17.5	0.068772	0.063873	0.050951	0.094119	0.077753	0.060251	0.118635	0.174692	0.037864
17.75	0.081761	0.077777	0.05937	0.105258	0.084603	0.063432	0.098085	0.158424	0.035867
18	0.087689	0.075176	0.067855	0.085289	0.075241	0.05182	0.118906	0.194323	0.04403
18.25	0.080722	0.072587	0.064307	0.120499	0.089593	0.062206	0.162675	0.239727	0.052024
18.5	0.107515	0.10256	0.074032	0.126878	0.100871	0.072943	0.13347	0.222398	0.04957
18.75	0.104196	0.088209	0.070971	0.097957	0.086446	0.064823	0.127813	0.19438	0.044897
19	0.101621	0.085956	0.068941	0.123102	0.104687	0.070007	0.143261	0.257293	0.056004
19.25	0.122608	0.105755	0.09663	0.156992	0.119811	0.083289	0.186043	0.297837	0.067634
19.5	0.114885	0.106614	0.082976	0.15119	0.121207	0.091124	0.179557	0.288301	0.065646
19.75	0.104826	0.098566	0.083968	0.127887	0.105623	0.075092	0.172216	0.261691	0.06117
20	0.143966	0.122926	0.111555	0.144043	0.124511	0.081636	0.15627	0.270537	0.0538