

**Universidad Nacional de Ingeniería**

**Facultad de Ciencias**



TESIS

**Modelamiento directo de la atenuación del flujo de muones atmosféricos debido a la presencia del Cerro UNI**

Para obtener el Título Profesional de Licenciado en Física

Elaborado por

Gerald Fernando Salazar Quiroz

 0000-0002-8157-2654

Asesor

Dr. Cesar Manuel Castromonte Flores

 0000-0002-9559-3704

LIMA - PERÚ

2024

---

Citar/How to cite	Gerald Salazar [1]
Referencia/Reference	[1] G. Salazar Quiroz, " <i>Modelamiento directo de la atenuación del flujo de muones atmosféricos debido a la presencia del Cerro UNI</i> " [Tesis de pregrado]. Lima (Perú): Universidad Nacional de Ingeniería, 2024.
Estilo/Style: IEEE 2020	

---



---

Citar/How to cite	(Salazar, 2024)
Referencia/Reference	Salazar, G. (2024), <i>Modelamiento directo de la atenuación del flujo de muones atmosféricos debido a la presencia del Cerro UNI</i> [Tesis de pregrado]. Repositorio institucional Cybertesis UNI.
Estilo/Style: APA (7ma ed.)	

---

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco al Dr. César Castromonte y al MSc. Luis Otiniano por su invaluable guía y por brindarme la oportunidad de desarrollar este proyecto. También extendo mi gratitud a la Comisión Nacional de Investigación y Desarrollo Aeroespacial (CONIDA) por proporcionar los datos SIG del Cerro UNI, así como a los miembros de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Ingeniería por su apoyo durante el desarrollo del trabajo. Este proyecto fue financiado gracias al proyecto 139-2017-FONDECYT, a quienes expreso mi agradecimiento.

## Resumen

Los muones atmosféricos, generados principalmente por el decaimiento de piones y otros hadrones en las interacciones entre rayos cósmicos primarios y los núcleos de la atmósfera, se utilizan como sondas para estudiar las características internas de objetos geofísicos. Esta técnica, conocida como radiografía muónica, fue propuesta en 1970 por Luis Álvarez y hoy es una herramienta clave con aplicaciones en el análisis de edificaciones arqueológicas, glaciares y volcanes. En el Perú, el proyecto N°139-2017-FONDECYT: "Desarrollo de un Tomógrafo Muónico para pruebas no invasivas de objetos geofísicos" desarrolla por primera vez la tecnología necesaria para su aplicación.

La abundancia de muones en la superficie terrestre, su distribución angular de intensidad proporcional a  $\cos(\theta)$ , un espectro energético con un pico en los 4 GeV a nivel del mar, y su pérdida de energía principalmente por ionización y excitación electrónica en un rango de hasta 100 GeV, nos permite correlacionar la densidad y el espesor del material con la pérdida de energía y la reducción del flujo de muones tras atravesar un objeto.

Este trabajo modela el proceso de atenuación del flujo de muones debido a la presencia del Cerro UNI, cuya morfología y composición lo convierten en un objeto patrón adecuado para asociar la pérdida de energía únicamente a la distancia recorrida por los muones. Esto facilita la calibración del detector del proyecto, previo a su uso para análisis de estructuras más complejas, donde las diferencias de densidad entre regiones o la existencia de cavidades, que reducen la cantidad de materia en direcciones específicas, se manifiestan como variaciones en la intensidad del flujo de muones en las imágenes obtenidas.

Palabras claves - radiografía muónica, muones, técnicas de rayos cósmicos

## Abstract

Atmospheric muons, generated mainly by the decay of pions and other hadrons in interactions between primary cosmic rays and atmospheric nuclei, are used as probes to study the internal characteristics of geophysical objects. This technique, known as muon radiography, was proposed in 1970 by Luis Álvarez and it is becoming a key tool with applications in non-invasive analysis of archaeological buildings, glaciers and volcanoes. In Peru, project N°139-2017-FONDECYT: "Development of a Muon Tomograph for non-invasive testing of geophysical objects" develops for the first time the technology necessary for its application.

The abundance of muons on the Earth's surface, their angular intensity distribution proportional to  $\cos(\theta)$ , an energy spectrum with a peak at 4 GeV at sea level, and their energy loss mainly through ionization and electronic excitation in a range of up to 100 GeV, allows us to correlate the density and thickness of the material with the energy loss and the reduction of the muon flux after passing through an object.

This work models the muon flux attenuation process due to the presence of UNI's Hill, whose morphology and composition make it a suitable standard object to associate the energy loss only with the distance traveled by the muons. This facilitates the calibration of the project's detector, prior to its use for analysis of more complex structures, where density differences between regions or the existence of cavities, which reduce the amount of matter in specific directions, manifest themselves as variations in the intensity of the muon flux in the images obtained.

Keywords - muon radiography, muons, cosmic ray techniques

## Tabla de Contenido

<b>Resumen</b>	<b>IV</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Introducción</b>	<b>xv</b>
<b>I. Principio de la Radiografía Muónica</b>	<b>1</b>
I.A. Breve historia e importancia de la técnica . . . . .	1
I.B. Historia de los Rayos Cósmicos . . . . .	1
I.B.1) Rayos cósmicos primarios . . . . .	3
I.B.2) Observables para el estudio de los rayos cósmicos . . . . .	5
I.B.3) Características de su producción . . . . .	8
I.B.4) Cascadas Atmosféricas Extensas (CAE) . . . . .	9
I.C. Componente muónica de las CAE . . . . .	12
I.C.1) Distribución angular del flujo de muones atmosféricos . . . . .	13
I.C.2) Estimación del flujo diferencial de muones atmosféricos . . . . .	13
I.D. Pérdida de energía de partículas cargadas a través de la materia . . . . .	16
I.D.1) Características de la pérdida de energía de los muones energéticos en la materia . . . . .	18
I.D.2) Rango de penetración, roca estándar y metros de agua equivalente . . . . .	20
I.D.3) Modelamiento de la interacción de los muones atmosféricos con la materia . . . . .	22
I.E. Atenuación del flujo de muones atmosféricos debido a su paso a través de la materia . . . . .	23
I.F. La radiografía muónica . . . . .	24
I.F.1) Principios físicos de la radiografía muónica . . . . .	25
I.F.2) Uso de la técnica en el mundo . . . . .	26
I.F.3) Tipos de detectores usados en la radiografía muónica AM . . . . .	27
I.F.4) Resolución y apertura angular de los detectores de muones . . . . .	29
I.G. Implementación de la técnica de radiografía muónica para la exploración geológica . . . . .	30
I.G.1) Modelamiento de la atenuación del flujo de muones . . . . .	31
I.G.2) Calibración experimental del detector de muones . . . . .	32
I.G.3) Inferencia de las propiedades internas del objeto de estudio . . . . .	33
I.H. Construcción de un tomógrafo muónico UNI-CONIDA . . . . .	33
<b>II. Proceso de Modelamiento de la Atenuación del Flujo de Muones</b>	<b>35</b>
II.A. Simulación de las Cascadas Aéreas Extensivas . . . . .	35

II.A.1) Producción de los primarios incidentes . . . . .	36
II.A.2) Generación de las Cascadas Aéreas Extensivas . . . . .	37
II.A.3) Sistema de referencia y unidades de los CAE simulados . . . . .	41
II.A.4) Filtrado de partículas y generación de data energética para los muones	42
II.B. Modelamiento de la atenuación del flujo muónico debido a un objeto geológico	44
II.B.1) Datos de inicialización del script . . . . .	44
II.B.2) Cálculo de las distancias recorridas dentro del objeto geofísico . . . . .	45
II.B.3) Cálculo de la transmitancia debido a la atenuación del flujo de muones	46
II.B.4) Modelo de pérdida de energía implementado en el código . . . . .	49
<b>III. Resultados</b>	<b>51</b>
III.A. Características del Cerro UNI y posición del detector . . . . .	51
III.B. Atenuación del flujo de muones y transmitancia debido a la presencia del Cerro UNI . . . . .	53
<b>Conclusiones</b>	<b>57</b>
<b>Referencias Bibliográficas</b>	<b>59</b>

## Lista de Tablas

Tabla I:	Valores del exponente $n$ para la distribución angular $\cos^n(\theta)$ de muones para bajas energías a nivel del mar [18]. . . . .	14
Tabla II:	Parámetros de ajuste para la Ecuación 19 a nivel del mar. Tomado de [22]. . . . .	15
Tabla III:	Parámetros de rango y pérdida de energía promedio calculados para roca estándar [9]. . . . .	21
Tabla IV:	Propiedades de roca para distintos sitios de observación. Se incluye valores para el agua. [18]. Gran Sasso es un laboratorio de investigación en neutrinos y astrofísica subterráneo más grande situado en Italia. Nagoya corresponde a las observaciones realizadas por la Universidad Nagoya en Japón. . . . .	21
Tabla V:	Expresiones matemáticas para la pérdida de energía de cada componente en la Ecuación 24. $E$ y $m_\mu$ corresponden a la energía y la masa en reposo del muón, respectivamente, mientras $E'_{max}$ es la energía máxima transferible [18]. . . . .	22
Tabla VI:	Parámetros de rango y pérdida de energía promedio calculados para roca estándar [9]. . . . .	27
Tabla VII:	Parámetros que serán requeridos durante la corrida del script. . . .	37
Tabla VIII:	Número de partículas primarias generadas por CORSIKA-LAGO en un segundo. . . . .	38
Tabla IX:	Variables que describen la simulación CAE usando la implementación CORSIKA-LAGO. . . . .	39
Tabla X:	Dimensiones de las variables en CORSIKA. * <sup>1</sup> En algunas subrutinas también se usa m. * <sup>2</sup> Para archivos de salidas también se usa nsec. * <sup>3</sup> Para archivos de entradas y salidas también es usado grados sexagesimales ( $^\circ$ ). * <sup>4</sup> En algunas subrutinas también es usado TeV. * <sup>5</sup> No se considera el campo magnético de la Tierra [26]. . . .	43

Tabla XI:	Coordenadas de las posiciones, altura (H) con respecto a la superficie, y ángulos de observación del detector, usados en el cálculo de la atenuación del flujo de muones. . . . .	54
-----------	---	----

## Lista de Figuras

Figura I.	Diagrama de la composición de los rayos cósmicos que arriban a la superficie de la Tierra [10]. . . . .	3
Figura II.	Espectros de energía diferencial de los RCP. (a) Los RCP están compuestos por protones, piones, partículas subatómicas y nucleones cuyas energías son comparables con aquellas producidas por diversos experimentos de aceleración realizados en la Tierra como el LHC [10]. Se muestra además su origen. (b) Espectro para energías superiores a los $10^{11}$ eV multiplicada por $E^2$ para enfatizar la diferencia visual entre las regiones del espectro [11]. . . . .	4
Figura III.	Diagrama conceptual de la intensidad direccional y el ángulo sólido. Los ángulos $\theta$ y $\phi$ son el zenith y el ángulo azimutal respectivamente; $d\Omega$ el elemento diferencial de ángulo sólido. . . . .	6
Figura IV.	(a) Dependencia del conteo de rayos cósmicos con la presión media en unidades arbitrarias [18]. (b) Flujo vertical de los diferentes componentes de los RC para energías $E > 1$ GeV con respecto a la profundidad atmosférica [ $\text{g m}^{-2}$ ] [9]. . . . .	8
Figura V.	Esquema de una cascada atmosférica extendida iniciada por un protón (izquierda) y por un fotón (derecha). . . . .	11
Figura VI.	Mediciones hechas del espectro de muones para $\theta = 0^\circ$ y $70^\circ$ a nivel del mar. La línea es el resultado de la Ecuación 18 para cascadas verticales [9]. . . . .	13

Figura VII.	(a) Poder de frenado ( $dE/dx$ ) para $\mu^+$ en cobre como función del momentum ( $\beta\gamma = p/Mc$ ). Las regiones se clasifican de acuerdo al proceso físico dominante, las bandas verticales representan las zonas intermedias entre las diferentes regiones y la línea sólida representa el valor global de frenado. Tomado de [27]. (b) Curva de Bragg para partículas alfa de 5.49 MeV en aire. Se observa el comportamiento característico de la variación de $dE/dx$ en función de la distancia de penetración de la partícula en la materia, destacándose el pico de Bragg, donde se deposita la mayor cantidad de energía ionizante a una distancia de penetración específica [24]. . . . .	17
Figura VIII.	(a) Aporte de los diferentes componentes en la pérdida de energía $dE/dx$ de los muones en roca estándar. (1) corresponde a la ionización, (2) para Bremsstrahlung, (3) $e^\pm$ para la producción de pares, (4) reacciones nucleares y (5) para la suma de todos los cuatro mecanismos. (b) Dependencia energética del coeficiente $b$ y la contribución de las diferentes interacciones en la Ecuación 24 [18]. . . . .	20
Figura IX.	(a) Pérdida de energía en la roca estándar ( $dE_{sr}/d\rho$ ) un amplio rango de energías de acuerdo a [9]. (b) Energía mínima requerida en función del espesor L de roca estándar. Ambas figuras fueron tomadas de [22]. . . . .	23
Figura X.	Ejemplos de la aplicación de la técnica para un volcan y una pirámide arqueológica. (a) Diagrama de una radiografía muonica para el estudio del interior de las pirámides. Su uso ha sido constante desde el año 1971 en la pirámide de Kefrén, en Giza, Egipto a cargo de Luis Alvarez, y últimamente con la misión ScanPyramids que encontró un gran vacío en la Gran Pirámide de Guiza, por sobre la Gran Galería [40]. (b) Apertura angular del detector del experimento DIAPHANE colocando en la base del volcán La Soufrière de Guadeloupe. El flujo detectado es comparado con el modelo conocido de la densidad y espesor de la roca a diferentes ángulos de vista [39]. . . . .	27

Figura XI.	(a) Tubo Geiger-Mueller (b) Barra de plástico centellador de MINOS (c) Película de emulsión nuclear(Nagoya University) . . . . .	29
Figura XII.	Diagramas del modelamiento directo e indirecto de la atenuación del flujo de muones debido a un objeto geológico. $\Delta T$ , es la duración del tiempo de medición experimental; $\tau$ , la función de aceptación del detector que incluye las características geométricas del detector y $I(X)$ , el flujo integrado. Adaptado a partir de [41]. . . . .	31
Figura XIII.	Imagen conceptual del detector MUNI para la realización de investigación en tomografía muónica. . . . .	34
Figura XIV.	(a) Sistema de coordenadas usado por CORSIKA-LAGO. (b) Orientación de las coordenadas de acuerdo al sistema de referencia de CORSIKA y del archivo raster. . . . .	42
Figura XV.	Elevación digital (DEM) del Cerro UNI a partir del archivo raster proporcionado por el CONIDA y el satélite PerúSAT. . . . .	51
Figura XVI.	(a) Imagen satelital brindada por CONIDA del campus UNI donde se realiza la simulación de la Cascada Aérea Extensiva. Se incluye los puntos donde se colocan los detectores para simular la atenuación del flujo de muones. (b) Distribución gráfica de los puntos de simulación y sus respectivos valores de posición de acuerdo a los valores del raster . . . . .	52
Figura XVII.	Distribución de la energía de las partículas secundarias que llegan al Campus UNI. . . . .	53
Figura XVIII.	Simulación de la atenuación del flujo de muones debido al Cerro UNI en las posiciones A, B y C, que corresponden a la zona de la Facultad de Ciencias. Las figuras describen cómo el flujo de muones disminuye al atravesar el cerro, dependiendo de la densidad del material y la profundidad que recorren. Esto permite identificar áreas de mayor densidad (donde la atenuación es más significativa) y evaluar la estructura interna del cerro mediante técnicas de radiografía muónica. . . . .	56

## Símbolos y Siglas

### SÍMBOLOS

$\frac{dN}{dE_p}$	:	Espectro de rayos cósmicos.
$\pi^{\pm,0}$	:	Piones positivos, negativos y neutros.
$\mu_{atm}^{\pm}$	:	muones atmosféricos.
$I(\theta)$	:	Intensidad integral de los muones.
$\Phi_0$	:	Flujo diferencial de muones.
$R_{Tierra}$	:	Radio de la Tierra.
$N_{\mu}(E_c(x))$	:	Flujo de muones en una dirección de observación.
$-dE/dX$	:	Fuerza de frenado.
$X$	:	opacidad o densidad integrada través de la trayectoria de la partícula.
$\mathcal{T}$	:	Transmitancia.
$\Omega$	:	Ángulo sólido.

## **SIGLAS**

AM	:	Absorption-based muography
CAE	:	Cascadas Atmosféricas Extensas
CONIDA	:	Comisión Nacional de Investigación y Desarrollo Aeroespacial
COSPAR	:	Committee on Space Research
CORSIKA	:	COsmic Ray Simulations for KAscade.
LHC	:	Gran Colisionador de Hadrones (LHC, por sus siglas en inglés)
GEANT4	:	GEometry ANd Tracking
mew.	:	Metros de agua equivalente
MUSIC	:	MUon Simulation Code
PDG	:	Particle Data Group
LAGO	:	Latin American Giant Observatory
UNI	:	Universidad Nacional de Ingeniería
RC	:	Rayos Cósmicos
RCP	:	Rayos Cósmicos Primarios
RCS	:	Rayos Cósmicos Secundarios
SM	:	Scattering-based muography
SRTM	:	Shuttle Radar Topography Mission

## Introducción

La radiografía muónica por absorción es una técnica de imágenes que utiliza muones cósmicos para detectar materiales densos, como rocas y metales, en objetos geofísicos como volcanes o glaciares, o estructuras como edificios o pirámides, cuando estos las atraviesan y son registradas por detectores en el lado opuesto de la estructura. Al ser parte de los muones frenados y absorbidos por la materia en el interior de los objetos, la atenuación de su flujo se puede relacionar con la densidad del material que atraviesan lo que permite la creación de imágenes de alta resolución de los objetos y estructuras dentro de ella.

Cuando se utiliza la radiografía muónica como técnica de sondeo para investigar objetos geofísicos, es importante considerar que cada objeto es una entidad de estudio independiente debido a su composición, estructura interior y densidad única, lo que puede afectar significativamente la atenuación del flujo de muones y, por lo tanto, la calidad de la imagen. O recíprocamente, las anomalías o características únicas en la composición de cada objeto pueden ser detectadas a través de un trabajo multidisciplinar con geógrafos e ingenieros que complementa la imagen con información local y de campo.

La confiabilidad de los datos recopilados dependen en gran medida del diseño y precisión del tomógrafo utilizado, por lo que es importante llevar a cabo un proceso de retroalimentación entre diseño y calibración durante la construcción del detector.

La calibración de un detector de muones es un proceso esencial para garantizar mediciones precisas y confiables en la radiografía muónica. Una forma efectiva de lograr esto es utilizando un objeto geofísico de composición y forma conocida como elemento de calibración.

Esto permite la evaluación de la respuesta del detector a muones de diferentes energías y trayectorias, lo que es crucial para determinar la eficiencia de detección y establecer la relación entre las señales detectadas y la cantidad de muones que pasan a través del objeto de estudio, evaluar las posibles variaciones en la respuesta del detector debidas a las condiciones ambientales y/o a los cambios en el sistema de adquisición de datos.

Para poder calibrar y estandarizar la medición de la atenuación del flujo de muones debido a la presencia de un objeto geofísico conocido, se requiere comparar con un valor de referencia conocido, producto del modelamiento directo de esta variable en donde todos los

estados se conocen: flujo de muones, composición del objeto geofísico, modelo de pérdida de energía del muon en la materia y transmitancia de la estructura geológica.

La UNI y el CONIDA se encuentran comprometidos en promover el uso y aplicación de la radiografía muónica en el Perú a través del proyecto de construcción de un tomógrafo de muones móvil en la ciudad de Lima. Por lo que es necesario preparar el proceso de calibración, a través del modelamiento directo de la atenuación del flujo de muones, eligiendo a las elevaciones montañosas que se encuentran adyacentes al campus de la Universidad Nacional de Ingeniería, conocido como Cerro UNI.

Debido a su ubicación geográfica, la composición de estos cerros puede considerarse como roca estándar, un concepto que permite asociar la pérdida de energía de los muones pertenecientes a la componente muónica de las cascadas atmosféricas extensivas generadas por los rayos cósmicos cuando interactúan con la atmósfera, y la distancia recorrida dentro de una estructura geológica.

Este trabajo, desarrolla las herramientas y metodología necesarias para realizar el modelamiento directo de la atenuación del flujo de muones debido a la presencia del Cerro UNI, y por tanto ser de utilidad durante el diseño y proceso de calibración del tomógrafo de muones.

## **I. Principio de la Radiografía Muónica**

En este capítulo describiremos los fundamentos físicos que sirven como fundamento de la radiografía muónica por absorción, una técnica propuesta en 1970 por L. Alvarez para estudiar las pirámides Giza en Egipto [1] y que en los últimos años ha visto aumentar su utilidad para la exploración geológica, geofísica y arqueológica. Los fenómenos físicos que sustentan su cuerpo teórico son presentados en las secciones (I.B-I.D), los principios de la técnica se describen en la sección (I.F) y la implementación de la técnica para la exploración geológica, se describe en la sección (I.G).

### **I.A Breve historia e importancia de la técnica**

La radiografía muónica está estrechamente relacionada con la historia de los rayos cósmicos, con los descubrimientos de la física nuclear durante las primeras décadas del Siglo XX, y de forma muy importante, con el impulso que supuso la 2da Guerra Mundial a la investigación nuclear que tuvo como culminación la creación de la bomba atómica, donde incluso L. Alvarez participó como parte del equipo científico [2].

Sin embargo, la técnica también hunde sus orígenes en el paradigma de entender la ciencia como un proyecto comunitario de la humanidad para conocer los fenómenos del universo a través de la observación de instrumentos cada vez más precisos y del análisis colectivo y libre de los datos obtenidos y “superar la visión imperial y geopolítica de la ciencia y tecnología imperante durante la guerras mundiales y la guerra fría” [3].

Bajo este marco histórico, se desarrolló la radiografía muónica, que aprovecha las partículas secundarias que se generan como producto de las interacciones de los rayos cósmicos con la atmósfera, las mediciones de la pérdida de energía de partículas cargadas al interactuar con la materia y de la tecnología de detección usada en la física de partículas, para desarrollar una técnica no invasiva que permite el estudio del interior de estructuras geológicas como glaciares, volcanes y monumentos históricos.

### **I.B Historia de los Rayos Cósmicos**

En 1753 el físico británico John Canton, descubrió los primeros indicios de la existencia de una radiación ionizante en el ambiente al observar que un electrómetro cargado y aislado se descarga sin ninguna acción externa. En 1910, Theodor Wulf logró cuantificar

esta radiación a 200 m de la superficie de la tierra (en la punta de la Torre Eiffel) en 3 a 6 iones  $\text{s}^{-1}\text{cm}^{-3}$ . Esta altura era superior a los 80 m, que corresponde al límite de detección de la radiación de origen natural.

Después de la publicación de los descubrimientos de T. Wulff, en la edición de septiembre de 1910 en la revista *Physikalische Zeitschrift* [4], V. Hess condujo diversos experimentos de medición de la radiación a diversas alturas, con la ayuda de globos aerostáticos sobrevolando durante el día y la noche durante un periodo de 3 años. En 1912, concluyó a partir de la medición de la tasa de eventos registrados a una altura de hasta 5000 m s. n. m., que el origen de la radiación sólo podían tener una explicación si esta tenía un “origen extraterrestre y de muy alto poder penetrante (que) ingresa desde arriba de nuestra atmósfera” [5].

En los años 1920, R. Millikan midió la ionización producida por los rayos cósmicos (RCs) en un gran rango de altitudes y concluyó que eran rayos gamma ( $\gamma$ ), fotones de alta energía producidos en procesos de fusión en el espacio interestelar. En 1927, J. Clay confirmó la variación de la intensidad de RCs con la latitud, lo que indicaba que se trataba de partículas cargadas desviadas por el campo magnético terrestre. En 1930, B. Rossi predijo una diferencia de intensidad de RCs procedentes del este y del oeste demostrando que se trataba en su mayoría de partículas cargadas positivas. A partir de 1930, se confirmó que los RCs eran fundamentalmente protones y núcleos de Helio (partículas  $\alpha$ ).

En 1937, P. Auger detectó señales simultáneas de radiación en detectores distantes resultado del chorro de electrones, fotones y muones que llegaban al suelo producto de las cascadas de interacciones secundarias originadas por la interacción de los RCs de alta energía con los núcleos del aire de la alta atmósfera.

A partir de estos trabajos, la comunidad científica se lanzó a construir el panorama completo del fenómeno de los rayos cósmicos y su medición. En 1948, Rossi definió las cantidades para cuantificarlos como la intensidad direccional, flujo, sus valores a 259 m s.n.m. y la existencia de una componente fuerte y suave a nivel del mar [6]. En 1960, Ashton presentó el espectro energético para muones en Durham (200 m s.n.m.) e hizo una estimación del espectro de los piones padres [7]; en 1965, Maeda presenta la utilidad de determinar la dependencia energética con la atenuación del camino libre medio de los mesones cargados en la atmósfera [8] y en 1970, como ya se mencionó, Alvarez usó por primera vez la componente muónica de los rayos cósmicos en la atmósfera para estudiar

la estructura interna de la Segunda Pirámide de Giza en Egipto, a partir de la absorción del flujo de rayos cósmicos por parte de este objeto.

### I.B.1) Rayos cósmicos primarios

En el contexto del estudio del origen de los rayos cósmicos (RC), se denominan rayos cósmicos primarios (RCP) a las partículas de alta energía (de hasta  $10^{20}$  eV) como protones, partículas alfa y núcleos pesados que son acelerados por fuentes astrofísicas que ingresan a las capas superiores de la atmósfera, como se muestra en la Figura I. Los rayos cósmicos secundarios (RCS) son aquellos RC primarios que interactúan con el gas interestelar [9]. La Figura II(a), muestra la composición de los RCP clasificados con respecto a su origen.

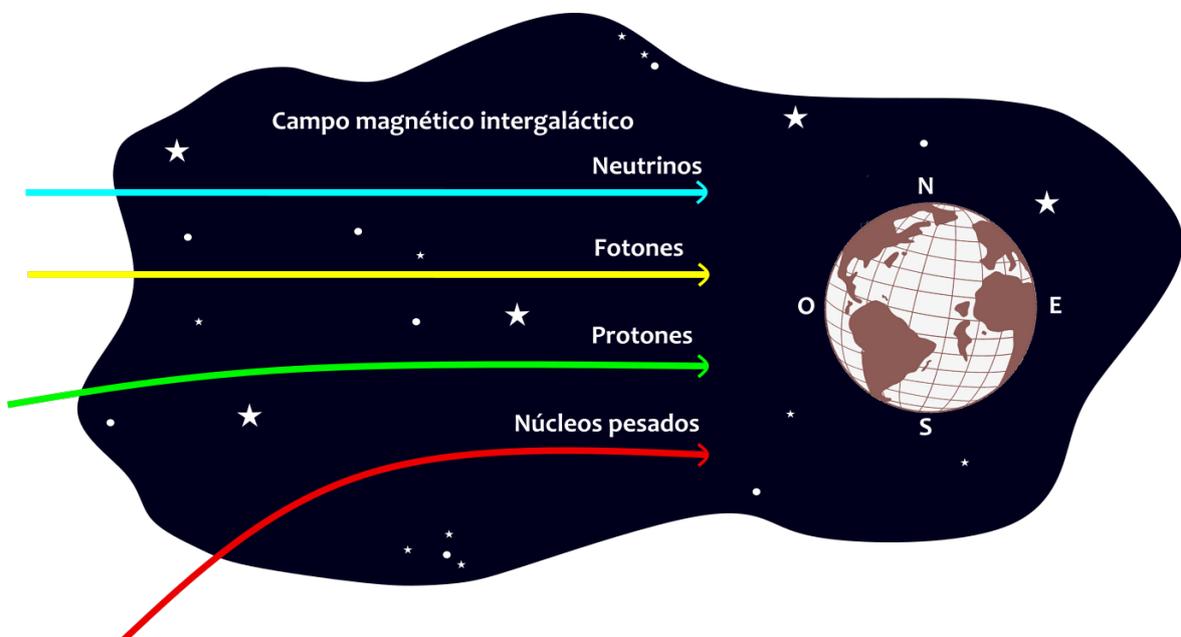


FIGURA I. Diagrama de la composición de los rayos cósmicos que arriban a la superficie de la Tierra [10].

Los campos galácticos, interplanetarios, magnetosféricos, geomagnéticos y la actividad solar (con una periodicidad de 11 y 22 años para diferentes fenómenos) modulan la llegada de RC hacia la Tierra, y por tanto la producción de RCS.

Su espectro se define como el flujo por unidad de energía, unidad de área y unidad de tiempo en función a su energía cinética. A bajas energías,  $E_p \lesssim 10^{10}$  eV, el viento solar y los campos magnéticos de la heliósfera y magnetósfera dominan el espectro; a valores mayores, el espectro diferencial de energía puede ser ajustado por una ley de potencia de la forma:

$$\frac{dN}{dE_p} \propto E_p^{-\alpha}, \quad (1)$$

donde el índice espectral  $\alpha$  tiene un valor promedio de  $\sim 3$  y varía en las diferentes regiones del espectro energético.

La Figura II(b), muestra las tres regiones que caracterizan el espectro de los rayos cósmicos, ordenadas de menor a mayor energía: la “rodilla”, el “tobillo” y el “corte”. La energía en la segunda región se sitúa alrededor de los  $\sim 2 - 4 \times 10^{15}$  eV (PeV), con un valor de  $\alpha$  que oscila entre  $-2.7$  y  $-3$ . Este valor retorna a  $-2.7$  en la región del tobillo ( $E_p \simeq 4$  EeV), para luego descender a  $-4.2$  para  $E_p > 40$  EeV.

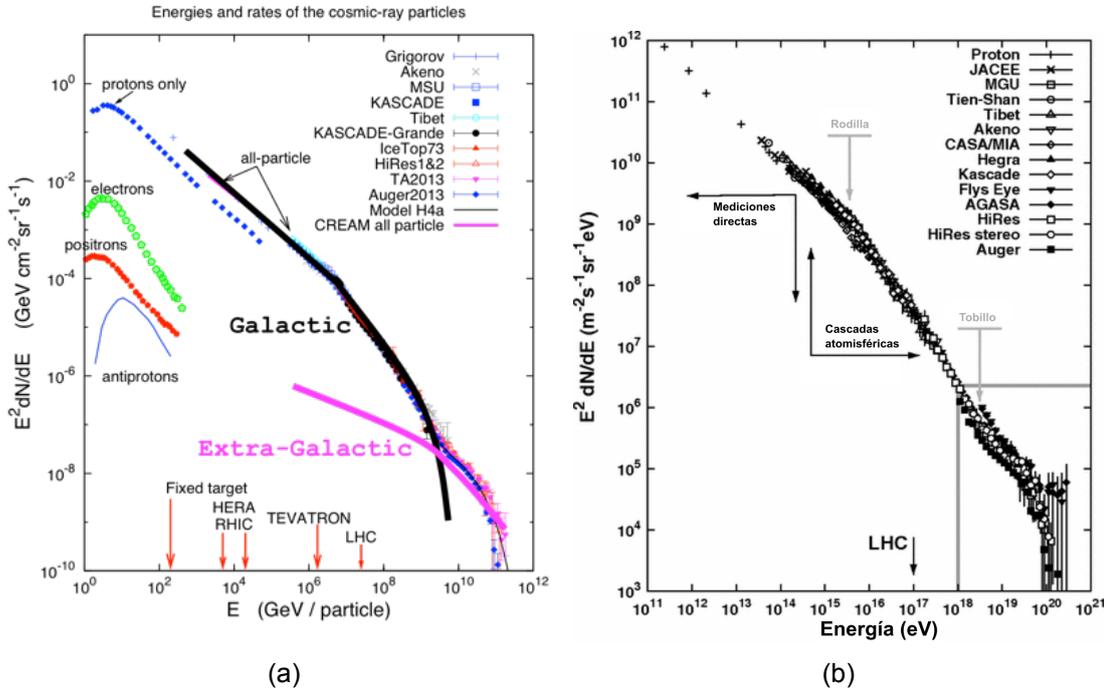


FIGURA II. Espectros de energía diferencial de los RCP. (a) Los RCP están compuestos por protones, piones, partículas subatómicas y nucleones cuyas energías son comparables con aquellas producidas por diversos experimentos de aceleración realizados en la Tierra como el LHC [10]. Se muestra además su origen. (b) Espectro para energías superiores a los  $10^{11}$  eV multiplicada por  $E^2$  para enfatizar la diferencia visual entre las regiones del espectro [11].

Existen cuatro formas de describir el espectro de los componentes de los RCP de acuerdo al foco de estudio. En caso de querer investigar los mecanismos de propagación (y la aceleración), se usa “partículas por unidad de rigidez”; si el interés está en la fragmentación de los núcleos a través de su propagación del gas interestelar, se usará las “partículas por energía por nucleón”; por otro lado, si el interés está en la producción de RCS en la

atmósfera, se usa la variable “nucleones por energía por nucleón”. Finalmente, los experimentos que usan a la atmósfera como calorímetro, realizan mediciones de flujo respecto al número de “partículas por energía por núcleo”. A continuación describimos algunas características de los RCS, a los cuales nos referiremos en adelante simplemente como rayos cósmicos.

### I.B.2) Observables para el estudio de los rayos cósmicos

El estudio de los rayos cósmicos se realiza a través de cantidades observables que fueron propuestos en 1948 por [6] y se mantienen hasta el día de hoy:

- Intensidad direccional
- Flujo
- Intensidad integrada
- Espectro diferencial de energía
- Espectro integral de energía

#### Intensidad direccional

La intensidad direccional,  $I_i(\theta, \phi)$ , de una partícula de un tipo,  $i$ , es definida como el número de partículas,  $N_i$ , incidentes sobre un elemento de área  $dA$ , por unidad de tiempo,  $dt$ , dentro de un elemento de ángulo sólido,  $d\Omega$ .

$$I_i(\theta, \phi) = \frac{dN_i}{dA dt d\Omega} \quad [\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}] \quad (2)$$

Aparte de su dependencia con el zenith  $\theta$  y el azimut  $\phi$ , esta cantidad también depende de la energía,  $E$ , y a bajas energías del tiempo,  $t$ . Frecuentemente la intensidad direccional es simplemente llamada **intensidad**. Ya sea la intensidad total, integrada sobre todas las energías,  $I_i(\theta, \phi, \geq E, t)$ , o la intensidad diferencial,  $I_i(\theta, \phi, E, t)$ , estos parámetros puede ser calculados. Cuando  $\theta = 0^\circ$ , se denomina intensidad vertical y se expresa como  $I_{V,i} = I_i(0^\circ)$ .

#### Flujo

El **flujo**,  $J_{1,i}$ , representa el número de partículas de un tipo,  $i$ , atravesando hacia abajo, respecto a un elemento horizontal de área,  $dA$ , por unidad de tiempo,  $dt$ . Para un

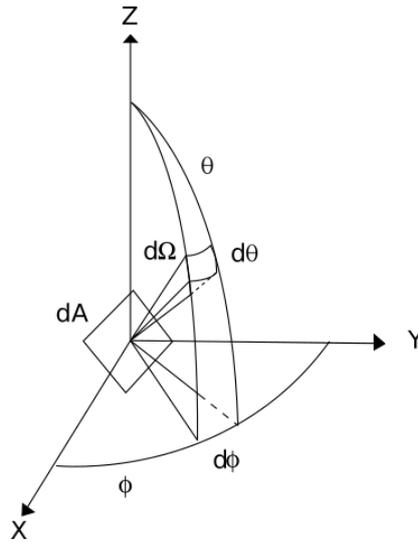


FIGURA III. Diagrama conceptual de la intensidad direccional y el ángulo sólido. Los ángulos  $\theta$  y  $\phi$  son el zenith y el ángulo azimutal respectivamente;  $d\Omega$  el elemento diferencial de ángulo sólido.

tipo de partícula específica  $I$  está dado por la siguiente ecuación:

$$J_1 = \int_{\cap} I(\theta, \phi) \cos(\theta) d\Omega \quad [\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}], \quad (3)$$

donde  $\cap$  significa la dirección de integración sobre el hemisferio superior ( $\theta \leq \pi/2$ ).

Si no es especificado de otra forma, el flujo  $J_1$  es usualmente entendido como el flujo integral  $J_1(\geq E)$ .

### Intensidad integrada y omnidireccional

La **intensidad integrada**,  $J_2$ , es obtenida al integrar la intensidad direccional  $I$ , sobre todos los ángulos,

$$J_2 = \int I(\theta, \phi) d\Omega. \quad (4)$$

Debido a que  $d\Omega = \sin(\theta) d\theta d\phi$

$$J_2 = 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} I(\theta) \sin(\theta) d\theta \quad [\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}] \quad (5)$$

si no hay dependencia azimutal. Por definición, la intensidad integral  $J_2$ , es siempre mayor que, o igual al flujo de partículas  $J_2 \geq J_1$ .

## Espectro diferencial de energía

El **espectro de energía diferencial**  $j(E)$  es definido por el número de partículas  $dN(E)$ , por unidad de área,  $dA$ , por unidad de tiempo,  $dt$ , por unidad de ángulo sólido  $d\Omega$ , por intervalo de energía,  $dE$ ,

$$j(E) = \frac{dN(E)}{dA d\Omega dE dt} \quad [\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}\text{GeV}^{-1}] \quad (6)$$

También puede expresarse el espectro de partículas en base al momentum,  $j(p)$ , por unidad de momentum, o, de rigidez  $P$ , por unidad de rigidez, con  $P$  definido como:

$$P = \frac{pc}{Ze} \quad [\text{GV}], \quad (7)$$

donde  $pc$  es la energía cinética (en GeV) de una partícula relativista,  $p$  siendo el momento (en GeV/c), y  $(Ze)$  es la carga eléctrica de la partícula. La unidad correspondiente de la rigidez es [GV].

## Espectro integral de energía

El **espectro integral de energía**,  $J(\geq E)$ , es definido por todas las partículas de una energía mayor a  $E$ , por unidad de área,  $dA$ , por unidad de ángulo sólido,  $d\Omega$ , y por unidad de tiempo,  $dt$ , como sigue:

$$J(\geq E) = \frac{dN(\geq E)}{dA d\Omega dt} \quad [\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}] \quad (8)$$

Esta usualmente expresada en  $[\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}]$ . El espectro integral  $J(\geq E)$ , es obtenida por la integración del espectro diferencial,  $j(E)$ :

$$J(\geq E) = \int_E^{\infty} j(E) dE \quad (9)$$

Alternativamente  $j(E)$  puede ser derivada de  $J(\geq E)$  por diferenciación:

$$j(E) = -\frac{dJ(\geq E)}{dE} \quad (10)$$

Generalmente el espectro de energía puede ser representado por un ley de potencia con un exponente constante. Para el espectro integral se puede escribir:

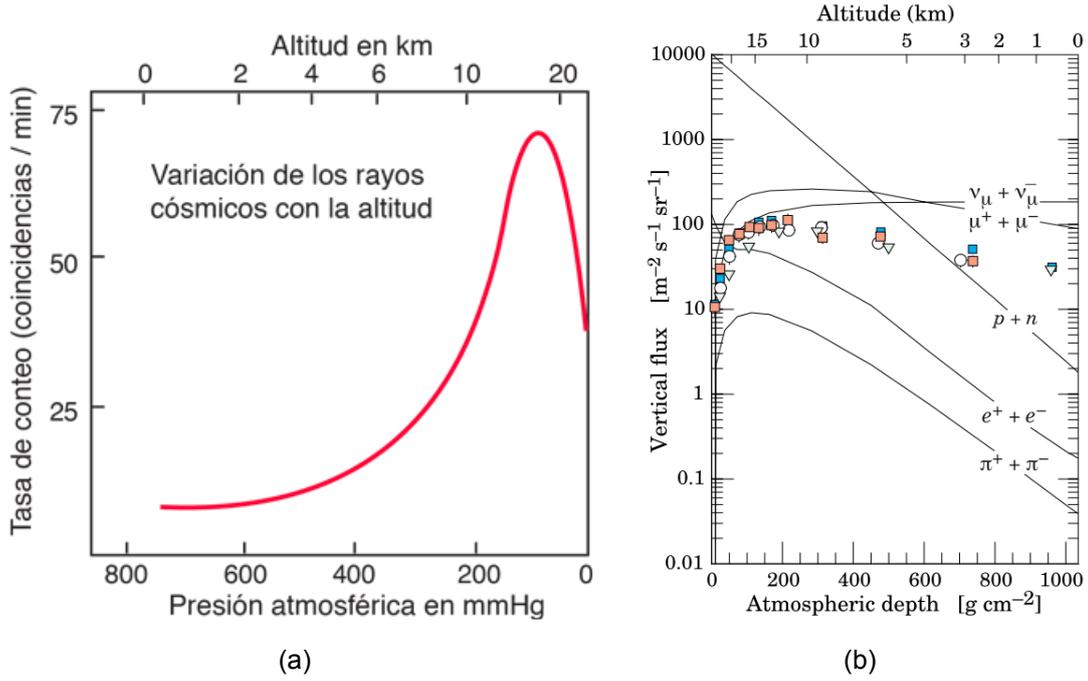


FIGURA IV. (a) Dependencia del conteo de rayos c3smicos con la presi3n media en unidades arbitrarias [18]. (b) Flujo vertical de los diferentes componentes de los RC para energías  $E > 1$  GeV con respecto a la profundidad atmosférica  $[g\ m^{-2}]$  [9].

$$J(\geq E) = CE^{-\gamma} \quad (11)$$

Y para el espectro diferencial de energía:

$$j(E) = C\gamma E^{-(\gamma+1)} = AE^{-(\gamma+1)}, \quad (12)$$

### I.B.3) Características de su producci3n

La intensidad del flujo de rayos c3smicos aumenta con la altitud, debido a su origen extraterrestre, y cambia con la latitud, debido a la presencia del campo magnético de la Tierra. En 1936, Pfitzer descubri3 que el flujo de partícula en la atm3sfera aumenta de forma proporcional con la profundidad atmosférica  $\chi$   $[g/cm^2]$ , que se define como la masa de aire por unidad de área que atraves3 la partícula a lo largo de la atm3sfera desde el infinito hasta la posici3n de la partícula en la trayectoria que describe su movimiento. Esta producci3n tiene un pico en los primeros  $100\ g/cm^2$ , alrededor de una altura de  $20\ km$ , para luego disminuir debido a la p3rdida energía a trav3s de absorpci3n y decaimiento [18] tal como se muestra en la Figura IV, tanto para el conteo de incidencias (a) y el flujo vertical de los productos de las interacciones de los RCs con la atm3sfera (b).

## Composición de los rayos cósmicos

Los rayos cósmicos están compuestos por 90% de protones, 9% de núcleos de helio y 1% de elementos más pesados. De este 1%, un cuarto son elementos ligeros como el litio, berilio y boro, que podrían ser resultado de interacciones de los RC con la materia interestelar como el carbono y el oxígeno. Una mínima cantidad de antimateria está presente en los RC, producto de las colisiones que producen pares partícula-antipartícula.

## Fenómenos solares y su efecto sobre el flujo de RCs

La actividad solar modula el flujo de rayos cósmicos de la Tierra en el rango de energía de hasta aproximadamente 100 GeV/nucleón. Arriba de este valor, existe un déficit desde la dirección este y oeste debido al campo geomagnético y el exceso de carga positiva de la radiación primaria. Esto es conocido como la *asimetría este-oeste* [18] y es más intenso en la parte superior de la atmósfera.

Debido a la forma dipolar del campo geomagnético existe el *efecto azimutal* en el espectro de energía, que también expresa una dependencia latitudinal para energía por encima de los 15 GeV a incidencia vertical, conocida como *corte geomagnético*. Finalmente, existen anomalías magnéticas, siendo la más dominante la “anomalía de Atlántico Sur”, fuera de las costas de Brasil [18].

### I.B.4) Cascadas Atmosféricas Extensas (CAE)

Cuando los RC interactúan con los núcleos atmosféricos, principalmente  $N_2$  y  $O_2$  producen una cascada de partículas secundarias denominadas “Cascadas Atmosféricas Extensas” (CAE) (o Extensive Air Showers, EAS, por sus siglas en inglés).

Podemos distinguir tres componentes que conforman las CAE: el componente hadrónico, que constituye el núcleo de la lluvia y donde las interacciones fuertes definen la producción de partículas secundarias; la componente electromagnética, iniciada preferentemente por el decaimiento de piones neutros, y la componente muónica, generada principalmente por el decaimiento de los piones a través de mecanismos de interacción débil.

Las primeras capas de la atmósfera fragmentan los núcleos pesados de los RC debido a sus altos valores de sección transversal ( $\sigma_i$  [ $cm^2$ ]), y bajos valores de camino libre medio de interacción ( $\lambda_i = \frac{N_A}{A} \delta_i [E^2]$ ), donde  $A$  es el número de masa para el núcleo. Por ejemplo, durante sus recorridos hacia la superficie de la Tierra, un núcleo con número

atómico  $A = 25$  ( $\lambda = 23 \text{ g/cm}^2$ ) será sometido a 50 interacciones en una trayectoria vertical; mientras que los protones, a 12 interacciones ( $\lambda_i = 80 \text{ g/cm}^2$ ). El estudio detallado de las secciones eficaces elásticas (pp,  $p\bar{p}$ ,  $\pi^\pm p$ ), inelásticas (protón-aire) y la propagación de la energía pueden consultarse en [18].

A medida que la cascada penetra más profundamente en la atmósfera, la producción de partículas secundarias se refuerza debido a la predominancia de producción hadrónica de  $\pi^\pm$ ,  $\mu^\pm$ , a la producción de pares  $e^\pm$  y a la radiación Bremsstrahlung, que de acuerdo a la conservación de energía y momentum, generan una cascada de partículas que se dirigen hacia la superficie de la Tierra en forma de lluvia.

### Componente hadrónico

Si los piones ( $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$ ) así como otras partículas menos abundantes como kaones ( $K^+$ ,  $K_S^0$ ,  $K_L^0$ ,  $K^-$ ), u otros mesones, hyperones y pares núcleo-antinúcleo, que emergen de las interacciones primarias tienen la suficiente energía, ellas mismas iniciarán nuevas interacciones, contribuyendo al flujo de hadrones en la atmósfera. El 99.9% de los piones cargados decaen a través de los siguientes procesos de decaimiento (o “canales”).

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad | \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \quad (13)$$

y el 64% de los kaones decaen a través de,

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad | \quad K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (14)$$

Los piones neutros decaen en rayos gamma ( $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ ) con una vida media de  $8.4 \times 10^{-17} \text{ s}$  en reposo. Cuando no decaen en muones, los kaones cargados producen dos o tres piones ( $\pi^\pm \pi^0$ ,  $\pi^\pm \pi^\pm \pi^\mp$  o  $\pi^\pm \pi^0 \pi^0$ ), que a su vez decaen si son cargados de acuerdo a los procesos mostrados en la Ecuación 13. Además los kaones neutros producen muones el 27% de las veces a través del canal  $K_L^0 \rightarrow \pi^\pm \mu^\mp \bar{\nu}_\mu (\nu_\mu)$  [19].

### Componente electromagnético

La componente electromagnética, se forma a partir del decaimiento de los  $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_\mu \nu_e$  y  $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$  que producen electrones y neutrinos, y junto con el decaimiento de los  $\pi^0$  en rayos gamma, emergen pares electrón-positrón que subsecuentemente pasan por procesos Bremsstrahlung y refuerza la producción de cascada electrones y fotones.

La producción de muones en la atmósfera, se da principalmente debido al decaimien-

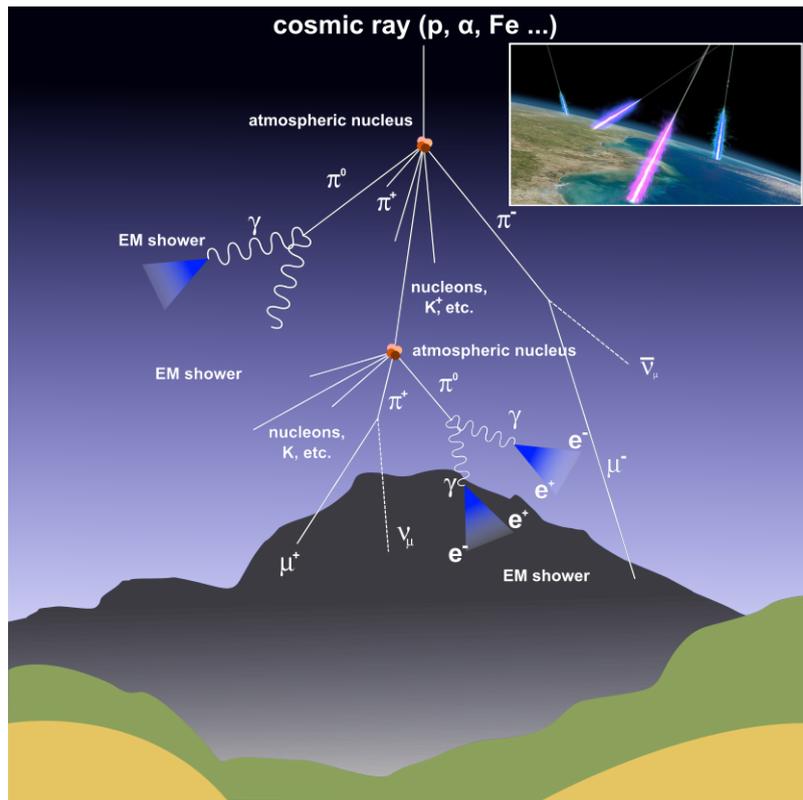


FIGURA V. Esquema de una cascada atmosférica extendida iniciada por un protón (izquierda) y por un fotón (derecha). Elaboración propia.

to de la componente hadrónica, y conforma el principal insumo de la técnica de radiografía muónica. En la sección (I.C) se describe su distribución y espectro energético; en la subsección (I.D.1), la relación casi lineal de la pérdida de energía en los muones con la distancia atravesada a través de la materia. Estas tres características, convierten a los muones en candidatos perfectos para la realización de sondeos a las estructuras geológicas a través de la técnica de la radiografía muónica, que se explica en detalle en la sección (I.F).

### Modelamiento de la interacción entre los RCs y la atmósfera

Los procesos secundarios involucrados en el desarrollo de las CAE varían a través de las diversas capas de la atmósfera y regiones que se extienden desde el nivel del mar hasta altitudes de 85 km y 115 km. Para describir estos procesos existen diversos modelos simplificados, como el propuesto por la Comisión de Investigaciones Espaciales COSPAR [20], denominado el “modelo estándar de la atmósfera” (*International Reference Atmosphere*, por su nombre en inglés).

Bajo este modelo empírico, la atmósfera es del tipo exponencial isotérmico, donde la variación de la densidad con la altitud en la atmósfera estará en función de parámetros

barométricos, asumiendo un equilibrio completo entre sus constituyentes. Es así que la principal variable a tener en cuenta para los procesos de interacción de los rayos cósmicos es la relación entre la densidad y la altitud en una atmósfera isotérmica.

Por otro lado, la composición final de las partículas producto de las interacciones dependerá del ángulo de ingreso del primario, ya que para ángulos cenitales diferentes a  $0^\circ$ , el espesor de la atmósfera que debe recorrer hasta llegar a una altitud específica aumenta.

### I.C Componente muónica de las CAE

La componente muónica de las Cascadas Atmosféricas Extensa (CAE) está compuesta por una lluvia de muones atmosféricos ( $\mu_{atm}^\pm$ ) de amplio espectro energético, producidos en su mayoría a unos 15 km sobre el nivel del mar.

Por su naturaleza inestable, los  $\mu_{atm}^\pm$  decaen en electrones y neutrinos electrónicos ( $\nu_e, \bar{\nu}_e$ ) con un tiempo de vida media de  $2.2 \mu s$  en reposo. Estos son capaces de llegar a la superficie de la Tierra debido a que su longitud de decaimiento supera esta distancia para energías mayores a un par de GeV. Por ejemplo, un  $\mu_{atm}^\pm$  de 4 GeV decaerá luego de recorrer 24 km desde la altura en la que se generó, por lo que habrá un flujo de ellos ingresando a la corteza terrestre.

La competición entre los procesos hadrónicos y electromagnéticos descritos en la sección anterior convierte a los muones en la partícula más detectada en la superficie de la Tierra. Las mediciones de Nagamine en 2003 [21] refieren que el 70% del total corresponde a los muones, mientras que Lesparre en 2010 [22] reporta un 63% para una energía media de 4 GeV cerca del zenit a nivel de la superficie.

Se ha reportado en [9] que la **intensidad integral de los muones verticales** ( $I_v$ ) de 1 GeV/c a nivel del mar es de  $\approx 70$  muones por  $m^{-2} s^{-1} sr^{-1}$ . En el mismo rango de energía, Nagamine en 2003 [21] reporta un valor de 1 muon por  $cm^{-2} min^{-1}$  y mediciones en Colombia realizadas por Parra en 2019 [25] registra un valor de la  $1.72 \pm 0.09$  muones por  $cm^{-2} min^{-1}$ . En la dirección horizontal, Workman et al. en 2022 [9] mencionan alrededor de 10000 muones  $m^{-2} min^{-1}$ .

El espectro de energía de los muones tiene una forma casi plana para bajas energías debajo a 1 GeV, aumentando gradualmente alrededor de los 10-100 GeV, para luego volver a bajar cuando la energía de los piones supera la energía crítica de decaimiento. En la Figura VI, se muestran las mediciones reportadas por Workman et al. en 2022 [9] para la

incidencia vertical y ángulo de  $70^\circ$ .

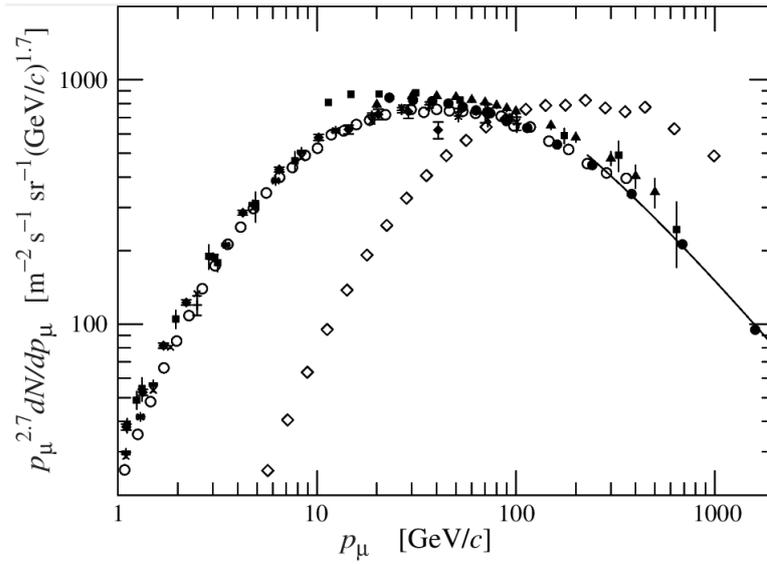


FIGURA VI. Mediciones hechas del espectro de muones para  $\theta = 0^\circ$  y  $70^\circ$  a nivel del mar. La línea es el resultado de la Ecuación 18 para cascadas verticales [9].

### I.C.1) Distribución angular del flujo de muones atmosféricos

Experimentalmente Grieder [18] encontró que la relación entre la intensidad de los muones con el ángulo cenital ( $\theta$ ) se puede resumir en:

$$I(\theta) = I(0^\circ) \cos^n(\theta), \quad (15)$$

donde  $n$  es función del momentum,  $n = n(p)$ , y cuyo valor varía de acuerdo al rango de energía, como se muestra en la Tabla I. Para energías  $E_\mu \sim 3$  GeV el valor de  $n$  es de 2 [9] y a bajas energías ( $E_\mu \gg \epsilon_\pi$  y  $\theta < 70^\circ$ ), la distribución toma una forma  $\sec(\theta)$ .

### I.C.2) Estimación del flujo diferencial de muones atmosféricos

Existen dos maneras de derivar el flujo diferencial de muones  $\Phi_0 \equiv dN(E_0, \theta)/dE_0$  (dado en  $\text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{s}^{-1} \text{GeV}^{-1}$ ). El primer método corresponde al uso de simulaciones Monte Carlo que reproducen el comportamiento de una gran cantidad de cascadas atmosféricas inducidas por una partícula primaria entrante en la atmósfera y que luego se propagan en ella. Un software muy utilizado para este fin es CORSIKA (COsmic Ray Simulations for KAscade) [26] que utiliza un modelo detallado de la atmósfera terrestre, incluyendo todas las características físicas y los efectos del campo magnético terrestre. También simula la interacción de los rayos cósmicos con la materia, teniendo en cuenta la producción de partículas

TABLA I

Valores del exponente  $n$  para la distribución angular  $\cos^n(\theta)$  de muones para bajas energías a nivel del mar [18].

Momentum [GeV/c]	Geomagn. Latitude	$n$	Reference
0.30	47° S	3.3	Moroney and Parry (1954) [12]
> 0.33		2.1	
> 0.40		$1.91 \pm 0.10$	
> 1.00		$1.85 \pm 0.11$	
> 1.50	12° N	$1.81 \pm 0.12$	Bhattacharyya (1974b) [13]
> 2.00		$1.75 \pm 0.11$	
> 2.40		$1.81 \pm 0.08$	
> 3.00		$1.83 \pm 0.09$	
> 0.33	50° N	2.1	Greisen (1949) [14]
>10.00		$1.6 \pm 0.1$	Sheldon y Duller (1962) [15]
> 0.70	53° N	$1.96 \pm 0.22$	Judge y Nash (1965) [16]
> 0.35	53° N	$2.16 \pm 0.01$	Crookes y Rastin (1972) [17]

secundarias, como muones, electrones, fotones y hadrones, y la propagación de estas partículas secundarias en la atmósfera.

El segundo método, corresponde al uso de curvas paramétricas del flujo muónico resultado de ajustar las parametrizaciones realizadas a nivel del mar, o a partir del modelo de producción de muones propuesta por Gassier en 1990 [22].

Este último modelo solo considera el decaimiento de dos cuerpos de piones y kaones, con un flujo de energía de la forma  $P_0 E_p^\gamma$ , donde  $P_0 \approx 1.8 \text{ cm}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ GeV}^{\gamma-1}$ ,  $\gamma \approx 2.7$  y donde los valores de los parámetros son resultado de cálculos a través de la mecánica cuántica pero que en la práctica se ajusta a partir de datos experimentales para diferentes rangos de energía.

$$\Phi_G(E_0, \theta) = A_G E_0^{-\gamma} \left( \frac{1}{1 + \hat{E}_0 \cos(\theta) / E_{0,\pi}^{cr}} + \frac{B_G}{\hat{E}_0 \cos(\theta) / E_{0,K}^{cr}} + r_c \right) \quad (16)$$

donde los parámetros ajustables son el factor de escala  $A_G$ , el índice espectral  $\gamma$ , el factor de balance  $B_G$  y la razón  $r_c$ , entre los muones y piones,  $E_{0,\pi}^{cr}$  y  $E_{0,K}^{cr}$ , se interpretan como las energías críticas para piones y kaones a incidencia vertical. Adicionalmente, para ángulos mayores a  $70^\circ$ , el ángulo  $\cos(\theta)$  se reemplaza por una expresión que toma en consideración el radio de la Tierra.

$$\cos(\theta^*) = \sqrt{1 - \frac{1 - \cos^2(\theta)}{(1 + H_{atm}/R_{Tierra})^2}}, \quad (17)$$

donde  $R_{Tierra} = 6370$  km y  $H_{atm} = 32$  km es la altitud de producción de muones para trayectorias con ángulos grandes.

Finalmente este modelo nos permite tener una relación analítica que describe el flujo como la contribución de dos términos debido a la generación de muones debido a los piones y kaones, cuando la energía del muon esta es  $E_\mu > 100$  GeV/cos  $\theta$  y la curvatura de la Tierra es despreciable ( $\theta < 70^\circ$ ) [9].

$$\frac{dN_\mu}{dE_\mu d\Omega} \approx \frac{0.14E_\mu^{-2.7}}{\text{cm}^2 \text{s sr GeV}} \times \left\{ \frac{1}{1 + \frac{1.1E_\mu \cos(\theta)}{115 \text{ GeV}}} + \frac{0.054}{1 + \frac{1.1E_\mu \cos(\theta)}{850 \text{ GeV}}} \right\} \quad (18)$$

### Parametrizaciones del flujo de muones atmosféricos

Los valores de parametrización para la Ecuación (16) son sintetizadas en la Tabla II [22] a partir del rango de energías específicas que cubren:

$$\Phi_B(p) = A_B p^{-(\alpha_3 y^3 + \alpha_2 y^2 + \alpha_1 y + \alpha_0)}, \quad (19)$$

donde  $y = \log_{10}[p \cos(\theta)]$  y el momento verifica,

$$pc^2 = E_0^2 - E_\mu^2, \quad (20)$$

donde  $E_\mu = 0.10566$  GeV,  $E_0$  es la energía de los muones. La Tabla II muestra los parámetros de ajuste para la Ecuación 19 a nivel del mar [22].

TABLA II

Parámetros de ajuste para la Ecuación 19 a nivel del mar. Tomado de [22].

Rango de $p$ GeV c <sup>-1</sup>	$A_B$ (cm <sup>2</sup> sr s GeV) <sup>-1</sup>	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
1 - 930	$2.950 \times 10^{-3}$	0.3061	1.2743	-0.263	0.0252
930 - 1590	$1.781 \times 10^{-2}$	1.791	0.304		
1590 - $4.2 \times 10^5$	$1.435 \times 10^1$	3.672			
$> 4.2 \times 10^5$	$10^3$	4			

## I.D Pérdida de energía de partículas cargadas a través de la materia

Diversas áreas de la ciencia, como la física médica, obtienen información sobre las propiedades de la materia al registrar la pérdida de energía de partículas cargadas mientras atraviesan distintos materiales. Por ello, el estudio de la interacción entre partículas cargadas y materia, así como la dependencia de dicha interacción con la energía incidente, es de fundamental importancia para la física y para el desarrollo de tecnologías derivadas, como la tomografía.

El tratamiento clásico de Bohr adopta un enfoque atomista para describir la pérdida de energía ( $-dE/dx$ ) a lo largo de la trayectoria de una partícula cargada pesada (con carga  $Ze$  y velocidad  $v$ ) que se desplaza a través de un medio material. En este modelo, se considera que la partícula incidente sigue esencialmente una trayectoria recta sin desviarse debido a su masa significativamente mayor en comparación con la del electrón ( $M \gg m_e$ ). Además, el electrón se asume en reposo y fijo durante toda la interacción.

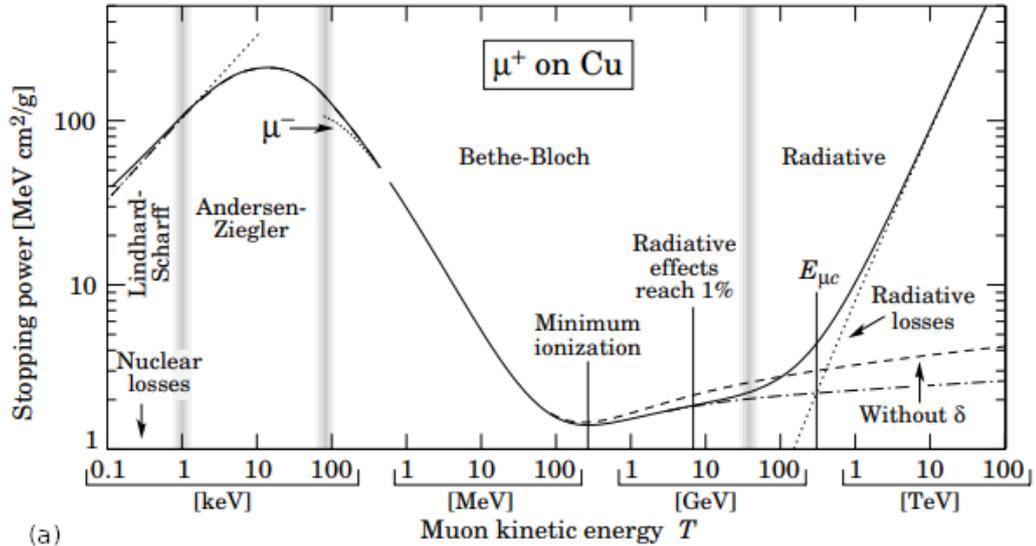
Las limitaciones de las consideraciones clásicas se superan al aplicar el enfoque cuántico del modelo de Bethe-Bloch para partículas cargadas relativistas. La Ecuación 21 incorpora dos correcciones importantes: la corrección de efecto de densidad  $\delta$  y la corrección de capa  $C$ , esta última reemplazando la suposición de electrones estacionarios.

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z} \right] \quad (21)$$

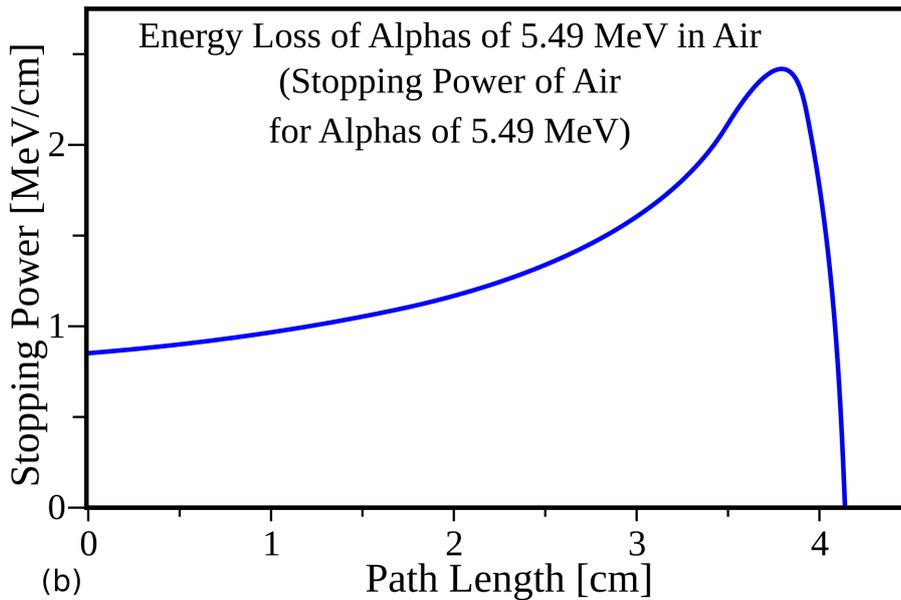
Este enfoque muestra cómo la pérdida de energía de una partícula depende de su energía incidente a lo largo de su trayectoria. A energías no relativistas,  $-dE/dx$  está dominado por el factor  $1/\beta^2$  y disminuye al aumentar la velocidad de la partícula hasta alcanzar un mínimo alrededor de  $v \approx 0.96c$ , un punto conocido como el de mínima ionización [23].

En la Figura VII(a), se muestra el comportamiento del poder de frenado para los muones en el cobre a través de en el rango de energías de 0.1 MeV/c hasta 100 TeV/c. Las bandas difusas verticales delimitan las fronteras entre las aproximaciones teóricas o los procesos físicos dominantes. En el intervalo de 1 GeV - 100 GeV, el comportamiento de los muones es casi lineal, permite obtener una relación entre el rango de penetración y la energía del muón.

La Figura VII(b), muestra el comportamiento del depósito de energía frente a la dis-



(a)



(b)

FIGURA VII. (a) Poder de frenado ( $dE/dx$ ) para  $\mu^+$  en cobre como función del momentum ( $\beta\gamma = p/Mc$ ). Las regiones se clasifican de acuerdo al proceso físico dominante, las bandas verticales representan las zonas intermedias entre las diferentes regiones y la línea sólida representa el valor global de frenado. Tomado de [27]. (b) Curva de Bragg para partículas alfa de 5.49 MeV en aire. Se observa el comportamiento característico de la variación de  $dE/dx$  en función de la distancia de penetración de la partícula en la materia, destacándose el pico de Bragg, donde se deposita la mayor cantidad de energía ionizante a una distancia de penetración específica [24].

tancia de penetración en un material específico. La denominada curva de Bragg muestra que la mayor parte de la energía se deposita cerca del final de la trayectoria, una característica que se aprovecha en tratamientos médicos donde se busca concentrar la dosis en el tejido objetivo a una profundidad específica desde el emisor.

Al aumentar la energía, deben considerarse otras correcciones, como los efectos de radiación a velocidades ultrarrelativistas, los efectos cinemáticos debido a la suposición de una masa infinita para el proyectil, procesos de QED de orden superior, términos adicionales en la sección eficaz de dispersión, correcciones por la estructura interna de la partícula, efectos de espín y captura de electrones a velocidades muy bajas [27]. Sin embargo, en el rango de energía en el que opera la tomografía de muones, estas correcciones, al igual que las de capa y polarización, no son significativas.

Se define la opacidad  $X$  o densidad integrada través de la trayectoria de muones como:

$$X(L) \equiv \int_L \rho(\epsilon) d\epsilon, \quad (22)$$

donde  $X$  es expresada en  $\text{g cm}^{-2}$ ,  $\rho$  es la densidad y  $\epsilon$  es la coordenada medida a través de la trayectoria  $L$  del muon cruzando el volumen de la roca. Cuando  $dE/d\epsilon$ , se expresa en unidades de espesor en masa, la Ecuación 21 puede reordenarse en relación  $\langle Z/A \rangle$ :

$$-\frac{dE}{d\epsilon} = -\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = z^2 \frac{Z}{A} f(\beta, I) \quad (23)$$

Esto permite ver la importancia del factor  $(Z/A)$ , que de acuerdo a [23] para valores similares a  $Z$ , esta razón no varía mucho. Esta fórmula muestra la dependencia proporcional con el factor  $(Z/A)$ , permitiendo comparaciones entre materiales que son incididos por un mismo tipo de partícula energética, como por ejemplo de muones energéticos.

### **I.D.1) Características de la pérdida de energía de los muones energéticos en la materia**

Los muones ultra energéticos, y por tanto relativistas, poseen tres características que los hacen particularmente útiles en comparación con otras partículas secundarias de rayos cósmicos para su uso sondas en la tomografía de objetos geológicos.

- **Primero:** Aunque los muones son inestables y decaen en electrones y neutrinos, con una vida media en reposo de aproximadamente  $\tau \approx 2.2 \mu\text{s}$ , el efecto relativista de di-

latación temporal incrementa su vida media observada por el factor de Lorentz  $\gamma$ , permitiéndoles alcanzar y penetrar la corteza terrestre.

Un muón con un momentum de 4 GeV (con  $\gamma \approx 20$ ), valor cercano al pico de la distribución de momentum de los muones atmosféricos, tiene una longitud de decaimiento aproximada de 24 km [19]. Considerando que la mayor parte de la atmósfera terrestre se encuentra dentro de los primeros 16 km de altitud y que los muones se generan principalmente a unos 15 km de altura, a nivel del mar los muones constituyen la mayoría de las partículas cargadas, llegando a la superficie de la Tierra a una tasa aproximada de 100 Hz/m<sup>2</sup>.

- **Segundo:** Los muones ultra energéticos no experimentan interacciones nucleares significativas, y solo interactúan débilmente con la materia, principalmente a través de la ionización [22] durante su desplazamiento a través de esta.
- **Tercero:** La pérdida de energía por radiación de frenado (bremsstrahlung) en los muones depende de  $1/m^2$ , por lo que es 40000 veces menor que en electrones y positrones.

Por tanto, la pérdida de energía, o fuerza de frenado, para los muones se realiza principalmente a través de procesos ionización, y es descrita por la Ecuación 24 como la suma de dos términos:

$$-\frac{dE}{dX} = a(E) + b(E)E, \quad (24)$$

donde  $X$  es la masa por unidad de área y la energía perdida se expresa en MeV g<sup>-1</sup>cm<sup>2</sup>. El primer término  $a(E)$  corresponde a los procesos de ionización y excitación atómica; mientras que  $b(E) = b_{br.}(E) + b_{pp}(E) + b_{ni}(E)$ , corresponde a la suma de las pérdidas resultado de los procesos de Bremsstrahlung, producción de pares y reacciones fotonucleares respectivamente [18].

En [18] se presentan distintos valores de  $b(E)$  para la roca del Mont Blanc (Francia), así como para la pérdida de energía en roca estándar, agua de mar y agua dulce. En la Figura VIII(a), se muestran las contribuciones de los diferentes mecanismos de pérdida de energía de los muones a lo largo de un amplio rango de energías; mientras que en la Figura VIII(b), se observa que en el rango de hasta 10 GeV, los valores de  $b(E)$  no son significativos en comparación con la contribución de la ionización.

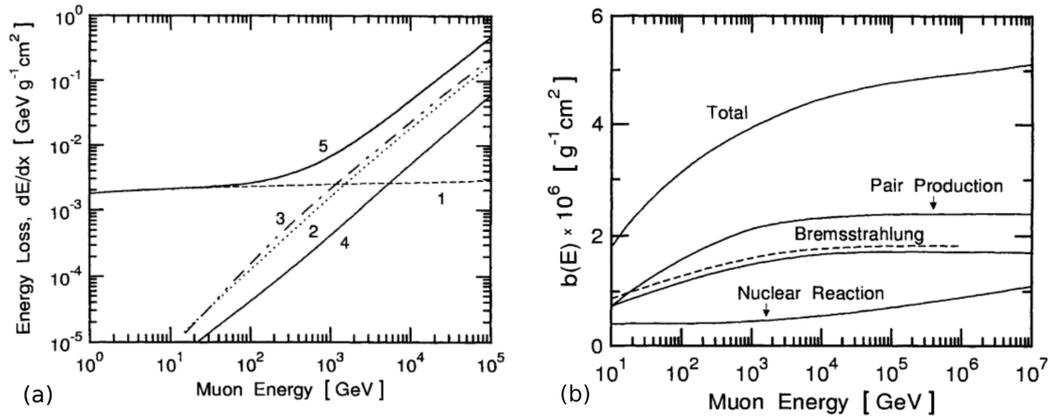


FIGURA VIII. (a) Aporte de los diferentes componentes en la pérdida de energía  $dE/dx$  de los muones en roca estándar. (1) corresponde a la ionización, (2) para Bremsstrahlung, (3)  $e^\pm$  para la producción de pares, (4) reacciones nucleares y (5) para la suma de todos los cuatro mecanismos. (b) Dependencia energética del coeficiente  $b$  y la contribución de las diferentes interacciones en la Ecuación 24 [18].

### I.D.2) Rango de penetración, roca estándar y metros de agua equivalente

El rango se define como la distancia máxima de penetración a la cual partículas incidentes idénticas, con la misma energía en el mismo material, pierden toda su energía bajo un supuesto de pérdida de energía continua. Sin embargo, en la práctica, este proceso no es continuo, sino de naturaleza estadística y depende de la energía incidente, donde los distintos componentes de  $b(E)$  pueden cobrar mayor relevancia.

Para el rango de energías de los muones empleados en la radiografía muónica, el proceso de ionización es predominante, como se ve en la Ecuación 23, y la pérdida de energía por ionización,  $a(E)$ , depende únicamente de  $(Z/A)$  y  $(Z^2/A)$ , cuyos valores son similares en diversos materiales que componen la corteza terrestre. Bajo estas condiciones, la profundidad efectiva en distintos tipos de roca puede considerarse equivalente a un espesor de aproximadamente  $1.5 \text{ g cm}^{-2}$  [18]. A profundidades mayores, deben aplicarse correcciones debido a la contribución de otros procesos que no se abordan en este trabajo, pero que pueden consultarse en [18].

En la Tabla III, se muestra el rango promedio de penetración del muón para la roca estándar para diferentes energías y en la Figura IXa, la pérdida de energía de acuerdo a los datos del Particle Data Group [9]. En [27], se presenta los valores para  $Z$ ,  $A$ ,  $\rho$  y la energía mínima  $-\langle dE/dx \rangle_{min}$  para varios elementos de la tabla periódica.

Considerando la dependencia de  $dE/dx$  a  $(Z/A)$  se utiliza el concepto de **roca estándar** para referirse a una combinación de diferentes componentes representativos de las

TABLA III

Parámetros de rango y pérdida de energía promedio calculados para roca estándar [9].

$E_\mu$ GeV	<b>R</b> km.w.eq	$a$ MeV g <sup>-1</sup> cm <sup>2</sup>	$\sum b_i$ 10 <sup>-6</sup> g <sup>-1</sup> cm <sup>2</sup>
10	0.05	2.17	1.90
100	0.41	2.44	3.04
1000	2.45	2.68	3.92
10000	6.09	2.93	4.35

TABLA IV

Propiedades de roca para distintos sitios de observación. Se incluye valores para el agua. [18]. Gran Sasso es un laboratorio de investigación en neutrinos y astrofísica subterráneo más grande situado en Italia. Nagoya corresponde a las observaciones realizadas por la Universidad Nagoya en Japón.

<b>Sitio de observación</b>	$\langle \rho \rangle$	$Z$	$A$	$Z/A$	$Z^2/A$
Gran Sasso	2.71	11.41	22.88	0.498	5.035
Nagoya	2.67	11.475	23.18	0.495	5.68
Roca estándar	2.650	11.0	22.0	0.50	5.50
H <sub>2</sub> O	1.00	6.66	12.10	0.555	3.7
Agua de mar (Hawai)	1.027	7.433	14.787	0.553	3.26

rocas comunes como calizas, areniscas, andesitas y riolitas, y son usados como referencia de otros materiales al comparar los valores de atenuación del flujo de muones entre la roca estándar y otros materiales. En la Tabla IV, mostramos tres sitios de observación y los valores de sus parámetros. Se incluye la roca estándar como referencia y los valores para el agua y agua de mar.

Otro concepto de utilidad son los "metros de agua equivalente"(mew, en inglés), que cuantifica la capacidad de absorción de la energía de una partícula ionizante por parte del material que atraviesa con respecto a la cantidad de agua que tendría la misma capacidad de atenuación o absorción de radiación que el material en cuestión. Por ejemplo, si se afirma que un detector tiene una capacidad de absorción de 10 metros de agua equivalente, significa que dicho instrumento tiene la misma capacidad de atenuación de radiación que 10 metros de agua.

Finalmente, es común usar las unidades [g cm<sup>-2</sup>] o [hg cm<sup>-2</sup>] hectogramos por centímetro cuadrado, con la siguiente equivalencia: 1 hg cm<sup>-2</sup> = 100 g cm<sup>-2</sup> y 1 hg cm<sup>-2</sup> que corresponde a 1 metro de columna de agua.

### I.D.3) Modelamiento de la interacción de los muones atmosféricos con la materia

Diversos trabajos y estrategias se han llevado a cabo para modelar la pérdida de energía,  $-dE/dx$ , de partículas cargadas atravesando la materia, tales como expresiones fenomenológicas de la energías, tablas, software de simulación y ajustes.

En [18], consolidamos en la Tabla V expresiones analíticas de la pérdida de energía resultante de los distintos procesos de propagación de muones en roca estándar (RS:  $\rho = 2.650 \text{ g/cm}^3$ ,  $Z/A = 0.50$  y  $Z^2/A = 5.50$ ).

Por otro lado, [27] proporciona tablas detalladas con valores experimentales de poder de frenado y rango promedio de muones con energía cinética en el rango de  $T = 10$  MeV a 100 TeV, para una amplia variedad de elementos químicos seleccionados, compuestos simples, polímeros, mezclas y materiales biológicos.

TABLA V

Expresiones matemáticas para la pérdida de energía de cada componente en la Ecuación 24.  $E$  y  $m_\mu$  corresponden a la energía y la masa en reposo del muón, respectivamente, mientras  $E'_{max}$  es la energía máxima transferible [18].

Tipo de interacción	Expresión [ $\text{MeV g}^{-1} \text{ cm}^2$ ]	Referencia
Global	$1.88 + 0.0077 \ln(E/m_\mu c^2) + 3.9E$	[21]
Ionización en RS	$1.84 + 0.076 \ln(E'_{max}/m_\mu c^2)$	[18]
Ionización en agua	$2.15 + 0.0853 \ln(E'_{max}/m_\mu c^2)$	[18]
Bremsstrahlung	$1.77 \times 10^{-6} E$	[18]
Par $e^+e^-$	$2.40 \times 10^{-6} E$	[18]
Proceso foto-nuclear	$0.48 \times 10^{-6} E$	[18]

También se han desarrollado diversos programas de software para simular la pérdida de energía. GEANT4 [28] es un “toolkit” para la simulación del paso de partículas a través de la materia, con aplicaciones en física de altas energías, física nuclear y física de aceleradores. MUSIC (MUon Simulation Code) [29] y MUSUN (MUon Simulations UNDERground) [30] son paquetes diseñados específicamente para el transporte de muones a través de la materia.

El grupo HalleyUIS, mediante el proyecto MUTE, ha desarrollado varios códigos, entre ellos MUYSC (Muonography Simulation Code), que no solo cubre la distancia recorrida en roca, sino que también modela el proceso completo de estudios de muografía en estructuras geológicas [31]. Además, en [32] se presenta información detallada sobre propiedades atómicas y nucleares, incluyendo el poder de frenado y el rango de detención de

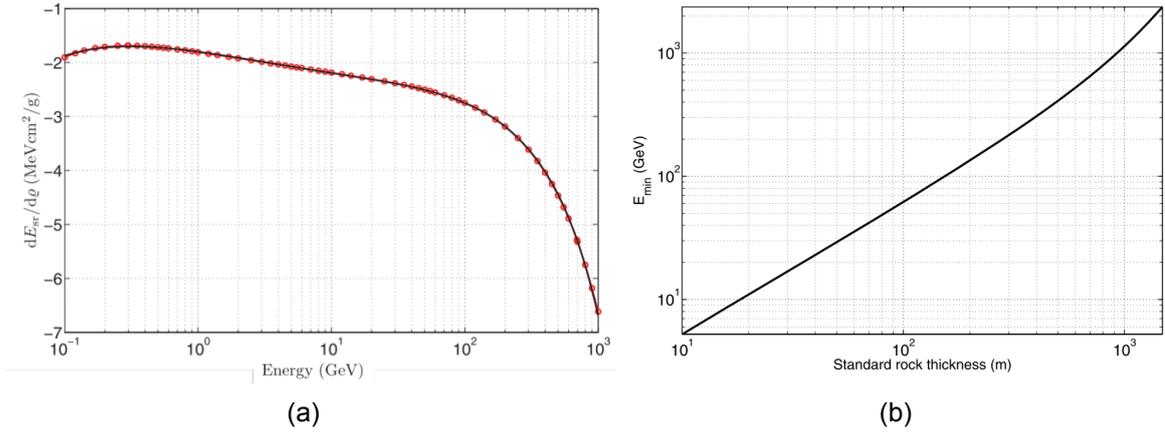


FIGURA IX. (a) Pérdida de energía en la roca estándar ( $dE_{sr}/dQ$ ) un amplio rango de energías de acuerdo a [9]. (b) Energía mínima requerida en función del espesor  $L$  de roca estándar. Ambas figuras fueron tomadas de [22].

los muones.

Finalmente, este trabajo utiliza el ajuste presentado por Lasperre en 2010 [22] de la Ecuación 25, realizado para ( $E_{\mu} \leq E \leq 1000$  GeV) mediante un polinomio de cuarto orden, con un error relativo que no excede el 2%:

$$\frac{dE_{sr}}{dQ} = -10^{l_4 y^4 + l_3 y^3 + l_2 y^2 + l_1 y^1 + l_0} \quad (25)$$

donde  $y = \log E$  ( $E$  está en GeV), y  $l_4 = 0.0154$ ,  $l_3 = -0.0461$ ,  $l_2 = 0.0368$ ,  $l_1 = 0.0801$ ,  $l_0 = 0.2549$ . Y  $Q(L)$  es la densidad integrada a lo largo de la trayectoria de los muones, expresada en unidades de  $g \text{ cm}^{-2}$  de acuerdo a la Ecuación 22.

### I.E Atenuación del flujo de muones atmosféricos debido a su paso a través de la materia

Cuando la componente muónica de las CAE llega a la superficie de la Tierra, esta cruza diversas estructuras geológicas como volcanes, cerros, glaciares o construcciones arqueológicas. Durante su desplazamiento a través de la materia de estos objetos, los  $\mu_{atm}^{\pm}$  irán perdiendo energía principalmente por ionización hasta detenerse completamente o salir del objeto que se encontraba en su camino. Por tanto, la medición del flujo de muones se verá reducida debido a la presencia de un objeto geológico, y esta diferencia está directamente relacionada con el material presente en ella, permitiendo por tanto, tener una forma de estudiar el interior del objeto de forma no invasiva.

Conociendo la tasa de pérdida de energía de muones a través de la materia, es

posible determinar la energía mínima  $E_{min}$  necesaria para que un muón cruce a través de una volumen de materia antes de chocar con el detector. Esto se obtiene resolviendo la siguiente ecuación:

$$E_{min} - \int_0^X \frac{dE}{dX} = E_{\mu}, \quad (26)$$

donde  $E_{\mu}$  es la energía en reposo del muón. En la Figura IXb, se muestra  $E_{min}$  en función al espesor de la roca estándar y que muones con energías de 30 GeV pueden ser detectados luego de cruzar roca de hasta 50 m. En líneas generales, se tiene una pérdida de energía promedio de 0.2 GeV/mwe [19] por cada 1 mwe.

## I.F La radiografía muónica

La radiografía es una técnica que permite obtener imágenes de las estructuras internas de un objeto, al registrar los cambios sobre las propiedades de un flujo conocido de partículas que lo atraviesan. Los rayos X son un ejemplo de la aplicación de esta técnica no invasiva: para obtener información sobre el interior del cuerpo humano como fracturas de huesos, presencia de tumores o neumonía, nos colocamos entre un generador de rayos X y una placa fotográfica que registrará como zonas blancas y oscuras, la diferencia en la densidad de la materia interna.

La radiografía muónica es una técnica que aprovecha la componente muónica de las CAE para conocer el interior de las estructuras geológicas que las atraviesan, como volcanes, glaciares o construcciones arqueológicas.

Existen dos tipos de radiografía muónica, la radiografía por “absorción” (en inglés conocido como *absorption-based muography*, **AM**), que utilizan las relaciones mencionadas en la sección anterior y la radiografía por “dispersión” (en inglés *scattering-based muography*, **SM**), que saca provecho de la dispersión de Coulomb generada por los campos eléctricos intensos cerca al núcleo del material que es atravesado por los muones. En este último caso, debido a que el ángulo de deflexión depende de  $Z$ , la técnica es usada para detectar materiales con un gran diferencia en sus valores de número atómico. Por ejemplo, para la búsqueda o detección de material nuclear dentro del concreto [19].

En el presente trabajo, nos enfocaremos exclusivamente en la radiografía muónica por absorción para estructuras geológicas que permite la inspección no invasiva y complementaria a las técnicas geofísicas existentes en la actualidad.

### I.F.1) Principios físicos de la radiografía muónica

Los principios físicos son fundamentales para entender cómo funcionan las diferentes técnicas de exploración y medición. En el caso de la radiografía muónica, éstos descansan en características heredadas de su origen resultado de las interacciones en la atmósfera con los rayos cósmicos y el tipo de interacción que tiene a altas energías con la materia. A continuación listamos los fenómenos que componen los fundamentos de la técnica:

1. La probabilidad de interacción de los muones con la materia es 400000 veces menor en comparación con los electrones, por tanto su uso permite reducir el ruido en la formación de imágenes.
2. El espectro energético de los  $\mu_{atm}^{\pm}$  puede ser modelado en el punto de observación, ya sea a través de expresiones analíticas, fórmulas paramétricas y/o usando software especializados de simulación como CORSIKA sección (I.C).
3. La distribución de los  $\mu_{atm}^{\pm}$  es conocida y sigue una expresión proporcional al  $\cos(\theta)$  del ángulo cenital. Esto permite cubrir un amplio rango de ángulos de sondeo de acuerdo a las características espaciales del objeto de estudio.
4. En el rango de  $E \ll 100$  GeV, la pérdida de energía de los muones es principalmente resultado de las interacciones electrónicas materia-muón. El modelamiento de este proceso puede realizarse a través de software especializados como MUSIC o GEANT4, usar las relaciones rango-energía o los valores experimentales descritos en la Tabla V.

Estas características permiten tener una relación entre la profundidad de penetración  $X$  y la intensidad del flujo de muones  $N_{\mu}[E_c(X), \theta_z]$  en una dirección de observación:

- A una profundidad dada, la energía mínima de  $E_{min}$  requerida para que los muones puedan cruzar el espesor  $X$  se calcula a partir de la Ecuación 26, y esta energía define un flujo integrado  $N_{\mu}(E_c, \theta_z)$  mínimo pronosticado en la dirección de observación.
- Recíprocamente, para un material con un espesor desconocido  $X$ , la medición del flujo de muones  $N_{\mu}(\theta_z)$  atravesándola en un ángulo cenital  $\theta_z$ , define unívocamente un espesor en  $hg/cm^2$  recorrido en esa dirección de observación.

Estas relaciones entre la energía mínima, el espesor recorrido en la dirección de observación y la atenuación del flujo de muones, sustenta el funcionamiento de la radiografía muónica por absorción como una técnica de observación no invasiva en el área de ciencias de la Tierra.

### **I.F.2) Uso de la técnica en el mundo**

La radiografía muónica es una técnica relativamente nueva en la exploración no destructiva de objetos y estructuras. Desde su desarrollo en la década de 1970 (Figura Xb(a)), se ha encontrado una amplia variedad de aplicaciones en campos tan diversos como la geofísica, la arqueología, la ingeniería civil y la seguridad nacional.

Las etapas de implementación de la técnica para el estudio de objeto geofísico son los siguientes: modelamiento del objeto geofísico y la atenuación que ejerce sobre el flujo de muones; diseño, construcción y calibración del detector de muones; modelamiento inverso de la atenuación ejercida por el objeto sobre el flujo de muones y obtención de datos experimentales del flujo que atraviesan el objeto de estudio. En la sección (I.G) describimos con más detalle estas etapas.

En la Tabla VI presentamos cuatro sitios de observación realizados en el mundo en las últimas décadas usando la radiografía muónica por absorción. El primero, en el volcán La Soufrière (Francia), que usó un monitoreo continuo sobre sus flancos que se debilitan por fenómenos hidro-térmicos [34] (Figura Xb(b)). El segundo caso, el del glaciar Eiger en Suiza, donde la Universidad de Nagoya (Japón) evaluó la viabilidad del uso de la técnica para estudiar la erosión en la base del glaciar y frontera con la roca [33]. La novedad de esta observación radica en el uso de películas de emulsión y el modelamiento de la pérdida de energía de los muones a través de la roca y hielo a gran escala.

La técnica también puede ser usada para detectar cavidades escondidas tanto en túneles como en construcciones arqueológicas. Este es el caso del tercer ejemplo, que presenta el estudio de asentamientos prehistóricos en el monte Echia, en la ciudad de Nápoles (Italia), que datan de épocas 800 años A.C. [35]. Y finalmente, la detección de una cavidad oculta a una profundidad de más de 100 metros en el Cerro Machín en Colombia [36], a cargo del Grupo Halley de la Universidad Industrial de Santander.

En latinoamérica, la radiografía muónica ha encontrado un espacio de aplicación para el estudio de volcanes y montañas a partir de las investigaciones en rayos cósmicos

TABLA VI

Parámetros de rango y pérdida de energía promedio calculados para roca estándar [9].

Lugar de observación	Objeto	Características	Ref.
Glaciar Eiger (Suiza)	Glaciar	Películas de emulsión	[33]
La Soufrière (Francia) (2012) (2019)	Volcán	Plástico centellador con 256 píxeles ( $5 \times 5 \text{ cm}^2$ ) de espesor $180 \mu\text{m}$ y $60 \mu\text{m}$ .	[34]
Mt. Echia (Italia) (2017)	Túneles con asentamientos prehistóricos	Plástico centellador con $1 \text{ m}^2$ de área de detección. Resolución de 4 mrad.	[35]
Cerro Machin (Colombia) (2020)	Volcán	Plástico centellador y Detector de Cherenkov de agua	[36]

que promovió el Latin American Giant Observatory (LAGO) [37] y el Observatorio Pierre Auger [38]. En el Perú, la UNI y la CONIDA desarrollan la construcción del primer tomógrafo de muones, y que da origen a la presente tesis.

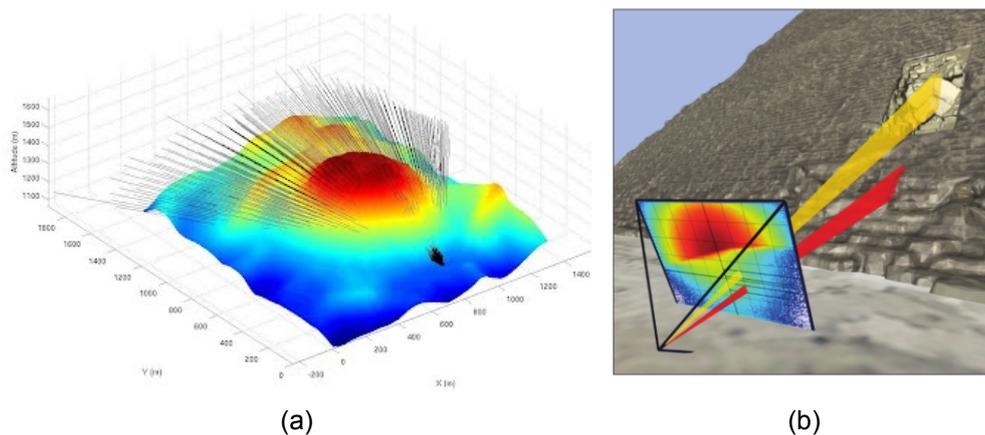


FIGURA X. Ejemplos de la aplicación de la técnica para un volcan y una pirámide arqueológica. (a) Diagrama de una radiografía muonica para el estudio del interior de las pirámides. Su uso ha sido constante desde el año 1971 en la pirámide de Kefrén, en Giza, Egipto a cargo de Luis Alvarez, y últimamente con la misión ScanPyramids que encontró un gran vacío en la Gran Pirámide de Guiza, por sobre la Gran Galería [40]. (b) Apertura angular del detector del experimento DIAPHANE colocando en la base del volcán La Soufrière de Guadeloupe. El flujo detectado es comparado con el modelo conocido de la densidad y espesor de la roca a diferentes ángulos de vista [39].

### I.F.3) Tipos de detectores usados en la radiografía muónica AM

Existen diferentes tipos de detectores de muones dependiendo de su sensibilidad, material de detección, resolución espacial o temporal, así como en su costo y complejidad. La clasificación basada en los materiales de detección utilizados en los detectores, siendo

los principales elementos usados, los plásticos centelladores, las emulsiones nucleares y los detectores gaseosos. La Figura XI muestra una representación de estos detectores.

Los **plásticos centelladores** están compuestos por un material que emite fotones al ser atravesado por una partícula ionizante, como los muones o electrones. Estos plásticos suelen emplearse junto con guías de luz o fibras ópticas, que recolectan los fotones emitidos y los dirigen hacia fotodetectores, donde se convierten en señales electrónicas que pueden ser analizadas. Este proceso permite estudiar la energía, el tiempo de paso y la trayectoria de las partículas.

Para mejorar la precisión en la localización de las partículas, es común utilizar arreglos de barras centelladoras dispuestas en orientación perpendicular, formando planos de detección. Estos planos permiten detectar y discriminar con precisión la posición de la partícula incidente, así como su dirección y velocidad al interactuar con el material centellador.

El uso de plásticos centelladores ofrece una solución versátil y económica en la construcción de detectores de partículas, pues son fáciles de moldear y ajustar a diferentes geometrías, lo que facilita la construcción de detectores personalizados.

Las **emulsiones nucleares** son un tipo especial de placas fotográficas que contienen granos de haluro de plata con tamaño y distribución homogénea en la película. Al atravesar la emulsión, las partículas cargadas dejan una trayectoria bien definida que puede observarse con un microscopio tras un proceso de revelado. Esta técnica permite registrar y estudiar las trayectorias de partículas subatómicas con alta resolución espacial, lo que es especialmente útil en experimentos de física de partículas y en la detección de neutrinos.

Sin embargo, las emulsiones nucleares presentan ciertas limitaciones. No son adecuadas para su uso a bajas temperaturas ni en condiciones de alta humedad, ya que estos factores afectan la estabilidad y la calidad de la emulsión, deteriorando su capacidad de registrar trayectorias de partículas de manera precisa. Además, una vez expuestas, las emulsiones requieren un procesamiento químico cuidadoso para revelar las pistas de las partículas, lo que puede ser un procedimiento laborioso.

Finalmente, los **detectores gaseosos** son dispositivos cilíndricos que contienen un gas en su interior, el cual puede ser argón, xenón, helio o mezclas de gases que favorecen la ionización. Cuando una partícula cargada atraviesa el detector, genera una trayectoria de ionización al interactuar con las moléculas del gas, liberando electrones a lo largo de su recorrido. Un alambre ubicado en el eje del cilindro, sometido a un campo eléctrico,

atrae estos electrones, que son recolectados y amplificados al acercarse al alambre central, produciendo una señal que puede ser procesada y digitalizada.

Una ventaja clave de los detectores gaseosos es su capacidad para cubrir grandes volúmenes y registrar múltiples eventos en espacios amplios, lo que los hace ideales para aplicaciones en colisionadores de partículas y en experimentos de rayos cósmicos. Sin embargo, requieren un mantenimiento cuidadoso de la mezcla de gases y la calibración del campo eléctrico para asegurar su precisión y estabilidad operativa.

Una descripción detallada de las tecnologías, condiciones de uso y ejemplos de aplicación pueden encontrarse en [19] y [22].

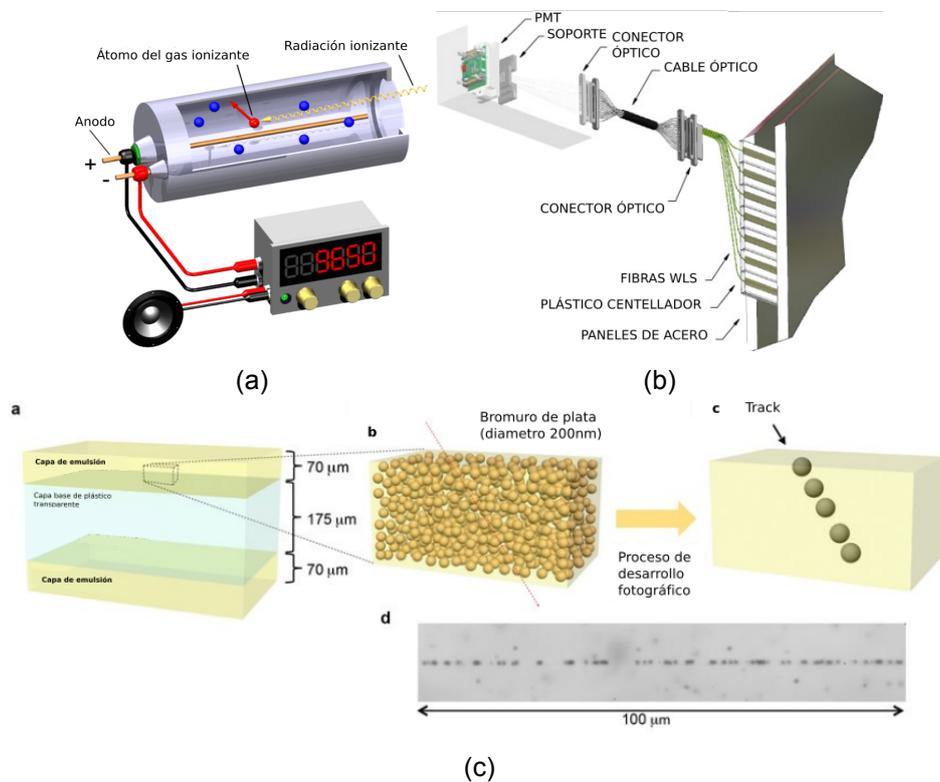


FIGURA XI. (a) Tubo Geiger-Mueller (b) Barra de plástico centellador de MINOS (c) Película de emulsión nuclear(Nagoya University)

#### I.F.4) Resolución y apertura angular de los detectores de muones

La capacidad de un detector de muones para medir la dirección de los muones entrantes es fundamental para generar imágenes precisas y detalladas. La resolución y la apertura angular son dos parámetros importantes que describen esta capacidad. La **resolución angular** se refiere a la precisión con la que un detector puede medir la dirección de los muones, mientras que la **apertura angular** se refiere al rango angular de muones que

un detector puede medir.

La obtención de imágenes por radiografía muónica AM, de objetos de dimensiones aproximadas de 10-100 m, se puede lograr con áreas de detección de 1 a 2 m<sup>2</sup>. Una configuración comúnmente utilizada consiste en dos paneles de material centellador dispuestos en forma de detector y separados por una distancia  $d$ . Cuando la distancia entre los paneles X-Y aumenta, también lo hace la resolución, sin embargo, disminuye el número de señales coincidentes generadas por muones que cruzan ambos planos.

La influencia de los detectores en las mediciones puede cuantificarse a través de la **aceptancia**,  $\mathcal{T}$ , que se define como la conversión del flujo integral en un número  $N$  de muones registrados en el detector durante un periodo de tiempo de medición.

$$N(X) = \Delta T \times \mathcal{T} \times I(X), \quad (27)$$

donde  $\Delta T$  es la duración del tiempo de medición e  $I(X)$  es el flujo integrado mínimo requerido para cruzar el objeto geofísico que deseamos medir. La función  $\mathcal{T}$  depende del tipo de matriz de detección usada. Una descripción más detallada de esto se puede encontrar en [22] y [41].

### **I.G Implementación de la técnica de radiografía muónica para la exploración geológica**

En esta sección se proporcionará una visión general de cómo se implementa la técnica de radiografía muónica para la formación de imágenes del interior de estructuras geológicas o construcciones, y a partir de las mediciones experimentales, hacer inferencias sobre su estructura y composición. Las etapas de ejecución de la técnica de radiografía muónica son las siguientes:

1. Modelamiento directo de la atenuación del flujo de muones
2. Calibración experimental del detector de muones
3. Modelamiento inverso de la atenuación ejercida por el objeto sobre el flujo de muones
4. Obtención de datos experimentales del flujo de muones que atraviesan el objeto de estudio

### I.G.1) Modelamiento de la atenuación del flujo de muones

El modelamiento es una técnica que se utiliza para crear modelos matemáticos, estadísticos o computacionales que representen un sistema o fenómeno del mundo real. En términos generales, el modelamiento implica la creación de una representación simplificada y abstracta de un sistema o fenómeno, que puede ser analizada y manipulada para comprender mejor su comportamiento y hacer predicciones sobre su desempeño futuro. La radiografía muónica hace uso de dos tipos de moldeamiento, el directo y el inverso.

En el **modelamiento directo** o *forward problem* se conocen todos los estados de un sistema para describir detalladamente un fenómeno. Por otro lado, el **modelamiento inverso** (*inverse problem*) parte de usar mediciones experimentales para inferir los parámetros que caracterizan a un sistema [41] o fenómeno. En la Figura XII se muestra la diferencia de ambos enfoques y en la subsección (I.G.3) detallamos más al respecto del modelamiento inverso.

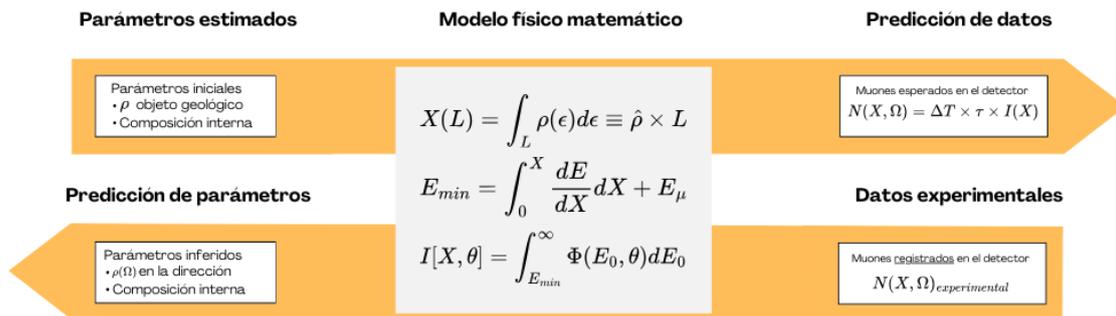


FIGURA XII. Diagramas del modelamiento directo e indirecto de la atenuación del flujo de muones debido a un objeto geológico.  $\Delta T$ , es la duración del tiempo de medición experimental;  $\tau$ , la función de aceptación del detector que incluye las características geométricas del detector y  $I(X)$ , el flujo integrado. Adaptado a partir de [41].

El modelamiento directo es usado por la radiografía muónica por absorción para estimar la atenuación del flujo de muones debido a la presencia de una estructura geológica o construcción que posteriormente serán comparados con los datos experimentales recogidos por un detector de muones.

Esto permite **estimar la respuesta y eficiencia de los detectores** al igual que la calidad de las mediciones, lo que es útil para la calibración del detector de muones, la planificación de campañas de medición y la selección de técnicas de procesamiento de datos. El proceso de modelamiento directo consta de cuatro etapas:

1. La selección del modelo de flujo diferencial de muones en la atmósfera. Esta elección depende de la disponibilidad de recursos computacionales para llevar a cabo una simulación en CORSIKA o en su defecto, el uso de las fórmulas paramétricas presentadas en la subsección (I.C.2). Esta etapa se presenta en la subsección (II.A).
2. Cálculo de la distancia recorrida en la roca en las direcciones de observación ( $\theta$ ) del detector desarrollado en la subsección (II.B.2).
3. Estimación del flujo de muones penetrantes en roca, desarrollado en la sección (II.B.3).
4. Estimación de la transmitancia luego de atravesar la estructura geológica.

Al finalizar estos pasos, es posible obtener para cada dirección de observación el valor de la **transmitancia** de la estructura geológica para cada dirección de observación del flujo de muones atenuados:

$$T(\theta, \phi, \hat{r}_\alpha) = \frac{1}{\epsilon} \frac{N_{AT}(\theta, \phi, \hat{r}_\alpha)}{N_{CA}(\theta, \phi, \hat{r}_\alpha)} \quad (28)$$

Donde  $N_{CA}(\theta, \phi, \rho)$  corresponde al número de muones que arriban a una celda dada por una dirección de observación  $(\theta, \phi, \hat{r}_\alpha)$  a cielo abierto y  $N_{AT}(\theta, \phi, \hat{r}_\alpha)$  al número de muones que sí logran cruzar la celda de la estructura geológica.

### **I.G.2) Calibración experimental del detector de muones**

Dado que el rango de penetración de los muones en la roca estándar, esto es, la tasa de pérdida de energía de una partícula cargada con energía  $E$  (en TeV) a través de la materia con espesor  $X$  es conocida, una estructura geológica compuesta por este material y de forma conocida puede ser usada como un patrón de medición y así realizar el proceso de calibración del detector de muones.

A través de la calibración, se compara la respuesta experimental del equipo a diferentes energías y trayectorias con el modelamiento directo realizado de modo que se pueda establecer la precisión de medición de las señales detectadas. Además, la calibración implica la elaboración de una metodología de cálculo de la atenuación adaptada a las condiciones experimentales y al objeto a medir, así como el desarrollo de algoritmos de reducción y análisis de datos de utilidad para las siguientes etapas de la radiografía muónica.

### **I.G.3) Inferencia de las propiedades internas del objeto de estudio**

Una vez completada la etapa de calibración del detector y seleccionada una estructura geológica para estudiar, cuya composición interna no es conocida, se emplea el modelado inverso para inferir información sobre el interior del objeto de estudio. La atenuación del flujo de muones en una dirección de observación depende de la densidad del material a lo largo del trayecto. Así, el modelado inverso permite deducir las desviaciones entre el flujo de muones medido y el estimado, asociándolas a variaciones en la densidad interna promedio de la estructura.

Para resolver este problema de inversión, es necesario aplicar métodos que minimicen la función de error  $E(m)$ , que representa la diferencia entre los datos medidos y los calculados, donde  $m$  es el vector del modelo. Existen diversos enfoques para llevar a cabo este cálculo, como el *Algoritmo Metrópolis Simulated Annealing* o los algoritmos genéticos. En [41] y [42] se presentan de manera detallada tanto el problema de la inversión como los métodos utilizados para la estimación de los parámetros.

### **I.H Construcción de un tomógrafo muónico UNI-CONIDA**

El grupo de Física de Partículas de la Universidad Nacional de Ingeniería, en colaboración con la Comisión Nacional de Investigación y Desarrollo Aeroespacial (CONIDA), ha estado desarrollando un tomógrafo muónico para realizar pruebas no invasivas de estructuras geológicas. En la Figura XIII, se muestra su diseño conceptual. Este proyecto incluye el diseño y la construcción de un prototipo de detector para la medición del flujo de muones atmosféricos. El detector está compuesto por dos paneles que utilizan plástico centellador, así como un tanque de agua Cherenkov, que mejora la discriminación de los rayos cósmicos.

La presente tesis propone una metodología para estimar la atenuación del flujo de muones al atravesar una estructura geológica (específicamente un sector del Cerro UNI, compuesto por materiales que pueden considerarse como roca estándar). Este enfoque servirá como base para la calibración del detector, permitiendo calcular el nivel de atenuación ejercido sobre el flujo de muones. Para más información sobre el proyecto, puede consultarse [43].

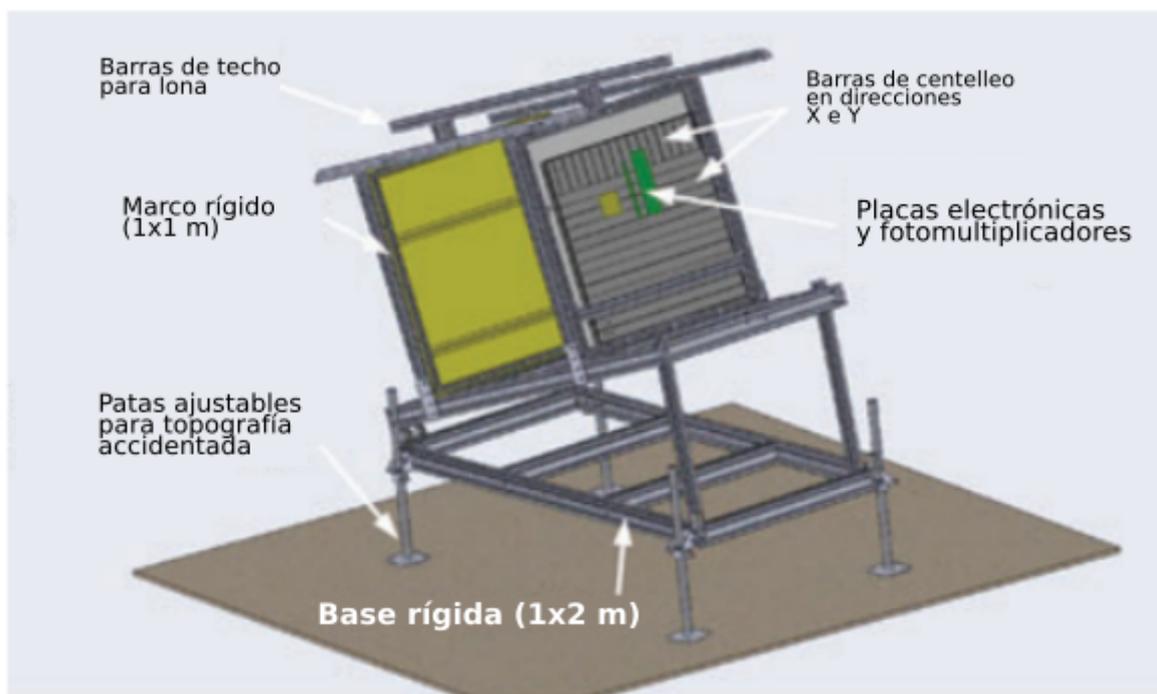


FIGURA XIII. Imagen conceptual del detector MUNI para la realización de investigación en tomografía muónica.

## II. Proceso de Modelamiento de la Atenuación del Flujo de Muones

En este capítulo se describirá la metodología para estimar la atenuación del flujo de muones atmosféricos debido a una estructura geológica a través del cálculo de su transmitancia. Para esto se ha desarrollado diferentes códigos en Python basado en el trabajo del Grupo Halley UIS y que pueden ser consultados en [46]. El procedimiento para calcular la transmitancia tiene los siguientes pasos:

- Paso 1: Simulación de las Cascadas Aéreas Extensivas en el punto de observación
- Paso 2: Cálculo de las distancias recorridas por los muones atmosféricos  $\mu_{atm}^{\pm}$
- Paso 3: Cuantificación el flujo de  $\mu_{atm}^{\pm}$  a cielo abierto en el punto de observación.
- Paso 4: Cálculo la transmitancia para un posición definida del detector

En rigor, estos cálculos deben realizarse para todas las direcciones de observación incluidos dentro del ángulo sólido ( $\Omega$ ) que subtiende la apertura angular del tomógrafo de muones UNI-CONIDA. Sin embargo, este trabajo no implementa el barrido a través de los valores azimutales, por tanto **se fija en  $\phi = 180^\circ$**  para tener solo eventos que inciden frontalmente al objeto geológico. Solo el ángulo cenital de observación  $90^\circ - \theta$  se barre en todos los valores contenidos en el ángulo de apertura.

### II.A Simulación de las Cascadas Aéreas Extensivas

CORSIKA (COsmic Ray SIMulations for KAscade) es un software de simulación de las Cascadas Atmosféricas Extensivas (CAE) generadas por la interacción de la atmósfera con los rayos cósmicos primarios altamente energéticos, como protones, núcleos ligeros, hierro, fotones y otras partículas. La capacidad de simular las CAE y predecir las señales que se observarían en los detectores es fundamental en la investigación en astrofísica, física de partículas y la radiografía muónica. CORSIKA es ampliamente utilizado en la comunidad y tiene una gran base de usuarios y desarrolladores que contribuyen a su desarrollo y mejora.

Varios modelos son usados durante el proceso de simulación. Para interacciones hadrónicas a altas energías se implementa los modelos VENUS, QGSJET y DPMJET; a bajas

energías, GHEISHA. Para las interacciones electromagnéticas usa EGS4 o las fórmulas analíticas NKG.

Los requerimientos técnicos necesarios para instalar y utilizar el software dependerán del nivel y complejidad de la simulación, pudiendo incluso instalarse en diferentes cluster y paralelizar el procesamiento. Para la presente tesis se utilizó un computador tipo “workstation” de 16GB de RAM corriendo bajo el sistema operativo Ubuntu 20.04 y con la implementación de CORSIKA del experimento LAGO (Latin American Giant Observatory por su nombre en inglés) [37]. La instalación puede consultarse en la siguiente web: <https://csgf.readthedocs.io/en/latest/corsika-lago-portlet/docs/#about>.

El código del proceso de simulación de las cascadas atmosféricas extensivas generadas en un punto de observación sobre la superficie de la Tierra, pueden consultarse en el repositorio GitHub de la tesis [46]. Los pasos de la simulación de los CAE son los siguientes:

1. Producción de los primarios incidentes
2. Generación de las cascadas atmosféricas extensivas

### II.A.1) Producción de los primarios incidentes

El proceso comienza con la simulación de los rayos cósmicos primarios que interactúan con la parte superior de la atmósfera, ejecutada mediante el script `do_sims.sh`, el cual genera archivos de entrada para el siguiente paso. Para iniciar este script, debe ingresarse el siguiente comando en la consola:

```
# Ingresar a la consola
$do_sims.sh -w ~/carpeta/local/lago-corsika/run/ -p lima0X -t 3600
y -u gerald -s lima -k 5000
```

Este script crea una carpeta con el nombre del proyecto (ejemplo: `lima0X`, donde `X` representa el número de corrida o run ejecutado) y archivos con extensión `*.run`, cuyos nombres indican el tipo de partícula simulada. Además, genera un archivo llamado `inject`, que resume la simulación realizada para las partículas primarias. Los parámetros de entrada utilizados se encuentran en la Tabla VII, y el modelo atmosférico se selecciona de acuerdo con la latitud del punto de observación. Para este trabajo, la ubicación del campus de la UNI se encuentra en  $-12^{\circ} 02' 35.45''$  de latitud sur y  $-77^{\circ} 01' 41.66''$  de longitud oeste).

TABLA VII

Parámetros que serán requeridos durante la corrida del script.

Parámetro	Opciones	Valor
Funcionamiento del programa		
Nombre del proyecto	-p	Ejem: lima01
Tiempo de simulación	-t	Número entero en segundos
Tipo de detector volumétrico	-y	Colocar enter para mantener
Usuario	-u	Nombre del usuario
Localización	-s	Lima
Tiempo	-k	5000
Parámetros del lugar de observación		
Valor inferior de $\theta$		En grados sexagesimales
Valor máximo de $\theta$		Valor fijo (en grados sexagesimales)
Corte de rigidez		0.1
$B_x$		0.024951
$B_z$		-0.2975
Modelo atmosférico		ATM19 [26]

El resultado de este primer comando es la creación de 15 archivos: seis (06) con los datos de todos los primarios (`go-lima0x-all-0x.sh`), uno (01) para los núcleos de helio (`go-lima0x-he.sh`) y ocho (08) para los protones (`go-lima0x-pr-0x.sh`). La Tabla VIII, muestra un ejemplo de la cantidad de partículas primarias generadas por CORSIKA-LAGO para un segundo de simulación.

### II.A.2) Generación de las Cascadas Aéreas Extensivas

La generación de las cascadas atmosféricas extensivas, debido a los primarios generados anteriormente se realiza con los scripts `go*.sh` producidos en el paso anterior. Los pasos para correr estos comandos son los siguientes:

1. Ingresar a la carpeta donde se encuentran el archivo `go.sh`
2. Renombrarlos los comandos de este script con el número de corrida que corresponde procesar y ejecutarlo.
3. Ejecutar el script `run*.sh`, que procesa los `run-lima0n+1*`.

TABLA VIII

Número de partículas primarias generadas por CORSIKA-LAGO en un segundo.

Elemento	N° de partículas	Elemento	N° de partículas
H	4832	Ne	13
He	163	Ti	12
C	70	Sc	11
O	69	K	9
B	22	Be	8
Fe	21	Ar	7
Li	20	Cl	6
Mn	19	S	5
Cr	18	Al	4
Si	17	Na	3
Mg	16	F	2
N	15	P	1

```
> cd ~/Programs/lago-corsika/run/ ; ls *lima0n* ; gedit go.sh & ;
> replace lima0n -> lima0(n+1) ; go.sh
> ./go.sh
> ls run-lima04* > run.sh ; gedit run.sh ; # replace run -> ./run
> ./run
```

Luego de ser ejecutados, todos los scripts habrán cambiando su extensión para evitar ejecutarse nuevamente. El resultado son tres tipos de archivos conteniendo información sobre las partículas secundarias en la superficie terrestre y que son almacenados en las carpetas `lima0X.`:

- `DAT00XXXX.bz2`: tipo de partículas, momento, energía, masa, etc.
- `DAT00XXXX.input`: información sobre los parámetros de la simulación.
- `DAT00XXXX.lst.bz2`: parámetros físicos, atmósfera y de las lluvias.

Estos archivos están en formato ASCII, por lo que la implementación CORSIKA-LAGO ofrece los scripts **lagocrkread** y **analysis** para procesar los datos y obtener observables físicos de las CAE a partir del primer archivo **DAT00XXXX.bz2**. Los comandos para ejecutarlos son:

TABLA IX

Variables que describen la simulación CAE usando la implementación CORSIKA-LAGO.

Tipo	Descripción
prm_Crk_id	identificador del primario
prm_energy	energía del primario
prm_x0	punto de primera interacción
prm_theta	ángulo cenital de ingreso del primario
prm_phi	ángulo azimutal de ingreso del primario
ph_obs_lev	nivel de observación para fotones
el_obs_lev	nivel de observación para electrones
hd_obs_lev	nivel de observación para hadrones
mu_obs_lev	nivel de observación para muones
tot_obs_lev	nivel de observación total
ID	identificador de la partícula
<b>px, py, pz</b>	<b>momento lineal observada en la superficie terrestre</b>
x', y', z'	posición de la partícula
shower_id	identificador de la lluvia que generó el secundario
prim_id	identificador del primario que generó el secundario
prm_energy	energía del primario
prm_x0	posición del primario
prm_theta	componente cenital de ese primario
prm_phi	componente azimutal del primario

```
(1)
for i in DAT?????.bz2;
do j=$(echo $i | sed -e 's/.bz2//');
u=$(echo $j | sed -e 's/DAT//');
bzip2 -d -k $i; echo $j | lagocrkread | analysis -p -v $u; rm -rf $j;
done
(2)
> bzcata *.sec.bz2 | /carpeta/local/analysis/showers -a
20 -d 20 -c 168 -v salida
```

Como resultado se obtienen dos tipos archivos, \*.pri y \*.sec, que contienen la información física de las partículas primarias y secundarias, respectivamente. En la Tabla IX detallamos las variables físicas simuladas.

Finalmente, el código genera cuatro tipo de archivos que contienen toda la información de la simulación de las cascadas atmosféricas extensivas:

- **\*.inject**: contiene el tiempo de simulación, el rango de energía, el nivel de observación, el modelo de atmósfera usada, el tipo de detector usado, los cortes de energía usados y el corte de rigidez.

```

Ejemplo de salida de archivo "*.inject"
-----
Flux time: 3600 s (9369215 showers, 5<E<1000000, 0<q<90 at site
unk (h=100, atm=19), using flat detector for flux calculations,
standard energy cuts and using rigidity cutoff.

0 1 H 8434820  ->  -----
4 2 He 848924  ->  -----
12 6 C 21866   ->  -----
16 8 O 21145   ->  -----
7 3 Li 8605    ->  -----
... siguen valores

```

- **\*.hst**: registra la energía global de cada cascada y las partículas secundarias que la componen.

```

Ejemplo de salida de archivo "*.hst"
-----

# # # hst
# # CURVED mode is ENABLED and observation level is 956 m a.s.l.
# # This is the Histogram of secondary energy file - ARTI v1r0
# # Logarithmic energy scale. Resolution used: 20 bins per energy decade
# # 14 column format is:
# # p_in_bin(GeV) N_phot N_e+ N_e- N_mu+ N_mu- N_pi0 N_pi+ N_pi-
N_n N_p N_pbar N_others Total_per_bin
4.466836e-05 72 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 72
5.011872e-05 3876 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3876
... siguen valores

```

- **\*.dst**: muestra las partículas secundarias detectadas a diferentes distancias con respecto a el punto de observación.

Ejemplo de salida archivo salida.dts:

```
-----  
# # # dst  
# # CURVED mode is ENABLED and observation level is 956 m a.s.l.  
# # This is the Histogram of secondary distance file - ARTI v1r0  
# # Logaritmico distance scale. Resolution used: 20 bins per distance  
decade  
# # 14 column format is:  
# # distance_in_bin(m) N_phot N_e+ N_e- N_mu+ N_mu- N_pi0 N_pi+  
N_pi- N_n N_p N_pbar N_others Total_per_bin  
1.000000e+00 2 2 1 1 2 0 0 0 0 0 0 0 8  
1.122018e+00 4 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6  
1.258925e+00 4 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6  
1.412538e+00 4 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 5  
... siguen valores
```

- **salida.shw**: presenta en un solo archivo información de los parámetros físicos de todas las partículas secundarias que componen las CAE producidas durante la simulación.

Ejemplo de salida archivo salida.shw:

```
-----  
# # # shw  
# # CURVED mode is ENABLED and observation level is 956 m a.s.l.  
# # This is the Secondaries file - ARTI v1r0  
# # 12 column format is:  
# # CorsikaId px py pz x y z shower_id prm_id prm_energy  
prm_theta prm_phi  
0001 +2.53786e-02 -2.03323e-02 +1.89804e-02 +6.64914e+01  
-2.25484e+03 +9.55601e+02 00000001 0703 +1.73277e+02  
+56.649 -040.194  
... siguen valores
```

### II.A.3) Sistema de referencia y unidades de los CAE simulados

En este punto, se ha generado los rayos cósmicos secundarios en un punto de observación. Es pertinente mencionar el sistema de referencia usado por el programa de simulación, y su uso posterior.

De acuerdo a [26], la dirección de ingreso de las partículas se mide en base al sis-

tema de referencia definido de la siguiente manera (Figura XIV): el eje X positivo se orienta al polo norte magnético, el eje Y positivo hacia el oeste, y el eje Z positivo hacia arriba.

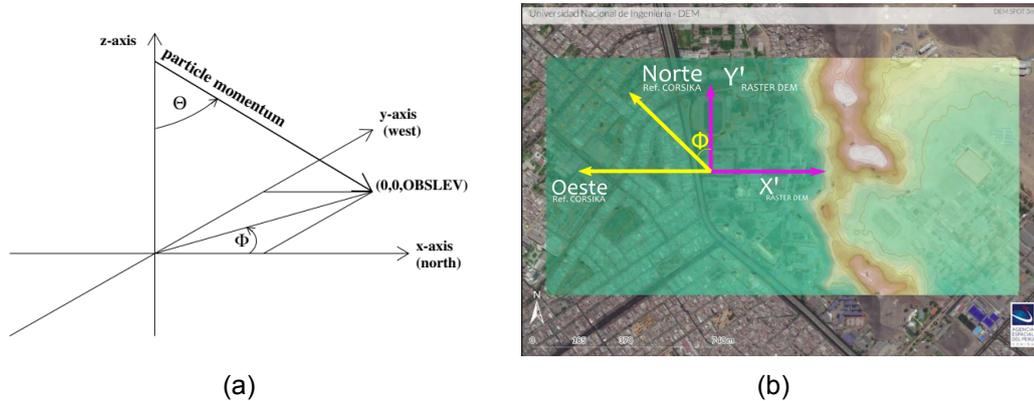


FIGURA XIV. (a) Sistema de coordenadas usado por CORSIKA-LAGO. (b) Orientación de las coordenadas de acuerdo al sistema de referencia de CORSIKA y del archivo raster.

El ángulo  $\Theta$  de la partícula esta medida entre el vector del momemtum y el eje Z negativo, y el ángulo azimutal  $\Phi$  entre el eje positivo X y la componente horizontal del vector momentum (con respecto al norte) procediendo contrarreloj.

En el caso de las cascadas dirigiéndose hacia arriba ( $\Theta > 90^\circ$ ), la definición de los ángulos se mantiene igual ( $\Phi = 0^\circ$  significa hacia el norte magnético) pero el origen de los ejes dependerá de la opción UPWARD o UPWARDFOLD. Finalmente, mostramos las unidades usadas en CORSIKA-LAGO en la Tabla X.

#### II.A.4) Filtrado de partículas y generación de data energética para los muones

A partir de la información en los archivos \*.shw, se puede derivar los parámetros cinéticos y energéticos de las partículas presentes en la CAE simuladas para un punto en específico. Sin embargo, la simulación de 24 horas tiene archivos con tamaños cercanos a los 10GB, por lo que se hace necesario dividir los archivos en partes de menor tamaño. Para esto se usa el siguiente comando.

```
# Ingresar a la consola
split -b 1M -d --suffix-length=3 salida_d_2.shw salida_d_2_
```

El programa lectura\_crmuon.py itera sobre los diferentes archivos \*.shw separados, para obtener la energía de todos los eventos y su dirección de ingreso. Los pasos que sigue el script son los siguientes:

1. Selección de eventos correspondientes a  $\mu^\pm$ , al colocar.

TABLA X

Dimensiones de las variables en CORSIKA. \*<sup>1</sup> En algunas subrutinas también se usa m. \*<sup>2</sup> Para archivos de salidas también se usa nsec. \*<sup>3</sup> Para archivos de entradas y salidas también es usado grados sexagesimales (°). \*<sup>4</sup> En algunas subrutinas también es usado TeV. \*<sup>5</sup> No se considera el campo magnético de la Tierra [26].

Variable	CORSIKA	EGS4	FLUKA GHEISHA UrQMD HERWIG PYTHIA	SIBYLL	DPMJET EPOS NEXUS QGSJET VENUS	CONEX
Length	cm * <sup>1</sup>	cm				m
Energy	GeV	MeV	GeV	GeV * <sup>4</sup>	GeV	GeV
Mass	GeV	MeV	GeV	GeV	GeV	GeV
Time	sec * <sup>2</sup>	sec				sec
Magn. Field	$\mu\text{T}$					* <sup>5</sup>
Density	g/cm * <sup>3</sup>	g/cm) <sup>3</sup>				g/cm <sup>3</sup>
Mass overburden	g/cm <sup>2</sup>					g/cm <sup>2</sup>
Angle	rad * <sup>3</sup>	rad				rad
Wavelength	nm					

2. Cálculo de la energía total de cada partícula de acuerdo a la Ecuación 29, donde  $p$  [GeV/c] es el momentum total de la partícula y  $m$  [GeV/c<sup>2</sup>] la masa en reposo del muon, con un valor de 105.66 MeV/c<sup>2</sup>.

$$E_{\mu}^2 = p^2 + m^2 \quad (29)$$

La línea de código que realiza este cálculo es:

```
pt = np.sqrt(float(valores[1])**2 + float(valores[2])**2+ float(valores[3])**2)
Et = np.sqrt(pt**2+m_rest**2)
```

3. Cálculo de los ángulos de ingreso ( $\Theta$  y  $\Phi$ ) usando la Ecuación 32 bajo el sistema de referencia de CORSIKA-LAGO.

$$\Theta = 90^{\circ} - \arccos(p_x/p_t) \quad (30)$$

$$at_2 = \arctan(p_y/p_x) \quad (31)$$

$$\Phi_t = (2\pi + at_2) * (at_2 < 0) + (at_2) * (at_2 > 0) \quad (32)$$

La línea de código que realiza este cálculo es:

```
thetat = round(90-np.degrees(np.arccos(float(valores[3])/pt)) )#theta ya esta en grados
at2 = math.atan(float(valores[2])/float(valores[1]))
phit = np.round(np.degrees((2*np.pi+at2)*(at2<0)+(at2)*(at2>0)))
```

Toda esta información se registra en el archivo `energia_shower.txt`. El cálculo del ángulo azimutal con el que ingresa los muones se reproduce del trabajo realizado por el Grupo Halley UIS [47].

## II.B Modelamiento de la atenuación del flujo muónico debido a un objeto geológico

A partir de la información del archivo `energia_shower.txt` se realiza el cálculo de la atenuación del flujo muónico a través del código desarrollado en `calculo_atenuacion.ipynb`. Las siguientes subsecciones que se presentan acá, describen pasos intermedios realizados para obtener la transmitancia debido al objeto geológico.

### II.B.1) Datos de inicialización del script

Como parámetros de ingreso se requiere la apertura del telescopio `apertura`, el perfil `j` del archivo raster del objeto geológico, los índices del punto de observación del telescopio  $(n,m)$ , la escala en metros del raster `escala_satelite` y el ángulo azimutal para filtrar a las partículas que llegan en dirección paralela a eje  $X'$  mostrada en la Figura XIV, y por tanto ingresan de forma frontal al objeto ( $\Phi = 270^\circ$ ).

```
fila = 220
n,m = 300 ,120 #punto de observación (Y,X)
apertura = 25 #apertura del ángulo
escala_satelite = 3 # en metros escala en X de acuerdo a datos de CONIDA
angle_observation = 270 # correspondiente a una observación del perfil
#sin apertura dirección azimutal
phi1 , phi2 = 269, 271
```

Es importante mencionar, que los archivos `raster` tiene valores máximos para sus dos dimensiones, que puede ser accesada a través de sus índices  $(i,j)$ , donde  $i$  corresponde al eje  $X$ , y  $j$  para el  $Y$ .

## II.B.2) Cálculo de las distancias recorridas dentro del objeto geofísico

Para calcular las distancias recorridas dentro del objeto geofísico, es necesario utilizar un modelo de elevación digital (DEM), representado en un archivo `raster`. Este archivo organiza los valores de elevación en una matriz de celdas (o píxeles) dispuestas en una cuadrícula de filas y columnas, donde cada celda corresponde a una altura específica del terreno y cubre los valores de latitud y longitud del área estudiada. En este trabajo, se considera únicamente el ángulo zenital, sin incluir el ángulo azimutal, de modo que el cálculo se realiza solo sobre los perfiles del modelo geológico.

Existen diversos repositorios que permiten acceder a estos modelos. Uno de los más conocidos es el de la misión SRTM de la NASA (Shuttle Radar Topography Mission). En este estudio, se utilizan los datos obtenidos por el satélite PeruSat-1, gracias a la colaboración con la Comisión Nacional de Investigación y Desarrollo Aeroespacial (CONIDA), que proporcionó la información geográfica, a través de un archivo `raster`.

### Pseudocódigo

El código desarrollado comienza solicitando la posición y la apertura del tomógrafo con respecto a la estructura geológica. Luego, carga el modelo digital y calcula las distancias recorridas  $D_i$  por los muones atmosféricos ( $\mu_{atm}$ ) para diferentes ángulos dentro de la apertura del tomógrafo ( $\theta_i$ ) desde la posición del detector para una observación frontal. En esta implementación, no se realiza el análisis azimutal.

Los resultados (posición, distancia y ángulo) son registrados en un archivo para luego ser usados durante el cálculo de la atenuación.

```
1: Lectura de  $M_{DEM}$  modelo digital del objeto
2:  $\hat{r}_0$  posición del detector
3:  $\alpha$  apertura del detector
4: Inicia
5: for  $\theta_i$  do
6:    $D_i$ ; Calcula distancia para cada  $\theta_i$ 
7: end for
8: Registra [ $D_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\hat{r}_0$ ] en archivo
9: Termina
```

### Funciones importantes

Dado un archivo raster y para un punto de observación definido, el código obtiene el ángulo máximo de observación para un perfil dado `ang_max` usando la función `angulo_maximo`.

También, para cada punto de observación del telescopio, teniendo la apertura y la elevación máxima de observación, el código barre los diferentes ángulos de elevación. Las funciones `recta`, `indice_p2` y `indice_p1` permiten obtener los puntos de intersección entre las direcciones de observación y el perfil del objeto geofísico, y que posteriormente se calcula la distancia usando `distancia`. Mostramos estas funciones, a continuación:

```

for i in range(ang_max-apertura, ang_max,1):
    y = recta(pt_ob[0], pt_ob[1], arr_x, i)
    p2 = indice_p2(pt_ob, arr_x, arr_y_cerro, y)
    p1 = indice_p1(pt_ob, arr_x, arr_y_cerro, y)
    if (p2[0]!=0) or (p1[0]!=0):
        axs[0].plot(arr_x, y, color=color[j])
        axs[0].scatter(p1[0], p1[1])
        axs[0].scatter(p2[0], p2[1])
        d = (distancia(p1,p2))
        j=j+1 #indice para los colores
        evento = [fila, i,d]
        elevacion_max = i
        vec_dis.append(evento) # fila, i angulo de observación , distancia

diccionario = {}
for i in range(0, len(vec_dis)): # Bucle for para generar claves del 1 al 5
    clave = vec_dis[i][1] #valores de distancia
    valor = vec_dis[i][2] #valores de ángulos
    diccionario[clave] = valor

```

### II.B.3) Cálculo de la transmitancia debido a la atenuación del flujo de muones

Habiendo calculado las distancias por cada ángulo de elevación dada una posición del detector y una apertura, es necesario calcular el número de muones en aquellas direcciones sin el objeto geofísico y con aquel. En este último caso, la pérdida de energía reducirá el flujo, pudiendo calcular la transmitancia como una proporción entre ambas variables.

A continuación, para cada evento, con un ángulo  $\Theta = 90^\circ - \theta_i$  de elevación respecto a la superficie, le corresponde cruzar una cantidad de materia del objeto geológico  $D_i$  cal-

culado en la subsección (II.B.2) y que le generará una pérdida de energía de acuerdo con los procesos descritos en la subsección (I.D.1). El cálculo de la atenuación usa la aproximación para la roca estándar presentada en la Tabla V, con la pérdida de energía dada por la Ecuación 25.

Al finalizar, se clasifica el evento de acuerdo a si su energía fue lo suficientemente alta para superar la pérdida de energía asociada al cruce del objeto, o en su defecto, ser etiquetado como un evento que no emergió, y por tanto fue absorbido por la materia, para ese ángulo de observación.

Al repetir este proceso para todos los eventos, se obtiene el número de eventos que lograron y no lograron emerger del objeto, para cada ángulo de observación. Una proporción entre ambos valores, nos permite obtener el porcentaje de atenuación del flujo de muones, y por tanto la transmitancia del objeto.

### Pseudocódigo

```
1: input
2: - Eventos  $\mu_{atm}^{\pm}$  a cielo abierto  $(\theta_i, E_{i, inicial})$ .
3: - Distancias  $D_i$  para cada  $\varphi_i$  ángulo de observación.
4: - Posición y apertura del tomógrafo.
5: Inicia
6: for  $i$  todos los eventos con  $\varphi_i$  comprendidos en  $\alpha$  do
7:   - Se calcula la energía perdida  $dEdX_i$ 
8:   - Se subtrae  $dEdX_i$  a la  $E_{i, inicial}$  para obtener  $E_{final}$ 
9:   if  $E_{final} > 0$ : then
10:     Evento  $i$  se clasifica como True.
11:   else
12:     Evento  $i$  se clasifica como False.
13:   end if
14:   Se calcula la transmitancia para todos los eventos
15:   Se genera las gráficas
16: end for
17: Termina
```

Finalmente, obtenemos el porcentaje de atenuación, o transmitancia, por cada ángulo de observación para una posición del tomógrafo. Así mismo, se genera una gráfica que combina la descripción de la posición y el perfil del objeto geológico, y los valores de

distancia, ángulo de observación y porcentaje de atenuación.

### Funciones importantes

El código carga los valores de energía y dirección de todos los eventos que se encuentran en el archivo `energia_shower.txt`

```
file_shower_txt = './data/energia_shower.txt'
df_shower_txt3 = pd.read_csv(file_shower_txt, sep = " ")
data_shower = df_shower_txt3.sort_values(by=df_shower_txt3.columns[1])
```

Estos valores deben ser filtrados para los ángulos que corresponden a la dirección del detector y la observación unidimensional, o de perfil, que se lleva a cabo en este trabajo. Para esto, se usa la variable `anglet`, que permite abrir o reducir la apertura en la dirección azimutal. Para nuestro caso es igual a 3, un ángulo para cada lado, desde una observación frontal al objeto.

```
angle_observation = 90
anglet = 10 #apertura azimutal
dfshower_pre_filtrado = data_shower[ (data_shower['phit'] >= angle_observation-anglet)
    & (data_shower['phit'] <= angle_observation+anglet)
    & (data_shower['thetat'] >= theta1) & (data_shower['thetat'] <= elevacion_max)]
dfshower_filtrado = dfshower_pre_filtrado.drop('part', axis=1)
```

El siguiente paso, por tanto sería el cálculo de la atenuación:

```
fac = 1 #factor de conversión MeV a GeV
for j in range(len(dfshower_filtrado)):
    # ángulo theta del evento j en el shower
    temp_angulo_shower = dfshower_filtrado.iloc[j][1]
    # energía inicial del evento
    temp_energia_shower = dfshower_filtrado.iloc[j][2] * fac
    temp_distancia_x_angulo = acceder_diccionario(diccionario, temp_angulo_shower)
    val_temp = perdida_energia_total(temp_energia_shower, temp_distancia_x_angulo)[1]
    res_atenua = [temp_angulo_shower, temp_distancia_x_angulo, temp_energia_shower,
        perdida_energia_total(temp_energia_shower, temp_distancia_x_angulo)[0], val_temp]
    veco.append(res_atenua)
```

El vector `res_atenua`, contiene la información del ángulo de observación de todos los eventos, la distancia recorrida, la energía inicial, final y un condicional, que será falso

cuando la energía final haya llegado a ser nulo, producto de la atenuación por el objeto geofísico.

El **cálculo de la transmitancia**, definida por la Ecuación 28, se realiza usando los valores de la condicional registrada en el vector `res_atenua`. Para esto se crea una tabla conteo que tiene el número de eventos que pasaron y los que no, ordenados de acuerdo al ángulo de observación, que finalmente permite realizar el cálculo de la fracción de muones que sí pasó, versus el total.

```
conteo = t.pivot_table(index='theta', columns='Control', aggfunc='size',
fill_value=0).reset_index()

conteo['transmitancia'] = np.round( conteo.iloc[:, 2] / (conteo.iloc[:, 1]
+conteo.iloc[:, 2] ), 2)

vec_angle = conteo['theta'].to_numpy()
vec_atenuado = conteo['transmitancia'].to_numpy()
```

#### II.B.4) Modelo de pérdida de energía implementado en el código

La función `perdida_energia_total` es clave en el cálculo de la atenuación. En el código desarrollado, se define de la siguiente manera:

```
def funciondEdX(E):
    me = 0.0005285 #GeV/ ;    mu = 0.1057 #GeV/c2 ;
    Emax = (E**2)/(E+(mu**2)/(2*me)) ;    dEdx = 1.84 + 0.076* np.log(Emax/(mu))
    return dEdx

#energia y distancia por recorrer
def perdida_energia_total(E, d):
    temp = E
    ar_x = np.linspace(0, d, 100) # 100 siendo el número de pasos
    for i in range(len(ar_x)):
        temp = temp - funciondEdX(temp)
        if temp < 0 :
            control = False
            temp = 0
            break
        control = True
    energia_final = temp
    return (energia_final, control) #Control True = pasó, False = no pasó
```

En este trabajo calculamos la pérdida de energía a través de una resta recursiva, usando la función ajustada de Lesparre (Ecuación 25) para la roca estándar y continua a través de la dirección de observación. El recorrido es dividido en solo **100** pasos, sin embargo, dependiendo de los recursos computacionales puede aumentarse el valor. Por otro lado, esta función puede adaptarse para abordar modelos más complejos que incluya la existencia de espacios vacíos en la línea de observación o la variación de la densidad.

### III. Resultados

En este capítulo se presenta el funcionamiento del código desarrollado para modelar directamente la atenuación del flujo de muones atmosféricos debido al Cerro UNI y obtener los valores de transmitancia para las direcciones de observación. Se aplica el código para el cerro adyacente al campus UNI.

#### III.A Características del Cerro UNI y posición del detector

El Cerro UNI es un objeto geológico del tipo "cerro de arrastre" que se ubica en el distrito del Rímac, en el cuadrángulo número 25 del mapa del Perú. Colinda en el norte con la Villa el Ángel, al este con el fuerte militar Rafael Hoyos Rubio al oeste y al sur con el campus de la Universidad Nacional Ingeniería. Su composición es principalmente sedimentaria, compuesta por una mezcla de rocas sedimentarias y volcánicas, incluyendo calizas, areniscas, andesitas y riolitas. **Por tanto, puede considerarse compuesta por roca estándar** y ser útil para la descripción del código. En las Figuras XV y XVI(a), se muestra el modelo de elevación digital (DEM), proporcionado por la CONIDA, y la imagen satelital del Cerro UNI.

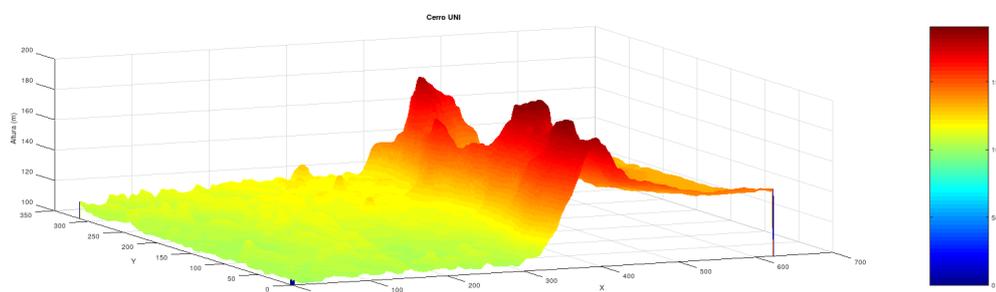
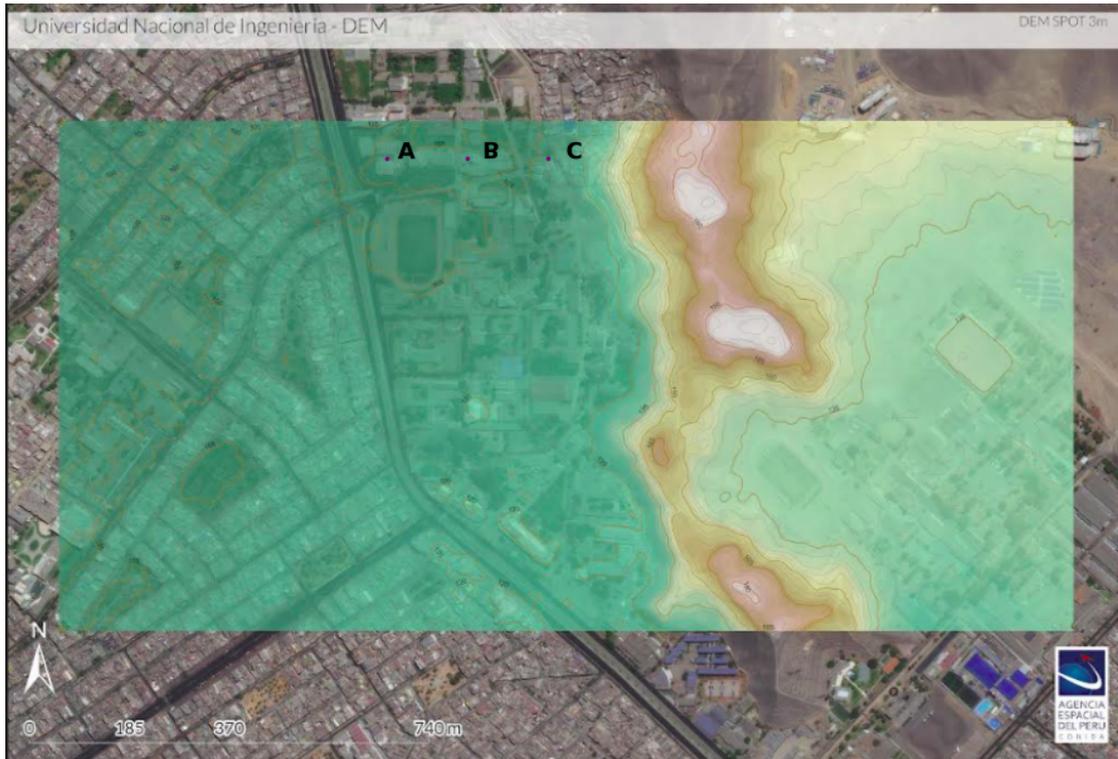
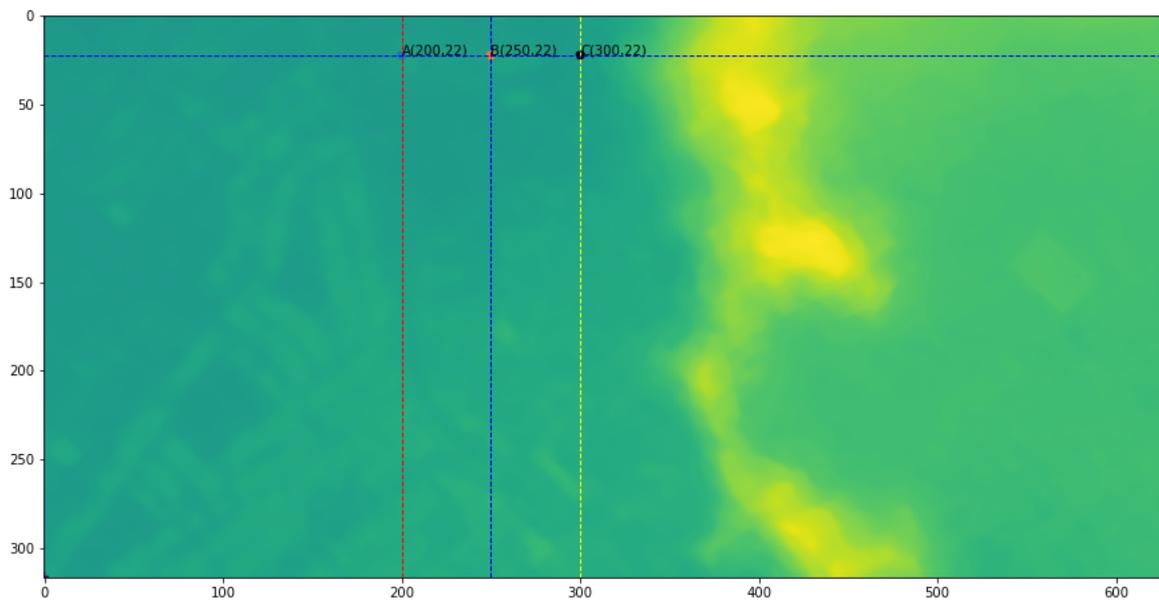


FIGURA XV. Elevación digital (DEM) del Cerro UNI a partir del archivo `raster` proporcionado por el CONIDA y el satélite PerúSAT.

Para describir el funcionamiento del código, se considera 6 posiciones para el detector, como se puede ver en la Figura XVI(b). Los puntos A, B y C corresponden a la zona de la Facultad de Ciencias y Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica. También es importante mencionar que la dimensión del `raster` es de  $317 \times 627$  píxeles, con una escala de píxel de 3 metros.



(a)



(b)

FIGURA XVI. (a) Imagen satelital brindada por CONIDA del campus UNI donde se realiza la simulación de la Cascada Aérea Extensiva. Se incluye los puntos donde se colocan los detectores para simular la atenuación del flujo de muones. (b) Distribución gráfica de los puntos de simulación y sus respectivos valores de posición de acuerdo a los valores del raster .

### III.B Atenuación del flujo de muones y transmitancia debido a la presencia del Cerro UNI

Siguiendo los pasos establecidos en la sección (II.A), se desarrolló la simulación de las CAE considerando un tiempo de simulación de un día por  $m^2$ , en el Campus UNI ( $12^\circ 01' 03.1''S$   $77^\circ 03' 00.5''W$ ). En la Figura XVII, mostramos el espectro de rayos cósmicos secundarios que arriban al Cerro UNI. Podemos observar que el rango de energía de muones (en color negro) corresponde al de unos cientos de MeV hasta centenas de GeV, en concordancia con los valores esperados por trabajos anteriores.

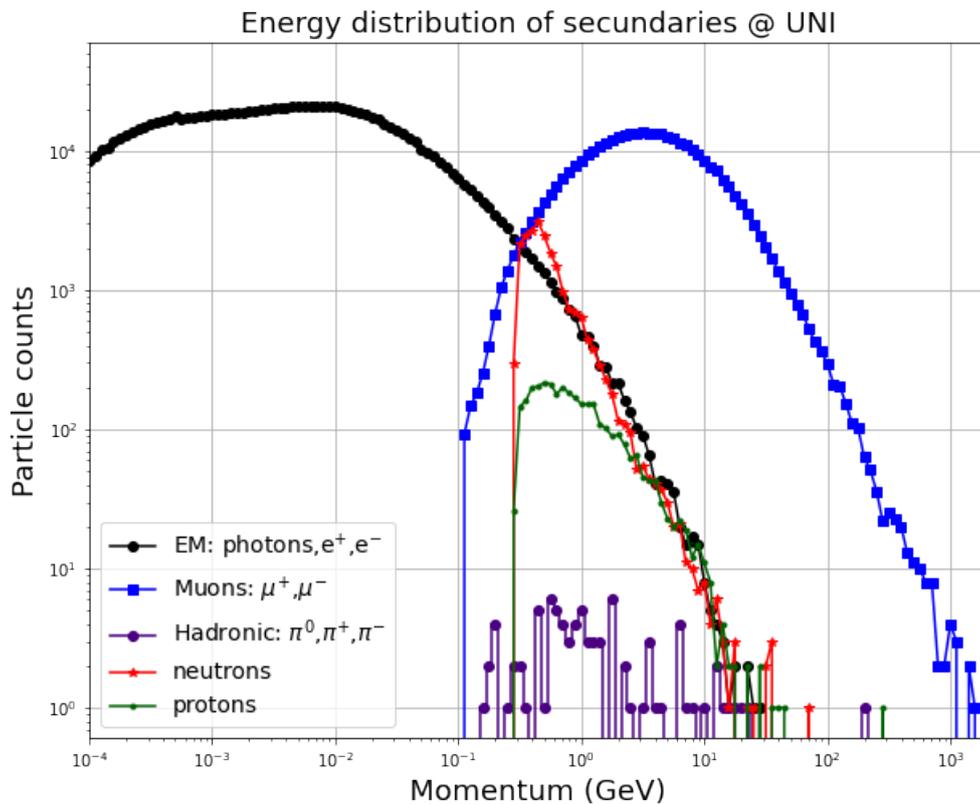


FIGURA XVII. Distribución de la energía de las partículas secundarias que llegan al Campus UNI.

A partir de los pasos descritos en el capítulo (II), simulamos la atenuación del flujo de muones y calculamos la transmitancia debido a la presencia del Cerro UNI para las tres posiciones descritas anteriormente.

La Figura XVIII, muestra el resultado de cómo los muones interactúan con la estructura interna del cerro, resaltando las regiones donde el flujo es completamente bloqueado o significativamente atenuado debido a la densidad del material que atraviesan. El análisis se realizó de acuerdo a los valores mostrados en la Tabla XI, para las coordenadas de las

posiciones A, B y C; y considerando el sistema de referencia descrito en la sección (II.A.3), para diferentes ángulos de observación y un ángulo de apertura de 15°.

TABLA XI

Coordenadas de las posiciones, altura (H) con respecto a la superficie, y ángulos de observación del detector, usados en el cálculo de la atenuación del flujo de muones.

Punto	X'	Y'	H [m]	Ángulos de observación [°]
A	200	22	125	1 - 15
B	250	22	125	6 - 20
C	300	22	125	16 - 30

En las figuras, las líneas diagonales representan las trayectorias de los muones a diferentes ángulos de incidencia, desde su punto de origen hasta el perfil del cerro. Los colores de estas líneas están asociados con la profundidad del material atravesado, medida en metros, y reflejan su impacto en la atenuación del flujo. Sobre el perfil del cerro, los puntos indican las posiciones donde los rayos de muones inciden, brindando información clave sobre la interacción entre los muones y la estructura del terreno.

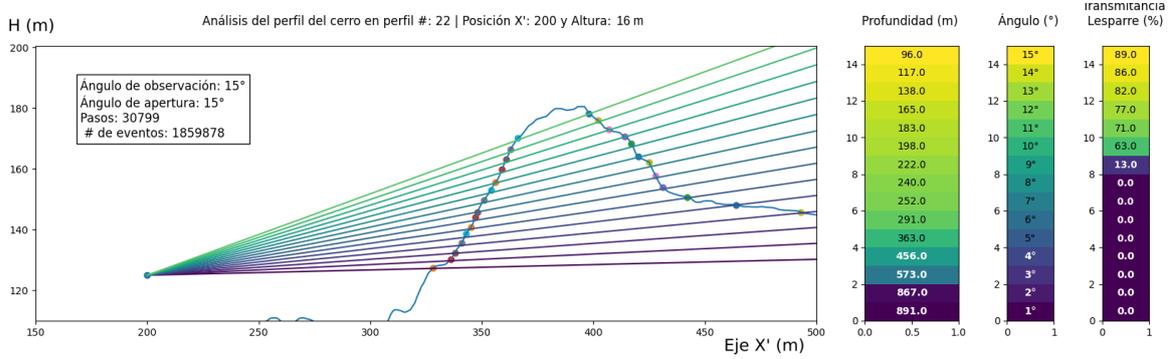
Además, la figura incluye tres barras de color que detallan distintos aspectos del análisis:

- **Profundidad (m):** Relaciona los colores de las trayectorias con la profundidad del material atravesado por los muones. Los colores varían desde amarillo (baja profundidad) hasta morado (alta profundidad).
- **Ángulo (°):** Representa los ángulos de incidencia de los rayos, desde inclinaciones bajas (morados) hasta inclinaciones altas (amarillos).
- **Transmitancia Lesparre (%):** Basado en el ajuste de la pérdida de energía de Lesparre [22], indica el porcentaje de flujo de muones que logra atravesar el cerro. Los valores altos (amarillos) corresponden a zonas con menor atenuación, mientras que los valores bajos (morados) reflejan áreas donde el flujo es significativamente reducido debido a la alta profundidad y densidad del material.

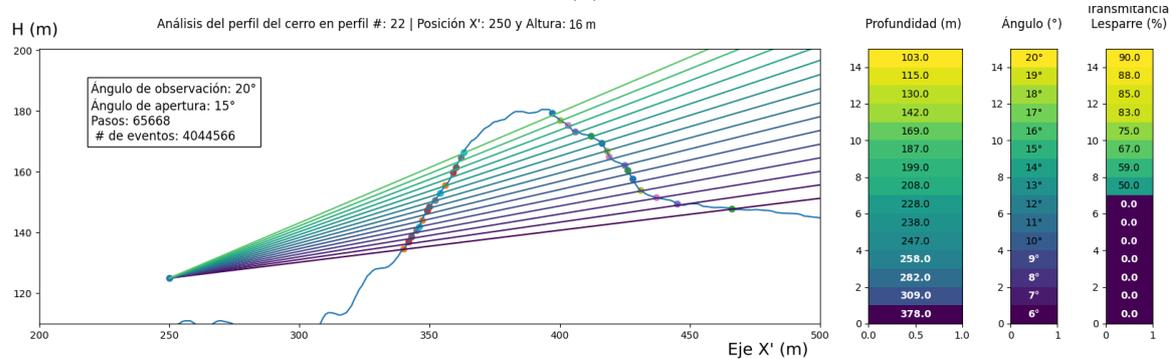
Los resultados de la simulación del modelamiento directo de la atenuación del flujo de muones atmosféricos debido a la presencia del cerro UNI revela un patrón claro de atenuación del flujo de muones que depende de la profundidad y la densidad del cerro:

- Para ángulos bajos: Los muones recorren trayectorias más largas, atravesando mayores profundidades. En estas regiones, el flujo es significativamente atenuado (o bloqueado) debido a la alta densidad y el espesor del material (transmitancia 0%).
- Para ángulos altos: Las trayectorias atraviesan menores profundidades y densidades, permitiendo que una mayor proporción de muones alcance el detector (transmitancia hasta  $\sim 90\%$ ).

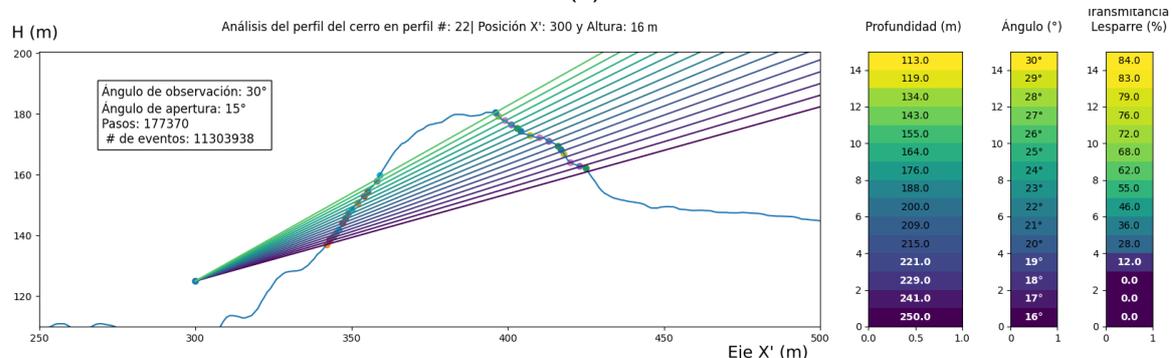
El análisis sugiere una variabilidad en la densidad interna del cerro, que podría usarse para identificar zonas de interés geológico, como cavidades o áreas de menor densidad relativa.



(a)



(b)



(c)

FIGURA XVIII. Simulación de la atenuación del flujo de muones debido al Cerro UNI en las posiciones A, B y C, que corresponden a la zona de la Facultad de Ciencias. Las figuras describen cómo el flujo de muones disminuye al atravesar el cerro, dependiendo de la densidad del material y la profundidad que recorren. Esto permite identificar áreas de mayor densidad (donde la atenuación es más significativa) y evaluar la estructura interna del cerro mediante técnicas de radiografía muónica.

## Conclusiones

A partir de los años 70, con el trabajo de L. Álvarez, se comenzó a aplicar los principios de detección de partículas en estudios geofísicos, abriendo un campo que ha sido fructífero hasta la actualidad.

En particular, los muones atmosféricos poseen características que los convierten en excelentes sondas para atravesar estructuras como construcciones, volcanes o cerros: su amplia disponibilidad y distribución angular al llegar a la superficie terrestre, la relación casi lineal de la pérdida de energía con la distancia recorrida para energías menores a 100 GeV, y el hecho de que, en este rango energético, sus interacciones ocurren principalmente a través de ionización.

Al igual que los rayos X o la tomografía de electrones, que tienen aplicaciones en medicina, la tomografía de muones es una técnica de imagen no invasiva, ideal para el estudio de objetos geofísicos de gran tamaño. Esta técnica complementa otras técnicas geofísicas disponibles para la monitorización y caracterización de los objetos geofísicos.

Su desarrollo se ha dado en diversas partes del mundo, con una comunidad de investigadores, especialmente en Francia y Japón, que ha aplicado esta metodología al estudio no invasivo de volcanes en un contexto preventivo. En América Latina, Colombia ha sido pionera en el desarrollo de esta tecnología, también para el monitoreo volcánico. En el caso de Perú, el presente trabajo es el primero en abordar esta técnica de manera integral, como parte de un esfuerzo de investigación enfocado en implementar experimentalmente la medición y el desarrollo de imágenes de objetos geofísicos a través de un telescopio de muones.

El presente trabajo presenta el desarrollo de la herramienta de modelamiento directo del proyecto de implementación del tomógrafo de muones,  $M_{\mu}NI$  que permite calcular la transmitancia esperada de un detector de muones, tomando en cuenta distintas direcciones de observación con la flexibilidad de ser usada para diferentes estructuras geológicas como construcciones arqueológicas, glaciares o volcanes.

Por tanto, permite realizar diagnósticos iniciales sobre la viabilidad de implementar la técnica de muones para un objeto específico, y posteriormente establecer límites superiores a la transmitancia que debería registrarse en el detector. Y en el caso, en que la composición

del objeto es conocida, puede ser usada para la calibración del detector.

En líneas generales, el funcionamiento de la herramienta desarrollada se da en tres etapas: el barrido de en cada dirección de observación del detector de muones de la atenuación del flujo de muones, el cálculo por cada dirección y muon que atraviesa el objeto de su energía final luego de todo su recorrido y finalmente, el cálculo de la transmitancia.

Gracias a la modularidad del código, existe un gran potencial para implementar modelos más precisos y optimizados en el cálculo de la pérdida de energía de los muones, no solo en roca estándar uniforme, sino también en otros compuestos, en mezclas de ellos, o en configuraciones espaciales no continuas, como en el caso de cavidades vacías.

Esto permitirá incorporar nuevos escenarios y realizar cálculos mejorados al considerar diversos materiales que estos pueden atravesar, como agua o hielo. Esto abre la posibilidad de utilizar esta técnica para la detección temprana de desprendimientos en casquetes de hielo y formaciones rocosas, previniendo eventos catastróficos como el ocurrido en el nevado Huascarán en 1970, que resultó en un aluvión devastador que sepultó la ciudad de Santo Domingo de Yungay y cobró la vida de aproximadamente treinta mil personas.

Finalmente, esta herramienta forma parte del proceso de modelamiento directo para el estudio de la atenuación del flujo de muones a través de un objeto geofísico, que al conocer los parámetros internos del objeto, como la densidad del material o su distribución espacial a lo largo de la dirección de observación, y aplicando un modelo de pérdida de energía, permite establecer límites superiores para la transmitancia en el detector de muones.

Sin embargo, la utilidad de la radiografía muónica se manifiesta en el escenario inverso: inferir la densidad o la distribución espacial del material al medir la transmitancia del flujo de muones a través del objeto geológico, basado en un modelo de pérdida de energía respaldado por mediciones geofísicas complementarias.

Por tanto, este código representa un avance significativo en el desarrollo de la técnica de tomografía muónica y contribuye a los esfuerzos actuales realizados por la UNI y CONIDA para la construcción de un prototipo de tomógrafo de muones. En esa línea, los capítulos 1 y 2 han sido diseñados con un enfoque pedagógico para exponer de manera clara los principios y la física detrás de la tomografía de muones, facilitando así futuras investigaciones y formando a las próximas generaciones de muógrafos peruanos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] L. W. Alvarez y et al., “Search for hidden chambers in the pyramids”, *Science*, vol. 167, no. 3919, pp. 832–839, Feb. 1970. Disponible en: <https://doi.org/10.1126/science.167.3919.832>.
- [2] NobelPrize.org (s.f.). The Nobel Prize in Physics 1968 [En Línea]. Disponible en: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1968/alvarez/biographical/>
- [3] M. Peirano, “*Contra el futuro*”. 1ra ed. España: DEBATE, 2022.
- [4] American Physical Society. “This Month in Physics History”. Accedido: 09 ab. 2023. Disponible en: <https://www.aps.org/publications/apsnews/201908/history.cfm>
- [5] H. Schlaepfer, “Cosmic Rays”, *SPATIUM*, vol. 11, pp. 16. Nov, 2003. Disponible en: [https://www.issibern.ch/PDF-Files/Spatium\\_11.pdf](https://www.issibern.ch/PDF-Files/Spatium_11.pdf).
- [6] B. Rossi, “Interpretation of Cosmic-Ray Phenomena”, *Rev. Mod. Phys.*, vol. 20, no. 3, pp. 537–583, Jul. 1948. Disponible en: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.20.537>.
- [7] F. Ashton y et al., “Momentum Spectrum of Cosmic Rays at Sea-Level”, *Nature*, vol. 185, no. 4710, pp. 364–365, Feb. 1960. Disponible en: <https://doi.org/10.1038/185364a0>.
- [8] K. Maeda, “On the zenithal distribution of extremely-high-energy cosmic-ray muons in the atmosphere”, *J. Geophys. Res.*, vol. 69, no. 9, pp. 1725–1736. May, 1964. Disponible en: <https://doi.org/10.1029/JZ069i009p01725>.
- [9] R. L. Workman y et al., “Review of Particle Physics”, *Prog. Theor. Exp. Phys.*, vol. 2022, no. 8, pp. 1–878, Aug. 2022. Disponible en: <https://doi.org/10.1093/ptep/ptac097>.
- [10] IceCube Masterclass. “Espectro de Energía de los RC”. Accedido 09 ab. 2024. Disponible en: [https://masterclass.icecube.wisc.edu/es/analisis/espectro\\_rc](https://masterclass.icecube.wisc.edu/es/analisis/espectro_rc)
- [11] A. Letessier-Selvon y T. Stanev, “Ultra-high energy cosmic rays”, *Reviews of Modern Physics*, vol. 83, no. 3, pp. 907–942, Sep. 2011. Disponible en: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.907>.

- [12] J. Moroney y J. Parry, "Momentum Distribution and Charge Ratio of  $\mu$  Mesons at Zenith Angles in the East-West Plane", *Australian Journal of Physics*, vol. 7, no. 3, pp. 423–423, Jan. 1954. Disponible en: <https://doi.org/10.1071/ph540423>.
- [13] D. Bhattacharyya, "Absolute sea-level integral muon spectra at zenith angles  $45^\circ\text{W}$  and  $60^\circ\text{W}$  near the geomagnetic equator in the momentum range (0.4-3) GeV/c", *Il Nuovo Cimento B Series 11*, vol. 24, no. 1, pp. 78–84, Nov. 1974. Disponible en: <https://doi.org/10.1007/bf02724034>.
- [14] K. Greisen, "The Intensities of the Hard and Soft Components of Cosmic Rays as Functions of Altitude and Zenith Angle", *Physical Review*, vol. 61, no. 5–6, pp. 212–221, Mar. 1942. Disponible en: <https://doi.org/10.1103/physrev.61.212>.
- [15] Sheldon, W.R.: Private communication (1971), after Allkofer et al. (1971b).
- [16] R. J. R. Judge and W. F. Nash, "Measurements on the muon flux at various zenith angles," *Il Nuovo Cimento*, vol. 35, no. 4, pp. 999–1024, Feb. 1965, doi: <https://doi.org/10.1007/bf02735520>.
- [17] J. N. Crookes y B. C. Rastin, "An investigation of the absolute intensity of muons at sea-level", *Nuclear Physics B*, vol. 39, pp. 493–508, Apr. 1972. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(72\)90384-7](https://doi.org/10.1016/0550-3213(72)90384-7).
- [18] P. K. F. Grieder, "*Cosmic rays at Earth: researcher's manual and data book*". Elsevier, 2001.
- [19] L. Bonechi, R. D'Alessandro, y A. Giammanco, "Atmospheric muons as an imaging tool", *Rev. Phys.*, vol. 5, p. 100038, Nov. 2020. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.revip.2020.100038>.
- [20] COSPAR. COSPAR International Reference Atmosphere (CIRA-86). [En Línea]. Disponible en: [https://www.aparc-climate.org/data-centre/data-access/reference-climatology/cira-86/\(accessedSep.10,2024\)](https://www.aparc-climate.org/data-centre/data-access/reference-climatology/cira-86/(accessedSep.10,2024)).
- [21] K. Nagamine, "*Introductory Muon Science*". Cambridge University Press, 2003.
- [22] N. Lesparre, D. Gibert, J. Marteau, Y. Déclais, D. Carbone, y E. Galichet, "Geophysical muon imaging: Feasibility and limits" *Geophys. J. Int.*, vol. 183, no. 3, pp. 1348–1361. Dec, 2010. Disponible en: <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2010.04790.x>.

- [23] W. R. Leo, "Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How-to Approach". Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 1994. Disponible en: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-57920-2>.
- [24] H. Paul. (2006, May 09). English: Bragg Curve for Alphas in Air. [En Línea]. Disponible en: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bragg\\_Curve\\_for\\_Alphas\\_in\\_Air.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bragg_Curve_for_Alphas_in_Air.png)
- [25] J. S. U. Parra y C. A. Á. Bernal, "Estimation of cosmic-muon flux attenuation by Monserrate Hill in Bogota", *Journal of Instrumentation*, vol. 14, no. 2. 2019. Disponible en: <https://doi.org/10.1088/1748-0221/14/02/P02015>.
- [26] D. Heck, J. Knapp, J. N. Capdevielle, G. Schatz, y T. Thouw, "CORSIKA: A Monte Carlo Code to Simulate Extensive Air Showers", *Forschungszentrum Karlsruhe*, vol. FZ-KA 6019, pp. 1–90, Feb. 1998, [En Línea]. Available: [http://www-ik.fzk.de/corsika/physics\\_description/corsika\\_phys.html](http://www-ik.fzk.de/corsika/physics_description/corsika_phys.html).
- [27] D. E. Groom, N. V. Mokhov, and S. I. Striganov, "MUON STOPPING POWER AND RANGE TABLES 10 MeV–100 TeV", *At. Data Nucl. Data Tables*, vol. 78, no. 2, pp. 183–356, Jul. 2001. Disponible en: <https://doi.org/10.1006/adnd.2001.0861>.
- [28] S. Agostinelli y et al., "Geant4—a simulation toolkit", *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 506, no. 3, pp. 250–303, Jul. 2003. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(03\)01368-8](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(03)01368-8).
- [29] P. Antonioli, C. Ghetti, E. V. Korolkova, V. A. Kudryavtsev, y G. Sartorelli, "A three-dimensional code for muon propagation through the rock: MUSIC", *Astroparticle Physics*, vol. 7, no. 4, pp. 357–368, Oct. 1997. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/S0927-6505\(97\)00035-2](https://doi.org/10.1016/S0927-6505(97)00035-2).
- [30] V. A. Kudryavtsev, "Muon simulation codes MUSIC and MUSUN for underground physics", *Computer Physics Communications*, vol. 180, no 3, pp. 339-346, Mar. 2009. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2008.10.013>.

- [31] J. Peña-Rodríguez, J. Jaimes-Teherán, K. Dlaikan-Castillo, y L. A. Núñez, "MUYS: an end-to-end muography simulation toolbox", *Geophysical Journal International*, vol. 237, no 1, pp. 540-556, Feb. 2024. Disponible en: <https://doi.org/10.1093/gji/ggae064>.
- [32] Lbl.gov (2024, Nov. 02). AtomicNuclear Properties. [En Línea]. Disponible en: <https://pdg.lbl.gov/2010/AtomicNuclearProperties/>.
- [33] R. Nishiyama y et al., "Bedrock sculpting under an active alpine glacier revealed from cosmic-ray muon radiography", *Sci. Rep.*, vol. 9, no. 1, pp. 1–11, May. 2019. Disponible en: <https://doi.org/10.1038/s41598-019-43527-6>.
- [34] N. Lesparre, D. Gibert, J. Marteau, J. C. Komorowski, F. Nicollin, y O. Coutant, "Density muon radiography of La Soufrière of Guadeloupe volcano: Comparison with geological, electrical resistivity and gravity data", *Geophysical Journal International*, vol. 190, no. 2, pp. 1008–1019, Ago. 2012. Disponible en: <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2012.05546.x>.
- [35] G. Saracino y et al., "Imaging of underground cavities with cosmic-ray muons from observations at Mt. Echia (Naples)", *Scientific Reports*, vol. 7, no. 1, pp. 1–12, Abr. 2017. Disponible en: <https://doi.org/10.1038/s41598-017-01277-3>.
- [36] A. Vesga-Ramírez y et al., "Muon tomography sites for colombian volcanoes", *Annals of Geophysics*, vol. 63, no. 6, pp. 1–26, Dic. 2020. Disponible en: <https://doi.org/10.4401/ag-8353>.
- [37] LAGO (2021, Oct. 12). The Latin American Giant Observatory (LAGO). [En Línea]. Disponible en: <http://lagoproject.net/>.
- [38] H. Asorey, "Los Detectores Cherenkov del Observatorio Pierre Auger y su Aplicación al Estudio de Fondos de Radiación", Tesis de doctorado, Unversidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina, 2015.
- [39] DIAPHANE (2021, Sep, 30). Cosmic ray muon tomography DIAPHANE. [En Línea]. Disponible en: <https://sites.google.com/site/diaphanemuontomography/Home/diaphane-home-of-the-english-pages/cosmic-ray-muon-tomography>.

- [40] K. Morishima y et al., "Discovery of a big void in Khufu's Pyramid by observation of cosmic-ray muons", *Nature*, vol. 552, no. 7685, pp. 386–390, Nov. 2017. Disponible en: <https://doi.org/10.1038/nature24647>.
- [41] M. A. V. Ramírez, "Inversión Geofísica a partir de datos de Muongrafía Volcánica para el proyecto MUTE", Tesis de maestría, Universidad Industrial de Santander, Santander, Colombia, 2018. Disponible en: <https://noesis.uis.edu.co/items/eb8e8532-4b4e-4bb0-b3f1-83b12e7a98a2>.
- [42] A. Tarantola, "*Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*". SIAM, 2005. Disponible en: <https://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9780898717921>.
- [43] CONCYTEC (2024, Abr. 13). Desarrollo de Tomógrafo Muónico para pruebas No Invasivas de objetos Geofísicos [En Línea]. Disponible en: <https://www.perucris.pe/entities/project/72f69085-b777-4ff4-b800-d034e0b4432a/details>
- [44] A. Vesga-Ramírez, J. D. Sanabria-Gómez, D. Sierra-Porta, L. Arana-Salinas, H. Asorey, V. A. Kudryavtsev, R. Calderón-Ardila, y L. A. Núñez, "Simulated Annealing for volcano muography", *Journal of South American Earth Sciences*, vol. 109, Mar. 2021. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.jsames.2021.103248>
- [45] W. R. Sheldon, A. R. Bazer-Bachi, J. R. Benbrook, G. Vedrenne, C. Dunet, N. M. Duller y W. G. Cantrell, "The directional muon intensity underground", en *Proceedings of the 13th International Conference on Cosmic Rays*, 1973, [En línea]. Disponible en: [http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-iarticle\\_query?bibcode=1973ICRC....3.1715S&db\\_key=AST&page\\_ind=0&data\\_type=GIF&type=SCREEN\\_VIEW&classic=YES](http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-iarticle_query?bibcode=1973ICRC....3.1715S&db_key=AST&page_ind=0&data_type=GIF&type=SCREEN_VIEW&classic=YES).
- [46] Github. Repositorio del proyecto. [En Línea]. Disponible en: <https://github.com/gsalazarq/MUNI>.
- [47] Grupo Halley (2024, Abr. 19). Astronomía y Ciencias Aeroespaciales. [En línea]. Disponible en: <https://halley.uis.edu.co/>.