

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
ESCUELA DE POSGRADO



TESIS

**“ANÁLISIS DE LA GENERACIÓN HIDROELÉCTRICA EN LA
CENTRAL HIDROELÉCTRICA DE MACHUPICCHU
APLICANDO MÉTODOS ESTOCÁSTICOS Y MODELO DE
OPTIMIZACIÓN”**

**PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE DOCTOR EN
CIENCIAS CON MENCIÓN EN ENERGÉTICA**

Presentado por:

MSc. Margarita Chevarria Moscoso

Asesor

Dr. Leonardo Franco Castillo Navarro

Co-asesor

Dr. Edgar Alfredo Catacora Acevedo

**LIMA – PERÚ
2024**

Dedicatoria

Este trabajo lo dedico, en primer lugar, a DIOS, quien me dio fortaleza y el coraje para superar cada desafío y continuar con mi investigación.

A mi esposo, mis hijos y mi familia, quienes con su apoyo incondicional y palabras de ánimo me motivaron a seguir adelante y no abandonar mi tesis.

Agradecimientos

Estoy agradecida con todas las personas que participaron en mi investigación. En particular, deseo expresar mi gratitud a la Universidad Nacional de Ingeniería y a CARELEC, por darme la oportunidad de cursar el doctorado.

Quisiera extender mi agradecimiento a la facultad de Ingeniería Mecánica, especialmente a todos a aquellos que contribuyeron con mi investigación. Entre ellos, el Dr. Hugo Gamarra Chinchay, al ingeniero Javier Ganoza Piña y el ingeniero Roberto Pineda León, quienes me motivaron a estudiar y obtener el grado.

También quiero agradecer a los doctores Leonardo Franco Castillo Navarro y Edgar Alfredo Catacora Acevedo, quienes me brindaron su apoyo constante e incondicional a lo largo de estos años de investigación, demostrando mucha paciencia y compartiendo sus conocimientos para fortalecer mi tesis.

RESUMEN

La creciente demanda de energía requiere una gestión eficaz para asegurar el suministro necesario para el desarrollo económico y social de un país. Dado que los combustibles fósiles generan altas emisiones de carbono y están en proceso de agotamiento, la transición hacia energías renovables se vuelve esencial. En este contexto, los modelos de pronóstico se convierten en herramientas valiosas para anticipar la generación, el consumo y la reserva de energía. Este trabajo de investigación tuvo como objetivos principales: analizar el caudal del río Vilcanota, evaluar la viabilidad de utilizar lagunas altoandinas como embalses de regulación para mejorar el caudal del río durante los períodos de estiaje, y desarrollar una ecuación para optimizar el uso de estos embalses. Se recopilaron datos hidrológicos del caudal del río Vilcanota durante un período de 108 meses, desde enero de 2015 hasta diciembre de 2023. Se llevó a cabo un análisis de la serie temporal, así como la predicción de los caudales futuros para los años 2024 y 2025. Debido a que los resultados indicaron que los datos son estacionarios en media, pero no en varianza, hemos aplicado el modelo ARIMA $(1,0,0)x(1,1,0)s$, con transformación logarítmica, porque demostró ser el más adecuado, proporcionando un alto grado de ajuste y precisión en las predicciones para esos años.

Para operar la central a plena carga, se requiere un caudal de $55 \text{ m}^3/\text{s}$; sin embargo, las fuentes actuales no satisfacen esta demanda durante los períodos de estiaje. Se consideraron dos alternativas: operar a carga variable en esos períodos o realizar obras adicionales para garantizar el caudal necesario. La inversión en estas obras de afianzamiento podría generar ingresos anuales adicionales de hasta 7,207,875 USD, lo que justificaría la inversión. Dichas obras contemplan el aprovechamiento de los embalses situados en la cuenca del Vilcanota-Urubamba. Los embalses identificados, como la Laguna de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo, fueron objeto de un análisis hidrológico utilizando el programa WEAP (Water Evaluation and Planning System), que demostró su buena capacidad de almacenamiento. Estos embalses podrían ser cruciales para incrementar el caudal del río Vilcanota durante los períodos de estiaje. Además, se desarrolló un modelo matemático energético basado en la primera ley de la termodinámica para evaluar la producción de energía eléctrica, considerando la gestión de los volúmenes de agua de los embalses durante los períodos de estiaje. La nueva propuesta permitió incrementar la producción de energía en un 18%.

Palabras clave: Generación de energía hidroeléctrica, proceso estocástico y optimización.

ABSTRACT

The growing demand for energy requires effective management to ensure the necessary supply for the economic and social development of a country. Since fossil fuels generate high carbon emissions and are in the process of depletion, the transition to renewable energy becomes essential. In this context, forecasting models become valuable tools to anticipate energy generation, consumption, and reserve. This research work had as main objectives: to analyze the flow of the Vilcanota River, to evaluate the feasibility of using high Andean lagoons as regulating reservoirs to improve the river flow during dry periods, and to develop an equation to optimize the use of these reservoirs. Hydrological data on the flow of the Vilcanota River were collected over a period of 108 months, from January 2015 to December 2023. A time series analysis was carried out, as well as the prediction of future flows for the years 2024 and 2025. The results indicated that the data are stationary in mean, but not in variance. The ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s model, applied with logarithmic transformation, proved to be the most suitable, providing a high degree of fit and precision in the predictions for those years.

To operate the plant at full load, a flow rate of 55 m³/s is required; however, current sources do not meet this demand during dry periods. Two alternatives were considered: operating at variable load during those periods or carrying out additional works to guarantee the necessary flow rate. The investment in these strengthening works could generate additional annual income of up to 7,207,875 USD, which would justify the investment. These works contemplate the use of the reservoirs located in the Vilcanota-Urubamba basin. The identified reservoirs, such as Sibinacocha Lagoon, Pomacanchis and Langui Layo, were subject to a hydrological analysis using the WEAP (Water Evaluation and Planning System) program, which demonstrated their good storage capacity. These reservoirs could be crucial to increase the flow of the Vilcanota River during dry periods. In addition, a mathematical energy model based on the first law of thermodynamics was developed to evaluate the production of electric energy, considering the management of the volumes of water in the reservoirs during dry periods. The new proposal allowed to increase energy production by 18%.

Keywords: Hydroelectric power generation, stochastic process and optimization

INDICE

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	21
1.1 Introducción General	21
1.2 Protocolo de la Investigación.....	26
1.3 Antecedentes referenciales.....	26
1.3.1 Revisión de Artículos científicos y Tesis	26
1.4 Planteamiento del Problema	30
1.4.1 Problema general.....	31
1.4.2 Problemas específicos	31
1.5 Objetivos	31
1.5.1 Objetivo general.....	31
1.5.2 Objetivos específicos.....	32
1.6 Justificación	32
1.7 Alcances.....	33
1.8 Formulación de la hipótesis	33
1.8.1 Hipótesis general	33
1.8.2 Hipótesis específicas	33
1.8.3 Variables.....	34
1.9 Metodología	34
CAPÍTULO II.....	37
MARCO TEÓRICO Y MARCO CONCEPTUAL.....	37
2.1 Hidrología	37
2.1.1 Año hidrológico.....	37
2.1.2 Medición del escurrimiento.....	37
2.1.3 Tipos de almacenamientos	37
2.2 Central Hidroeléctrica de Machupicchu	40
2.2.1 Características Operativas de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu.....	42
2.2.2 Diagrama Topológico Central Hidroeléctrica de Machupicchu.....	44
2.2.3 Energía entregada al SEIN por la Central hidroeléctrica de Machupicchu	45
2.3 Descripción de la cuenca del río Vilcanota.....	46
2.3.1 Cuenca del río Vilcanota	46
2.3.2 Estaciones de Aforo.....	47
2.3.3 Comportamiento histórico de caudales de central Hidroeléctrica de Machupicchu.	48

2.4 Reservorios	50
2.4.1 Embalse de la laguna de Sibinacocha.....	50
2.5 Series temporales	54
2.6 Modelos de predicción.....	55
2.7 Análisis univariante de series temporales	56
2.7.1 Modelo estocástico ARIMA.....	57
2.7.2 Proceso estocástico	59
2.7.3 Modelo de medias móviles MA(q).....	61
2.7.4 Modelo autorregresivo AR(p).....	62
2.7.5 Modelo mixto ARMA (p, q)	63
2.8 Matemática de un modelo ARIMA.....	65
2.8.1 Modelos lineales no estacionarios homogéneos	65
2.8.2 Modelos estacionales no estacionarios homogéneos.....	66
2.8.3. Modelo ARIMA general.....	67
2.9 Sistema informático WEAP.....	67
2.9.1 Modelo de precipitación de escorrentía	68
2.9.2 Sistema de información geográfica ArcGIS	69
2.10 Optimización.....	70
2.10.1 Terminología usada en optimización.....	70
2.10.2 Programación Lineal	70
2.10.3 Excel - SOLVER	71
2.10.4 Optimización de la generación y uso de Embalses.....	74
2.10.5 Escenarios de operación de la central hidroeléctrica Machupicchu con el uso de Embalses	75
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA	76
3.1 Metodología de Investigación.....	76
3.2 Unidad de análisis	76
3.3 Tipo y nivel de investigación.....	76
3.4 Periodo de análisis	77
3.5 Fuentes de información e instrumentos utilizados.....	77
3.6 Técnicas de recolección y procesamiento de datos.....	77
3.7 Estrategia de prueba de hipótesis	77
3.7.1 Prueba de hipótesis específica 1	77
3.7.2 Prueba de hipótesis específica 2	78

3.7.3 Prueba de hipótesis específica 3	79
3.7.4 Prueba de hipótesis específica 4	80
3.8 Medición de los indicadores en una escala de medición	80
3.9 Procesamiento y análisis de datos.....	80
3.10 Metodología de Cálculo del caudal del río Vilcanota.....	81
3.10.1 Tratamiento de la información de entrada.....	81
3.10.2 Patrones de comportamiento.....	83
3.10.3 Elección del horizonte predictivo	83
3.11 Procedimiento de cálculo del modelo ARIMA utilizando el programa SPSS.....	84
3.11.1 Análisis de estabilidad en varianza.....	84
3.11.2 Análisis de estabilidad en media regular y estacionalidad	86
3.11.3 Determinación de ordenes autorregresivas y medias móviles.....	88
3.12 Metodología de Cálculo de las Microcuenca de las Lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo.....	91
3.12.1 Tratamiento de la Información de entrada de las lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo	91
3.12.2 Análisis de estabilidad de la varianza de la serie de las lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo	94
3.12.3 Procedimiento de cálculo del modelo ARIMA utilizando el programa SPSS para las Lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo	96
3.12.4. Determinación de ordenes autorregresivas y medias móviles de las lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo.....	99
3.13 Metodología de cálculo de las lagunas de Sibinacocha y Langui Layo.....	103
3.13.1 Determinación de ordenes autorregresivas de las lagunas Sibinacocha y Langui Layo.	105
CAPITULO IV:.....	110
ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	110
4.1 Análisis de resultados y estimación de parámetros del caudal del río Vilcanota	110
4.1.1 Resultados de las estimaciones de modelos ARIMA representativos.	111
4.1.2 Validación del modelo ARIMA óptimo	113
4.1.3 Predicción con modelo ARIMA representativo y cálculo de predicciones	117
4.2 Análisis comparativo con modelo determinístico de alisados exponenciales.....	120
4.2.1 Análisis de la serie mediante el modelo Winters.....	121
4.2.2 Comparación de modelos por estadísticos de error	125

4.2.3 Comparación de las predicciones entre ARIMA y Winters	125
4.3 Análisis de resultados en las microcuencas de las Lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo.....	128
4.3.1 Estimación de parámetros para las lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo	128
4.3.2 Validación del modelo ARIMA óptimo para las lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo.	133
4.3.3 Predicción con modelo ARIMA representativo. Cálculo de predicciones	140
4.4 Análisis de resultados en las lagunas de Sibinacocha y Langui Layo	147
4.4.1 Predicción de los volúmenes de almacenamiento Sibinacocha.....	149
4.4.2 Predicción de los volúmenes de almacenamiento Langui Layo.....	153
4.5 Predicción y comportamiento de caudales en la central Hidroeléctrica de Machupicchu.....	155
4.5.1 Requerimientos de caudales actuales y futuros	156
4.5.2 Curvas de duración y acumulación de caudales 2024.....	158
4.5.3 Volúmenes de agua requeridos.....	160
4.6 Energía capaz de producir con los volúmenes faltantes	162
4.7 Posibilidad de regulación de la cuenca	163
4.7.1 Embalse Sibinacocha.....	164
4.7.2 Embalse Pomacanchis	165
4.7.3 Laguna de Langui Layo.....	166
4.7.4 Otras Lagunas.....	167
4.7.5 Diagrama topológico Propuesto	168
4.8 Estudio hidrológico de las Lagunas Sibinacocha, Langui Layo y Pomacanchis.	168
4.8.1 Ubicación geográfica de la cuenca Urubamba	168
4.8.2 Información pluviométrica	170
4.8.3 Información de las otras variables climáticas.....	171
4.8.4 Modelamiento hidrológico con WEAP.....	176
4.8.5 Regionalización de las Microcuenca.....	183
4.8.6 Clasificación de año húmedo, año medio y año seco.....	187
4.8.7 Cálculo de la Curva Altura – Área y Volumen	193
4.8.8 Demanda en las Lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo.....	196
4.9 Modelo matemático para el análisis de la generación de energía haciendo uso de embalses.....	205

4.10 Optimización de generación de energía mediante el modelo matemático.....	208
4.10.1 Energía entregada al SEIN durante 2015 - 2023	208
4.10.2 Uso de los volúmenes del río Vilcanota y los embalses.....	210
4.10.3 Optimización del aporte agua de los embalses para maximizar la generación de energía	214
4.10.4 Energía producida en el año 2024 – 2025 con aporte de los Embalses.....	220
CAPITULO V:CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	222
5.1 Conclusiones	222
5.2 Recomendaciones.....	224
REFERENCIAS.....	225
APÉNDICES	230
Apéndice A: Parámetros de uso de suelo dentro de WEAP	230
Apéndice B: Registro Histórico Total Mensual de Precipitación, Completado y Extendido.....	230
Apéndice C: Registro Histórico Total Mensual de Temperatura, Completado y Extendido.....	234
Apéndice D: Registro Histórico Total Mensual de Humedad Relativa, Completado y Extendido.....	236
Apéndice E: Registro Histórico Total Mensual de Velocidad del Viento Completado y Extendido.....	239
Apéndice F: Registro Histórico Total Mensual de Horas de Sol Completado y Extendido	240
Apéndice G: Caudales Medios Mensuales Generados en WEAP, en microcuencas Sibinacocha, Pomacanchis y Languí Layo	242
Apéndice H: Artículo SCOPUS. Stochastic Analysis of the Flow of the Vilcanota River in the Machupicchu Hydroelectric Power Plant using ARIMA MODELS 2023.....	244

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Producción de energía mes de mayo del año 2023 – 2024	23
Tabla 2. Características Operativas De La Central Hidroeléctrica	43
Tabla 3. Energía Entregada al SEIN GWh	45
Tabla 4. Cuenca del Río Vilcanota	47
Tabla 5. Estaciones de aforo	47
Tabla 6. Caudal Naturalizado del Río Vilcanota en m ³ /s	49
Tabla 7. Volumen almacenado en el Embalse de Sibinacocha	52
Tabla 8. Caudales (m ³ /s) Regulados en el embalse de Sibinacocha	52
Tabla 9. Caudal de ingreso al Túnel (Turbinado) m ³ /s.....	53
Tabla 10. Prueba de Estadísticos Descriptivos de serie original.....	81
Tabla 11. Prueba de homogeneidad de varianza.....	82
Tabla 12. Modelos ARIMA identificados.....	90
Tabla 13. estadísticos descriptivos Sibinacocha	91
Tabla 14. Estadísticos descriptivos Pomacanchis	92
Tabla 15. estadísticos descriptivos Langui Layo	93
Tabla 16. Prueba de homogeneidad de varianza sibinacocha	94
Tabla 17. Prueba de homogeneidad de varianza Pomacanchis.....	95
Tabla 18. Prueba de homogeneidad de varianza Langui Layo	96
Tabla 19. Modelos ARIMA identificados.....	101
Tabla 20. Modelos ARIMA identificados.....	102
Tabla 21. Modelos ARIMA identificados.....	103
Tabla 22. Estadísticas del volumen de caudal mensual Sibinacocha.....	104
Tabla 23. Estadísticas del volumen de caudal mensual Langui Layo.....	105
Tabla 24. Modelos ARIMA identificados para la laguna de sibinacocha	107
Tabla 25. Modelos ARIMA identificados para la laguna de Langui Layo.....	109
Tabla 26. Modelos ARIMA	110
Tabla 27. Estimaciones de los parámetros del modelo (M1) ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s de la serie LnCAUDAL	111
Tabla 28. Estimaciones de los parámetros del modelo (M2) ARIMA (1,0,1)x(1,1,0)s de la serie LnCAUDAL	112
Tabla 29. Modelos ARIMA con BIC.....	112
Tabla 30. Autocorrelaciones simples y la estadística de Q de Box-Ljung	116

Tabla 31. Prueba de normalidad para los residuos del modelo M1 ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s.....	117
Tabla 32. Predicción de caudales 2024 - 2025	120
Tabla 33. Resultados de los modelos predictivos determinísticos analizados.....	123
Tabla 34. Parámetros del modelo predictivo multiplicativo de WINTERS	123
Tabla 35. Comparación del MAPE del modelo ARIMA y el mejor modelo determinístico suavizado exponencial multiplicativo de WINTERS	125
Tabla 36. Pronósticos 2024-2025 modelo multiplicativo de WINTERS	127
Tabla 37. Modelos ARIMA laguna de Sibinacocha	128
Tabla 38. Estimaciones de los parámetros del modelo (M1) ARIMA (0,0,0)x(2,1,1)s de la serie volumen de la laguna sibinacocha.....	128
Tabla 39. Estimaciones de los parámetros del modelo (M2) ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s de la serie volumen de la laguna Sibinacocha	129
Tabla 40. Indicador BIC	129
Tabla 41. Modelos ARIMA Laguna de Pomacanchis	130
Tabla 42. Estimaciones de los parámetros del modelo (M1) ARIMA (1,0,1)x(2,1,1)s de la serie LnVOLUMEN en de la laguna Pomacanchis.....	130
Tabla 43. Estimaciones de los parámetros del modelo (M2) ARIMA (1,0,1)x(1,1,1)s de la serie Involumen de la laguna Pomacanchis.....	130
Tabla 44. Indicador BIC	131
Tabla 45. Modelos ARIMA laguna de Langui Layo	131
Tabla 46. Estimaciones de los parámetros del modelo (M1) ARIMA (0,0,0)x(2,1,1)s de la serie LnVOLUMEN de la laguna Langui Layo.....	132
Tabla 47. Estimaciones de los parámetros del modelo (M2) ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s de la serie LnVOLUMEN de la laguna Langui Layo.....	132
Tabla 48. Indicador BIC	132
Tabla 49. Autocorrelaciones simples de los residuos y la estadística de q de Box-Ljung	134
Tabla 50. Autocorrelaciones Simples y La Estadística De Q De Box-Ljung.....	136
Tabla 51. Autocorrelaciones simples y la estadística de q de Box-Ljung	138
Tabla 52. Pronósticos de caudales medios mensuales (MMC) Sibinacocha 2018-2026	142
Tabla 53. Pronósticos de caudales medios mensuales (MMC) Pomacanchis 2018-2026	144

Tabla 54. Pronósticos de caudales medios mensuales (MMC) Langui Layo 2018-2026	146
Tabla 55. Indicadores de ajuste de los modelos ARIMA	147
Tabla 56. Estimaciones de los parámetros del modelo ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s Laguna de sibinacocha.....	147
Tabla 57. Pronósticos volumen laguna de sibinacocha 2018 - 2026	150
Tabla 58. Indicadores de ajuste de los modelos ARIMA	151
Tabla 59.Estimaciones de los parámetros del modelo ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s para la serie LnVOLUMEN, Langui Layo	151
Tabla 60. Pronósticos volumen laguna de Langui Layo 2018 - 2026	154
Tabla 61. Características operativas de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu.	155
Tabla 62. Volumen faltante en la época de estiaje.....	160
Tabla 63. Volumen faltante en la época de estiaje.....	161
Tabla 64. Energía capaz de producir.....	162
Tabla 65. Características del dique de Pomacanchis	165
Tabla 66. volumen de almacenamiento de la laguna de Langui y Layo.....	166
Tabla 67. Características del dique de Langui Layo.....	167
Tabla 68. Almacenamiento de las diferentes lagunas	167
Tabla 69. Ubicación geográfica de las Lagunas	169
Tabla 70. Coordenadas geográficas de la cuenca	170
Tabla 71. Temperatura media mensual completada y extendida (°C).....	171
Tabla 72. Humedad relativa media mensual completada y extendida.....	172
Tabla 73. Velocidad del viento media mensual completada y extendida	172
Tabla 74. Horas del sol media mensual completada y extendida	173
Tabla 75. Tipo de cobertura vegetal para las microcuenca.....	174
Tabla 76. División de Subcuenca en la zona de estudio	176
Tabla 77. Análisis de saltos de la información pluviométrica	182
Tabla 78. Análisis de tendencia de la información pluviométrica	183
Tabla 79. Valores iniciales de los parámetros del modelo WEAP para la cuenca Urubamba	184
Tabla 80. Parámetros de Calibración	185
Tabla 81. Oferta hídrica total anual de las microcuenca	186
Tabla 82. Procedimiento de fórmula de Weibull aplicado para determinar año seco, medio y húmedo	187

Tabla 83. Datos para la curva altitud – área – volumen de Sibinacocha	194
Tabla 84. Datos para la curva altitud – área – volumen de Pomacanchis.....	195
Tabla 85. Datos para la curva altitud – área – volumen de Langui Layo	196
Tabla 86. Demandas por subcuenca de la cuenca Urubamba.....	197
Tabla 87. Demanda laguna de Sibinacocha en m ³ /s	198
Tabla 88. Demandas Laguna de Langui Layo m ³ /s	198
Tabla 89. Demandas Laguna de Pomacanchis en m ³ /s.....	198
Tabla 90. Energía entregada al SEIN durante 2015 - 2023	209
Tabla 91. Resumen de los dos casos de uso del río Vilcanota y los Embalses.....	210
Tabla 92. Energía requerida, volumen del río Vilcanota y volumen del Embalse de Sibinacocha.....	211
Tabla 93. Energía requerida, Volúmenes del río Vilcanota y los Embalses	213
Tabla 94. Uso de SOLVER mes de enero del 2024.....	215
Tabla 95. Uso de SOLVER mes de julio del 2024	216
Tabla 96. Uso de SOLVER mes de agosto del 2025	217
Tabla 97. Optimización de los volúmenes del río Vilcanota y de los Embalses	219
Tabla 98. Energía producida haciendo uso de los Embalses	220

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Producción de energía en la zona sur - mayo 2024.....	24
Figura 2. Ubicación de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu.	25
Figura 3. metodología de trabajo	36
Figura 4. Principales Componentes de un Embalse.....	38
Figura 5. Curvas de elevación volumen y elevación área.....	40
Figura 6. Río Vilcanota y ubicación de la C.H. Machupicchu.	42
Figura 7. Central Hidroeléctrica de Machupicchu.....	42
Figura 8. Esquema unifilar de la C.H. Machupicchu II	43
Figura 9. Diagrama topológico de la C.H. Machupicchu II.....	44
Figura 10. Energía entregada al Sistema Eléctrico Interconectado Nacional, SEIN.	45
Figura 11. Laguna de Sibinacocha.....	50
Figura 12. Canal de descarga Laguna de Sibinacocha	51
Figura 13. Caudal naturalizado del río Vilcanota – caudal Sibinacocha.....	53
Figura 14. Caudales del Río Vilcanota - Sibinacocha – Turbinado - Requerido la C.H.M.	54
Figura 15. Métodos de Previsión.	56
Figura 16. Componentes de una Serie Temporal.....	57
Figura 17. Diagrama de la Metodología de Box y Jenkins proceso ARIMA.	59
Figura 18. Funciones ACF Y ACFP	64
Figura 19. Esquema del balance de humedad en el suelo para el modelo “Soil Moisture Method”.....	68
Figura 20. Flujograma uso de ArcGIS y WEAP.....	69
Figura 21. Flujograma de Excel - SOLVER.....	71
Figura 22. Diagrama topológico propuesto	75
Figura 23. Serie Temporal de Caudales del 2015 al 2023	81
Figura 24. Periodograma De Frecuencia de la serie temporal de caudales.....	83
Figura 25. Gráfico de dispersión vs. Nivel De Caudales	84
Figura 26. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie LnCAUDAL.....	87
Figura 27. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie LnCAUDAL con más retardos.....	87
Figura 28. Gráfico de autocorrelación simple para la serie LnCAUDAL con d=0 y D=1.	
.....	88

Figura 29. Gráfico de autocorrelaciones parciales para la serie LnCAUDAL con d=0 Y D=1.....	90
Figura 30. Serie temporal del volumen mensual de laguna sibinacocha del 1998 al 2017	91
Figura 31. Serie temporal del volumen mensual de laguna Pomacanchis del 1998 al 2017	92
Figura 32. Serie temporal del volumen mensual de laguna Langui Layo del 1998 al 2017	93
Figura 33. Periodograma de frecuencia de la serie temporal volumen mensual de la laguna Sibinacocha	94
Figura 34. Periodograma de frecuencia de la serie temporal volumen mensual de la laguna Pomacanchis.	95
Figura 35. Periodograma de frecuencia de la serie temporal volumen mensual de la laguna Langui Layo.....	96
Figura 36. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie volumen de la laguna Sibinacocha	97
Figura 37. Gráfico de dispersión vs. nivel de volúmenes	98
Figura 38. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie LnVOLUMEN de la laguna Pomacanchis.	98
Figura 39. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie LnVOLUMEN de la laguna Langui Layo	99
Figura 40. gráfico de autocorrelación simple para la serie volumen de la laguna Sibinacocha con d=0 y d=1.....	100
Figura 41. Gráfico de autocorrelaciones parciales para la serie volumen de la laguna Sibinacocha con d=0 y d=1.....	100
Figura 42. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie LnVOLUMEN de la laguna Pomacanchis con d=0 y d=1	101
Figura 43. gráfico de autocorrelaciones parciales para la serie LnVOLUMEN de la laguna Pomacanchis con d=0 y d=1	101
Figura 44. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie LnVOLUMEN de la laguna Langui Layo con d=0 y d=1	102
Figura 45. Gráfico de autocorrelaciones parciales para la serie LnVOLUMEN de la laguna Langui Layo con d=0 y d=1	102

Figura 46. Serie temporal del volumen de caudal mensual de la laguna de sibinacocha del 1999 al 2017.....	103
Figura 47. serie temporal del volumen de caudal mensual de la laguna de Langui Layo del 1999 al 2017.....	104
Figura 48. Autocorrelaciones simples de la serie volumen diferenciada estacionalmente de la laguna de sibinacocha.....	106
Figura 49. Autocorrelaciones parciales de la serie volumen diferenciada estacionalmente de la laguna de sibinacocha.....	107
Figura 50. Autocorrelaciones simples de la serie InVOLUMEN diferenciada estacionalmente Langui Layo	108
Figura 51. autocorrelaciones parciales de la serie InVOLUMEN diferenciada estacionalmente Langui Layo	109
Figura 52. gráfico de residuos del modelo M1 ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s	114
Figura 53. Gráfico de autocorrelaciones de los residuos del modelo M1 ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s.....	115
Figura 54. Gráfico Q-Q normal de los residuos del modelo M1 ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s.....	115
Figura 55. Caudal y periodo de validación.....	118
Figura 56. Predicción de caudales hasta diciembre del año 2024 - 2025	119
Figura 57. Predicción de caudales hasta diciembre del 2024 -2025	119
Figura 58. Gráfico de la serie original de caudales y serie suavizada (2015 al 2023)...124	
Figura 59. Gráfico de la predicción al 2025 con modelo multiplicativo de WINTERS.	124
Figura 60. Gráfico de la predicción al 2025 con modelo multiplicativo WINTERS y ARIMA	126
Figura 61. Gráfico de la predicción al 2025 con modelo multiplicativo WINTERS y sus intervalos de confianza	126
Figura 62. Gráfico de residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s.....133	
Figura 63. Gráfico de autocorrelaciones de los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s.....134	
Figura 64. Gráfico de residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,1)x(1,1,1)s.....135	
Figura 65. Gráfico de autocorrelaciones de los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,1)x(1,1,1)s.....136	
Figura 66. Gráfico de residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s.....137	

Figura 67. Gráfico de autocorrelaciones de los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s.....	138
Figura 68. Gráfico Q-Q normal de los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s.....	139
Figura 69. Gráfico Q-Q normal de los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,1)x(1,1,1)s.....	139
Figura 70. Gráfico Q-Q normal de los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s.....	140
Figura 71. Gráfico de la serie observada y ajustada laguna de Sibinacocha.....	141
Figura 72. Gráfico de la serie observada, ajustada y los pronósticos (2018 al 2026) Sibinacocha.....	141
Figura 73. Gráfico de la serie observada y ajustada Laguna de Pomacanchis.....	143
Figura 74. Gráfico de la serie observada, ajustada y los pronósticos (2018 al 2026)....	143
Figura 75. Gráfico de la serie observada y ajustada laguna de Langui Layo.....	145
Figura 76. Gráfico de la serie observada, ajustada y los pronósticos (2018 al 2026)....	145
Figura 77. Gráfico de residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, laguna Sibinacocha.....	148
Figura 78. Autocorrelación simple y autocorrelación parcial de los residuos del modelo ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, ajustado a serie volumen, laguna sibinacocha	149
Figura 79. Gráfico de la serie observada, ajustada y los pronósticos (2018 al 2026) sibinacocha.....	149
Figura 80. Gráfico de residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, Langui layo	152
Figura 81. Autocorrelación simple y autocorrelación parcial de los residuos del modelo ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, ajustado a serie volumen, Langui Layo	153
Figura 82. Gráfico de la serie observada, ajustada y los pronósticos (2024 al 2026) Langui Layo.	153
Figura 83. Curva cronológica de caudales de Central Hidroeléctrica de Machupicchu escenario operativo actual.....	157
Figura 84. Curva cronológica de caudales de Central Hidroeléctrica de Machupicchu escenario futuro.....	158
Figura 85. Curva de duración de caudales 2024 y requerimientos.	159
Figura 86. Curva de acumulación de caudales 2024 y requerimientos.....	159
Figura 87. Saldo del volumen faltante en época de estiaje	161

Figura 88. Saldo del volumen faltante en época de estiaje	162
Figura 89. lagunas de Langui Layo, Pomacanchis y Sibinacocha	163
Figura 90. Laguna de Sibinacocha – Nevado del Ausangate.....	164
Figura 91. laguna de Pomacanchis.....	165
Figura 92. laguna de Langui Layo	166
Figura 93. Ubicación de la unidad hidrográfica de la cuenca de Urubamba	169
Figura 94. Estaciones Meteorológicas para la zona de estudio	170
Figura 95. Variabilidad mensual de temperatura media	171
Figura 96. Variabilidad mensual de humedad relativa	172
Figura 97. Variabilidad mensual de velocidad del viento.....	173
Figura 98. Variabilidad mensual de horas de sol.....	173
Figura 99. Mapa de cobertura vegetal de la microcuenca Sibinacocha	174
Figura 100. Mapa de cobertura vegetal de la microcuenca Langui Layo.....	175
Figura 101. Mapa de cobertura vegetal de la microcuenca Pomacanchis	175
Figura 102. Mapa de las Microcuenca Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo	176
Figura 103. Esquema topológico de las Microcuenca.....	177
Figura 104. Análisis gráfico de la estación de Pomacanchi.....	178
Figura 105. Análisis gráfico de la estación de Sicuani	178
Figura 106. Análisis gráfico de la estación de Caycay	179
Figura 107. Análisis gráfico de las estaciones de Ccatcca.....	179
Figura 108. Análisis gráfico de la estación de Anta	179
Figura 109. Análisis de doble masa mensual de la estación de Pomacanchis	180
Figura 110. Análisis de doble masa mensual de la estación de Ccatcca.....	180
Figura 111. Análisis de doble masa mensual de la estación de Sicuani	181
Figura 112. Análisis de doble masa mensual de la estación de Anta.....	181
Figura 113. Análisis de doble masa mensual de la estación de Caycay	181
Figura 114. Diagrama de doble masa de precipitación anual histórica	182
Figura 115. Serie de caudales generados para las microcuenca Sibinacocha, Langui Layo y Pomacanchis	185
Figura 116. Gráfico del caudal medio mensual simulado (m^3/s) de las microcuenca .	186
Figura 117. Clasificación de año húmedo, año medio y año seco.....	188
Figura 118. Caudales obtenidos para el periodo de años húmedos Sibinacocha.....	188
Figura 119. Caudales obtenidos para el periodo de años húmedos Langui Layo.....	189
Figura 120. Caudales obtenidos para el periodo de años húmedos en Pomacanchis.....	189

Figura 121. Caudales obtenidos para el periodo de años normales Sibinacocha.....	190
Figura 122. Caudales obtenidos para el periodo de años normales Langui Layo.....	190
Figura 123. Caudales obtenidos para el periodo de años normales Pomacanchis	191
Figura 124. Caudales obtenidos para el periodo de años secos Sibinacocha.....	191
Figura 125. Caudales obtenidos para el periodo de años secos Langui Layo.....	192
Figura 126. Caudales obtenidos para el periodo de años secos Pomacanchis	192
Figura 127. Curva área -volumen Sibinacocha.....	194
Figura 128. Curva área -volumen de Pomacanchis.....	195
Figura 129. Curva área -volumen de Langui Layo	196
Figura 130. volumen de almacenamiento de un año húmedo del embalse Sibinacocha	199
Figura 131. volumen de almacenamiento de un año normal del embalse Sibinacocha	200
Figura 132. Volumen de almacenamiento de un año seco del embalse Sibinacocha	200
Figura 133. Volumen de almacenamiento de un año húmedo del embalse Langui Layo	201
Figura 134. Volumen de almacenamiento de un año normal del embalse Langui Layo	202
Figura 135. Volumen de almacenamiento de un año seco del embalse Langui Layo ...	202
Figura 136. Volumen de almacenamiento de un año húmedo del embalse Pomacanchis	203
Figura 137. Volumen de almacenamiento de un año normal del embalse Pomacanchis	204
Figura 138. Volumen de almacenamiento de un año seco del embalse Pomacanchis...204	204
Figura 139. Energía entregada al SEIN 2015 - 2023 y energía producida a plena carga	209
Figura 140. Volúmenes del río Vilcanota y embalse de sibinacocha	211
Figura 141. Volúmenes del río Vilcanota y los Embalses	212
Figura 142. Volumen del río Vilcanota y aportes de los Embalses	218
Figura 143. Energía producida haciendo uso del río Vilcanota y los embalses de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo.	221

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción General

La producción de energía hidroeléctrica se enfrenta a retos cada vez mayores por el cambio climático, que está modificando los patrones de lluvia y aumentando la frecuencia de las sequías, lo que afecta directamente la disponibilidad de agua en los ríos. Estos cambios repercuten en la capacidad de las plantas hidroeléctricas para generar energía de manera eficiente, especialmente en las regiones que dependen de los flujos estacionales o en aquellas con variaciones extremas en la pluviometría. Además, el incremento de fenómenos climáticos extremos y la variabilidad de los caudales de los ríos incrementan la incertidumbre en la producción hidráulica (IPCC, 2021). Para contrarrestar estos efectos, se han implementado tecnologías avanzadas, como modelos matemáticos y simulaciones por computadora, que permiten gestionar los recursos hídricos de manera más eficiente y optimizar la generación de energía. Estos modelos facilitan la predicción de las fluctuaciones en los caudales y mejoran la planificación del uso de los embalses, lo cual es crucial para mantener la estabilidad de los sistemas energéticos en un contexto de variabilidad climática (AIE, 2023). A pesar de estos esfuerzos, la energía hidroeléctrica sigue enfrentando limitaciones debido al cambio climático. Aunque en 2023 la generación hidráulica representó cerca del 15% de la producción mundial de electricidad, con un crecimiento moderado del 1.8% en comparación con otras fuentes renovables como la solar y la eólica, ha sido afectada por la disminución de caudales y la falta de capacidad de almacenamiento en ciertas regiones (AIE, 2023). Por ejemplo, en el mismo año, la energía solar fotovoltaica experimentó un crecimiento del 22% y la eólica un 9.5%, expandiéndose a un ritmo mucho más rápido que la hidroeléctrica (AIE, 2023). Una posible solución ante esta situación es el uso de embalses para almacenar agua y generar energía cuando la demanda es alta o cuando los caudales naturales no son suficientes. Sin embargo, la efectividad de los embalses está condicionada por factores como su capacidad de almacenamiento, las variaciones en las precipitaciones y los impactos ecológicos asociados a su construcción (Vörösmarty et al., 2010). Aunque los embalses pueden proporcionar estabilidad a la generación hidroeléctrica, su capacidad de adaptarse a los cambios climáticos extremos depende de su tamaño, la eficiencia de su gestión y su ubicación en áreas con recursos hídricos fiables. Pese a los avances tecnológicos, el

cambio climático ha incrementado la incertidumbre sobre la fiabilidad de la energía hidroeléctrica. Por lo tanto, muchos países están diversificando sus fuentes de energía, enfocándose en opciones más resilientes como la solar y la eólica, con el fin de reducir su dependencia de los recursos hídricos y asegurar la estabilidad del suministro eléctrico. Según el informe Energy Transition Outlook de DNV, 2024 será el año en que se alcance el máximo de emisiones energéticas, lo que señala una transición hacia fuentes más limpias (DNV, 2024).

La generación de energía en las centrales eléctricas del Perú alcanzó un total de 5289 GWh en el mes de mayo, lo que representa un incremento del 1.4% respecto al mismo mes del año anterior. Podemos observar en la Tabla 1, que las centrales hidroeléctricas produjeron 2763 GWh, una cifra 10% superior a la del mayo de 2023. En contraste, las centrales térmicas generaron 1933 GWh, experimentando una disminución del 15% en comparación con el año anterior. Además, las fuentes de energía renovables no convencionales, como la energía eólica y solar, produjeron 369 GWh y 85 GWh, respectivamente, con incrementos del 64% y 46% respecto al mismo mes del año pasado. En particular, la Figura 1 revela que la zona sur depende en gran medida de la generación hidroeléctrica, representando el 44.6% de su suministro energético total. Las energías renovables representan 34% y la energía térmica representa un 12% [29]. Esto subraya la necesidad de desarrollar proyectos de ampliación y mejora de embalses para optimizar la capacidad de las centrales hidroeléctricas en la región. Este estudio se enfoca en el distrito de Machupicchu, en la provincia de Urubamba, departamento del Cusco, donde se encuentra la Central Hidroeléctrica de Machupicchu, operada actualmente por EGEMSA, como se ilustra en la Figura 2. La empresa EGEMSA, junto con el COES, se encarga de monitorizar el caudal del río Vilcanota para garantizar una generación eficiente de energía y cumplir con los requisitos normativos del caudal ecológico. Sin embargo, el cambio climático ha afectado el caudal histórico, lo que exige una evaluación detallada de su impacto en la producción energética. La empresa de generación eléctrica emplea un sistema de monitoreo y registro de caudales, utilizando metodologías diversas para analizar el comportamiento de su cuenca. En este contexto, es esencial estudiar el comportamiento del caudal del río Vilcanota desde 2015 hasta 2023, con un esquema operativo de 192 MW.

Tabla 1. Producción de energía mes de mayo del año 2023 – 2024

Fuente	Mercado eléctrico	Mercado eléctrico	Participación
		2024	
2023			
Hidráulico	2507	2763	53%
Térmico	2265	1933	38%
Eólico	224	369	7%
Solar	58	85	2%
U. propio Hidráulico	51	52	
U. propio Térmico	111	88	
Total	5216	5289	

Fuente: Ministerio de Energía y Minas. (2024). *Principales indicadores del sector eléctrico a nivel nacional: Cifras preliminares al mes de mayo.*

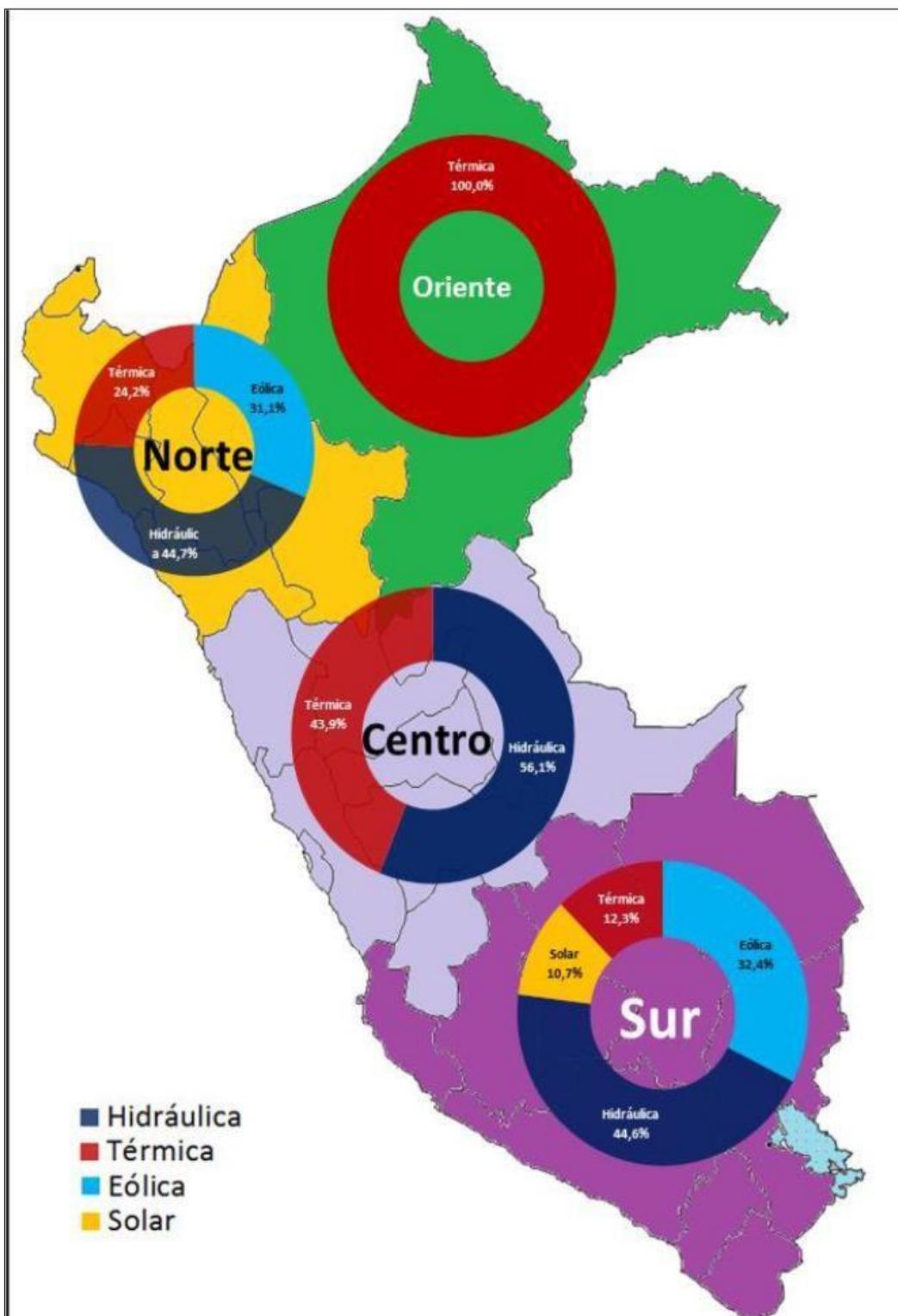


Figura 1. Producción de energía en la Zona Sur - mayo 2024

Fuente: *Principales indicadores del sector eléctrico a nivel nacional: Cifras preliminares al mes de mayo.* Ministerio de Energía y Minas. (2024).



Figura 2. Ubicación de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu.

Fuente: *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.*(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>

La estructura de la presente investigación se encuentra dividido en 4 capítulos:

- **Capítulo I.** Se presenta el protocolo de la investigación, donde se presentan los antecedentes referenciales, realidad problemática, descripción del problema, formulación del problema, justificación, objetivos, variables e hipótesis.
- **Capítulo II.** Se presenta el marco teórico y marco conceptual para el desarrollo de la investigación.
- **Capítulo III.** Comprende la metodología del trabajo desarrollado.

- **Capítulo IV.** Presenta el procesamiento, validación de la información, análisis de resultados de la investigación, evaluación del modelo y contrastación de la hipótesis.

1.2 Protocolo de la Investigación

El presente capítulo comprende la revisión bibliográfica de antecedentes e investigaciones recientes en artículos científicos y tesis. Así como la descripción de la realidad problemática, objetivos, hipótesis, variables e indicadores.

1.3 Antecedentes referenciales

En la presente tesis se revisó artículos científicos con vigencia desde el 2018, asimismo tesis de investigaciones recientes relacionadas con el tema de investigación.

1.3.1 Revisión de Artículos científicos y Tesis.

En el proceso de identificación del problema general es importante la revisión de artículos que permitirán abordar el problema.

(Ozturk, S., Ozturk, F. 2018). En este estudio se usa los datos anuales de consumo de carbón, petróleo, gas natural, energías renovables en Turquía. Todas estas variables son analizadas por el software estadístico E-Views 9, el cual es utilizado para construir una clase de modelo ARIMA. Obteniéndose pronostico hasta el año 2040 y se obtuvieron diferentes modelos ARIMA para cada una de las variables utilizadas en el estudio. Los resultados indican que la necesidad de Turquía de carbón, petróleo, gas natural y energías renovables aumentaran continuamente en 212%, 162%, 192%, 51% respectivamente hasta el año 2040.

(Monteses Leon, M., Barzola Monteses, J. 2018). El objetivo de este artículo es modelar la producción mensual de energía hidroeléctrica con fines de predicción, para lo cual se implementó cinco modelos de procesos estocásticos sobre una serie histórica de producción mensual de energía hidroeléctrica en Ecuador, durante los años 2000 – 2015. Los modelos que mejor se ajustan a los datos es el modelo ARIMA (1,1,1)x(0,0,0) con estacionalidad. Los resultados obtenidos ayudaran a las autoridades a tomar mejores

decisiones para ejecutar obras de ampliación y la ejecución de nuevos proyectos hidroeléctricos.

(Smart Asomaning, S., Akwasi, A. 2022). En esta investigación se utilizó un modelo ARIMA, para pronosticar el nivel de la presa Akosombo el cual es usado para la generación de energía hidroeléctrica en Ghana. El estudio abarca desde el año 2010 hasta el año 2019. Se uso dos series temporales univariantes conformado por los datos de generación de energía y nivel de la presa de Akosombo. Al hacer el análisis ambas variables tenderán a la baja en un futuro y Ghana experimentara una disminución en su generación de energía eléctrica. Estos datos servirán para alentar a las autoridades a ser proactivos en la expansión de la producción de energía para lo cual se debe recurrir a más fuentes de energías renovables en los próximos años.

(Muhammad, A., Wesam, A, et all. 2021). Este estudio tiene como objetivo modelar digitalmente el nivel del agua en el río Kabul para prevenir y aliviar los efectos de cualquier cambio en el nivel del agua. Esta investigación se efectuó sobre los datos hidrológicos recopilados del nivel del agua del río Kabul entre los años 1961 al año 2010. Cabe destacar de que Kabul es el principal río de Pakistán. Y es de suma importancia la predicción del nivel de agua que se tendrá en los próximos años comprendidos entre el año 2011 al año 2030. Debido a que es propenso a las inundaciones por derretimiento de glaciares, la presencia de precipitaciones incessantes y las graves sequias. Por lo tanto, la necesidad de previsión es esencial para la planificación y gestión de la energía y obliga a los especialistas a aplicar técnicas de prevención. En esta investigación se encontró que el mejor modelo es el ARMA (2,4)x(2,2), a su vez el modelo reveló que el nivel del agua no fluctuara demasiado.

(Jirawadee, P., Vũ Anh, H. 2021). La creciente demanda de energía y el suministro adecuado de energía es esencial para el crecimiento de un país. El objetivo de esta investigación es proponer un modelo de pronóstico a largo plazo para la producción de energía hidroeléctrica utilizando el método de serie de tiempo ARIMA. Los datos obtenidos son de la central hidroeléctrica de Son La en Vietnam. Pero esta producción de energía se ve afectada por la variabilidad ambiental. El mejor modelo ARIMA que se seleccionó fue (12,1,10), después de cuatro modelos generados, fue elegido por ser el más adecuado con un MAPE de 15.1%, R² de 69% y un BIC igual a 13.1. Cabe señalar que

modelo estimo la producción de energía para un horizonte de tres años. Con esta predicción se busca que las autoridades gubernamentales en el sector energético tomen mejores decisiones y hagan un plan estratégico a largo plazo para lograr el crecimiento económico.

(ZhiXiang, L., JiChang, Ch. 2021). La generación de energía hidroeléctrica en Guangxi muestra una regularidad periódica, destacando la importancia crucial de prever y controlar esta producción energética en dicha región. El objetivo de esta investigación fue predecir la generación hidroeléctrica en esta región y determinar el modelo ARIMA más adecuado con un intervalo de confianza entre el 80% y el 90%. Tras el análisis, se identificó que el modelo ARIMA óptimo es (2,1,2). Además, se emplearon tres métodos para realizar las predicciones: regresión lineal, modelo de predicción exponencial y el modelo ARIMA mencionado. En resumen, se concluye que el modelo ARIMA proporciona predicciones simples y precisas. Estas proyecciones sugieren un desarrollo continuo de la energía hidroeléctrica en Guangxi con una tendencia sostenible, lo cual puede servir como guía crucial para la planificación estratégica de la producción energética en la región.

(Villareal Escate, Luis. 2021). El estudio se llevó a cabo en la ciudad imperial del Cusco con el objetivo de analizar la demanda de energía eléctrica residencial en su sistema eléctrico. Se utilizó el análisis univariante ARIMA para examinar la serie de datos, abarcando el período comprendido entre 1996 y 2019. El propósito fue predecir la demanda para los próximos tres años. El modelo ARIMA finalmente seleccionado fue (0,1,1)x(1,0,2)s, que demostró ser el más adecuado con un error porcentual medio absoluto (MAPE) del 2.29%. Además, se proyecta un crecimiento promedio del sistema eléctrico en Cusco del 7.825% para los años 2019 a 2022. Este estudio proporcionará una base sólida para la planificación estratégica y la expansión de las redes de media y baja tensión en la zona.

(Bello Chirinos, C. 2019). La investigación se llevó a cabo en la cuenca del Río Vilcanota con el propósito de analizar los cambios hidrológicos que experimenta esta área, fundamental debido a que el Río Vilcanota es la principal fuente de agua en la región del Cusco. Para lograr este propósito, se recopiló información hidrológica de una estación hidrométrica junto con datos de precipitación mensual de 19 estaciones, cubriendo el período comprendido entre 1965 y 1987. Esta información analizada utilizando pruebas

de tendencias (test de Mann-Kendall, regresión lineal y coeficiente de correlación de Spearman). A continuación, se emplearon métodos como el ecoflujo y los indicadores de alteración hidrológica (IAH) para describir y medir los cambios hidrológicos. Los resultados revelaron diferencias en la estacionalidad del flujo durante el período alterado en comparación con el período natural. El análisis de ecoflujo mostro un aumento en los caudales (ecosuperávits) durante la estación seca y una disminución en la estación lluviosa en el período alterado, en contraste con el período natural. Este comportamiento no estuvo relacionado con la precipitación estacional. Se obtuvieron resultados similares con los IAH, sugiriendo que estos cambios podrían deberse a la regulación en la cuenca durante dicho tiempo. La comparación entre los métodos (IAH y ecoflujo) permitió detectar modificaciones en el régimen de caudales del Río Vilcanota, concluyendo que ambos métodos se complementan en la evaluación de cambios hidrológicos.

(Goyburo Peña, A. 2021). El estudio se llevó a cabo en la Cuenca del río Vilcanota – Urubamba, ubicada en el sur de los Andes peruanos, con el objetivo de reconstruir y evaluar la seguridad hídrica hasta el año 2099. Se consideraron escenarios socioeconómicos y de cambio climático utilizando el modelo hidrológico distribuido WEAP (Water Evaluation and Planning System). Se realizó un análisis de la demanda, estimándola en 254 hectómetros cúbicos por año, con los sectores agrícola, doméstico e industrial como los principales consumidores, representando el 86%, 12% y 1.4% respectivamente. La disponibilidad de agua se calculó en 4848 hectómetros cúbicos anuales, con la lluvia como la fuente predominante al aportar un 98% mientras que el embalse de Sibinacocha contribuye con un 2%. Para asignar eficientemente el agua, es crucial comprender el balance hídrico en la zona. Se plantearon cuatro escenarios: en los Escenarios 1 y 2 de cambio climático se anticipa un aumento en precipitaciones y temperatura. Para el periodo 2017-2040 se cubre la demanda hídrica, pero a partir de 2050 se proyecta un déficit creciente en todos los escenarios, especialmente notorio en el periodo 2071-2099. Ante esta situación, se desarrollaron los escenarios 3 y 4 para analizar estrategias de control demográfico y optimización de la infraestructura de riego. Estas estrategias evidenciaron un notable efecto positivo, disminuyendo la demanda insatisfecha. Durante el periodo 2041-2070, el Escenario 4 registra una reducción del 39% en la demanda no cubierta, mientras que para el periodo 2070-2099, el Escenario 4 alcanza una reducción del 47%. Los recursos hídricos de la cuenca del río Vilcanota ofrecen potencial para el desarrollo socioeconómico, pero es crucial implementar medidas

efectivas para gestionar y distribuir el agua de manera sostenible y evitar impactos negativos en la cuenca. Si se continúa con el uso actual de los recursos hídricos, las demandas no podrán ser cubiertas adecuadamente por la oferta disponible.

(Samaniego Huayanay, J. 2023). El estudio se llevó a cabo en el distrito de San Juan, ubicado en el departamento de Cajamarca. Su objetivo principal fue realizar un análisis exhaustivo del sistema hidrológico del río Muyo para evaluar su potencial en la generación de electricidad en este distrito para el año 2023. La investigación incluyó la estimación de la demanda hidroeléctrica, la evaluación de la oferta hidrológica, el análisis de parámetros hidrometeorológicos y la determinación de la ubicación óptima de una central hidroeléctrica con todos sus componentes hidráulicos pertinentes. Para abordar estos aspectos, se utilizó el modelo hidrológico distribuido WEAP (water evaluation and planning system), lo que permitió representar con precisión el comportamiento natural del sistema hídrico, complementados con metodologías especializadas en hidrología e hidráulica. Como resultado del estudio, se identificó un considerable potencial hídrico aprovechable en San Juan, capaz de generar electricidad suficiente para satisfacer la demanda proyectada para el año 2027.

1.4 Planteamiento del Problema

La Central Hidroeléctrica de Machupicchu, está ubicada en el distrito de Machupicchu, provincia de Urubamba, departamento del Cusco, Región Cusco, a una altitud media de 1,748 msnm y 2438 msnm respectivamente. Las obras civiles de toma de agua y desarenado se ubican en el kilómetro 105 de la línea férrea Cusco-Machupicchu. La Central Hidroeléctrica de Machupicchu, forman parte del Sistema Interconectado Nacional (SEIN), por lo cual poseen un mercado eléctrico de gran magnitud y se encarga de despachar toda la energía eléctrica que produce. Cabe señalar que en el mes de febrero de 1998 la Central Hidroeléctrica de Machupicchu, quedo totalmente inundada y dejó de operar varios meses. Sin embargo, en julio del 2001 reinicia su operación satisfactoriamente, bajo un esquema de operación con 03 grupos Pelton de 30 MW cada uno, totalizando así 90 MW. En el mes Agosto del 2015, el COES dio su aprobación para el grupo N°04 de la segunda fase de la Central Hidroeléctrica Machupicchu comenzara su operación comercial. Este grupo tiene una capacidad instalada de 102 MW, lo que eleva la potencia de la central a 192 MW.

Como se sabe, la primera etapa de la central hidroeléctrica de Machupicchu trabaja a régimen continuo, como central de base casi a plena carga y con toma de agua directa, por lo que requiere un caudal permanente de $30 \text{ m}^3/\text{s}$. Posteriormente se desarrollaron varias obras de ampliación del túnel de aducción para una capacidad de hasta $55 \text{ m}^3/\text{s}$, que sin embargo no cubre las necesidades adicionales de agua para la operación de la segunda etapa que requiere un caudal adicional de $31 \text{ m}^3/\text{s}$.

1.4.1 Problema general

¿En qué medida el análisis del comportamiento de los caudales del río Vilcanota, utilizado para la generación de energía en la Central Hidroeléctrica de Machupicchu, permitirá conocer y predecir su comportamiento a fin de plantear un mejoramiento de la generación de energía hidroeléctrica? Además, ¿cómo podría el manejo de los reservorios naturales en la cuenca del río Vilcanota mejorar la eficiencia operativa de central hidroeléctrica?

1.4.2 Problemas específicos

- ✓ ¿En qué medida es posible establecer un modelo estocástico para analizar y predecir el comportamiento del caudal que discurre por el río Vilcanota que es aforado en la entrada de la toma de agua de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu?
- ✓ ¿De qué manera es posible analizar el uso de reservorios naturales altoandinos con la finalidad de mejorar los caudales escurridos en época de estiaje por el río Vilcanota con la finalidad de mejorar la generación de energía hidroeléctrica validando su comportamiento analíticamente?

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general

Analizar y predecir los caudales del río Vilcanota para el periodo 2015-2023 mediante la aplicación de métodos estocásticos, con el fin de incorporar el aporte de lagunas altoandinas. Esta evaluación permitirá implementar un modelo de optimización que mejore la generación de energía eléctrica en la Central Hidroeléctrica de Machupicchu.

1.5.2 Objetivos específicos

- OE1: Analizar serie de caudales de entrada en la toma de agua Km 105 de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu, mediante la metodología estocástica univariante ARIMA de series temporales.
- OE2: Realizar la predicción de la serie de caudales del río Vilcanota para los años 2024 – 2025, con el fin de determinar el caudal de agua disponible para la generación de energía eléctrica.
- OE3. Analizar los volúmenes de almacenamiento de los embalses de Sibinacocha, Langui Layo y Pomacanchis con el programa WEAP y predecir su capacidad de almacenamiento para los años 2018 – 2026.
- OE4. Proponer un modelo matemático de optimización para el proyecto de generación de energía de la central hidroeléctrica de Machupicchu.

1.6 Justificación

El presente trabajo de investigación se justifica y es importante porque la central hidroeléctrica de Machupicchu, abastece de energía eléctrica a los departamentos de Cusco, Puno y Apurímac; además se consolida como un importante polo energético que a la fecha tiene una potencia instalada de 192 MW y que podría crecer en un futuro cercano con la instalación de la central hidroeléctrica de Santa Teresa II, por lo que el mejoramiento de la generación eléctrica en la central hidroeléctrica de Machupicchu, el análisis y evaluación del comportamiento de la cuenca del río Vilcanota es de suma importancia, puesto que dicha cuenca está sometida a la influencia del crecimiento poblacional, incremento de proyectos de riego y agua para consumo humano así como al incessante influencia del cambio climático que han originado en los últimos años comportamiento anómalos con presencia de años de fuerte precipitación pluvial que ocasionan problemas en el comportamiento natural de la cuenca y otros años secos. La presente investigación se justifica porque al conocer el comportamiento histórico de la variable caudal y proyectar una predicción futuro permitiría prever las futuras anomalías y cuantificar las posibles pérdidas económicas en generación y también es importante que la central hidroeléctrica respete la normativa ambiental en cuanto al caudal ecológico.

1.7 Alcances

- ✓ La presente investigación alcanzará a analizar el comportamiento del caudal del río Vilcanota bajo criterios estocásticos, utilizando datos históricos recopilados durante los últimos 9 años, desde 2015 hasta 2023. Particularmente desde la instalación en el año 2015 de un grupo de generación Francis con una potencia de 102 MW.
- ✓ El análisis del comportamiento de las lagunas altoandinas en la cuenca del río Vilcanota será estudiado en base a información pública de las entidades competentes en la ciudad del Cusco; IMA, PLAN MERISS Y ANA.

1.8 Formulación de la hipótesis

1.8.1 Hipótesis general

El análisis del comportamiento y predicción de los caudales del río Vilcanota en el periodo 2015 a 2023 bajo criterios estocásticos permitirá predecir su comportamiento con un horizonte de dos años y el modelamiento matemático de una regulación de cuenca permitirá cuantificar los beneficios en cuanto al incremento de generación de energía eléctrica.

1.8.2 Hipótesis específicas

- ✓ El desarrollo de un modelo estocástico ARIMA M1 de análisis y predicción de los caudales del río Vilcanota permitirá demostrar que los estadísticos del error porcentual absoluto medio MAPE del modelo sean menores que los estadísticos del modelo determinístico y que los estadísticos de error se encuentren dentro de la banda de confianza.
- ✓ El análisis de la capacidad de almacenamiento de los reservorios naturales en la cuenca de Urubamba, que desembocan en el río Vilcanota, permitirá evaluar el incremento de caudales durante las épocas de estiaje.
- ✓ El estudio anterior permitirá verificar el mejoramiento de la producción de energía mediante un modelo matemático.

1.8.3 Variables

Variables independientes:

- ✓ Caudal de agua promedio mensual (m^3/s)
- ✓ Área de espejo promedio de lagunas (Km^2)
- ✓ Nivel de pelo de agua (m).

Variables dependientes:

- ✓ Volumen almacenado (MMC)
- ✓ Potencia eléctrica disponible (MW)
- ✓ Energía eléctrica disponible (GWh)

1.9 Metodología

La investigación adopta un enfoque descriptivo, explicativo y correlacional predictivo, al analizar una realidad específica mediante información validada por hechos verificables, con el objetivo de desarrollar modelos que permitan anticipar comportamientos futuros en la producción de energía hidroeléctrica, todo con el objetivo de optimizar la eficiencia en las empresas de generación eléctrica. Su naturaleza analítica y explicativa se centra en identificar el modelo de pronóstico ARIMA más adecuado, así como en elaborar un plan estratégico a largo plazo que optimice significativamente la producción de energía. Las diferentes etapas del estudio se detallan en la Figura 3.

Etapa 1. Análisis de datos.- En esta etapa, se recopilan los datos históricos relacionados con la producción de energía, los caudales de los ríos y los niveles de los embalses. Los datos se obtienen de las estaciones de medición y/o registros operativos de las centrales hidroeléctricas. La serie temporal de caudales se obtiene mediante mediciones periódicas del flujo de agua. También se registran los niveles de los embalses, que son grandes aportantes y determinantes para la cantidad de energía que se puede generar en una central hidroeléctrica, pues el volumen almacenado influye directamente en la capacidad de producción de energía.

Los datos se analizan mediante los estadísticos descriptivos, tales como la media, varianza y autocorrelación, para entender su comportamiento y la relación entre los caudales, niveles de embalses y la producción energética. También, se verifica si las series

temporales de caudales son estacionarias, utilizando la prueba de Dickey-Fuller aumentada (ADF), que determina si la serie presenta una raíz unitaria. Si la serie no es estacionaria, se procede a transformarla mediante diferenciación o transformaciones logarítmicas, lo que ayuda a estabilizar la media y la varianza de las series.

En esta etapa, también se identifican los parámetros p , q , P , y Q , que corresponden a las componentes autoregresivas y de media móvil de la serie, y se evalúan las componentes estacionales, particularmente si los caudales y niveles de embalses muestran un patrón estacional.

Etapa 2. Estimación de los parámetros del modelo.- Se debe ajustar los parámetros del modelo ARIMA mediante técnicas como el Máximo Verosímil (Maximum Likelihood) o el Método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS). Esto incluye la estimación de los valores de p , q , d , P , D y Q . Estos parámetros corresponden a los componentes del modelo ARIMA estacionalizado y permiten modelar tanto la serie de caudales como la producción de energía en función de los niveles de los embalses. Además, se evalúan los residuos del modelo, realizando pruebas de normalidad y autocorrelación, utilizando tests como el Test de Ljung-Box y el histograma de residuos, para asegurar que los errores sean independientes y sigan una distribución normal.

Etapa 3. Validación del modelo ARIMA. Se selecciona el mejor modelo ARIMA a través de la evaluación de criterios de ajuste como el Bayesian Information Criterion (BIC). Este criterio ayuda a determinar el modelo más adecuado y minimiza el error de ajuste. El modelo seleccionado debe ser el que mejor refleje los patrones observados tanto en los caudales como en los niveles de los embalses, permitiendo predecir con precisión la cantidad de caudal que se tendrá en los próximos años.

El modelo final es del tipo $(p,d,q)x(P,D,Q)_S$, donde S es el periodo estacional (por ejemplo, 12 si se trabaja con datos mensuales). Este modelo debe tener el menor valor de BIC y debe adaptarse de manera eficiente a los datos históricos de los caudales, niveles de embalses y producción de energía.

Etapa 4. Predicción.- En esta última etapa, se realiza el proceso de predicción utilizando el modelo ARIMA ajustado. Se generan las predicciones para diferentes horizontes temporales, como los próximos dos o tres años, lo que permite planificar la operación de

la central hidroeléctrica con base en las fluctuaciones esperadas de caudales y niveles de embalses. Las predicciones se validan comparándolas con los datos reales para verificar la precisión del modelo. Además, se realiza un análisis de sensibilidad para evaluar cómo los cambios en los caudales o los niveles de los embalses afectan las predicciones de la producción energética. Este análisis es útil para optimizar las decisiones estratégicas y operativas de la central hidroeléctrica.

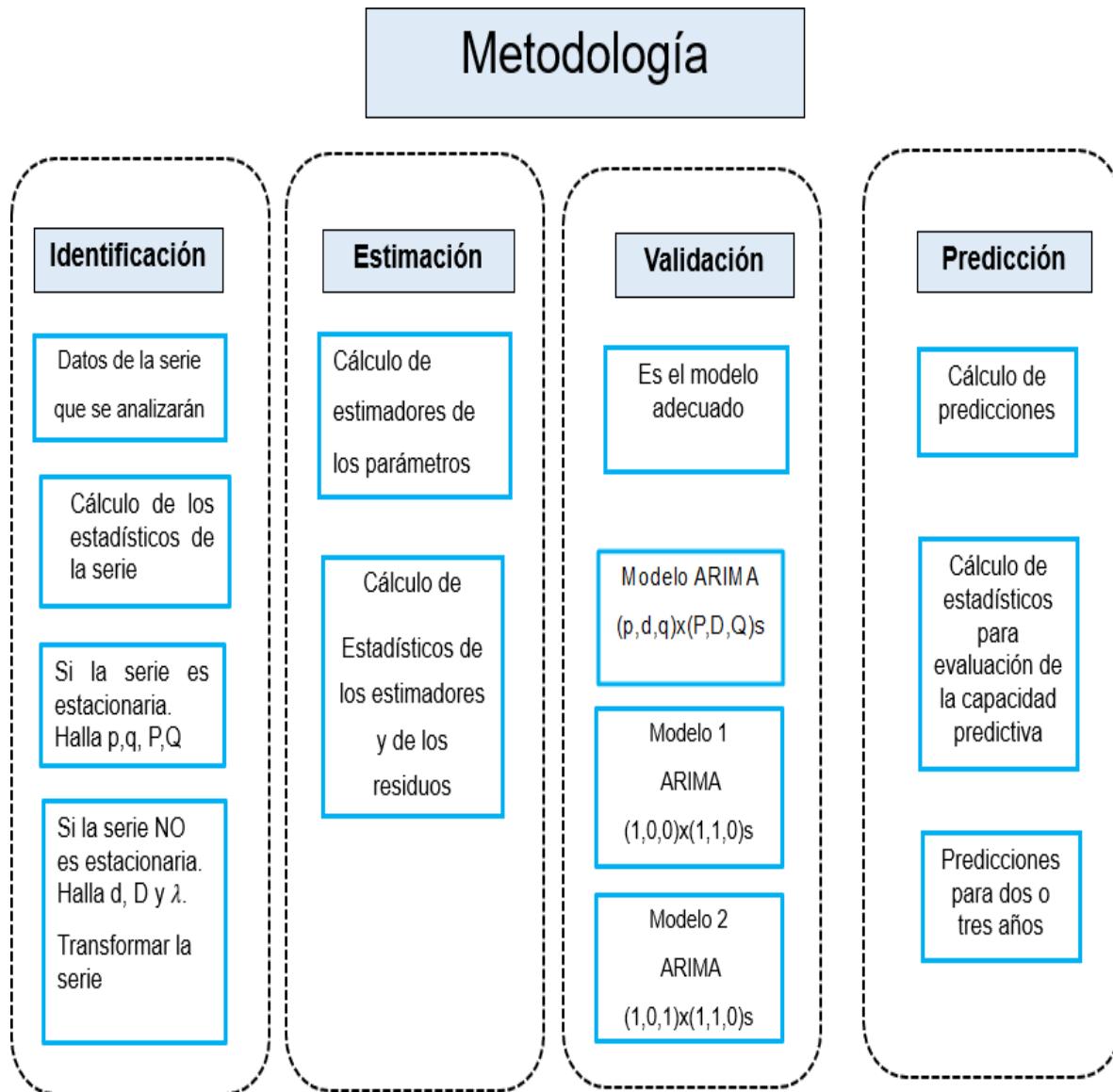


Figura 3. Metodología de trabajo

CAPÍTULO II:

MARCO TEÓRICO Y MARCO CONCEPTUAL

2.1 Hidrología

2.1.1 Año hidrológico.

A lo largo del año, se presentan tanto períodos de fuertes precipitaciones como periodos de escasas precipitaciones. En el Perú, los períodos de intensas lluvias, conocidos como avenidas, se extienden desde noviembre de un año hasta mayo del año siguiente. Durante esta fase, los caudales de los ríos aumentan significativamente, lo que resulta en la acumulación de agua en los embalses asociados a las centrales hidroeléctricas. Por otro lado, los períodos de baja precipitación se denominan estiaje y está comprendido entre los meses de junio a octubre.

2.1.2 Medición del escurrimiento

La hidrometría, es la rama de la hidrología que se encarga de estudiar la medición del escurrimiento. El escurrimiento se refiere al agua que surge de la precipitación, que fluye tanto sobre como bajo la superficie de la tierra, desembocando en un cauce hasta ser evacuada por la salida de la cuenca. Este fenómeno también se conoce por otro término.

Aforo. - También conocido como aforar, en el cual consiste en determinar el caudal a través de mediciones del caudal, el cual pasa por una sección en un momento dado (Aparicio, F. 1989).

2.1.3 Tipos de almacenamientos

Los embalses sirven para la regulación de los escurrimientos de los ríos, a su vez permiten almacenar los caudales de agua que se desbordad durante las temporadas lluviosas. Para después aprovecharlos durante el periodo de sequía. Cuando los escurrimientos son escasos, es imprescindible almacenar el volumen sobrante para poder satisfacer la demanda cuando el escurrimiento del río no es suficiente, para lo cual se requiere un embalse de almacenamiento, como se puede observar en la Figura 4 (Aparicio, F. 1989).

Los embalses tienen uno o varios de los siguientes propósitos y son usados en:

- A) Agricultura
- B) Control de avenida

- C) Generación de energía eléctrica
- D) Abastecimiento de agua potable.

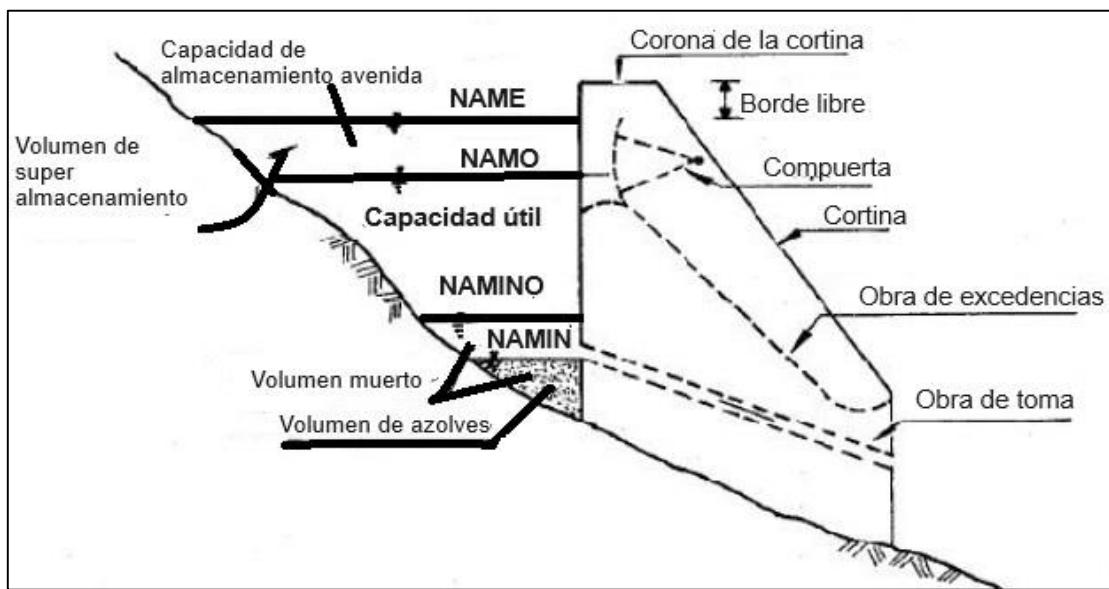


Figura 4. Principales Componentes de un Embalse.

Fuente: *Fundamentos de Hidrología de Superficie* (p.69), por Aparicio Francisco, 1989. 1ra ed. México.

NAMINO (nivel de agua mínima de operación).

Es el nivel más bajo con el que puede funcionar una presa. En el caso de que se utilice para riego y otros fines, el NAMINO (también llamado a veces NAMIN o nivel de aguas mínimas) se corresponden con el nivel donde se sitúa la entrada de la obra de toma. Para presas destinadas a la generación de energía eléctrica, el NAMINO se determina según la carga mínima requerida para que las turbinas funcionen adecuadamente. El volumen muerto es el que se encuentra por debajo del NAMINO o NAMIN; es un volumen que no está disponible para uso. Por otro lado, el volumen de azolves es el que queda por debajo del nivel de la toma y se destina a acumular los sedimentos transportados por el río a lo largo de la vida útil de la presa. Cabe destacar que el depósito de sedimentos en una presa no ocurre como se muestra en la Figura 3, con un nivel horizontal, sino que los sedimentos se distribuyen a lo largo del embalse, siendo los más gruesos los que se depositan al inicio y los más finos cerca de la cortina. De hecho, en algunas ocasiones, hay movimiento de los sedimentos dentro del vaso, un fenómeno conocido como corriente de densidad. La

operación de la presa se realiza entre el NAMINO o NAMIM y el NAMO (nivel de aguas máximas ordinarias o de operación).

NAMO (nivel de aguas máximas ordinarias o de operación).

Es el nivel máximo al que puede funcionar la presa para cumplir con las demandas; cuando el vertedor de excedentes (una estructura que permite desalojar el exceso de agua que podría comprometer la seguridad de la construcción) no está regulado por compuertas, el NAMO está alineado con la cresta o punto más elevado del vertedor. Si la descarga a través del vertedor es controlada, el NAMO puede situarse por encima de la cresta e incluso puede variar durante el año. De esta manera, en la temporada de estiaje se puede establecer un NAMO más alto que durante la temporada de avenidas, ya que la probabilidad de que ocurra una avenida en la primera temporada es menor que en la segunda. El volumen que se encuentra entre el NAMO y el NAMIN o NAMINO se denomina volumen o capacidad útil y es el que se utiliza para satisfacer las necesidades de agua.

NAME (nivel de aguas máximas extraordinarias).

Es el nivel máximo que el agua debe alcanzar en el embalse en cualquier situación. El volumen que se encuentra entre este nivel y el NAMO, conocido como super almacenamiento, se utiliza para gestionar las crecidas que ocurren cuando el nivel del embalse se aproxima al NAMO. El área comprendida entre el NAME y la altura máxima de la cortina (corona) se denomina borde libre, y está diseñada para contener el oleaje y las mareas causadas por el viento, además de compensar las disminuciones en la altura de la cortina debido a sus asentamientos.

Estimación del volumen útil y el NAMO.

Hay dos tipos fundamentales de datos requeridos para diseñar un vaso de almacenamiento: los planos topográficos y los registros hidrológicos. Los planos topográficos ofrecen la relación existente entre los volúmenes, áreas y elevaciones del vaso. Por otro lado, los registros hidrológicos son útiles para calcular los volúmenes y caudales que llegarán al vaso durante su operación. Los datos topográficos se resumen a través de curvas que relacionan elevaciones con volúmenes y elevaciones con áreas, tal como se ilustra en la Figura 5.

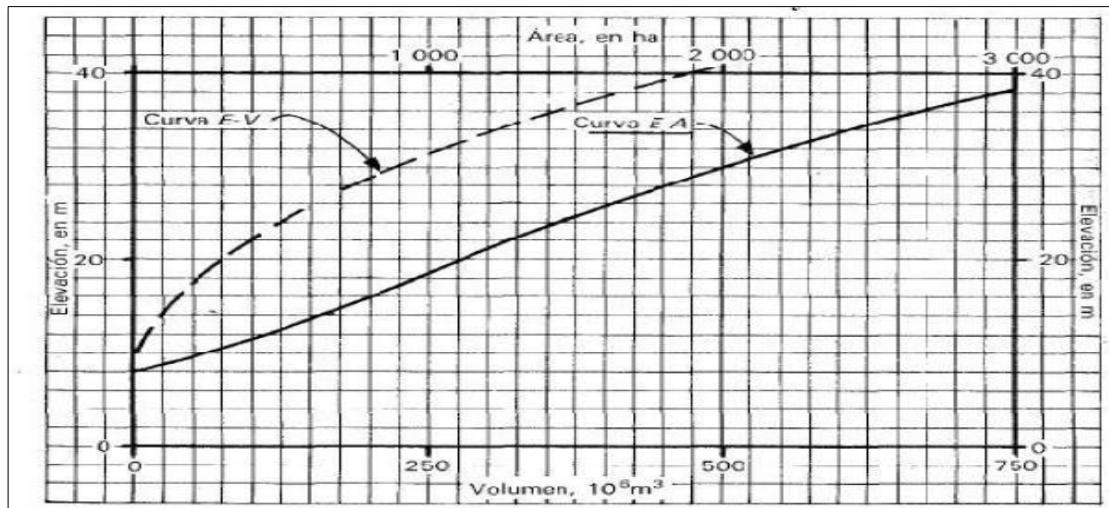


Figura 5. Curvas de elevación volumen y elevación área.

Fuente: *Fundamentos de Hidrología de Superficie* (p.69), por Aparicio Francisco, 1989. 1ra ed. México.

Por otro lado, para calcular el volumen útil necesario para cumplir con una demanda específica, es esencial contar con datos de los volúmenes de agua que el río ha transportado durante un periodo de tiempo bastante extenso. Obviamente, cuanto más extenso sea el periodo de los registros, más fiable será la estimación del volumen útil. Por lo general, un registro que abarque 10 años o más ofrece una estimación adecuada. Se aconseja realizar la determinación del volumen útil de una presa mediante dos métodos:

El método inicial implica realizar una estimación preliminar utilizando información mensual sobre las contribuciones y las demandas, sin tener en cuenta aspectos de menos relevancia, como la evaporación y la precipitación directa en el embalse.

El segundo método consiste en replicar el comportamiento de un embalse a lo largo de un periodo extenso, considerando las fluctuaciones mensuales y anuales tanto de las aportaciones como de las demandas, así como todos los factores que afectan el volumen de agua acumulada en un momento específico.

2.2 Central Hidroeléctrica de Machupicchu.

La Central Hidroeléctrica de Machupicchu es una de las centrales de generación hidroeléctrica más importante del sur del Perú, está ubicada en la provincia de Urubamba

del departamento del Cusco, utiliza los recursos hídricos que el río Vilcanota. El río Vilcanota nace en la cordillera del Nudo del Vilcanota y discurre a través de todo el valle Sur de Cusco, para luego discurrir por el Valle Sagrado de los Incas e internándose hacia la ceja de selva llegando al distrito de Machupicchu. Su construcción inicial data del año 1958, poniendo en operación un grupo Francis de 20 MW en 1963 y luego el segundo grupo en 1965, totalizando una potencia instalada de 40 MW. En el año 1981 se inició la segunda etapa logrando poner en operación tres grupos Pelton cada uno de 22.4 MW en el año 1995 totalizando así una potencia instalada de 107.2 MW. La central estuvo operando inicialmente cubriendo las necesidades de energía de los departamentos de Cusco, Puno y Apurímac, generando un desarrollo y crecimiento de estos departamentos. Luego se llevó a cabo la interconexión de los sistemas Este y Oeste del Sur, a partir de lo cual la Central Hidroeléctrica Machupicchu amplió significativamente su mercado y portándose como central de base en el Sistema Interconectado Sur al suministrar el 36% de la energía eléctrica.

En febrero del año 1998 producto de desastre natural ocurre un aluvión de grandes magnitudes que produce la inundación de la central, por lo cual dejó de operar hasta julio del 2001 y luego de su rehabilitación reinicia su operación con tres grupos Pelton de 30 MW cada uno; totalizando 90 MW.

En agosto del 2015, el COES dio su aprobación para el inicio de la operación comercial del Grupo N° 04 correspondiente a la segunda fase de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu, de una potencia instalada de 102 MW, con lo que la potencia instalada de la central se habría incrementado hasta 192 MW, como se puede observar en la Figura 6 y Figura 7.

Empresa de Generación Eléctrica Machupicchu S.A. asegura el abastecimiento de energía eléctrica al mercado regional del sur, así como aporta al mercado nacional a través del Sistema Eléctrico Interconectado Nacional, sus principales actividades en cuanto a generación de energía son las siguientes:

- ✓ Desarrollar, operar y mantener todo tipo de generación de energía eléctrica.
- ✓ Vender la energía eléctrica producida en sus instalaciones a clientes libres y regulados del mercado local.
- ✓ Mantener, en todos sus campos de actuación, un permanente impulso de desarrollo tecnológico e innovación.



Figura 6. Río Vilcanota y ubicación de la C.H. Machupicchu.

Fuente: *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.*(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>



Figura 7. Central Hidroeléctrica de Machupicchu.

Fuente: *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.*(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>

2.2.1 Características Operativas de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu.

En la Tabla 2, se observa las características operativas de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu. Donde se observa los tipos de unidades generadoras que operan en la central Hidroeléctrica con sus respectivas potencias instaladas y caudal con el cual operan.

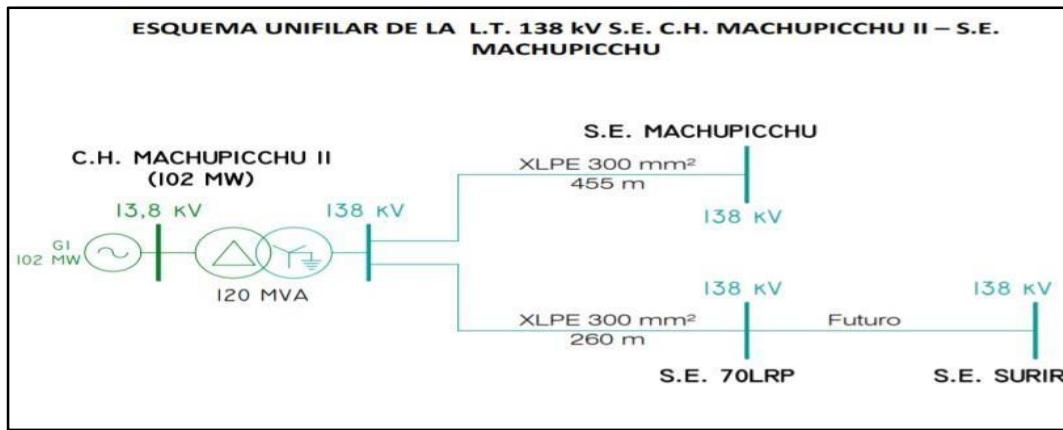
Tabla 2. Características Operativas De La Central Hidroeléctrica

Unidades generadoras: 03 turbinas Pelton	
Potencia Instalada	90 MW (3x30 MW)
Caída Neta	345 m
Caudal de diseño	30 m ³ /s (3 x 10 m ³ /s)
Unidades Generadoras	3 turbinas Pelton

Unidades generadoras: 01 turbinas Francis	
Potencia Instalada	102 MW
Caída Neta	345 m
Caudal de diseño	32 m ³ /s
Unidades generadoras	Francis Vertical

Fuente: *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.*(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>

El esquema unifilar presentado por Osinergmin muestra las unidades de generación, así como las unidades de transformación y líneas de alta tensión, es de observar que la potencia instalada no refleja la total si no solo del último grupo 4 Francis de 102 MW como se puede observar en la Figura 8.

**Figura 8.** Esquema unifilar de la C.H. Machupicchu II.

Fuente: *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.*(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>

2.2.2 Diagrama Topológico Central Hidroeléctrica de Machupicchu.

El diagrama topológico de la cuenca del río Vilcanota, muestra la composición del esquema hidráulico de operación, se cuenta con una Laguna natural de embalse llamada Sibinacocha, que ayuda a regular el caudal de la cuenca, este embalse fue construido y operado para suplir flujo de agua al río Vilcanota en épocas de estiaje cuando la central trabajaba con solo 03 turbinas Pelton de 30 MW cada una; sin embargo cuando se instaló la turbina Francis de 102 MW el uso de este embalse dejo de ser importante porque la potencia instalada se duplico y no hace mayor efecto cuando entra a trabajar la turbina Francis mencionada, por este motivo se analizara el posible aporte de caudales de otras lagunas altoandinas como son la de Langui layo, Pomacanchis y otros embalses ubicados en la cuenca del río Salca en Combapata cuyos estudios están en curso y que podrán a futuro regular la cuenca para dar mayor estabilidad hidráulica e incrementar la potencia actual se puede observar la Figura 9.

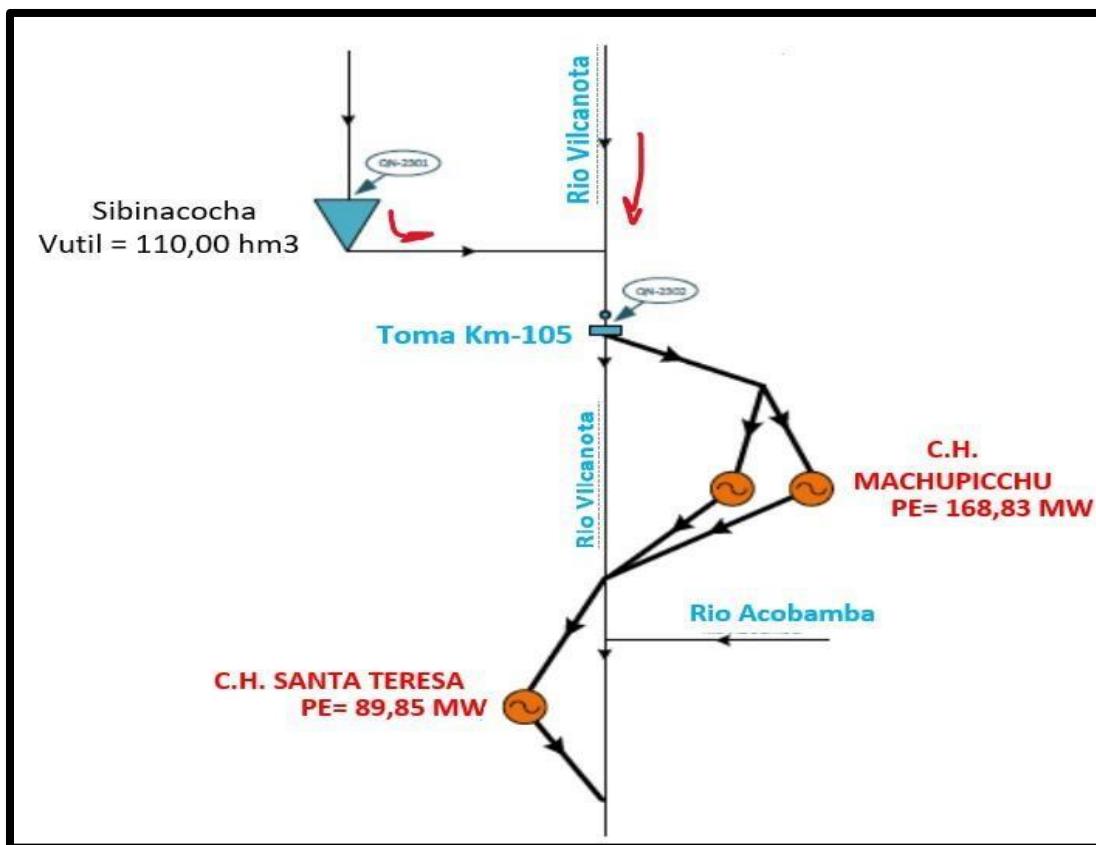


Figura 9. Diagrama topológico de la C.H. Machupicchu II.

Fuente: Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egems.com.pe/>

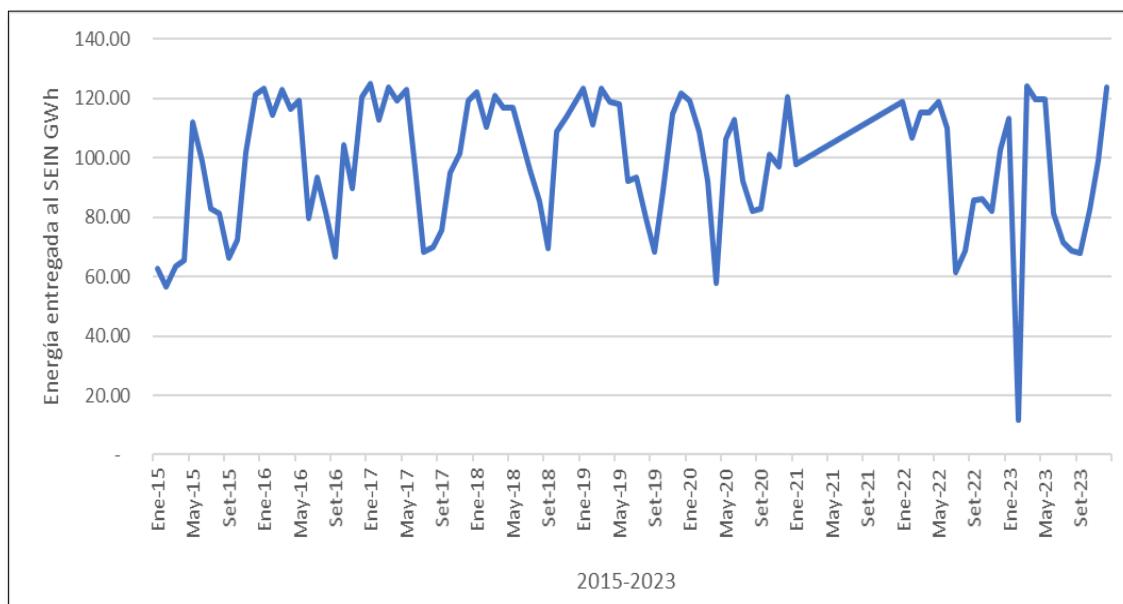
2.2.3 Energía entregada al SEIN por la Central hidroeléctrica de Machupicchu

En la Tabla 3 y en la Figura 10, se observa que la central hidroeléctrica de Machupicchu se encuentra operando como central base y entrega energía en un promedio de 100 GWh mensuales que hacen alrededor de 3% de la producción de energía. Los datos están comprendidos entre los años 2015-2023.

Tabla 3. Energía Entregada al SEIN GWh

MES	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC
2015	62.84	56.46	63.58	65.64	112.01	98.71	82.78	81.50	66.19	72.45	101.79	121.38
2016	123.37	114.59	122.87	116.33	119.43	79.64	93.54	81.52	66.75	104.46	89.69	120.75
2017	125.00	112.74	123.76	119.18	122.96	96.56	68.28	70.03	75.59	94.99	101.52	119.22
2018	122.25	110.38	120.90	116.82	117.04	106.34	95.86	85.48	69.47	108.76	113.69	118.45
2019	123.22	111.45	123.58	118.84	118.16	92.37	93.49	79.58	68.19	88.81	114.74	121.70
2020	119.17	108.71	92.07	57.98	106.54	112.71	92.22	81.92	82.98	101.10	96.92	120.74
2021	121.60	109.67	121.29	114.55	120.18	100.80	83.36	85.03	73.90	89.22	104.98	119.99
2022	119.04	106.97	115.41	115.14	119.12	109.94	61.40	68.78	85.69	85.98	82.31	102.90
2023	113.34	111.74	124.14	119.62	119.57	81.21	71.73	68.56	67.75	82.51	99.07	123.90

Fuente: *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.*(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>



2.3 Descripción de la cuenca del río Vilcanota.

El conocimiento de las cuencas y de los caudales que discurren por estas, es un tema de permanente análisis y preocupación, los eventos atmosféricos y climáticos a los que están sometidos las cuencas y que predominan en una región, son hoy en día monitoreados por entidades como el SENAMHI y las empresas de generación de energía hidroeléctrica, que desean conocer su comportamiento y desarrollo a lo largo del año, puesto que el cambio climático está ocasionando comportamientos diferentes e inesperados entre un año y otro. Este hace que las empresas de generación tengan especial cuidado en efectuar un monitoreo de las aguas que discurren en sus cuencas que conducen el fluido agua hacia las captaciones para su acondicionamiento y posterior uso en sus centros de generación.

Los eventos estacionales y cíclicos de los caudales de un río, pueden ser analizados históricamente con ayuda de técnicas estadísticas computacionales, que permiten aplicar el desarrollo de modelos matemáticos a procesos iterativos que una vez descritos y procesados pueden ser proyectados a futuro con un horizonte proporcional a un determinado número de años, lo que permitiría predecir las condiciones de generación y el manejo de parámetros ecológicos de los caudales y prever su mejor utilización para mejorar sus factores de planta.

Por otro lado la cuenca del río Vilcanota desde su nacimiento, discurre y atraviesa todo el Valle Sur del Cusco donde existen zonas de diferente densidad poblacional, las aguas servidas de estas poblaciones en su mayor parte no son tratadas y son vertidas al río materia de análisis, de manera que estas aguas llegan hasta la bocatoma de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu y muestra un grado de contaminación biológica, esto adicionado a la estacionalidad de los ríos y a las épocas de avenida donde los ríos arrastran mayor cantidad de material sólido en suspensión afectan directamente a las turbinas hidráulicas que operan bajo condiciones adversas en cuanto a la calidad del agua, hechos que afectan en su mantenibilidad y producción de energía, temas que serán analizados en forma complementarias en esta investigación.

2.3.1 Cuenca del río Vilcanota

El área de la cuenca del río Vilcanota hasta la toma de la central hidroeléctrica ubicada a 2600 msnm, abarca una extensión de 9,374 Km², las subcuenca que conforman el río Vilcanota son las mostradas en la Tabla 4.

Tabla 4. Cuenca del Río Vilcanota

Orden	Cuenca	Área (km²)	Longitud (km)
1	Vilcanota Alto	495.55	37.00
2	Hercca	620.65	60.00
3	Salca	2217.3	88.00
4	Pitumarca	689.89	45.00
5	Chuquicahuana	1007.48	47.00
6	Huambutio	989.35	58.00
7	Huatanay	515.73	42.50
8	Pisac	535.43	30.00
9	Urubamba	938.77	55.20
10	Huarocondo	623.44	68.00
11	Machupicchu	740.71	43.80
Total		9374.30	

Fuente: *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.*(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>

2.3.2 Estaciones de Aforo

Se puede observar en la Tabla 5, las 5 estaciones hidrométricas del río Vilcanota y cuyas características principales son:

Tabla 5. Estaciones de aforo

Estación	Río	Altitud msnm	Cuenca km²	Operador
km 105	Vilcanota	2069	9160	EGEMSA
Pisac	Vilcanota	2971	6911	SENAMHI
Huancarane	Salca	3910	2035	EGEMSA
Sibinacocha	Sibina	4870	137	EGEMSA
Puente Acco	Acco	3900	305	EGEMSA

Fuente: *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.*(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>

La estación Km 105 (bocatoma) regula el flujo de agua disponible en la Central Hidroeléctrica de Machupicchu, contando con registros desde 1958 hasta el presente, está ubicado en un tramo recto y estable del río, es del tipo limnimétrico y se toma datos dos veces al día.

2.3.3 Comportamiento histórico de caudales de central Hidroeléctrica de Machupicchu.

Una serie temporal típica de las actividades energéticas, como es la variable caudal para generación eléctrica, es una serie de un comportamiento natural de la cuenca del río Vilcanota aforada en el Km 107 que es medido a lo largo de todo el año y que muestra claramente un comportamiento estacional típico de los ríos de los valles interandinos en el Perú, que de acuerdo a los fenómenos atmosféricos globales anuales son afectados por el comportamiento de la corriente de la corriente del niño que ocasiona cambios del comportamiento anual de la precipitación pluvial en las diferentes cuencas de la serranía peruana que también se pueden traducir en comportamientos cíclicos de periodos más largos que serían detectados con el análisis estadísticos de los caudales. El estudio de los caudales medidos mensualmente para la generación hidroeléctrica, tal como se muestra, no puede ser descrito por un proceso estocástico estacionario, ya que presenta tendencias, patrones estacionales y/o ciclos.

Por tanto, para modelar esta serie temporal de caudales como un proceso estocástico lineal estacionario , primero se deben eliminar estos patrones de tendencia , estacionalidad y ciclos mediante transformaciones adecuadas, hasta que cumpla con las condiciones estadísticas de estacionariedad, las mismas que se explicaran posteriormente. Un modelo ARMA (Autoregressive - Moving Average), viene a ser un proceso estocástico estacionario lineal, resultante de la combinación de dos procesos estocásticos estacionarios lineales, uno autorregresivo y otras medias móviles.

La serie caudal mostrada en la Figura 13, nos permite apreciar el comportamiento estacional típico de los ríos de la sierra y ceja de selva en el Perú, en el cual se observa que los meses de avenida (época de lluvias) donde la cuenca recibe grandes cantidades de precipitación pluvial, los caudales del río Vilcanota en la bocatoma llegar a valores de hasta $480 \text{ m}^3/\text{s}$ de caudal, también se han producido años inusuales donde los caudales subieron abruptamente hasta valores mayores de $600 \text{ m}^3/\text{s}$, hechos que se producen con un ciclaje de entre 10 a 15 años.

Por otro lado, el mismo gráfico nos muestra el comportamiento de los caudales mínimos que en muchos casos llega a valores menores de $30 \text{ m}^3/\text{s}$, épocas de estiaje en las cuales se debe recurrir a la regulación hídrica de la cuenca con el caudal aportado por la Laguna de Sibinacocha que es la única laguna natural represado que permite

portarse como un regulador anual, siendo los caudales insuficientes en épocas de estiaje para garantizar una generación a plena carga de los equipos de generación.

La data de los caudales del río Vilcanota fue obtenido de la empresa de generación EGEMSA, a su vez esta data es proporcionada al COES, para posteriormente ser utilizada para proponer su pliego tarifario.

Para obtener los caudales naturalizados en el Km 105, se consideró trabajar con la data comprendida entre enero del 2015 hasta diciembre del 2023. Para lo cual se debe utilizar la siguiente ecuación 2.1.

$$QN_{machupicchu} = QH_{km105} - QR_{Sibinacocha} \quad (2.1)$$

$QN_{Machupicchu}$. = Caudal natural en m^3/s .

QH_{Km105} = Caudal histórico en m^3/s .

QR = Caudal regulado en m^3/s .

A continuación, mostramos la Tabla 6, con los datos de caudales naturalizados con promedios mensuales desde el año 2015 al año 2023 y los caudales aportados por Sibinacocha respectivamente, así como la Figura 12, se muestra el caudal natural del río Vilcanota y el caudal aportado por Sibinacocha.

Tabla 6. Caudal Naturalizado del Río Vilcanota en m^3/s

Mes	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
ENE	222.49	169.29	147.21	229.17	170.37	298.79	274.94	253.08	57.94
FEB	224.41	360.82	138.00	331.90	330.63	465.55	281.22	377.04	130.73
MAR	273.10	211.43	267.00	371.81	279.70	363.49	240.12	318.17	154.63
ABR	205.09	126.02	189.74	118.92	134.33	185.43	229.63	165.77	116.36
MAY	89.30	57.93	77.49	63.75	69.12	88.61	71.36	62.57	69.71
JUN	47.71	40.19	45.52	53.27	42.30	55.71	49.01	46.07	37.32
JUL	35.08	30.69	32.83	38.67	35.44	41.97	35.78	35.62	27.46
AGO	31.26	28.38	28.22	38.67	29.05	34.78	29.89	28.92	26.02
SET	30.53	26.05	28.19	30.46	27.88	32.27	30.62	31.34	26.81
OCT	34.40	43.44	34.59	64.83	37.07	37.79	38.75	29.55	36.92
NOV	51.60	42.16	54.10	100.50	93.08	38.83	55.93	36.52	52.74
DIC	133.07	64.33	74.44	77.58	208.47	93.16	177.76	47.99	163.77

Fuente: Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>

2.4 Reservorios

2.4.1 Embalse de la laguna de Sibinacocha

La represa de Sibinacocha y el lago natural del mismo nombre se ubican en la Cuenca Alta del río Salcca, en el distrito de Pitumarca, provincia de Canchis, Departamento del Cusco, a una altitud media de 4,860 msnm y a una distancia de 147 km al Sureste de la Ciudad del Cusco.

Esta Represa tiene un volumen útil del orden de los 100 MMC. La regulación de la laguna natural permite una disponibilidad adicional en época de estiaje de 7 a 12 m³/s. Desde el año 1996 se tiene un registro de caudales regulados que proviene de Sibinacocha, así mismo se debe tener en cuenta, que la represa se encuentra a más de 200 km de la bocatoma de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu, debido a ello la regulación no es, por lo que se debe proveer fluido adicional en función a los comportamientos evaluados desde el día anterior y a la necesidad de la producción de energía, así como el comportamiento del caudal del río en tiempo actual como se puede observar en la **Figura 11.** (EGEMSA.2023).



Figura 11. Laguna de Sibinacocha.

Fuente: Google Earth (2024),
<https://earth.google.com/web/Central+Hidroelectrica+Machu+Picchu+II>.

La descarga del embalse de Sibinacocha es por un conducto enterrado en la margen izquierda del río Sibina. El sistema se completa con una toma de fondo de posición horizontal, la torre con la cámara de compuertas, una poza amortiguadora y el canal abierto de descarga [33]. El conducto se divide en dos tramos, el primero con flujo a presión aguas arriba de la cámara de compuertas y un segundo a pelo libre aguas debajo de la misma con una pendiente aproximada del 2%; el sistema de control y regulación está constituido por dos compuertas rectangulares, una de guardia y la otra de operación, ambas del tipo deslizante que dejan pasar un gasto máximo de $12 \text{ m}^3/\text{s}$. El área de la cuenca es de 137 km^2 , tiene una precipitación media anual de $1,057 \text{ mm/año}$ y un caudal medio de $2.8 \text{ m}^3/\text{seg}$. El rendimiento de la cuenca alcanza los 20.4 lt/seg/km^2 y el volumen hídrico medio disponible a 88 MMC . En la serie de caudales determinada para el eje de la presa de Sibinacocha se tiene un régimen hidrológico que muestra que los meses de noviembre a mayo corresponden al periodo de avenidas con un caudal medio de $3.53 \text{ m}^3/\text{s}$, mientras que los meses restantes serían los correspondientes al periodo de estiaje con un caudal medio de $0.32 \text{ m}^3/\text{s}$. En ambos casos el volumen hídrico promedio es de 82.5 y 2.5 MMC respectivamente, se puede observar en la Figura 12. (OSINERMING. 2005).



Figura 12. Canal de descarga Laguna de Sibinacocha.

Fuente: *Compendio de Presas de Centrales Hidráulicas*, 2005. Por OSINERGMIN.

Características técnicas del embalse.

El número de compuertas del sistema de descarga del embalse de la Laguna de Sibinacocha son 2 cuya capacidad de cada una de ellas es de $10 \text{ m}^3/\text{s}$, el mecanismo de

cierre y apertura es mecánico. La capacidad de evacuación del embalse es definida por las dos compuertas que en conjunto permiten una descarga máxima total de 20 m³/s., cuando el nivel del embalse alcanza el nivel del NAMO y la apertura de las compuertas son de 1.20 m de altura. Se puede observar en la Tabla 7, los siguientes datos.

Tabla 7. Volumen almacenado en el Embalse de Sibinacocha

Nivel	Cota (msnm)	Área (km ²)	Volumen MMC
NAMI	4863.5	26.38	0
	4864	26.38	13.29
	4865	27.58	40.48
	4866	28.37	68.46
	4867	29.15	97.22
	4867.5	29.53	111.22
<u>NAME</u>	<u>4868</u>	<u>29.92</u>	<u>126.75</u>

Fuente: Compendio de Presas de Centrales Hidráulicas, 2005. Por OSINERGMIN

Tabla 8. Caudales (m³/s) Regulados en el embalse de Sibinacocha

MES	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
ENE	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
FEB	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
MAR	1.00	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
ABR	1.70	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	1.63	0.25
MAY	0.78	0.25	0.25	0.25	0.25	0.27	0.25	0.42	0.25
JUN	0.25	0.25	0.25	0.25	2.03	0.30	0.25	6.28	0.25
JUL	2.74	11.6	0.81	5.56	7.58	0.30	2.31	0.46	3.88
AGO	8.47	7.74	3.06	3.19	7.27	2.84	9.13	7.74	4.23
SET	6.25	7.18	8.28	2.57	5.93	7.48	5.93	9.60	4.33
OCT	2.4	5.27	7.94	6.08	4.68	8.94	3.16	10.07	1.22
NOV	0.25	0.25	0.25	0.5	0.6	7.9	2.47	4.13	1.36
DIC	0.25	1.35	0.25	3.09	0.25	0.4	0.25	0.25	0.25

Fuente: *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.*(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>

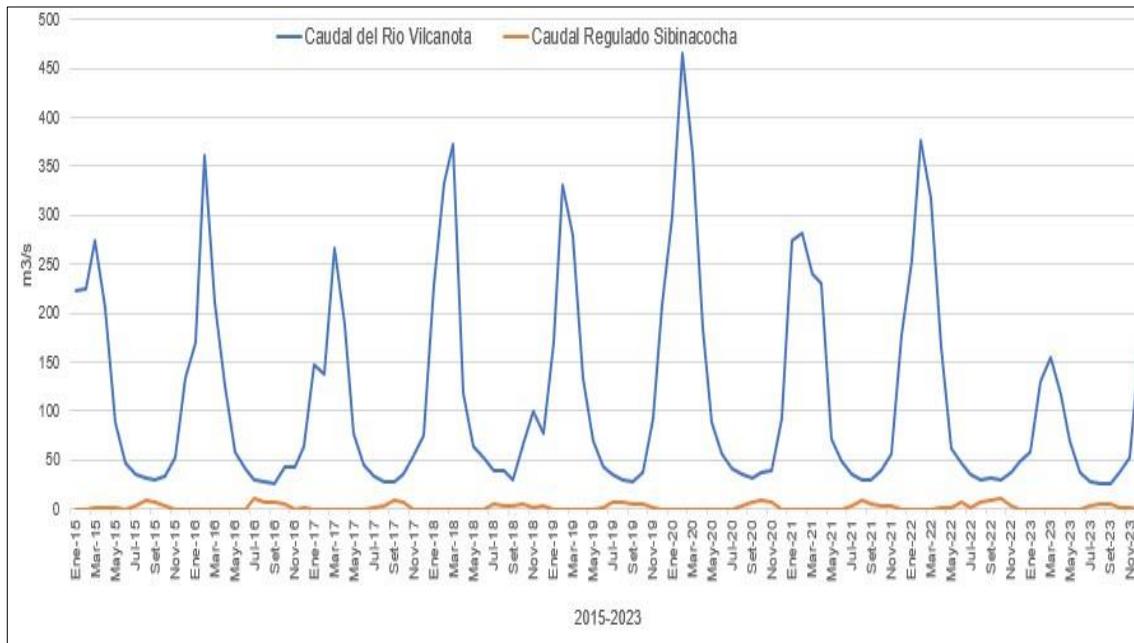


Figura 13. Caudal naturalizado del río Vilcanota – caudal Sibinacocha

En la Tabla 9, se tiene los datos del caudal turbinado en m^3/s , representa el caudal que ingresara al túnel.

Tabla 9. Caudal de ingreso al Túnel (Turbinado) m^3/s

MES	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
ENE	33.67	56.59	57.95	54.97	56.10	54.65	55.54	54.50	51.16
FEB	34.77	56.42	57.88	54.93	56.19	53.97	55.50	54.49	56.01
MAR	34.67	56.88	57.18	54.47	56.14	43.92	55.51	53.56	55.96
ABR	37.29	55.37	58.94	54.57	56.02	30.70	54.80	55.33	55.90
MAY	60.44	53.52	59.46	52.33	53.29	48.78	54.64	54.35	54.08
JUN	43.10	38.59	43.98	49.19	42.97	53.02	47.42	51.26	36.45
JUL	34.39	41.15	32.57	42.40	41.85	41.16	37.01	29.86	30.18
AGO	34.66	35.01	30.13	39.69	35.24	36.57	37.96	32.77	29.12
SET	32.46	32.13	35.44	31.80	32.47	38.68	35.48	39.66	30.11
OCT	34.58	47.15	41.41	49.86	39.63	45.62	41.91	38.48	37.16
NOV	46.85	41.19	46.79	52.65	53.90	49.83	49.83	39.56	45.52
DIC	54.39	54.67	53.33	53.40	55.35	55.18	54.39	46.34	55.86

Fuente: Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>

En la Figura 14, se observa el caudal del río Vilcanota, el caudal regulado de la laguna de Sibinacocha, el caudal turbinado que ingreso al túnel y el caudal necesario que son en promedio $55 \text{ m}^3/\text{s}$, para que la Central Hidroeléctrica de Machupicchu trabaje a plena carga.

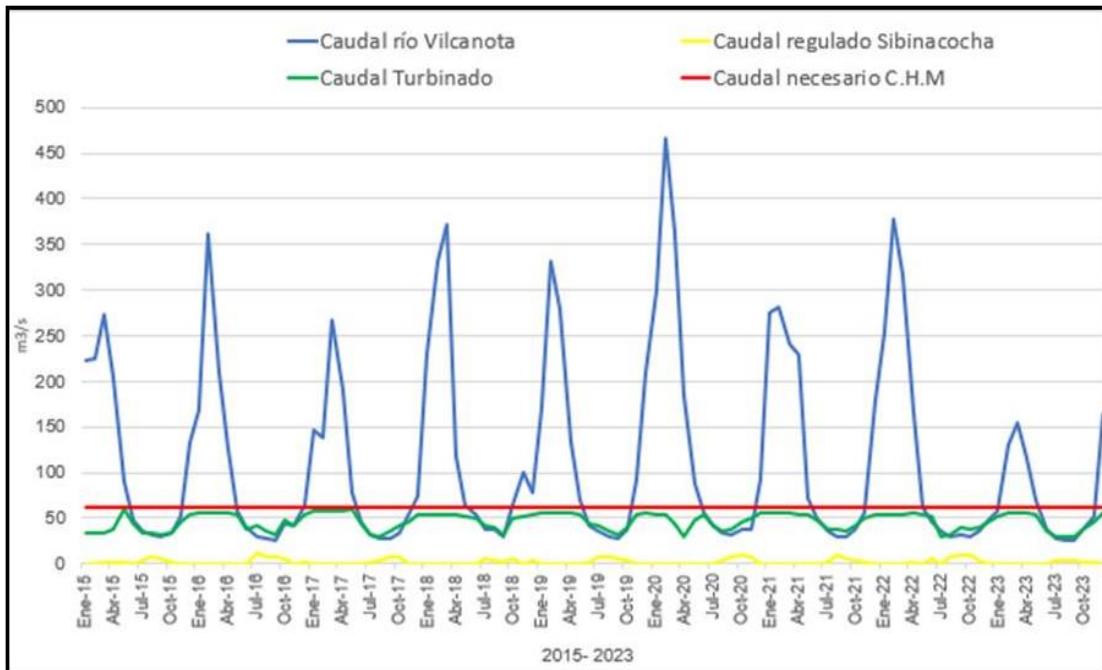


Figura 14. Caudales del Río Vilcanota - Sibinacocha – Turbinado - Requerido la C.H.M.

2.5 Series temporales

Una serie temporal típica relacionada con las actividades energéticas, como la variable de caudal para la generación eléctrica, medida de manera mensual, no puede ser descrita por un proceso estocástico estacionario. Esto se debe a que presenta características como tendencia, estacionalidad y/o ciclaje. Por tanto; para que esta serie temporal sea modelada como un proceso estocástico estacionario lineal, previamente se le tendrá que eliminar los patrones de tendencia, estacionalidad y ciclaje, mediante transformaciones apropiadas, hasta que cumpla las condiciones estadísticas de estacionariedad las mismas que se explican posteriormente. (Gonzales Ch. 2007).

- ✓ Un modelo ARMA (Autoregressive - Moving Average), viene a ser un proceso estocástico estacionario lineal, resultante de la combinación de dos procesos estocásticos estacionarios lineales, uno autorregresivo y otras medias móviles.(Box, G.E.P.and Jenkins, G.M. 1970).

- ✓ Un modelo ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) parte de un proceso estocástico no estacionario lineal homogenizado (integrado); es decir, que luego de practicarle diferenciaciones regulares y estacionales (integraciones), queda como resultante un proceso estacionario del tipo ARMA. (Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. 1970)

Proceso estocástico

Un proceso estocástico es una sucesión de variables aleatorias Y_t ordenadas, pudiendo tomar t cualquier valor entre $-\infty$ y ∞ . Por ejemplo, la siguiente sucesión de variables aleatorias puede ser considerada como proceso estocástico:

$$Y_{-5}, y_{-4}, y_{-3}, y_{-2}, \dots, y_3, y_4$$

El subíndice t no tiene, en principio, ninguna interpretación a priori, aunque si hablamos de proceso estocástico en el contexto del análisis de series temporales este subíndice representará el paso del tiempo.

Serie temporal y proceso estocástico

Una vez introducido el concepto genérico de proceso estocástico puede decirse que una serie temporal cualquiera es, en realidad, una muestra, una realización concreta con unos valores concretos de un proceso estocástico teórico, real. El análisis de series temporales tratará, a partir de los datos de una serie temporal, inferir las características de la estructura probabilística subyacente, del verdadero proceso estocástico. Si logramos entender qué características tiene este proceso (cuál es la esperanza de sus variables, su varianza y las relaciones entre variables separadas en el tiempo) y observamos además que estas características se mantienen en el tiempo, podremos utilizar la metodología ARIMA para proyectar su valor en el futuro inmediato (Gonzales Ch. 2007).

2.6 Modelos de predicción

De acuerdo con el objetivo principal del presente trabajo de investigación se propuso desarrollar modelos predictivos del comportamiento del caudal a partir de métodos cuantitativos tratados como series temporales univariantes. Para lograr dicho

propósito se ha identificado una data de fuente confiable que debe ser procesada con procedimientos de modelación como una serie temporal, dentro de los modelos posibles a utilizar podemos observar en la Figura15.

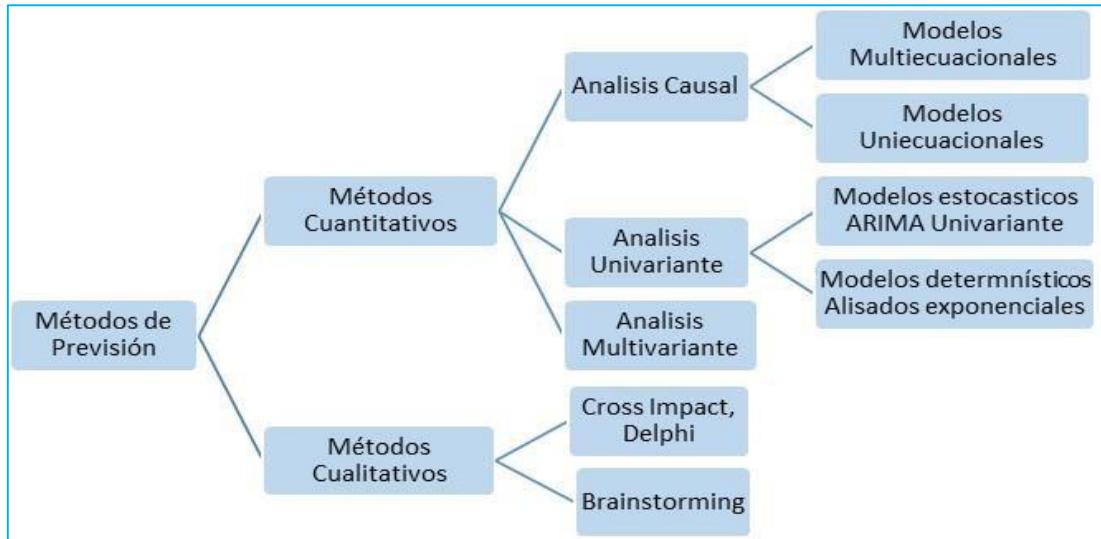


Figura 15. Métodos de Previsión.

Fuente: *Predicciones Energéticas Mediante Análisis de Series Temporales*. Por Gonzales, S.

- ✓ **Modelos Determinísticos:** Los alisados exponenciales están definidos como métodos de predicciones incondicionales, auto proyectivos, basados en el enfoque determinista, adecuados para efectuar predicciones a corto plazo.
- ✓ **Modelos estocásticos:** Se define como la familia de variables aleatorias de concentración de PM₁₀ en el tiempo, tal que para cada periodo de tiempo definido $t (t_1, t_2, \dots, t_n)$, ocurra una distribución de probabilidad de valores de concentración de PM₁₀ generados y modelados de acuerdo con la metodología estadística de análisis de series temporales univariante.

2.7 Análisis univariante de series temporales

Una serie temporal univariante es una sucesión de N observaciones o datos de la variable en estudio, ordenadas y equidistantes cronológicamente sobre una característica de una unidad observable en diferentes momentos. La unidad de medición representa a la variable en el instante que se da, donde está y como está, sin tener en cuenta otras variables externas que podrían haber originado dicho valor discreto.

La serie temporal típica del comportamiento del contaminante material particulado PM₁₀, se cuantifica de forma diaria o mensual, tal y como se presenta no puede ser explicada mediante un proceso estocástico estacionario, debido a que ésta posee tendencia, estacionalidad y/o ciclaje, comportamientos que deben ser eliminados hasta que cumpla condiciones estadísticas de estacionariedad (Catalán Esparza, C. 2016). Ver Figura16.

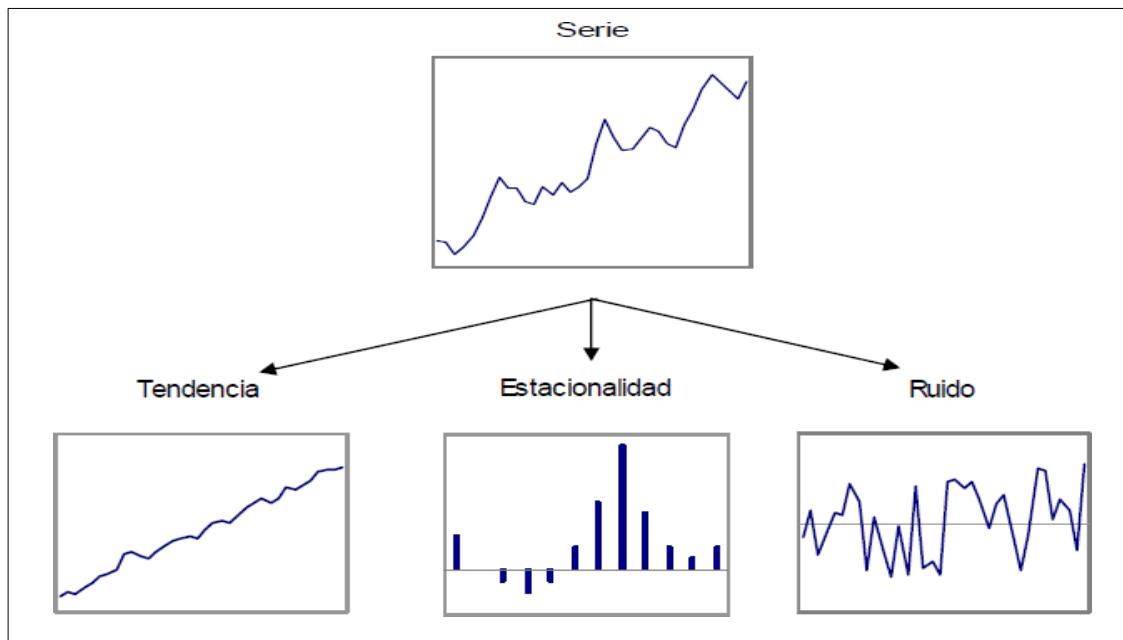


Figura 16. Componentes de una Serie Temporal.

Fuente: *Series temporales*, por Catalán Esparza Cecilia. Pag 19.

2.7.1 Modelo estocástico ARIMA

- ✓ Un modelo que permite describir un valor como una función lineal de datos anteriores y errores debido al azar, incluidos la componente de tendencia y estacionalidad, es el modelo estocástico de análisis de series temporales, desarrollado por George Box y Jenkins en su libro Time Series Analysis, en el cual los autores desarrollan un procedimiento para generar un modelo de predicción de valores futuros, utilizando el desarrollo de series autorregresivas (AR) de medias móviles (MA) integrado (I) que hayan podido generar un comportamiento cercano al original, conocido como modelo ARIMA que sigue cuatro pasos fundamentales descritos a continuación (Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. 1970)

- a) Identificación.** Se procede a analizar la serie temporal original, sometiendo la serie a pruebas estadísticas a fin de averiguar si la serie proviene de una distribución normal y es constante en media y en varianza o sea que sea una serie con homocedasticidad, caso contrario se procede a estacionarizar la serie contrastando la significancia de los procedimientos. Luego se procederá a eliminar los patrones de tendencia y estacionalidad diferenciando la serie (I), para luego con ayuda de los gráficos de autocorrelaciones determinar las órdenes autorregresivas (AR), medias móviles (MA), que hayan podido generar la serie, identificando los mejores modelos a verificar.
- b) Estimación.** El proceso de estimación de los mejores modelos de predicción permitirá verificar si los parámetros del modelo seleccionado son significativos. Para estos efectos se comprobará que los parámetros de la ecuación no sean significativamente distintos de cero, mediante la probabilidad asociada al estadístico de t-student (Aprox sig), así como verificar que la suma de la raíz cuadrada de la varianza de los residuales (Sum.of squares) es menor en el mejor modelo.
- c) Validación.** La validación de los mejores modelos ARIMA calculados y seleccionados permitirán verificar que la serie error formada por los residuos de la serie proviene de una distribución normal, que cumple con las condiciones de estacionariedad o sea que la media tiende a cero ($\mu \approx 0.00$) y la varianza tenga valores aproximadamente constantes y que los residuos tengan un comportamiento como de ruido blanco.
- d) Predicción.** Los valores de predicción del PM₁₀, mediante la comparación de los mejores modelos, permitirán corroborar la capacidad predictiva del mejor modelo verificando su adecuación mediante métodos no paramétricos como es el análisis de estadísticos de error y métodos paramétricos mediante como son los estadísticos de contenido informativo Durbin Watson y BIC normalizado. En la Figura 17, se presenta un diagrama de flujo del procedimiento.

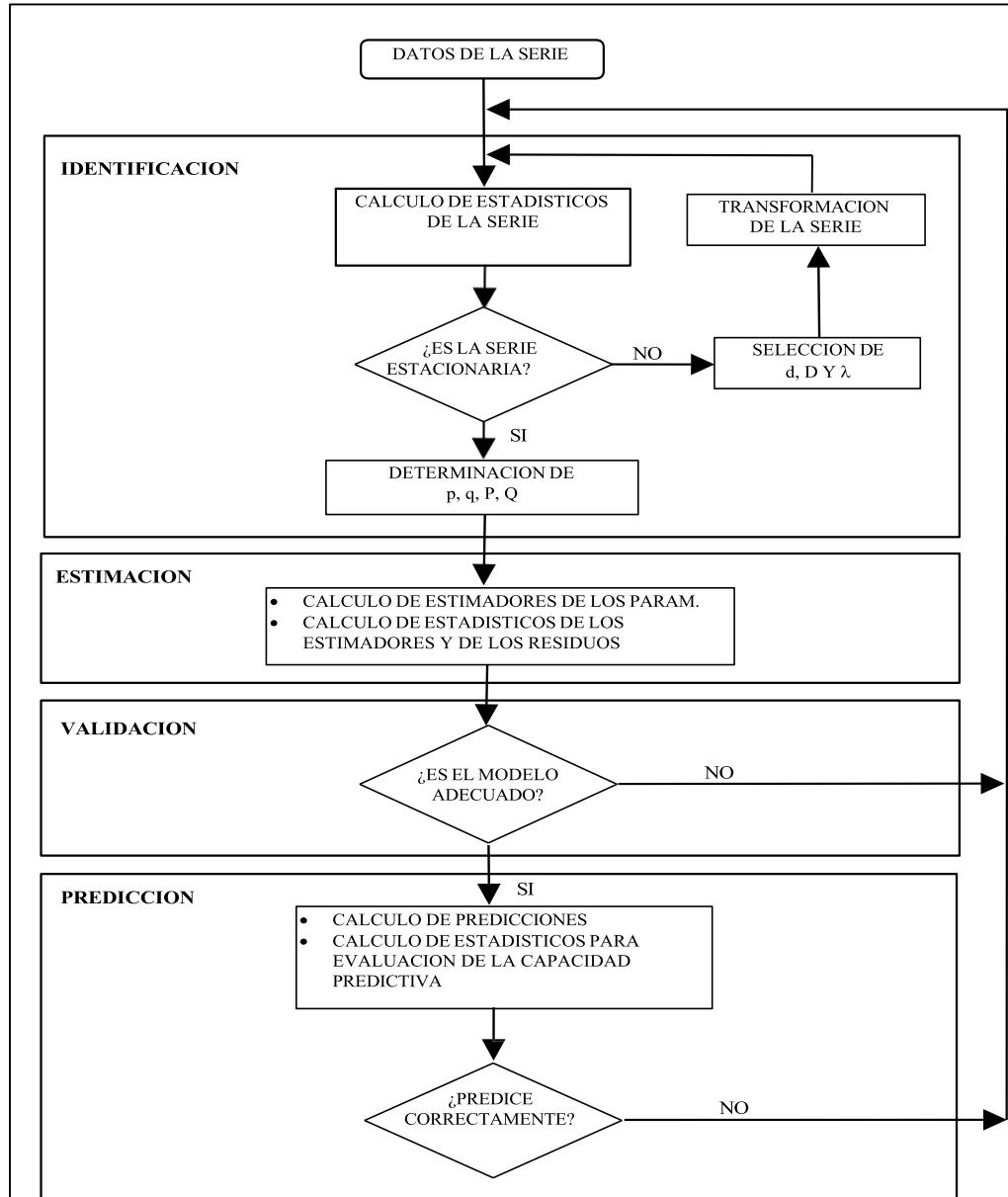


Figura 17. Diagrama de la Metodología de Box y Jenkins proceso ARIMA.

Fuente: *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden Day, Box, G.E.P. and Jenkins, G.M.

2.7.2 Proceso estocástico

Un proceso estocástico se define como a la familia de variables aleatorias de (X_t) , donde t es el tiempo, tal que para cada serie finita de elecciones de t (t_1, t_2, \dots, t_n), se define una distribución de probabilidad conjunta para las correspondientes variables aleatorias $X_{t1}, X_{t2}, \dots, X_{tn}$. Entonces la serie observada correspondientes a períodos de tiempo consecutivos tienen la misma amplitud y la serie tiene un carácter discreto. Quiere

decir que el valor observado en el instante t puede ser considerado como una muestra aleatoria del proceso estocástico definida en dicho instante.

Podemos decir que X_t y $X_{t'}$ están separadas por k retardos si $|t - t'| = k$.

En vista que las características del proceso estocástico pueden variar a lo largo del tiempo, se puede expresar en sus momentos. La media para cada periodo de tiempo, obteniendo una función de media. Ecuación 2.2

$$\mu_x = E(X_t) \quad (2.2)$$

La varianza para cada periodo de tiempo ecuación 2.3.

$$\sigma_x^2 \equiv \text{Var}(X_t) \equiv E[(X_t - \mu_x)^2] \quad (2.3)$$

La función de autocovarianza de orden k de un proceso estacionario X_t , Ecuación 2.4.

$$\gamma_k \equiv \text{Cov}(X_t, X_{t+k}) \equiv E\{[X_t - E(X_t)][X_{t+k} - E(X_{t+k})]\} \quad (2.4)$$

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

De modo que cuando $k = 0$ la autocovarianza es igual a la varianza. Ecuación 2.5.

$$\gamma_{t,t} \equiv \text{Var}X_t \equiv E(X_t - \mu_t)^2 = \sigma_t^2 \quad (2.5)$$

La función de autocorrelación simple de un proceso estacionario X_t , de orden k ($k > 0$), se representa por el símbolo ρ_k y está definida por la ecuación 2.6.

$$\rho_k \equiv \frac{\text{Cov}(X_t, X_{t+k})}{\sqrt{\text{Var}(X_t)} \sqrt{\text{Var}(X_{t+k})}} \equiv \frac{\rho_k}{\rho_0} \quad (2.6)$$

$$\rho_k \equiv \frac{\rho_k}{\rho_0} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad \text{luego} \quad \rho_0 \equiv 1 \quad (2.7)$$

La autocorrelación simple de un proceso estacionario de orden k de X_t , es el coeficiente de correlación lineal simple entre cualquier par de componentes de X_t separados por un retardo $k > 0$, se suele expresar que este coeficiente representado en un diagrama ACF, representa la duración y la intensidad del proceso. Su comportamiento grafico se muestra en la Figura 17.

La autocorrelación parcial ϕ_{kk} de un proceso estacionario X_t de orden $k > 0$, representado en un diagrama ACFP, es una medida del grado de asociación lineal entre dos componentes cualesquiera de X_t separados entre sí por un retardo $k \geq 1$ dado como X_t y X_{t-k} de manera que los coeficientes de autocorrelación parcial son funciones de los coeficientes de correlación simple ecuación 2.8.

$$\text{La autocorrelación parcial es } \phi_{kk} = \frac{\begin{bmatrix} A_k \\ B_k \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{bmatrix}}, \text{ para todo } k = 1, 2, \dots \quad (2.8)$$

$$\text{Para } \phi_{1,1} = \rho_1, \text{ y para } \phi_{2,2} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{bmatrix}} = \frac{\rho_1 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} \quad (2.9)$$

2.7.3 Modelo de medias móviles MA(q)

Se define mediante la expresión. Ecuación 2.10.

$$X_t = \mu + u_t - \theta_1 u_{t-1} - \theta_2 u_{t-2} - \dots - \theta_q u_{t-q} \quad (2.10)$$

El signo negativo que van precedidos los coeficientes a estimar $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ de esta expresión se da por conveniencia notacional. El parámetro μ es la esperanza matemática de X_t . Este modelo se puede expresar más breviadamente como:

$$X_t = \mu + \Theta(L)u_t \quad (2.11)$$

donde L es el operador de retardos y $\Theta(L)$ es el operador polinomial de retardos, definido como:

$$\Theta(L) = 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q \quad (2.12)$$

Un modelo de medias móviles siempre es estacionario, y será invertible cuando pueda expresarse como un proceso autorregresivo de orden infinito. Para ello deberá cumplirse que las raíces de $\Theta(L) = 0$, caigan fuera del círculo unitario. Se dice que las raíces caen fuera del círculo unitario cuando son reales y todas ellas son en valor absoluto mayores que la unidad, mientras que si son complejas $(a \pm bi)$, entonces se cumple que el módulo, definido como $\sqrt{a^2 + b^2}$, es mayor que la unidad.

Como caso particular se tiene el Modelo MA (1), que viene definido por la ecuación 2.13.

$$X_t = \mu + u_t - \theta_1 u_{t-1} \quad \text{o bien:}$$

$$X_t = \mu + \theta(L)u_t, \text{ siendo } \theta(L) = 1 - \theta_1 L \quad (2.13)$$

El modelo MA (1) será siempre estacionario. Mientras que, para que sea invertible deberá cumplirse que la raíz de la ecuación 2.14.

$$\theta(L) = 1 - \theta_1 L = 0 \quad (2.14)$$

Si sale del círculo unitario, es decir $|L| > 1$, que implica se cumpla que $|\theta_1| < 1$, para lo cual el modelo MA(1) puede escribirse como el modelo AR de orden infinito. Ecuación 2.15.

$$X_t = \pi_1 X_{t-1} + \pi_2 X_{t-2} + \pi_3 X_{t-3} + \dots + \delta + u_t \quad (2.15)$$

$$\text{donde: } \delta = \mu \frac{1}{1 - \theta_1}$$

La función de autocorrelación de MA (1) tendrá la forma:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} & \text{para } k=1 \\ 0 & \text{para } k > 1 \end{cases} \quad (2.16)$$

2.7.4 Modelo autorregresivo AR(p)

Un modelo autorregresivo de orden p se define como:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \delta + u_t \quad (2.16)$$

en forma abreviada se tiene:

$$\phi(L)X_t = \delta + u_t \quad (2.17)$$

donde $\phi(L)$ es el operador polinomial de retardos:

$$\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p \quad (2.18)$$

A diferencia de los modelos de medias móviles que siempre son estacionarios, los modelos autorregresivos deben cumplir como condición de estacionariedad que las raíces del polinomio característico $\phi(L) = 0$ caigan fuera del círculo unidad. Este modelo siempre está en forma invertida. Particularmente se tiene el Modelo AR (1), que se expresa como:

$$X_t = \phi X_{t-1} + \delta + u_t \quad (2.19)$$

o también abreviadamente por:

$$\phi(L)X_t = \delta + u_t, \text{ siendo } \phi(L) = 1 - \phi_1 L \quad (2.20)$$

La condición de estacionariedad del modelo AR (1) implica que $|\phi_1| < 1$, por lo que su esperanza matemática será constante, μ y definida por:

$$E(X_t) = \mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1}, \quad \forall t \quad (2.21)$$

La función de autocorrelación de AR (1) estará dada por:

$$\rho_k = \begin{cases} \rho_1 = \phi_1 & \text{para } k=1 \\ 0 & \text{para } k>1 \end{cases} \quad (2.22)$$

2.7.5 Modelo mixto ARMA (p, q)

Este modelo mixto autorregresivo (AR) medias móviles (MA) de orden p, q , se define mediante la siguiente expresión:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \delta + u_t - \theta_1 u_{t-1} - \theta_2 u_{t-2} - \dots - \theta_q u_{t-q} \quad (2.23)$$

Utilizando los operadores polinomiales de retardos $\theta(L)$ y $\phi(L)$, la expresión anterior queda:

$$\phi(L)X_t = \delta + \theta(L)u_t \quad (2.24)$$

El modelo ARMA se dice que es estacionario cuando lo es su parte autorregresiva AR; esto es, cuando las raíces de la ecuación $\phi(L) = 0$ caen fuera del círculo unidad, y diremos que es invertible cuando lo es su parte MA, cuando las raíces de la ecuación $\theta(L) = 0$ caen fuera del círculo unidad. Adicionalmente a las condiciones de estacionalidad e invertibilidad también se supondrá que las raíces de $\phi(L) = 0$ y $\theta(L) = 0$ no son comunes.

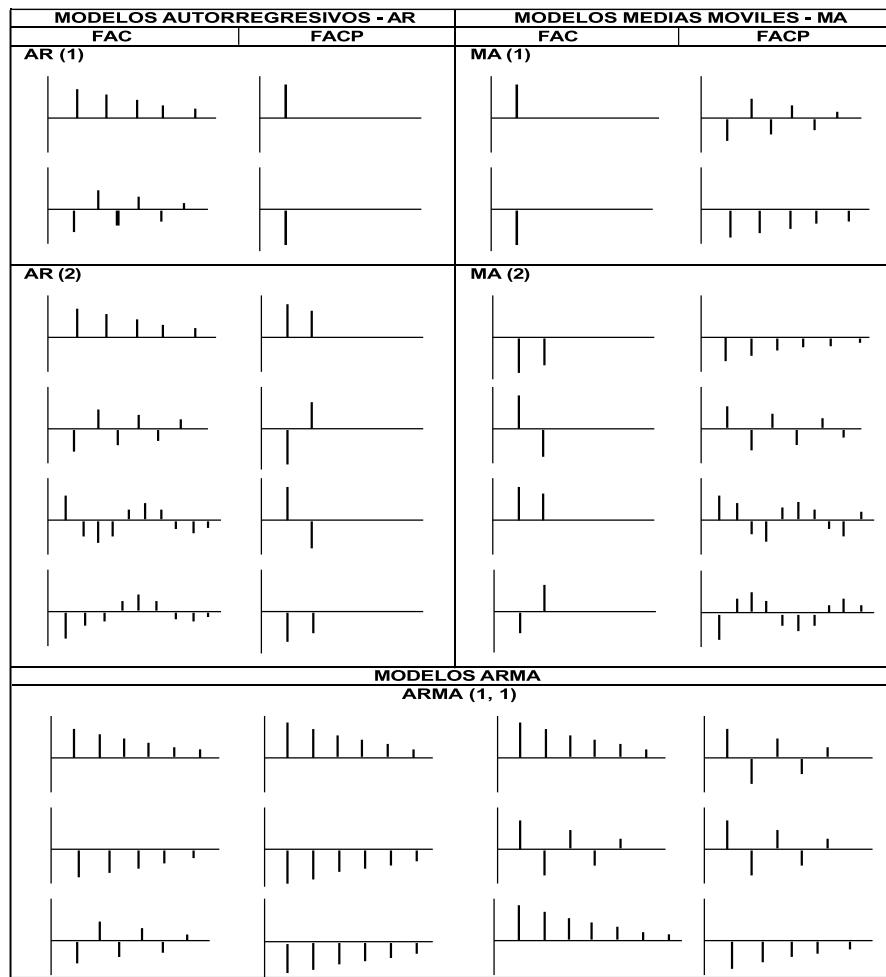


Figura 18. Funciones ACF Y ACFP.

Fuente: “Predicciones energéticas mediante análisis de series temporales”, González Chávez. S.

En la Figura 18, observamos el comportamiento de las autocorrelaciones. Las funciones teóricas de autocorrelación ACF y de autocorrelación parcial ACFP, sirven como patrones de referencia para identificar las funciones de autocorrelación muestral y de autocorrelación parcial muestral de una serie temporal en estudio. Las características gráficas de las funciones teóricas de autocorrelación ACF y ACFP autocorrelación parcial de la Figura 18, sirven para identificar por comparación el comportamiento de las autocorrelaciones de la serie en estudio y seleccionar un modelo tentativo que debe ser verificado y contrastado estadísticamente (Gonzales Ch. 2007).

2.8 Matemática de un modelo ARIMA

Si buscamos una máxima generalidad y poder de representación se debe incorporar casos frecuentes cuya estructura incorpore comportamientos regulares y estacionales, combinando los dos grupos se llega a los modelos ARIMA general.

2.8.1 Modelos lineales no estacionarios homogéneos

Se dice que un proceso estocástico no estacionario es homogéneo cuando al diferenciar en el proceso original, el proceso transformado resultante es estacionario, y el número de veces que debe diferenciarse el proceso original para transformarse en estacionario constituye el grado u orden de homogeneidad o integración. Si la serie original, X_t es homogénea de orden d entonces: Ecuación 2.25.

$$\Delta^d X_t = (1 - L)^d X_t = Z_t, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

(2.25)

la nueva serie es estacionaria.

A un proceso integrado X_t se le denomina proceso autorregresivo-medias móviles integrado, ARIMA (p, d, q), si tomando diferencias de orden d se obtiene un proceso estacionario Z_t del tipo ARMA (p, q).

El modelo ARIMA (p, d, q), se expresa de la siguiente forma: Ecuación 2.26.

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + u_t - \theta_1 u_{t-1} - \dots - \theta_q u_{t-q} \quad (2.26)$$

En forma abreviada se tiene: Ecuación 2.27.

$$\phi(L)Z_t = \theta(L)u_t, \text{ siendo } Z_t = \Delta^d X_t = (1 - L)^d X_t \quad (2.27)$$

quedando:

$$\phi(L)(1 - L)^d X_t = \theta(L)u_t \quad (2.28)$$

No se incluye el término constante δ dado que la media de la serie diferenciada Z_t es cero, como frecuentemente suele ocurrir. En caso de que este supuesto no pueda mantenerse, este parámetro deberá incluirse en la expresión del modelo ARIMA(p,d,q).

Al analizar la mayoría de las series temporales reales, se puede observar que éstas presentan una tendencia creciente o decreciente. La eliminación de esta tendencia (no estacionariedad en media) de la serie suele conseguirse mediante las diferenciaciones implícitas en los modelos ARIMA. Ahora bien, en ocasiones se observa también que existe una tendencia en la varianza, esto es, que la dispersión de las observaciones no es constante a lo largo del tiempo, la cual no se elimina mediante estas diferenciaciones.

Cuando se presenta este hecho la transformación adecuada puede consistir en tomar logaritmos neperianos.

Esta posibilidad de transformar la serie se puede concretar de forma más general mediante la transformación Box-Cox. Así, el modelo ARIMA se puede expresar como:

$$\phi(L)\Delta^d X_t^\lambda = \delta + \theta(L)u_t \quad (2.29)$$

o bien: $\phi(L)(1-L)^d(X_t^\lambda - \mu) = \theta(L)u_t$

donde μ es la media de X_t^λ , siendo:

$$X_t^\lambda = \begin{cases} \frac{X_t^\lambda - \mu}{\lambda} & \text{para } \lambda \neq 0 \\ \ln X_t & \text{para } \lambda = 0 \end{cases}$$

2.8.2 Modelos estacionales no estacionarios homogéneos

Otra fuente de no estacionariedad en muchas de las series reales del ámbito ambiental lo constituye la estacionalidad. Para desestacionalizar las series se procede a la diferenciación estacional.

Los modelos estacionales no estacionarios pero homogéneos, ARIMA (P,D,Q), se expresan mediante: Ecuación 2.30.

$$Z_t = \Phi_1 Z_{t-s} + \Phi_2 Z_{t-2s} + \dots + \Phi_p Z_{t-ps} + \delta + u_t - \Theta_1 u_{t-s} - \dots - \Theta_q u_{t-Qs} \quad (2.30)$$

$$Z_t = \Delta_s^D X_t = (1-L^s)^D X_t$$

La expresión resumida de ARIMA (P, D, Q) será: Ecuación 2.31

$$\Phi_p(L^s)(1-L^s)^D X_t = \delta + \Theta_q(L^s)u_t \quad (2.31)$$

donde:

$$\Phi_p(L^s) = 1 - \Phi_1 L^s - \Phi_2 L^{2s} - \dots - \Phi_p L^{ps} \quad (2.32)$$

$$\Theta_q(L^s) = 1 - \Theta_1 L^s - \Theta_2 L^{2s} - \dots - \Theta_q L^{qs} \quad (2.33)$$

2.8.3. Modelo ARIMA general

Los modelos que conjugan comportamientos estacionales y regulares son los modelos ARIMA generales, los mismos que se denotan abreviadamente como ARIMA(p,d,q) x ARIMA(P,D,Q), y que se expresan como: Ecuación 2.34.

$$\Phi_p(L^s)\phi_p(L)(1-L^s)^D(1-L)^d X_t = \Theta_q(L^s)\theta_q(L)u_t \quad (2.34)$$

también, esta expresión se puede dar como: Ecuación 2.35

$$\Phi_p(L^s)\phi_p(L)[(1-L^s)^D(1-L)^d X_t - \mu] = \Theta_q(L^s)\theta_q(L)u_t \quad (2.35)$$

donde μ es la media de Z_t . $Z_t = (1-L^s)^D(1-L)^d X_t$

2.9 Sistema informático WEAP

Este sistema informático de modelación se centra en las variables climáticas, en lugar de depender únicamente de la modelación hidrológica externa. WEAP (Water Evaluation and Planning System) integra rutinas diseñadas para distribuir el agua entre diferentes usuarios, considerando tanto las necesidades humanas como las del ecosistema. Es una herramienta ideal para estudiar el cambio climático, ya que permite estimar los cambios en la oferta de agua (como las variaciones proyectadas en la precipitación) y en la demanda de agua (como los cambios en la evaporación de los cultivos), lo que impacta directamente en el balance hídrico de una cuenca (UC Chile. 2009).

2.9.1 Modelo de precipitación de escorrentía

La oferta de agua en una cuenca hidrográfica es un indicador esencial para evaluar su potencial en términos de recursos hídricos superficiales. El estudio de las aportaciones se realiza mediante el análisis de la relación entre la precipitación y la escorrentía, utilizando el sistema WEAP. Este modelo permite incorporar datos climáticos para estimar la cantidad de agua que fluye a través de los cauces.

Para llevar a cabo esta modelación, es crucial considerar los componentes de precipitación, escorrentía y evapotranspiración. Estos elementos pueden desempeñar roles distintos dependiendo de las características del suelo. En suelos con baja capacidad de retención, actúan principalmente como elementos de escorrentía directa, mientras que, en suelos con mayor retención, se considera también el flujo subterráneo. El modelo conceptual utilizado para esta transformación es conocido como el Método de Humedad del Suelo o "Soil Moisture Method". Este enfoque realiza un balance hídrico mensual y distribuye los recursos hídricos uniformemente a lo largo de cada subcuenca. El Método de Humedad del Suelo divide la cuenca en dos capas de suelo: la capa superior, donde se consideran procesos como la evapotranspiración, la escorrentía y el flujo intermedio, y la capa inferior, donde se modela el flujo base hacia el río. La aplicación de este método requiere una parametrización tanto del suelo como del clima (Córdova Gonzales. 2016).

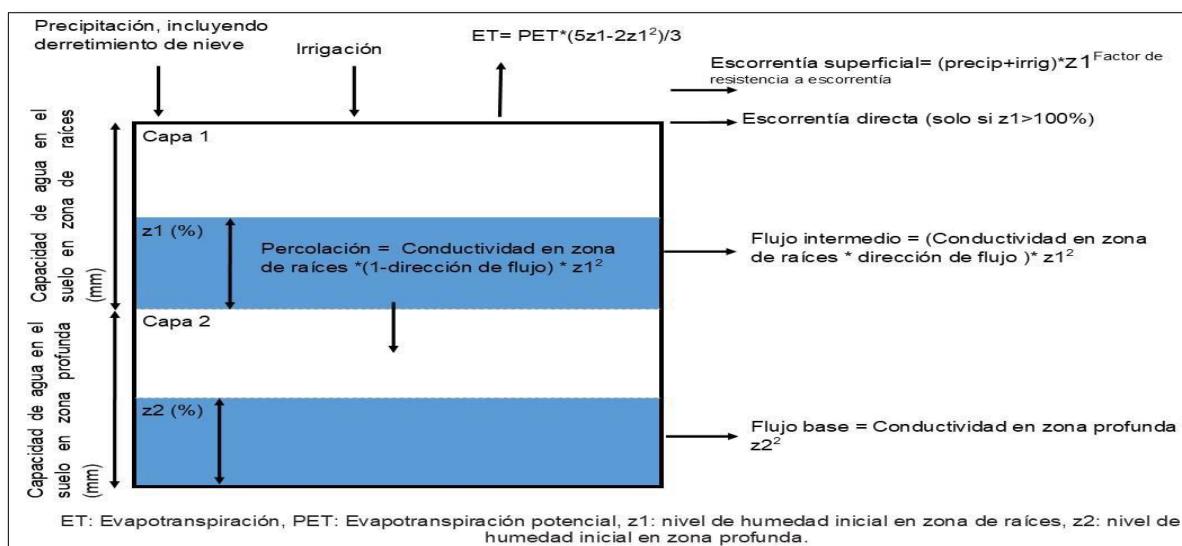


Figura 19. Esquema del balance de humedad en el suelo para el modelo “Soil Moisture Method”.

Fuente: Determinación del volumen útil del embalse Purapa, 2016. por Córdova Gonzales, J.

2.9.2 Sistema de información geográfica ArcGIS

ArcGIS es un avanzado sistema de información geográfica (SIG) desarrollado por ESRI (Environmental Systems Research Institute). Este programa permite la creación, análisis y gestión de datos geoespaciales, ofreciendo herramientas sofisticadas para la visualización de mapas y la manipulación de información geográfica.

Una de sus aplicaciones clave es la delimitación e identificación de microcuencas, para lo cual se utilizan datos de elevación y modelos digitales del terreno. Esto facilita el estudio de la dinámica del agua en áreas específicas. Además, ArcGIS proporciona herramientas para realizar análisis sobre el comportamiento del agua, la escorrentía y la infiltración en microcuencas. El sistema también es útil para evaluar el impacto de lluvias intensas en diferentes zonas, permitiendo modelar inundaciones y otros fenómenos relacionados con el agua. Gracias a su capacidad para integrar y analizar múltiples fuentes de datos, ArcGIS se convierte en una herramienta esencial para la gestión sostenible de recursos hídricos y la planificación ambiental (ESRI. 1969). (www.esri.com).

En la siguiente Figura 20, podemos observar que con el uso de los sistemas informáticos ArcGIS y WEAP, podemos obtener caudales.

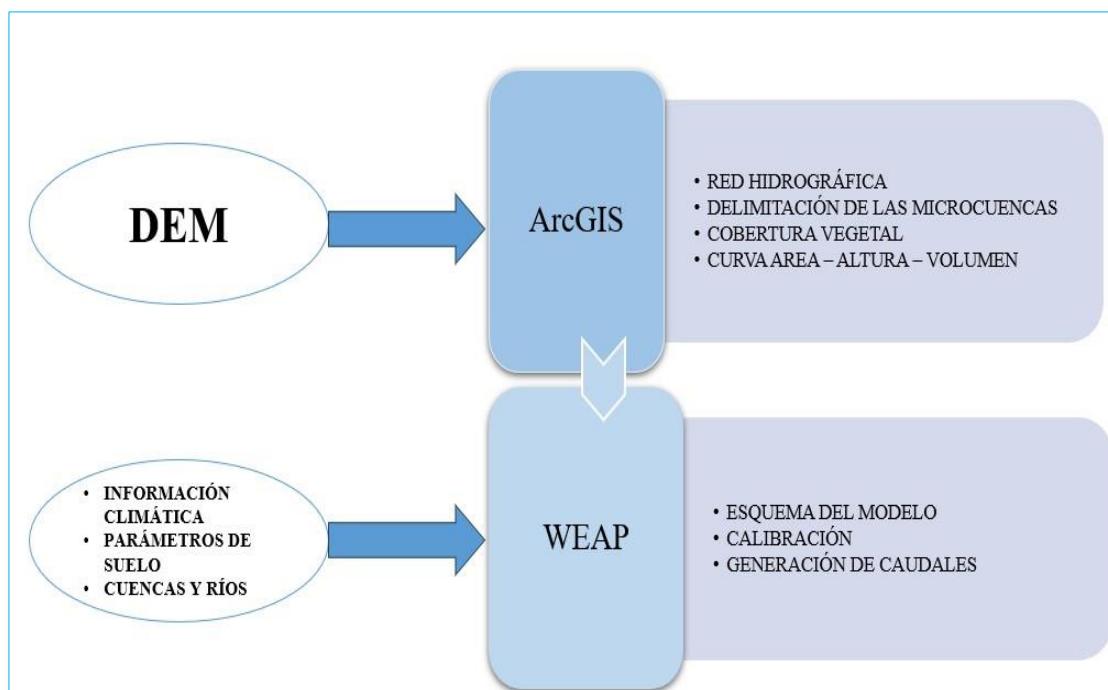


Figura 20. Flujograma uso de ArcGIS y WEAP.

2.10 Optimización

La optimización se puede describir como la combinación de arte y ciencia que consiste en elegir, entre múltiples alternativas, aquellas acciones que mejor cumplen los objetivos de los tomadores de decisiones. Este proceso se realiza considerando una amplia información técnica y debe ajustarse a las restricciones legales, éticas, económicas y políticas (Sánchez Delgado. 2007).

2.10.1 Terminología usada en optimización

A continuación, se define los siguientes conceptos.

- **Variables de decisión:** Son las entradas controlables y las parcialmente controlables
- **Política:** Es el conjunto de decisiones luego de asignar un valor particular a cada variable de decisión.
- **Restricciones:** Condiciones que restringen el universo de valores.
- **Política factible:** Política que no viola las restricciones limitantes.
- **Parámetros del sistema:** Son suplementos de las variables de estado y que pueden ser considerados esencialmente como limitantes o que cambien de una manera prescrita para fines de estudio.
- **Objetivo:** Criterio de relación a las cuales el efecto de cualquier política factible sobre las salidas deseables e indeseables puede ser estimada.
- **Objetivo cuantitativo:** Son los objetivos mensurables con cierta exactitud numérica.
- **Objetivos no cuantitativos:** Son los objetivos mensurables cuando mucho en sentido ordinal y cualitativo.
- **Función objetivo:** Es cualquier enunciado mediante el cual pueden ser determinados dada una política las consecuencias o el producto del sistema, los valores iniciales de las variables de estado y parámetros del sistema.

2.10.2 Programación Lineal

Es una técnica muy utilizada en problemas de planeamiento de sistemas de recursos hídricos. Esta técnica matemática diseñada para la toma de decisiones sobre la asignación de recursos escasos.

La estructura matemática de un modelo de programación lineal consiste en seleccionar, desde un conjunto de actividades disponibles, aquellas que puedan ser implementadas y que permitan alcanzar los objetivos. La asunción de linealidad entre la variable dependiente y las independientes es esencial. Se asume que la ecuación es de la forma:

$$Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

Donde Z es la variable dependiente y X_1, X_2, \dots, X_n son las variables independientes que afectan el valor de Z . La ecuación anterior es denominada función objetivo y los coeficientes C_1, C_2, \dots, C_n son las constantes de las variables independientes. (Sánchez Delgado. 2007).

2.10.3 Excel - SOLVER

Excel Solver es una herramienta de optimización incluida en Microsoft Excel que permite encontrar la mejor solución a un problema específico, ajustando las variables dentro de ciertas restricciones. Se utiliza comúnmente para maximizar o minimizar una función objetivo, como costos, ganancias o recursos, al manipular diversas variables que pueden afectar el resultado. Solver es particularmente útil en análisis de escenarios, programación lineal y toma de decisiones, y permite a los usuarios modelar situaciones complejas de manera eficiente. En la Figura 21, observamos el flujo de trabajo de Excel – SOLVER.

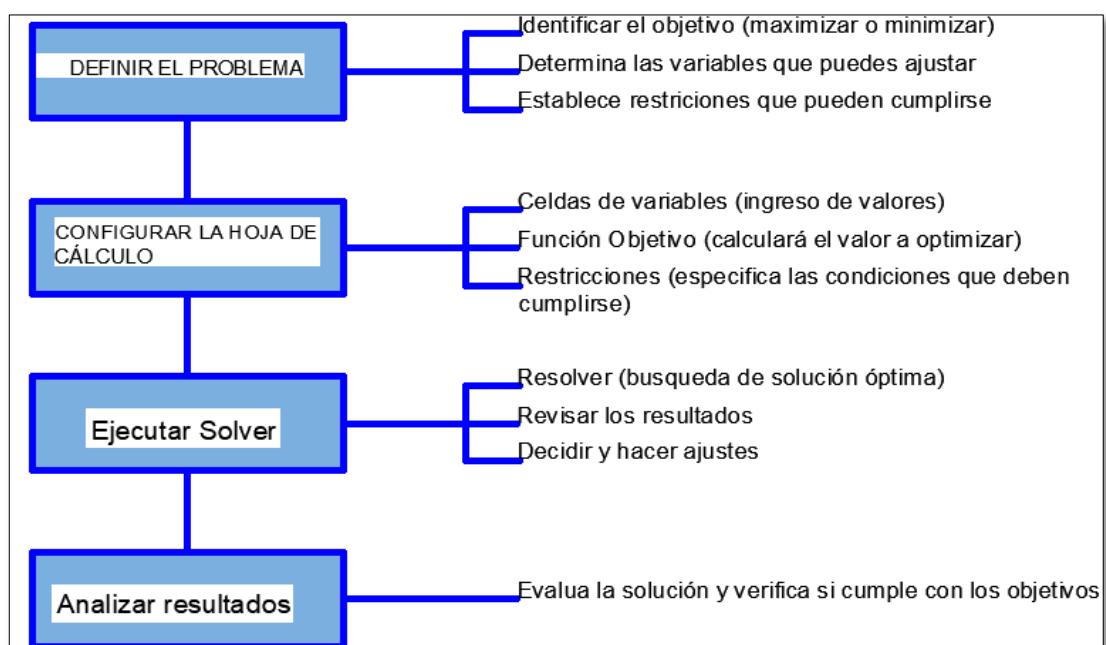


Figura 21. Flujograma de Excel – SOLVER

Ventajas de usar Solver para la optimización en centrales hidroeléctricas

Facilidad de uso y acceso a la interfaz.- Solver, al estar integrado en Microsoft Excel, es una herramienta accesible sin necesidad de conocimientos avanzados en software especializado. Esto es fundamental en sectores donde la integración de datos es esencial. Las centrales hidroeléctricas suelen manejar grandes volúmenes de datos sobre el flujo de agua, niveles de embalses y demanda energética. Solver se conecta directamente con hojas de cálculo en Excel, facilitando la actualización de estos datos y permitiendo cálculos en tiempo real, lo que ayuda a tomar decisiones operativas rápidamente. (Microsoft. (2024).

Optimización de recursos hídricos.- Solver permite mejorar el uso del agua disponible en las centrales hidroeléctricas, gestionando decisiones sobre la liberación de agua, los niveles de los embalses y la generación de energía. Se pueden formular problemas de programación lineal para maximizar la producción de energía según la disponibilidad de agua y la demanda existente.

Restricciones de caudal en las centrales hidroeléctricas.- Solver es capaz de modelar las restricciones habituales de las centrales hidroeléctricas, como el caudal máximo o mínimo de agua que puede liberarse de los embalses y las capacidades máximas de las turbinas. También puede manejar diversas variables no lineales relacionadas con la eficiencia de las turbinas y la variabilidad del flujo de agua. Solver es apto para optimizar la generación de energía, los niveles de los embalses y las decisiones operativas, sin necesidad de grandes inversiones en un software complejo.

No necesita un software adicional.- Las herramientas de optimización en Solver no requieren la instalación de software adicional ni de lenguajes de programación complejos, lo que facilita su implementación en centrales hidroeléctricas sin una infraestructura informática avanzada. Las centrales hidroeléctricas, las condiciones del recurso hídrico (como el caudal de los ríos o los niveles de los embalses) pueden cambiar con el tiempo. Solver permite ajustar parámetros fácilmente durante la optimización para

adaptarse a estas variaciones, mejorando la capacidad de respuesta ante condiciones cambiantes.

Optimización en tiempo real.- La flexibilidad de Solver para integrar nuevos datos continuamente permite realizar ajustes rápidos a las decisiones operativas de la central hidroeléctrica sin interrumpir el proceso de optimización. Se puede optimizar la operación de las turbinas y gestionar los embalses con restricciones relacionadas con la eficiencia de las turbinas hidráulicas, los costos de almacenamiento de agua y las demandas de energía en diferentes períodos del día o estaciones del año.

Optimización multiobjetivo.- Aunque Solver tiene ciertas limitaciones para optimizar múltiples objetivos al mismo tiempo, es posible acercarse a la solución de múltiples objetivos (como maximizar la producción de energía y minimizar el desgaste de las turbinas) utilizando técnicas como la penalización de restricciones.

Integración con complementos de Excel.- Solver también se puede usar junto con otras herramientas de Excel, como Power Query o Power Pivot, para mejorar el análisis de datos complejos y la visualización de los resultados de la optimización en tiempo real. Comparación con otros programas de optimización para centrales hidroeléctricas, Aunque Solver ofrece numerosas ventajas, en el caso de centrales hidroeléctricas con sistemas más complejos o grandes, otros programas de optimización como Gurobi, CPLEX, o AMPL podrían ser más adecuados.

Los programas especializados como **Gurobi** o **CPLEX** pueden manejar problemas con miles de variables y restricciones, lo que puede ser necesario en grandes sistemas hidroeléctricos con múltiples fuentes de agua, turbinas y requisitos de generación en tiempo real. (Gurobi Optimization. 2024).

En sistemas hidroeléctricos con características no lineales significativas, como la eficiencia de las turbinas a diferentes caudales, herramientas como **GAMS** o **AMPL** permiten un modelado más preciso. En las empresas hidroeléctricas que requieren un control detallado de las operaciones mediante programación avanzada, herramientas como AMPL o GAMS ofrecen una flexibilidad que Solver no puede proporcionar.

2.10.4 Optimización de la generación y uso de Embalses

Los embalses desempeñan un papel crucial en la regulación del caudal de los ríos al permitir el almacenamiento de grandes volúmenes de agua durante las temporadas de lluvia, que luego pueden utilizarse en períodos de sequía. Este almacenamiento es esencial cuando los escurrimientos son bajos, ya que asegura que haya suficiente agua disponible para satisfacer la demanda incluso cuando el caudal del río no es suficiente. Para lograr esto, se utilizan embalses de almacenamiento, que pueden ser lagunas naturales o reservorios construidos específicamente para este propósito. En los embalses, se construyen diques, estructuras civiles diseñadas para retener el agua y controlar su nivel. Los diques regulan el flujo de agua que se libera de la laguna y se suma al caudal del río principal. Esta agua adicional se dirige hacia la central hidroeléctrica, contribuyendo al suministro de energía.

Debemos tener en cuenta lo siguiente:

- La Central Hidroeléctrica de Machupichu ha sido diseñada y construida para operar como una **central de paso**, es decir toma el agua del río directamente por intermedio de las obras de captación ubicadas en el km 107. Posteriormente se embalsa la Laguna de Sibinacocha para incrementar el caudal del río en época de estiaje.
- La Central Hidroeléctrica de Machupichu no fue diseñada y construida para operar con un Reservorio de Regulación anual. El uso posterior del embalse de Sibinacocha sirvió para afianzar la generación de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu, pero con la entrada en operación del 4to Grupo Francis de 102 MW el uso del embalse de Sibinacocha es insuficiente.

La situación operativa descrita, sucede normalmente todos los años producto del comportamiento estacional de la cuenca. Entre los meses de diciembre y mayo, los caudales naturales del río Vilcanota exceden el caudal requerido por la central que es igual o mayor a $55 \text{ m}^3/\text{s}$, y permite la operación de todas las unidades de generación.

En los meses de estiaje que sucede normalmente entre los meses de junio a octubre los niveles del caudal de río descienden por debajo de los requeridos para la generación, por lo que se recurre al embalse de Sibinacocha que fue construido para aportar caudal al río principal.

2.10.5 Escenarios de operación de la central hidroeléctrica Machupicchu con el uso de Embalses

Hemos evidenciado que la Central Hidroeléctrica de Machu Picchu no opera en óptimas condiciones durante los meses de junio a octubre cada año, y que el embalse actual de Sibinacocha resulta insuficiente. En este contexto, procederemos a analizar dos escenarios de operación:

A. Escenario 1.- El escenario 1 refleja la situación actual de operación de la Central Hidroeléctrica, que depende exclusivamente del río Vilcanota y la laguna de Sibinacocha para su funcionamiento.

$$QH_{Km105} = QN_{Vilcanota} + QR_{Sibinacocha}$$

B. Escenario 2.- El escenario 2 se daría en el caso que se hagan las obras necesarias en las lagunas naturales de Langui Layo y Pomacanchis. Las cuales entrarían a funcionar como embalses de regulación entre los meses de junio a octubre. Esto implicaría la construcción de diques adecuados con obras civiles completas que permitan la regulación del agua discurrida y la acumulación de un volumen de agua que sumen al flujo de agua que proviene del embalse de Sibinacocha, se puede observar en la Figura 22.

$$QH_{Km105} = QN_{Vilcanota} + QR_{Sibinacocha} + QR_{Langui\ Layo} + QR_{Pomacanchis}$$

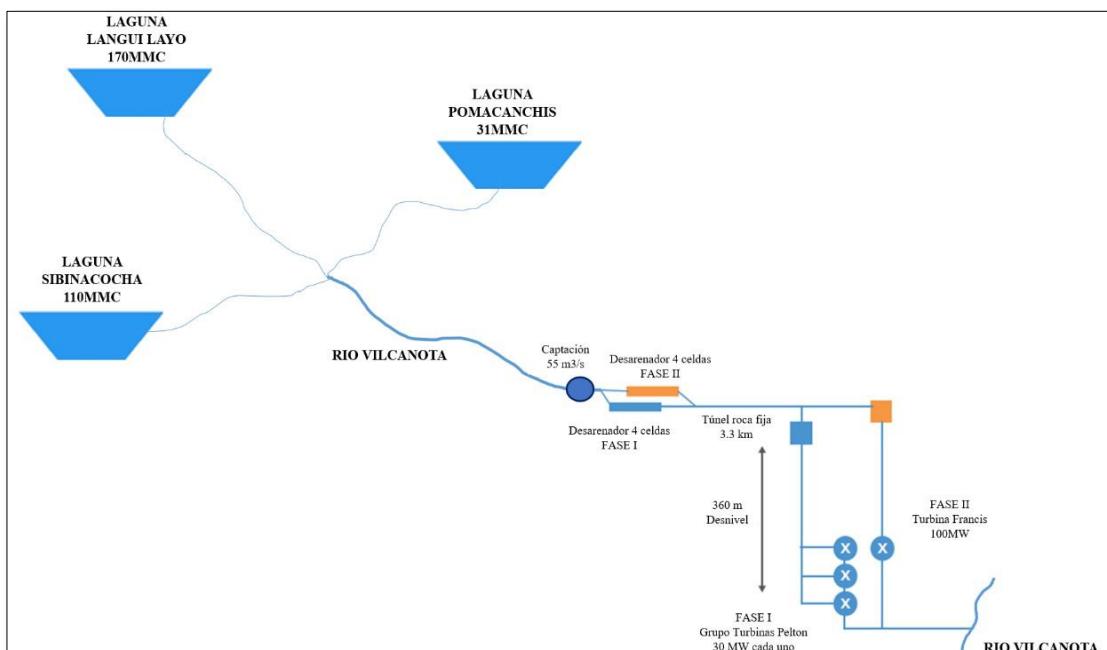


Figura 22. Diagrama topológico propuesto

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

3.1 Metodología de Investigación.

Este trabajo de investigación se llevará a cabo utilizando un enfoque cuantitativo. Comenzaremos observando y recopilando información sobre un fenómeno ambiental específico, lo que nos permitirá formular hipótesis sobre el comportamiento de los caudales en la cuenca del río Vilcanota. Posteriormente, aplicaremos métodos estadísticos para analizar los datos y utilizaremos un proceso secuencial deductivo para identificar patrones de comportamiento. Esto permitirá generalizar resultados y predecir el comportamiento futuro de los caudales. En el desarrollo de la presente investigación se aplicará el **método hipotético deductivo**, donde se combina la reflexión racional con la observación de la realidad de un proceso natural, a partir del cual se crea la hipótesis para explicar el fenómeno y luego deducir un comportamiento que necesariamente deberá ser contrastado y validado, el diseño de la investigación es **no experimental**, y por tratar la variable independiente a lo largo de un periodo de tiempo determinado la investigación es longitudinal de tendencia.

3.2 Unidad de análisis

La unidad de análisis será el caudal aforado con fines de generación de energía hidroeléctrica para la Central Hidroeléctrica de Machupicchu entre la captación ubicada en el Km 107 de la línea férrea donde se encuentra la bocatoma y descarga aguas debajo de la Central Hidroeléctrica de Santa Teresa.

3.3 Tipo y nivel de investigación

La investigación es del tipo APLICADA, porque estudia una realidad de acuerdo con una información confirmada por hechos. Es analítico y explicativo, está dirigida a responder a las causas de los eventos físicos y su interés se centra en explicar en qué condiciones ocurre el fenómeno.

Nivel: Se describe el fenómeno tal cual se presenta, sin introducir modificaciones, la investigación es DESCRIPTIVA, EXPLICATIVA y CORRELACIONAL (predictiva) porque se desarrollará modelos de comportamiento a futuro.

3.4 Periodo de análisis.

Se analizará la serie temporal del caudal del Río Vilcanota entre los años 2015 al 2023.

3.5 Fuentes de información e instrumentos utilizados

Puesto que el diseño de la investigación es no experimental, se toma datos proporcionados por la Empresa de generación Machupicchu, EGEMSA, quienes cuentan con una red de monitoreo de caudales hidrológicos, manejo de caudales ecológicos y calidad de agua con instrumentación electrónica que procesa información en tiempo real, en este caso se utilizará datos obtenidos en la estación de aforo del Km 105 del ferrocarril Cusco Machupicchu a la entrada y salida de esta central hidroeléctrica.

3.6 Técnicas de recolección y procesamiento de datos

Para esta investigación, contamos con datos proporcionados por la Empresa de Generación EGEMSA, que incluyen el caudal del río Vilcanota, el caudal turbinado, el caudal de la Laguna de Sibinacocha y la energía entregada al Sistema Eléctrico Interconectado Nacional (SEIN). El procesamiento de esta información se realizará mediante el uso del software estadístico especializado SPSS. A través de este programa, llevaremos a cabo varios ensayos con el fin de determinar el modelo matemático más adecuado y también realizaremos la predicción de los caudales del río Vilcanota para los próximos dos años.

3.7 Estrategia de prueba de hipótesis

Las pruebas de hipótesis en el proyecto de investigación están orientadas a validar la calidad de los procesos predictivos estudiados a fin de ver si los resultados obtenidos pasan las diversas pruebas de significancia de rigor estadístico que validen los resultados.

3.7.1 Prueba de hipótesis específica 1

Con el análisis y transformación de las series históricas de Caudal Q, se identificará modelos predictivos cuyas órdenes autorregresivas (AR) de medias móviles (MA) integrada (I) tengan significancia estadística.

a) Prueba de Normalidad de la serie: Se recurrirá a la prueba paramétrica de Kolmogorov Smirnov. Prueba de hipótesis:

- ✓ H_0 = La distribución de la variable en estudio no difiere de la distribución normal, cuando la significancia es > 0.05
- ✓ H_1 = La distribución de la variable en estudio difiere de la distribución normal, cuando la significancia es < 0.05

b) Prueba de homogeneidad de varianza: El estadístico de Levene permiten determinar si la serie temporal Caudal Q es estacionaria, o sea si son constantes en media y en varianza, en términos de estadística se dice también que la serie tiene homocedasticidad. Prueba de hipótesis:

- ✓ H_0 = La varianza de los grupos no son diferentes, cuando la significancia es > 0.05
- ✓ H_1 = La varianza de los grupos son diferentes, cuando la significancia es < 0.05

c) Prueba de significancia de retardos de autocorrelaciones: Los estadísticos de Box Ljung en el proceso de cálculo de las autocorrelaciones, permite determinar si los retardos (o rezagos) tiene significancia y si caen o no dentro de la banda de confianza. Prueba de hipótesis:

- ✓ H_0 = Los retardos mostrados en el diagrama ACF son significativos cuando el estadístico de Box Ljung sig > 0.05
- ✓ H_1 = Los retardos mostrados en el diagrama ACF no tiene significancia si cuando el estadístico de Box Ljung sig < 0.05

d) Grado de ajuste: Una vez lograda la transformación de la serie original a una serie homocedastica, se procederá a eliminar los patrones de tendencia y estacionalidad, diferenciando la serie en el lado regular $d=1$ y/o en lado estacional $D=1$, procediendo a comparar la desviación estándar y tomando como prioridad la menor. Mejor ajuste a $<$ desviación estándar.

3.7.2 Prueba de hipótesis específica 2

A partir del proceso de estimación de los mejores modelos predictivos del PM10, se verificará que los parámetros de la ecuación numérica del modelo seleccionado tengan significancia estadística.

a) Prueba de significancia de parámetros de modelo: En el proceso estimación del mejor modelo ARIMA $(p,d,q)x(P, D, Q)$ se comprobará que los parámetros calculados no sean significativamente distintos de cero, mediante la probabilidad asociada al estadístico de t-student (Aprox sig)

b) Prueba de Hipótesis

- ✓ H_0 =el parámetro del modelo no es significativamente distinto a cero si $\text{aprox.sig} < 0.05$
- ✓ H_1 = El parámetro del modelo es distinto de cero si $\text{aprox.sig} > 0.05$

c) Grado de ajuste: Otro indicativo del grado de ajuste del modelo ARIMA a los datos es la Suma de la raíz cuadrada de la varianza de los residuales (sum. off squares), cuando menor sea este valor será mejor el ajuste de los datos de la Serie Temporal al modelo lo que determinara el modelo ARIMA óptimo.

3.7.3 Prueba de hipótesis específica 3

Con la validación del mejor modelo ARIMA predictivo del PM_{10} identificado, se verificará que la serie error de residuos se comporta como una serie lineal de ruido blanco.

a) Prueba de Normalidad de residuos: Bajo la hipótesis de normalidad, los residuos observados y los esperados deben ser parecidos, por lo que se comparara ambas variables residuales recurriendo a la prueba paramétrica de Kolmogorov Smirnov.

Prueba de hipótesis:

- ✓ H_0 = La distribución de la variable en estudio no difiere de la distribución normal, cuando la significancia es >0.05
- ✓ H_1 = La distribución de la variable en estudio difiere de la distribución normal, cuando la significancia es <0.05

b) Prueba de incorrelación de residuos: Los estadísticos de Box Ljung en el proceso de cálculo de las autocorrelaciones de residuos, permite determinar si los rezagos (o retardos) tiene significancia y si caen o no dentro de la banda de confianza,

Prueba de hipótesis:

- ✓ H_0 = Los residuos mostrados en el diagrama ACF son significativos cuando el estadístico de Box Ljung $\text{sig} > 0.05$
- ✓ H_1 = Los residuos mostrados en el diagrama ACF no tiene significancia si cuando el estadístico de Box Ljung $\text{sig} < 0.05$

c) Grado de ajuste: De la verificación de los estadísticos descriptivos de la serie error, se compruebe que la media tiende a cero y la varianza tenga valores aproximadamente constantes.

3.7.4 Prueba de hipótesis específica 4

Las series predictivas generadas por los mejores modelos ARIMA, mostrarán su capacidad predictiva validados por pruebas no paramétricas de estadísticos de error.

a) Pruebas no paramétricas de estadísticos de error: Métodos no paramétricos de medida de la capacidad predictiva del mejor modelo ARIMA elegido que presente los menores estadísticos de error, error medio, error absoluto medio, error absoluto porcentual medio, error cuadrático medio, y suma de errores cuadráticos.

b) Grados de ajuste: se desea verificar los siguientes grados de ajuste

- ✓ Estadístico de Durbin Watson que permite verificar si los residuos tienen correlación positiva o negativa.
- ✓ Estadístico BIC normalizado (Schwartz Baseyan Criterium), este criterio es una medida de bondad de ajuste, para verificar los criterios de máxima verosimilitud.

3.8 Medición de los indicadores en una escala de medición

Las variables se miden a través de sus indicadores que, en el lenguaje común, se refiere a datos esencialmente cuantitativos, que nos permiten dar cuenta los valores de los Caudales (Q) mensuales promedios. Por otro lado, tenemos los estadísticos de prueba y los estadísticos de error que no tiene una escala de medición para lo cual se desarrollara un cuadro de operacionalización de las variables.

3.9 Procesamiento y análisis de datos.

El procesamiento y análisis de datos estará enfocado a analizar las series de datos de los caudales a estudiar en las estaciones de monitoreo de los centros de generación, como muestras aleatorias continuas, que definen series temporales finitas que serán procesados con métodos de previsión estocásticos, modelados de acuerdo con el análisis de series temporales univariante de Box y Jenkins. Dada la data histórica de las series temporales en estudio, se trata de averiguar qué modelo autorregresivo (AR) integrado (I) de medias móviles (MA) haya podido generar dichas series, con el fin de obtener predicciones de valores futuros de la serie en estudio. La información será procesada con el Software estadístico SPSS. que nos proporciona una ventana de datos y otra de resultados.

3.10 Metodología de Cálculo del caudal del río Vilcanota

3.10.1 Tratamiento de la información de entrada

La variable caudal representa a la serie de caudales del río Vilcanota, tomado de la bocatoma de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu cuyos valores se encuentran en m^3/s .

A) Tamaño y característica de la muestra de los caudales del río Vilcanota

La información obtenida de los caudales naturalizados del río Vilcanota, comprende desde el año 2015 al año 2023, se tiene un total de 108 observaciones cuyo comportamiento se muestra a continuación en la Figura 23.

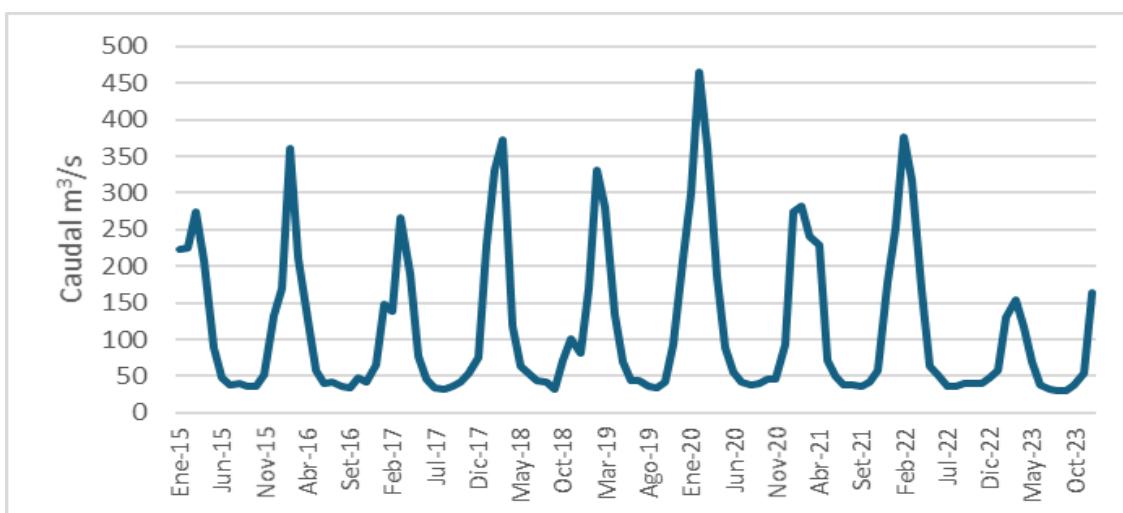


Figura 23. Serie Temporal de Caudales del 2015 al 2023

Tabla 10. Prueba de Estadísticos Descriptivos de serie original

	N	Mínimo	Maximo	Media	Desv. Desviación
Caudal	108	30,25	465,80	115,77	102,85
N válido (por lista)	108				

En la Tabla 10, se observa que la serie exhibe un comportamiento periódico de 12 meses. Se caracteriza por ser una serie no estacionaria y como se sabe el modelo ARIMA requiere que la serie sea estacionaria en varianza, en media regular y estacional.

Para analizar la estabilidad de las varianzas de la serie CAUDAL se utiliza el Test de Levene. Como se puede observar en la Tabla 11.

Tabla 11. Prueba de homogeneidad de varianza

		Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Caudal	Se basa en la media	2,23	8	99	,032
	Se basa en la mediana	,52	8	99	,841
	Se basa en la mediana y con gl ajustado	,52	8	73,16	,840
	Se basa en la media recortada	1,78	8	99	,089

La significancia (p valor) Sig=0.032 es menor de 0.05, por lo tanto, no existe homogeneidad de varianzas. El estadístico de Levene indica que la serie no es estacionaria en varianza.

B) Componente estacional y cíclico de la serie original

La estacionalidad de la serie es analizada mediante el periodograma por frecuencia de la serie temporal, el periodograma transforma la serie temporal, de su dominio natural, que es el tiempo, al dominio de frecuencias. A cada amplitud le corresponde una frecuencia cuya inversa es el periodo estacional o cíclico. Las amplitudes más fuertes, correspondientes a valores más bajos de frecuencias suelen corresponder a ciclos, y las menos fuertes, correspondientes a valores bajos de las frecuencias suelen corresponder a estaciones.

El periodograma por frecuencia hallado es mostrado en la Figura 24, del cual podemos indicar lo siguiente:

- ✓ La componente cíclica de una serie es la más difícil de detectar porque tiene períodos que no se pueden identificar fácilmente e incluso variables en este caso de acuerdo con lo observado podemos detectar que la serie no presenta un comportamiento cíclico definido.
- ✓ El valor más alto de 0.08 de frecuencia, de acuerdo con el Periodograma de Frecuencia se observa una fuerte variación estacional cada 12 meses que corresponde a un periodo de un año o cada 12 meses.

Frecuencia: 0,080 $1/0,080 = 12$ meses.

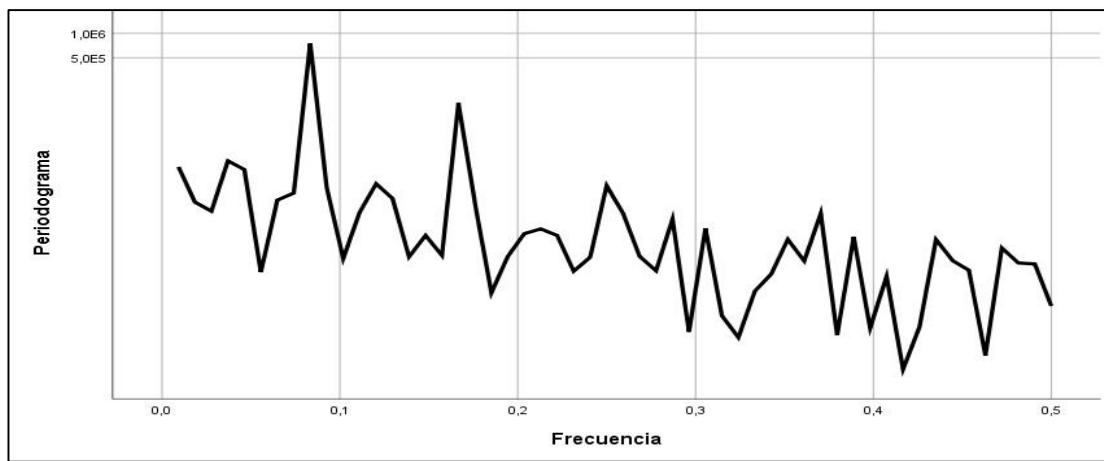


Figura 24. Periodograma De Frecuencia de la serie temporal de caudales

3.10.2 Patrones de comportamiento

De acuerdo con las observaciones de la serie, se puede decir que desde el punto de vista estadístico la serie se caracteriza por:

- ✓ La serie temporal fue analizada desde enero del 2015 hasta diciembre del 2023 y hacen un total de 108 meses.
- ✓ La serie temporal analizada es una serie natural, cuyo comportamiento está fuertemente relacionado con los fenómenos atmosféricos naturales estocásticos y estacionales típicos de un río que se encuentra en el sur del Perú.
- ✓ La serie muestra un marcado patrón estacional, ya que los caudales alcanzan su punto máximo en los meses de noviembre a mayo, mientras que los caudales menores ocurren en los meses de mayo a octubre.

3.10.3 Elección del horizonte predictivo

- ✓ De acuerdo con la cantidad y las características de la muestra, así como de la capacidad predictiva que se demostrará en la elección del modelo predictivo, se podrá hacer predicciones de dos años con el número de observaciones que se cuenta.
- ✓ En nuestro caso contamos con 108 observaciones de la serie temporal caudal, es una serie netamente ligada a los fenómenos naturales. La predicción que se obtendrá estará validado año a año una vez obtenido el modelo.

3.11 Procedimiento de cálculo del modelo ARIMA utilizando el programa SPSS

3.11.1 Análisis de estabilidad en varianza

En el objetivo de identificar si la varianza es constante en una serie natural, se procede a evaluar el comportamiento variabilidad-nivel, para ello se agrupa las observaciones de la serie por periodos de tiempo con el mismo número de observaciones (agrupado en años cuando se tiene observaciones mensuales, en nuestro caso se forman 9 grupos). Luego dependiendo del grado de complejidad de la serie, se puede realizar una visualización gráfica y a partir de ello determinar si es necesario practicar una transformación logarítmica para alcanzar la estabilidad en varianza, o en el caso más amplio efectuar una prueba de comprobación de la hipótesis que los grupos conformados procedan de poblaciones con varianza común. (Prueba de Levene)

A.- Visualización gráfica

Se puede determinar la variabilidad de una serie, haciendo un gráfico entre una medida de variabilidad, como la desviación típica (o rango intercuartil) y una medida del nivel, como la media local (o mediana). Con el programa SPSS se muestra el rango intercuartil de cada año como función de la mediana del año para la serie Caudal. Cuando la variabilidad de la serie aumenta linealmente con el nivel de dicha serie, para alcanzar homocedasticidad (variabilidad constante) se toma logaritmos. En nuestro caso puede notarse dicha tendencia por lo que tomaremos luego una transformación a logaritmo natural.

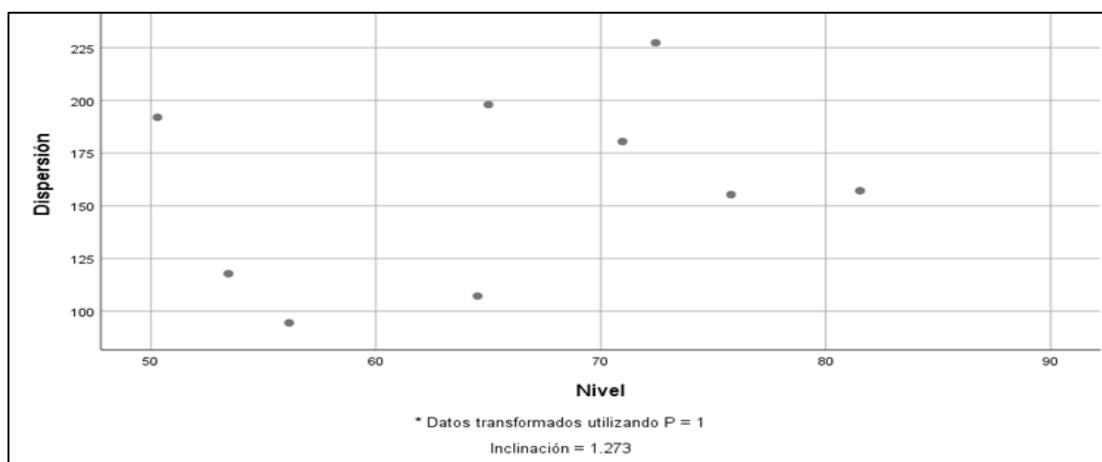


Figura 25. Gráfico de dispersión vs. Nivel De Caudales

B.- Prueba de Levene

Es una prueba adicional, permite verificar la hipótesis de que los conjuntos anuales de datos mensuales provienen de poblaciones con varianza uniforme. Si se llegara a rechazar la hipótesis de homogeneidad de varianzas, esto podría indicar que la variabilidad de la serie varia junto con la tendencia central. Es común observar que, durante los periodos donde la tendencia central es alta, la dispersión también lo sea. Para estos casos, existe una familia de transformaciones conocidas como Box-Cox, que puede estabilizar la varianza, y se expresan de la siguiente manera:

$$\text{Transformación de } X_t: \begin{cases} X_t^\lambda & , \lambda \neq 0 \\ \ln(X_t) & , \lambda = 0 \end{cases}$$

El poder de transformación equivale a uno menos la inclinación de la línea de regresión de mínimos cuadrados ajustada a los puntos generados de la gráfica de dispersión frente al nivel. Es importante considerar que esta serie de transformaciones no solo ayuda a estabilizar las varianzas, sino que también puede lograr normalidad. De esta manera, la prueba de Levene facilitará la comparación de la hipótesis nula de que no hay diferencias significativas entre las varianzas de las series caudales en los grupos anuales conformados.

Con el programa SPSS se realiza esta prueba estimando el poder de transformación λ mediante el comando exploración dispersión-nivel con test de Levene. Dado que la potencia de transformación estimada se obtiene restando a uno el valor de la pendiente de la recta de regresión: $\lambda = 1 - 1.273 = -0.272$, como se muestra en la Figura 24. Se sabe que es habitual utilizar potencias redondeadas a múltiplos de 0.5. Dado que la potencia de transformación estimada es de -0.272, de las potencias posibles que lograrán la estabilización en varianza de la serie original Caudal, serían $\lambda=0$ ó $\lambda=-0.5$.

En la práctica (en general como por tener buenas propiedades algebraicas y para la interpretación) se recomienda un $\lambda=0$ lo que equivale a una transformación de logaritmo natural, y será la transformación que efectuaremos para estabilizar las varianzas de la serie temporal Caudal.

3.11.2 Análisis de estabilidad en media regular y estacionalidad

Para estabilizar la media regular de la serie en estudio puede ser necesario aplicar diferencias regulares (de orden d) y estacionales (de orden D). Las órdenes de diferenciación se determinan luego del análisis de estabilidad en varianza, tomando como referencia:

- ✓ El comportamiento gráfico de la serie.
- ✓ El comportamiento de las funciones de autocorrelación simple (ACF) y parcial (ACFP).
- ✓ El uso de estadísticos de medición de error para elegir el mejor arreglo, dentro de un juego de posibilidades.
- ✓ El contraste de raíces unitarias para verificar la estacionariedad de la serie.
- ✓ Si la serie en estudio presenta tendencia creciente o decreciente, su ACF tendrá una estructura positiva con decrecimiento lento hacia cero (memoria larga), entonces esta tendencia puede estabilizarse aplicando sucesivas diferencias regulares d.

$$\Delta^d X_t = (1-L)^d X_t$$

$$\Delta_s^D X_t = (1-L^s)^D X_t$$

Otro factor de no estacionariedad de series reales es la estacionalidad, que se manifiesta como una pauta regular de comportamiento periódico en la serie. Si en el gráfico de la serie no se muestra evidente la presencia de estacionalidad, entonces se recurre a representar la ACF. En el caso de que la serie observada presentará estacionalidad de periodos la ACF mostrará coeficientes altos con decrecimiento lento en los retardos s, 2s, 3s,..... Entonces la estacionalidad se puede eliminar aplicando diferencias sucesivas estacionales D, de periodo s. La conjunción de la estabilidad en varianza con la estabilidad en media y de estacionalidad, conllevan a que la nueva serie transformada obedezca a un proceso estocástico estacionario lineal ARMA, y a partir de allí determinar las ordenes autorregresivas y de medias móviles.

A) Evaluación.

Para poder lograr estabilidad en media regular y media estacional debemos de encontrar los valores adecuados de las diferenciaciones “d” y “D” de la serie. Generalmente los valores de d y D se encuentran entre 0, 1 ó 2.

A partir de la serie CAUDAL transformada (LnCAUDAL), se analizó su correspondiente función de autocorrelación simple ACF, ver en la Figura 26, se observa que tiene un decaimiento rápido en los primeros retardos, por lo que se deduce que la serie no presenta una tendencia marcada.

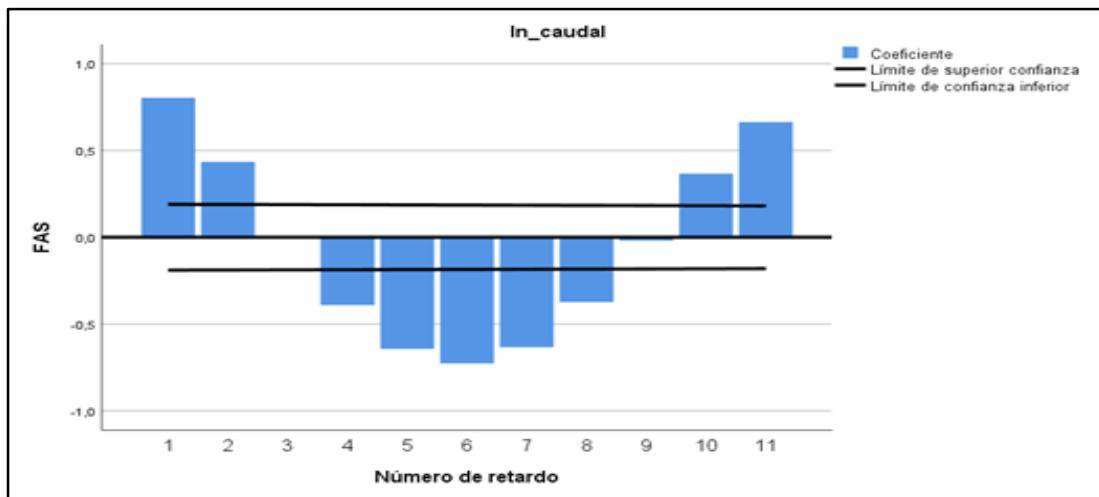


Figura 26. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie LnCAUDAL

Con respecto a la estacionalidad de la serie LnCAUDAL, se evaluó la correspondiente función de autocorrelación simple ACF con más retardos, ver Figura 27, se visualiza que cada 12 períodos la autocorrelación vuelve a predominar, por lo que se deduce que la serie presenta estacionalidad, por lo tanto, la serie será diferenciada estacionalmente.

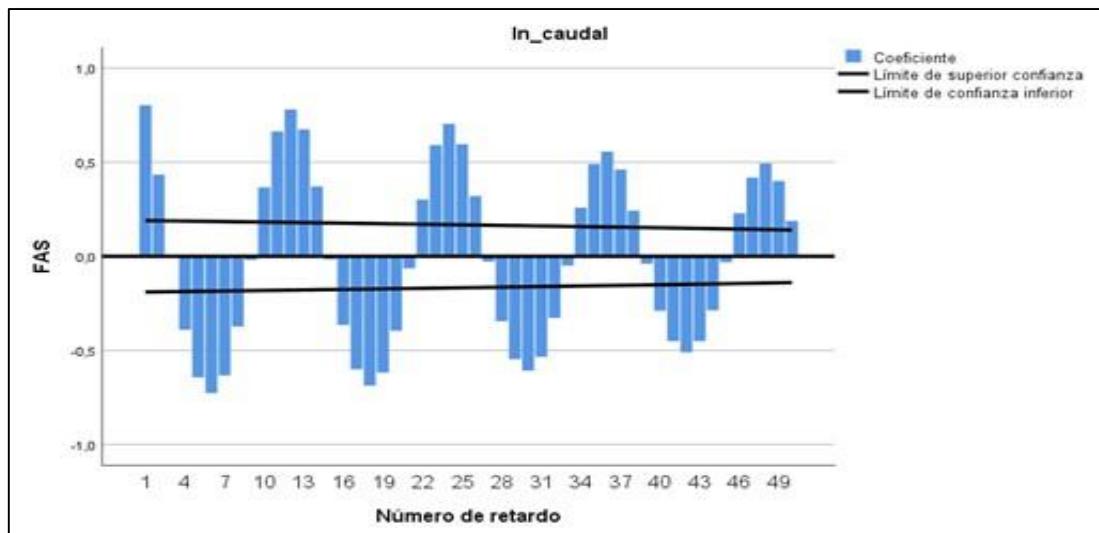


Figura 27. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie LnCAUDAL con más retardos.

Luego, la serie LnCAUDAL no será diferenciada en la parte regular y si diferenciada en la parte estacional ($d=0$ y $D=1$).

En la Figura 28, se observa las autocorrelaciones de la serie LnCAUDAL con $d=0$ y $D=1$, que demuestra un comportamiento más estable tanto en media regular como en media estacional, por lo que se tomará esta diferenciación en el análisis.

Luego, el modelo ARIMA a considerar será: ARIMA($p,0,q$) $\times(P,1,Q)s$.

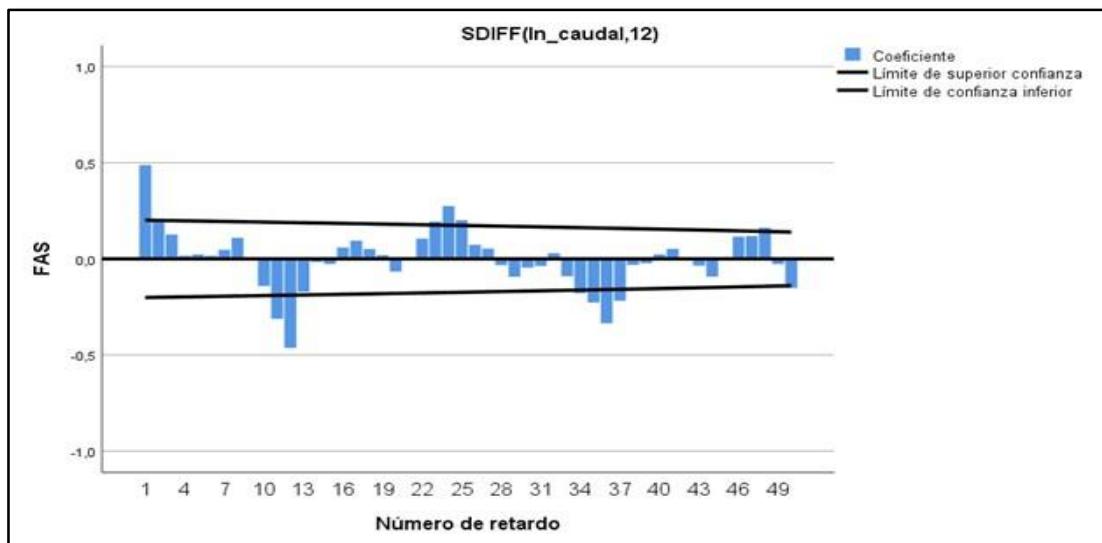


Figura 28. Gráfico de autocorrelación simple para la serie LnCAUDAL con $d=0$ y $D=1$.

3.11.3 Determinación de órdenes autorregresivas y medias móviles

De lo hallado en el punto anterior, las ordenes d y D son el número de veces con que se tiene que diferenciar a la serie previamente estabilizada en varianza hasta obtener un proceso estable en varianza y media; es decir la serie original ya se encuentra estacionarizada. El valor de las ordenes autorregresivas regular (p) y estacional (P), y las ordenes medias móviles regular (q) y estacional (Q), se obtiene cuando la transformación realizada anteriormente alcanza a comportarse como un proceso ARMA (p,q) $\times(P,Q)$. La identificación de las órdenes autorregresivas y de medias móviles de la parte regular del modelo (p, q), se realiza a partir de las funciones ACF y ACFP muestrales, las mismas que se comparan con el comportamiento de los retardos típicos de las ACF y ACFP teóricas.

Y la identificación de los parámetros autorregresivos y de medias móviles de la parte estacional (P y Q), se realiza a partir de las funciones ACF y ACFP muestrales para la serie diferenciada estacionalmente, considerando exclusivamente los retardos estacionales $s, 2s, 3s\dots$, y teniendo como patrón de comportamiento a las ACF y ACFP teóricas.

A continuación, se identifican las órdenes autorregresivas y de medias móviles regulares: AR(p), MA(q) y las órdenes autorregresivas y de medias móviles estacionales: AR(P) s , MA(Q) s .

Para analizar la parte regular de la serie, vemos que en la Figura 27, se muestra las autocorrelaciones estimadas ACF de la serie LnCAUDAL con $d=0$ y $D=1$, y en la **Figura 29**, muestra las correspondientes autocorrelaciones parciales estimadas ACFP. A partir de la función de autocorrelación de la serie, se observa que las autocorrelaciones caen aproximadamente exponencialmente (rápidamente), y en la función de autocorrelación parcial, se ve que después del retardo 1, las correlaciones parciales disminuyen con bastante regularidad, estas características son de un modelo autorregresivo, esto sugiere que esta serie temporal podría describirse solo mediante un modelo AR(1), por lo tanto, una alternativa para la parte regular de la serie será un modelo de la forma ARMA(1,0) con $p=1$ y $q=0$.

Para analizar la parte estacional de la serie, también se emplean autocorrelaciones estimadas ACF y autocorrelaciones parciales estimadas ACFP, de la serie LnCAUDAL con $d=0$ y $D=1$, vistas en la Figura 28 y Figura 29. Analizando los rezagos estacionales, en la función de autocorrelación de la serie, se puede observar que hay un decaimiento de las correlaciones de los rezagos estacionales, y en la función de autocorrelación parcial, se ve que después del primer rezago estacional (periodo 12) la autocorrelación parciales estacionales (24, 36, ...) son pequeñas, esto sugiere que la serie se puede describir mediante un modelo estacional AR(1) s , por lo tanto, una alternativa para la parte estacional de la serie será un modelo de la forma ARMA(1,0) s con $P=1$ y $Q=0$. Luego, el modelo obtenido es de la forma:

$$\text{ARIMA } (1,0,0) \times (0,1,1)s$$

En la práctica, se recomienda considerar además modelos alternativos más elaborados que el que esperamos utilizar, para decidir en qué punto es la simplificación. Se propuso además el modelo ARIMA(1,0,1)x(0,1,1) s .

Estos modelos serán sometidos a análisis para primero ver si sus parámetros son significativos y evaluar las pruebas de residuos, escogiendo el modelo que consiga el mejor ajuste.

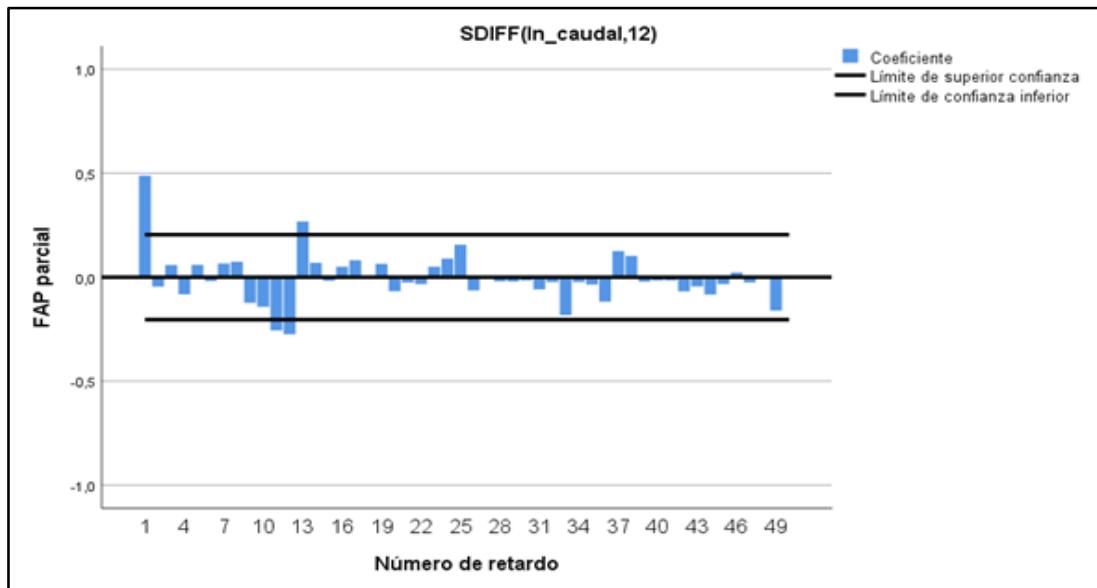


Figura 29. Gráfico de autocorrelaciones parciales para la serie LnCAUDAL con $d=0$ Y $D=1$.

Teniendo en cuenta las características de la serie, su transformación logaritmo natural, sus características de estacionalidad y tendencia proponemos evaluar los siguientes modelos ARIMA, como se observa en la siguiente Tabla 12.

Tabla 12. Modelos ARIMA identificados

Modelo	Tipo de transformación	Orden regular, d	Orden estacional, D	Modelo ARIMA $(p,d,q)x(P,D,Q)$	Condición
M1	Logaritmo natural de Caudal	0	1	$(1,0,0)x(1,1,0)$	Tentativo
M2	Logaritmo natural de Caudal	0	1	$(1,0,1)x(1,1,0)$	Alternativo

3.12 Metodología de Cálculo de las Microcuenca de las Lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo

3.12.1 Tratamiento de la Información de entrada de las lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo.

A) Laguna de Sibinacocha. La variable de estudio del volumen está representada por la serie de volúmenes en la microcuenca de la laguna de Sibinacocha, datos obtenidos del estudio hidrográfico y extraídos del anexo. De acuerdo con la información obtenida de los volúmenes se cuenta con data desde el año 1998 al 2017, se tienen un total de 240 observaciones cuyo comportamiento se muestra a continuación en la Figura 30.

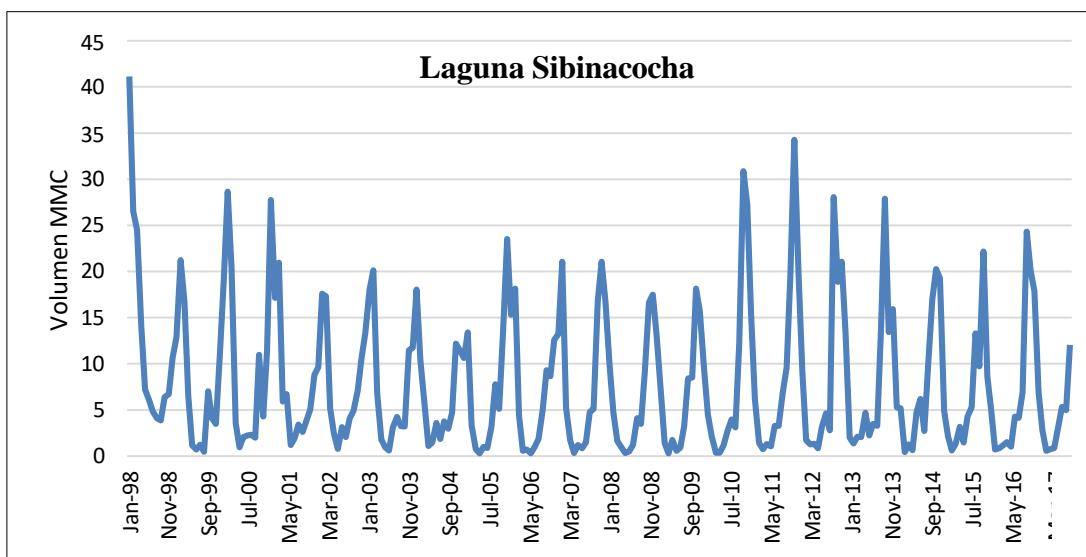


Figura 30. Serie temporal del volumen mensual de laguna sibinacocha del 1998 al 2017

Tabla 13. Estadísticos descriptivos Sibinacocha

Estadísticos descriptivos Sibinacocha					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Desviación
Volumen_Sibinacocha	240	,32	41,16	7,731	7,7408
N válido (por lista)	240				

En la Tabla 13, se observa que de acuerdo con los registros obtenidos la serie no presenta tendencia marcada, pero si variaciones estacionales mensuales, La serie muestra un marcado patrón estacional, ya que los volúmenes alcanzan su punto máximo en los meses

de avenida, mientras que los volúmenes menores ocurren en los meses de estiaje. Se puede decir que la serie exhibe un comportamiento periódico de periodo de 12 meses.

También, se caracteriza por ser una serie no estacionaria y se sabe que el modelo ARIMA requiere que la serie sea estacionaria en varianza y en media regular y estacional.

B) Laguna de Pomacanchis. La variable de estudio Volumen está representada por la serie de volúmenes de la microcuenca de la laguna de Pomacanchis, datos obtenidos del estudio hidrográfico. De acuerdo con la información obtenida de los volúmenes se cuenta con data desde el año 1998 al 2017, se tienen un total de 240 observaciones cuyo comportamiento se muestra a continuación en la Figura 31.

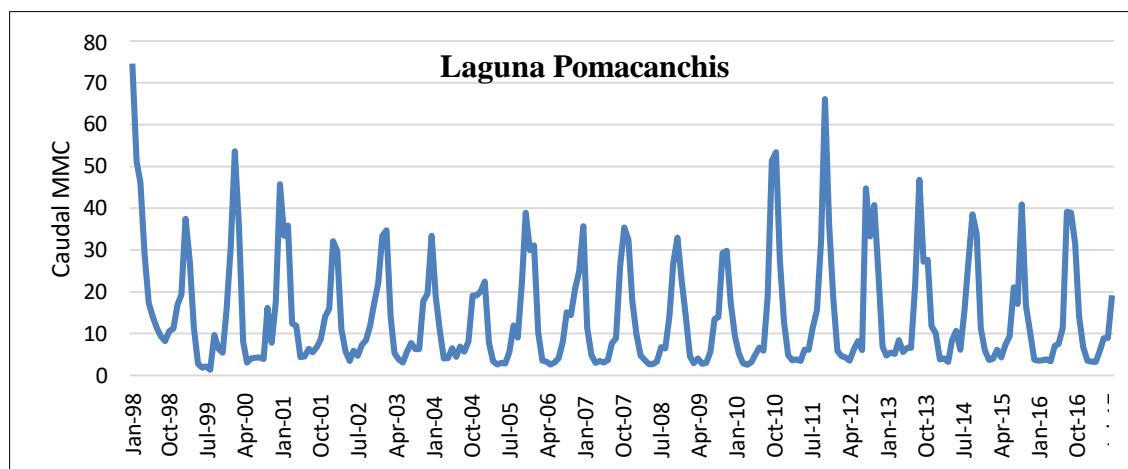


Figura 31. Serie temporal del volumen mensual de laguna Pomacanchis del 1998 al 2017

Tabla 14. Estadísticos descriptivos Pomacanchis

Estadísticos descriptivos Pomacanchis					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Desviación
Volumen Pomacanchis	240	1.42	74.58	14.28	13.23
N válido (por lista)	240				

En la Tabla 14, se observa que la serie no presenta tendencia marcada, pero si variaciones estacionales mensuales. La serie muestra un marcado patrón estacional, ya que los volúmenes alcanzan su punto de avenida, mientras que los volúmenes menores ocurren en los meses de estiaje. Se puede decir que la serie exhibe un comportamiento periódico de periodo de 12 meses. También, se caracteriza por ser una serie no estacionaria y se

sabe que el modelo ARIMA requiere que la serie sea estacionaria en varianza y en media regular y estacional.

C) Laguna de Langui Layo. La variable de estudio Volumen está representada por la serie de volúmenes de la microcuenca de la laguna de Langui Layo, datos obtenidos del estudio hidrográfico. De acuerdo con la información obtenida de los volúmenes se cuenta con data desde el año 1998 al 2017, se tienen un total de 240 observaciones cuyo comportamiento se muestra a continuación en la Figura 32.

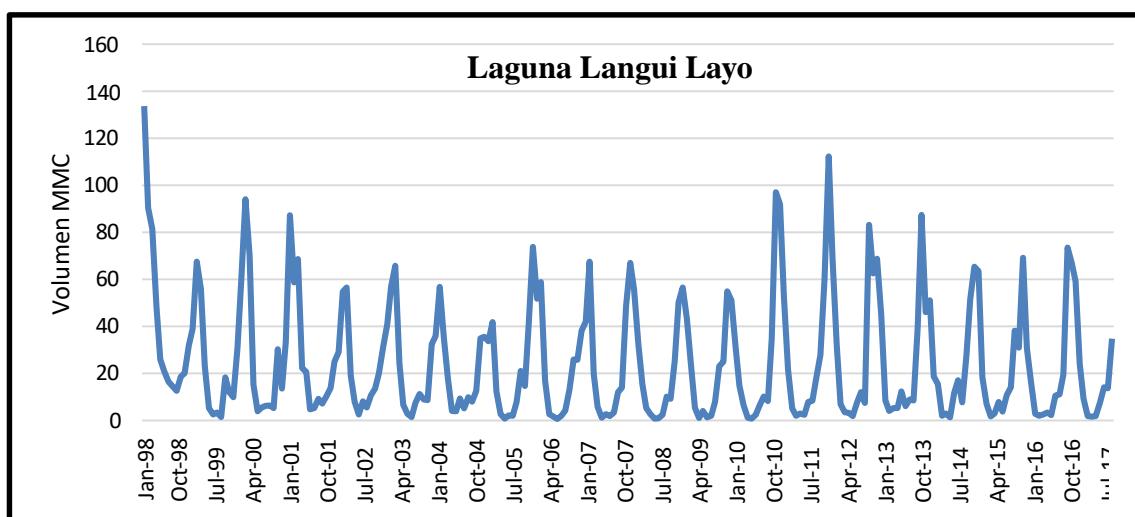


Figura 32. Serie temporal del volumen mensual de laguna Langui Layo del 1998 al 2017

Tabla 15. Estadísticos descriptivos Langui Layo

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desviación
Volumen Langui Layo	240	,71	133,76	24,08	25,16
	240				

N válido (por lista)

En la Tabla 15, se observa que de acuerdo con los registros obtenidos la serie no presenta tendencia marcada, pero si variaciones estacionales mensuales, La serie muestra un marcado patrón estacional, ya que los volúmenes alcanzan su punto de avenida, mientras que los volúmenes menores ocurren en los meses de estiaje. Se puede decir que la serie exhibe un comportamiento periódico de periodo de 12 meses.

3.12.2 Análisis de estabilidad de la varianza de la serie de las lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo

A) Laguna de Sibinacocha. La significancia (p valor) Sig=0.068 no es menor de 0.05, por lo tanto, si existe homogeneidad de varianzas. El estadístico de Levene indica que la serie si es estacionaria en varianza como se observa en la tabla 16.

Observamos en la Figura 33, que el componente estacional y cíclico de la serie original, el valor más alto de 0.08 de frecuencia, de acuerdo con el Periodograma de Frecuencia se observa una fuerte variación estacional cada 12 meses que corresponde a un periodo de un año o cada 12 meses.

Frecuencia: 0,080 1/0.080= 12 meses.

Tabla 16. Prueba de homogeneidad de varianza sibinacocha

Volumen de Sibinacocha	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Se basa en la media	1,560	19	220	,068
Se basa en la mediana	,477	19	220	,970
Se basa en la mediana y con gl ajustado	,477	19	146,38	,968
Se basa en la media recortada	1,274	19	220	,202

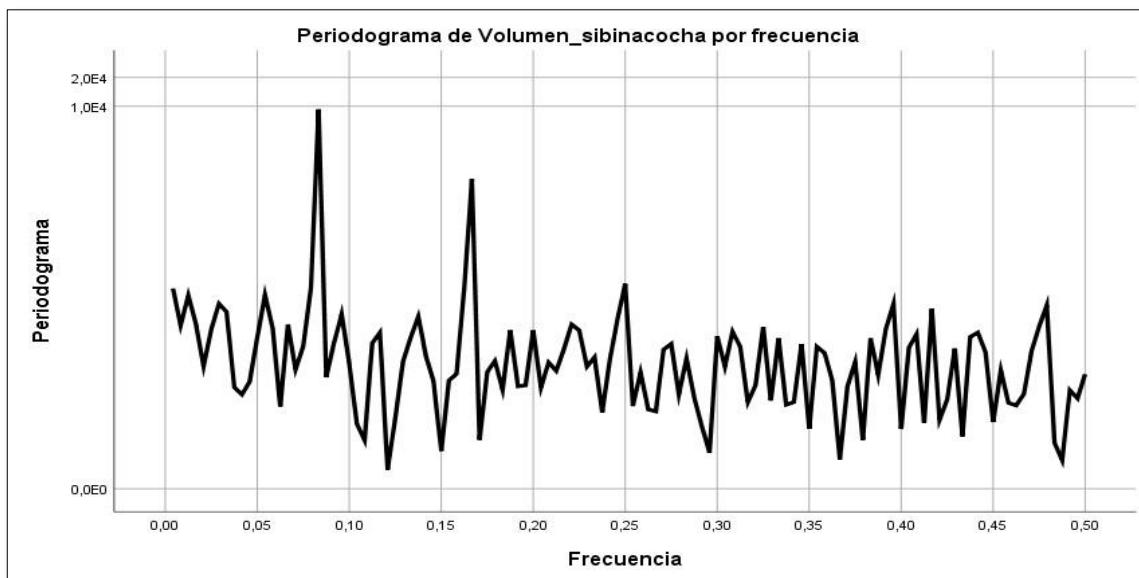


Figura 33. Periodograma de frecuencia de la serie temporal volumen mensual de la laguna Sibinacocha.

B) Laguna de Pomacanchis. La significancia (p valor) Sig=0.026 es menor de 0.05, por lo tanto, no existe homogeneidad de varianzas. El estadístico de Levene indica que la serie no es estacionaria en varianza como se observa en la Tabla 17.

Observamos en la Figura 34, que el componente estacional y cíclico de la serie original, el valor más alto de 0.08 de frecuencia, de acuerdo con el Periodograma de Frecuencia se observa una fuerte variación estacional cada 12 meses que corresponde a un periodo de un año o cada 12 meses. Frecuencia: $0,080 - 1/0.080 = 12$ meses

Tabla 17. Prueba de homogeneidad de varianza Pomacanchis

Volumen de Pomacanchis	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Se basa en la media	1,783	19	220	,026
Se basa en la mediana	,532	19	220	,946
Se basa en la mediana y con gl ajustado	,532	19	144,525	,944
Se basa en la media recortada	1,425	19	220	,117

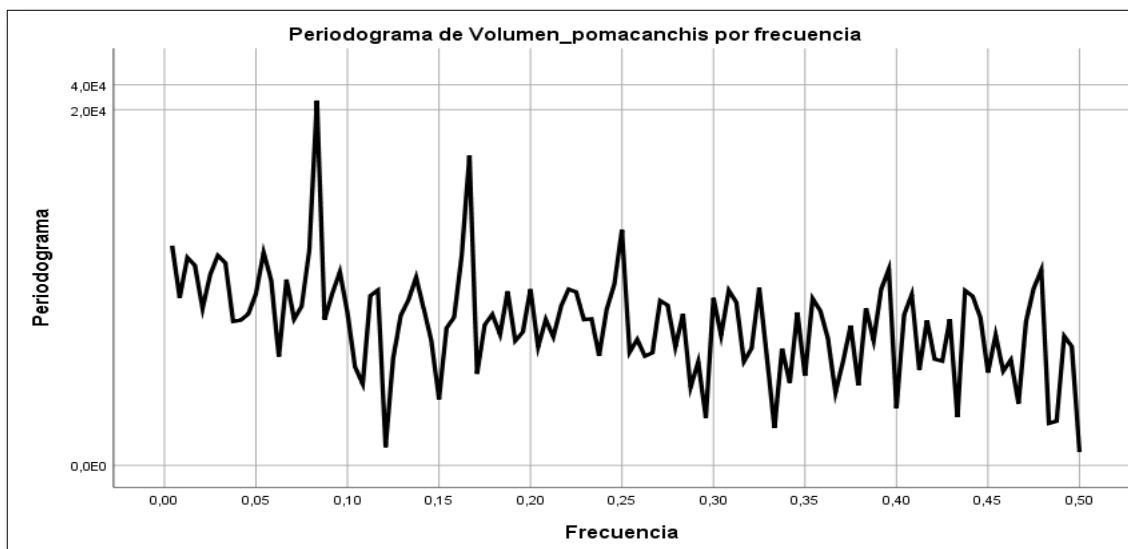


Figura 34. Periodograma de frecuencia de la serie temporal volumen mensual de la laguna Pomacanchis.

C) Laguna de Langui Layo. La significancia (p valor) Sig=0.046 es menor de 0.05, por lo tanto, no existe homogeneidad de varianzas. El estadístico de Levene indica que la serie no es estacionaria en varianza como se observa en la Tabla 18.

Observamos en la Figura 35, que el componente estacional y cíclico de la serie original, el valor más alto de 0.08 de frecuencia, de acuerdo con el Periodograma de Frecuencia se observa una fuerte variación estacional cada 12 meses que corresponde a un periodo de un año o cada 12 meses.

Frecuencia: 0,080 $1/0.080 = 12$ meses.

Tabla 18. Prueba de homogeneidad de varianza Langui Layo

Volumen de Langui Layo	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Se basa en la media	1,655	19	220	,046
Se basa en la mediana	,503	19	220	,960
Se basa en la mediana y con gl ajustado	,503	19	146,241	,958
Se basa en la media recortada	1,358	19	220	,150

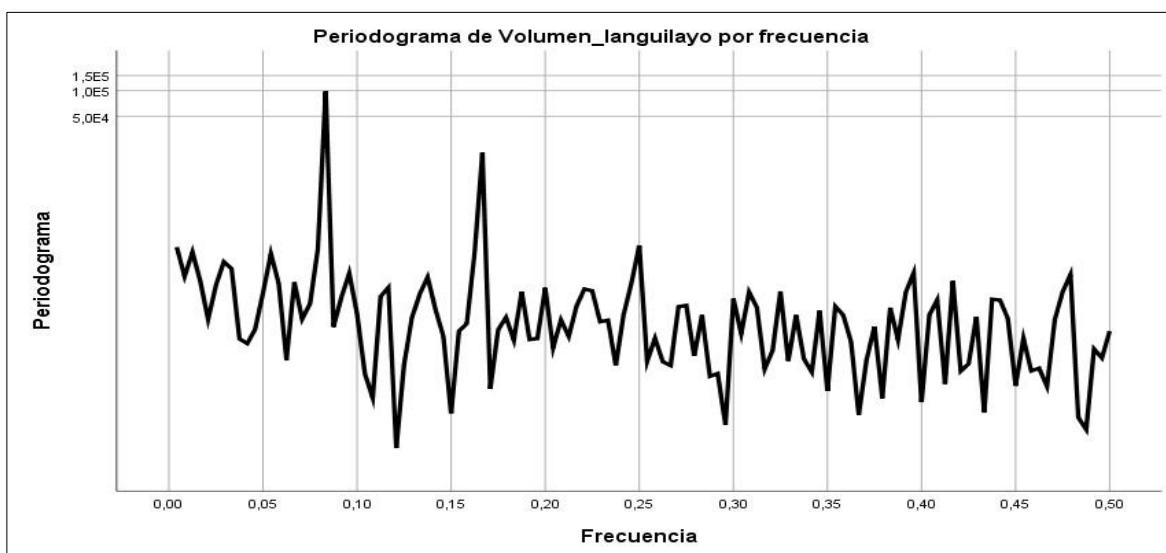


Figura 35. Periodograma de frecuencia de la serie temporal volumen mensual de la laguna Langui Layo.

3.12.3 Procedimiento de cálculo del modelo ARIMA utilizando el programa SPSS para las Lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo

A) Laguna de Sibinacocha. A partir de la serie volumen, se analizó la función de autocorrelación simple ACF. se observa en la Figura 36, que tiene un decaimiento rápido en los primeros retardos, por lo que se deduce que la serie no presenta una tendencia regular marcada. Luego la serie, no será diferenciada en la parte regular y si diferenciada en la parte estacional ($d=0$ y $D=1$). El modelo ARIMA a considerar será: ARIMA(p,0,q)x(P,1,Q)s.

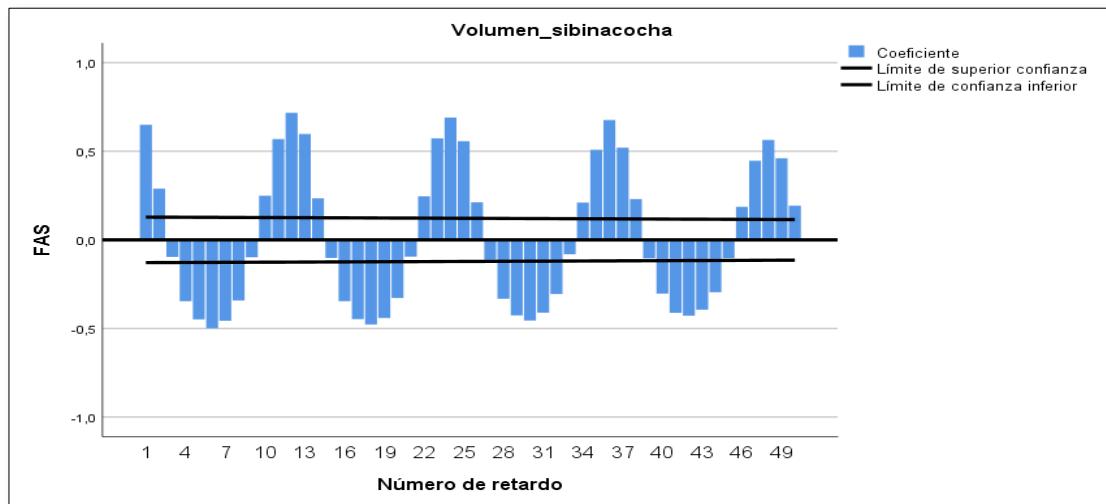


Figura 36. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie volumen de la laguna Sibinacocha.

B) Laguna de Pomacanchis.

En la Figura 37, se muestra el rango intercuartil de cada año como función de la mediana del año para la serie Caudal. Cuando la variabilidad de la serie aumenta linealmente con el nivel de dicha serie, para alcanzar homocedasticidad (variabilidad constante) se toma logaritmos. En nuestro caso puede notarse dicha tendencia por lo que tomaremos luego una transformación a logaritmo natural.

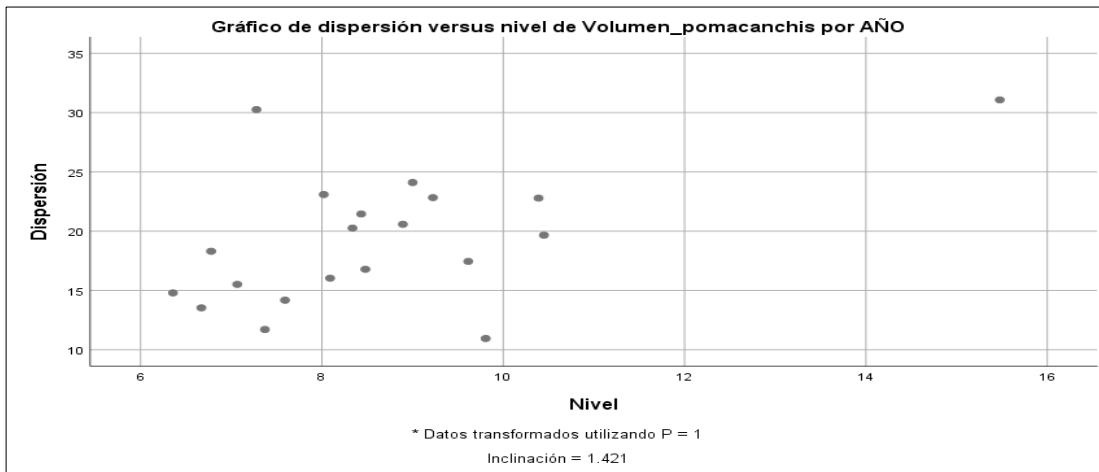


Figura 37. Gráfico de dispersión vs. nivel de volúmenes

Prueba de Levene. La potencia de transformación se obtiene restando a uno el valor de la pendiente de la recta de regresión: $\lambda = 1 - 1.421 = -0.421$. Se utilizan potencias redondeadas a múltiplos de 0.5. Debido a que la potencia de transformación estimada es de -0.421, de las potencias posibles que lograrán la estabilización en varianza de la serie original VOLUMEN, serían $\lambda=0$ ó $\lambda= -0.5$. Se recomienda un $\lambda=0$ lo que equivale a una transformación de logaritmo natural. A partir de la serie VOLUMEN transformada (LnVOLUMEN), se analiza la función de autocorrelación simple ACF, ver Figura 38, se observa que tiene un decaimiento rápido en los primeros retardos, por lo que se deduce que la serie no presenta una tendencia marcada. Luego, la serie LnVOLUMEN, no será diferenciada en la parte regular y si diferenciada en la parte estacional ($d=0$ y $D=1$). Luego, el modelo ARIMA a considerar será: ARIMA($p,0,q$) $x(P,1,Q)_s$.

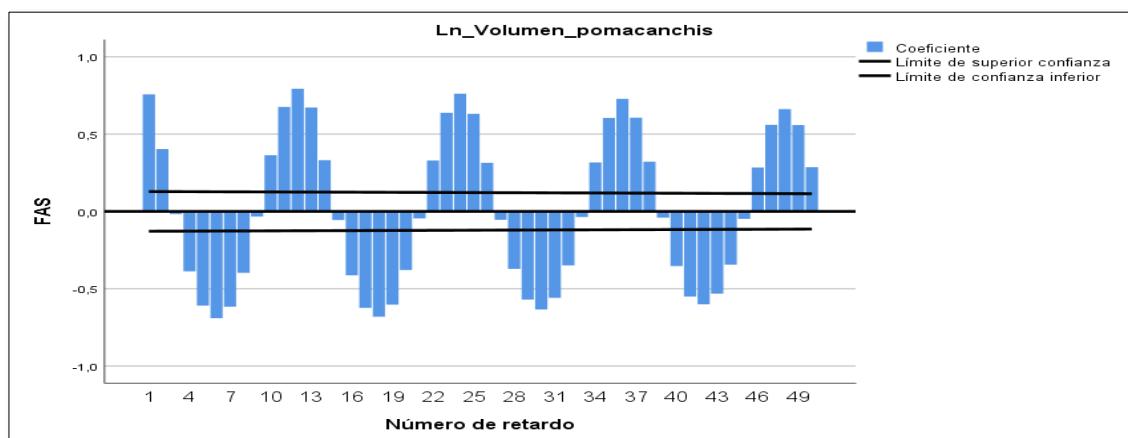


Figura 38. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie LnVOLUMEN de la laguna Pomacanchis.

C) Laguna de Langui Layo. A partir de la serie volumen, se analiza su correspondiente función de autocorrelación simple ACF, ver Figura 39, se observa que tiene un decaimiento rápido en los primeros retardos, por lo que se deduce que la serie no presenta una tendencia marcada. Luego, la serie VOLUMEN de la laguna Langui Layo, no será diferenciada en la parte regular y si diferenciada en la parte estacional ($d=0$ y $D=1$). Luego, el modelo ARIMA a considerar será: ARIMA($p,0,q$) $x(P,1,Q)s$.

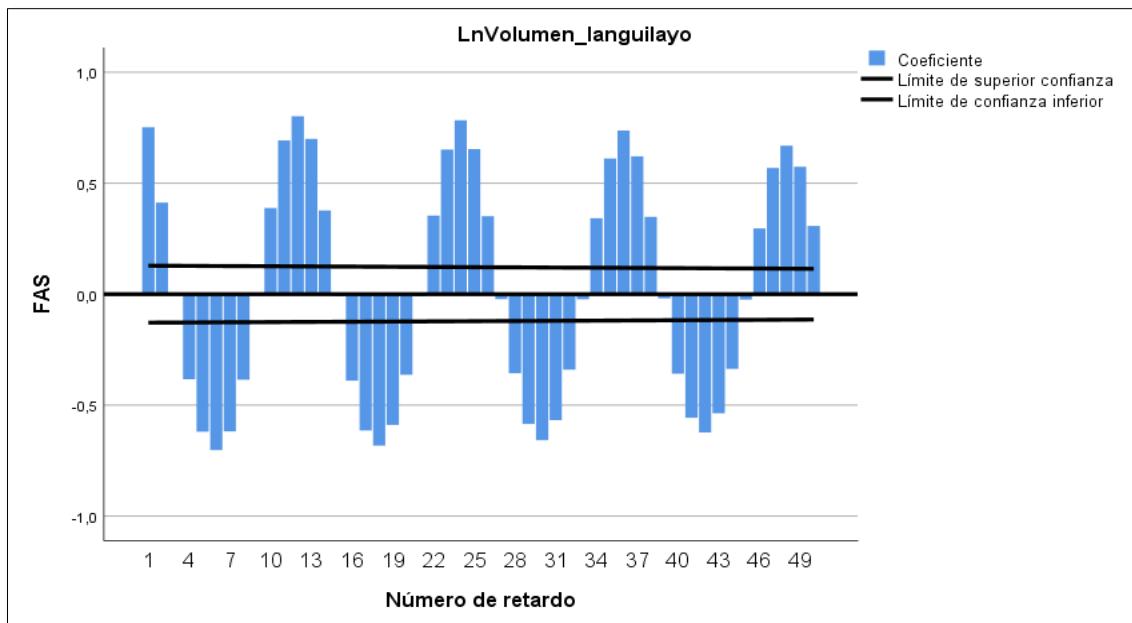


Figura 39. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie LnVOLUMEN de la laguna Langui Layo

3.12.4. Determinación de órdenes autorregresivas y medias móviles de las lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo

A) Laguna de Sibinacocha. A continuación, en las siguientes Figuras 40 y 41, se identifican las órdenes autorregresivas y de medias móviles regulares: AR(p), MA(q) y las órdenes autorregresivas y de medias móviles estacionales: AR(P) s , MA(Q) s .

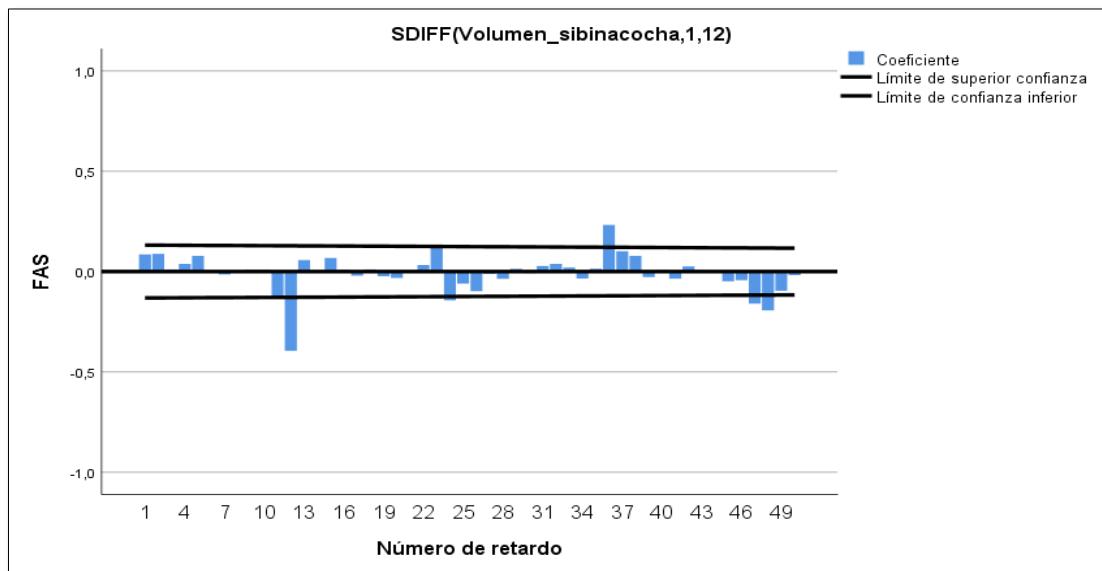


Figura 40. gráfico de autocorrelación simple para la serie volumen de la laguna Sibinacocha con $d=0$ y $d=1$

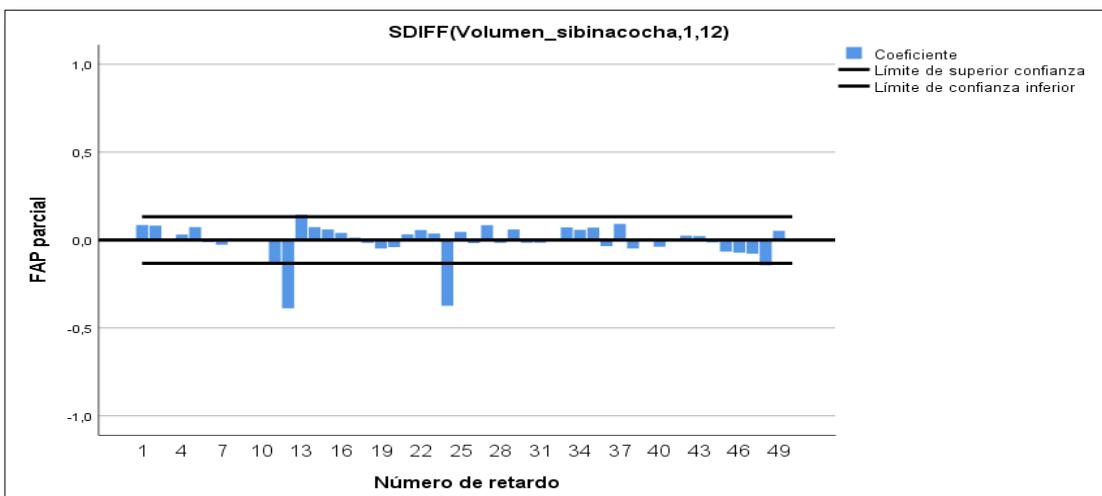


Figura 41. Gráfico de autocorrelaciones parciales para la serie volumen de la laguna Sibinacocha con $d=0$ y $d=1$

El modelo obtenido es de la forma: ARIMA (0,0,0)x(2,1,1)s

Pero se evaluará dos modelos y a su vez ambos modelos serán sometidos a análisis para primero ver si sus parámetros son significativos y evaluar las pruebas de residuos, escogiendo el modelo que consiga el mejor ajuste, se puede observar en la siguiente Tabla 19.

Tabla 19. Modelos ARIMA identificados

Modelo	Tipo de transformación (ninguna)	Orden regular, d	Orden estacional, D	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)	Condición
M1	VOLUMEN	0	1	(0,0,0)x(2,1,1)	Tentativo
M2	VOLUMEN	0	1	(1,0,0)x(2,1,1)	Alternativo

B) Laguna de Pomacanchis. A continuación, en las siguientes Figuras 42 y 43, se identifican las órdenes autorregresivas y de medias móviles regulares: AR(p), MA(q) y las órdenes autorregresivas y de medias móviles estacionales: AR(P)s, MA(Q)s

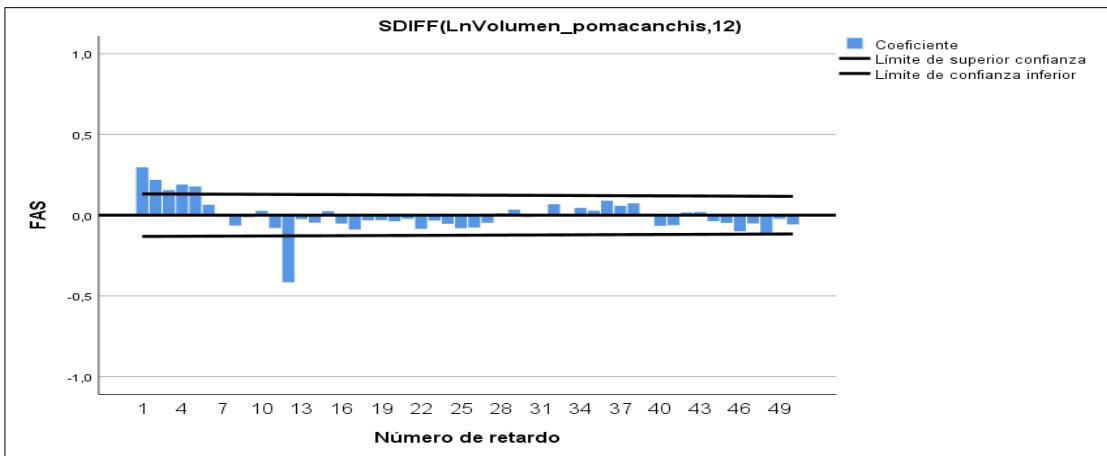


Figura 42. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie LnVOLUMEN de la laguna Pomacanchis con d=0 y d=1.

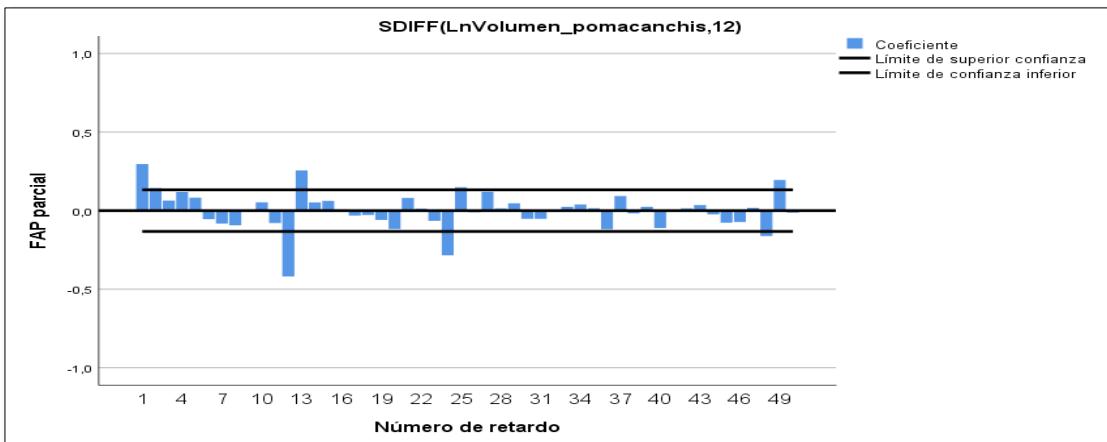


Figura 43. Gráfico de autocorrelaciones parciales para la serie LnVOLUMEN de la laguna Pomacanchis con d=0 y d=1

Luego, el modelo obtenido es de la forma: **ARIMA (1,0,1)x(2,1,1)s**

Estos modelos serán sometidos a análisis para primero ver si sus parámetros son significativos y evaluar las pruebas de residuos, escogiendo el modelo que consiga el mejor ajuste como se observa en la siguiente Tabla 20.

Tabla 20. Modelos ARIMA identificados

Modelo	Tipo de transformación	Orden regular, d	Orden estacional, D	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)	Condición
M1	Logaritmo natural del VOLUMEN	0	1	(1,0,1)x(2,1,1)	Tentativo
M2	Logaritmo natural del VOLUMEN	0	1	(1,0,1)x(1,1,1)	Alternativo

C) Laguna de Langui Layo. A continuación, en las siguientes Figuras 44 y 45, se identifican las órdenes autorregresivas y de medias móviles regulares: AR(p), MA(q) y las órdenes autorregresivas y de medias móviles estacionales: AR(P)s, MA(Q)s

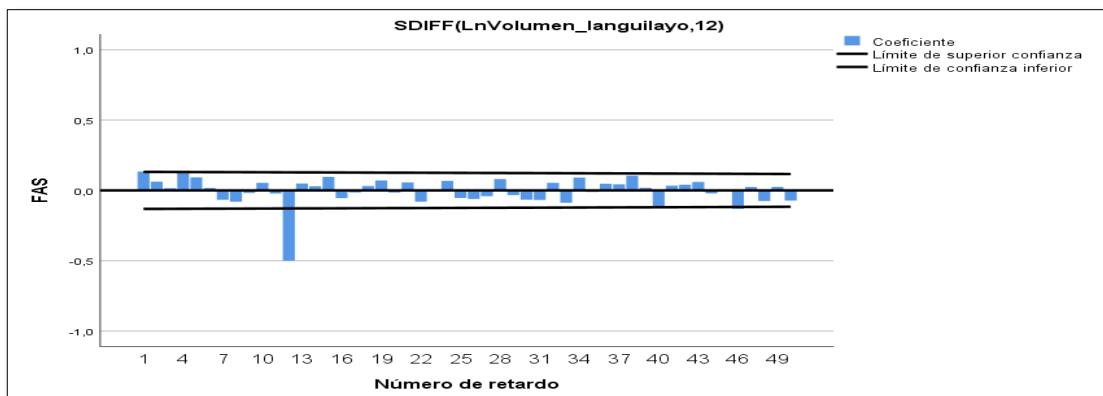


Figura 44. Gráfico de autocorrelaciones simple para la serie LnVOLUMEN de la laguna Langui Layo con d=0 y d=1

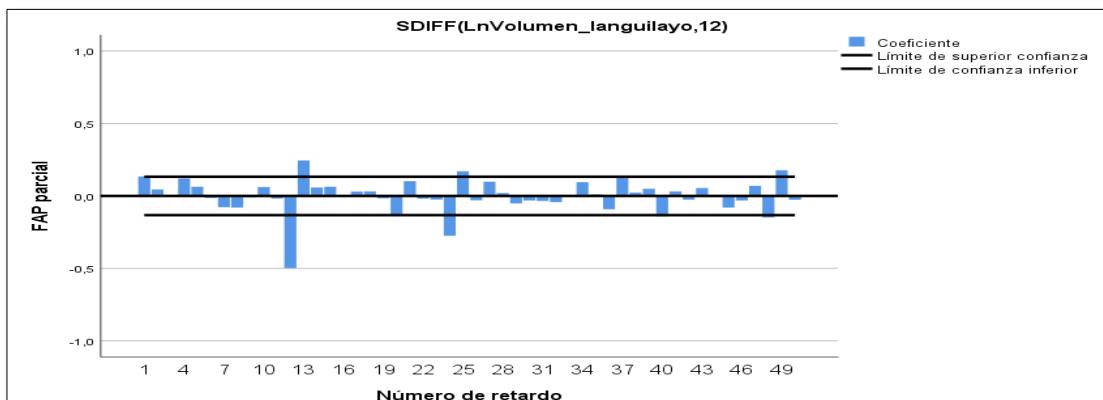


Figura 45. Gráfico de autocorrelaciones parciales para la serie LnVOLUMEN de la laguna Langui Layo con d=0 y d=1

Luego, el modelo obtenido es de la forma: **ARIMA (0,0,0)x(2,1,1)s**

Estos modelos serán sometidos a un análisis para ver si sus parámetros son significativos y evaluar las pruebas de residuos, como se observa en la Tabla 21.

Tabla 21. Modelos ARIMA identificados

Modelo	Tipo de transformación	Orden regular, d	Orden estacional, D	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)	Condición
M1	Logaritmo natural del VOLUMEN	0	1	(0,0,0)x(2,1,1)	Tentativo
M2	Logaritmo natural del VOLUMEN	0	1	(1,0,0)x(1,1,1)	Alternativo

3.13 Metodología de cálculo de las lagunas de Sibinacocha y Langui Layo

A) Laguna de Sibinacocha. La información obtenida presenta la serie temporal del volumen de almacenamiento mensual (en MMC) de la laguna de Sibinacocha, desde el año 1999 al 2017, se tiene un total de **228 observaciones**, se muestra en la Figura 46. La serie VOLUMEN, de acuerdo con los registros obtenidos no presenta una tendencia marcada, pero si un comportamiento estacional de periodo 12 meses. Esto es, la serie muestra un marcado patrón estacional, porque los volúmenes alcanzan su punto máximo en los meses de febrero, marzo y abril. Se puede decir que la serie temporal es estacionaria en media y varianza, pero si presenta estacionalidad.

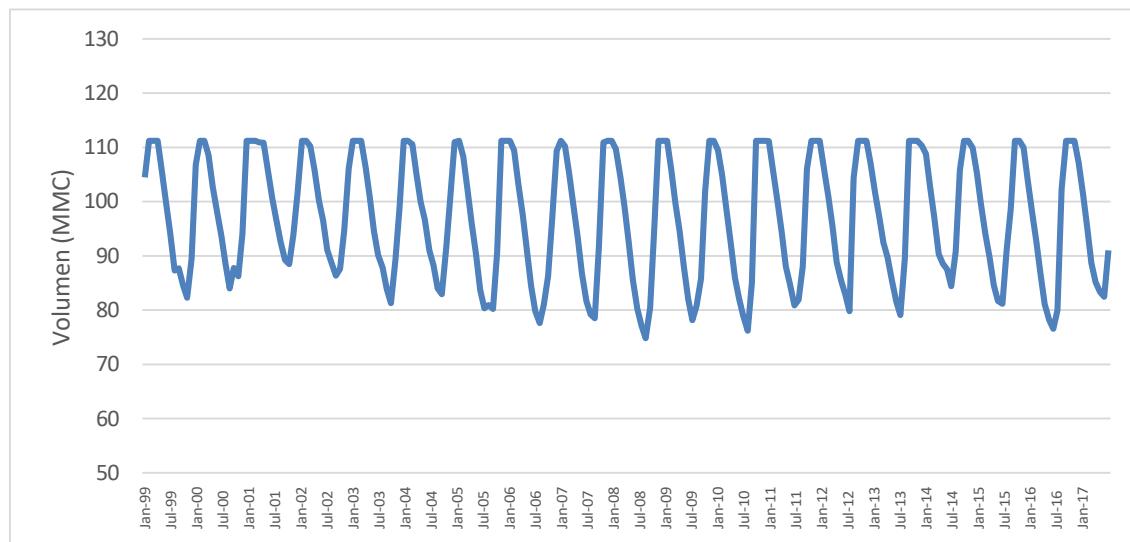


Figura 46. Serie temporal del volumen de caudal mensual de la laguna de sibinacocha del 1999 al 2017

La Tabla 22, se muestra que se obtuvo un volumen medio de caudal mensual de aproximadamente 96.97 MMC. Del resultado se puede observar que, el volumen de caudal mínimo fue de 74.85 MMC y un máximo de 111.22 MMC, se evidencia que existe una diferencia sustancial en los valores de volumen máximo y mínimo de caudal.

Tabla 22. Estadísticas del volumen de caudal mensual Sibinacocha

Estadísticos descriptivos					
Volumen de caudal (MMC)	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Desviación
Sibinacocha	228	74.85	111.22	96.9693	11.44765
N válido (por lista)	228				

B) Laguna de Langui Layo. Se presenta la serie temporal del volumen de caudal mensual (en MMC) de la laguna Langui Layo, desde el año 1998 al 2017, se tiene un total de 240 observaciones cuyo comportamiento se muestra en la Figura 47.

La serie VOLUMEN, de acuerdo con los registros obtenidos no presenta una tendencia marcada, pero si una estacionalidad en los datos de periodo 12 meses. La serie muestra un marcado patrón estacional, ya que los volúmenes alcanzan su punto máximo en los meses de febrero, marzo y abril. En lo observado la serie presenta tendencia constante pero la varianza no es homogénea y cambia con el tiempo. Por lo que se puede decir que la serie temporal es estacionaria en media, pero no es estacionaria en varianza, y presenta estacionalidad.

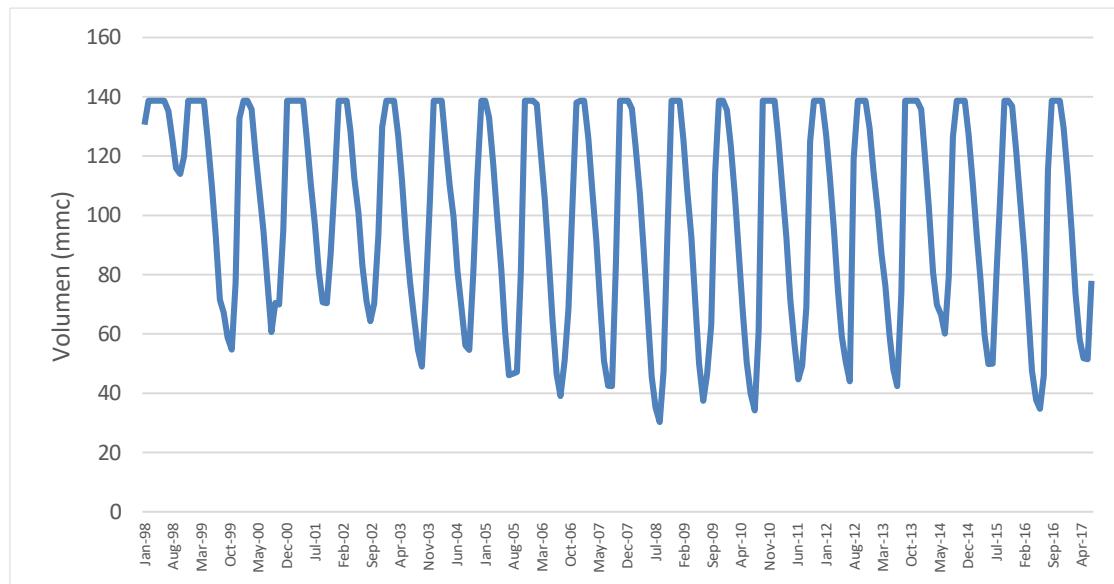


Figura 47. Serie temporal del volumen de caudal mensual de la laguna de Langui Layo del 1999 al 2017

La Tabla 23, presenta las estadísticas calculadas para el volumen de caudal mensual. Los datos muestran que se obtuvo un volumen medio de caudal mensual de aproximadamente 99.76 MMC. Del resultado se puede observar que, el volumen de caudal mínimo fue de 30.33 MMC y un máximo de 138.69 MMC, por lo que se evidencia que existe una diferencia sustancial en los valores de volumen máximo y mínimo de caudal.

Tabla 23. Estadísticas del volumen de caudal mensual Langui Layo

Estadísticos descriptivos					
Volumen de caudal (MMC)	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Desviación
Langui Layo	240	30,33	138,69	99,7629	34,75683
N válido (por lista)	240				

3.13.1 Determinación de órdenes autorregresivas de las lagunas

Sibinacocha y Langui Layo.

A) Laguna de Sibinacocha. La metodología del modelo ARIMA requiere que la serie temporal sea estacionaria en media y en varianza. Analizando la serie VOLUMEN evidenció que es estacionaria en media y en varianza. Por otro lado, como la serie presenta estacionalidad, dicha serie tiene que estar libre de estacionalidad, por ello se realizó una diferencia estacional a la serie para eliminar dicha estacionalidad.

Luego, la serie VOLUMEN no será diferenciada en la parte regular y si diferenciada en la parte estacional ($d=0$ y $D=1$). Siendo el modelo ARIMA(p,d,q) $\times(P,D,Q)_s$ de la forma, ARIMA($p,0,q$) $\times(P,1,Q)_s$.

Identificación del modelo

Para la identificación de la orden autorregresiva AR(p) y de media móvil MA(q) regular, y la orden autorregresiva AR(p) $_s$ y de media móvil MA(Q) $_s$ estacional se emplearon la función de autocorrelación simple ACF y la función de autocorrelación parcial ACFP de la serie VOLUMEN diferenciada estacionalmente, vistas en la Figura 48 y Figura 49.

Para analizar la parte regular de la serie, se observa en la función de autocorrelación que no se tiene autocorrelaciones bien marcadas que se diferencien de las demás, esto sugiere

que la serie no tendría parte media móvil, y en la función de autocorrelación parcial, se ve que después del retardo 1 las correlaciones parciales disminuyen de manera drástica en los primeros retardos, esta características son de un modelo autorregresivo, esto sugiere que esta serie temporal podría describirse con una parte autorregresiva regular de la forma AR(1), por lo tanto, una alternativa para la parte regular de la serie será un modelo de la forma ARMA(1,0) con $p=1$ y $q=0$. Para analizar la parte estacional en base a los rezagos estacionales, se puede observar en la función de autocorrelación que solo la correlación del rezago 12 (primer rezago estacional) es bastante significativo, esto sugiere que la serie tiene una parte de media móvil estacional de la forma MA(1)s; y en la función de autocorrelación parcial, se ve que las autocorrelaciones parciales estacionales (periodo 12, 24) son significativas, se podría tomar esos dos rezagos estacionales (periodo 12 y periodo 24), esto sugiere que la serie se puede describir mediante un modelo autorregresivo estacional AR(2)s, por lo tanto, en general una alternativa para la parte estacional de la serie será un modelo de la forma ARMA(2,1)s con $P=2$ y $Q=1$.

Luego, el orden del modelo a ajustar es, ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s.

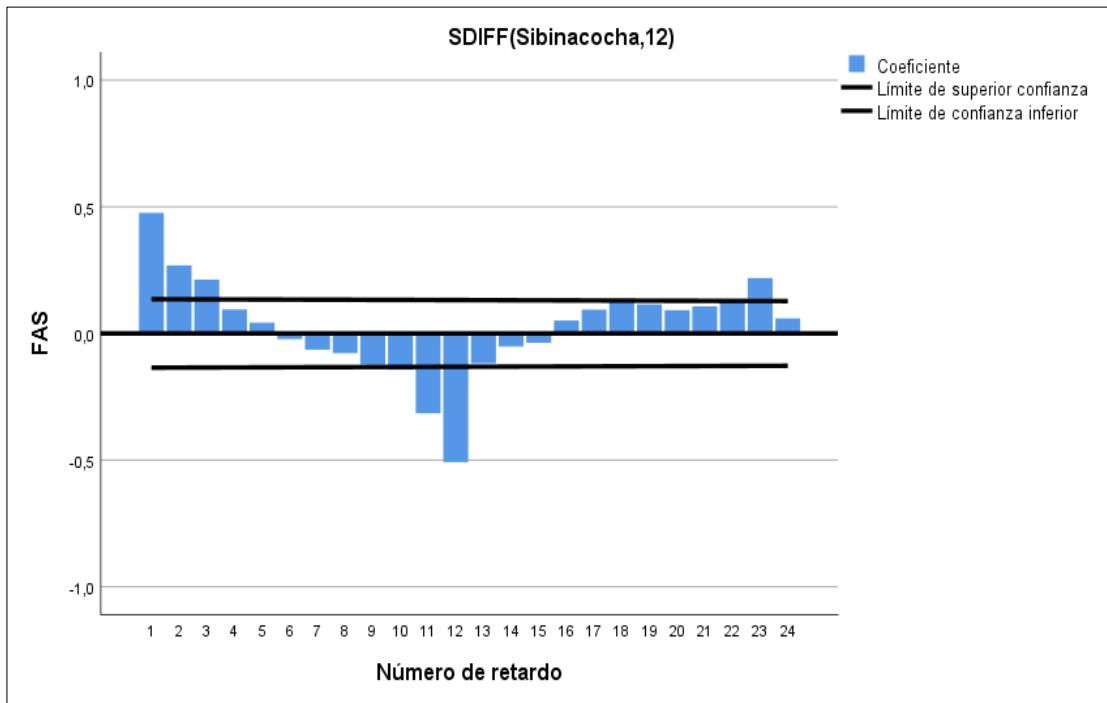


Figura 48. Autocorrelaciones simples de la serie volumen diferenciada estacionalmente de la laguna de sibinacocha.

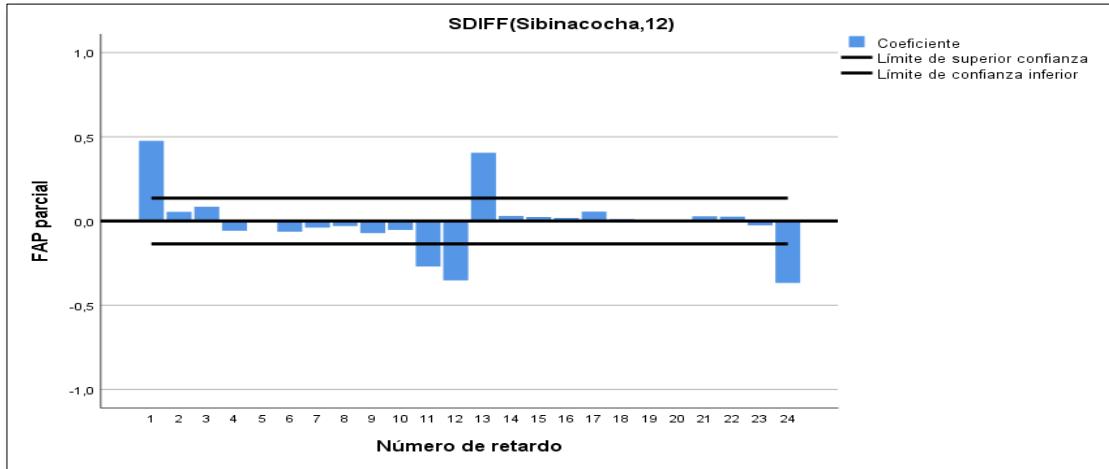


Figura 49. Autocorrelaciones parciales de la serie volumen diferenciada estacionalmente de la laguna de sibinacocha.

Teniendo en cuenta las características de la serie, sus características de estacionalidad y tendencia. Proponemos evaluar los siguientes modelos ARIMA observados en la Tabla 25.

Tabla 24. Modelos ARIMA identificados para la laguna de sibinacocha

Modelo	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)s	Condición
1	(1,0,0)x(2,1,1)	Propuesto
2	(1,0,0)x(0,1,0)	Alternativo

B) Laguna de Langui Layo. Se requiere que la serie temporal sea estacionaria en media y en varianza. La serie VOLUMEN es estacionaria en media, pero no en varianza. La no estacionariedad en la varianza se puede abordar aplicando una transformación a la serie, en la práctica se recomienda aplicar una transformación logarítmica ($\ln VOLUMEN$). Como la serie presenta estacionalidad, dicha serie tiene que estar libre de estacionalidad, por ello se realizó una diferencia estacional a la serie para eliminar dicha estacionalidad. En primer lugar, se aplica la transformación logaritmo a la serie ($\ln VOLUMEN$) para lograr la estacionariedad de la varianza, luego la serie transformada no será diferenciada en la parte regular, pero si diferenciada en la parte estacional ($d=0$ y $D=1$). Siendo el modelo ARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)s de la forma, ARIMA(p,0,q)x(P,1,Q)s para la serie transformada logarítmicamente.

Identificación del modelo

Para identificar la orden autorregresiva AR(p) y de media móvil MA(q) regular, y la orden autorregresiva AR(p)s y de media móvil MA(Q)s estacional se emplea la función de autocorrelación simple ACF y la función de autocorrelación parcial ACFP de la serie VOLUMEN transformada logarítmicamente y diferenciada estacionalmente, vistas en la Figura 50 y Figura 51. Para analizar la parte regular de la serie, se observa en la función de autocorrelación que no se tiene autocorrelaciones bien marcadas que se diferencien de las demás, se ve que después del retardo 1, las correlaciones parciales disminuyen drásticamente en los primeros retardos, estas características son de un modelo autorregresivo, entonces la serie temporal podría describirse con una parte autorregresiva regular de la forma AR(1), por lo tanto, la serie será un modelo de la forma ARMA(1,0) con p=1 y q=0. Para analizar la parte estacional en base a los rezagos estacionales, se puede observar en la función de autocorrelación que solo la correlación del rezago 12 (primer rezago estacional) es bastante significativo, esto sugiere que la serie tiene una parte de media móvil estacional de la forma MA(1)s; y en la función de autocorrelación parcial, se ve que las autocorrelaciones parciales estacionales (periodo 12, 24) son ligeramente significativas, se podría tomar esos dos rezagos estacionales (periodo 12 y periodo 24), la serie puede describirse mediante un modelo autorregresivo estacional AR(2)s, por lo tanto, en general una alternativa para la parte estacional de la serie será un modelo de la forma ARMA(2,1)s con P=1 y Q=1. Luego, el orden del modelo a ajustar es, ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s.

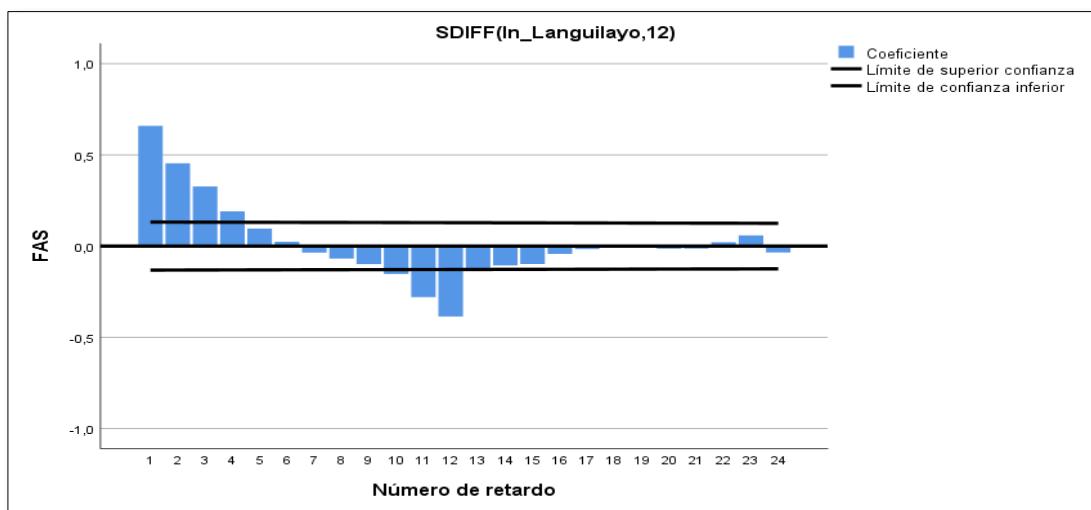


Figura 50. Autocorrelaciones simples de la serie lnVOLUMEN diferenciada estacionalmente Langui Layo

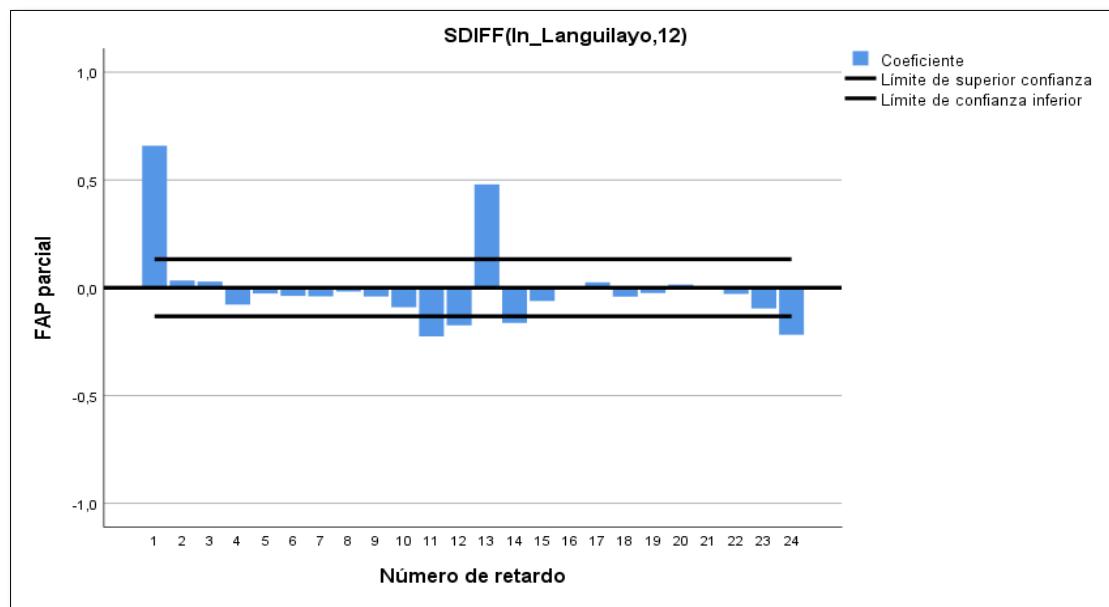


Figura 51. autocorrelaciones parciales de la serie lnVOLUMEN diferenciada estacionalmente Langu Layo

Se recomienda considerar además modelos alternativos que se espera utilizar, para decidir en qué punto es la simplificación.

Teniendo en cuenta las características de la serie, sus características de estacionalidad y tendencia proponemos evaluar los siguientes modelos ARIMA, como se observa en la Tabla 25.

Tabla 25. Modelos ARIMA identificados para la laguna de Langu Layo

Modelo	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)s	Condición
1	(1,0,0)x(2,1,1)	Propuesto
2	(1,0,1)x(1,1,1)	Alternativo

CAPITULO IV:

ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Análisis de resultados y estimación de parámetros del caudal del río Vilcanota

La estimación de los parámetros ϕ_i , θ_i , Φ_i y Θ_i generalmente se lleva a cabo utilizando los métodos de máxima verosimilitud condicional y máxima verosimilitud exacta. Es relevante destacar que los diferentes programas utilizados pueden producir valores distintos para los parámetros calculados de un mismo modelo ARIMA; esto se deben en parte a las diferencias de algoritmos empleados por cada programa. Durante el proceso de ajuste de cada modelo ARIMA tentativo, una vez que se han ingresado las ordenes ARIMA $(p,d,q)x(P,D,Q)$ s en el programa, se verifica si los parámetros calculados por dicho programa son significativamente diferentes de cero. Esta verificación se realiza a través de la probabilidad asociada al estadístico t–Student (Aprox Sig), con el fin de contrastar la hipótesis nula de que el parámetro en cuestión es igual a cero. Otro indicativo del grado de ajuste del modelo ARIMA a los datos es la raíz cuadrada de las varianzas de los residuales (Sum.of squares), cuando menor sea este valor será mejor el ajuste de los datos de la ST al modelo. Los modelos identificados; ARIMA $(1,0,0)x(0,1,1)$ y ARIMA $(1,0, 0)x(1,1,1)$ serán analizados, utilizando el programa SPSS, que nos permite verificar la significancia de sus parámetros, **así como efectuar las pruebas de residuos**, como se puede observar en la Tabla 26.

Tabla 26. Modelos ARIMA

Modelo	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)	Contraste de significancia de parámetros	Evaluación
M1	$(1,0,0)x(1,1,0)$	Coeficientes estables y significativos	óptimo
M2	$(1,0,1)x(1,1,0)$	Coeficientes estables y significativos	

4.1.1 Resultados de las estimaciones de modelos ARIMA representativos.

Las estimaciones y ajuste, calculados con el Programa SPSS, de los coeficientes autorregresivos y medias móviles regulares y estacionales se muestran a continuación para cada modelo:

A.- MODELO (M1) ARIMA (1,0,0)x(1,1,0) de la serie LnCAUDAL

En la Tabla 27, se muestra las estimaciones de los parámetros del primer modelo ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s, con sus respectivos errores estándar y significancia. Se puede observar que los parámetros autorregresivos AR tanto de la parte regular como de la parte estacional son significativos (con Sig.=0.000 < 0.05).

Tabla 27. Estimaciones de los parámetros del modelo (M1) ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s de la serie LnCAUDAL

Modelo 1			Estimación	SE	t	Sig.
Modelo 1 Logaritmo natural	Constante		-0.022	0.041	-0.550	0.584
	AR	Retardo 1	0.511	0.090	5.696	0.000
	AR, estacional	Retardo 1	-0.597	0.089	-6.683	0.000
	Diferencia estacional		1.000			

Luego este modelo M1 tiene la siguiente estructura:

ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s para LnCAUDAL

$$(1-\phi L)(1-\Phi L^{12})(1-L^{12})LnCAUDAL = \theta_0 + a_t \quad (4.1)$$

$$(1-0.511L)(1+0.597L^{12})(1-L^{12})LnCAUDAL = a_t$$

Donde $\phi = 0.511$, $\Phi = -0.597$, $\theta_0 \approx 0$

B.- MODELO (M2) ARIMA (1,0,1)x(1,1,0) de la serie LnCAUDAL

En la Tabla 28, se muestra las estimaciones de los parámetros del primer modelo ARIMA (1,0,1)x(1,1,0)s, con sus respectivos errores estándar y significancia. Se puede observar que los parámetros autorregresivos AR tanto de la parte regular como de la parte estacional son significativos (con Sig.=0.000 < 0.05), pero el parámetro MA de la parte regular no es significativo (Sig.=0.5872 > 0.05).

Tabla 28. Estimaciones de los parámetros del modelo (M2) ARIMA (1,0,1)x(1,1,0)s de la serie LnCAUDAL

Modelo 2		Estimación	SE	t	Sig.
Modelo 2 Caudal Logaritmo natural	Constante	-0.022	0.043	-0.513	0.609
	AR	Retardo 1	0.593	0.166	3.568
	MA	Retardo 1	0.114	0.206	0.552
	AR, estacional	Retardo 1	-0.604	0.090	-6.714
<u>Diferencia estacional</u>		1.000			

Luego este modelo M2 tiene la siguiente estructura:

ARIMA (1,0,1)x(1,1,0)s para LnCAUDAL

$$(1-\phi L)(1-\Phi L^{12})(1-L^{12})LnCAUDAL = \theta_0 + (1-\theta L)a_t \quad (4.2)$$

$$(1-0.593L)(1+0.604L^{12})(1-L^{12})LnCAUDAL = (1-0.114L)a_t$$

Donde $\phi = 0.593$, $\Phi = -0.604$, $\theta = -0.114$, $\theta_0 \approx 0$

En la tabla 29, se resume los modelos ajustados incluyendo el indicador BIC.

Tabla 29. Modelos ARIMA con BIC

Modelo	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)	Ecuación del modelo	BIC
M1	(1,0,0)x(1,1,0)	$(1 - 0.511L)(1 + 0.597L^{12})(1 - L^{12})LnCAUDAL = a$	8.021
M2	(1,0,1)x(1,1,0)	$(1 - 0.593L)(1 + 0.604L^{12})(1 - L^{12})LnCAUDAL = (1 - 0.114L)a_t$	8.044

4.1.2 Validación del modelo ARIMA óptimo

La validación de los modelos ARIMA más adecuados que han sido calculados y escogidos implica verificar si cumplen con la hipótesis de que los residuos del modelo (a_t), siguen un patrón de ruido blanco.

Si X_t en la serie en estudio y \hat{X}_t es su estimación mediante modelo ajustado, una estimación de la realización de ruido blanco será el resultado de $a_t = X_t - \hat{X}_t$.

En el programa SPSS, las estimaciones de los valores de la serie temporal Caudales mediante modelo ARIMA elegido, conforman una serie denominada FIT acompañada de la serie residual ERR.

$$ERR = X_t - FIT$$

Por lo consiguiente, la validación implicara verificar que la serie ERR cumple con lo siguiente:

- ✓ Tiene media cero:

La serie de errores del modelo elegido tiene una media que tiende a cero, esto es resultado del método utilizado para estimar los coeficientes del modelo.

- ✓ Muestra estabilidad en la varianza:

En cuanto a la estabilidad de la varianza de ERR, es consecuencia de la estabilidad en la varianza de la serie original de Caudal, la cual se llevó a cabo durante la fase de identificación del modelo.

- ✓ Sus observaciones no están correlacionadas.
- ✓ Proviene de una distribución normal.

Se debe de comprobar la idoneidad del ajuste del modelo examinando los residuos del modelo ajustado. Se debe comprobar si los residuos están incorrelacionados y proceden de una distribución normal y lo vemos a continuación:

A.- Prueba de incorrelación de residuos

Para efectuar una verificación que los residuos están incorrelacionados, se utiliza el gráfico de la función de autocorrelación simple de dichos residuos, si todos los coeficientes de la ACF están dentro del intervalo de confianza al 95% acercándose a cero.

Otro estadístico adecuado para contrastar la hipótesis de independencia de los residuos es el de Box-Ljung, el mismo que, para cada coeficiente de la ACF, permite contratar la hipótesis nula de que todos los coeficientes anteriores hasta el correspondiente son

insignificantes el p-valor relacionado con el estadístico Box-Ljung es inferior a α , se descarta la hipótesis nula al nivel de significancia α .

En las siguientes figuras se presenta las salidas del SPSS. En la Figura 51, se muestra los residuos del modelo M1 ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s, se puede notar que tiene un comportamiento alrededor de cero y mostrando una aleatoriedad.

En la Figura 53, se observa que las autocorrelaciones residuales no presentan evidencia de falta de ajuste, ya que ninguno de los valores queda fuera de las bandas de confianza del 95%.

En la Figura 54, se muestra las autocorrelaciones con la estadística de Q de Box-Ljung, y se presenta que todos los valores pasan la prueba de que los residuos son incorrelacionados. Por lo tanto, ante estas evidencias se puede concluir para el modelo M1 ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s que los residuos tienen media cero y son incorrelacionados, esto es los residuos son un ruido blanco.

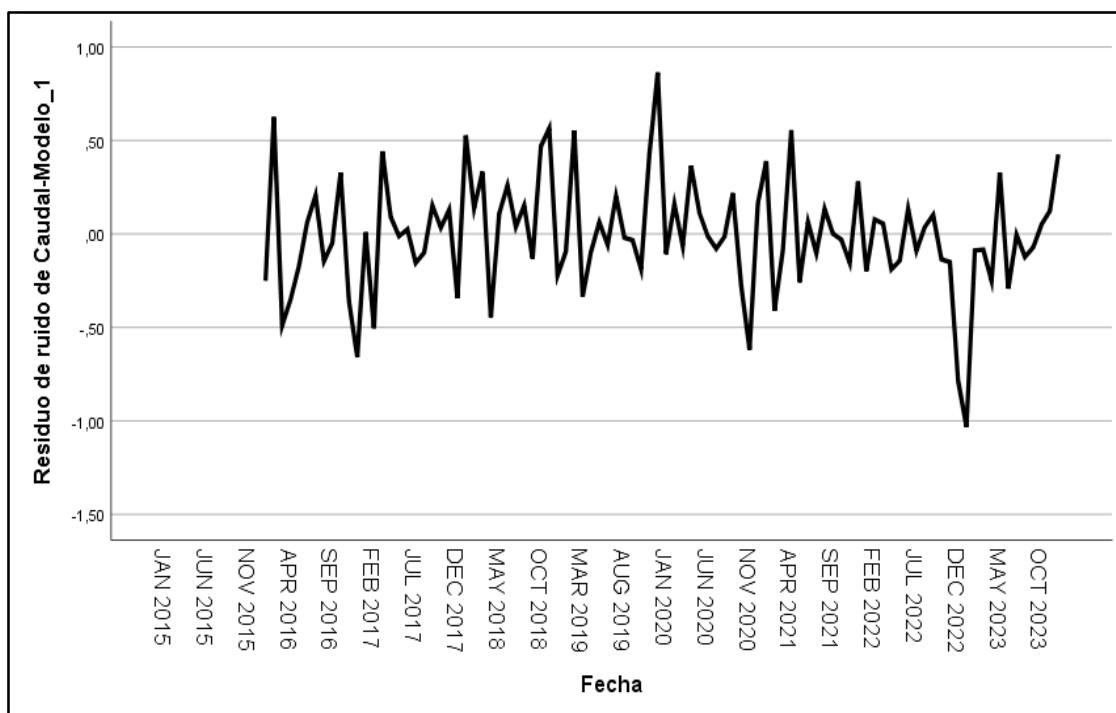


Figura 52. gráfico de residuos del modelo M1 ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s

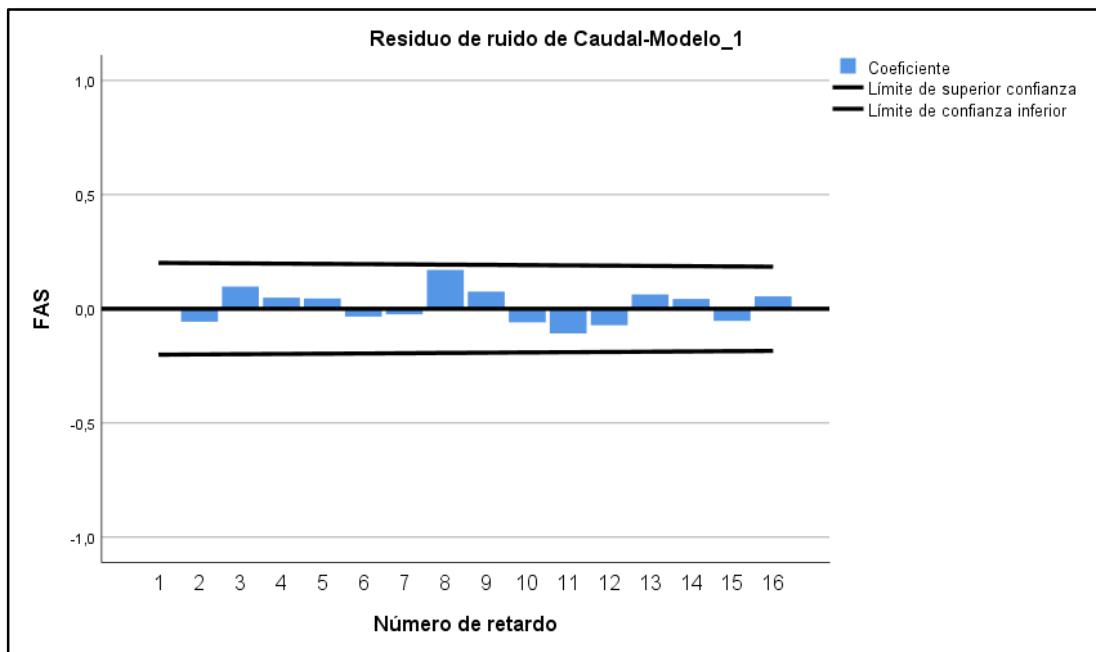


Figura 53. Gráfico de autocorrelaciones de los residuos del modelo M1 ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s.

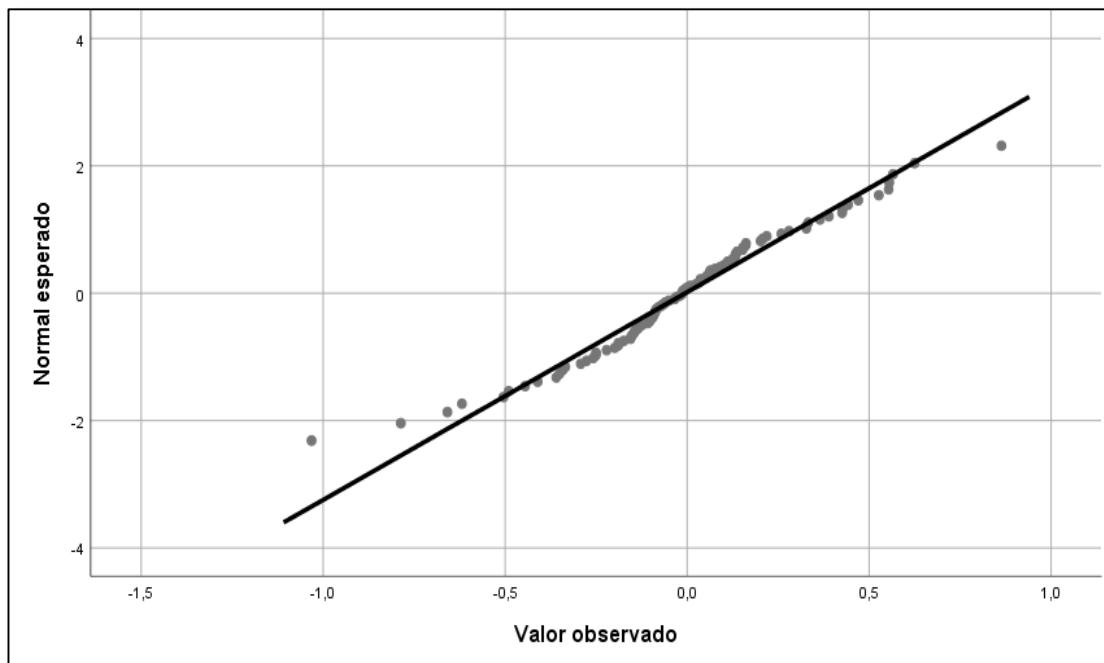


Figura 54. Gráfico Q-Q normal de los residuos del modelo M1 ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s.

Tabla 30. Autocorrelaciones simples y la estadística de Q de Box-Ljung

Serie: Residuo de ruido de Caudal-Modelo_1					
Retardo	Autocorr elación	Desv. Error^a	Estadístico de Box-Ljung		
			Valor	gl	Sig.^b
1	-,002	,100	,000	1	,985
2	-,056	,100	,317	2	,853
3	,097	,099	1,275	3	,735
4	,049	,099	1,521	4	,823
5	,046	,098	1,736	5	,884
6	-,034	,098	1,855	6	,933
7	-,024	,097	1,917	7	,964
8	,170	,097	5,016	8	,756
9	,076	,096	5,638	9	,776
10	-,060	,096	6,025	10	,813
11	-,108	,095	7,312	11	,773
12	-,072	,094	7,894	12	,793
13	,063	,094	8,341	13	,821
14	,044	,093	8,558	14	,858
15	-,053	,093	8,886	15	,883
16	,054	,092	9,233	16	,904

a. El proceso subyacente asumido es independencia (ruido blanco).

b. Se basa en la aproximación de chi-cuadrado asintótica.

b.- Prueba de normalidad de residuos

Bajo la suposición de normalidad, los residuos que se observan deberían ser similares a los esperados, lo que lleva a que verificar la hipótesis de normalidad de los residuos impliquen comparar la distribución de estas dos variables residuales.

Una manera de contrastar la hipótesis nula de que la distribución normal es utilizando la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov. En esta prueba, si el p-valor asociado al estadístico de contraste es inferior a α , se rechazará la hipótesis nula al nivel de significancia α (0.05).

La salida en SPSS mostrada en la Tabla 31, de esta prueba para contrastar la hipótesis nula de normalidad de la serie residual del modelo M1 ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s, se da a continuación.

De ello se observa que el p-valor (Sig.=0.085>0.05) asociado al estadístico de contraste (en SPSS se escribe como 2-tailed) es lo suficientemente grande como para concluir que la diferencia observada entre la distribución de la serie error y la esperada bajo hipótesis de distribución normal no es estadísticamente significativa; por tanto, no se puede rechazar la hipótesis nula de distribución normal. También en la Figura 53, se muestra el Gráfico Q-Q normal de los residuos del modelo M1 ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s, en la que se observa que casi todos los puntos están sobre la recta con lo que se evidencia que los residuos presentan una distribución normal.

Tabla 31. Prueba de normalidad para los residuos del modelo M1 ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s

Modelo 1	Kolmogorov-Smirnov^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Residuo de ruido de Caudal-Modelo_1	,085	96	,085	,978	96	,110

a. Corrección de significación de Lilliefors

Luego, al analizar el modelo M1 propuesto ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s de la serie LnCAUDAL, se comprobó la idoneidad del ajuste del modelo examinando los residuos del modelo ajustado. Esto es, se comprobó que los residuos están incorrelacionados y proceden de una distribución normal. Por lo tanto, este modelo M1 propuesto será utilizado con fines de pronóstico.

4.1.3 Predicción con modelo ARIMA representativo y cálculo de predicciones

El cálculo de las predicciones de la serie temporal Caudal, empleando los modelos ARIMA identificados en el paso previo, se procede a utilizar las expresiones matemáticas derivadas del proceso de estimación y ajuste. En nuestro caso particular, hemos optado por el modelo M1 como el más adecuado, ya que sus coeficientes son significativos y podría funcionar eficazmente como un modelo predictivo. Por lo tanto, nos centraremos exclusivamente en este modelo y lo consideraremos como el modelo ARIMA más eficaz, la ecuación 4.1, tiene la siguiente manera. Y también se puede observar en la Figura 55,

que los datos de caudales originales y periodo de validación coinciden cuando se utiliza el programa estadístico SPSS.

El modelo M1 tiene la siguiente estructura:

ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s para LnCAUDAL

$$(1-\phi L)(1-\Phi L^{12})(1-L^{12})LnCAUDAL_t = \theta_0 + a_t \quad (4.1)$$

$$(1-0.511L)(1+0.597L^{12})(1-L^{12})\underset{t}{LnCAUDAL} = \underset{t}{a} \quad \text{Sea } Z_t = \underset{t}{LnCAUDAL}$$

$$Z_t = 0.511Z_{t-1} + 0.403Z_{t-12} - 0.206Z_{t-13} + 0.597Z_{t-24} - 0.305Z_{t-25} + a_t$$

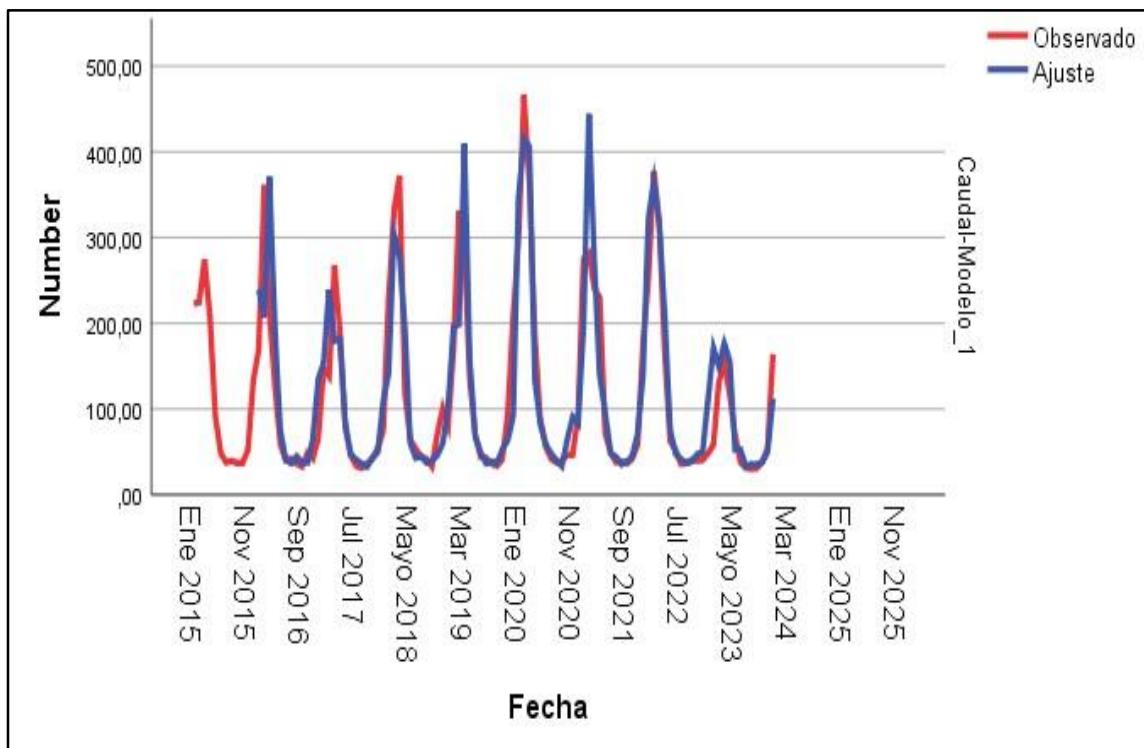


Figura 55. Caudal y periodo de validación.

Así mismo se procedió a efectuar el pronóstico con la serie suavizada hasta diciembre del año 2025, cuyos gráficos de comportamiento son mostrados en la Figura 56 y Figura 57.

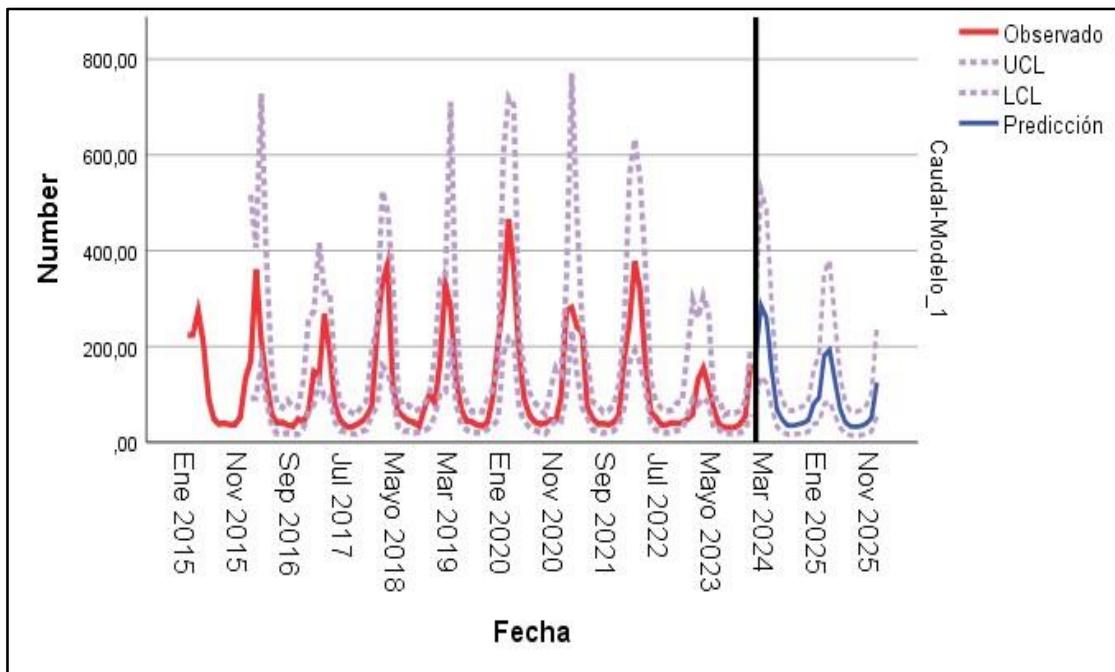


Figura 56. Predicción de caudales hasta diciembre del año 2024 - 2025

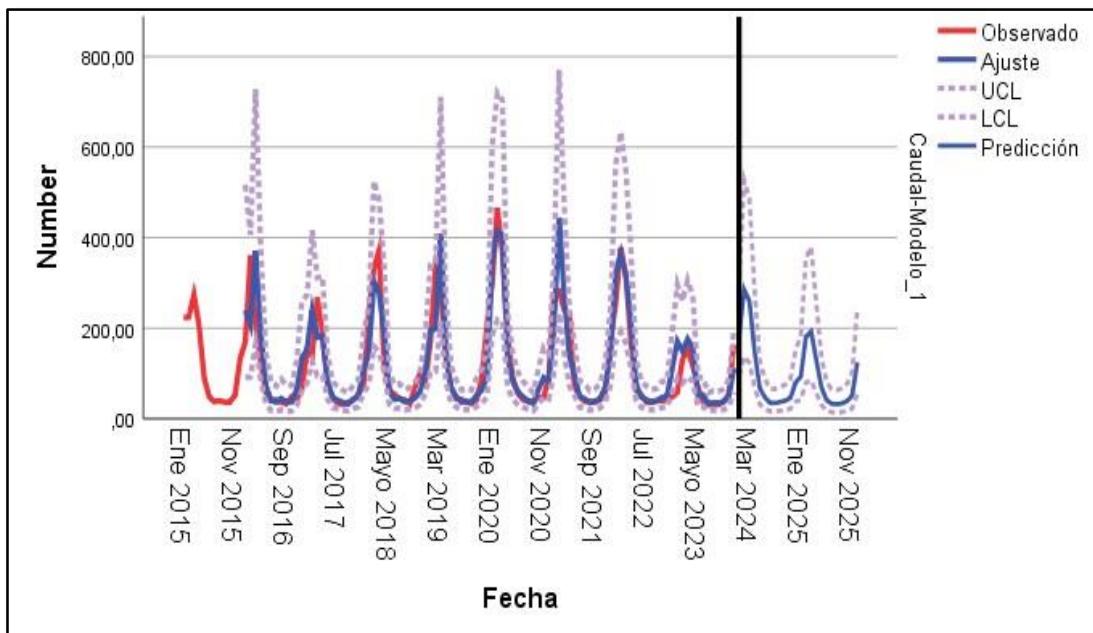


Figura 57. Predicción de caudales hasta diciembre del 2024 - 2025

En la Tabla 32, se muestra los valores de la predicción de caudales de los años 2024 - 2025. Los cuales fueron obtenidos con el mejor modelo encontrado M1.

Tabla 32. Predicción de caudales 2024 - 2025

Modelo 1	Caudal-Modelo m³/s		
	Predicción	UCL	LCL
Ene 2024	180.70	313.46	95.20
Feb 2024	285.25	526.26	138.02
Mar 2024	260.17	487.14	123.28
Abr 2024	153.30	288.13	72.25
Mayo 2024	68.52	128.90	32.24
Jun 2024	47.37	89.14	22.28
Jul 2024	35.11	66.08	16.52
Ago 2024	34.88	65.64	16.41
Sep 2024	37.65	70.85	17.71
Oct 2024	40.04	75.35	18.83
Nov 2024	46.78	88.04	22.00
Dic 2024	80.98	152.41	38.09
Ene 2025	93.17	181.24	41.78
Feb 2025	181.27	355.56	80.32
Mar 2025	192.92	379.23	85.21
Abr 2025	131.58	258.78	58.07
May 2025	70.11	137.91	30.93
Jun 2025	41.68	81.99	18.39
Jul 2025	33.16	65.22	14.63
Ago 2025	32.37	63.69	14.28
Sep 2025	33.97	66.82	14.99
Oct 2025	39.30	77.32	17.34
Nov 2025	51.56	101.43	22.75
Dic 2025	124.76	245.42	55.04

4.2 Análisis comparativo con modelo determinístico de alisados exponenciales.

Los alisados exponenciales están definidos como métodos de predicciones incondicionales, son adecuados para efectuar predicciones a corto plazo. El propósito de la suavización exponencial de una serie temporal es eliminar la fluctuación aleatoria. Esto permite capitalizar cualquier patrón de conducta que sea evidente en la serie temporal observada, y usar este patrón para predecir los nuevos valores. El suavizado exponencial usa una estrategia de predicción combinando los siguientes enfoques; se usa la media observada, la tendencia y la estacionalidad de la serie temporal, pero se da peso extra a las observaciones más recientes. Dependiendo si la serie temporal muestra o no tendencia o estacionalidad, existen tres valores que oscilan entre 0 y 1, para controlar la importancia

relativa dada las observaciones recientes, estos tres valores o parámetros son los siguientes:

La Suavización exponencial se realiza en los pasos siguientes:

- ✓ Estudio de la ST original.
- ✓ Estimación de un modelo de suavización
- ✓ Contraste de la bondad del ajuste de suavización.
- ✓ Análisis de los residuales de la Suavización.
- ✓ Pronóstico de la suavización.
- ✓ Visualización del pronóstico de la suavización.

Para realizar un proceso de suavización exponencial debemos elegir el modelo que efectué una desestacionalización y realizar un pronóstico hasta un tiempo dado, en este entender se debe especificar el modelo más adecuado para las necesidades predictivas en función a las características propias de la serie temporal, dependiendo si la serie posee tendencia y/o estacionalidad, los modelos a utilizar pueden ser los siguientes:

- ✓ **Modelo Simple.** Asume que la serie temporal no tiene tendencia ni variación estacional.
- ✓ **Modelo Holt.** Asume que la serie tiene tendencia lineal y no tiene variación estacional.
- ✓ **Modelo Winters.** Asume que la serie temporal tiene tendencia lineal y variación estacional multiplicativa.

Con todas las consideraciones explicadas, debemos tener en cuenta que la serie temporal Caudal, materia de análisis, es una serie que tiene estacionalidad, por lo que podemos utilizar el Modelo de Winters para efectuar el suavizado.

4.2.1 Análisis de la serie mediante el modelo Winters.

El modelo Winters es una extensión del modelo de Holt, que considera estacionalidad. La tendencia y la estacionalidad se pueden combinar de diferentes maneras, pero las que se consideran más frecuentemente son la combinación aditiva y la multiplicativa. Cabe resaltar que el modelo Winters: asume que la serie temporal tiene tendencia y lineal y variación estacional.

a.- Caso Multiplicativo. Las ecuaciones siguientes son usadas en la suavización del modelo Winters multiplicativo.

$$a_t = \alpha \left(\frac{X_t}{S_{t-s}} \right) + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \quad (4.4)$$

$$b_t = \gamma (a_t - a_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1} \quad (4.5)$$

$$S_t = \delta \left(\frac{X_t}{a_t} \right) + (1-\delta)S_{t-s} \quad (4.6)$$

α , γ y δ son constantes de suavizamiento, cada una de las cuales está entre 0 y 1.

Donde S_{t-s} representa al factor estacional para la misma estación, pero un año antes, “ s ” es el periodo de la serie, α es la constante de suavizado del nivel, γ la de tendencia y δ la de la estacionalidad.

La fórmula de previsión de este modelo es:

$$f_{t,h} = (a_t + h b_t) S_{t+h-s} \quad (4.7)$$

donde h es el momento hasta el que queremos predecir.

b.- Caso Aditivo: Las ecuaciones siguientes son usadas en la suavización del modelo Winters aditivo.

$$a_t = \alpha (X_t - S_{t-s}) + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \quad (4.8)$$

$$b_t = \gamma (a_t - a_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1} \quad (4.9)$$

$$S_t = \delta (X_t - a_t) + (1-\delta)S_{t-s} \quad (4.10)$$

α , γ y δ son constantes de suavizamiento, cada una de las cuales está entre 0 y 1.

Donde S_{t-s} representa al factor estacional para la misma estación, pero un año antes, “ s ” es el periodo de la serie, α es la constante de suavizado del nivel, γ la de tendencia y δ la de la estacionalidad.

La fórmula de previsión de este modelo es:

$$f_{t,h} = (a_t + h b_t) + S_{t+h-s}$$

donde h es el momento hasta el que queremos predecir

El paquete estadístico SPSS nos permite efectuar el análisis de series temporales con modelos de suavizado exponencial, dándonos la posibilidad de escoger modelos; como el Winters Multiplicativo y Winters Aditivo.

Se seleccionará el modelo que presente el menor error estadístico MAPE (error porcentual absoluto medio). También se elegirán los parámetros: alfa, gamma y delta que correspondan al modelo seleccionado. A continuación, se muestran los indicadores estadísticos de los modelos predictivos analizados con el SPSS. Como se puede observar en la Tabla 33.

Tabla 33. Resultados de los modelos predictivos determinísticos analizados

Indicadores estadísticos	Aditivo de Winters	Multiplicativo de Winters
MAPE	27.76%	17.51%

El mejor modelo determinístico es el Suavizado Exponencial Multiplicativo de Winters que muestra el menor error porcentual absoluto medio (MAPE) con el valor de 17.51%. Este Suavizado exponencial será el que consideremos para compararlo con el mejor modelo de la metodología ARIMA. A continuación, se muestran los resultados del Suavizado Exponencial del modelo seleccionado Multiplicativo de Winter, observado en la Tabla 34.

Siendo las estimaciones de los parámetros:

$$\alpha = 0.32,$$

$\gamma = 0.000$ (la serie no tiene una tendencia marcada)

$$\delta = 0.039$$

Tabla 34. Parámetros del modelo predictivo multiplicativo de WINTERS

Modelo	Estimación	SE	t	Sig.
Alfa (nivel)	,320	,053	6,023	,000
Modelo Caudal	Gamma (tendencia)	,000	,020	,010
	Delta (estacionalidad)	,039	,080	,492

En la Figura 58, se muestra el comportamiento de la serie suavizada y la serie original caudal para los años 2015 al 2023.

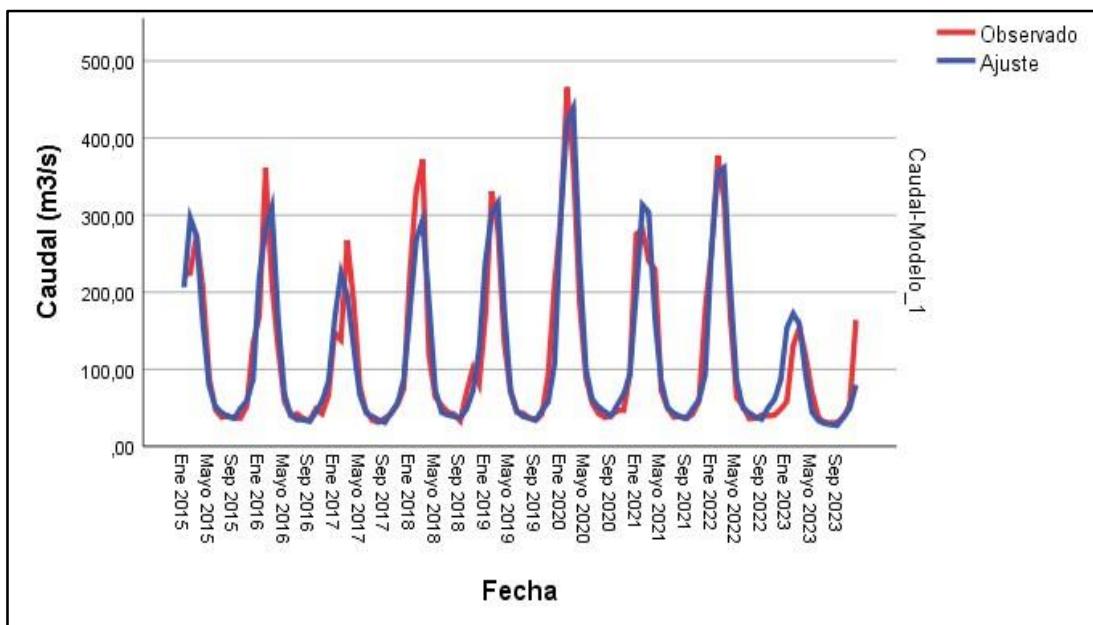


Figura 58. Gráfico de la serie original de caudales y serie suavizada (2015 al 2023)

Así mismo se procedió a efectuar el pronóstico con la serie suavizada hasta diciembre del año 2025, cuyo gráfico de comportamiento se muestra en la siguiente Figura 59.

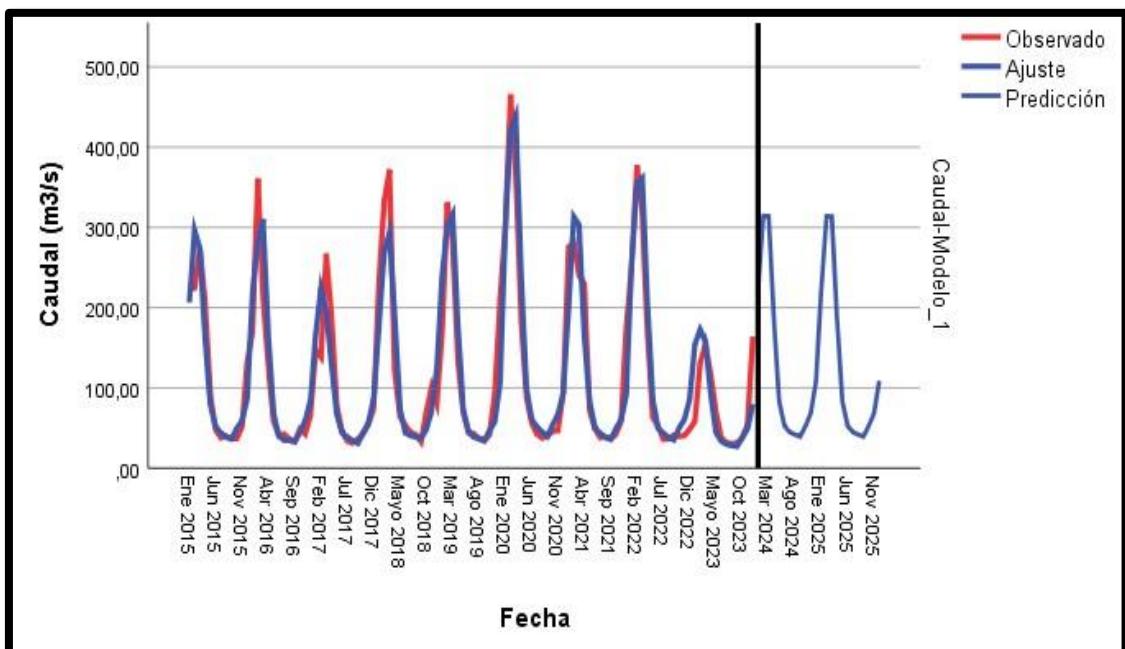


Figura 59. Gráfico de la predicción al 2025 con modelo multiplicativo de WINTERS.

4.2.2 Comparación de modelos por estadísticos de error

Para efectuar una comparación del comportamiento del mejor modelo estocástico ARIMA M1 con el modelo determinístico Multiplicativo de Winters, efectuaremos una comparación de los estadísticos de error, utilizando el MAPE (error porcentual absoluto medio). La serie caudal tiene un comportamiento instantáneo a lo largo del año, por lo que nos interesa es predecir su futuro comportamiento a lo largo del año y precisar si en los meses de estiaje el río Vilcanota proveerá el caudal suficiente y necesario para cubrir las necesidades de generación de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu. La comparación de estos estadísticos entre el modelo Multiplicativo de Winters y ARIMA, nos posibilita la evaluación de la calidad predictiva, se elegirá aquel que tenga y minimice estos estadísticos. SPSS permite efectuar una comparación de estadísticos de error de los modelos seleccionados, que mostramos en la Tabla 35, refleja al modelo ARIMA sobre el modelo determinístico Multiplicativo de Winters. Esto es, el modelo ARIMA presenta un menor error de predicción teniendo un MAPE de 16.02% comparado con el modelo Multiplicativo de Winters que tiene un 17.51%.

Tabla 35. Comparación del MAPE del modelo ARIMA y el mejor modelo determinístico suavizado exponencial multiplicativo de WINTERS

Indicadores estadísticos	ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s	Suavizado Exponencial Multiplicativo de Winters
MAPE	16.02%	17.51%

4.2.3 Comparación de las predicciones entre ARIMA y Winters

Los métodos de suavizado son técnicas de tipo predictivo más que descriptivo. Resultan más adecuados para pronosticar, y proporcionan previsiones razonables para horizontes de predicción inmediatos. Además, los resultados que se obtienen con ellos son satisfactorios, incluso cuando no se dispone de un gran número de datos históricos, esto quiere decir que el suavizado presenta buenas predicciones a corto plazo, pero sus valores predictivos tienden a uniformizarse a horizontes predictivos más largos. A la hora de estudiar una serie temporal empleando los modelos ARIMA suponemos que la serie

puede estar generada por un proceso estocástico. En la Figura 60, se presenta los resultados gráficos que muestran las predicciones del 2024 al 2025 de la serie analizada.

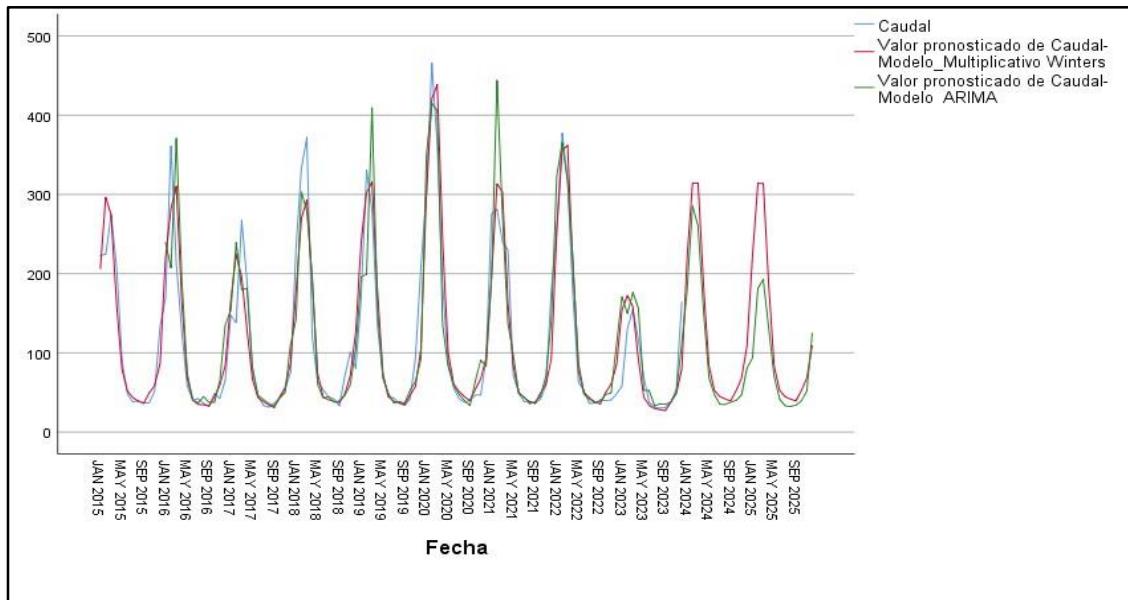


Figura 60. Gráfico de la predicción al 2025 con modelo multiplicativo WINTERS y ARIMA

En la Figura 61, se tiene la predicción usando el modelo multiplicativo de Winters. Y en la Tabla 36, se tiene los valores obtenidos en la predicción usando el modelo Winters.

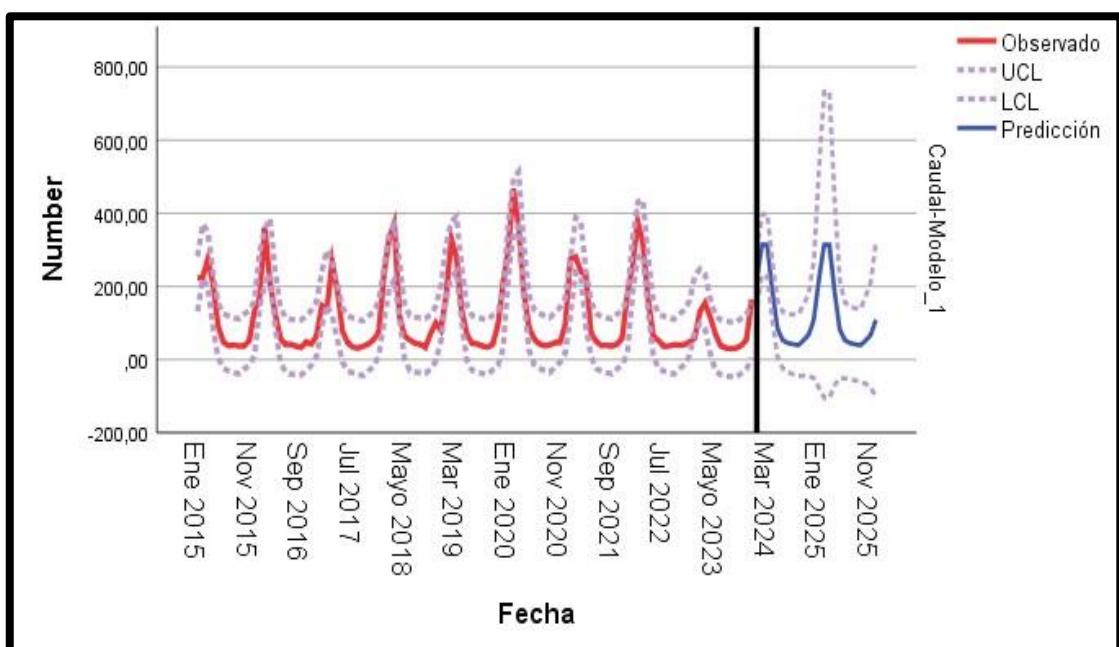


Figura 61. Gráfico de la predicción al 2025 con modelo multiplicativo WINTERS y sus intervalos de confianza.

Tabla 36. Pronósticos 2024-2025 modelo multiplicativo de WINTERS

Modelo	Caudal-Modelo m³/s		
	Predicción	UCL	LCL
Ene 2024	222.05	296.99	147.10
Feb 2024	314.31	396.60	232.02
Mar 2024	314.12	399.83	228.41
Abr 2024	186.01	266.16	105.85
Mayo 2024	83.17	159.94	6.39
Jun 2024	52.57	129.76	-24.61
Jul 2024	44.79	124.06	-34.47
Ago 2024	41.76	123.59	-40.07
Sep 2024	39.37	123.57	-44.82
Oct 2024	52.38	148.52	-43.77
Nov 2024	68.02	180.75	-44.71
Dic 2024	108.95	268.00	-50.11
Ene 2025	221.82	521.38	-77.75
Feb 2025	313.99	732.71	-104.73
Mar 2025	313.80	733.08	-105.48
Abr 2025	185.82	441.92	-70.29
May 2025	83.08	216.53	-50.37
Jun 2025	52.52	156.35	-51.31
Jul 2025	44.75	143.82	-54.32
Ago 2025	41.72	140.61	-57.18
Sep 2025	39.33	138.55	-59.88
Oct 2025	52.32	170.83	-66.18
Nov 2025	67.95	211.96	-76.06
Dic 2025	108.83	322.74	-105.07

4.3 Análisis de resultados en las microcuenca de las Lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo

4.3.1 Estimación de parámetros para las lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo

A). Laguna de Sibinacocha. En la Tabla 37, identificamos los modelos: ARIMA (0,0,0)x(2,1,1) y ARIMA (1,0,0)x(2,1,1) serán analizados, utilizando el programa SPSS, que nos permite verificar la significancia de sus parámetros, así como **efectuar las pruebas de residuos**.

Tabla 37. Modelos ARIMA laguna de Sibinacocha

Modelo	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)	Contraste de significancia de parámetros	Evaluación
M1	(0,0,0)x(2,1,1)	Algunos coeficientes significativos	
M2	(1,0,0)x(2,1,1)	Algunos coeficientes significativos	óptimo

Las estimaciones y ajuste, calculados con el Programa SPSS, de los coeficientes autorregresivos y medias móviles regulares y estacionales se muestran a continuación para cada modelo: **MODELO (M1) ARIMA (0,0,0)x(2,1,1) de la serie VOLUMEN**
En la Tabla 38, se muestra las estimaciones de los parámetros del primer modelo ARIMA (0,0,0)x(2,1,1)s, con sus respectivos errores estándar y significancia. Se puede observar que los parámetros autorregresivos AR de la parte estacional son significativos (con Sig.=0.000 < 0.05), y el parámetro de media móvil MA de la parte estacional es también significativo.

Tabla 38. Estimaciones de los parámetros del modelo (M1) ARIMA (0,0,0)x(2,1,1)s de la serie volumen de la laguna sibinacocha

Modelo 1		Estimación	SE	t	Sig.
Volumen	Constante	-0.181	0.141	-1.284	0.201
Sibinacocha	AR, estacional	Retardo 1	-0.984	0.105	-9.333
Ninguna transformación	Diferencial estacional	Retardo 2	-0.600	0.061	-9.836
	MA, estacional	Retardo 1	1.000		
			-0.361	0.127	-2.833
					0.005

MODELO (M2) ARIMA (1,0,0)x(2,1,1) de la serie VOLUMEN

En la Tabla 39, se muestra las estimaciones de los parámetros del primer modelo ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, con sus respectivos errores estándar y significancia. Se puede observar que la mayoría de los parámetros no son significativos, ya que el Sig. no es menor que 0.05.

Tabla 39. Estimaciones de los parámetros del modelo (M2) ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s de la serie volumen de la laguna Sibinacocha

	Modelo 2		Estimación	SE	t	Sig.
Volumen Sibinacocha Ninguna transformación	AR,	Constante	-0.085	0.053	-1.613	0.108
		Retardo 1	0.259	0.064	4.029	0.000
	AR, estacional	Retardo 1	-0.009	0.085	-0.101	0.919
		Retardo 2	-0.050	0.083	-0.603	0.547
	Diferencial estacional		1.000			
	MA, estacional	Retardo 1	0.986	0.508	1.941	0.053

En la Tabla 40, se resume los modelos ajustados con el indicador BIC, y escogemos aquel modelo que tenga el menor valor del indicador BIC.

Tabla 40. Indicador BIC

Modelo	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)	BIC
M1	(0,0,0)x(2,1,1)	2.952
M2	(1,0,0)x(2,1,1)	2.936

Luego el modelo a elegir es el M2 que tiene la estructura de un ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, y es de la forma,

$$(1-\phi L)(1-\Phi \underset{1}{L^{12}} -\Phi \underset{2}{L^{24}})(1-L^{12})VOLUMEN = \theta_0 + (1-\Theta L^{12})a_t \quad (4.11)$$

$$(1-0.259L)(1+0.009L^{12}+0.05L^{24})(1-L^{12})VOLUMEN = -0.085 + (1-0.986L^{12})a_t$$

B). Laguna de Pomacanchis. En la tabla 41, identificamos los modelos: ARIMA (1,0,1)x(2,1,1) y ARIMA (1,0,1)x(1,1,1) serán analizados, utilizando el programa SPSS, que nos permite verificar la significancia de sus parámetros, así como efectuar las pruebas de residuos.

Tabla 41. Modelos ARIMA Laguna de Pomacanchis

Modelo	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)	Contraste de significancia de parámetros	Evaluación
M1	(1,0,1)x(2,1,1)	Algunos coeficientes significativos	
M2	(1,0,1)x(1,1,1)	Algunos coeficientes significativos	Optimo

➤ **MODELO (M1) ARIMA (1,0,1)x(2,1,1) de la serie LnVOLUMEN**

En la Tabla 42, se muestra las estimaciones de los parámetros del primer modelo ARIMA (1,0,1)x(2,1,1)s, con sus respectivos errores estándar y significancia. Se puede observar que varios parámetros son significativos (con Sig.=0.000 < 0.05).

Tabla 42. Estimaciones de los parámetros del modelo (M1) ARIMA (1,0,1)x(2,1,1)s de la serie LnVOLUMEN en de la laguna Pomacanchis

Modelo 1		Estimación	SE	t	Sig.
Volumen Pomacanchis Logaritmo natural	Constante	-0.008	0.008	-0.948	0.344
	AR,	Retardo 1	0.808	0.088	9.157
	MA,	Retardo 1	0.498	0.119	4.173
	AR, estacional	Retardo 1	-0.104	0.084	-1.229
		Retardo 2	0.009	0.081	0.113
	Diferencial estacional		1.000		
	MA, estacional	Retardo 1	0.985	0.452	2.179

➤ **MODELO (M2) ARIMA (1,0,1)x(1,1,1) de la serie LnVOLUMEN**

En la Tabla 43, se muestra las estimaciones de los parámetros del primer modelo ARIMA (1,0,1)x(1,1,1)s, con sus respectivos errores estándar y significancia. Se puede observar que varios parámetros son significativos (con Sig.=0.000 < 0.05).

Tabla 43. Estimaciones de los parámetros del modelo (M2) ARIMA (1,0,1)x(1,1,1)s de la serie Involumen de la laguna Pomacanchis

Modelo 1		Estimación	SE	t	Sig.
Volumen Pomacanchis Logaritmo natural	Constante	-0.008	0.008	-0.956	0.344
	AR,	Retardo 1	0.796	0.091	8.747
	MA,	Retardo 1	0.479	0.122	3.928
	AR, estacional	Retardo 1	-0.106	0.077	-1.384
		Diferencial estacional	1.000		
	MA, estacional	Retardo 1	0.982	0.341	2.877

En la Tabla 44, se resume los modelos ajustados con el indicador BIC, y escogemos aquel modelo que tenga el menor valor del indicador BIC.

Tabla 44. Indicador BIC

Modelo	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)	BIC
M1	(1,0,1)x(2,1,1)	4.190
M2	(1,0,1)x(1,1,1)	4.162

Luego el modelo a elegir es el M2 que tiene la estructura de un ARIMA (1,0,1)x(1,1,1)s, y es de la forma,

$$(1-\phi L)(1-\Phi L^{12})(1-L^{12})\ln VOLUMEN_t = \theta_0 + (1-\theta L)(1-\Theta L^{12})a_t \quad (4.12)$$

$$(1-0.796L)(1+0.106L^{12})(1-L^{12})\ln VOLUMEN_t = -0.008 + (1-0.479L)(1-0.982L^{12})a_t$$

C). Laguna de Langui y Layo. En la tabla 45, identificamos los modelos: ARIMA (0,0,0)x(1,1,1) y ARIMA (1,0,0)x(1,1,1) serán analizados, utilizando el programa SPSS, que nos permite verificar la significancia de sus parámetros, así como efectuar las pruebas de residuos.

Tabla 45. Modelos ARIMA laguna de Langui Layo

Modelo	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)	Contraste de significancia de parámetros	Evaluación
M1	(0,0,0)x(2,1,1)	Coeficientes significativos	Óptimo
M2	(1,0,0)x(1,1,1)	Algunos coeficientes significativos	

➤ MODELO (M1) ARIMA (0,0,0)x(2,1,1) de la serie LnVOLUMEN

La Tabla 46, se muestra las estimaciones de los parámetros del primer modelo ARIMA (0,0,0)x(2,1,1)s, con sus respectivos errores estándar y significancia. Se puede observar que varios parámetros son significativos (con Sig.=0.000 < 0.05).

Tabla 46. Estimaciones de los parámetros del modelo (M1) ARIMA (0,0,0)x(2,1,1)s de la serie LnVOLUMEN de la laguna Langui Layo

	Modelo 1		Estimación	SE	t	Sig.
Volumen Langui Layo Logaritmo natural	Constante		-0.32	0.017	-1.882	0.061
	AR, estacional	Retardo 1	-0.700	0.203	-3.453	0.001
		Retardo 2	-0.294	0.131	-2.243	0.026
	Diferencial estacional		1.000			
	MA, estacional	Retardo 1	0.084	0.211	0.399	0.690

➤ **MODELO (M2) ARIMA (1,0,0)x(1,1,1) de la serie LnVOLUMEN**

En la Tabla 47, se muestra las estimaciones de los parámetros del primer modelo ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s, con sus respectivos errores estándar y significancia. Se puede observar que varios parámetros son significativos (con Sig.=0.000 < 0.05).

Tabla 47. Estimaciones de los parámetros del modelo (M2) ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s de la serie LnVOLUMEN de la laguna Langui Layo

	Modelo 1		Estimación	SE	t	Sig.
Volumen Langui Layo Logaritmo natural	Constante		-0.023	0.009	-2.505	0.013
	AR,	Retardo 1	0.421	0.062	6.819	0.000
	AR, estacional	Retardo 1	-0.139	0.077	-1.810	0.072
	Diferencial estacional		1.000			
	MA, estacional	Retardo 1	0.927	0.085	10.948	0.000

En la Tabla 48, se resume los modelos ajustados con el indicador BIC, y escogemos aquel modelo que tenga el menor valor del indicador BIC

Tabla 48. Indicador BIC

Modelo	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)	BIC
M1	(0,0,0)x(2,1,1)	5.599
M2	(1,0,0)x(1,1,1)	5.575

Luego el modelo a elegir es el M2 que tiene la estructura de un ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s, y es de la forma,

$$(1-\phi L)(1-\Phi L^{12})(1-L^{12})\ln VOLUMEN_t = \theta_0 + (1-\Theta L^{12})a_t \quad (4.13)$$

$$(1-0.421L)(1+0.139L^{12})(1-L^{12})\ln VOLUMEN_t = -0.023 + (1-0.927L^{12})a_t$$

4.3.2 Validación del modelo ARIMA óptimo para las lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo.

I. PRUEBA DE INCORRELACIÓN DE RESIDUOS

A). Laguna de Sibinacocha. En la Figura 62, se muestra los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, tiene un comportamiento alrededor de cero y mostrando una aleatoriedad. En la Figura 63, se observa que las autocorrelaciones residuales no presentan evidencia de falta de ajuste, ya que casi todos los valores quedan dentro de las bandas de confianza del 95%. En la Figura 68, se muestra las autocorrelaciones con la estadística de Q de Box-Ljung, y se presenta que todos los valores pasan la prueba de que los residuos son incorrelacionados. Por lo tanto, el modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s los residuos tienen media cero y son incorrelacionados, esto es, los residuos son un ruido blanco.

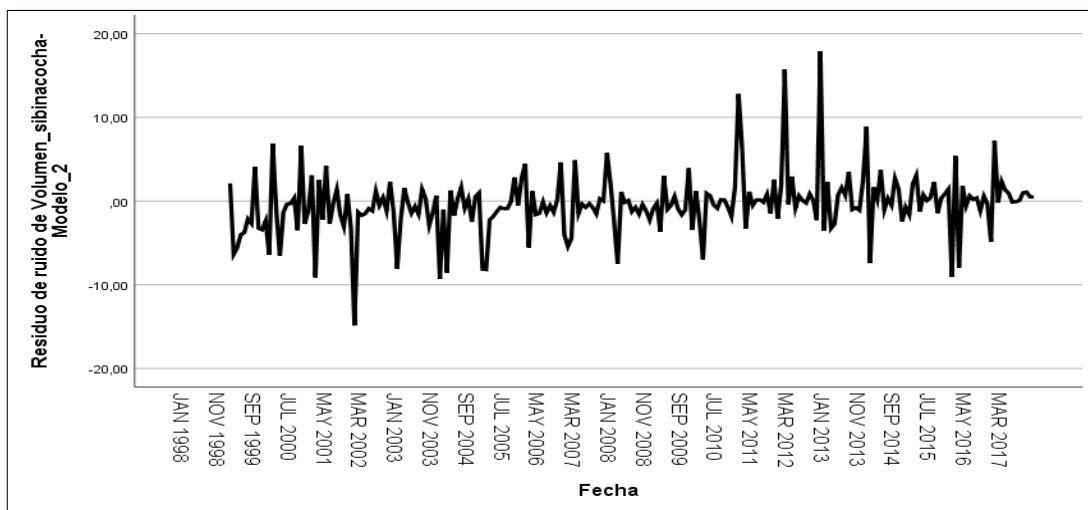


Figura 62. Gráfico de residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s

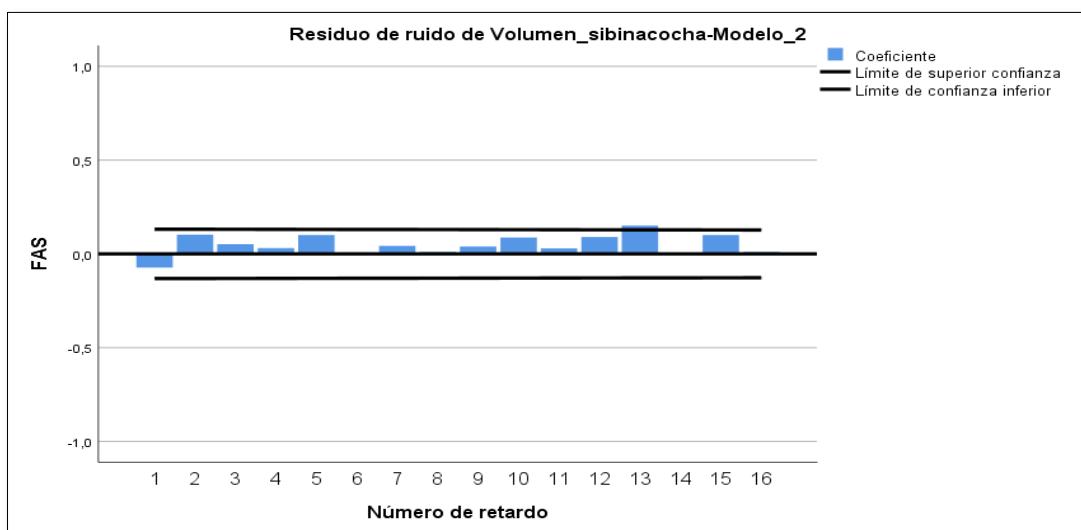


Figura 63. Gráfico de autocorrelaciones de los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s

Tabla 49. Autocorrelaciones simples de los residuos y la estadística de q de Box-Ljung

Serie: Residuo de ruido de Volumen_sibinacocha Modelo_2						
Retard o	Autocorrel ación	Desv. Erro	Estadístico de Box- Ljung			
			r ^a	Valor	gl	Sig. ^b
1	-,073	,066	1,244	1	,265	
2	,102	,066	3,669	2	,160	
3	,052	,066	4,294	3	,231	
4	,031	,065	4,512	4	,341	
5	,100	,065	6,868	5	,231	
6	,008	,065	6,882	6	,332	
7	,042	,065	7,308	7	,398	
8	,010	,065	7,333	8	,501	
9	,039	,065	7,699	9	,565	
10	,087	,064	9,514	10	,484	
11	,029	,064	9,721	11	,556	
12	,090	,064	11,673	12	,472	
13	,150	,064	17,185	13	,191	
14	,000	,064	17,185	14	,246	
15	,100	,064	19,658	15	,185	
16	,011	,064	19,686	16	,235	

a. El proceso subyacente asumido es independencia (ruido blanco).

b. Se basa en la aproximación de chi-cuadrado asintótica.

B). Laguna de Pomacanchis. En las siguientes figuras se presenta las salidas del SPSS, en la Figura 64, se muestra los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,1)x(1,1,1)s, se puede notar que tiene un comportamiento alrededor de cero y mostrando una aleatoriedad. En la Figura 65, se observa que las autocorrelaciones residuales no presentan evidencia de falta de ajuste, ya que todos los valores quedan dentro de las bandas de confianza del 95%. En la Figura 69, se muestra las autocorrelaciones con la estadística de Q de Box-Ljung, y se presenta que todos los valores pasan la prueba de que los residuos son incorrelacionados. Por lo tanto, ante estas evidencias se puede concluir para el modelo ajustado ARIMA (1,0,1)x(1,1,1)s que los residuos tienen media cero y son incorrelacionados, esto es los residuos son un ruido blanco.

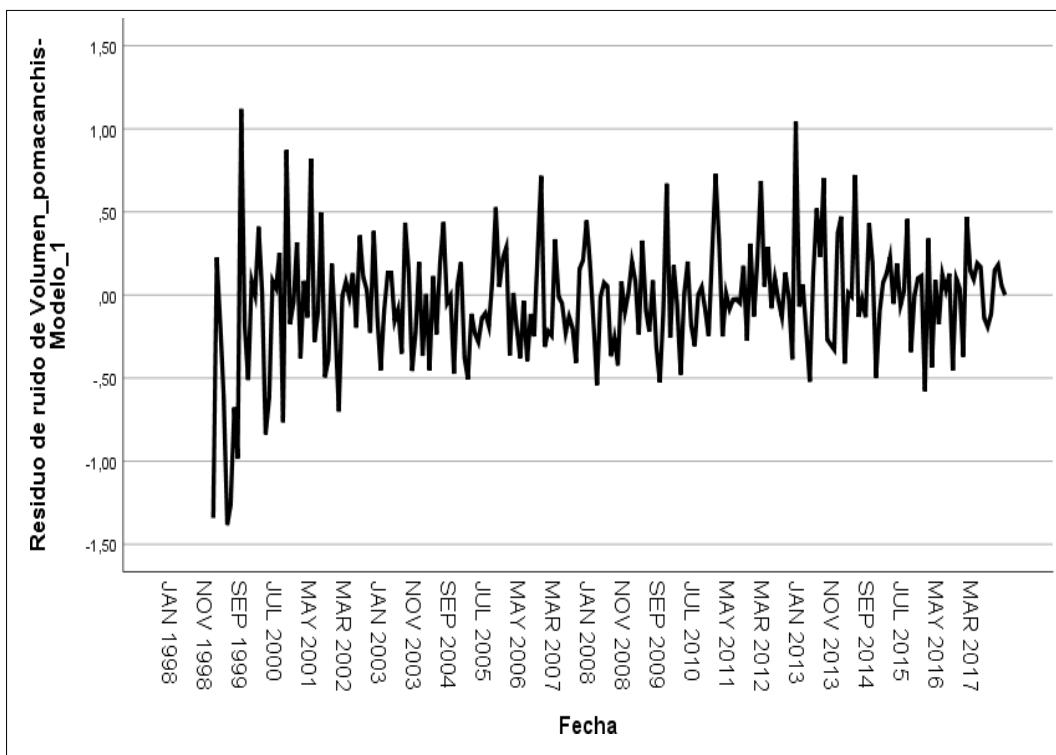


Figura 64. Gráfico de residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,1)x(1,1,1)s

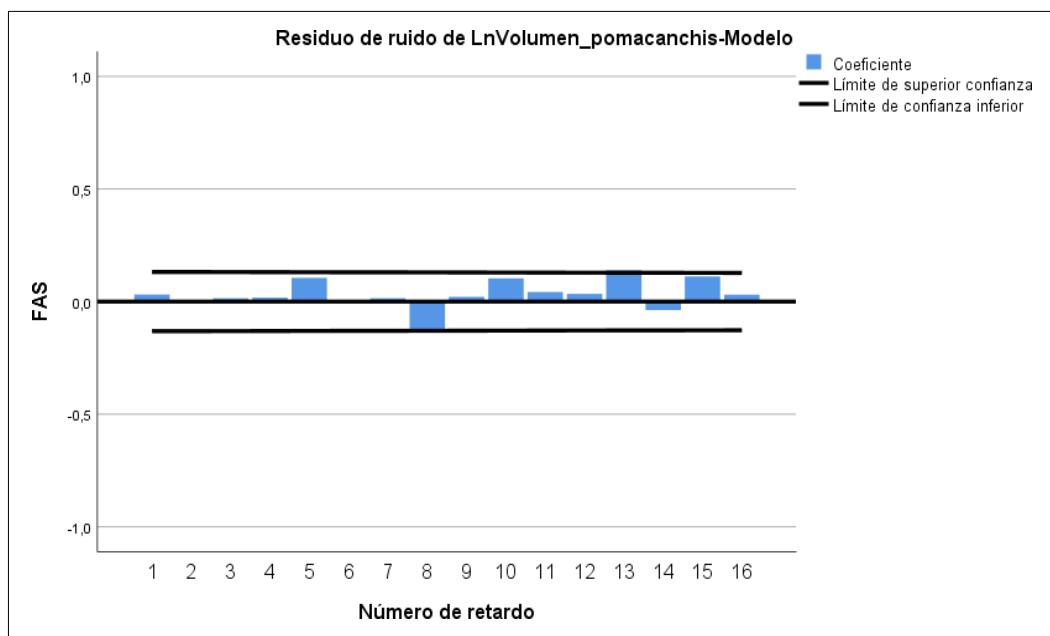


Figura 65. Gráfico de autocorrelaciones de los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,1)x(1,1,1)s

Tabla 50. Autocorrelaciones Simples y La Estadística De *Q* De Box-Ljung

Serie: Residuo de ruido de LnVolumen_POMACANCHIS -Modelo					
Retard o	Autocorrelación	Desv. Error ^a	Estadístico de Box-Ljung Valor	gl	Sig. ^b
1	,031	,066	,226	1	,635
2	-,003	,066	,227	2	,893
3	,015	,066	,277	3	,964
4	,017	,065	,349	4	,986
5	,106	,065	2,966	5	,705
6	,007	,065	2,976	6	,812
7	,014	,065	3,025	7	,883
8	-,128	,065	6,902	8	,547
9	,021	,065	7,010	9	,636
10	,103	,064	9,569	10	,479
11	,043	,064	10,008	11	,530
12	,034	,064	10,295	12	,590
13	,139	,064	15,018	13	,306
14	-,038	,064	15,363	14	,354
15	,112	,064	18,429	15	,241
16	,030	,064	18,659	16	,287

a. El proceso subyacente asumido es independencia (ruido blanco).

b. Se basa en la aproximación de chi-cuadrado asintótica.

C). Laguna de Langui Layo. En la figura 66, se muestra los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s, se puede notar que tiene un comportamiento alrededor de cero y tiene una aleatoriedad. En la figura 67, se observa que las autocorrelaciones residuales no presentan evidencia de falta de ajuste, ya que todos los valores quedan dentro de las bandas de confianza del 95%. En la figura 70, se muestra las autocorrelaciones con la estadística de Q de Box-Ljung, y se presenta que todos los valores pasan la prueba de que los residuos son incorrelacionados. Por lo tanto, ante estas evidencias se puede concluir para el modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s que los residuos tienen media cero y son incorrelacionados, esto es los residuos son un ruido blanco.

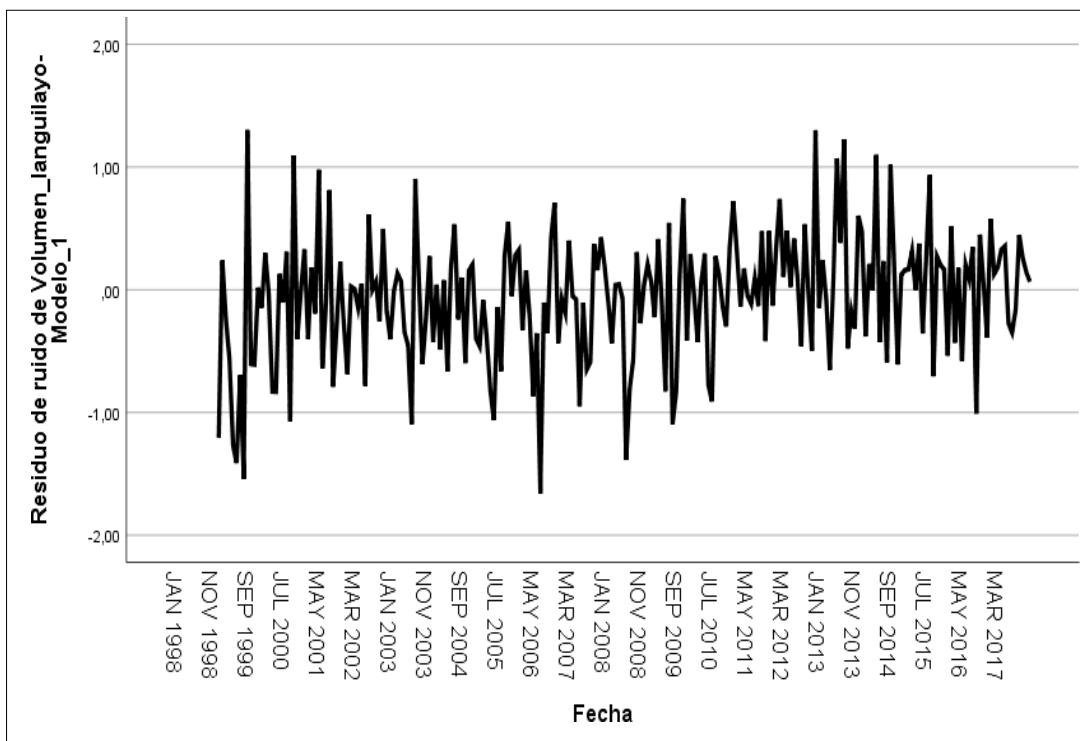


Figura 66. Gráfico de residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s

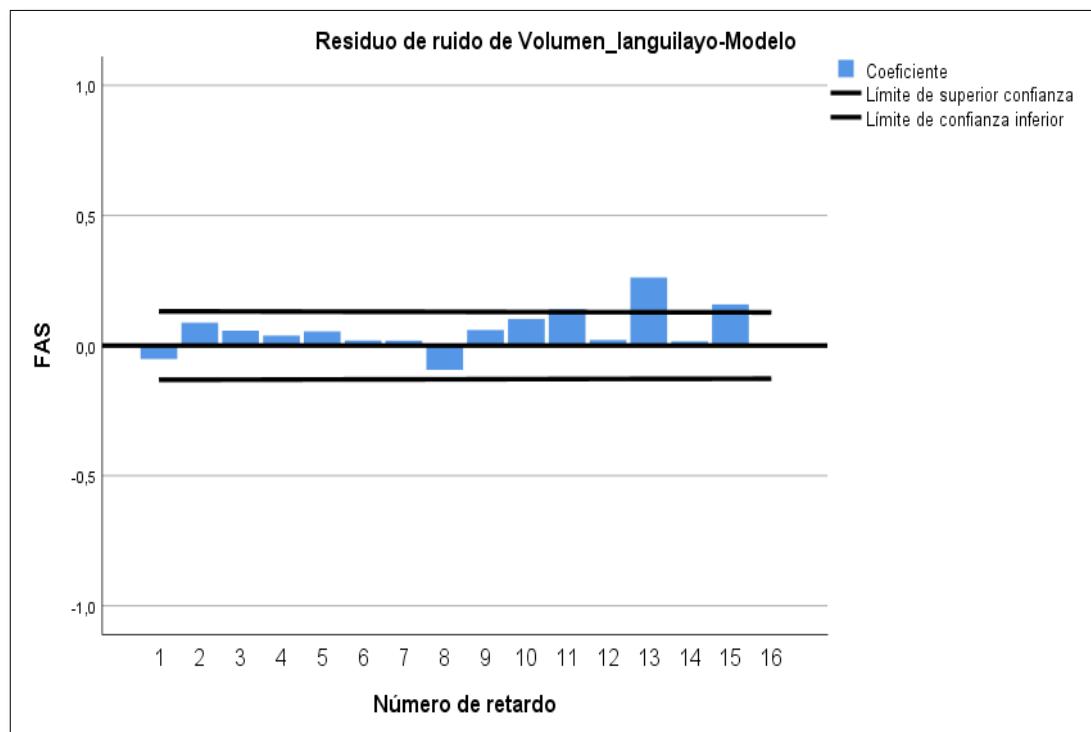


Figura 67. Gráfico de autocorrelaciones de los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s

Tabla 51. Autocorrelaciones simples y la estadística de q de Box-Ljung

Retardo	Serie: Residuo de ruido de Volumen_Langi Layo Modelo		Estadístico de Box-Ljung		
	n	Desv. Error ^a	Valor	gl	Sig. ^b
1	-,051	,066	,608	1	,436
2	,088	,066	2,389	2	,303
3	,057	,066	3,146	3	,370
4	,039	,065	3,496	4	,478
5	,054	,065	4,184	5	,523
6	,020	,065	4,274	6	,640
7	,019	,065	4,357	7	,738
8	-,094	,065	6,448	8	,597
9	,060	,065	7,299	9	,606
10	,102	,064	9,822	10	,456
11	,140	,064	14,582	11	,202
12	,022	,064	14,698	12	,258
13	,262	,064	31,388	13	,003
14	,016	,064	31,453	14	,005
15	,158	,064	37,591	15	,001
16	,000	,064	37,591	16	,002

a. El proceso subyacente asumido es independencia (ruido blanco).

b. Se basa en la aproximación de chi-cuadrado asintótica.

II. PRUEBA DE NORMALIDAD DE RESIDUOS

A). Laguna de Sibinacocha. En la Figura 68, se muestra el Gráfico Q-Q normal de los residuos del modelo ajustado ARIMA $(1,0,0)x(2,1,1)s$, en la que se observa que casi todos puntos están sobre la recta con lo que se evidencia que los residuos presentan aproximadamente una distribución normal.

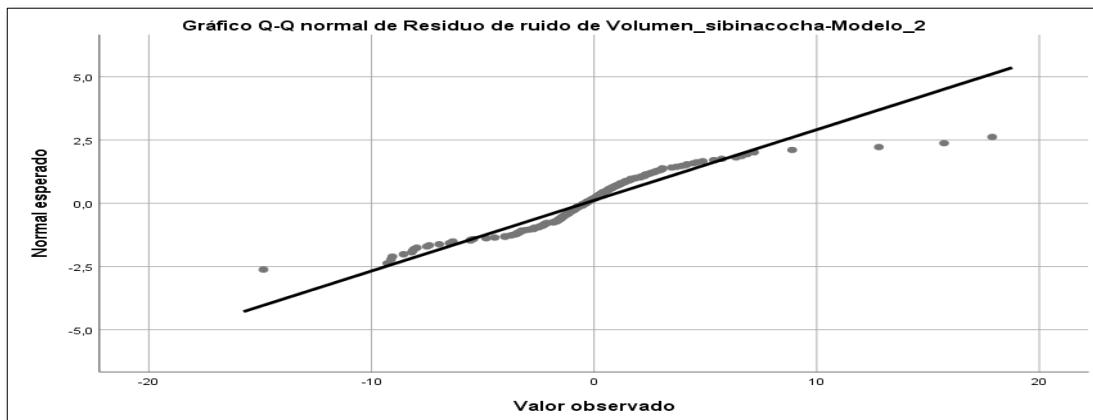


Figura 68. Gráfico Q-Q normal de los residuos del modelo ajustado ARIMA $(1,0,0)x(2,1,1)s$

B). Laguna de Pomacanchis. En la Figura 69, se muestra el Gráfico Q-Q normal de los residuos del modelo ajustado ARIMA $(1,0,1)x(1,1,1)s$, en la que se observa que casi todos puntos están sobre la recta con lo que se evidencia que los residuos presentan aproximadamente una distribución normal.

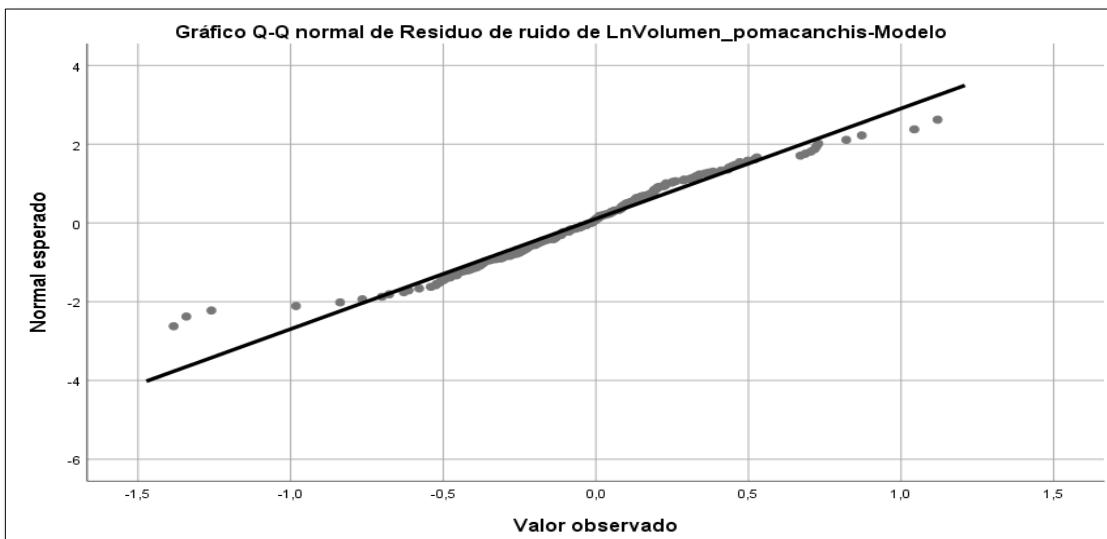


Figura 69. Gráfico Q-Q normal de los residuos del modelo ajustado ARIMA $(1,0,1)x(1,1,1)s$

C). Laguna de Langui Layo. En la figura 70, se muestra el Gráfico Q-Q normal de los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s, en la que se observa que casi todos puntos están sobre la recta con lo que se evidencia que los residuos presentan aproximadamente una distribución normal

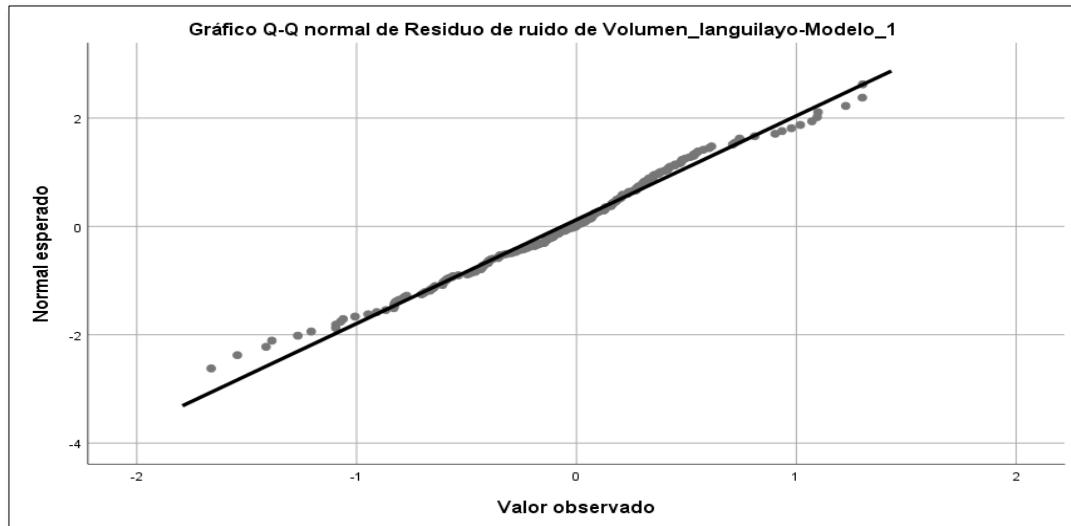


Figura 70. Gráfico Q-Q normal de los residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s

4.3.3 Predicción con modelo ARIMA representativo. Cálculo de predicciones

A). Laguna de Sibinacocha. El cálculo de las predicciones de la serie temporal Caudal, utilizando modelos ARIMA determinados en el punto anterior, se realiza a partir de las expresiones matemáticas obtenidas en el proceso de estimación y ajuste, en nuestro caso, hemos seleccionado el modelo M1 óptimo, cuyos coeficientes son significativos y puede ser un buen modelo predictivo, por lo que solo desarrollaremos este modelo y lo tomaremos como el mejor modelo ARIMA, la ecuación tiene la siguiente forma.

El modelo ajustado tiene la siguiente estructura:

ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s para la serie LnVOLUMEN y es de la forma,

$$(1-\phi L)(1-\Phi L^{12})(1-L^{12})\ln VOLUMEN_t = \theta_0 + (1-\Theta L^{12})a_t$$

$$(1-0.421L)(1+0.139L^{12})(1-L^{12})\ln VOLUMEN_t = -0.023 + (1-0.927L^{12})a_t$$

Sea $Z_t = \ln VOLUMEN_t$

Despejando Z_t , se tendrá la expresión para el pronóstico respectivo, con $Z_t(h)$ siendo $h=1,2,3, \dots$, podemos observar en la Figura 71 y Figura 72.

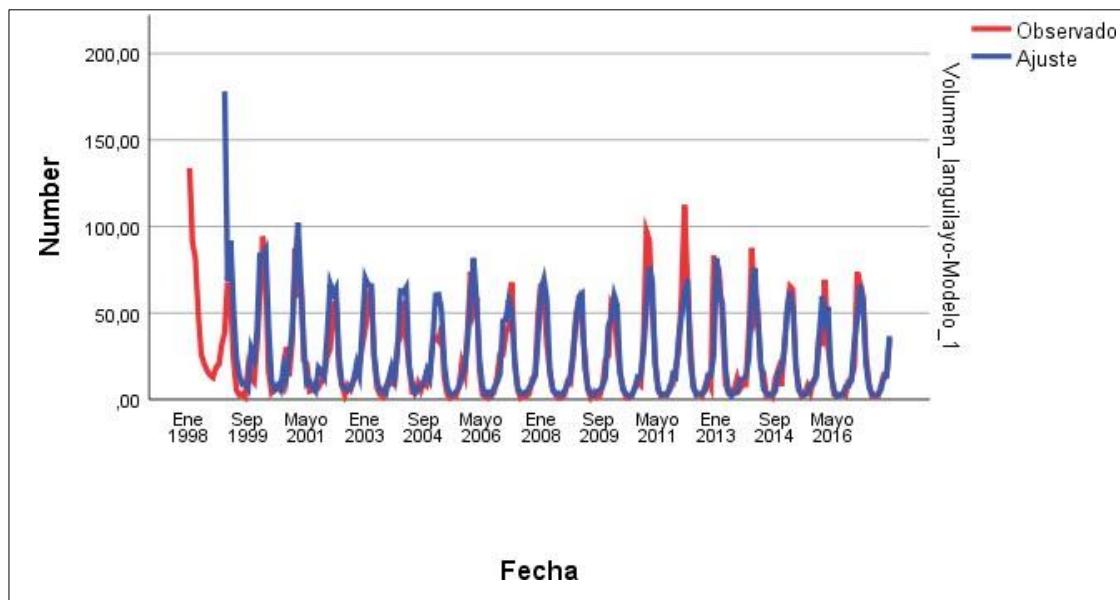


Figura 71. Gráfico de la serie observada y ajustada laguna de Sibinacocha.

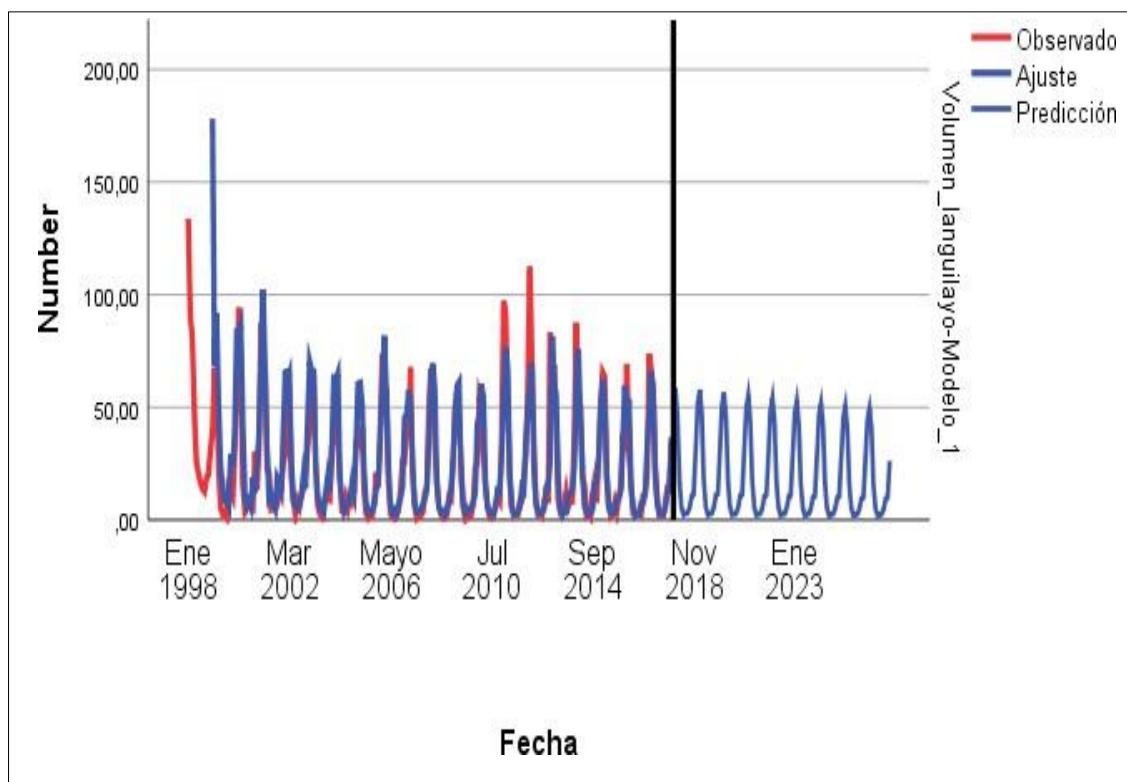


Figura 72. Gráfico de la serie observada, ajustada y los pronósticos (2018 al 2026) Sibinacocha.

Tabla 52. Pronósticos de caudales medios mensuales (MMC) Sibinacocha 2018-2026

Modelo	Volumen_Sibinacocha-Modelo			Modelo	Volumen_sibinacocha-Modelo			Mod	Volumen_sibinacocha-Modelo		
	Predic ción	UCL	LCL		Predi cción	UCL	LCL		Predic ción	UCL	LCL
Ene 2018	19.07	26.31	11.82	Ene 2021	18.26	25.74	10.77	Ene 2024	17.99	25.47	10.50
Feb 2018	18.73	26.22	11.25	Feb 2021	18.60	26.09	11.11	Feb 2024	18.35	25.83	10.86
Mar 2018	15.73	23.23	8.23	Mar 2021	15.15	22.64	7.66	Mar 2024	14.89	22.37	7.40
Abr 2018	4.92	12.42	-2.58	Abr 2021	4.68	12.17	-2.81	Abr 2024	4.42	11.91	-3.07
Mayo 2018	1.38	8.88	-6.12	Mayo 2021	1.10	8.59	-6.39	Mayo 2024	0.85	8.33	-6.64
Jun 2018	0.23	7.73	-7.27	Jun 2021	0.00	7.49	-7.49	Jun 2024	-0.25	7.23	-7.74
Jul 2018	0.69	8.19	-6.81	Jul 2021	0.45	7.94	-7.04	Jul 2024	0.20	7.68	-7.29
Ago 2018	0.86	8.36	-6.64	Ago 2021	0.62	8.11	-6.87	Ago 2024	0.37	7.86	-7.12
Sep 2018	2.06	9.56	-5.44	Sep 2021	1.76	9.25	-5.73	Sep 2024	1.51	8.99	-5.98
Oct 2018	3.96	11.46	-3.54	Oct 2021	3.73	11.22	-3.76	Oct 2024	3.47	10.96	-4.02
Nov 2018	4.15	11.65	-3.35	Nov 2021	3.90	11.38	-3.59	Nov 2024	3.64	11.13	-3.85
Dic 2018	11.58	19.08	4.08	Dic 2021	11.10	18.59	3.61	Dic 2024	10.84	18.33	3.36
Ene 2019	18.12	25.62	10.62	Ene 2022	18.16	25.65	10.67	Ene 2025	17.90	25.39	10.42
Feb 2019	18.71	26.21	11.21	Feb 2022	18.52	26.00	11.03	Feb 2025	18.26	25.75	10.78
Mar 2019	15.19	22.68	7.69	Mar 2022	15.06	22.54	7.57	Mar 2025	14.80	22.29	7.32
Abr 2019	4.75	12.25	-2.75	Abr 2022	4.59	12.08	-2.90	Abr 2025	4.33	11.82	-3.15
Mayo 2019	1.20	8.70	-6.29	Mayo 2022	1.02	8.51	-6.47	Mayo 2025	0.76	8.25	-6.72
Jun 2019	0.16	7.66	-7.34	Jun 2022	-0.08	7.41	-7.57	Jun 2025	-0.34	7.15	-7.82
Jul 2019	0.62	8.12	-6.87	Jul 2022	0.37	7.86	-7.12	Jul 2025	0.11	7.60	-7.37
Ago 2019	0.80	8.29	-6.70	Ago 2022	0.54	8.03	-6.95	Ago 2025	0.28	7.77	-7.20
Sep 2019	1.88	9.38	-5.62	Sep 2022	1.68	9.16	-5.81	Sep 2025	1.42	8.91	-6.06
Oct 2019	3.83	11.33	-3.67	Oct 2022	3.64	11.13	-3.85	Oct 2025	3.38	10.87	-4.10
Nov 2019	4.03	11.52	-3.47	Nov 2022	3.81	11.30	-3.68	Nov 2025	3.55	11.04	-3.93
Dic 2019	11.23	18.73	3.74	Dic 2022	11.01	18.50	3.52	Dic 2025	10.76	18.24	3.27
Ene 2020	18.30	25.79	10.81	Ene 2023	18.07	25.56	10.58	Ene 2026	17.82	25.30	10.33
Feb 2020	18.69	26.18	11.20	Feb 2023	18.43	25.92	10.94	Feb 2026	18.18	25.66	10.69
Mar 2020	15.21	22.70	7.72	Mar 2023	14.97	22.46	7.48	Mar 2026	14.72	22.20	7.23
Abr 2020	4.76	12.25	-2.73	Abr 2023	4.50	11.99	-2.98	Abr 2026	4.25	11.73	-3.23
Mayo 2020	1.18	8.67	-6.30	Mayo 2023	0.93	8.42	-6.56	Mayo 2026	0.68	8.16	-6.81
Jun 2020	0.09	7.58	-7.40	Jun 2023	-0.17	7.32	-7.66	Jun 2026	-0.42	7.06	-7.91
Jul 2020	0.54	8.03	-6.95	Jul 2023	0.28	7.77	-7.21	Jul 2026	0.03	7.51	-7.46
Ago 2020	0.71	8.20	-6.78	Ago 2023	0.45	7.94	-7.03	Ago 2026	0.20	7.68	-7.28
Sep 2020	1.84	9.33	-5.65	Sep 2023	1.59	9.08	-5.90	Sep 2026	1.34	8.82	-6.15
Oct 2020	3.81	11.30	-3.68	Oct 2023	3.55	11.04	-3.93	Oct 2026	3.30	10.78	-4.18
Nov 2020	3.98	11.47	-3.51	Nov 2023	3.72	11.21	-3.76	Nov 2026	3.47	10.95	-4.01
Dic 2020	11.17	18.66	3.68	Dic 2023	10.93	18.42	3.44	Dic 2026	10.67	18.16	3.19

B). Laguna de Pomacanchis. El cálculo de las predicciones de la serie temporal Caudal, utilizando modelos ARIMA determinados en el punto anterior, se realiza a partir de las expresiones matemáticas obtenidas en el proceso de estimación y ajuste, en nuestro caso, hemos seleccionado el modelo óptimo $(1,0,1)x(1,1,1)s$, cuyos coeficientes son significativos. La ecuación tiene la siguiente forma y el modelo ajustado tiene la siguiente estructura:

ARIMA $(1,0,1)x(1,1,1)s$ para la serie LnVOLUMEN, y es de la forma,

$$(1-\phi L)(1-\Phi L^{12})(1-L^{12})\ln VOLUMEN = \theta + (1-\Theta L)(1-\Theta L^{12})a \\ (1-0.796L)(1+0.106L^{12})(1-L^{12})\ln VOLUMEN = -0.008 + (1-0.479L)(1-0.982L^{12})a_t$$

Sea $Z_t = \ln VOLUMEN_t$

Despejando Z_t , se tendrá la expresión para el pronóstico respectivo, con, $\hat{Z}_t(h)$ siendo $h=1,2,3, \dots$, se observar en la Figura 73 y Figura 74.

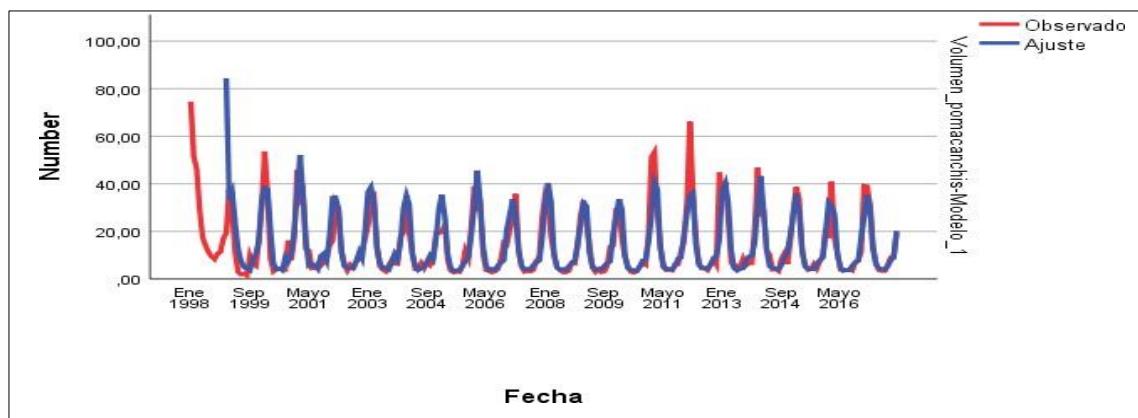


Figura 73. Gráfico de la serie observada y ajustada Laguna de Pomacanchis.

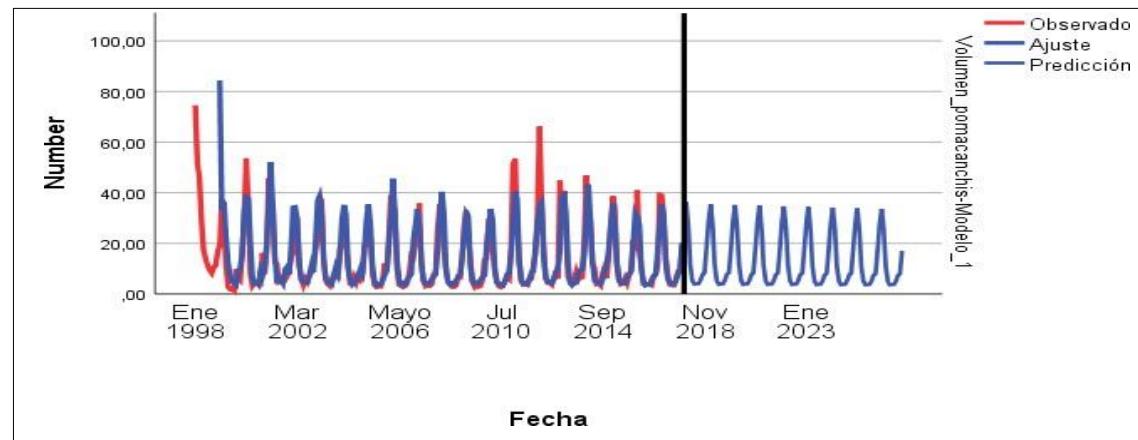


Figura 74. Gráfico de la serie observada, ajustada y los pronósticos (2018 al 2026)

Tabla 53. Pronósticos de caudales medios mensuales (MMC) Pomacanchis 2018-2026

Modelo	Volumen_pomacanchis-Modelo_1			Modelo	Volumen Pomacanchis-Modelo			Modelo	Volumen Pomacanchis-Modelo		
	Predicción	UCL	LCL		Predicción	UCL	LCL		Predicción	UCL	LCL
Ene 2018	29.45	52.33	14.98	Ene 2021	28.61	54.30	13.26	Ene 2024	27.96	53.07	12.97
Feb 2018	36.46	66.47	17.90	Feb 2021	34.89	66.22	16.17	Feb 2024	34.10	64.71	15.81
Mar 2018	27.47	50.86	13.20	Mar 2021	26.60	50.49	12.33	Mar 2024	26.00	49.34	12.06
Abr 2018	11.48	21.45	5.44	Abr 2021	11.25	21.35	5.22	Abr 2024	11.00	20.87	5.10
Mayo 2018	5.23	9.84	2.46	Mayo 2021	5.17	9.82	2.40	Mayo 2024	5.06	9.60	2.35
Jun 2018	3.85	7.26	1.80	Jun 2021	3.70	7.03	1.72	Jun 2024	3.62	6.87	1.68
Jul 2018	4.03	7.62	1.88	Jul 2021	3.84	7.29	1.78	Jul 2024	3.76	7.13	1.74
Ago 2018	4.03	7.63	1.87	Ago 2021	3.85	7.30	1.78	Ago 2024	3.76	7.14	1.74
Sep 2018	5.39	10.22	2.50	Sep 2021	5.31	10.07	2.46	Sep 2024	5.19	9.84	2.41
Oct 2018	7.72	14.64	3.58	Oct 2021	7.64	14.51	3.54	Oct 2024	7.47	14.18	3.46
Nov 2018	8.35	15.85	3.87	Nov 2021	8.23	15.61	3.81	Nov 2024	8.04	15.26	3.73
Dic 2018	17.99	34.16	8.34	Dic 2021	17.72	33.64	8.22	Dic 2024	17.32	32.87	8.03
Ene 2019	29.09	55.21	13.49	Ene 2022	28.39	53.89	13.16	Ene 2025	27.75	52.66	12.87
Feb 2019	35.41	67.20	16.42	Feb 2022	34.62	65.72	16.05	Feb 2025	33.84	64.22	15.70
Mar 2019	27.02	51.28	12.53	Mar 2022	26.40	50.10	12.24	Mar 2025	25.80	48.96	11.96
Abr 2019	11.44	21.71	5.31	Abr 2022	11.17	21.19	5.18	Abr 2025	10.91	20.71	5.06
Mayo 2019	5.27	9.99	2.44	Mayo 2022	5.14	9.75	2.38	Mayo 2025	5.02	9.53	2.33
Jun 2019	3.76	7.13	1.74	Jun 2022	3.67	6.97	1.70	Jun 2025	3.59	6.81	1.67
Jul 2019	3.89	7.39	1.81	Jul 2022	3.81	7.24	1.77	Jul 2025	3.73	7.07	1.73
Ago 2019	3.90	7.40	1.81	Ago 2022	3.82	7.25	1.77	Ago 2025	3.73	7.08	1.73
Sep 2019	5.40	10.24	2.50	Sep 2022	5.27	10.00	2.44	Sep 2025	5.15	9.77	2.39
Oct 2019	7.78	14.75	3.61	Oct 2022	7.59	14.40	3.52	Oct 2025	7.41	14.07	3.44
Nov 2019	8.36	15.87	3.88	Nov 2022	8.16	15.49	3.78	Nov 2025	7.98	15.14	3.70
Dic 2019	18.01	34.18	8.36	Dic 2022	17.59	33.8	8.16	Dic 2025	17.19	32.62	7.97
Ene 2020	28.83	54.72	13.37	Ene 2023	28.18	53.48	13.06	Ene 2026	27.54	52.26	12.77
Feb 2020	35.16	66.74	16.30	Feb 2023	34.36	65.21	15.93	Feb 2026	33.58	63.72	15.58
Mar 2020	26.80	50.87	12.43	Mar 2023	26.20	49.72	12.15	Mar 2026	25.60	48.58	11.88
Abr 2020	11.34	21.52	5.25	Abr 2023	11.08	21.03	5.14	Abr 2026	10.83	20.55	5.02
Mayo 2020	5.21	9.90	2.42	Mayo 2023	5.10	9.67	2.36	Mayo 2026	4.98	9.45	2.31
Jun 2020	3.73	7.08	1.73	Jun 2023	3.65	6.92	1.69	Jun 2026	3.56	6.76	1.65
Jul 2020	3.87	7.35	1.80	Jul 2023	3.78	7.18	1.75	Jul 2026	3.70	7.02	1.72
Ago 2020	3.88	7.36	1.80	Ago 2023	3.79	7.19	1.76	Ago 2026	3.70	7.03	1.72
Sep 2020	5.35	10.15	2.48	Sep 2023	5.23	9.92	2.42	Sep 2026	5.11	9.69	2.37
Oct 2020	7.70	14.62	3.57	Oct 2023	7.53	14.29	3.49	Oct 2026	7.36	13.96	3.41
Nov 2020	8.29	15.73	3.84	Nov 2023	8.10	15.38	3.76	Nov 2026	7.92	15.02	3.67
Dic 2020	17.86	33.89	8.28	Dic 2023	17.46	33.13	8.09	Dic 2026	17.06	32.37	7.91

C). Laguna de Langui Layo. El cálculo de las predicciones de la serie temporal Caudal, utilizando modelos ARIMA determinados en el punto anterior, se realiza a partir de las expresiones matemáticas obtenidas en el proceso de estimación y ajuste, en nuestro caso, hemos seleccionado el modelo M1 óptimo, cuyos coeficientes son significativos y puede ser un buen modelo predictivo. La ecuación tiene la siguiente forma y el modelo ajustado tiene la siguiente estructura:

ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s para la serie LnVOLUMEN y es de la forma,

$$(1-\phi L)(1-\Phi L^{12})(1-L^{12})\ln VOLUMEN_t = \theta_0 + (1-\Theta L^{12})a_t \\ (1-0.421L)(1+0.139L^{12})(1-L^{12})\ln VOLUMEN_t = -0.023 + (1-0.927L^{12})a_t$$

Sea $Z_t = \ln VOLUMEN_t$,

Despejando Z_t , se tendrá la expresión para el pronóstico respectivo, con $\hat{Z}_t(h)$ siendo $h=1,2,3, \dots$, se observa en la Figura 75 y Figura 76.

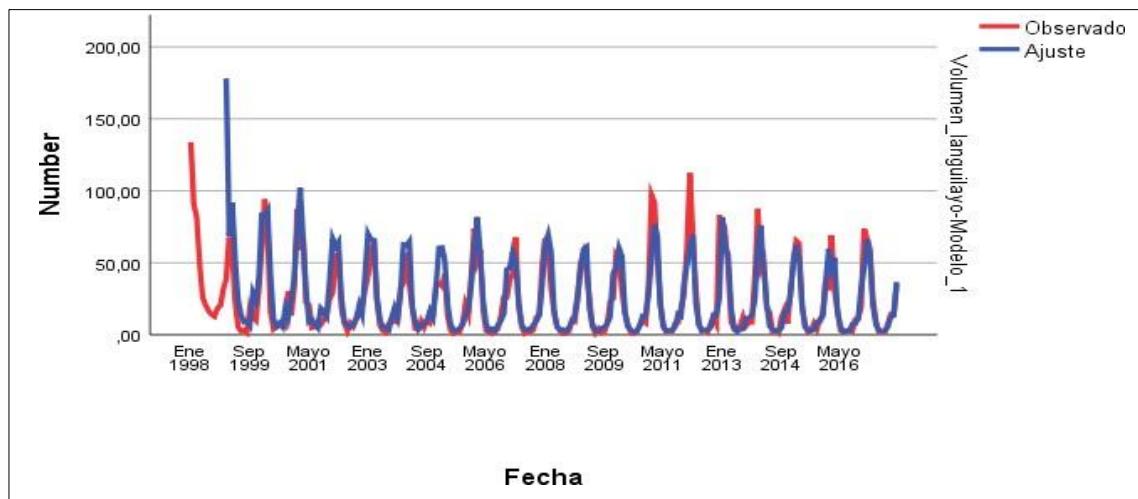


Figura 75. Gráfico de la serie observada y ajustada laguna de Langui Layo

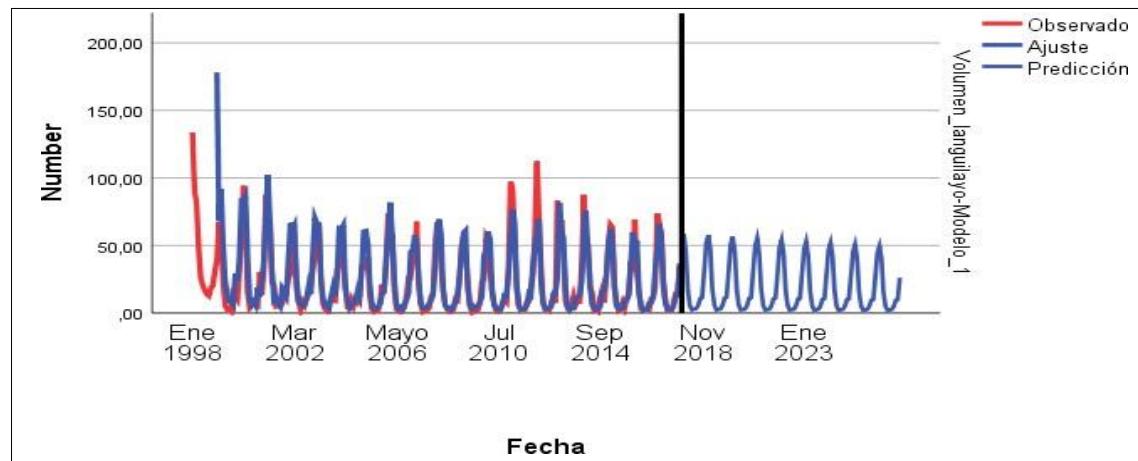


Figura 76. Gráfico de la serie observada, ajustada y los pronósticos (2018 al 2026)

Tabla 54. Pronósticos de caudales medios mensuales (MMC) Langui Layo 2018-2026

Modelo	Volumen_Languilayo-Modelo_1			Predicción	Volumen_Langui Layo Modelo			Predicción	Volumen_Langui Layo Modelo		
	Predicción	UCL	LCL		Predicción	UCL	LCL		Predicción	UCL	LCL
Ene 2018	52.24	121.22	17.76	Ene 2021	49.55	124.18	14.77	Ene 2024	46.37	116.73	13.71
Feb 2018	58.61	144.46	17.98	Feb 2021	55.28	138.57	16.46	Feb 2024	51.73	130.24	15.29
Mar 2018	46.32	115.31	13.96	Mar 2021	44.85	112.45	13.36	Mar 2024	41.97	105.68	12.41
Abr 2018	17.06	42.55	5.13	Abr 2021	16.84	42.22	5.02	Abr 2024	15.76	39.68	4.66
Mayo 2018	5.39	13.44	1.62	Mayo 2021	5.46	13.68	1.63	Mayo 2024	5.11	12.86	1.51
Jun 2018	2.33	5.81	0.70	Jun 2021	2.17	5.43	0.64	Jun 2024	2.03	5.10	0.60
Jul 2018	2.87	7.15	0.86	Jul 2021	2.56	6.41	0.76	Jul 2024	2.39	6.03	0.71
Ago 2018	3.17	7.91	0.95	Ago 2021	2.84	7.11	0.84	Ago 2024	2.65	6.68	0.78
Sep 2018	5.38	13.43	1.62	Sep 2021	5.32	13.34	1.59	Sep 2024	4.98	12.54	1.47
Oct 2018	10.73	26.78	3.22	Oct 2021	10.54	26.43	3.14	Oct 2024	9.87	24.84	2.92
Nov 2018	11.42	28.50	3.43	Nov 2021	11.11	27.85	3.31	Nov 2024	10.40	26.17	3.07
Dic 2018	30.32	75.63	9.11	Dic 2021	29.29	73.43	8.73	Dic 2024	27.41	69.02	8.10
Ene 2019	51.68	129.03	15.51	Ene 2022	48.47	121.65	14.41	Ene 2025	45.36	114.34	13.38
Feb 2019	57.78	144.27	17.33	Feb 2022	54.07	135.74	16.06	Feb 2025	50.60	127.57	14.92
Mar 2019	47.07	117.55	14.12	Mar 2022	43.87	110.14	13.03	Mar 2025	41.06	103.52	12.11
Abr 2019	17.72	44.26	5.32	Abr 2022	16.47	41.36	4.89	Abr 2025	15.42	38.87	4.55
Mayo 2019	5.76	14.39	1.73	Mayo 2022	5.34	13.40	1.59	Mayo 2025	4.99	12.59	1.47
Jun 2019	2.26	5.64	0.68	Jun 2022	2.12	5.32	0.63	Jun 2025	1.98	5.00	0.58
Jul 2019	2.65	6.63	0.80	Jul 2022	2.50	6.28	0.74	Jul 2025	2.34	5.90	0.69
Ago 2019	2.94	7.35	0.88	Ago 2022	2.77	6.96	0.82	Ago 2025	2.60	6.55	0.77
Sep 2019	5.60	13.99	1.68	Sep 2022	5.21	13.07	1.55	Sep 2025	4.87	12.28	1.44
Oct 2019	11.09	27.69	3.33	Oct 2022	10.31	25.89	3.06	Oct 2025	9.65	24.33	2.85
Nov 2019	11.67	29.13	3.50	Nov 2022	10.86	27.28	3.23	Nov 2025	10.17	25.64	3.00
Dic 2019	30.74	76.75	9.22	Dic 2022	28.65	71.93	8.51	Dic 2025	26.81	67.60	7.91
Ene 2020	50.67	126.79	15.14	Ene 2023	47.41	119.16	14.06	Ene 2026	44.37	112.00	13.06
Feb 2020	56.51	141.46	16.87	Feb 2023	52.89	132.96	15.67	Feb 2026	49.49	124.96	14.56
Mar 2020	45.82	114.72	13.68	Mar 2023	42.91	107.89	12.72	Mar 2026	40.16	101.40	11.81
Abr 2020	17.20	43.06	5.13	Abr 2023	16.11	40.51	4.77	Abr 2026	15.08	38.07	4.44
Mayo 2020	5.57	13.94	1.66	Mayo 2023	5.22	13.12	1.55	Mayo 2026	4.89	12.33	1.44
Jun 2020	2.21	5.54	0.66	Jun 2023	2.07	5.21	0.61	Jun 2026	1.94	4.90	0.57
Jul 2020	2.62	6.55	0.78	Jul 2023	2.45	6.15	0.72	Jul 2026	2.29	5.78	0.67
Ago 2020	2.90	7.26	0.87	Ago 2023	2.71	6.82	0.80	Ago 2026	2.54	6.41	0.75
Sep 2020	5.44	13.61	1.62	Sep 2023	5.09	12.80	1.51	Sep 2026	4.77	12.03	1.40
Oct 2020	10.77	26.96	3.21	Oct 2023	10.09	25.36	2.99	Oct 2026	9.44	23.84	2.78
Nov 2020	11.35	28.41	3.39	Nov 2023	10.63	26.72	3.15	Nov 2026	9.95	25.11	2.93
Dic 2020	29.93	74.93	8.94	Dic 2023	28.03	70.46	8.31	Dic 2026	26.23	66.22	7.71

4.4 Análisis de resultados en las lagunas de Sibinacocha y Langui Layo

A) Laguna de Sibinacocha. En esta etapa se realiza la estimación de los parámetros en los modelos ARIMA. Se especificaron dos modelos ARIMA($p,0,q$)x($P,1,Q$)s para la serie VOLUMEN del caudal mensual de la laguna Sibinacocha. Los modelos fueron sometidos a análisis para ver si sus parámetros son significativos.

Para la selección del modelo se calcularon las estadísticas de ajuste, como el coeficiente de determinación (R^2) y el criterio de información bayesiano (BIC), visto en la Tabla 55. El R^2 es el porcentaje de variabilidad en la variable dependiente explicada por el modelo estimado en la serie y el BIC es un indicador utilizado para la selección de modelos en la estadística bayesiana. Un modelo ideal debería tener el BIC más bajo y el R^2 más alto.

Tabla 55. Indicadores de ajuste de los modelos ARIMA

ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)s	R ²	BIC
(1,0,0)x(2,1,1)	0.943	2.167
(1,0,0)x(0,1,0)	0.734	3.602

En la Tabla 56, se resume los indicadores de ajuste de los modelos ARIMA especificados y se observa que el modelo ARIMA(1,0,0)x(2,1,1)s, es el que presenta un menor valor del indicador BIC, y además el R^2 es superior con respecto al otro modelo.

En la tabla 56, se muestra las estimaciones de los parámetros del modelo ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, con sus respectivos errores estándar y significancia. Se puede observar que todos los parámetros del modelo ARIMA tanto de la parte regular como de la parte estacional son significativos (con $Sig.=0.000 < 0.05$), salvo el parámetro constante.

Tabla 56. Estimaciones de los parámetros del modelo ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s
Laguna de sibinacocha

Modelo 1		Estimación	SE	t	Sig.
Volumen Sibinacocha Ninguna transformación	Constante	-0.102	0.226	-0.451	0.652
	AR,	Retardo 1	0.520	0.060	8.725
	AR, estacional	Retardo 1	-1.293	0.084	-15.390
		Retardo 2	-0.652	0.053	-12.300
	Diferencial estacional		1.000		
	MA, estacional	Retardo 1	-0.693	0.104	-6.697

La ecuación del modelo ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s para la serie VOLUMEN se muestra en la siguiente ecuación,

$$(1-\phi L)(1-\Phi L^{12} - \Phi_2 L^{24})(1-L^{12})VOLUMEN_t = \theta_0 + (1-\Theta L^{12})a_t$$

$$(1-0.52L)(1+1.293L^{12} + 0.652L^{24})(1-L^{12})VOLUMEN_t = -0.102 + (1+0.693L^{12})a_t$$

Sea $Z_t = VOLUMEN_t$

$$Z_t = 0.52Z_{t-1} - 0.293Z_{t-12} + 0.152Z_{t-13} + 0.668Z_{t-24} - 0.333Z_{t-25} + 0.652Z_{t-36} - 0.339Z_{t-37} - 0.102 + a_t + 0.693a_{t-12}$$

Verificación

En esta etapa se busca verificar si el modelo ajustado obtenido es adecuado para los datos. La verificación puede ser hecha analizando los residuos. Los residuos son la diferencia entre los valores predichos del modelo estimado y las observaciones reales. Si el modelo ajustado fuera adecuado, los residuos deberán comportarse como un ruido blanco (media cero y varianza constante), por tanto, deberán ser aproximadamente no correlacionados.

En la Figura 77, se muestra la gráfica de los residuos, se aprecia que los valores están alrededor de un valor medio igual a cero y presentan aleatoriedad.

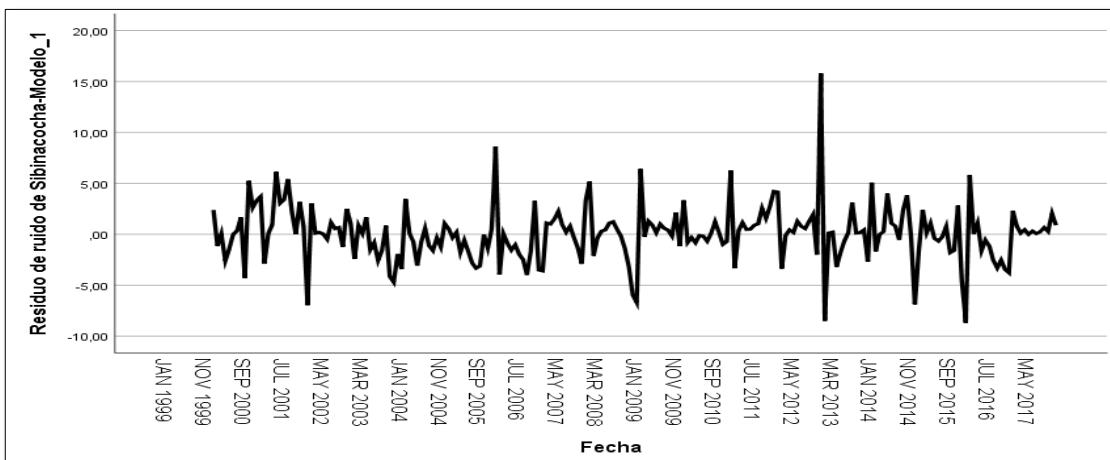


Figura 77. Gráfico de residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, laguna Sibinacocha

En la Figura 78, se presenta las autocorrelaciones simples y autocorrelaciones parciales de los residuos del modelo ajustado, se observa que los coeficientes estimados son estadísticamente nulos por lo que no sobresalen de los límites superior e inferior de las bandas, dicha grafica evidencia que los residuos no están correlacionados y por lo tanto se comportan como un ruido blanco (media cero y varianza constante).

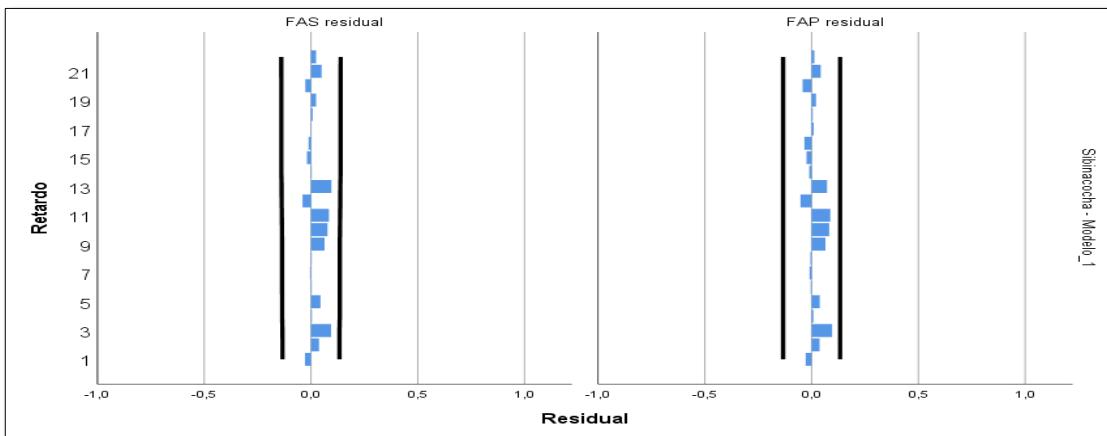


Figura 78. Autocorrelación simple y autocorrelación parcial de los residuos del modelo ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, ajustado a serie volumen, laguna sibinacocha

4.4.1 Predicción de los volúmenes de almacenamiento Sibinacocha

El cálculo de las predicciones de la serie temporal VOLUMEN, de la laguna Sibinacocha, utilizando el modelo ARIMA ajustado, se realiza a partir de las expresiones matemáticas obtenidas en el proceso de estimación y ajuste, en nuestro caso, hemos seleccionado el modelo óptimo (1,0,0)x(2,1,1)s , cuyos coeficientes son significativos y es un buen modelo predictivo, luego la ecuación tiene la siguiente forma y se observa en la Figura 79. Sea el modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, la cual tiene la estructura,

$$Z_t = 0.52Z_{t-1} - 0.293Z_{t-12} + 0.152Z_{t-13} + 0.668Z_{t-24} - 0.333Z_{t-25} + 0.652Z_{t-36} - 0.339Z_{t-37} - 0.102 + a_t + 0.693a_{t-12}$$

Sea $Z_t = VOLUMEN_t$

Despejando Z_t , se tendrá el pronóstico respectivo, \hat{Z}_{t+h} , siendo $h=1,2,3, \dots$

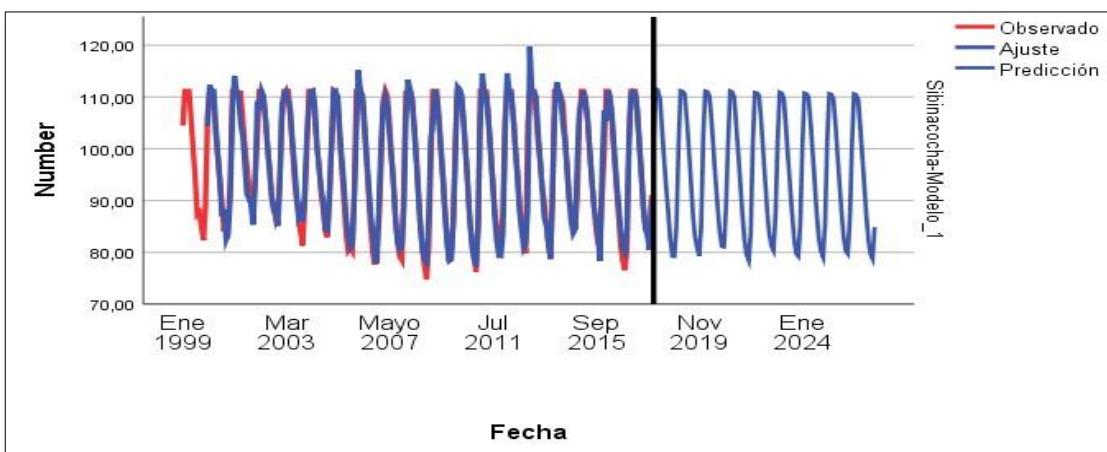


Figura 79. Gráfico de la serie observada, ajustada y los pronósticos (2018 al 2026) sibinacocha.

Tabla 57. Pronósticos volumen laguna de sibinacocha 2018 - 2026

Modelo	Sibinacocha-Modelo_1			Modelo	Volumen_sibinacocha-Modelo			Modelo	Volumen_sibinacocha-Modelo		
	Predicción	UCL	LCL		Predicción	UCL	LCL		Predicción	UCL	LCL
Ene 2018	102.17	107.52	96.82	Ene 2021	100.73	109.25	92.21	Ene 2024	100.68	111.27	90.10
Feb 2018	111.58	117.61	105.56	Feb 2021	111.17	119.94	102.40	Feb 2024	110.76	121.44	100.08
Mar 2018	111.34	117.54	105.15	Mar 2021	110.97	119.81	102.13	Mar 2024	110.62	121.33	99.91
Abr 2018	109.80	116.04	103.56	Abr 2021	109.92	118.78	101.06	Abr 2024	109.90	120.61	99.18
Mayo 2018	103.90	110.15	97.64	Mayo 2021	104.48	113.34	95.61	Mayo 2024	104.91	115.63	94.19
Jun 2018	98.26	104.52	92.00	Jun 2021	98.73	107.59	89.86	Jun 2024	99.10	109.82	88.38
Jul 2018	92.68	98.93	86.42	Jul 2021	92.94	101.80	84.07	Jul 2024	93.21	103.93	82.49
Ago 2018	88.05	94.31	81.80	Ago 2021	87.15	96.02	78.29	Ago 2024	87.12	97.84	76.40
Sep 2018	82.53	88.79	76.27	Sep 2021	82.19	91.05	73.32	Sep 2024	82.62	93.34	71.90
Oct 2018	79.24	85.49	72.98	Oct 2021	79.47	88.34	70.61	Oct 2024	80.19	90.91	69.47
Nov 2018	79.21	85.47	72.95	Nov 2021	78.43	87.30	69.57	Nov 2024	79.12	89.84	68.40
Dic 2018	85.11	91.36	78.85	Dic 2021	83.89	92.75	75.03	Dic 2024	85.42	96.14	74.71
Ene 2019	100.53	107.14	93.91	Ene 2022	101.42	110.51	92.33	Ene 2025	101.30	112.42	90.19
Feb 2019	111.22	117.93	104.51	Feb 2022	110.89	120.04	101.74	Feb 2025	110.66	121.88	99.44
Mar 2019	111.09	117.83	104.36	Mar 2022	110.79	119.96	101.63	Mar 2025	110.53	121.77	99.28
Abr 2019	110.63	117.37	103.89	Abr 2022	110.25	119.42	101.08	Abr 2025	109.70	120.95	98.44
Mayo 2019	105.87	112.62	99.13	Mayo 2022	105.57	114.74	96.40	Mayo 2025	104.68	115.93	93.42
Jun 2019	100.00	106.75	93.26	Jun 2022	99.73	108.90	90.56	Jun 2025	98.90	110.15	87.64
Jul 2019	94.00	100.74	87.26	Jul 2022	93.79	102.96	84.62	Jul 2025	93.06	104.32	81.80
Ago 2019	87.27	94.01	80.53	Ago 2022	87.72	96.89	78.55	Ago 2025	87.46	98.71	76.20
Sep 2019	83.06	89.80	76.31	Sep 2022	83.50	92.67	74.33	Sep 2025	82.87	94.12	71.61
Oct 2019	80.94	87.68	74.20	Oct 2022	81.19	90.36	72.02	Oct 2025	80.26	91.52	69.00
Nov 2019	79.30	86.04	72.55	Nov 2022	80.36	89.53	71.19	Nov 2025	79.72	90.98	68.46
Dic 2019	85.29	92.03	78.55	Dic 2022	87.54	96.71	78.37	Dic 2025	86.63	97.89	75.37
Ene 2020	102.48	109.78	95.18	Ene 2023	101.37	111.31	91.43	Ene 2026	100.65	112.42	88.88
Feb 2020	111.15	118.60	103.71	Feb 2023	110.94	121.08	100.81	Feb 2026	110.61	122.51	98.70
Mar 2020	111.04	118.52	103.56	Mar 2023	110.77	120.95	100.58	Mar 2026	110.44	122.38	98.50
Abr 2020	110.18	117.68	102.69	Abr 2023	109.69	119.89	99.49	Abr 2026	109.52	121.47	97.57
Mayo 2020	105.22	112.72	97.73	Mayo 2023	104.34	114.55	94.14	Mayo 2026	104.31	116.26	92.36
Jun 2020	99.46	106.95	91.96	Jun 2023	98.61	108.82	88.41	Jun 2026	98.54	110.49	86.59
Jul 2020	93.65	101.15	86.16	Jul 2023	92.86	103.06	82.65	Jul 2026	92.72	104.67	80.77
Ago 2020	88.39	95.89	80.90	Ago 2023	87.50	97.70	77.29	Ago 2026	86.97	98.92	75.01
Sep 2020	83.83	91.32	76.33	Sep 2023	82.57	92.78	72.37	Sep 2026	82.21	94.17	70.26
Oct 2020	81.12	88.62	73.63	Oct 2023	79.75	89.95	69.54	Oct 2026	79.58	91.53	67.63
Nov 2020	81.03	88.53	73.54	Nov 2023	79.26	89.47	69.06	Nov 2026	78.74	90.69	66.79
Dic 2020	88.64	96.14	81.14	Dic 2023	85.62	95.82	75.41	Dic 2026	84.90	96.85	72.95

B) Laguna de Langui Layo.

Se tiene dos modelos ARIMA($p,0,q$)x($P,1,Q$)s para la serie LnVOLUMEN de caudal mensual de la laguna Langui Layo. Los modelos fueron sometidos a análisis para ver si sus parámetros son significativos. Para la selección del modelo se calcularon las estadísticas de ajuste, como el coeficiente de determinación (R^2) y el criterio de información bayesiano (BIC), visto en la Tabla 58. El R^2 es el porcentaje de variabilidad en la variable dependiente explicada por el modelo estimado en la serie y el BIC es un indicador utilizado para la selección de modelos en la estadística bayesiana. Un modelo ideal debería tener el BIC más bajo y el R^2 más alto.

Tabla 58. Indicadores de ajuste de los modelos ARIMA

ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)s	R ²	BIC
(1,0,0)x(2,1,1)	0.920	4.715
(1,0,1)x(1,1,1)	0.918	4.737

En la Tabla 58, se resume los indicadores de ajuste de los modelos ARIMA especificados y se observa que el modelo ARIMA(1,0,0)x(2,1,1)s, es el que presenta un menor valor del indicador BIC, y también el R^2 es mayor con respecto al otro modelo. Con base en los resultados presentados, se eligió ARIMA(1,0,0)x(2,1,1)s para el análisis posterior.

En la Tabla 59, se muestra las estimaciones de los parámetros del modelo ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, con sus respectivos errores estándar y significancia. Se puede observar que todos los parámetros del modelo ARIMA tanto de la parte regular como de la parte estacional son significativos (con $Sig.=0.000 < 0.05$), salvo el parámetro constante.

Tabla 59. Estimaciones de los parámetros del modelo ARIMA (1,0,0)x(1,1,1)s para la serie LnVOLUMEN, Langui Layo

	Modelo 1	Estimación	SE	t	Sig.
Volumen Langui Layo Logaritmo natural	Constante	-0.013	0.013	-1.015	0.311
	AR, AR, estacional	Retardo 1 Retardo 1	0.724 -1.168	0.047 0.114	15.310 -10.210
		Retardo 2	-0.610	0.068	-9.024
		Diferencial estacional	1.000		
	MA, estacional	Retardo 1	-0.451	0.137	-3.294
					0.001

La ecuación del modelo ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s para la serie LnVOLUMEN se muestra en la siguiente ecuación.

$$(1-\phi L)(1-\Phi L^{12} - \Phi L^{24})(1-L^{12})\ln_VOLUMEN_t = \theta_0 + (1-\Theta L^{12})a_t$$

$$(1-0.724L)(1+1.168L^{12} + 0.61L^{24})(1-L^{12})\ln_VOLUMEN_t = -0.013 + (1+0.451L^{12})a_t$$

Sea $Z_t = \ln_VOLUMEN_t$

$$Z_t = 0.724Z_{t-1} - 0.168Z_{t-12} + 0.122Z_{t-13} + 0.558Z_{t-24} - 0.404Z_{t-25} + 0.61Z_{t-36} - 0.442Z_{t-37} - 0.013 + a_t + 0.451a_{t-12}$$

Verificación

La verificación es los residuos. Los residuos son la diferencia entre los valores predichos del modelo estimado y las observaciones reales. Si el modelo ajustado fuera adecuado, los residuos deberán comportarse como un ruido blanco (media cero y varianza constante) y, por tanto, deberán ser aproximadamente no correlacionados. Una forma de comprobar si los residuos no están correlacionados es observar sus correlogramas (autocorrelaciones simples y autocorrelaciones parciales) de los residuos. Los valores residuales se comportan como ruido blanco si sus correlogramas no tienen picos significativos. En la Figura 80, se muestra la gráfica de los residuos, se aprecia que los valores están alrededor de un valor medio igual a cero y presentan aleatoriedad.

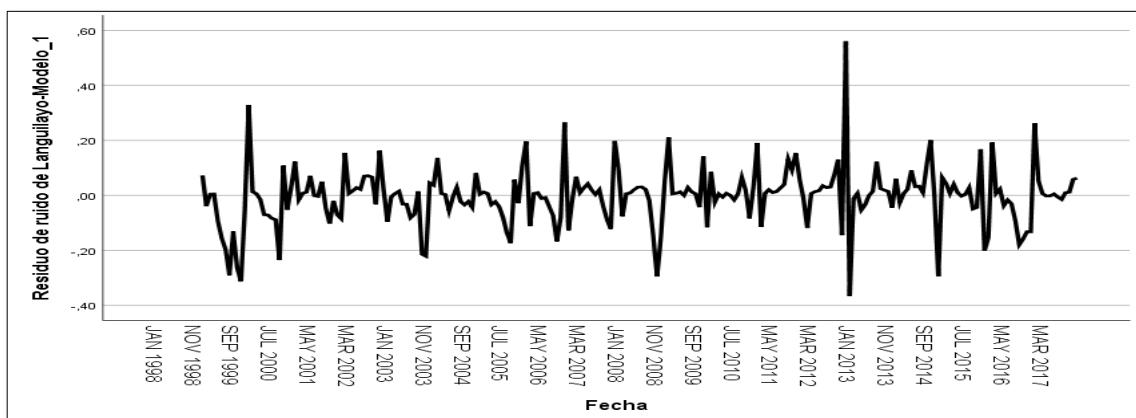


Figura 80. Gráfico de residuos del modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, Langui layo

En la Figura 81, se presenta las autocorrelaciones simples y autocorrelaciones parciales de los residuos del modelo ajustado, se observa que los coeficientes estimados son estadísticamente nulos por lo que no sobresalen de los límites superior e inferior de las bandas, dicha grafica evidencia que los residuos no están correlacionados y por lo tanto se comportan como un ruido blanco (media cero y varianza constante).

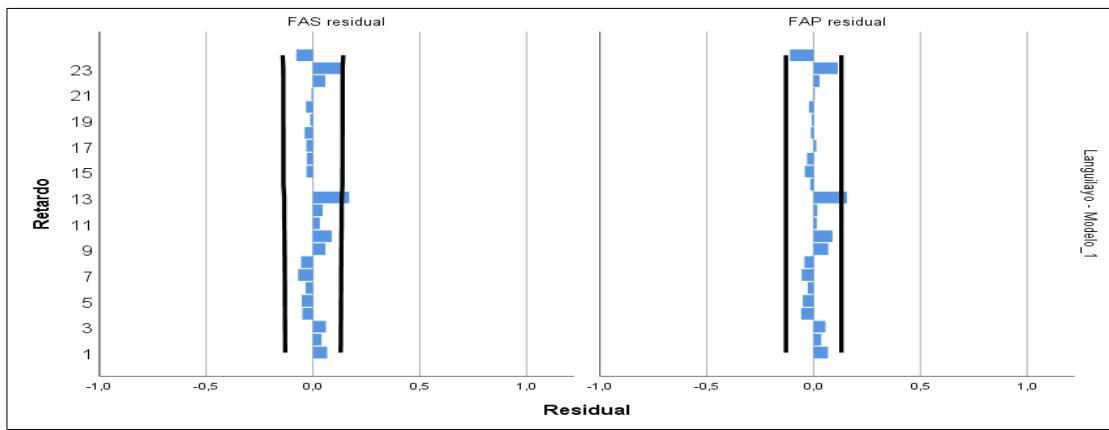


Figura 81. Autocorrelación simple y autocorrelación parcial de los residuos del modelo ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, ajustado a serie volumen, Langui Layo

Podemos concluir que el modelo ARIMA(1,0,0)x(2,1,1)s tiene un ajuste adecuado a la serie VOLUMEN de caudal de la laguna Langui Layo.

4.4.2 Predicción de los volúmenes de almacenamiento Langui Layo

El cálculo de las predicciones de la serie temporal VOLUMEN, de la laguna Langui Layo, utilizando el modelo ARIMA ajustado, se realiza a partir de las expresiones matemáticas obtenidas en el proceso de estimación y ajuste, luego la ecuación tiene la siguiente forma, Sea el modelo ajustado ARIMA (1,0,0)x(2,1,1)s, la cual tiene la estructura,

$$Z_t = 0.724Z_{t-1} - 0.168Z_{t-12} + 0.122Z_{t-13} + 0.558Z_{t-24} - 0.404Z_{t-25} + 0.61Z_{t-36} - 0.442Z_{t-37} - 0.013 + a_t + 0.451a_{t-12}$$

Sea $Z_t = \ln_VOLUMEN_t$

Despejando Z_t , se tendrá el pronóstico respectivo, \hat{Z}_{t+h} , siendo $h=1,2,3, \dots$

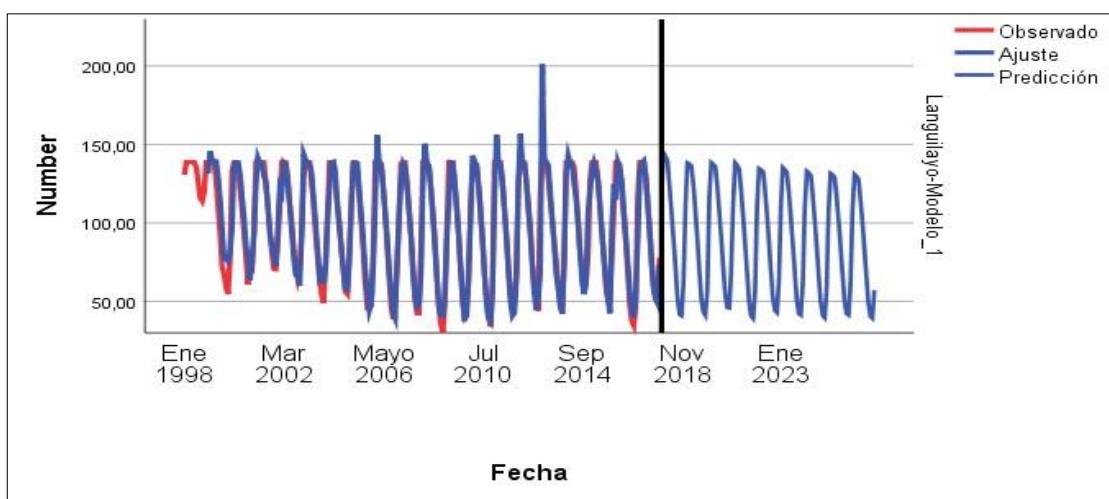


Figura 82. Gráfico de la serie observada, ajustada y los pronósticos (2024 al 2026) Langui Layo.

Tabla 60. Pronósticos volumen laguna de Langui Layo 2018 - 2026

Modelo	Langui layo-Modelo_1		
	Predicción	UCL	LCL
Ene 2018	120.65	146.67	98.22
Feb 2018	144.51	183.65	111.93
Mar 2018	142.40	184.63	107.80
Abr 2018	139.25	182.33	104.23
Mayo 2018	123.60	162.65	91.98
Jun 2018	106.76	140.86	79.21
Jul 2018	89.12	117.74	66.02
Ago 2018	71.73	94.84	53.09
Sep 2018	51.81	68.52	38.33
Oct 2018	41.80	55.29	30.92
Nov 2018	40.94	54.16	30.28
Dic 2018	60.57	80.14	44.79
Ene 2019	110.57	147.14	81.22
Feb 2019	138.26	184.56	101.20
Mar 2019	137.61	183.97	100.54
Abr 2019	136.30	182.37	99.49
Mayo 2019	123.83	165.76	90.34
Jun 2019	107.56	144.02	78.45
Jul 2019	89.84	120.30	65.52
Ago 2019	69.24	92.72	50.49
Sep 2019	51.51	68.98	37.56
Oct 2019	43.40	58.13	31.65
Nov 2019	41.22	55.20	30.05
Dic 2019	57.70	77.27	42.07
Ene 2020	116.27	158.19	83.22
Feb 2020	138.53	189.97	98.22
Mar 2020	137.43	189.24	96.97
Abr 2020	135.90	187.53	95.65
Mayo 2020	123.88	171.13	87.08
Jun 2020	107.66	148.81	75.63
Jul 2020	90.09	124.57	63.26
Ago 2020	71.48	98.85	50.19
Sep 2020	54.28	75.06	38.10
Oct 2020	46.14	63.81	32.39
Nov 2020	45.81	63.35	32.15
Dic 2020	69.40	95.99	48.72

Modelo	Volumen_Langui Layo Modelo		
	Predicción	UCL	LCL
Ene 2021	112.58	159.63	76.70
Feb 2021	138.20	198.37	92.76
Mar 2021	136.76	197.53	91.10
Abr 2021	134.43	194.80	89.19
Mayo 2021	120.33	174.67	79.68
Jun 2021	104.16	151.32	68.89
Jul 2021	86.93	126.35	57.47
Ago 2021	68.46	99.53	45.24
Sep 2021	49.85	72.48	32.94
Oct 2021	40.85	59.39	26.99
Nov 2021	39.23	57.05	25.92
Dic 2021	56.06	81.52	37.03
Ene 2022	110.30	161.33	72.35
Feb 2022	134.67	197.57	88.01
Mar 2022	133.92	196.77	87.35
Abr 2022	132.70	195.14	86.47
Mayo 2022	121.08	178.14	78.86
Jun 2022	105.27	154.90	68.54
Jul 2022	88.03	129.55	57.31
Ago 2022	68.70	101.11	44.72
Sep 2022	51.88	76.36	33.77
Oct 2022	44.14	64.97	28.73
Nov 2022	42.89	63.13	27.92
Dic 2022	62.53	92.04	40.70
Ene 2023	112.09	167.93	71.38
Feb 2023	135.23	204.42	85.16
Mar 2023	133.92	203.36	83.85
Abr 2023	131.94	200.84	82.36
Mayo 2023	119.04	181.43	74.19
Jun 2023	103.22	157.41	64.27
Jul 2023	86.26	131.59	53.69
Ago 2023	68.34	104.28	42.53
Sep 2023	50.74	77.43	31.57
Oct 2023	42.25	64.48	26.29
Nov 2023	41.33	63.07	25.71
Dic 2023	60.99	93.09	37.95

Modelo	Volumen_Langui Layo Modelo		
	Predicción	UCL	LCL
Ene 2024	108.35	167.07	66.54
Feb 2024	132.98	206.14	81.11
Mar 2024	131.93	205.08	80.19
Abr 2024	130.21	202.70	79.00
Mayo 2024	117.66	183.29	71.31
Jun 2024	102.06	159.06	61.83
Jul 2024	85.25	132.90	51.63
Ago 2024	66.73	104.04	40.41
Sep 2024	49.43	77.06	29.93
Oct 2024	41.25	64.31	24.98
Nov 2024	39.75	61.98	24.07
Dic 2024	57.14	89.08	34.60
Ene 2025	108.56	170.76	64.99
Feb 2025	131.54	207.86	78.29
Mar 2025	130.55	206.79	77.46
Abr 2025	129.03	204.63	76.44
Mayo 2025	117.19	185.97	69.36
Jun 2025	101.77	161.56	60.21
Jul 2025	85.09	135.10	50.33
Ago 2025	66.93	106.29	39.59
Sep 2025	50.23	79.77	29.71
Oct 2025	42.36	67.27	25.05
Nov 2025	41.37	65.70	24.47
Dic 2025	60.88	96.68	36.00
Ene 2026	107.52	172.89	62.57
Feb 2026	130.87	211.77	75.53
Mar 2026	129.69	210.55	74.52
Abr 2026	127.83	207.89	73.29
Mayo 2026	115.30	187.68	66.03
Jun 2026	99.97	162.80	57.21
Jul 2026	83.52	136.05	47.78
Ago 2026	65.80	107.21	37.64
Sep 2026	48.70	79.35	27.86
Oct 2026	40.52	66.02	23.17
Nov 2026	39.32	64.06	22.49
Dic 2026	57.20	93.20	32.71

4.5 Predicción y comportamiento de caudales en la central Hidroeléctrica de Machupicchu

El modelo ARIMA seleccionado, nos proporciona una data de las predicciones del comportamiento de caudales para los años 2024 y 2025 por consiguiente, estamos en condiciones de analizar el comportamiento futuro del río Vilcanota para estos dos años y predecir también los requerimientos de caudal para una operación normal de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu.

A). Características operativas de la central hidroeléctrica de Machupicchu

La Central Hidroeléctrica de Machupicchu, posee las siguientes características operativas como se observa en la siguiente Tabla 62.

Tabla 61. Características operativas de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu.

Unidades generadoras: 03 turbinas Pelton	
Potencia Instalada	90 MW (3x30 MW)
Caída Neta	345 m.
Caudal de diseño	30 m ³ /s (3 x 10 m ³ /s)
Unidades generadoras	03 turbinas Pelton
Unidades generadoras: 01 turbinas Francis	
Potencia Instalada	102 MW
Caída Neta	345 m.
Caudal de diseño	32 m ³ /s
Tensión	13.8 kV.
Velocidad de rotación	450 RPM.
Altura bruta	361.29 m
Altura neta	356.18 m.
Generador	Síncrono de 120 MVA.
Factor de potencia	0.85

Fuente: *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.*(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>

b.- Obras de Toma

Las obras de toma y túnel de aducción tienen las siguientes características:

- ✓ Caudal neto en la toma existente $55 \text{ m}^3/\text{s}$.
- ✓ Total, caudal neto $55 \text{ m}^3/\text{s}$.
- ✓ Total, caudales de purga $7 \text{ m}^3/\text{s}$.
- ✓ Caudal máximo en compuertas y canal de alimentación actuales $55 \text{ m}^3/\text{s}$.

Ahora que se cuenta con la Central Hidroeléctrica de Machupicchu II, la central hidroeléctrica está en la capacidad de generar hasta 192 MW y debe consumir en los canales de alimentación un total de $62 \text{ m}^3/\text{s}$, para trabajar a plena carga. Este caudal de agua en las condiciones actuales no está plenamente asegurado, por lo que se tendrá que recurrir al agua del embalse de Sibinacocha y a habilitar otros embalses teniendo en cuenta lo siguiente:

- El río Vilcanota en época de estiaje alcanza caudales mínimos de hasta $28 \text{ m}^3/\text{s}$.
- La represa de Sibinacocha podría entregar adicionales de 7 a $12 \text{ m}^3/\text{s}$.
- Se debe prever que aguas debajo debe discurrir un caudal ecológico.

Puesto que ahora contamos con los valores de la predicción del comportamiento de los caudales del río Vilcanota, analizaremos a continuación, cuales serían los requerimientos de caudales para una operación confiable a futuro.

4.5.1 Requerimientos de caudales actuales y futuros

Los requerimientos actuales y futuros de caudal para una operación a plena carga o como central de base es hallado en base a las condiciones actuales de operación, dichos valores son mostrados en las tablas siguientes, así mismo tendremos que considerar el caudal ecológico necesario que describimos a continuación.

Caudal ecológico

Es el agua destinada a mantener los valores relacionados con el ecosistema; los hábitats naturales que albergan una abundante flora y fauna, las funciones ambientales como la depuración de las aguas, la moderación de eventos climáticos e hidrológicos extremos, los parques naturales y la variedad de paisajes.

En ausencia de estudios se define el caudal ecológico muchas veces como 10 % del caudal medio anual como mínimo. También suelen expresar el caudal ecológico en ciertos volúmenes por cuenca por año o en caudales mínimos a mantener en cierto río durante el año. De acuerdo con lo descrito en el **punto 3.10.1** donde se analiza la serie temporal

original caudal el valor medio de la muestra arroja un valor de caudal medio de **115.7731 m³/s**, cuyo **10% sería 11.58 m³/s**, que teóricamente sería el caudal ecológico mínimo que se tendría que garantizar en las épocas de estiaje. Sin embargo, estos caudales mínimos no son todavía respetados a plenitud por lo que operativamente actualmente consideran solo 1 m³/s. mínimos que estarían considerados dentro del caudal de purga, a fin de que después de la bocatoma discurra un volumen mínimo de agua por el lecho del río, desde el Km 107 al Km 122. Las exigencias de respetar los caudales ecológicos pueden ser aplicadas a partir de la creación del Ministerio del Medio Ambiente y sus leyes que entraron en vigencia a partir del 2010.

A.- Curva cronológica y escenario de operación actual

Si efectuamos un análisis con las condiciones de operación actual, en una Curva Cronológica podremos observar que los caudales generados por el modelo ARIMA, especialmente los de época de estiaje entre Junio y Octubre de cada año, pueden ser complementados por los caudales entregados por el reservorio de regulación natural de la laguna de Sibinacocha, el cual tiene una capacidad de regulación anual de 120 MMC al año y haría que la entrega de caudales a la Central Hidroeléctrica de Machupicchu sea sostenible a lo largo del año, su comportamiento gráfico se muestra en la Figura 83.

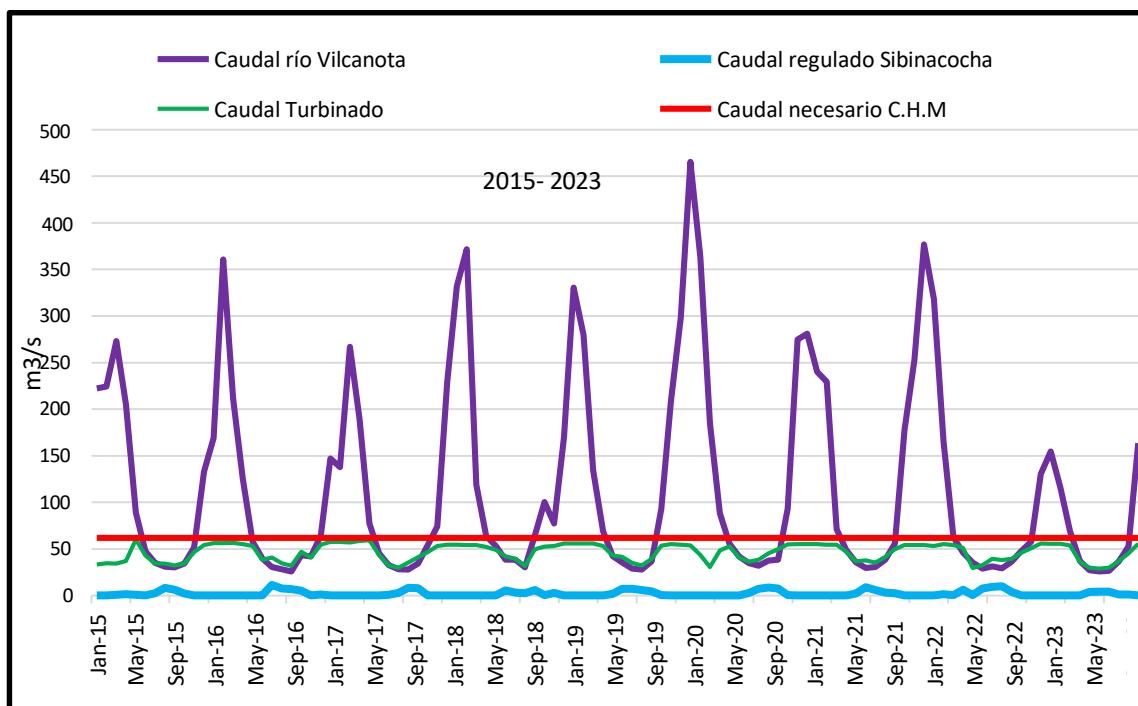


Figura 83. Curva cronológica de caudales de Central Hidroeléctrica de Machupicchu escenario operativo actual.

B.-curva cronológica y escenario de operación futura

Se tenemos en cuenta la operación actual de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu II y a su vez hemos evaluado las condiciones de futura operación para los años 2024 y 2025. Se sabe que la máxima cantidad de agua que puede ingresar por la bocatoma es de $55 \text{ m}^3/\text{s}$ para que la central opere a plena carga y si consideramos también el caudal ecológico y de purga, hacen en total de $61 \text{ m}^3/\text{s}$. Este caudal estaría garantizado con seguridad en los meses de avenida el cual se encuentra comprendido de diciembre a mayo de cada año; pero no estaría garantizado en los meses de estiaje de junio a octubre de cada año, puesto que el comportamiento estacional del río y los valores proporcionados por el Modelo ARIMA de predicción nos demuestran que habrá una deficiencia en los volúmenes de agua escurridos en las condiciones actuales y futuras de operación de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu. Como se puede observar en la Figura 84.

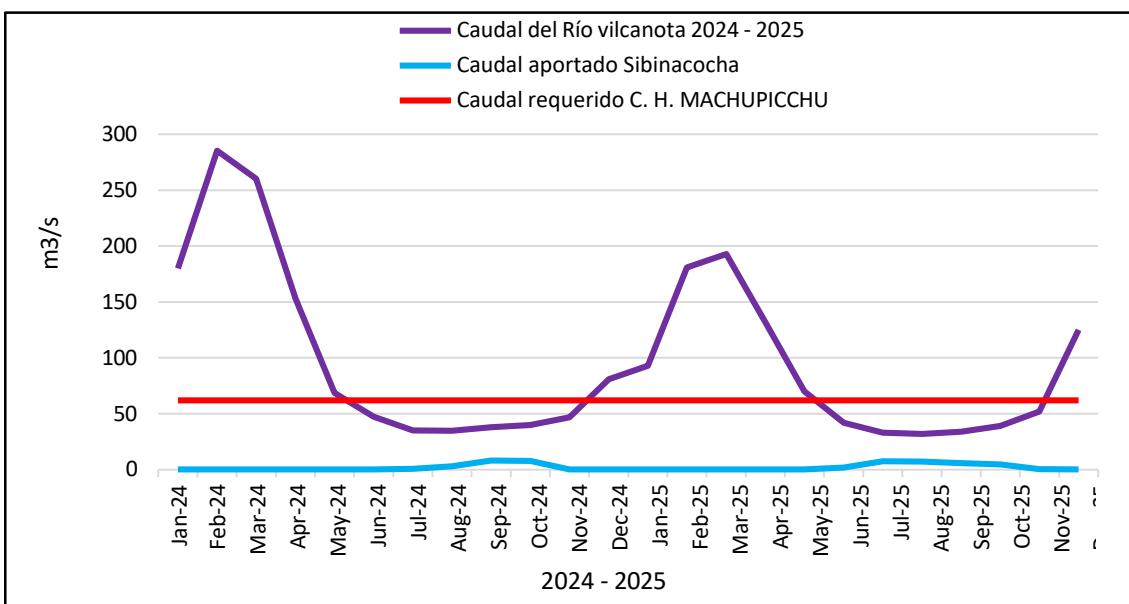


Figura 84. Curva cronológica de caudales de Central Hidroeléctrica de Machupicchu escenario futuro.

4.5.2 Curvas de duración y acumulación de caudales 2024

La curva de duración mostrada en la Figura 85, es graficada en función a la información de la curva cronológica, esta curva nos proporciona información sobre el número de veces (días), que un caudal determinado ha sido alcanzado y permite analizar los períodos de tiempo en días que la central puede trabajar a plena carga, en el caso de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu se alcanza esta condición todos los días del año, pero podríamos predecir que con la predicción de los caudales la central podrá

trabajar a plena carga solo 220 días del año, lo que significara un pérdida de ingresos por venta de energía al no trabajar a plena carga. La curva de acumulación de caudales, representa los volúmenes escurridos en millones de metros cúbicos de agua en función del tiempo, el área bajo la recta azul representa los volúmenes de agua actualmente utilizados en generación, el área entre las recta verde y azul representa los volúmenes de agua requeridos para operar en los dos siguiente años a plena carga que alcanzara un volumen de hasta 320,000.000 millones de metros cúbicos de agua anuales, volumen de agua que parte es suministrada por el actual reservorio natural de sibinacocha y la diferencia debería ser acumulada en otros reservorios a fin de garantizar una operación a plena carga. similar análisis se pude efectuar para el año 2024 y 2025, se puede observar en la Figura 86.

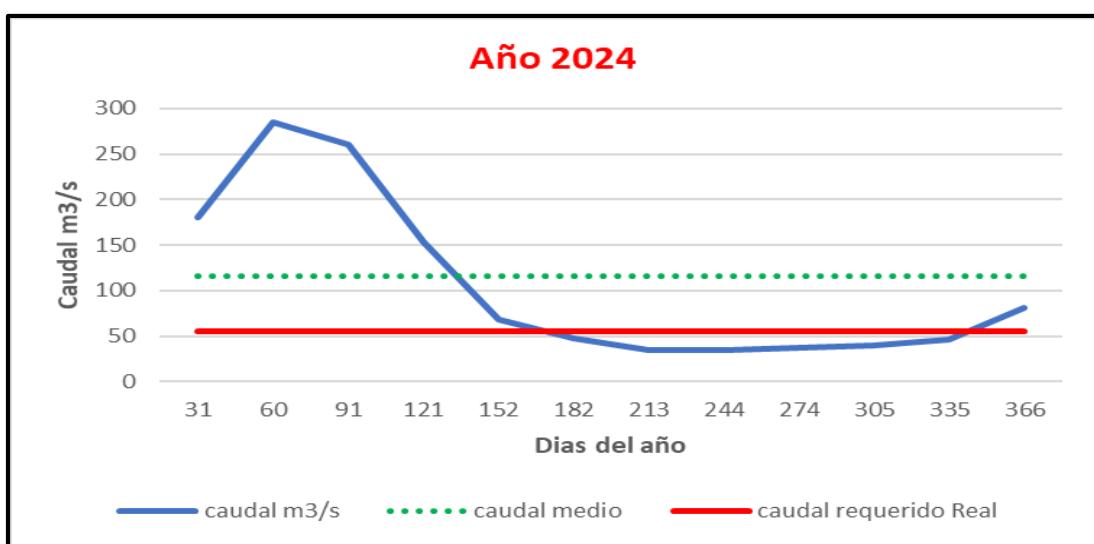


Figura 85. Curva de duración de caudales 2024 y requerimientos.

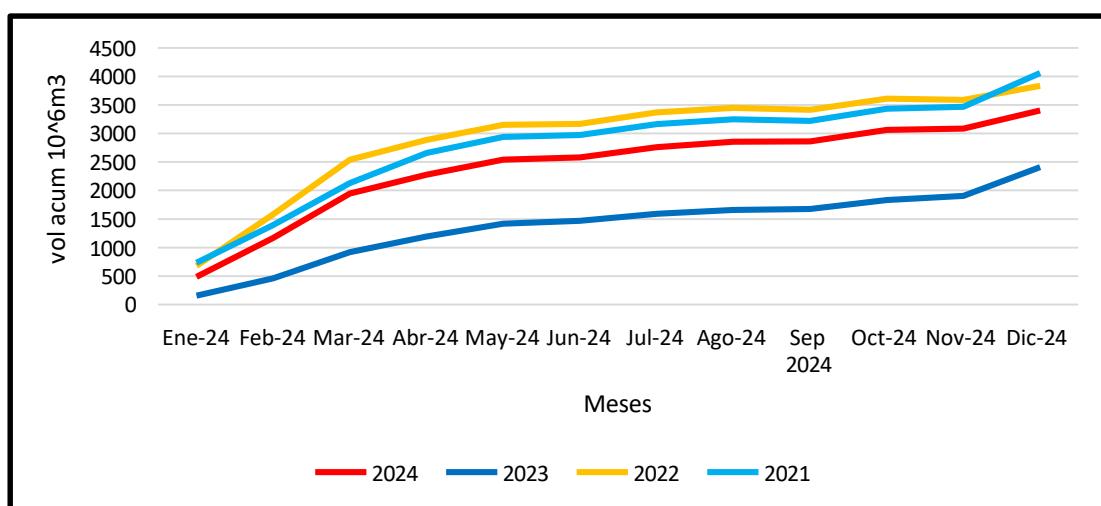


Figura 86. Curva de acumulación de caudales 2024 y requerimientos.

4.5.3 Volúmenes de agua requeridos

La información obtenida también permite analizar los volúmenes de agua que se requieren acumular en un escenario futuro, en caso de que se requiera operar como central de base a plena carga, dada la inversión y la necesidad de energía por la que está pasando el sistema eléctrico nacional, esta condición sería la más optima.

A). - Con el caudal de diseño de 62 m³/s.

Como se puede observar en la Tabla 62, se tomó el caudal de diseño de 62 m³/s, luego al valor anterior le restamos el caudal pronosticado en la época de estiaje y retamos también el caudal de sibinacocha tomando solo 8 m³/s. Entonces obtendremos el caudal faltante. Podemos observar los volúmenes requeridos de agua que se deberían acumular en reservorios de regulación anual, a fin de que a lo largo del año la cuenca del río Vilcanota sea regulada y proporcione un caudal regular en los meses de estiaje, entre junio y noviembre de cada año. Si tenemos en cuenta que en la laguna de Sibinacocha se logra acumular un volumen anual promedio de 106'000,000 m³, se observa que habría un volumen faltante de agua de hasta 237'000,000 m³ como máximo. Se puede observar en la siguiente Figura 87.

Tabla 62. Volumen faltante en la época de estiaje

AÑOS	MES	Volumen requerido MMC	Volumen proyectado MMC	Volumen Sibinacocha MMC	Volumen Faltante MMC
2024	Jun-24	160,704,000	122,783,040	20,736,000	17,184,960
	Jul-24	166,060,800	94,038,624	21,427,200	50,594,976
	Ago-24	166,060,800	93,422,592	21,427,200	51,211,008
	Set-24	160,704,000	97,588,800	20,736,000	42,379,200
	Oct-24	166,060,800	107,243,136	21,427,200	37,390,464
Total, año		819,590,400	515,076,192	105,753,600	198,760,608
2025	Jun-25	160,704,000	108,034,560	20,736,000	31,933,440
	Jul-25	166,060,800	88,815,744	21,427,200	55,817,856
	Ago-25	166,060,800	86,699,808	21,427,200	57,933,792
	Set-25	160,704,000	88,050,240	20,736,000	51,917,760
	Oct-25	166,060,800	105,261,120	21,427,200	39,372,480
Total año		819,590,400	476,861,472	105,753,600	236,975,328

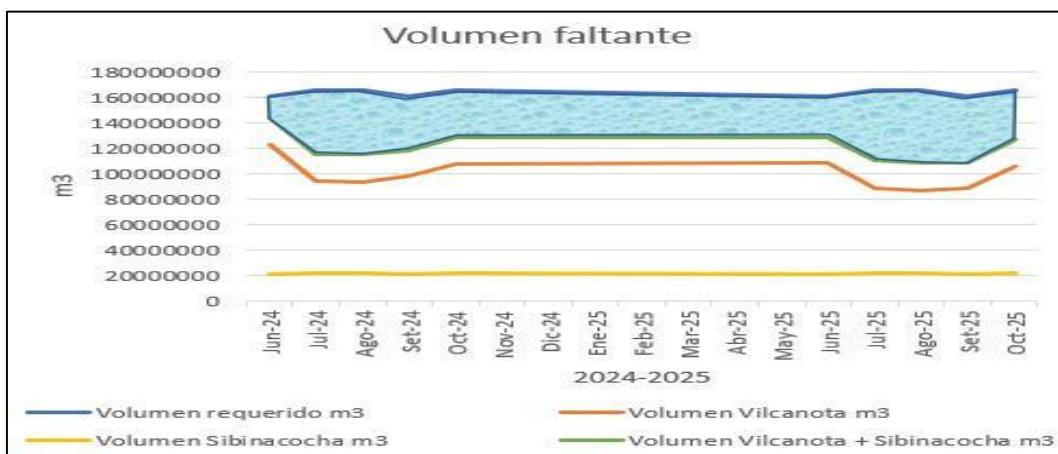


Figura 87. Saldo del volumen faltante en época de estiaje.

B). - Con el caudal de operación de 55 m³/s.

Podemos observar en la Tabla 63, que se tomó un caudal permanente de 55 m³/s, luego al valor anterior le restamos el caudal pronosticado en la época de estiaje y restamos también el caudal de sibinacocha tomando solo 7 m³/s. entonces obtendremos el caudal faltante. Podemos observar los volúmenes requeridos de agua que se deberían acumular en reservorios de regulación anual, a fin de que a lo largo del año la cuenca del río Vilcanota sea regulada y proporcione un caudal regular en los meses de estiaje, entre junio y noviembre de cada año. Si tenemos en cuenta que en la laguna de Sibinacocha se logra ya acumular un volumen anual promedio de 93'000,000 m³, se observa que habría un volumen faltante de agua de hasta 158'000,000 m³ como máximo. Se puede observar en la siguiente Figura 88.

Tabla 63. Volumen faltante en la época de estiaje

AÑOS	MES	Volumen requerido MMC	Volumen proyectado MMC	Sibinacocha MMC	Volumen Faltante MMC
2024	Jun-24	142,560,000	122,783,040	18,144,000	1,632,960
	Jul-24	147,312,000	94,038,624	18,748,800	34,524,576
	Ago-24	147,312,000	93,422,592	18,748,800	35,140,608
	Set-24	142,560,000	97,588,800	18,144,000	26,827,200
	Oct-24	147,312,000	107,243,136	18,748,800	21,320,064
	<u>TOTAL, AÑO</u>	<u>727,056,000</u>	<u>515,076,192</u>	<u>92,534,400</u>	<u>119,445,408</u>
2025	Jun-25	142,560,000	108,034,560	18,144,000	16,381,440
	Jul-25	147,312,000	88,815,744	18,748,800	39,747,456
	Ago-25	147,312,000	86,699,808	18,748,800	41,863,392
	Set-25	142,560,000	88,050,240	18,144,000	36,365,760
	Oct-25	147,312,000	105,261,120	18,748,800	23,302,080
	<u>TOTAL, AÑO</u>	<u>727,056,000</u>	<u>476,861,472</u>	<u>92,534,400</u>	<u>157,660,128</u>

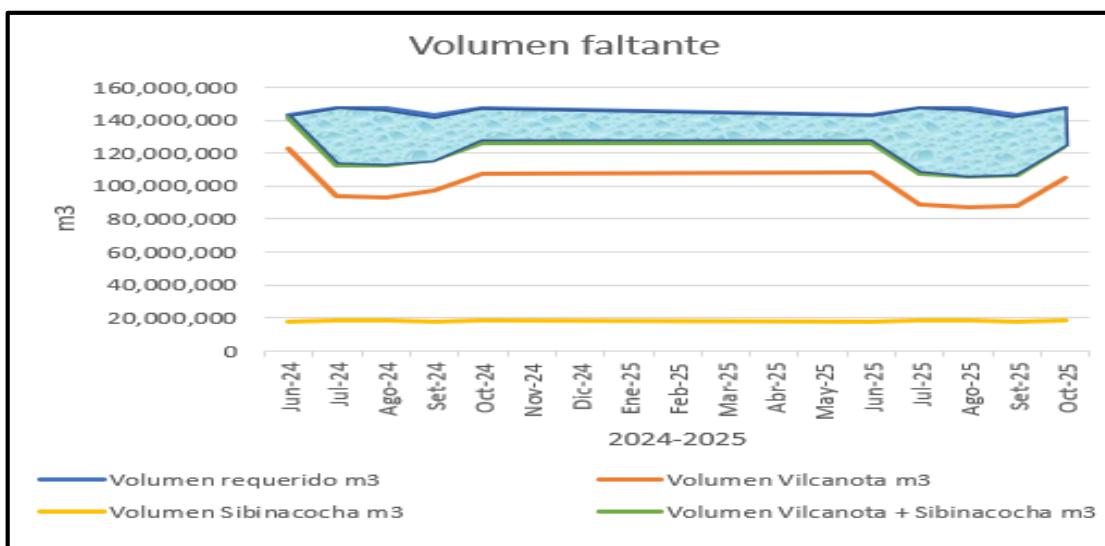


Figura 88. Saldo del volumen faltante en época de estiaje

4.6 Energía capaz de producir con los volúmenes faltantes

La información obtenida para la predicción de caudales por metodología ARIMA, también nos permite analizar los volúmenes faltantes en la Central Hidroeléctrica de Machupicchu, sino que también la energía que se dejaría de producir y los ingresos que se dejarían de percibir por no poder operar a plena carga, como se muestra en la Tabla 64.

Tabla 64. Energía capaz de producir

Parámetro	Unidades	2024	2025
Volumen faltante	m³	119,445,408	157,660,128
Altura Bruta	m	361.29	361.29
Diámetro de tubería	m	2.95	2.95
Área de paso	m²	6.8349	6.8349
Velocidad del flujo actual	m/s	4.54	4.54
Longitud de la tubería	m	590	590
Perdidas	m	5.11	5.11
Altura neta	m	356.18	356.18
Aceleración de la gravedad	m/s²	9.79	9.79
Eficiencia turbina		0.89	0.89
Eficiencia alternador		0.89	0.89
Velocidad de la turbina	RPM	450	450
Energía específica	kWh/m³	0.86	0.86
Energía	kWh	102,969,638	135,913,189
Costo marginal promedio	US\$/MWh	70	70
Ingreso no percibido	US\$	7,207,875	9,513,923

4.7 Posibilidad de regulación de la cuenca

La gran cuenca del río Vilcanota, nace en la cordillera del nudo de Vilcanota, en la zona del Cusco, esta cuenca cuenta con más de 90 lagunas altoandinas, siendo las más importantes por su área y volumen almacenado las lagunas de Sibinacocha, Langui, y Pomacanchi y Pampamarca, Sigrinaccocha y Pinaya.

Actualmente la empresa generadora EGEMSA tiene a su cargo la regulación de la laguna de Sibinacocha. Esta laguna es considerada como un reservorio de regulación de caudales y debería ayudar a la actual operación de la Central Hidroeléctrica de Machupicchu, sin embargo, siempre se tiene déficit de agua en la época de estiaje porque el aporte de la laguna no es suficiente para garantizar la operación de la Central Hidroeléctrica. Por ello es por lo que se tendrían que intervenir y lograr una regulación de las otras lagunas, que a continuación describimos. Se deberá contemplar la regulación del río Vilcanota, mediante el mejoramiento y uso de otros embalses. Esta regulación permitirá el incremento de caudales en el río Vilcanota y así afianzar el sistema para la producción de mayor energía. Para lo cual se consideró anexar dos lagunas más como son: La laguna de Pomacanchis y Langui Layo como se puede observar en la Figura 89.

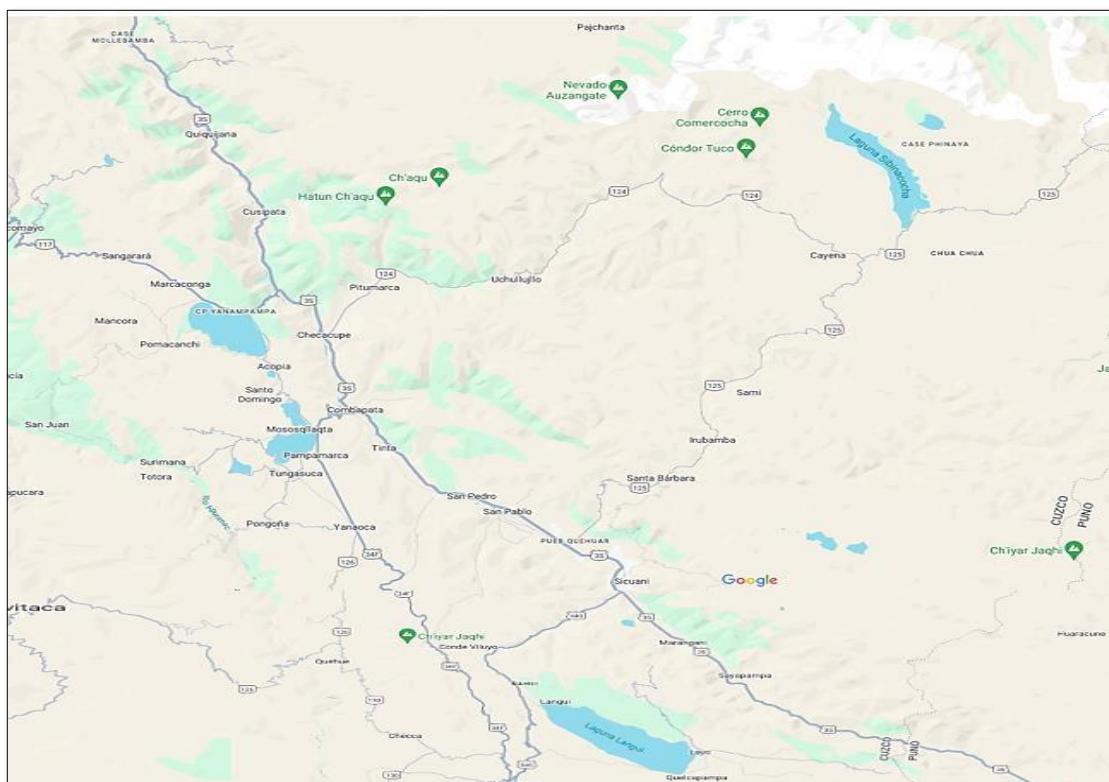


Figura 89. Lagunas de Langui Layo, Pomacanchis y Sibinacocha.

Fuente: página web, <https://www.google.es/intl/es/earth/index.html>.

4.7.1 Embalse Sibinacocha

Ubicado sobre la laguna Sibinacocha, la cual es afluente del río Salcca. Este embalse es el único intervenido técnicamente, se ubica sobre la cota 4,860 msnm, y controla una cuenca de 137 km².

El embalse de Sibinacocha y el lago natural del mismo nombre se ubican en la Cuenca Alta del río Salcca, en el distrito de Pitumarca, provincia de Canchis, Departamento del Cusco, esta represa tiene un volumen útil del orden de los 110 MMC. La regulación de la laguna natural permite una disponibilidad adicional en época de estiaje de 7 a 12 m³/s. Desde el año 1996 se tiene un registro de caudales regulados que proviene de Sibinacocha, así mismo se debe tener en cuenta, que la represa se encuentra a más de 200 Km de la bocatoma de la Central hidroeléctrica de Machupicchu por lo que los efectos de la regulación no son instantáneos, por lo que se debe proveer fluido adicional en función a los comportamientos evaluados desde el día anterior y a la necesidad de la producción de energía, así como el comportamiento del caudal del río en tiempo actual, se puede observar la Figura 90.



Figura 90. Laguna de Sibinacocha – Nevado del Ausangate

Fuente: *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.*(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>

4.7.2 Embalse Pomacanchis

Ubicado en la laguna de Pomacanchi, cuyo desfogue es afluente directo del río Vilcanota. Este embalse se ubica sobre la cota 3.660 msnm, y controla una cuenca de 255,5 km², como se puede ver en la Figura 91.

Ubicada en la provincia de Acomayo, a unos 100 km al sur de la ciudad del Cusco, la laguna tiene una salida estrecha por donde las aguas se evacuan hacia el Río Vilcanota, su superficie es de 21.552 km². El área de espejo de agua es de 2,050 hectáreas, en la temporada de lluvias es un gran afluente del Río Vilcanota y descarga caudales que varían de 2.00 a 10.00 m³/s.

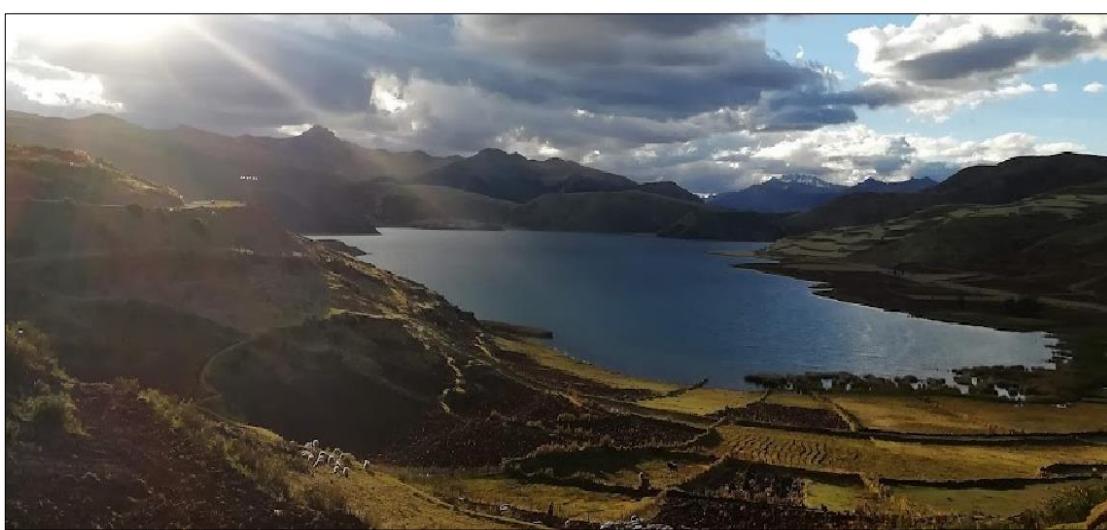


Figura 91. Laguna de Pomacanchis

Fuente: <https://www.gob.pe/munipomacanchi>, Municipalidad Pomacanchis.

En la siguiente tabla 65 observamos las características del dique actual de la laguna de Pomacanchis.

Tabla 65. Características del dique de Pomacanchis

Características del Dique		
Altura total H	2.5 m	3662.50 m.s.n.m
Altura de embalse He	0.5 m	3660.50 m.s.n.m
Espesor muro e	1 m	
Material concreto	175 kg/cm ²	
Volumen de almacenamiento	43.584.393	
Longitud e corona Lc	14 m	
Sistema de regulación	Mediante compuertas	
Estructura de evacuación	La misma estructura	

Fuente: <https://www.gob.pe/munipomacanchi>, Municipalidad Pomacanchis.

4.7.3 Laguna de Langui Layo

Es otra opción no considerada por posibles problemas sociales, está ubicada en la provincia de Canas del Departamento del Cusco, a 3,936 msnm y a una distancia de 168 km de la ciudad del Cusco. Posee un área de espejo de agua de 58,137 km², sus dimensiones son de una longitud máxima efectiva 16,040 m., ancho máximo 4,890 m., área de espejo de agua 58,137 Km, profundidad máxima 232 m, tiene un desfogue natural por el río Hercca por donde discurren caudales naturales 4 a 20 m³/s a lo largo del año. Las aguas de este río también son utilizadas por la pequeña central hidroeléctrica de Hercca. Con referencia a los volúmenes posibles de almacenamiento, se ha efectuado el correspondiente balance hídrico para las alternativas, para determinar el posible volumen de embalse en todas las presas, se debe considerar el aporte en volumen del período de lluvias (diciembre-abril), también se tendrá en cuenta la capacidad física de los vasos, posibilidad de no generar conflictos sociales con los afectados y tamaño económico de las presas. En la Tabla 66 podemos observar el volumen de almacenamiento de laguna y en la Figura 92 se puede observar la laguna de Langui y layo.



Figura 92. laguna de Langui Layo

Fuente: <https://www.munilangui.gob.pe>, Municipalidad de Langui Layo.

Tabla 66. Volumen de almacenamiento de la laguna de Langui y Layo

Cálculo del volumen almacenado Laguna de Langui Layo			
Nivel	Cota msnm	Área km²	Volumen MMC
NAMI	3952019	54.18	0
NAMO	3954.39	57.7	123.06
	3954.66	58.14	138.69
NAME	3955.16	59.74	168.16

Fuente: Compendio de presas de centrales hidráulicas. OSINERGMIN (2005) <https://www.osinergmin.gob.pe/>

En la siguiente tabla 67, se observa las características del Dique en la laguna de Langui Layo.

Tabla 67. Características del dique de Langui Layo

Características del Dique		
Altura total H	1.00 m	3955.16 m.s.n.m
Altura de embalse He	1.00 m	3660.50 m.s.n.m
Espesor muro e	1.30 m	
Material concreto	175 kg/cm ²	
Volumen de almacenamiento	158.36 MMC	
Longitud e corona Lc	14 m	
Sistema de regulación	Mediante compuertas	
Estructura de evacuación	La misma estructura	

Fuente: <https://www.munilangui.gob.pe>, Municipalidad de Langui Layo.

4.7.4 Otras Lagunas

- **Embalse Pampamarca:** Ubicado en la laguna de Pampamarca, afluente del río Vilcanota. Este embalse se ubica sobre la cota 3.785 msnm, y abarca una cuenca de 139,4 km².
- **Embalse Sigrenaccocha:** Ubicado sobre la laguna Sigrenaccocha, la cual es afluente del río Ocongate, perteneciente a la cuenca del Mapacho. Se ubica sobre la cota 4330 msnm, y controla una cuenca 84,10 km².
- **Embalse Phinaya:** Ubicado sobre la quebrada Phinaya, la cual es afluente del río Sallca. Se ubica sobre la cota 4.500,5 msnm, y controla una cuenca 279,9 km².

En la Tabla 68, se observa la capacidad de almacenamiento considerada para las diferentes lagunas.

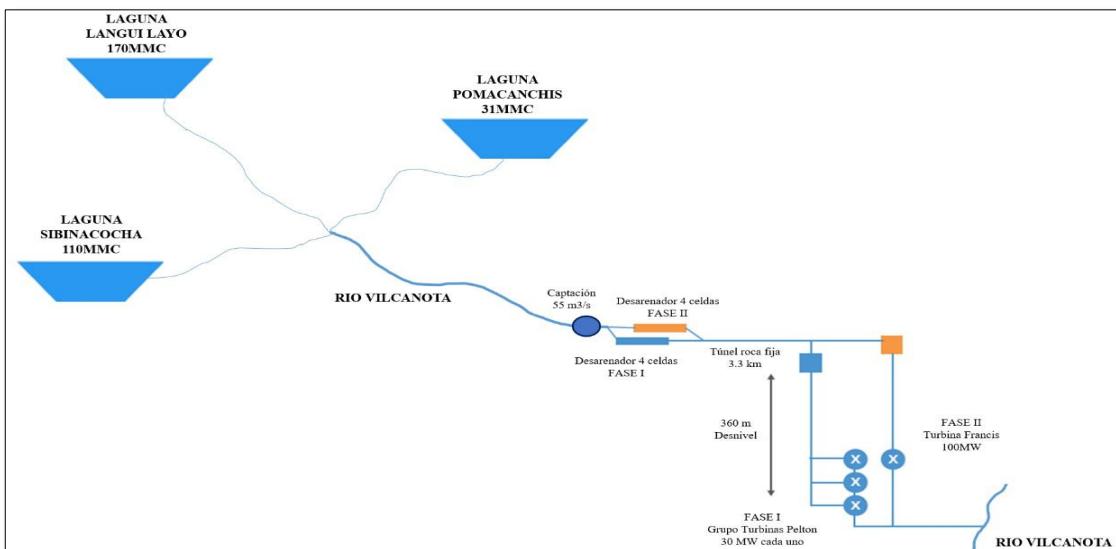
Tabla 68. Almacenamiento de las diferentes lagunas

Nº	Cuenca	Volumen de almacenamiento MMC
1	Sibinacocha	139
2	Pomacanchi	32.3
3	Pampamarca	12.1
4	Sigrenaccocha	42.4
5	Phinaya	59.6
Total		285.4

Fuente: *Evaluación de los Recursos Hídricos de la Cuenca Urubamba*, ANA-MINAGRI.

La posibilidad de utilizar las aguas de estas lagunas es factible, debiendo analizar la problemática en particular de cada una, puesto que los impactos ecológicos causados en cada caso son diferentes, puesto que al embalsar una laguna alto andina se cambia el comportamiento climático de la zona así como se pierden áreas de cultivo y pastoreo natural, hechos que deben ser evaluados tanto por los interesados así como por todas las poblaciones y comunidades de las zonas de influencia, que no son materia de nuestra investigación.

4.7.5 Diagrama topológico Propuesto



4.8 Estudio hidrológico de las Lagunas Sibinacocha, Langui Layo y Pomacanchis.

4.8.1 Ubicación geográfica de la cuenca Urubamba.

La cuenca de Urubamba está situada en los andes peruanos, ocupa una superficie de 58,735 km². Se encuentra ubicada en los departamentos de Cusco y Ucayali. Geográficamente, la cuenca se halla entre las coordenadas 10° 10' y 14° 37' de Latitud Sur, 70° 48' y 73° 45' de Longitud Oeste y una altitud vertical a nivel medio del mar de 240 m.s.n.m. y 6384 m.s.n.m. [1]. Esta cuenca alberga a las lagunas Sibinacocha, Langui Layo y Pomacanchi, las cuales pertenecen a las provincias Canchis, Canas y Acomayo respectivamente en la región Cusco. Geográficamente, ubicamos las microcuencas en la Tabla 69.

Tabla 69. Ubicación geográfica de las Lagunas

SISTEMAS	DATUM	COMPONENTES	MICROCUENCAS		
			SIBINACOCHA	LANGUI	POMACANCHI LAYO
Coordenadas Geográficas	Horizontal WGS 1984	Longitud Oeste Latitud Sur	-71.05 -13.83	-71.13 -14.52	-71.56 -14.01
Coordenadas UTM Zona 18 S	Horizontal WGS 1985	Metros Este Metros Norte	278410 8470318	270056 8393447	222977 8449273
Altitud	Elevación Media	m.s.n.m.	5083.49	4373.94	4024.14

Fuente: Environmental Systems Research Institute, ArcGIS.

Demarcación hidrográfica

El río Urubamba nace en la confluencia de los ríos Vilcanota y Yanatile con el nombre de Alto Urubamba ubicado aguas abajo de la localidad de Quellouno, distrito de Echarate a 800 msnm. Asimismo, en la localidad de Poyentimari, distrito de Echarate a 450 msnm. se localiza la confluencia del río Mapacho (Yavero) con el Urubamba a partir del cual se conoce con el nombre de Medio Urubamba discurre en dirección Nor-Este hasta el punto de afluencia de la cuenca [1]. Se observa en la Figura 93.

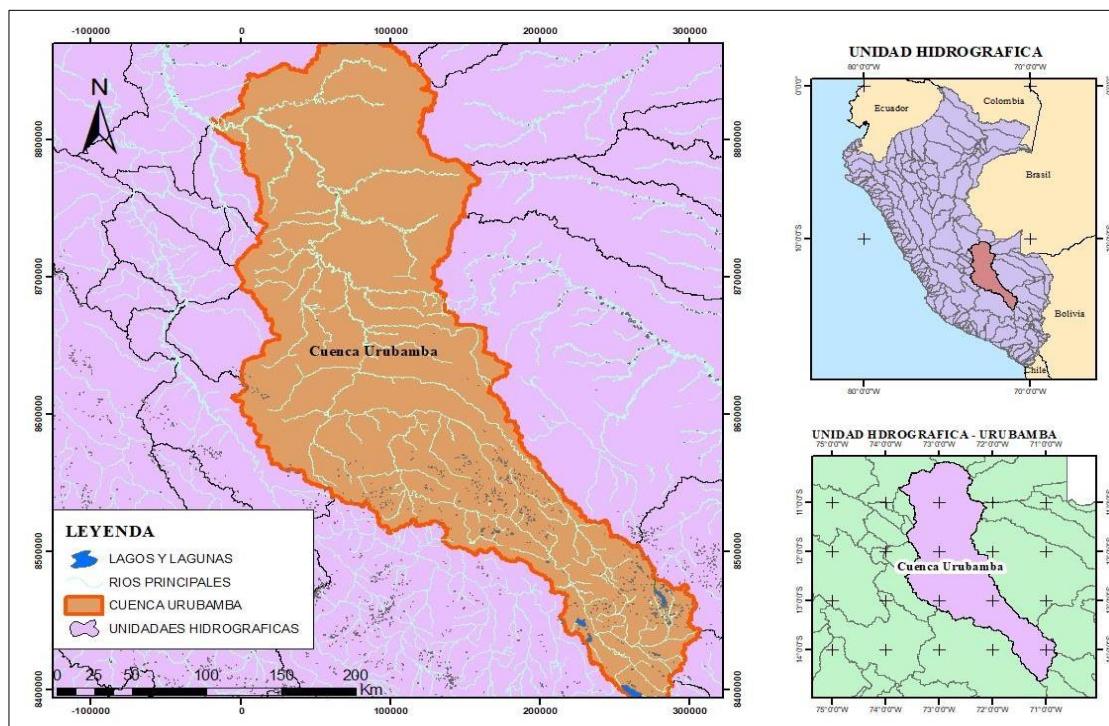


Figura 93. Ubicación de la unidad hidrográfica de la cuenca de Urubamba

Fuente: Environmental Systems Research Institute, ArcGIS.

4.8.2 Información pluviométrica

La escorrentía que se presenta en las microcuenca se ven afectadas directamente por las precipitaciones pluviales de la zona. Se identifico cinco estaciones meteorológicas como las más representativas y con información consistente a nivel mensual. Las cinco estaciones seleccionadas cuentan con registros de 20 años (1998 – 2017), las cuales se detallan a continuación en la Tabla 70.

Tabla 70. Coordenadas geográficas de la cuenca

Nº	Estaciones	Coordenadas Geográficas								Altitud m.s.n.m.	PERIODO		
		LATITUD				LONGITUD							
		°	'	"		°	'	"					
1	POMACANCHIS	14	1	40	71	32	8.87	0.00	W	3656	1998-2017		
2	SICUANI	14	15	12	71	14	12.99	0.00	W	3400	1998-2017		
3	CCATCCA	13	36	36	71	33	37.08	19.73	W	3238	1998-2017		
4	CAICAY	13	36	1.01	71	42	0.01	0.00	W	2865	1998-2017		
5	ANTA	13	28	4.98	72	12	55.98	13.01	W	2776	1998-2017		

Tomado de “Evaluación de los Recursos Hídricos de la Cuenca Urubamba”, ANA.



Figura 94. Estaciones Meteorológicas para la zona de estudio

Fuente: Página Web. <https://www.google.es/intl/es/earth/index.html>.

4.8.3 Información de las otras variables climáticas

Se recopilo datos históricos de temperatura, humedad relativa, velocidad de viento y horas de sol de las cinco estaciones climatológicas existentes en la cuenca del río Urubamba.

A.- Temperatura. La información de temperatura fue proporcionada por las cinco estaciones climatológicas, con información del periodo comprendido entre el 2002 -2017. Como se puede observar en la Tabla 71 y Figura 95.

Tabla 71. Temperatura media mensual completada y extendida (°C)

Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	Prom.
Pomacanchi	14.6	14.2	14.2	13.6	12.6	11.9	11.6	12.6	13.8	14.8	15.4	15.0	13.7
Sicuani	13.7	13.3	13.1	13.7	13.8	13.2	12.9	13.5	14.2	14.8	15.3	14.3	13.8
Ccatcca	14.2	13.5	13.8	13.6	12.9	12.1	12.1	13.5	14.4	15.5	14.9	14.3	13.7
Caycay	10.0	9.7	9.3	8.3	6.2	4.6	4.4	5.3	6.9	8.2	9.4	10.1	7.7
Anta	12.3	12.0	11.4	11.2	9.3	7.9	7.6	8.8	10.0	12.2	12.9	13.6	10.8

Fuente:-Página-web-<https://www.senamhi.gob.pe/main.php=monitoreo-rologico.Cusco>.

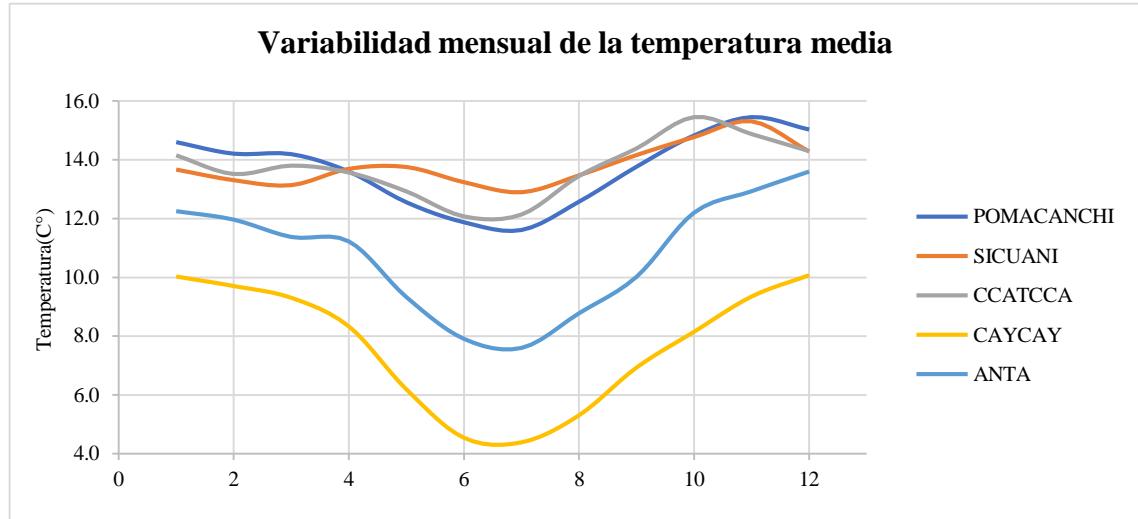


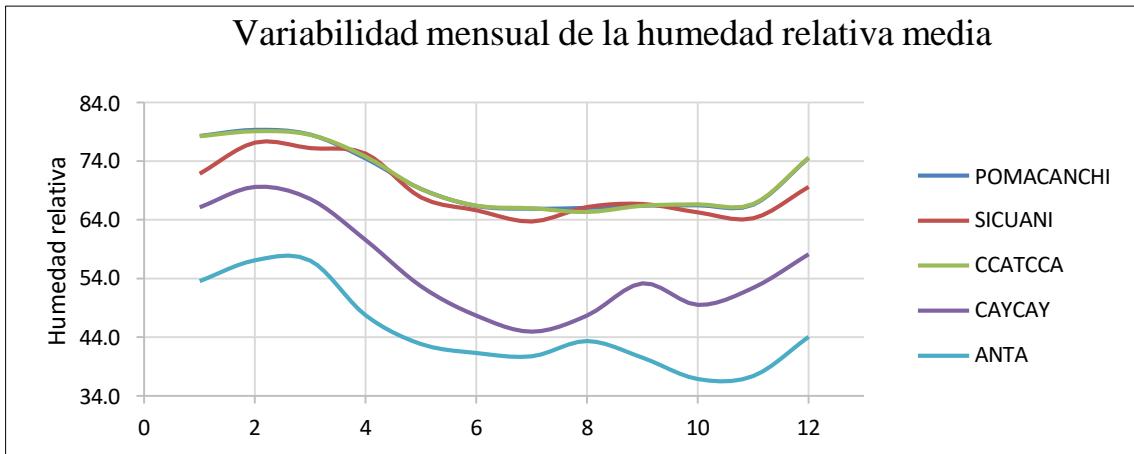
Figura 95. Variabilidad mensual de temperatura media

B.- Humedad Relativa. Dentro del área de estudio, contamos con 5 estaciones climatológicas las cuales nos proporcionan información representativa para un periodo del 2000-2016. Cabe resaltar que esta información ya fue completada y extendida. Como se puede observar en la siguiente Tabla 72 y Figura 96.

Tabla 72. Humedad relativa media mensual completada y extendida

Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic
Pomacanchis	78.3	79.4	78.6	74.5	69.3	66.4	66.0	66.1	66.5	66.5	66.6	74.6
Sicuani	71.9	77.2	76.3	75.3	67.9	65.7	63.8	66.2	66.8	65.3	64.3	69.7
Ccatecca	78.3	79.1	78.5	74.8	69.3	66.5	66.0	65.4	66.4	66.7	66.7	74.7
Caycay	66.2	69.6	67.6	60.6	52.7	47.7	45.0	47.7	53.2	49.5	52.4	58.2
Anta	53.6	57.2	57.1	47.8	42.9	41.4	40.8	43.4	40.6	36.9	37.4	44.1

Fuente: Página web. <https://www.senamhi.gob.pe/main.php=monitoreo-hidrologico.Cusco>.

**Figura 96.** Variabilidad mensual de humedad relativa

C. Velocidad de Viento

Para este parámetro también contamos con 3 estaciones las cuales nos brindaron la serie de datos con respecto a la velocidad del viento correspondiente al periodo 2000-2014. Se puede observar en la Tabla 73 y Figura 97.

Tabla 73. Velocidad del viento media mensual completada y extendida

Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	Prom.
Pomacanchi	4.7	4.4	4.5	4.5	4.7	4.4	4.3	4.4	5.0	5.2	4.8	4.4	71.1
Sicuani	3.9	3.9	3.7	3.7	3.7	3.8	3.7	4.0	4.1	3.9	4.0	3.9	69.2
Ccatecca	3.3	3.3	3.0	3.1	3.1	3.1	3.1	3.4	3.5	3.6	3.4	3.4	71.0

Fuente: web. <https://www.senamhi.gob.pe/main.php=monitoreo-hidrologico.Cusco>

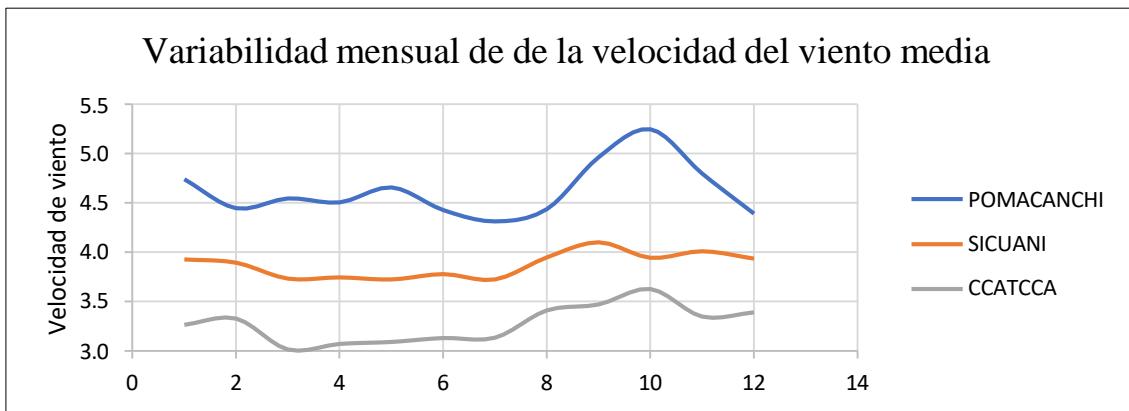


Figura 97. Variabilidad mensual de velocidad del viento

D.- Horas de sol

Como ultimo parámetro tenemos las horas de sol, contamos con la data de 3 estaciones climatológicas para el periodo 2001-2012. Se resalta una vez más que la siguiente serie de datos ya está completada y extendida. Como se observa en la siguiente Tabla 74 y Figura 98.

Tabla 74. Horas del sol media mensual completada y extendida

Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	Prom.
Pomacanchi	3.8	3.8	4.3	6.1	7.6	7.8	8.0	8.0	6.8	5.9	5.4	3.9	6.0
Sicuani	5.3	5.1	5.1	6.0	6.4	5.9	6.1	7.0	7.0	6.8	7.1	5.2	6.1
Ccatcca	5.3	5.2	5.0	6.1	6.5	6.1	6.3	7.1	7.0	6.8	7.0	5.1	6.1

Fuente: Página web. <https://www.senamhi.gob.pe/main.php=monitoreo-hidrologico.Cusco>

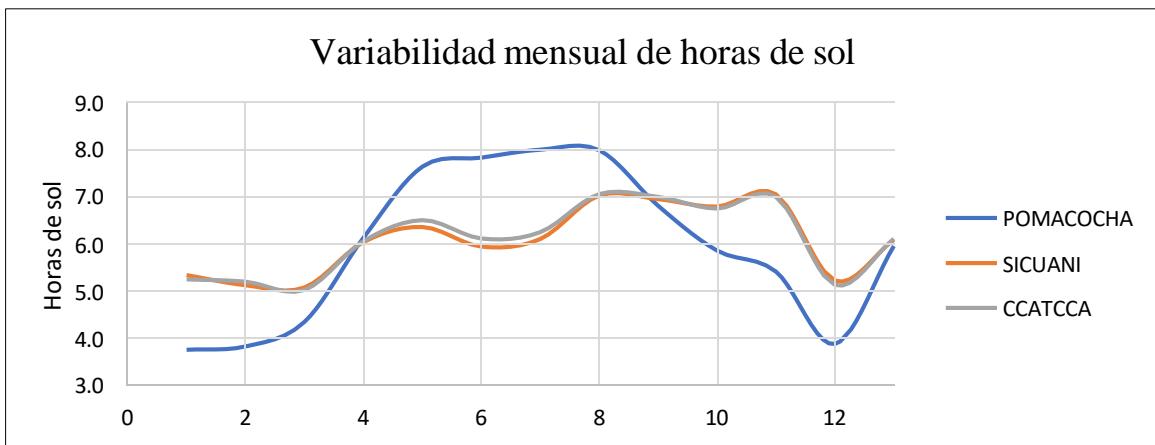


Figura 98. Variabilidad mensual de horas de sol

E. Información de la cobertura vegetal

La cobertura vegetal presente en las microcuenca de estudio según el Ministerio del Ambiente se puede observar en la siguiente Tabla 75 y también se puede observar en los siguientes mapas la cobertura Vegetal que este alrededor de los embalses.

Tabla 75. Tipo de cobertura vegetal para las microcuenca

Simb	Tipo de Cobertura Vegetal	SIBINACOCHA		LANGUI LAYO		POMACANCHI	
		Área (Km ²)	Porcentaje	Área (Km ²)	Porcentaje	Área (Km ²)	Porcentaje
Agri	Agricultura costera y andina			80.06	17.12%	47.18	16.83%
Esv	Área altoandina con escasa y sin vegetación	40.38	30.01%	28.74	6.15%		
Bo	Bofedal	5.68	4.22%	17.21	3.68%		
Gla	Glaciar	13.33	9.91%				
U	Área urbana			0.28	0.06%	0.79	0.28%
L/Co	Lagunas, lagos, ríos y cochas	29.98	22.28%	57.36	12.27%	22.19	7.91%
Ma	Matorral arbustivo					51.29	18.30%
Pj	Pajonal andino	45.17	33.58%	283.88	60.72%	157.06	56.03%
Pf	Plantación forestal					1.82	0.65%
	Total	134.54	100.00%	467.52	100.00%	280.32	100.00%

Fuente: Diagnóstico de servicios ecosistémicos en la Cuenca del Alto Urubamba. Para la implementación de un mecanismo de retribución por servicios Ecosistémicos. MINAM.

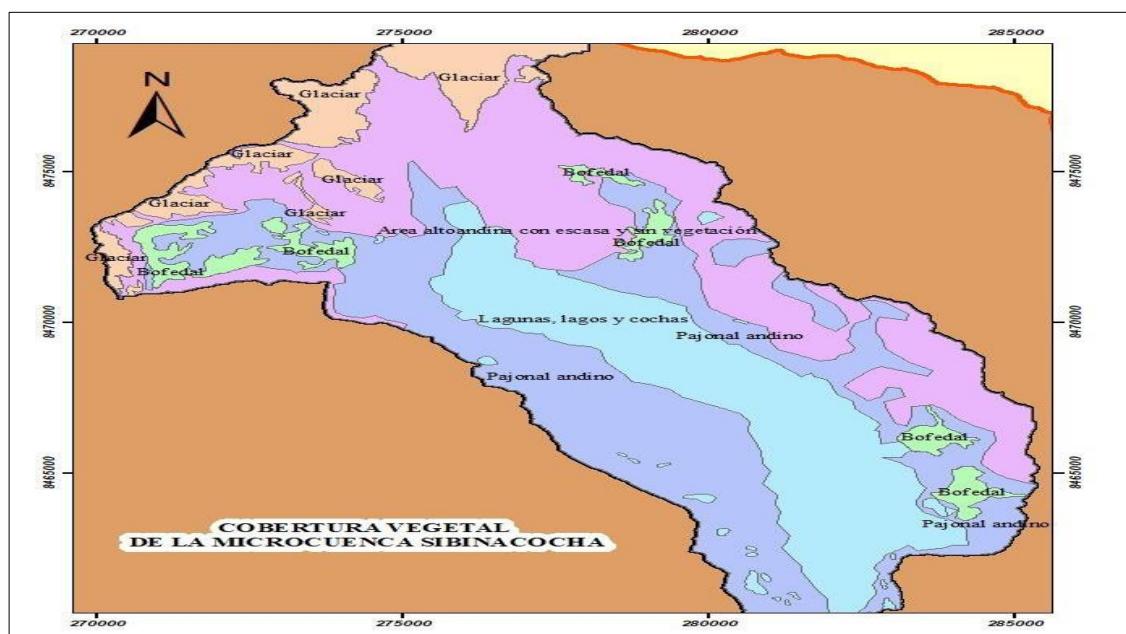


Figura 99. Mapa de cobertura vegetal de la microcuenca Sibinacocha

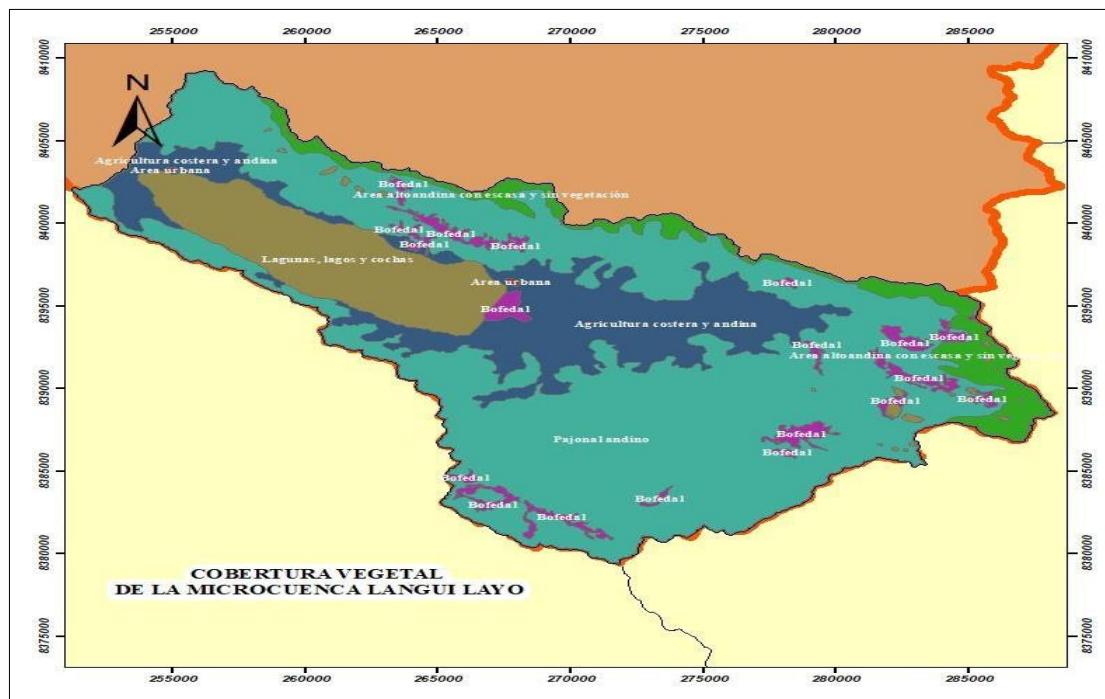


Figura 100. Mapa de cobertura vegetal de la microcuenca Langui Layo
Fuente: Environmental Systems Research Institute. ArcGIS.

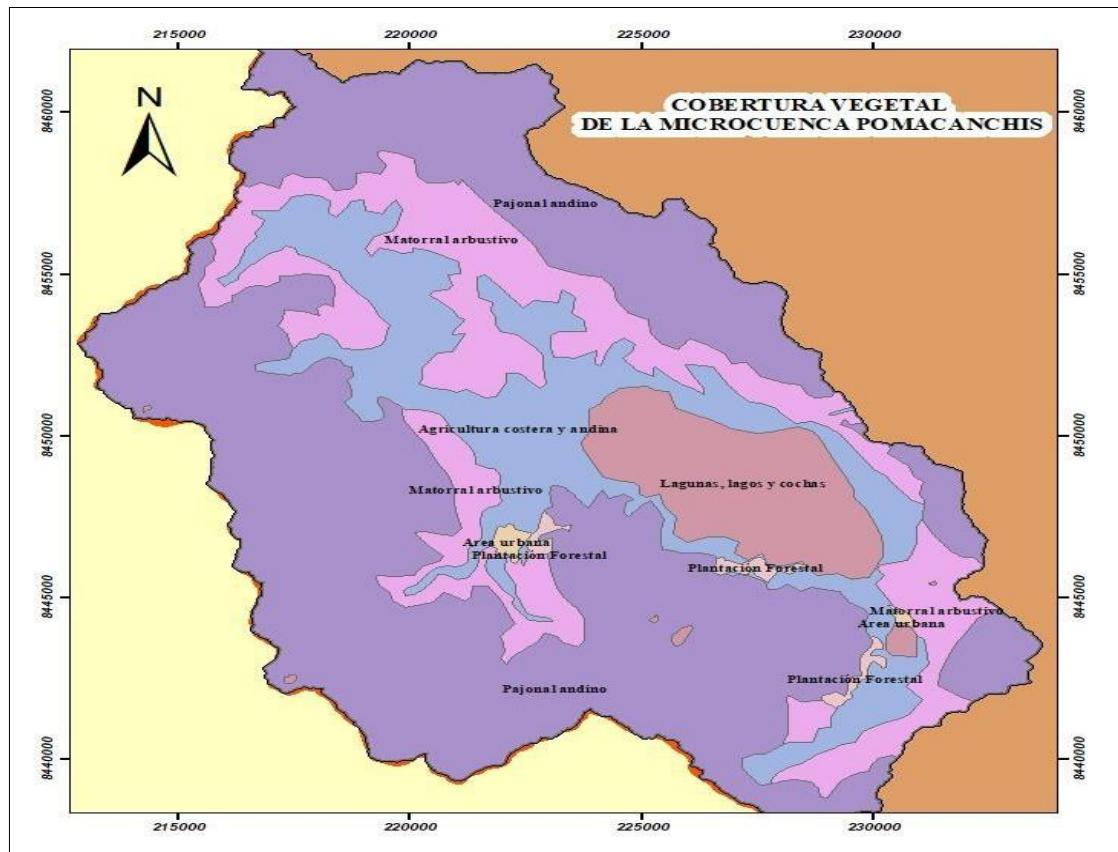


Figura 101. Mapa de cobertura vegetal de la microcuenca Pomacanchis
Fuente: Environmental Systems Research Institute, ArcGIS.

4.8.4 Modelamiento hidrológico con WEAP

Se llevó a cabo el modelado hidrológico de las microcuencas utilizando el programa WEAP. El proceso comenzó con la definición del área de estudio, seguido de la recopilación de datos pluviométricos y la información climática. Se desarrolló un esquema topológico y se generaron los caudales correspondientes. Finalmente, se simularon los volúmenes totales de agua para distintos escenarios hidrológicos.

A) Formulación del modelo.

Es fundamental delimitar la superficie de la cuenca y sus subcuenca, así como trazar la línea de drenaje. Además, en este proceso se establece el período de registro (1998-2017) para el modelo del río de las microcuencas en estudio. A continuación, se describen las subcuenca o unidades de estudio, basadas en los puntos donde se desea evaluar la oferta hídrica. Se puede observar en la siguiente Tabla 76 y Figura 102.

Tabla 76. División de Subcuenca en la zona de estudio

NOMBRE	Área (km ²)	Perímetro (km ²)	ALTITUD MEDIA (msnm.)	Latitud	Longitud
Sibinacocha	134.54	91.53	5083.49	-13.83	-71.05
Langui Layo	467.52	166.78	4373.95	-14.52	-71.13
Pomacanchi	280.32	118.08	4024.14	-14.01	-71.56

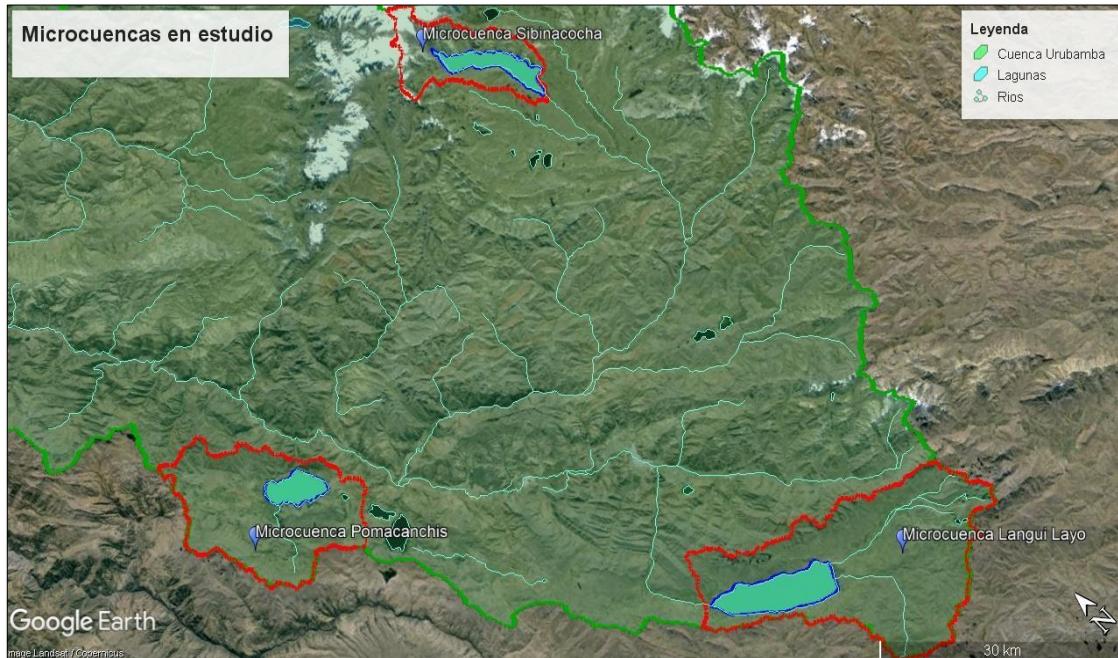


Figura 102. Mapa de las Microcuenca de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo

Fuente: Página Web. <https://www.google.es/intl/es/earth/index.html>.

B. Definición del esquema del modelo

a. Subcuenca (Catchments)

Son las unidades hidrológicas las cuales están representadas independientemente entre sí. Cada una de estas unidades tiene su propia información de entrada. Aquí se distribuye el agua en diferentes zonas geográficas.

b. Ríos y quebradas (Rivers)

Son los ríos presentes en el esquema y lo conforman el río principal de la microcuenca.

c. Línea escorrentía /infiltración (Runoff/Infiltration)

En el modelo, la línea de escorrentía/infiltración se encarga de llevar la información proporcionada por las cuencas hacia el río. Se puede observar en la siguiente Figura 103.

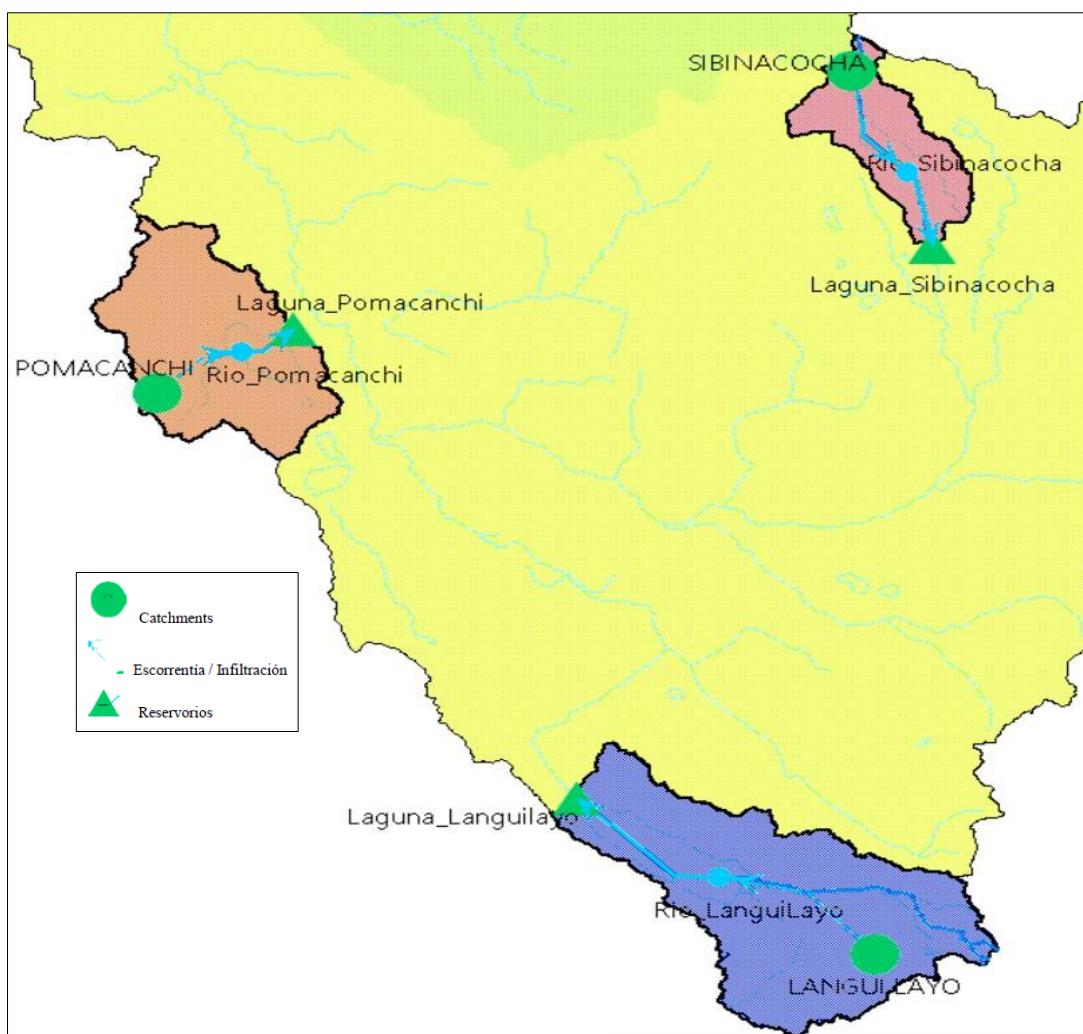


Figura 103. Esquema topológico de las Microcuenca.

Fuente: Environmental Systems Research Institute, ArcGIS.

C. Tratamiento de la información pluviométrica

Las series hidrológicas son esenciales para los estudios hidrológicos, especialmente en el diseño y control de estructuras hidráulicas. Sin embargo, la inconsistencia y falta de homogeneidad en los datos pueden afectar significativamente los resultados. La presencia de saltos o tendencias en la serie hidrológica puede alterar sus características estadísticas, como la media y la desviación estándar [21]

D. Análisis gráfico de hidrogramas

Para identificar la inconsistencia en la información pluviométrica, se utilizarán hidrogramas de series de análisis. Estos gráficos mostrarán visualmente los períodos en los que los datos reflejan picos muy altos, saltos o tendencias. Así podremos obtener una mejor interpretación de los registros y tomar mejores decisiones.

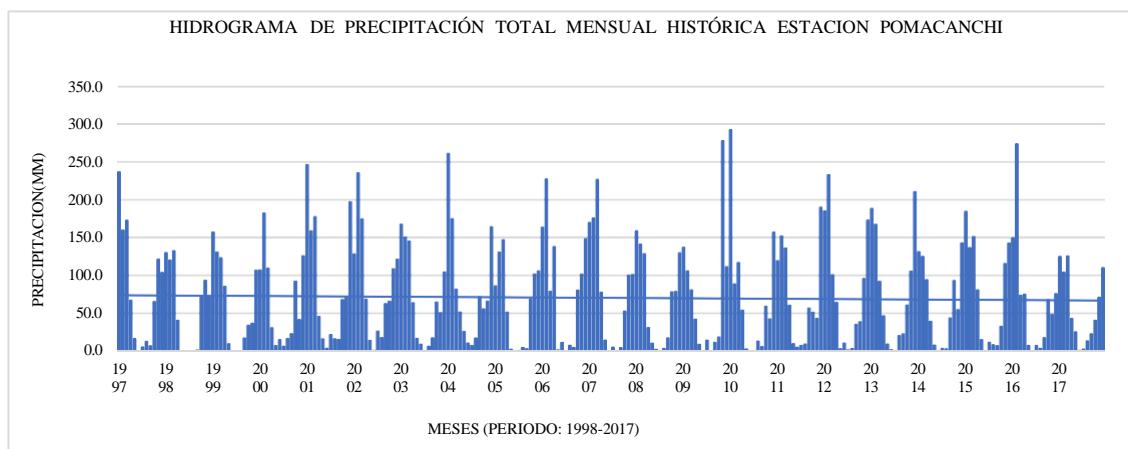


Figura 104. Análisis gráfico de la estación de Pomacanchi

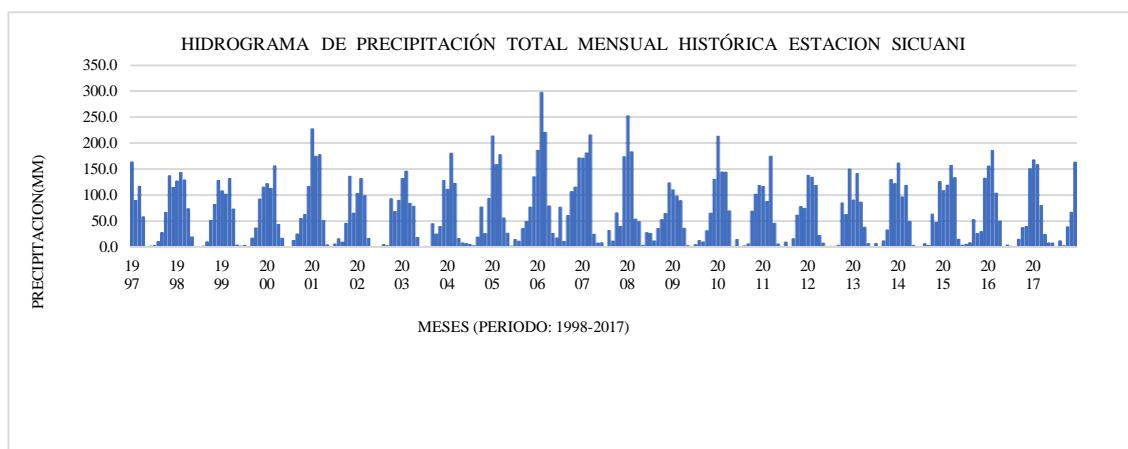


Figura 105. Análisis gráfico de la estación de Sicuani

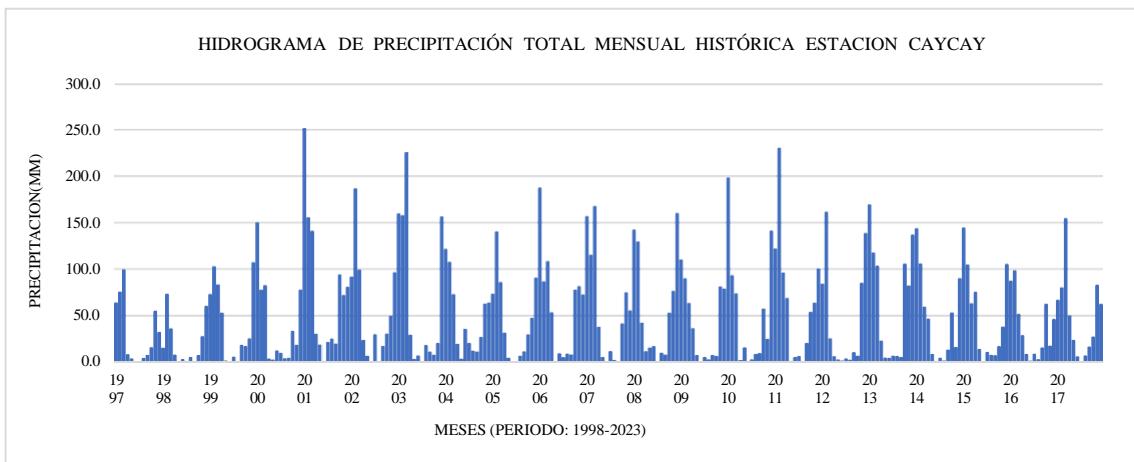
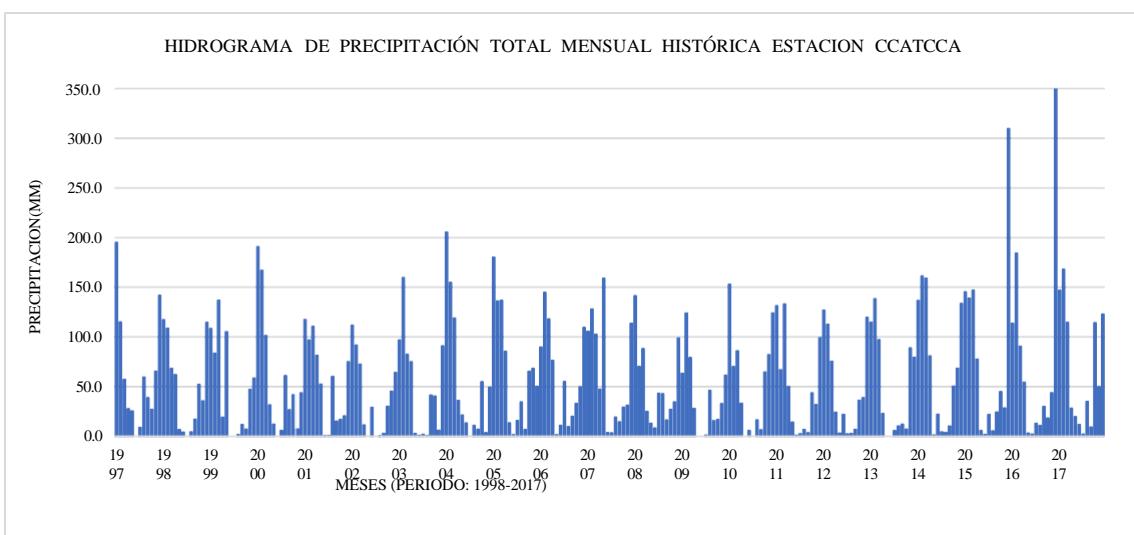


Figura 106. Análisis gráfico de la estación de Caycay



E. Análisis de doble masa.

Luego de evaluar los datos pluviométricos de cada estación y utilizar los promedios de precipitación acumulada, se procede con el análisis de doble masa, presentando los resultados en gráficos. Este análisis detecta cambios significativos en la serie temporal y evaluar la homogeneidad de los datos. Estos gráficos representan puntos de quiebre o cambios significativos para su posterior análisis estadístico (Cañari Quispe. 2019).

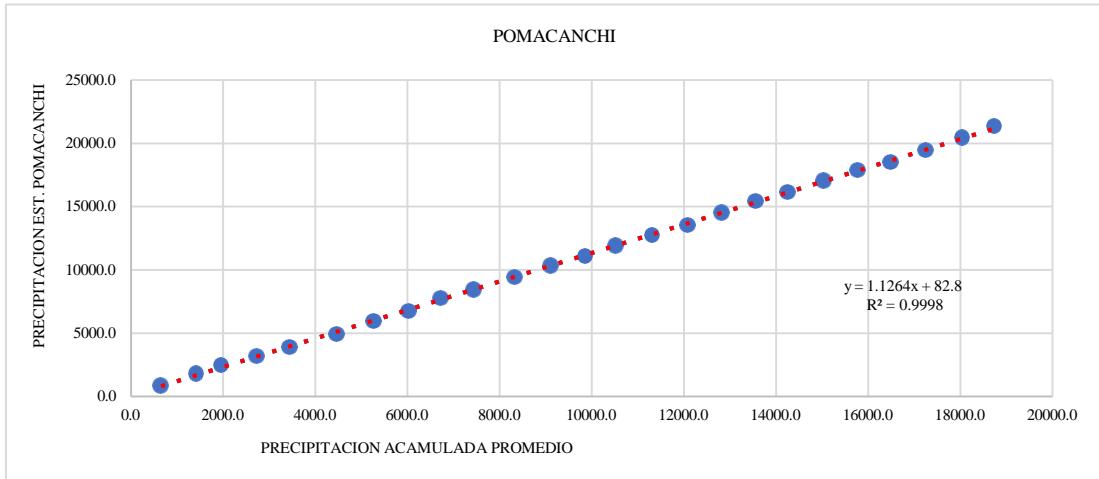


Figura 109. Análisis de doble masa mensual de la estación de Pomacanchis

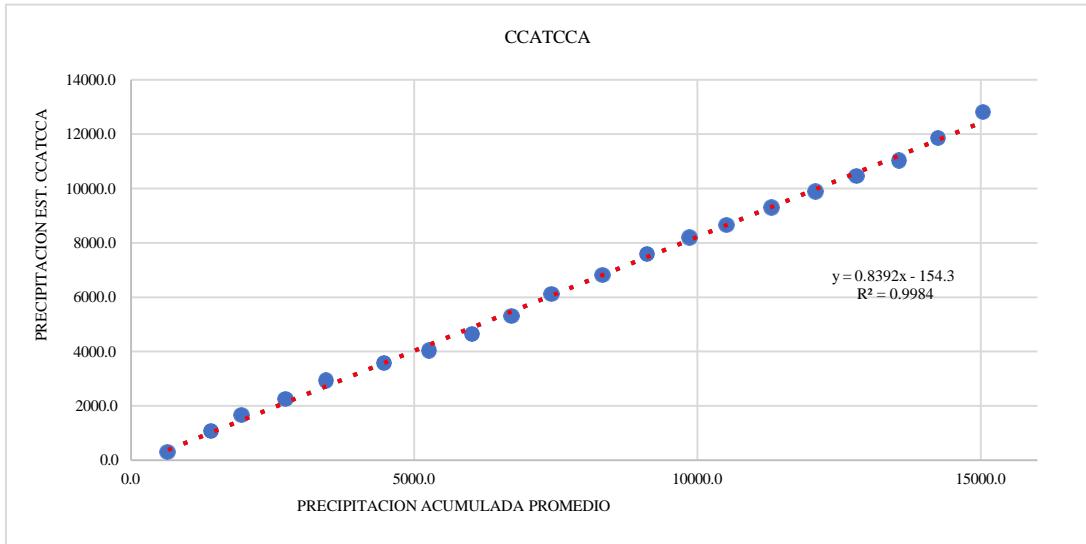


Figura 110. Análisis de doble masa mensual de la estación de Ccatcca

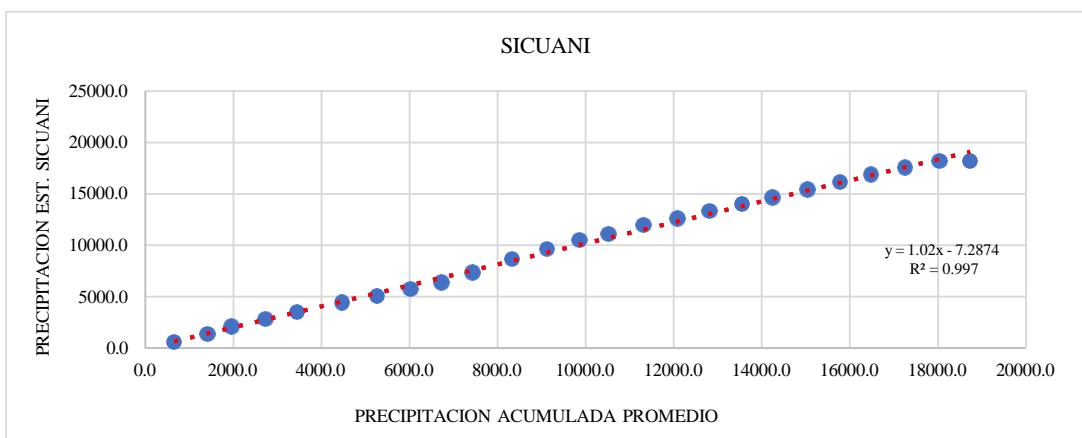


Figura 111. Análisis de doble masa mensual de la estación de Sicuani

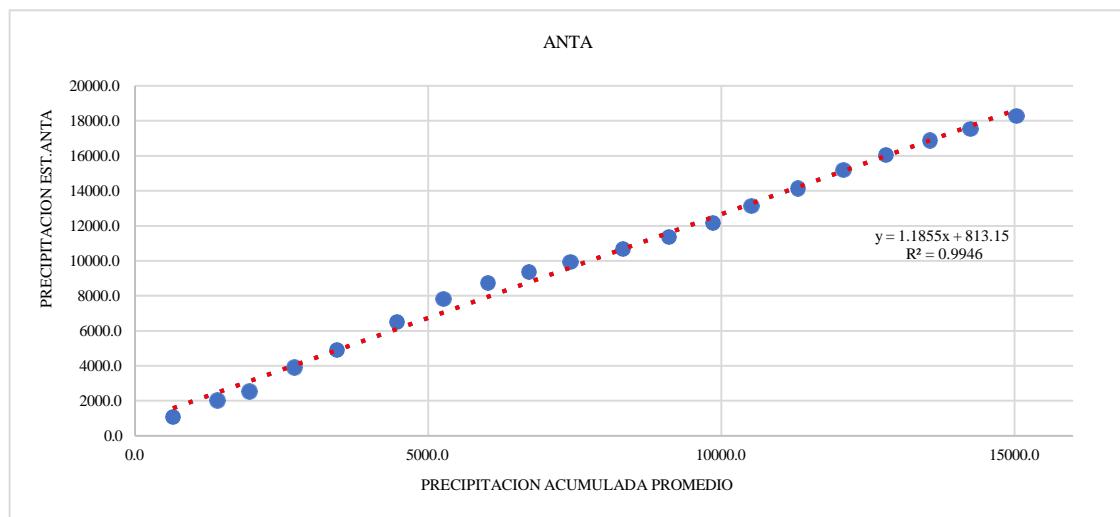


Figura 112. Análisis de doble masa mensual de la estación de Anta

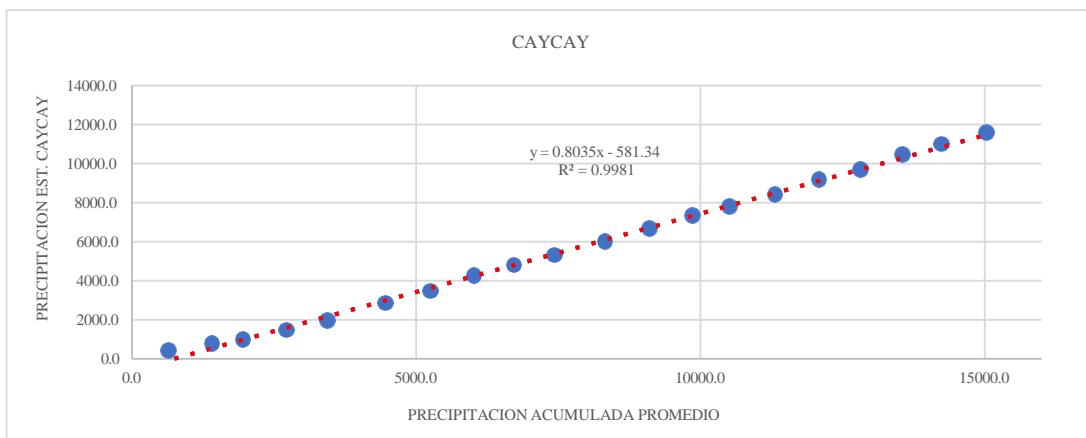


Figura 113. Análisis de doble masa mensual de la estación de Caycay

Para hacer esta comparación, también se grafican los valores acumulados de la estación patrón en el eje de las abscisas y los valores acumulados de la estación en estudio en el eje de las ordenadas. Cabe resaltar que, si ambas series siguen una línea recta, se considera que los datos son homogéneos. Como se puede observar en la Figura 114.

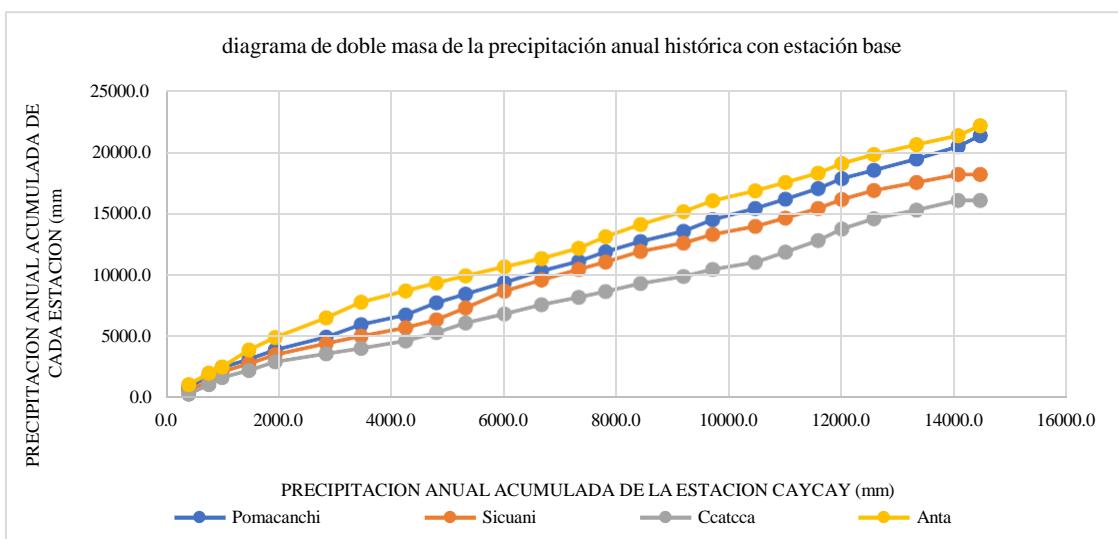


Figura 114. Diagrama de doble masa de precipitación anual histórica.

A continuación, se desarrolla el análisis estadístico en cada estación. Se puede observar en la siguiente Tabla 77.

Tabla 77. Análisis de saltos de la información pluviométrica

ESTACION	CONSISTENCIA DE LA MEDIA				CONSISTENCIA DE LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR			
	T Calculado Tc	T Tabular (95%) Tt	COMP.	DIF. SIG.	F Calculado Fc	F Tabular (95%) Ft	COMP.	DIF. SIG.
POMACANCHI	0.22	1.97	[Tc]<Tt	No	1.00	1.36	[Fc]<Ft	No
SICUANI	1.80	1.97	[Tc]<Tt	No	1.16	1.37	[Fc]<Ft	No
CCATCCA	0.27	1.97	[Tc]<Tt	No	1.22	1.50	[Fc]<Ft	No
CAYCAY	0.22	1.97	[Tc]<Tt	No	1.08	1.38	[Fc]<Ft	No
ANTA	0.78	1.97	[Tc]<Tt	No	1.51	1.81	[Fc]<Ft	No

Tabla 78. Análisis de tendencia de la información pluviométrica

ESTACIÓN	TENDENCIA EN LA:	media, desv. est., coeficiente de regresión y numero de datos de las tendencias en la media y en la desviación estándar				análisis estadístico de la tendencia en la media y en la desviación estándar			
		MEDIA	DESV. EST.	Coef. De correlación R	Numero de datos N	Estadístico Tc	Tt (95%)	comp	Sign if.
POMACANCHI	Media (Tm)	70.89	56.36	0.0002	252	0.00316	1.96950	[Tc]<Tt	NO
	Desv. Est. (Ts)	850.69	98.51	0.0361	21	0.15746	2.09302	[Tc]<Tt	NO
SICUANI	Media (Tm)	57.86	64.59	0.0180	252	0.28465	1.96950	[Tc]<Tt	NO
	Desv. Est. (Ts)	776.35	170.05	0.1384	21	0.60913	2.09302	[Tc]<Tt	NO
CAYCAY	Media (Tm)	48.27	52.89	0.0009	252	0.01423	1.96950	[Tc]<Tt	NO
	Desv. Est. (Ts)	579.24	154.99	0.0067	21	0.02921	2.09302	[Tc]<Tt	NO
ANTA	Media (Tm)	80.04	84.84	0.0010	234	0.01523	1.97024	[Tc]<Tt	NO
	Desv. Est. (Ts)	891.92	269.87	0.0085	21	0.03705	2.09302	[Tc]<Tt	NO

Después de aplicar tres métodos de análisis, se concluye que los datos pluviométricos de caudales medios y precipitaciones mensuales, considerados en este estudio, son confiables al 95% de probabilidad. Estos datos pueden utilizarse para completar registros, extender series y diversos propósitos.

F. Completar y extensión de datos

Los períodos de registros que hemos observado muestran datos incompletos. Es necesario completar los datos en las 5 estaciones para el periodo en el que se realizará el modelo (1997 – 2017). Para efectos de completar y extender la totalidad de los datos. Las estaciones han sido agrupadas de acuerdo con su cercanía, vecindad, similitud de condiciones de altitud y clima. Y utilizaremos el software llamado **HEC4 del Centro de Ingeniería Hidrológica (HEC)**. El software se realiza en una matriz de correlación que se repite hasta que se cumplan las condiciones establecidas (coeficientes menores a 1.5 y mayores a 0.5). Mientras se introduzcan menor cantidad de datos en el algoritmo de regresión, los datos obtenidos serán más aleatorios, es decir menor significación estadística (Mintegui, J. 1990).

4.8.5 Regionalización de las Microcuenca

Es necesario tener la precipitación media en cada microcuenca, previo tratamiento de consistencia de datos, esto se procesó mediante el método de las isoyetas para ello se utilizó el **software Hydraccess** y el método de interpolación de Kriging. Este método consiste en establecer para cada punto de la grilla un variograma o semivariograma que evalúa la influencia de las estaciones próximas en función de su distancia al punto y de

su rumbo. Kriging es el único método que puede tomar en cuenca un eventual gradiente espacial de la información. Los semivariogramas cuantifican la autocorrelación porque grafican la varianza de todos los pares de datos según distancia (Cañari Quispe. 2019).

A. Calibración del modelo

El proceso de calibración del modelo es un ciclo repetitivo y manual. Durante este proceso, se ajustaron los parámetros. Los parámetros más relevantes están relacionados con la cobertura, como la capacidad de almacenamiento, la resistencia, la conductividad, la resistencia de la escorrentía y la dirección del flujo [14]. Para cada proceso iterativo del modelo, WEAP se encarga de calcular primero los flujos hidrológicos, que mediante las líneas precipitación/ escorrentía son traspasados a los ríos. Para cada proceso del modelo, WEAP calcula los flujos hidrológicos. Estos flujos se transfieren a los ríos a través de las líneas de precipitación y escorrentía, observar Tabla 79.

Tabla 79. Valores iniciales de los parámetros del modelo WEAP para la cuenca Urubamba

Tipo de cobertura	kc	SWC	RRF	PFD
Herbazal de tundra	0,5-1	100-600	0,1-1,5	0-1
Bofedal	1-1,5	100-600	0,1-1,5	0-1
Pajonal	0,75-1	100-600	0,1-1,5	0-1
Pajonal_cesped de puna	0,9-1	100-600	0,1-1,5	0-1
Pajonal de puna	0,9-1	100-600	0,1-1,5	0-1
Quenoal	0,6-1	100-600	0,1-1,8	0-1
Ríos y lagunas	1-1,25	50-100	0,1-0,5	0-1
Río Polígono	1-1,25	50-100	0,1-0,5	0-1
Lagunas	1-1,25	50-100	0,1-0,5	0-1
Lagos y Lagunas	1-1,25	50-100	0,1-0,5	0-1
Aguajales y pantanos	1-1,25	50-100	0,1-0,5	0-1
Nevados	0,1-1,25	50-100	0,5-2	0-1
Matorrales	0,7-1	100-1500	0,5-1	0-1
Poblados	0,2-1	100-200	0,1-1	0-1
Centros poblados	0,2-1	100-200	0,1-1	0-1
Isla	0,2-1	100-200	0,1-1	0-1
Tierras degradadas	0,2-1	100-200	0,1-1	0-1
Tierras con escasa y sin vegetación	0,2-1	100-200	0,1-1	0-1
Tierras altoandinas sv	0,2-1	100-200	0,1-1	0-1
Cultivos altoandinos agrícolas	0,5-1	100-200	5-10	0-1
Cultivos agrícolas	0,5-1	100-200	5-10	0-1
Cultivos agropecuarios	0,5-1	100-200	5-10	0-1
Cultivos agropecuarios y Vegetación secundaria	0,5-1	100-200	5-10	0-1
Planicies costeras Esteraciones andinas	0,2-0,5	100-200	0,1-1	0-1
Bosque húmedo de montañas	0,5-0,8	1000-2000	5-10	0-1
Bosque húmedo de lomadas colinosas	0,5-0,8	1000-2000	5-10	0-1
Bosque húmedo de lomadas y colinas con pacal	0,5-0,8	1000-2000	5-10	0-1
Bosque húmedo de lomadas y colinas	0,5-0,8	1000-2000	5-10	0-1
Bosque húmedo de terrazas	0,5-0,8	1000-2000	5-10	0-1

Tomado de “Evaluación de Recursos Hídricos en la Cuenca Urubamba”.

A continuación, se muestra los parámetros obtenidos para la calibración del modelo, los cuales son utilizados de manera inicial para las microcuencas y la descripción de cada uno de los parámetros se visualiza en el apéndice A y sus valores observar en la Tabla 80.

Tabla 80. Parámetros de Calibración

Tipo de cobertura	Kc	SWC	DWC	RRF	Z1	Z2	PFD	DC	RZC
Unidad		mm	mm		Humedad %	Humedad %	mm	mm/mes	mm/mes
Agricultura costera y andina	0.7 - 1.1	100 - 300	3000	0.3 - 1.5	30	30	0.1 - 1.0	2000	300
Área altoandina con escasa y sin vegetación	0.7 - 1.0	50 - 100	3000	0.2 - 1	30	30	0.1 - 1.0	2000	200
Bofedal	0.8 - 1.1	100 - 150	3000	0.1 - 0.5	30	30	0.1 - 1.2	2000	250
Glaciar	0.8 - 1.1	50 - 100	3000	0.5 - 1.0	30	30	0.1 - 1.0	2000	200
Área urbana	0.8 - 1.5	150 - 200	3000	0.5 - 1.0	30	30	0.1 - 1.4	2000	200
Lagunas, lagos, ríos y cochas	0.8 - 1.1	50 - 150	3000	0.1 - 0.5	30	30	0.1 - 1.5	2000	20
Matorral arbustivo	0.8 - 1.1	100 - 200	3000	0.5 - 0.8	30	30	0.1 - 1.0	2000	600
Pajonal andino	0.9 - 1.2	100 - 150	3000	0.5 - 1.0	30	30	0.1 - 1.1	2000	200
Plantación forestal	0.9 - 1.0	150 - 200	3000	0.5 - 1.0	30	30	0.1 - 1.8	2000	200

B. Resultados del modelamiento hidrológico

Realizar la simulación hidrológica de las microcuencas para determinar los caudales medios mensuales, los cuales se muestran a continuación en la siguiente figura 115.

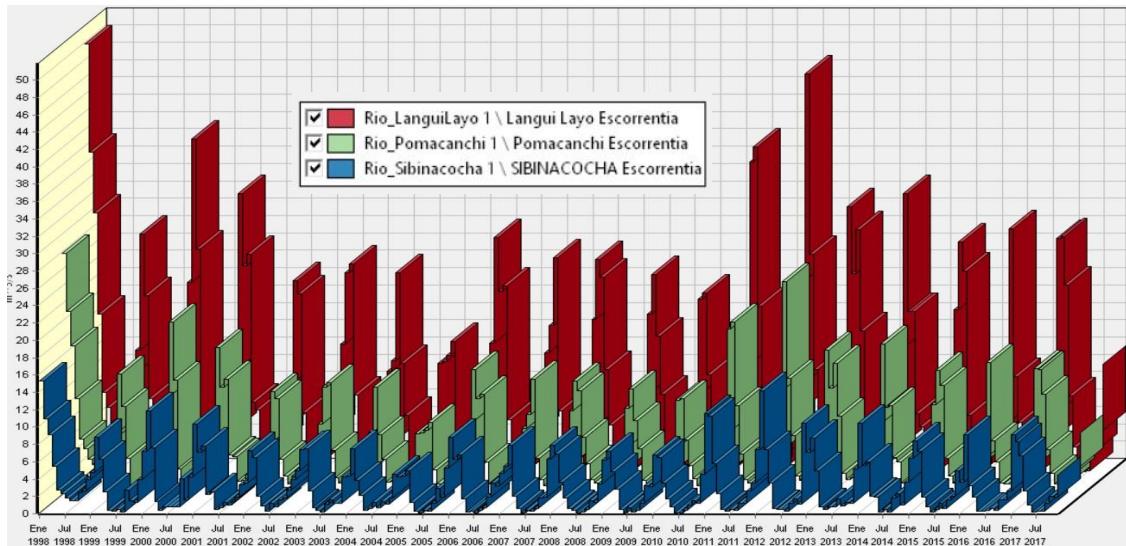


Figura 115. Serie de caudales generados para las microcuencas Sibinacocha, Langui Layo y Pomacanchis

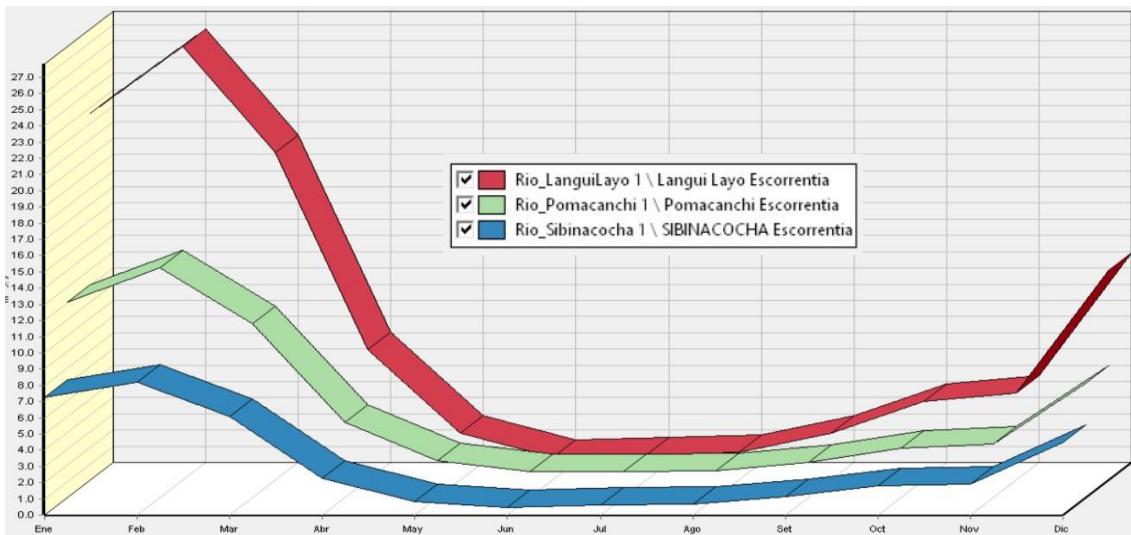


Figura 116. Gráfico del caudal medio mensual simulado (m^3/s) de las microcuenca

Observamos como resultado los caudales con periodo mensual simulados por el software WEAP de cada uno de los nodos o subcuenca aportantes.

C. Oferta hídrica anual

Se muestra en la siguiente Tabla 81, la oferta hídrica total anual de las microcuenca.

Tabla 81. Oferta hídrica total anual de las microcuenca

Mes	Caudal Mensual $Q (m^3/s)$		
	Sibinacocha	Langui Layo	Pomacanchis
Ene	7.25	22.60	12.07
Feb	8.17	26.71	14.13
Mar	6.09	20.19	10.71
Abr	2.25	8.02	4.62
May	0.84	2.89	2.24
Jun	0.45	1.37	1.58
Jul	0.60	1.57	1.60
Ago	0.66	1.71	1.63
Set	1.12	2.89	2.16
Oct	1.81	4.85	3.05
Nov	1.92	5.34	3.29
Dic	4.47	12.91	7.06
Total	35.62	111.05	64.13

4.8.6 Clasificación de año húmedo, año medio y año seco

Para el análisis de abastecimiento de las microcuencas se analizó tres escenarios de oferta a partir de los caudales promedio obtenidos en el modelamiento. Se utilizó la fórmula de Weibull para calcular la probabilidad de no excedencia como se observa en la siguiente Tabla 82, posteriormente con la probabilidad de no excedencia se analizó y clasificó los años húmedos, medios y secos desde el año 1998 al 2017, obteniéndose caudales mayores al 25% ($78.52\text{ m}^3/\text{s}$), caudales entre el 25% y 75%, caudales menores al 75% ($50.99\text{ m}^3/\text{s}$).

Tabla 82. Procedimiento de fórmula de Weibull aplicado para determinar año seco, medio y húmedo

Q Anual Promedio	Weibull	Nº de Orden	P>x = T	P
123.94	123.94	1	21.000	4.76%
63.50	97.38	2	10.500	9.52%
81.78	82.53	3	7.000	14.29%
79.62	81.78	4	5.250	19.05%
63.35	79.62	5	4.200	23.81%
65.53	75.23	6	3.500	28.57%
57.85	70.69	7	3.000	33.33%
53.06	70.23	8	2.625	38.10%
67.47	67.92	9	2.333	42.86%
62.72	67.47	10	2.100	47.62%
56.28	65.53	11	1.909	52.38%
60.18	63.50	12	1.750	57.14%
55.09	63.35	13	1.615	61.90%
82.53	62.72	14	1.500	66.67%
97.38	60.18	15	1.400	71.43%
67.92	57.85	16	1.313	76.19%
70.69	56.28	17	1.235	80.95%
70.23	55.09	18	1.167	85.71%
50.99	53.06	19	1.105	90.48%
75.23	50.99	20	1.050	95.24%

Una vez realizado los cálculos se definen los años húmedos, medios y secos como se observa en la Figura 116. Los años 1998, 2000, 2001, 2011 y 2012 presentan valores de caudal por encima del $78\text{ m}^3/\text{s}$ siendo considerados años húmedos, para los años 1999, 2002, 2003, 2006, 2007, 2009, 2013, 2014, 2015 y 2017 con valores de caudal por encima del $50\text{ m}^3/\text{s}$ son los años medios y los años 2004, 2005, 2008, 2010 y 2016 con valores menor del $50\text{ m}^3/\text{s}$ son los años secos.

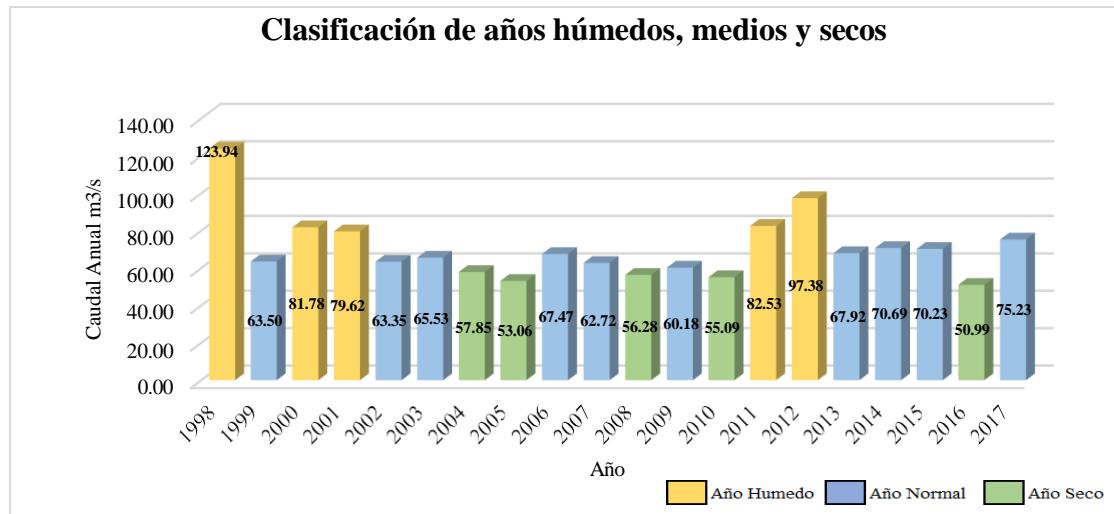


Figura 117. Clasificación de año húmedo, año medio y año seco

A) Elaboración de gráficas para año húmedo

Laguna de Sibinacocha. Para el caudal disponible de la microcuenca generado en el software WEAP para el periodo de los años húmedos, se tiene un caudal anual promedio de $46.45\text{m}^3/\text{s}$. Para esto, tenemos el periodo de años húmedos donde podemos ver el caudal mensual máximo obtenido es $15.37 \text{ m}^3/\text{s}$ para enero de 1998 y el caudal mensual mínimo es $0.29 \text{ m}^3/\text{s}$ en junio del 2011 tal como se muestra en la Figura 118.

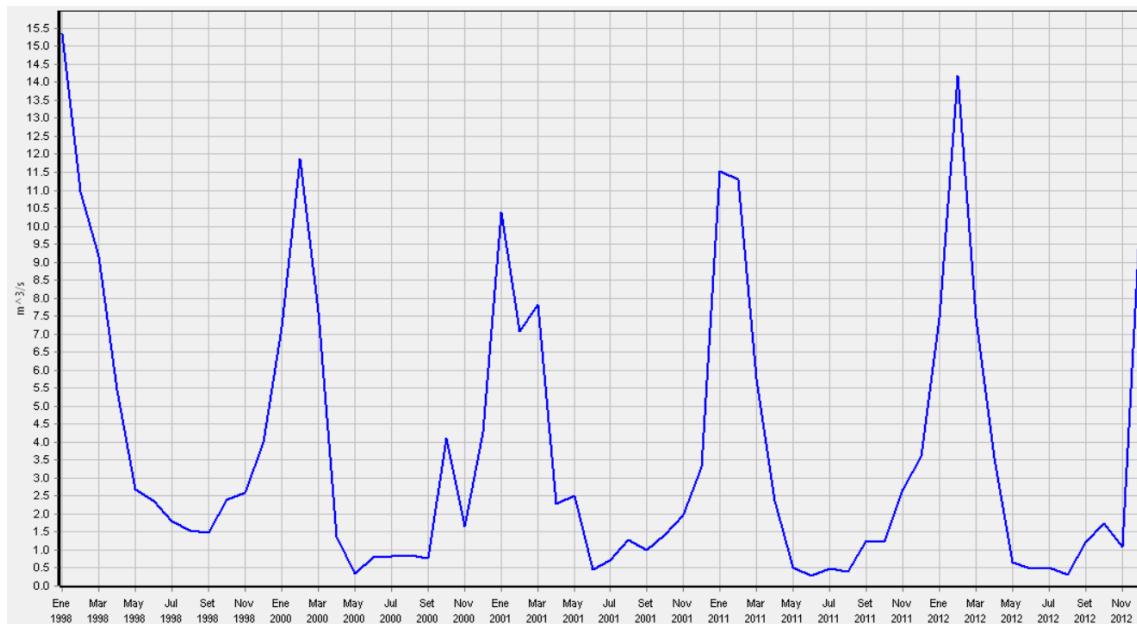


Figura 118. Caudales obtenidos para el periodo de años húmedos Sibinacocha

Laguna de Langui Layo. Para el caudal disponible de la microcuenca generado en el software WEAP para el periodo de los años húmedos, se tiene un caudal anual promedio de $148.62 \text{ m}^3/\text{s}$. Para esto, tenemos el periodo de años húmedos donde podemos ver el caudal mensual máximo obtenido es $49.94 \text{ m}^3/\text{s}$ para enero de 1998 y el caudal mensual mínimo es $0.71 \text{ m}^3/\text{s}$ en agosto del 2012 tal como se muestra en la Figura 119.

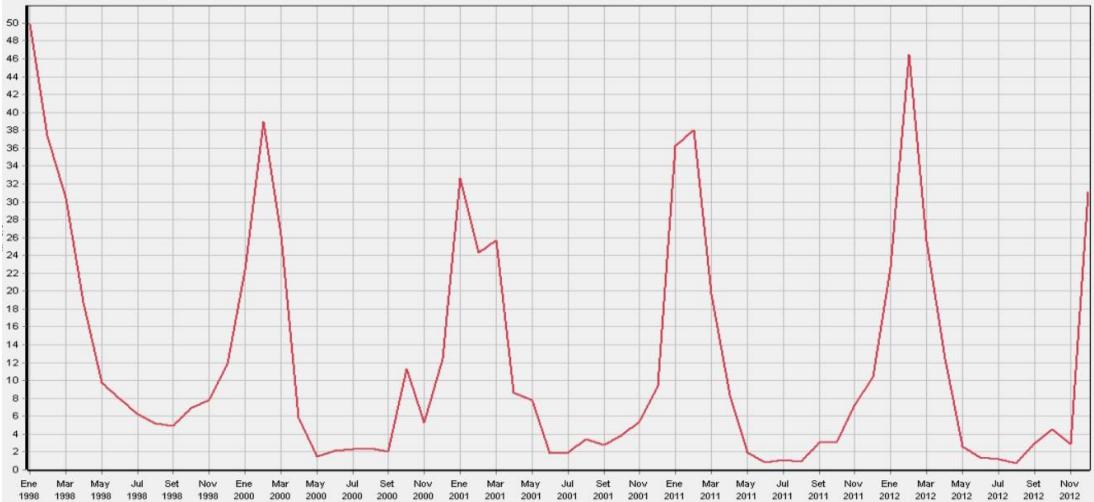


Figura 119. Caudales obtenidos para el periodo de años húmedos Langui Layo

Laguna de Pomacanchis. Para el caudal disponible de la microcuenca generado en el software WEAP para el periodo de los años húmedos, se tiene un caudal anual promedio de $81.43 \text{ m}^3/\text{s}$. Para esto, tenemos el periodo de años húmedos donde podemos ver el caudal mensual máximo obtenido es $27.86 \text{ m}^3/\text{s}$ para enero de 1998 y el caudal mensual mínimo es $1.33 \text{ m}^3/\text{s}$ en junio del 2001 tal como se muestra en la Figura 120.

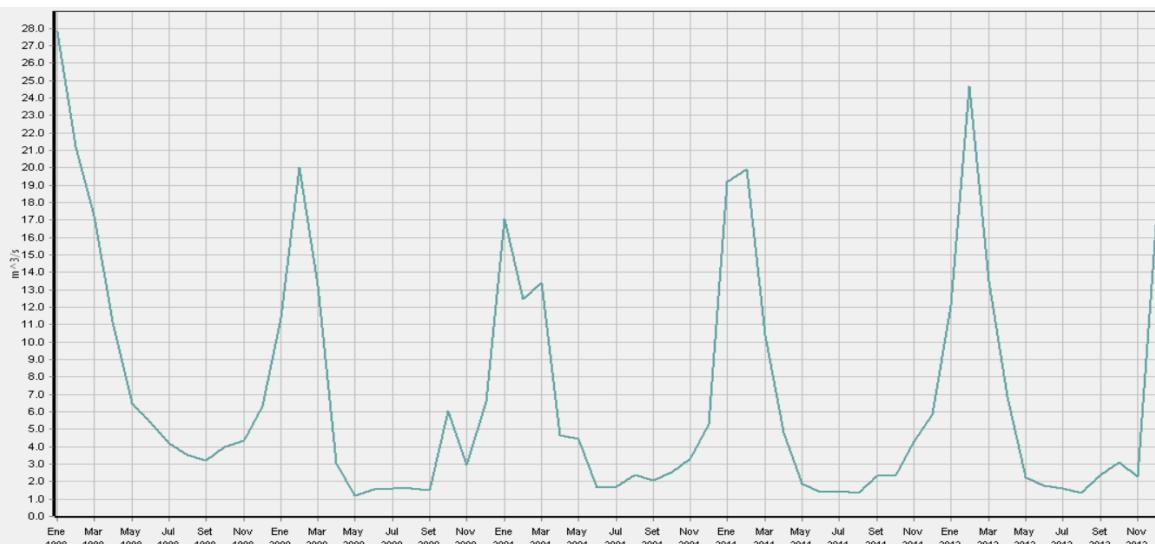


Figura 120. Caudales obtenidos para el periodo de años húmedos en Pomacanchis

B. Elaboración de gráficas para año normal

Laguna de Sibinacocha. Para el caudal disponible de la microcuenca generado en el software WEAP para el periodo de los años normales, se tiene un caudal anual promedio de $34.02 \text{ m}^3/\text{s}$. Para esto, tenemos el periodo de años normales donde podemos ver el caudal mensual máximo obtenido es $10.42 \text{ m}^3/\text{s}$ para enero de 2014 y el caudal mensual mínimo es $0.12 \text{ m}^3/\text{s}$ en julio del 2016 tal como se muestra en la Figura 121.

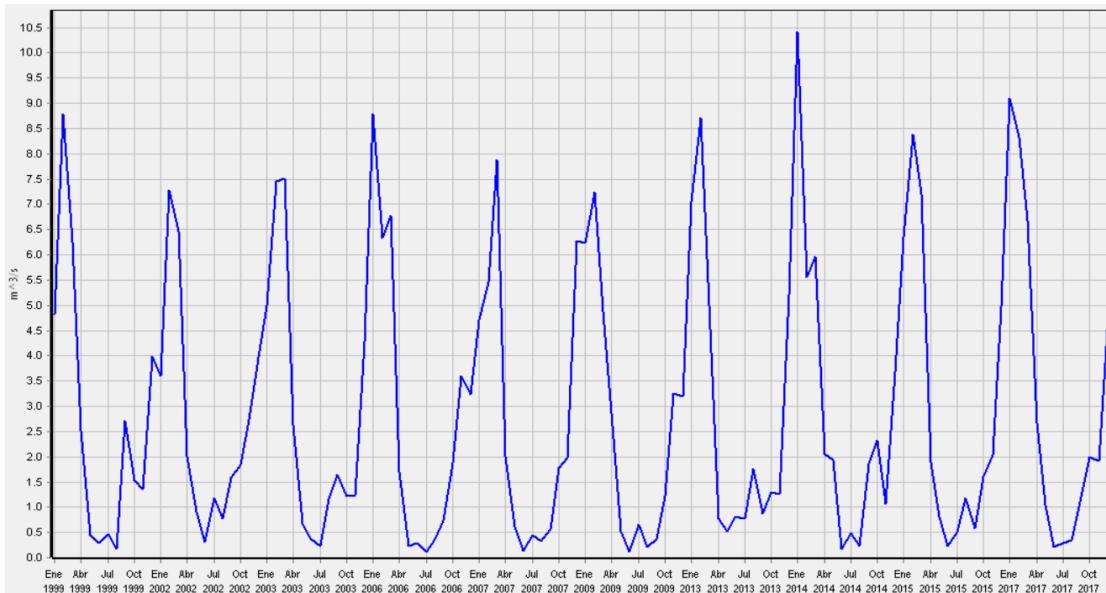


Figura 121. Caudales obtenidos para el periodo de años normales Sibinacocha.

Laguna de Langui Layo. Para el caudal disponible de la microcuenca generado en el software WEAP para el periodo de los años normales, se tiene un caudal anual promedio de $105.21 \text{ m}^3/\text{s}$. Para esto, tenemos el periodo de años normales donde podemos ver el caudal mensual máximo obtenido es $32.67 \text{ m}^3/\text{s}$ para enero de 2014 y el caudal mensual mínimo es $0.26 \text{ m}^3/\text{s}$ en julio del 2006 tal como se muestra en la Figura 122.

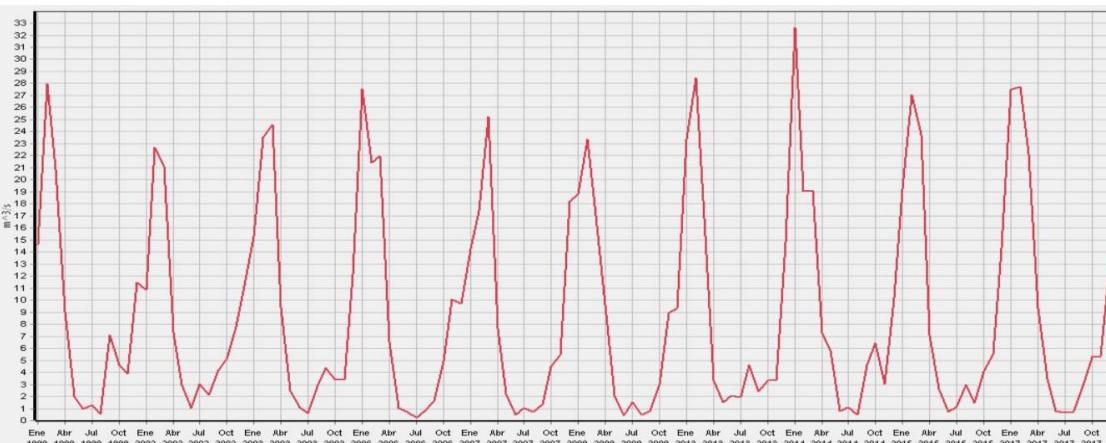


Figura 122. Caudales obtenidos para el periodo de años normales Languí Layo.

Laguna de Pomacanchis. Para el caudal disponible de la microcuenca generado en el software WEAP para el periodo de los años normales, se tiene un caudal anual promedio de $60.82 \text{ m}^3/\text{s}$. El periodo de años normales donde podemos ver el caudal mensual máximo obtenido es $17.48 \text{ m}^3/\text{s}$ para enero de 2014 y el caudal mensual mínimo es $0.53 \text{ m}^3/\text{s}$ en agosto del 1999 tal como se muestra en la Figura 123.

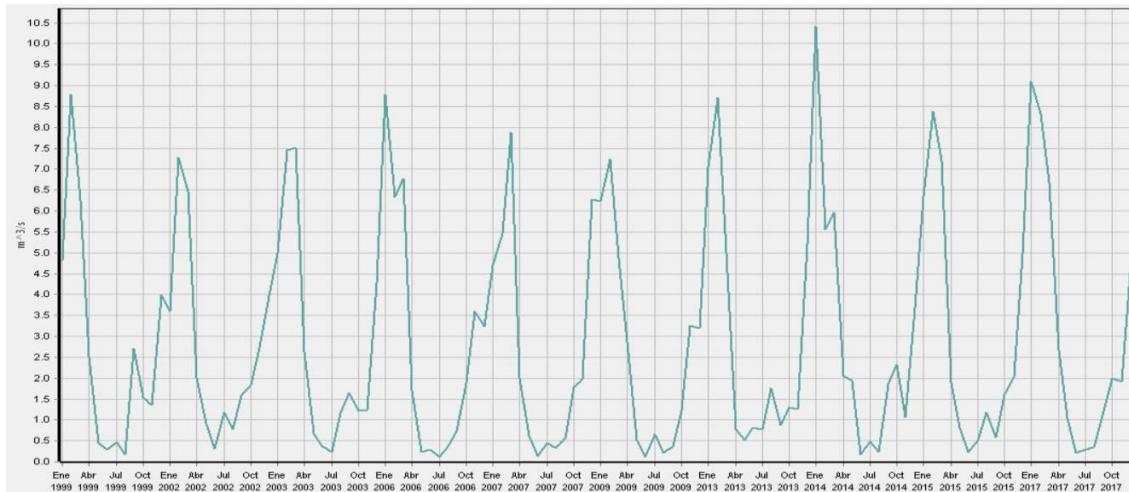


Figura 123. Caudales obtenidos para el periodo de años normales Pomacanchis

C) Elaboración de gráficas para año seco

Laguna de Sibinacocha. Para el caudal disponible de la microcuenca generado en el software WEAP para el periodo de los años secos, se tiene un caudal anual promedio de $27.28 \text{ m}^3/\text{s}$. El periodo de años secos donde podemos ver el caudal mensual máximo obtenido es $9.18 \text{ m}^3/\text{s}$ para febrero de 2016 y el caudal mensual mínimo es $0.12 \text{ m}^3/\text{s}$ en junio del 2005 tal como se muestra en la Figura 124.

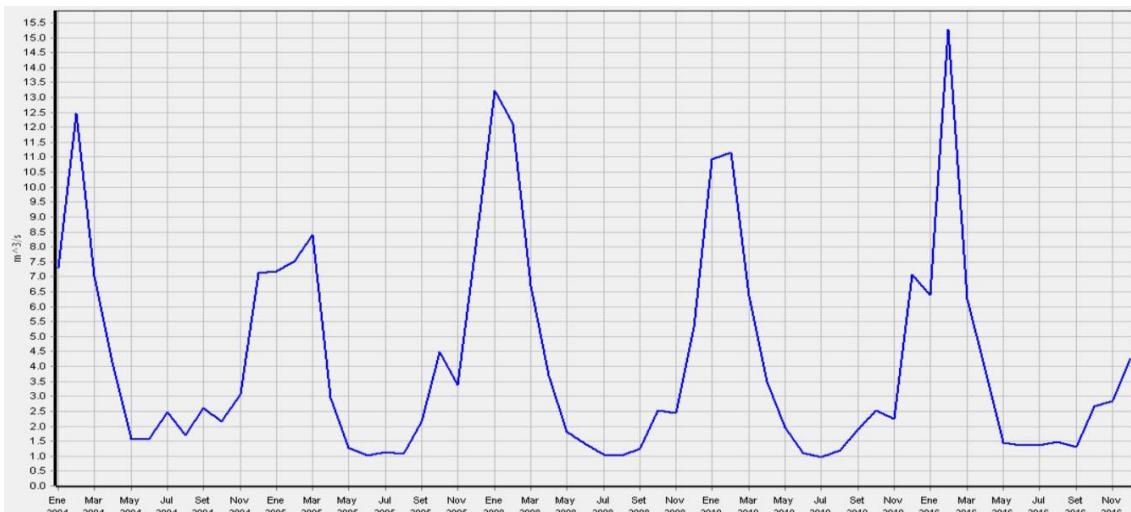


Figura 124. Caudales obtenidos para el periodo de años secos Sibinacocha.

Laguna de Langui Layo. Para el periodo de los años secos, se tiene un caudal anual promedio de $85.17 \text{ m}^3/\text{s}$. El periodo de años secos donde podemos ver el caudal mensual máximo obtenido es $28.63 \text{ m}^3/\text{s}$ para febrero de 2016 y el caudal mensual mínimo es $0.31 \text{ m}^3/\text{s}$ en julio del 2008 y 2010 tal como se muestra en la Figura 125.

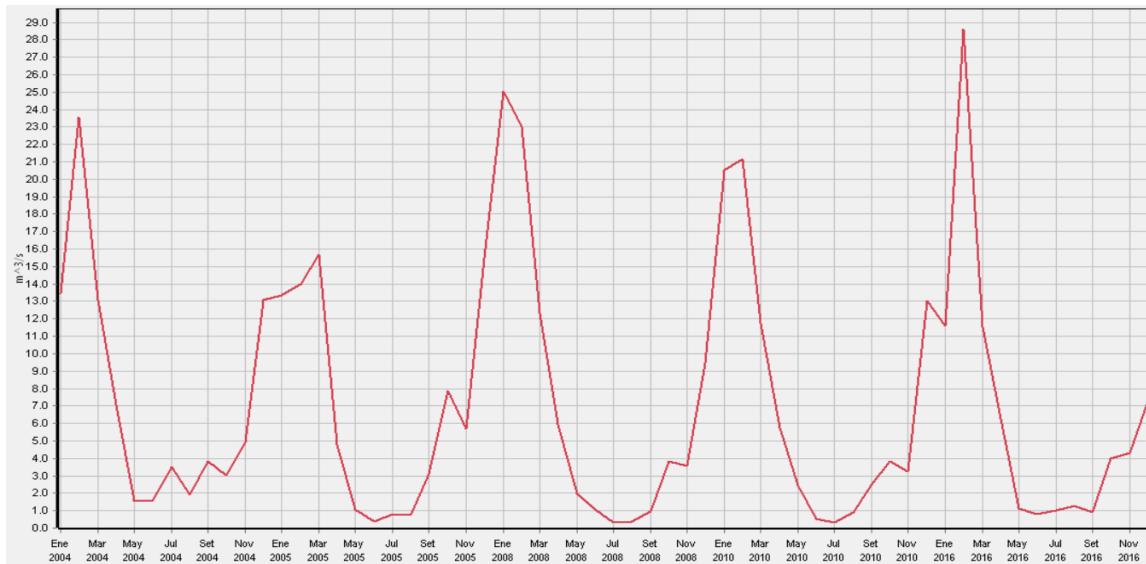


Figura 125. Caudales obtenidos para el periodo de años secos Langui Layo

Laguna de Pomacanchis. Para el periodo de los años secos, se tiene un caudal anual promedio de $50.81 \text{ m}^3/\text{s}$. Para esto, tenemos el periodo de años secos donde podemos ver el caudal mensual máximo obtenido es $15.28 \text{ m}^3/\text{s}$ para febrero de 2016 y el caudal mensual mínimo es $0.97 \text{ m}^3/\text{s}$ en julio del 2010 tal como se muestra en la Figura 126.

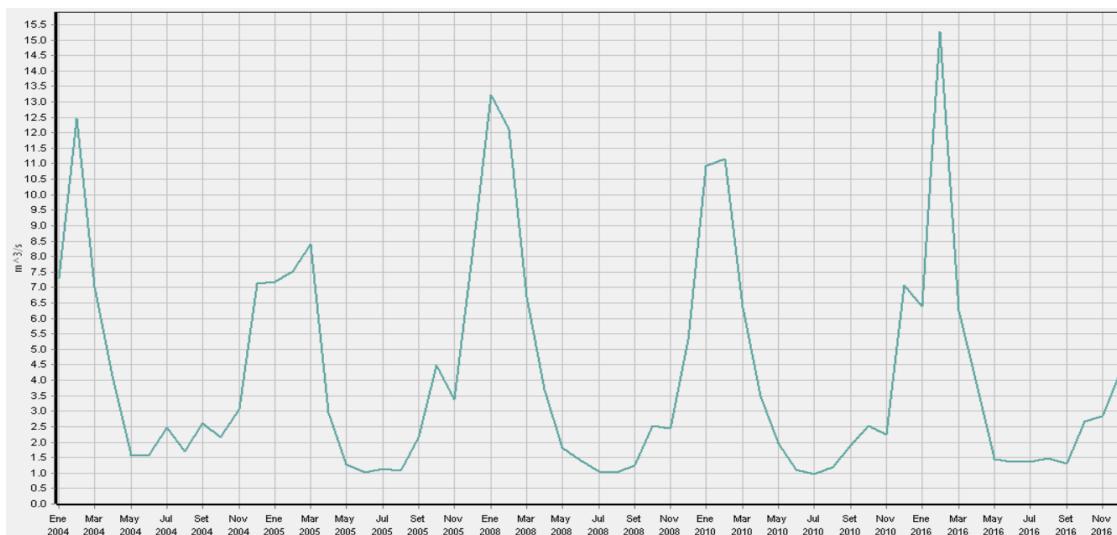


Figura 126. Caudales obtenidos para el periodo de años secos Pomacanchis

4.8.7 Cálculo de la Curva Altura – Área y Volumen

El almacenamiento de un embalse se determina por el volumen de agua contenido en su cuenca a diferentes alturas de la presa y su vertedero. Para calcular esta capacidad, se utiliza información cartográfica del área de almacenamiento. En primer lugar, se establece la ubicación de la presa y la cota del fondo del río. Luego, se calcula el área correspondiente a cada curva de nivel. La capacidad total del embalse se obtiene integrando estas áreas a lo largo de la altura de almacenamiento, utilizando el relieve de las superficies modeladas a partir de los Modelos Digitales de Elevación (Goyburo Peña. 2021).

La metodología utilizada fue la siguiente:

- Se determina el área delimitada por la elevación $Z+1$ (planimetría), teniendo en cuenta que el punto del lecho del río está en la elevación Z . Esta área corresponderá a la superficie del agua a una altura de 1 metro o en la elevación relativa $Z+1$. De la misma forma, se determina el área para la elevación $Z+1$ y así sucesivamente hasta alcanzar la elevación $Z+X$.
- Para determinar el volumen en la elevación Z (V_z), se multiplicará el área en la elevación Z (A_z) por la altura correspondiente. Para calcular el volumen en la elevación $Z+1$ (V_{z+1}), se seguirá el siguiente procedimiento:

$$V_{z+1} = V_z + \frac{(A_z + A_{z+1})}{2} (\Delta h) \dots \quad (4.14)$$

Donde:

V_z = Volumen en la cota Z

A_z = Área encerrada por la curva de nivel de cota Z

A_{z+1} = Área encerrada por la curva de nivel de cota $Z+1$

Δh = Diferencia entre las cotas A_z y A_{z+1}

En lo sucesivo se podrá usar la siguiente relación genérica:

$$V_i = V_{i-1} + \frac{(A_i + A_{i-1})}{2} (h_i - h_{i-1}) \dots \quad (4.15)$$

Donde:

i = Subíndice que indica la cota

h_i = Cota i – éSIMA

A). Laguna de Sibinacocha. Se puede observar en la Tabla 83, la capacidad de la laguna de Sibinacocha. Y en la Figura 127 observamos la curva obtenida en el embalse de Sibinacocha, para lo cual se usó el software WEAP.

Tabla 83. Datos para la curva altitud – área – volumen de Sibinacocha

ALTITUD (m.s.n.m)	ÁREA ESPEJO (m ²)	ESPEJO AGUA (Has)	VOLUMEN ACUMUL. (m ³)	VOLUMEN (MMC)
4,913.00	156.25	0.02	0.00	0.00
4,913.50	1,093.75	0.11	312.50	0.00
4,914.00	1,093.75	0.11	859.38	0.00
4,914.50	9,695.54	0.97	3,556.70	0.00
4,915.00	9,695.54	0.97	8,404.47	0.01
4,915.50	118,580.33	11.86	40,473.43	0.04
4,916.00	118,580.33	11.86	99,763.60	0.10
4,916.50	27,780,521.36	2,778.05	7,074,539.02	7.07
4,917.00	27,780,521.36	2,778.05	20,964,799.70	20.96
4,917.50	27,899,486.68	2,789.95	34,884,801.71	34.88
4,918.00	27,899,486.68	2,789.95	48,834,545.05	48.83
4,918.50	27,960,024.86	2,796.00	62,799,422.94	62.80
4,919.00	27,960,024.86	2,796.00	76,779,435.37	76.78
4,919.50	28,002,071.72	2,800.21	90,769,959.52	90.77
4,920.00	28,002,071.72	2,800.21	104,770,995.38	104.77
4,920.19	28,036,758.81	2,801.48	110,000,000.00	110.00

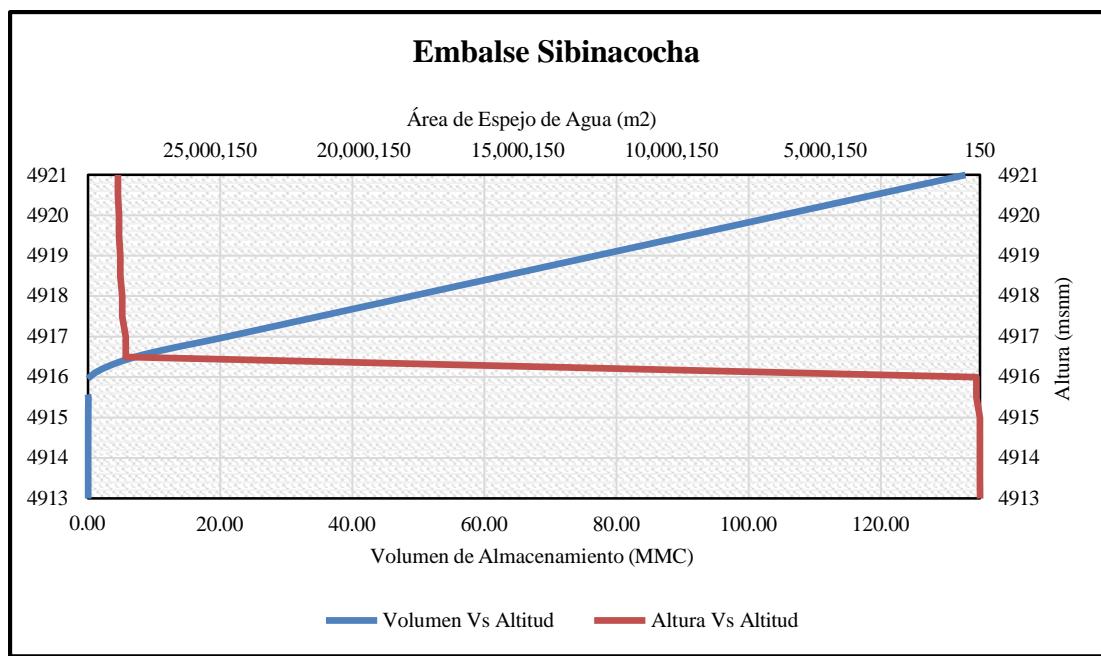


Figura 127. Curva área -volumen Sibinacocha.

B). Laguna de Pomacanchis. Se puede observar en la Tabla 84 la capacidad de la laguna de Pomacanchis. Y en la siguiente Figura 128 observamos la curva obtenida en el embalse de Pomacanchis, para lo cual se usó el software WEAP.

Tabla 84. Datos para la curva altitud – área – volumen de Pomacanchis

ALTITUD (m.s.n.m)	ÁREA ESPEJO (m ²)	ESPEJO AGUA (Has)	VOLUMEN ACUMUL. (m ³)	VOLUMEN (MMC)
3,707.00	2,031.25	0.20	0.00	0.00
3,708.00	8,386.87	0.84	5,209.06	0.01
3,709.00	48,670.19	4.87	33,737.59	0.03
3,710.00	20,404,858.24	2,040.49	10,260,501.80	10.26
3,711.00	20,773,581.87	2,077.36	30,849,721.86	30.85
3,711.01	20,775,434.91	2,077.54	32,000,000.00	32.00

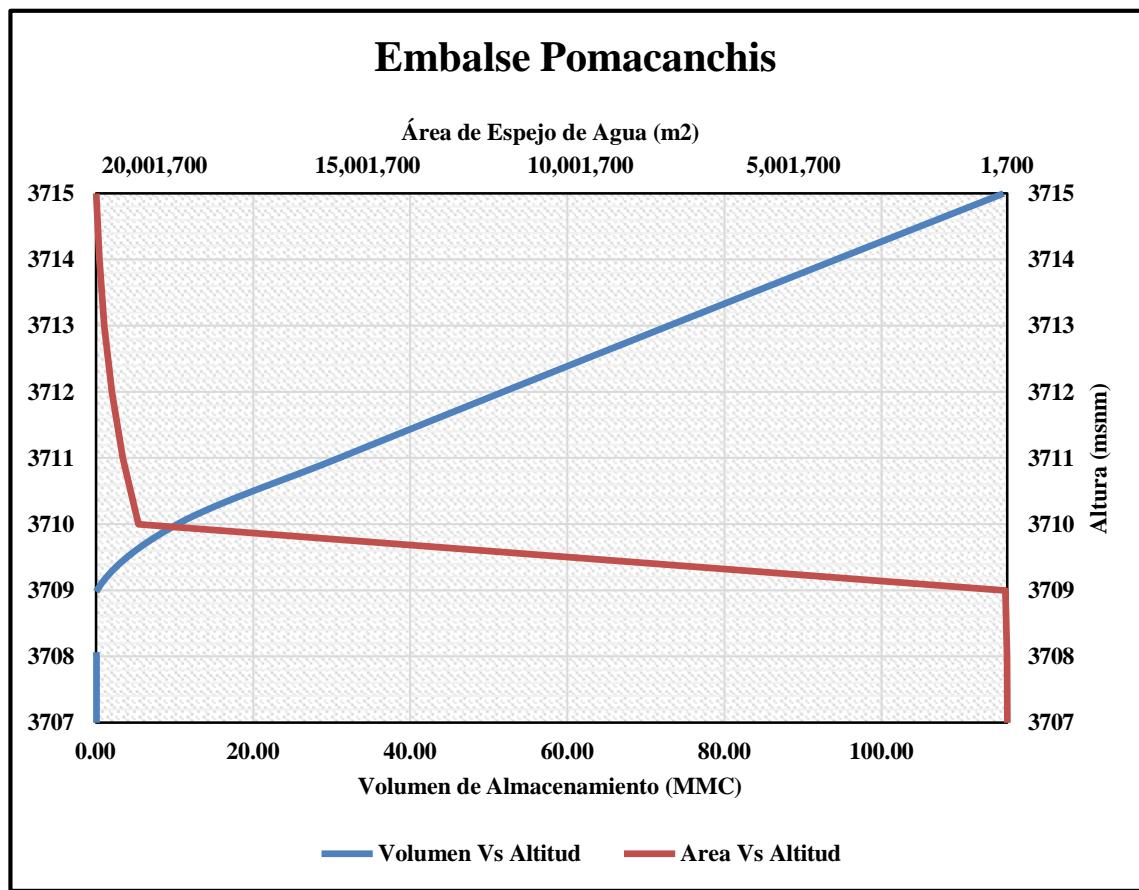


Figura 128. Curva área -volumen de Pomacanchis

C). Laguna de Langui Layo. Se puede observar en la siguiente Tabla 85, la capacidad de la laguna de Langui Layo. Y en la Figura 129, observamos la curva obtenida en el embalse de Langui Layo, para lo cual se usó el software WEAP.

Tabla 85. Datos para la curva altitud – área – volumen de Langui Layo

ALTITUD (m.s.n.m)	AREA ESPEJO (m ²)	ESPEJO AGUA (Has)	VOLUMEN ACUMUL. (m ³)	VOLUMEN (MMC)
3,998.00	1,718.75	0.17	0.00	0.00
3,999.00	6,093.75	0.61	3,906.25	0.00
4,000.00	47,330.51	4.73	30,618.38	0.03
4,001.00	54,058,645.62	5,405.86	27,083,606.44	27.08
4,002.00	54,269,247.55	5,426.92	81,247,553.02	81.25
4,003.00	54,375,854.09	5,437.59	135,570,103.84	135.57
4,004.00	54,418,853.86	5,441.89	170,000,000.00	170.00

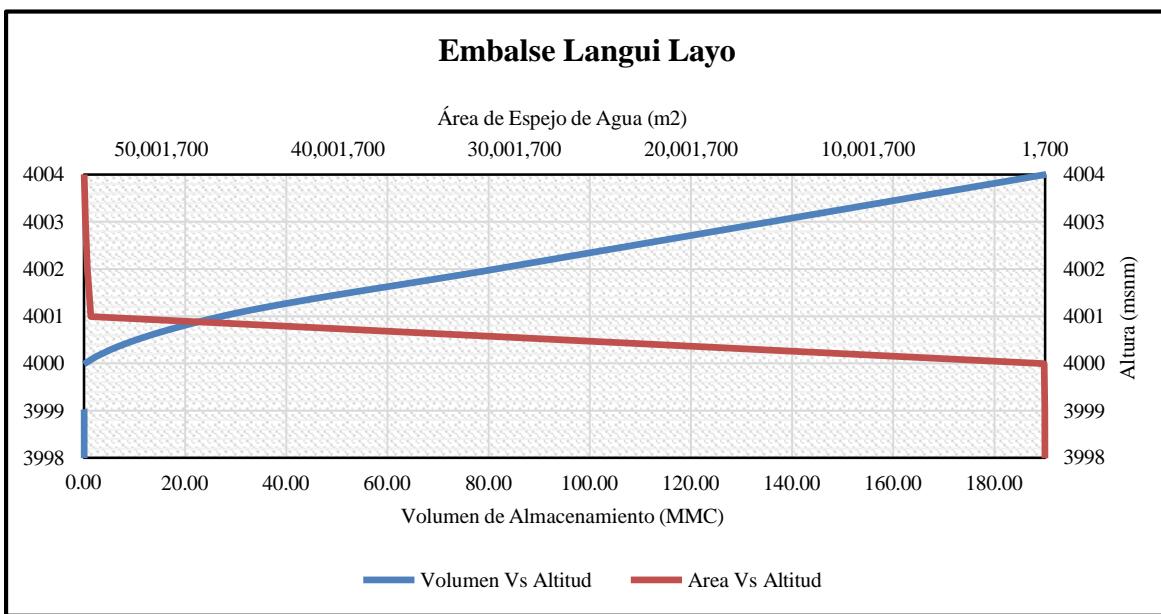


Figura 129. Curva área -volumen de Langui Layo

4.8.8 Demanda en las Lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo

La demanda actual en cada subcuenca se determina según las áreas que abastecen, mientras que la oferta proviene del río Vilcanota, donde convergen los ríos de las

microcuenca estudiadas. Se seleccionarán áreas aguas debajo de las lagunas para satisfacer principalmente las necesidades agrícolas, poblacionales y mineras de cada una

Tabla 86. Demandas por subcuenca de la cuenca Urubamba

DEMANDA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	ANUAL
D02 Rg Alto Urubamba b/Pitumarca	0,399	1,598	3,595	9,586	10,784	11,184	11,983	12,382	11,184	9,986	7,589	3,595	93,864
D05 Rg Alto Urubamba h/Huatanay	0,158	1,073	2,470	3,840	3,152	3,144	3,680	5,275	5,963	4,937	2,222	0,922	36,834
D08 Rg Huatanay	0,037	0,445	1,037	0,926	0,259	0,185	0,408	1,408	2,075	1,593	0,185	0,000	8,559
D11 Rg Alto Urubamba hasta Tayancayoc (E.A.)	0,036	0,433	1,009	0,901	0,252	0,180	0,397	1,370	2,019	1,550	0,180	0,000	8,327
D14 Rg Alto Urubamba bajo Pampajahua (E.A.)	0,443	5,321	12,417	11,086	3,104	2,217	4,878	16,851	24,833	19,068	2,217	0,000	102,437
D17 Rg Alto Urubamba b/Chuyapi	0,012	0,000	0,036	0,154	0,391	0,451	0,510	0,474	0,403	0,296	0,202	0,047	2,976
D20 Rg Alto Urubamba h/Yanatile	0,141	0,000	0,424	1,838	4,665	5,372	6,079	5,655	4,807	3,534	2,403	0,566	35,486
D23 Rg Yanatile	0,089	0,000	0,267	1,157	2,936	3,381	3,825	3,559	3,025	2,224	1,512	0,356	22,330
D25 Rg Resto Alto Urubamba	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
D27 Rg Yavero bajo Lauramarca	1,325	0,265	3,180	5,564	5,829	5,564	5,829	6,359	5,564	6,094	4,769	2,650	52,992
D29 Rg Resto Yavero	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Subtotal agrícola	2,641	9,134	24,434	35,052	31,374	31,678	37,589	53,333	59,873	49,284	21,280	8,135	363,807
D03 IM Alto Urubamba b/Pitumarca	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,013
D06 IM Alto Urubamba h/Huatanay	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,021
D09 IM Huatanay	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	1,029
D12 IM Alto Urubamba hasta Tayancayoc (E.A.)	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,311
D15 IM Alto Urubamba bajo Pampajahua (E.A.)	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,307
D18 IM Alto Urubamba b/Chuyapi	0,056	0,056	0,056	0,056	0,056	0,056	0,056	0,056	0,056	0,056	0,056	0,056	0,670
D21 IM Alto Urubamba h/Yanatile	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,099
D24 IM Resto Alto Urubamba	0,043	0,043	0,043	0,043	0,043	0,043	0,043	0,043	0,043	0,043	0,043	0,043	0,515
D30 IM Medio Alto Urubamba	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	1,230
Subtotal Ind-Minera	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349	4,195
D01 Pb Alto Urubamba b/Pitumarca	0,406	0,305	0,406	0,406	0,508	0,457	0,406	0,406	0,406	0,406	0,457	0,508	5,079
D04 Pb Alto Urubamba h/Huatanay	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
D07 Pb Huatanay	2,025	2,025	2,025	2,025	2,025	1,417	1,417	1,417	1,215	1,417	1,620	1,620	20,246
D10 Pb Alto Urubamba hasta Tayancayoc (E.A.)	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
D13 Pb Alto Urubamba bajo Pampajahua (E.A.)	0,727	0,545	0,727	0,727	0,909	0,818	0,727	0,727	0,727	0,727	0,818	0,909	9,085
D16 Pb Alto Urubamba b/Chuyapi	0,891	0,668	0,891	0,891	1,114	1,003	0,891	0,891	0,891	0,891	1,003	1,114	11,141
D19 Pb Alto Urubamba h/Yanatile	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
D22 Pb Yanatile	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
D26 Pb Yavero bajo Lauramarca	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,062
D28 Pb Resto Yavero	0,020	0,015	0,020	0,020	0,025	0,023	0,020	0,020	0,020	0,020	0,023	0,025	0,252
D31 Pb Picha	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
D32 Pb Medio Urubamba	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
D33 Pb Mishaua	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
D34 Pb Medio Bajo Urubamba	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
D35 Pb Bajo Urubamba	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Subtotal poblacional	4,074	3,563	4,074	4,074	4,585	3,723	3,467	3,467	3,264	3,467	3,925	4,180	45,865
TOTAL	7,064	13,047	28,858	39,476	36,309	35,750	41,405	57,150	63,487	53,100	25,555	12,665	413,867

Fuente: “Evaluación de Recursos Hídricos en la Cuenca Urubamba”, ANA-MINAGRI.

A). Laguna de Sibinacocha. Para Sibinacocha tendremos las demandas de Yavero Bajo Lucanamarca y Resto de Yavero, donde la magnitud de la demanda agrícola es de 52.99 MMC y la demanda poblacional de 0.31 MMC, haciendo un total de 53.31 MMC al año. Los valores mensuales en m³/s aplicados se muestran a continuación en la Tabla 87.

Tabla 87. Demanda laguna de Sibinacocha en m³/s

DEMANDA SIBINACOCHA	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic
	0.50	0.12	1.20	2.16	2.19	2.16	2.19	2.38	2.16	2.29	1.85	1.00

B). Laguna de Langui Layo. Para Langui Layo, las demandas lo conforman el Alto Urubamba, Pitumarca, Huatanay. Donde la demanda agrícola es de 139.26 MMC. La demanda minera es de 1.06 MMC y la demanda poblacional es de 25.33 MMC, haciendo un total de 165.65 MMC al año. Los valores mensuales en m³/s aplicados se muestran a continuación en la Tabla 88.

Tabla 88. Demandas Laguna de Langui Layo m³/s

DEMANDA LANGUI LAYO	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic
	1.16	2.29	3.59	6.51	6.28	6.36	6.73	7.85	8.10	6.90	4.69	2.51

C). Laguna de Pomacanchis. Para Pomacanchi tendremos las demandas de Alto Urubamba/Yanatile, donde la magnitud de la demanda agrícola es de 35.49MMC para la demanda agrícola y 0.09MMC para la industria minera, haciendo un total anual de 35.59MMC. Los valores mensuales en m³/s aplicados se muestran a continuación en la Tabla 89.

Tabla 89. Demandas Laguna de Pomacanchis en m³/s

DEMANDA POMACANCHI	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic
	0.06	0.00	0.16	0.71	1.74	2.08	2.27	2.11	1.86	1.32	0.93	0.21

Una vez incluida la demanda Hidrológica, podemos saber de cuanto será el almacenamiento de agua en las lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo.

A. Laguna de Sibinacocha.

AÑO HÚMEDO. Para los volúmenes de almacenamiento para la operación actual en el año húmedo configurados en el WEAP para el periodo 1998, 2000, 2001, 2011 y 2012, donde se tiene un volumen promedio de 98.930MMC. Para esto, tenemos una curva de almacenamiento de volumen para el periodo 2000 – 2001, siendo el mayor volumen de 111.22 MMC en los meses de febrero a abril para los años 2000 y 2001 y volumen menor de 84 MMC para el mes de noviembre del 2001 tal como se muestra en la Figura 130.

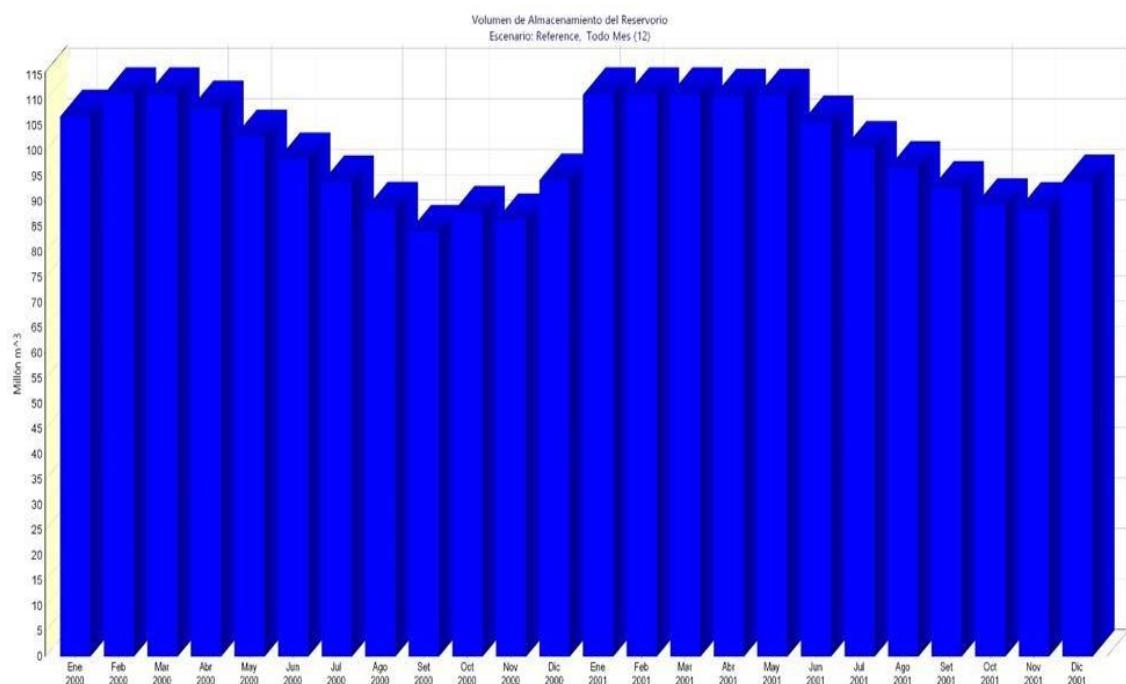


Figura 130. Volumen de almacenamiento de un año húmedo del embalse Sibinacocha

AÑO NORMAL. Para los volúmenes de almacenamiento para la operación actual en el año húmedo configurados en el WEAP para el periodo 1999, 2002, 2003, 2006, 2007, 2009, 2013, 2014, 2015 y 2017, donde se tiene un volumen promedio de 97.06 MMC. Para esto, tenemos una curva de almacenamiento de volumen para el periodo 2013 – 2015, siendo el mayor volumen de 111.22 MMC en los meses de febrero a abril en los años 2013 y 2014 y de marzo a abril en el año 2015 y volumen menor de 79.13 MMC para el mes de noviembre del 2015 tal como se muestra en la Figura 131.

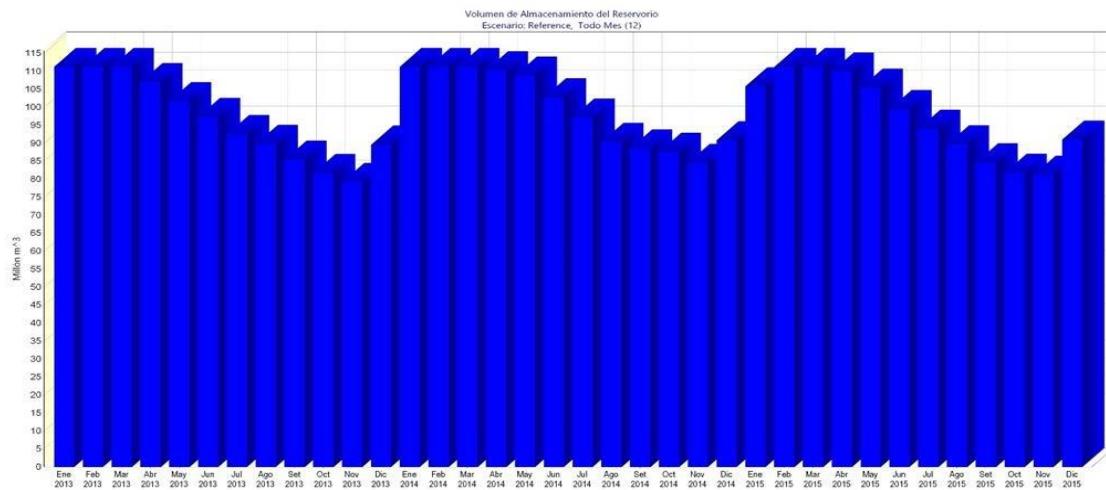


Figura 131. volumen de almacenamiento de un año normal del embalse Sibinacocha

➤ AÑO SECO

Para los volúmenes de almacenamiento para la operación actual en el año húmedo configurados en el WEAP para el periodo 2004, 2005, 2008, 2010 y 2016, donde se tiene un volumen promedio de 95.22 MMC. Para esto, tenemos una curva de almacenamiento de volumen para el periodo 2004 – 2005, siendo el mayor volumen de 111.22 MMC en el mes de abril del 2004 y un volumen menor de 74.85 MMC para el mes de noviembre del 2005 tal como se muestra en la Figura 132.

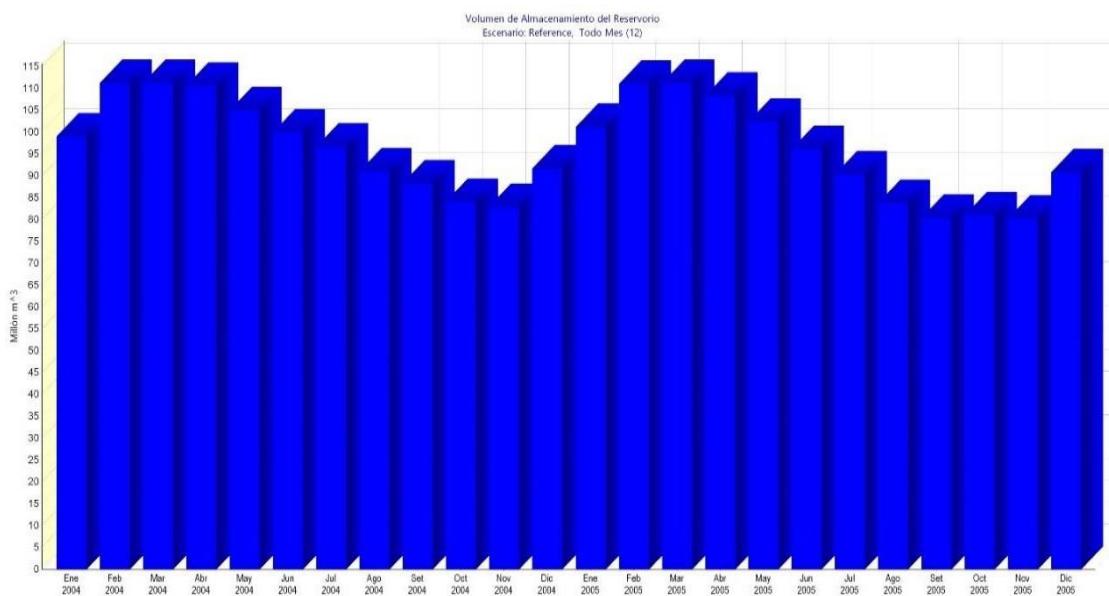


Figura 132. Volumen de almacenamiento de un año seco del embalse Sibinacocha

B. Laguna de Langui Layo

AÑO HÚMEDO, Para los volúmenes de almacenamiento para la operación actual en el año húmedo configurados en el WEAP para el periodo 1998, 2000, 2001, 2011 y 2012, donde se tiene un volumen promedio de 109.18 MMC. Para esto, tenemos una curva de almacenamiento de volumen para el periodo 2000 – 2001, siendo el mayor volumen de 138.69 MMC en los meses de febrero a abril para los años 2000 y 2001 y volumen menor de 60.66 MMC para el mes de noviembre del 2001 tal como se muestra en la Figura 133.

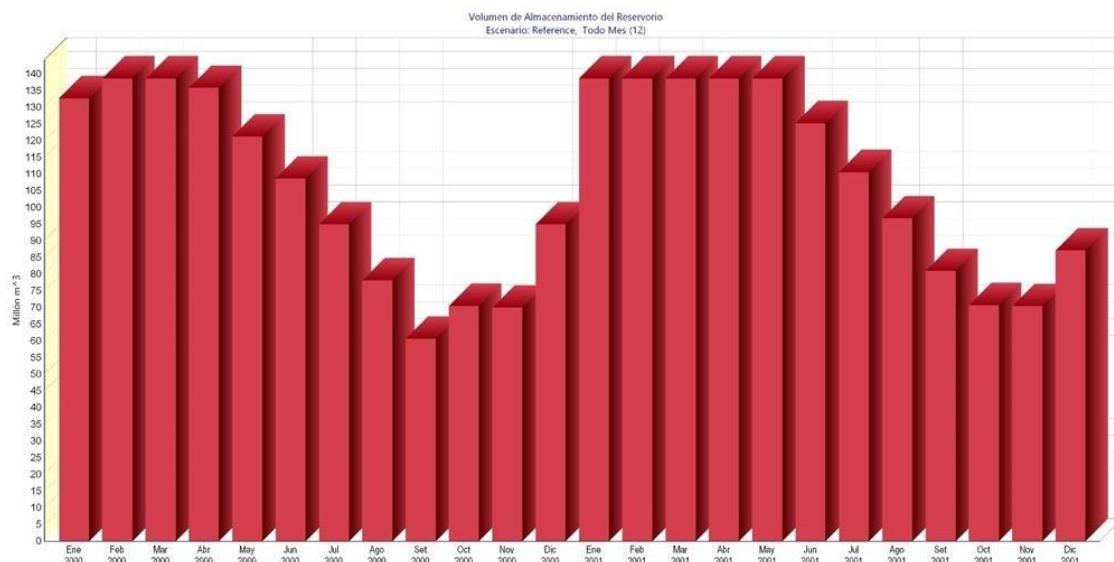


Figura 133. Volumen de almacenamiento de un año húmedo del embalse Langui Layo

AÑO NORMAL

Para los volúmenes de almacenamiento para la operación actual en el año húmedo configurados en el WEAP para el periodo 1999, 2002, 2003, 2006, 2007, 2009, 2013, 2014, 2015 y 2017, donde se tiene un volumen promedio de 98.59 MMC. Para esto, tenemos una curva de almacenamiento de volumen para el periodo 2013 – 2015, siendo el mayor volumen de 138.69 MMC en los meses de febrero a abril en los años 2013 y 2014 y de marzo a abril en el año 2015 y volumen menor de 42.50 MMC para el mes de noviembre del 2015 tal como se muestra en la Figura 134.

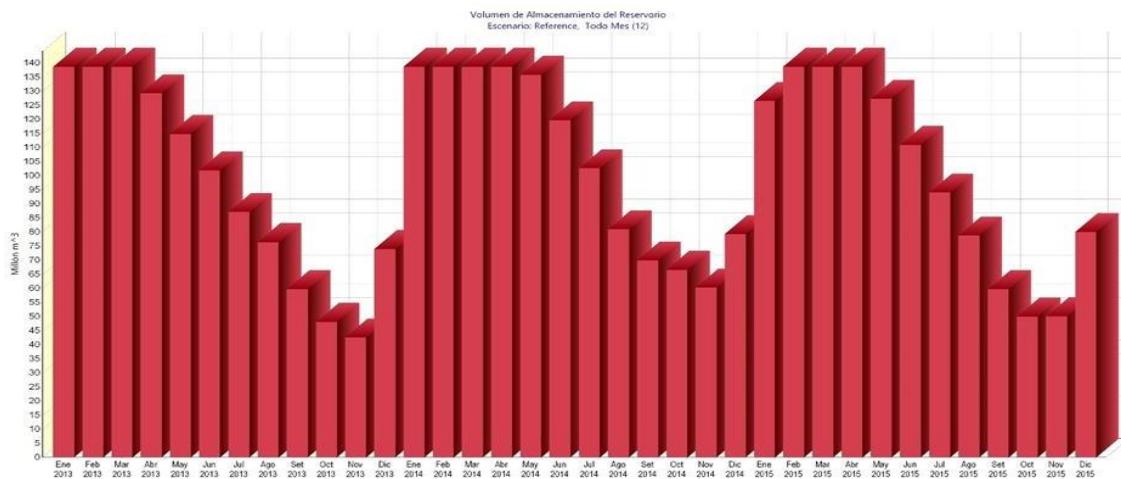


Figura 134. Volumen de almacenamiento de un año normal del embalse Langui Layo

AÑO SECO

Para los volúmenes de almacenamiento para la operación actual en el año húmedo configurados en el WEAP para el periodo 2004, 2005, 2008, 2010 y 2016, donde se tiene un volumen promedio de 92.69 MMC. Para esto, tenemos una curva de almacenamiento de volumen para el periodo 2004 – 2005, siendo el mayor volumen de 138.69 MMC en los meses de febrero a abril del 2004 y marzo a abril del 2005 y un volumen menor de 30.33 MMC para el mes de noviembre del 2005 tal como se muestra en la Figura 135.

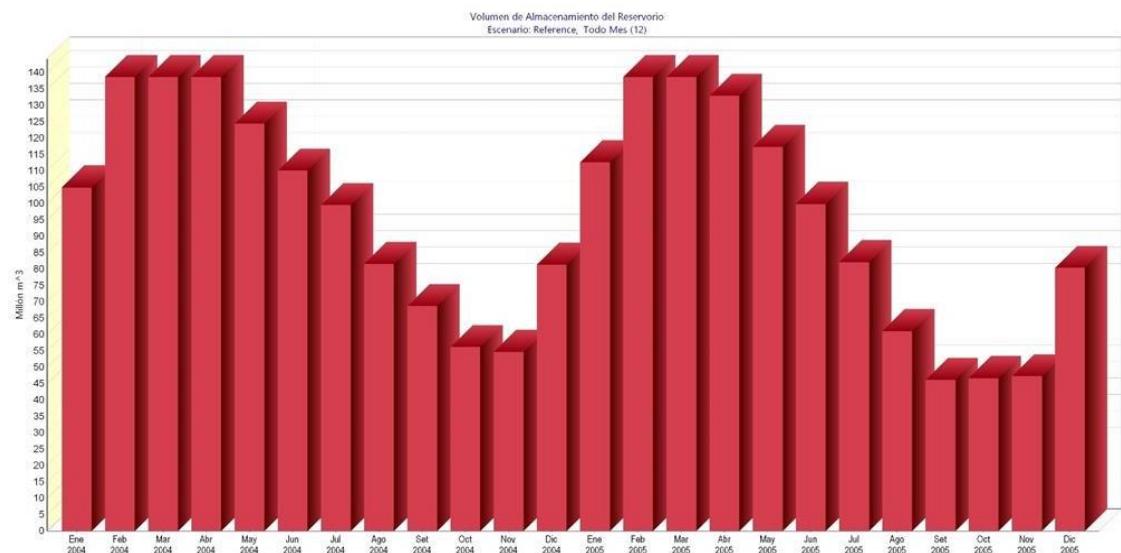


Figura 135. Volumen de almacenamiento de un año seco del embalse Langui Layo

C. Laguna de Pomacanchis

AÑO HÚMEDO

Para los volúmenes de almacenamiento para la operación actual en el año húmedo configurados en el WEAP para el periodo 1998, 2000, 2001, 2011 y 2012, donde se tiene un volumen promedio de 26.82 MMC. Para esto, tenemos una curva de almacenamiento de volumen para el periodo 2000 – 2001, siendo el mayor volumen de 28.50 MMC en los meses de febrero a abril para los años 2000 y 2001 y volumen menor de 18.04 MMC para el mes de setiembre del 2000 tal como se muestra en la Figura 136.

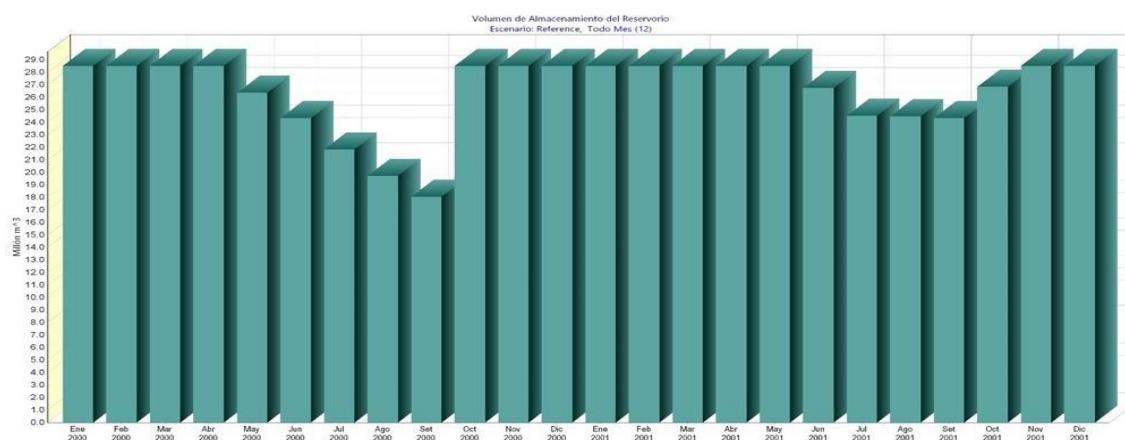


Figura 136. Volumen de almacenamiento de un año húmedo del embalse Pomacanchis

AÑO NORMAL

Para los volúmenes de almacenamiento para la operación actual en el año húmedo configurados en el WEAP para el periodo 1999, 2002, 2003, 2006, 2007, 2009, 2013, 2014, 2015 y 2017, donde se tiene un volumen promedio de 25.79 MMC. Para esto, tenemos una curva de almacenamiento de volumen para el periodo 2013 – 2015, siendo el mayor volumen de 28.50 MMC en los meses de enero a abril en los años 2013, y de enero a mayo del 2014 y 2015 y volumen menor es de 16.66 MMC para el mes de agosto de 2014 tal como se muestra en la Figura 137.

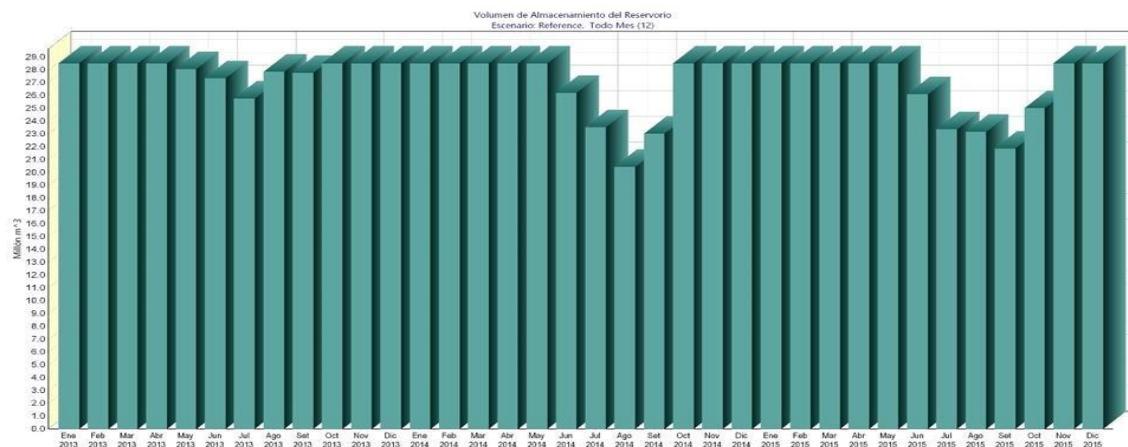


Figura 137. Volumen de almacenamiento de un año normal del embalse Pomacanchis

AÑO SECO

Para los volúmenes de almacenamiento para la operación actual en el año húmedo configurados en el WEAP para el periodo 2004, 2005, 2008, 2010 y 2016, donde se tiene un volumen promedio de 244.92 MMC. Para esto, tenemos una curva de almacenamiento de volumen para el periodo 2004 – 2005, siendo el mayor volumen de 28.50 MMC en los meses de enero a abril del 2004 y 2005 y un volumen menor de 15.87 MMC para el mes de agosto del 2005 tal como se muestra en la Figura 138.

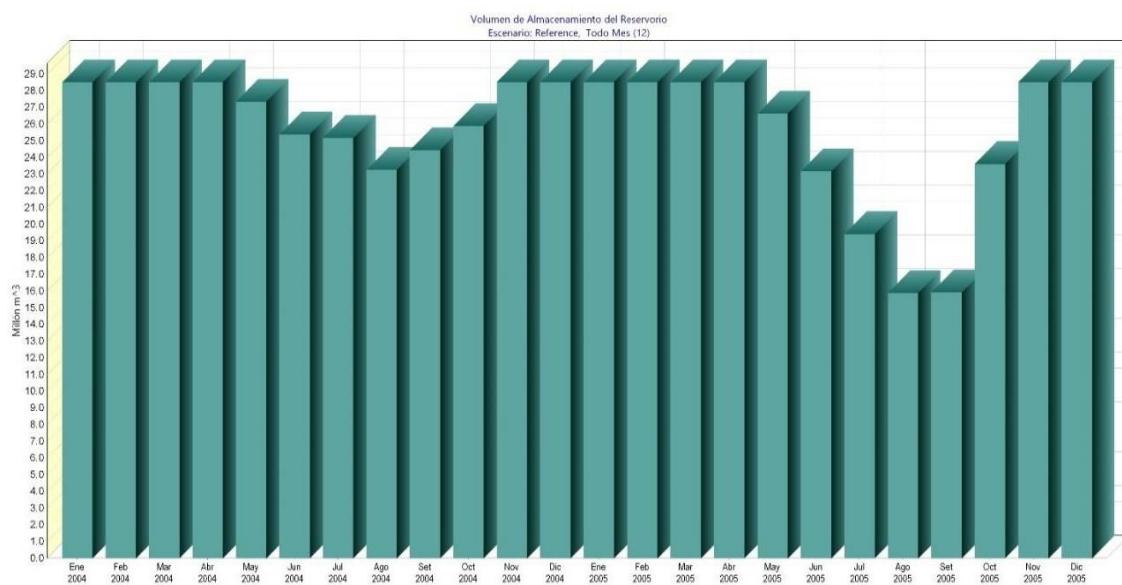


Figura 138. Volumen de almacenamiento de un año seco del embalse Pomacanchis

4.9 Modelo matemático para el análisis de la generación de energía haciendo uso de embalses

Desarrollaremos un modelo matemático para analizar el comportamiento de los caudales que alimentan el río principal Vilcanota y los volúmenes acumulados en los reservorios. Este análisis permitirá determinar la cantidad anual de energía que se puede generar en GWh. El caudal de agua turbinado se refiere al flujo de agua medido en la salida del canal de desfogue de la central, un dato que se registra de forma continua. La potencia eléctrica generada en la central se calcula como el producto del caudal (Q), la altura neta (H) y las eficiencias de la turbina y del generador. En la siguiente ecuación podemos observar.

Comenzaremos con la ecuación general de energía, derivada del análisis termodinámico aplicado a un volumen de control, para sistemas abiertos que operan en Flujo continuo y Estado Estable FEES. Esto se basa en la primera Ley de la termodinámica.

$$Q = W + \Delta h + \Delta E_c + \Delta E_p \quad (4.16)$$

Luego por ser un FEEE, multiplicamos por el flujo de masa. Y posteriormente se transformará en flujo de energía \dot{Q}_{vc} y las unidades son: kW o kJ/s.

$$\dot{Q}_{vc} + \dot{m}_1 h_1 + \dot{m} \frac{\dot{c}_1^2}{2} + \dot{m} g z_1 = \dot{W}_{vc} + \dot{m} h_2 + \dot{m} \frac{\dot{c}_2^2}{2} + \dot{m} g z_2 \quad (4.17)$$

Dividir toda la ecuación entre el flujo de masa \dot{m} se obtiene. Y las unidades de energía específica kJ/Kg.

$$h_1 + \frac{\dot{c}_1^2}{2} + g z_1 + q_{1-2} = w_{1-2} + h_2 + \frac{\dot{c}_2^2}{2} + g z_2 \quad (4.18)$$

Consideramos que el trabajo específico es el trabajo potencial del fluido; $w_{1-2}=gH_{1-2}$

$$\begin{aligned} h_1 + \frac{c_1^2}{2} + gz_1 + q_{1-2} &= gH_{1-2} + h_2 + \frac{c_2^2}{2} + gz_2 \\ q_{1-2} - gH_{1-2} &= h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Teniendo en cuenta que $h = u + \frac{p}{\rho} = u + pV$ para fluido incompresible $\rho = cte$, también se sabe que.

$$h_2 - h_1 = u_2 - u_1 + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} \quad (4.20)$$

Reemplazando la ecuación 4.20 en la ecuación 4.21

$$q_{1-2} - gH_{1-2} = (u_2 - u_1) + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (4.21)$$

Ecuación de Maquinas Hidráulicas para flujo Ideal incompresible: (Teórico)

$$q_{1-2} - gH_{1-2} = (u_2 - u_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (4.22)$$

Sin embargo, en un flujo ideal e incompresible donde no se consideran las pérdidas de presión debido a la fricción y la densidad del fluido se mantiene constante, se cumple que:

$du = \delta q - \delta w = \delta q - pdv = q_{1-2} = u_2 - u_1$ reemplazar en la ecuación 4.22 y quedaría.

$$-gH_{1-2} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (4.23)$$

$$gH_{1-2} = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + g(z_1 - z_2) \quad (4.24)$$

de la ecuación (4.24), para flujo real si consideramos el trabajo producido.

$$w_R = gH_R = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + g(z_1 - z_2) - g\Delta Hh.... \quad (4.25)$$

Las ecuaciones presentadas se expresan en términos de trabajo específico o energía específica, medida en kJ/Kg. Por lo tanto, el flujo de energía o la potencia se calculará multiplicando el trabajo específico por el flujo de masa.

$$\bullet \quad \bullet \\ Potencia = P = m(gH) \dots \dots \dots \text{siendo} \dots \dots \dots m. = \rho Q \quad (4.26)$$

$$P_{EE} = \gamma Q H \eta_t \eta_g \quad (4.27)$$

Donde:

P_{EE} = Potencia eléctrica en grupos de generación (kW).

Peso específico $\gamma = \rho * g$

Densidad del agua $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

Gravedad $g = 9.79 \text{ m/s}^2$.

Q = caudal turbinado en m^3/s .

η_t = eficiencia de turbina promedio.

η_g = eficiencia de generadores promedio.

El caudal de agua es en realidad el producto de utilizar un volumen V de agua que discurre en el tiempo t .

$$Q = \frac{V}{t} \quad (4.28)$$

Donde:

V = Volumen de agua acumulado en reservorios en (MMC).

t = tiempo en segundos (s).

Si remplazamos (4.28) en (4.27) tendremos:

$$P_{EET} = \gamma V H \eta_t \eta_g \quad (4.29)$$

El producto de la potencia eléctrica (P_{EE}) multiplicado por el tiempo (t) nos produce energía capaz de generar (E_g), por otro lado, el peso específico del agua (γ), la altura (H) y las eficiencias de las turbinas promedio (η_t) y generadores promedio (η_g) pueden ser representadas como una constantes K , remplazando en la ecuación 4.31.

$$E_g = \gamma H V \eta_t \eta_g = \rho * g * H * \eta * V \quad (4.30)$$

$$E_g = KV \quad (4.31)$$

Donde coeficiente K es producto de los siguientes parámetros:

Altura neta de la caída $H = 356.18 \text{ m}$

Eficiencias de la turbina promedio	$\eta_t = 0.89$
Eficiencia del generador	$\eta_g = 0.89$
Eficiencia promedio de la turbina y el generador	$\eta = 0.89$
Volumen	$V = MMC$
Coeficiente	$K = g * \rho * H * \eta$
$K = (9.79 * 1000 * 356.18 * 0.89) / 3600$	
Coeficiente K	$K = 0.86 \text{ kWh/m}^3$

Luego la ecuación de energía generada en función del volumen acumulado 4.31 quedaría:

$$E_g = 0.86 \frac{kWh}{m^3} * V (MMC) = GWh \quad (4.31)$$

Esta última ecuación (E_g) nos permitirá evaluar la energía eléctrica ADICIONAL capaz de ser generada por la Central hidroeléctrica de Machupicchu en función de los volúmenes de agua posibles a ser acumulados en los embalses naturales que en nuestro caso serían las Lagunas de Langui Layo y Pomacanchis.

4.10 Optimización de generación de energía mediante el modelo matemático.

Utilizaremos la ecuación 4.31, el cual nos permitirá calcular la máxima energía generada. Además, tomaremos en cuenta la predicción del caudal del río Vilcanota para los años 2024 y 2025, así como el volumen de agua aportado por los embalses de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui La

$$E_g = 0.86 \frac{kWh}{m^3} * V (MMC) = GWh \quad (4.31)$$

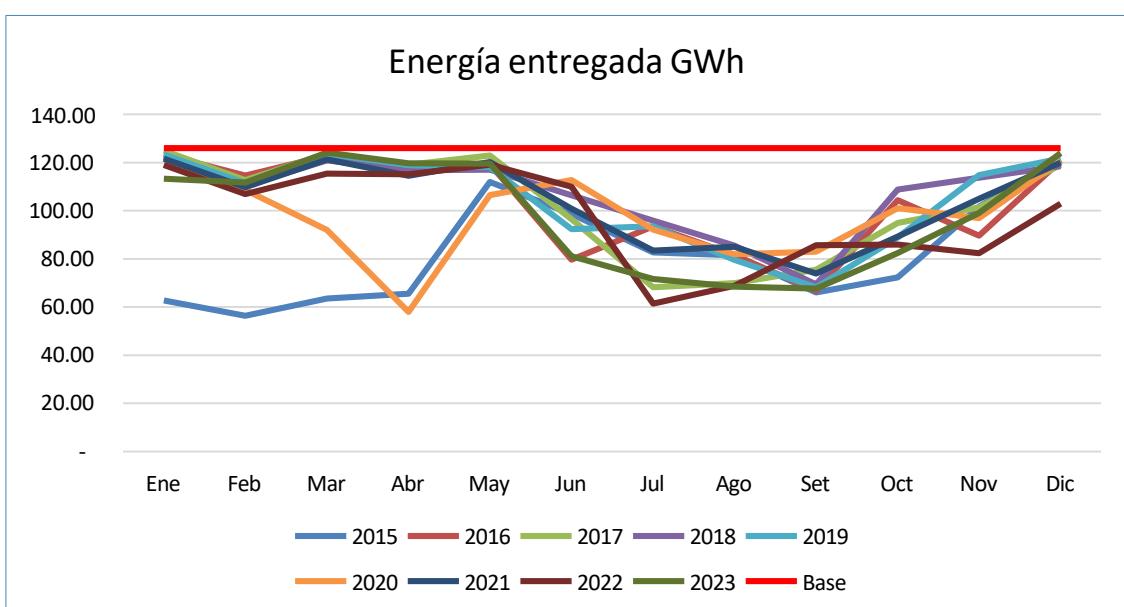
4.10.1 Energía entregada al SEIN durante 2015 - 2023

En la siguiente Tabla 90 y en la Figura 139, se muestra la energía entregada por la empresa generadora. Se observa que la planta no opera a plena carga, especialmente durante la época de estiaje. Esto indica una clara falta de agua, lo que limita la eficiencia en la entrega de energía al Sistema Eléctrico Interconectado Nacional de Perú (SEIN).

Tabla 90. Energía entregada al SEIN durante 2015 - 2023

MES	2015 GWh	2016 GWh	2017 GWh	2018 GWh	2019 GWh	2020 GWh	2021 GWh	2022 GWh	2023 GWh	Energía a Plena carga GWh
Ene	62.84	123.37	125.00	122.25	123.22	119.17	121.60	119.04	113.34	126.00
Feb	56.46	114.59	112.74	110.38	111.45	108.71	109.67	106.97	111.74	126.00
Mar	63.58	122.87	123.76	120.90	123.58	92.07	121.29	115.41	124.14	126.00
Abr	65.64	116.33	119.18	116.82	118.84	57.98	114.55	115.14	119.62	126.00
May	112.01	119.43	122.96	117.04	118.16	106.54	120.18	119.12	119.57	126.00
Jun	98.71	79.64	96.56	106.34	92.37	112.71	100.80	109.94	81.21	126.00
Jul	82.78	93.54	68.28	95.86	93.49	92.22	83.36	61.40	71.73	126.00
Agos	81.50	81.52	70.03	85.48	79.58	81.92	85.03	68.78	68.56	126.00
Sept	66.19	66.75	75.59	69.47	68.19	82.98	73.90	85.69	67.75	126.00
Oct	72.45	104.46	94.99	108.76	88.81	101.10	89.22	85.98	82.51	126.00
Nov	101.79	89.69	101.52	113.69	114.74	96.92	104.98	82.31	99.07	126.00
Dic	121.38	120.75	119.22	118.45	121.70	120.74	119.99	102.90	123.90	126.00

Fuente: *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.*(13ava ed). Cusco, Perú: EGEMSA (2023). Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>

**Figura 139.** Energía entregada al SEIN 2015 - 2023 y energía producida a plena carga

4.10.2 Uso de los volúmenes del río Vilcanota y los embalses

A continuación, en la Tabla 91 se mostrarán los casos en los que se utilizarán el caudal del río Vilcanota y el caudal aportado por los embalses de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo para los años 2024 - 2025.

Tabla 91. Resumen de los dos casos de uso del río Vilcanota y los Embalses.

CASO	VILCANOTA		SIBINACOCHA		POMACANCHIS		LANGUI LAYO	
	Caudal m ³ /s	Volumen MMC						
Primer caso Vilcanota + Sibinacocha	32 < V < 55	86 < V < 148	0 < S < 8	0 < S < 22	-	-	-	-
Segundo caso Vilcanota + Sibinacocha + Pomacanchi + Langui Layo	32 < V < 55	86 < V < 148	0 < S < 8	0 < S < 22	0 < P < 2	0 < P < 6	0 < L L < 6	0 < L L < 17

Primer caso.

En la Tabla 92 y la Figura 140 se presentan las condiciones iniciales al utilizar exclusivamente la predicción del caudal del río Vilcanota para los años 2024 y 2025, en conjunto con el embalse de Sibinacocha. Es relevante señalar que los caudales de ambos recursos hídricos serán transformados a (MMC). En la Figura 141, se observa que, durante la época de estiaje, que abarca los meses de junio, julio, agosto, septiembre, octubre y noviembre de 2024 y 2025, enfrentaremos una significativa deficiencia de agua, a pesar de que el embalse de Sibinacocha aporte su caudal máximo. Al comparar este caudal con el nivel necesario para la generación de energía, se revela que falta un 26%. Esta situación subraya la importancia de implementar estrategias adicionales para garantizar el suministro de agua en períodos de estiaje.

El volumen a tener en cuenta será el siguiente:

$$\text{El volumen será: } V = V_{Vilcanota} + V_{embalse\ de\ sibinacocha} = MMC$$

Tabla 92. Energía requerida, volumen del río Vilcanota y volumen del Embalse de Sibinacocha.

Mes	Energía Requerida GWh	CAUDAL Vilcanota m3/s	Volumen Vilcanota [MMC]	Máximo agua SIBINACOCHA MMC
Ene-24	126	55	147.31	2.68
Feb-24	126	55	137.81	7.52
Mar-24	126	55	147.31	2.68
Apr-24	126	55	142.56	7.78
May-24	126	55	147.31	2.68
Jun-24	126	47.37	122.78	20.74
Jul-24	126	35.11	94.04	21.43
Aug-24	126	34.88	93.42	21.43
Sep-24	126	37.65	97.59	20.74
Oct-24	126	40.04	107.24	21.43
Nov-24	126	46.78	121.25	19.44
Dec-24	126	55	147.31	2.68
ener-25	126	55	147.31	2.68
Feb-25	126	55	133.06	12.10
Mar-25	126	55	147.31	2.68
Apr-25	126	55	142.56	5.18
May-25	126	55	147.31	2.68
Jun-25	126	41.68	108.03	20.74
Jul-25	126	33.16	88.82	21.43
Aug-25	126	32.37	86.70	21.43
Sep-25	126	33.97	88.05	20.74
Oct-25	126	39.3	105.26	21.43
Nov-25	126	51.56	133.64	10.37
Dec-25	126	55	147.31	2.68

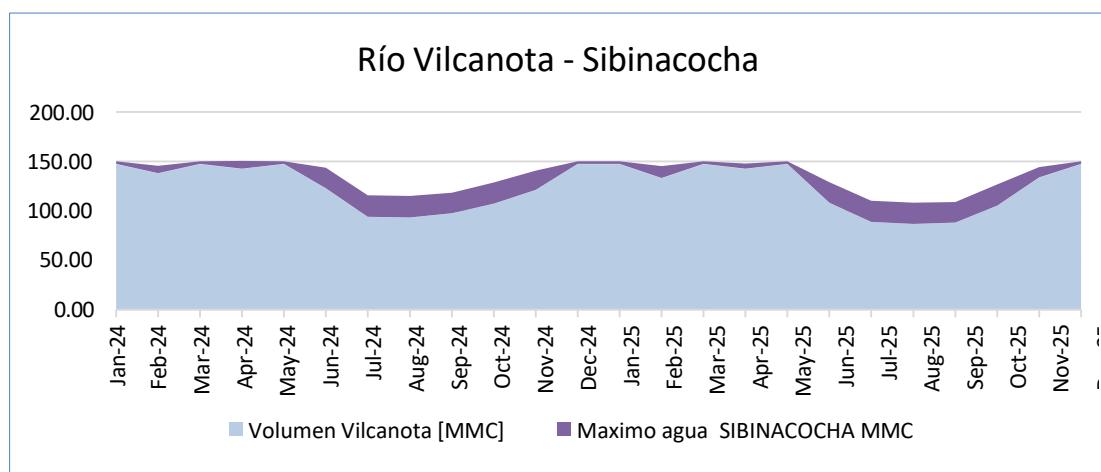


Figura 140. Volúmenes del río Vilcanota y embalse de sibinacocha

Segundo caso.

En la Tabla 93 y la Figura 141, se presentan las condiciones al utilizar el caudal del río Vilcanota para los años 2024 y 2025, junto con los embalses de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo. Es importante señalar que los caudales de estos recursos hídricos se transformarán a (MMC).

La Figura 142 muestra que, durante la época de estiaje, que abarca de junio a noviembre en 2024 y 2025, el uso combinado de los embalses de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo, junto con el río Vilcanota, proporciona una mayor cantidad de agua. Sin embargo, en los meses de estiaje mencionados, se destaca una deficiencia del 12% en relación con el volumen máximo necesario para la generación de energía. Comparado con el escenario anterior, esta opción representa una mejora significativa.

El volumen será: $V = V_{Vilcanota} + V_{embalse\ de\ sibinacocha} + V_{embalse\ de\ Pomacanchis} + V_{embalse\ Langui\ Layo} = MMC$

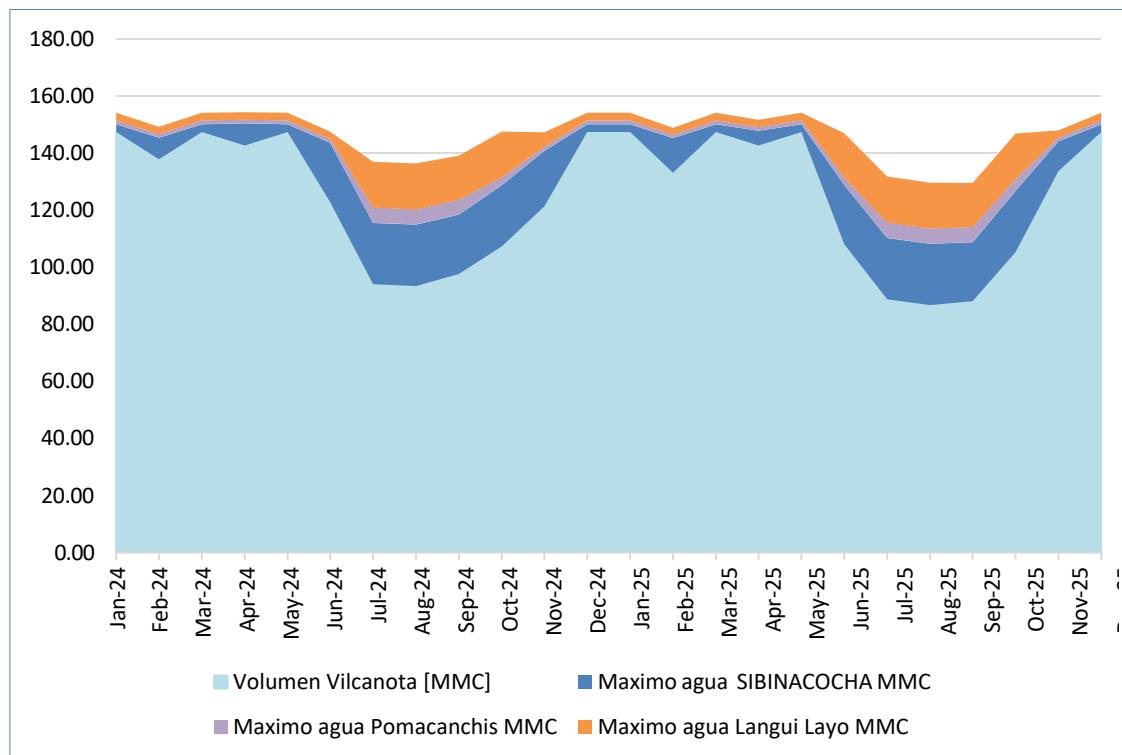


Figura 141. Volúmenes del río Vilcanota y los Embalses

Tabla 93. Energía requerida, Volúmenes del río Vilcanota y los Embalses

Mes	Energía Requerida GWh	CAUDAL Vilcanota m3/s	Volumen Vilcanota (MMC)	Máximo agua SIBINACOCHA (MMC)	Máximo agua Pomacanchis (MMC)	Máximo agua Langui Layo (MMC)
Ene-24	126	55	147.31	2.68	1.34	2.68
Feb-24	126	55	137.81	7.52	1.25	2.51
Mar-24	126	55	147.31	2.68	1.34	2.68
Apr-24	126	55	142.56	7.78	1.30	2.59
May-24	126	55	147.31	2.68	1.34	2.68
Jun-24	126	47.37	122.78	20.74	1.30	2.59
Jul-24	126	35.11	94.04	21.43	5.36	16.07
Aug-24	126	34.88	93.42	21.43	5.36	16.07
Sep-24	126	37.65	97.59	20.74	5.18	15.55
Oct-24	126	40.04	107.24	21.43	2.68	16.07
Nov-24	126	46.78	121.25	19.44	1.30	5.18
Dec-24	126	55	147.31	2.68	1.34	2.68
Ene-25	126	55	147.31	2.68	1.34	2.68
Feb-25	126	55	133.06	12.10	1.21	2.42
Mar-25	126	55	147.31	2.68	1.34	2.68
Apr-25	126	55	142.56	5.18	1.30	2.59
May-25	126	55	147.31	2.68	1.34	2.68
Jun-25	126	41.68	108.03	20.74	2.59	15.55
Jul-25	126	33.16	88.82	21.43	5.36	16.07
Aug-25	126	32.37	86.70	21.43	5.36	16.07
Sep-25	126	33.97	88.05	20.74	5.18	15.55
Oct-25	126	39.3	105.26	21.43	4.02	16.07
Nov-25	126	51.56	133.64	10.37	1.30	2.59
Dec-25	126	55	147.31	2.68	1.34	2.68

4.10.3 Optimización del aporte agua de los embalses para maximizar la generación de energía.

A) Uso de la ecuación para la generación de energía

$$E_g = 0.86 \frac{kWh}{m^3} * V (MMC) = GWh \quad (4.31)$$

La función objetivo, busca no solo maximizar la energía generada, sino también optimizar el uso del recurso hídrico. Esto implica considerar factores como la disponibilidad del agua, la demanda energética y la sostenibilidad del sistema. Al evaluar diferentes escenarios de volumen de agua, se puede determinar la mejor estrategia para lograr un equilibrio entre la generación de energía y la conservación de los recursos hídricos. En resumen, la función objetivo es una herramienta clave para planificar y gestionar la producción energética de manera eficiente y sostenible.

- Eg representa la energía total que se puede producir, lo que es fundamental para evaluar la eficiencia de un sistema de generación energética.
- El factor K = 0.86 kWh/m³ indica la cantidad de energía que se puede extraer por cada metro cúbico de agua, reflejando la eficiencia o rendimiento energético del proceso. Este valor es crucial, ya que una mayor eficiencia se traduce en una mayor generación de energía a partir del mismo volumen de agua.
- V representa el volumen de agua disponible, un recurso vital para la generación de energía.

Es importante destacar que el volumen de agua disponible estará determinado por el río Vilcanota y los embalses, cada uno con un volumen máximo que contribuirá a la generación de energía. A continuación, se indica el volumen máximo que pueden aportar los embalses:

Restricciones en el volumen de los embalses

- Volumen de Sibinacocha < 8 m³/s
- Volumen de Pomacanchis < 2 m³/s
- Volumen de Langu Layo < 6 m³/s

C) Uso de programa Solver.

En la Tabla 94 se presentan los resultados obtenidos mediante la aplicación de la ecuación 4.3, utilizando el software Solver. El análisis se enfocó en **enero de 2024**, un mes caracterizado por un período de avenida, durante el cual los embalses no estarán en operación. Se estima que se podrá entregar la máxima energía que puede generar la central hidroeléctrica en estas condiciones.

Es importante señalar que, dado que se trata de un período de avenida, solo se considerará el caudal del río Vilcanota para la generación de energía, sin la intervención de los embalses. Esto permite optimizar el uso de los recursos hídricos disponibles y garantizar una producción energética eficiente durante este tiempo. Además, este análisis proporciona una valiosa referencia para la planificación operativa de la central, asegurando que se puedan alcanzar los objetivos de producción energética incluso en situaciones de máxima afluencia.

Tabla 94. Uso de SOLVER mes de enero del 2024

Energía generada en la Central Hidroeléctrica de Machupicchu			
Mes	Ene-24		
Pronostico Energía Requerida GWh	126		
Pronostico Volumen Disponible [MMC]			
Cauce del Vilcanota	147.31	126.68832	
L. Sibinacocha	0.00		
Pronóstico de Energía Disponible GWh	126.68832		
Déficit de Energía [GWh]	-0.68832		OBJETIVO
Límite de Volumen adicional obtenible			
L. Pomacanchis	1.3392		Restricción 1
L. Langui Layo	2.6784		Restricción 2
Optimizar			
Volumen Adicional Requerido			
L. Pomacanchis	0		
L.Langui Layo	0		
Pronostico Capacidad de Producción de Energía	0		
Energía Total Generada GWh	126.68832		

En la Tabla 95 se presentan los resultados obtenidos mediante la aplicación de la ecuación 4.31 y el uso del software Solver. El mes analizado es **julio de 2024**, un período que se caracteriza por el estiaje, durante el cual se observa una notable disminución en el caudal del río Vilcanota. Ante esta situación, se recurrirá a los embalses de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo, cada uno de los cuales aportará su caudal máximo para contribuir al volumen total necesario para la generación de energía. Sin embargo, es importante destacar que, a pesar de estos esfuerzos, siempre se presentará una carencia de agua que impedirá alcanzar la máxima capacidad de generación. De hecho, se estima que faltarán un 7 % de energía para lograr el nivel óptimo de producción. Este análisis pone de manifiesto la importancia de la gestión adecuada de los recursos hídricos, especialmente en períodos críticos como el estiaje. Además, resalta la necesidad de implementar estrategias complementarias que permitan mitigar la escasez de agua y maximizar la generación energética, garantizando así un suministro confiable y sostenible.

Tabla 95. Uso de SOLVER mes de julio del 2024

Energía generada en la Central Hidroeléctrica de Machupicchu			
Mes	Jul-24		
Pronostico Energía Requerida GWh	126		
Pronostico Volumen Disponible [MMC]			
Cauce del Vilcanota	94.04	80.8732166	
L. Sibinacocha	21.43		
Pronóstico de Energía Disponible GWh	99.3006086		
Déficit de Energía [GWh]	26.69993914		OBJETIVO
Límite de Volumen adicional obtenible			
L. Pomacanchis	5.3568		Restricción 1
L. Langui Layo	16.0704		Restricción 2
Optimizar			
Volumen Adicional Requerido			
L. Pomacanchis	5.3568		
L.Langui Layo	16.0704		
Pronostico Capacidad de Producción de Energía	18.427392		
Energía Total Generada GWh	117.728001		

En la Tabla 96 se presentan los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la ecuación 4.31 y el uso del software Solver. El mes analizado es **agosto de 2025**, un período que se enmarca en el estiaje, y se observa que el caudal del río Vilcanota ha disminuido significativamente en comparación con agosto del año anterior. Ante esta situación, se hará uso de los embalses de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo, cada uno de los cuales aportará su caudal máximo para contribuir al volumen total necesario para la generación de energía. Sin embargo, es crucial señalar que, a pesar de esta contribución, siempre habrá una carencia de agua que impedirá alcanzar la máxima capacidad de generación. Se estima que faltará un 12 % de energía para lograr el nivel óptimo de producción. Este análisis subraya la importancia de una gestión adecuada de los recursos hídricos, especialmente en períodos críticos como el estiaje. Además, destaca la necesidad de implementar estrategias complementarias, como la optimización del uso de los embalses, el fomento de la captación de agua de lluvia y la evaluación de fuentes alternativas de energía. Estas medidas son esenciales para mitigar la escasez de agua y maximizar la generación energética, asegurando un suministro confiable y sostenible a largo plazo.

Tabla 96. Uso de SOLVER mes de agosto del 2025

Energía generada en la Central Hidroeléctrica de Machupicchu			
Mes	Aug-25		
Pronostico Energía Requerida GWh	126		
Pronostico Volumen Disponible [MMC]			
Cauce del Vilcanota	86.70	74.5618349	
L. Sibinacocha	21.43		
Pronóstico de Energía Disponible GWh	92.9892269		
Déficit de Energía [GWh]	33.0107731		OBJETIVO
Límite de Volumen adicional obtenible			
L. Pomacanchis	5.3568		Restricción 1
L. Langui Layo	16.0704		Restricción 2
Optimizar			
Volumen Adicional Requerido			
L. Pomacanchis	5.3568		
L.Langui Layo	16.0704		
Pronostico Capacidad de Producción de Energía	18.427392		
Energía Total Generada GWh	111.416619		

En la Tabla 97 se utilizaron la ecuación 4.31 y el software Solver para analizar los años 2024 y 2025. En esta tabla, se puede apreciar claramente el aporte del caudal del río Vilcanota, así como de los embalses de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo. El objetivo principal es optimizar la contribución de los embalses en la generación de energía. Asimismo, se observa que en los meses del período de avenida no será necesaria la intervención de los embalses, dado que el caudal del río es suficiente para cubrir la demanda. Sin embargo, durante la época de estiaje, el aporte de caudal máximo por parte de los embalses se vuelve esencial para garantizar una producción energética adecuada.

En la Figura 142, se indica que el volumen máximo requerido es de 147 MMC, un objetivo que se puede alcanzar durante la época de avenida. No obstante, durante el estiaje, a pesar del aporte de los embalses, se presenta un déficit del 12 % en relación con el volumen máximo deseado. Este hallazgo resalta la necesidad de una planificación cuidadosa y la implementación de estrategias que permitan maximizar el uso de los recursos hídricos disponibles, especialmente en los meses críticos donde la disponibilidad de agua es limitada. Además, es fundamental considerar medidas como el almacenamiento de agua y la optimización del ciclo de uso de los embalses estas acciones contribuirán garantizar un suministro de energía sostenible y confiable a lo largo del año.

$$\text{El volumen será: } V = V_{Vilcanota} + V_{embalse\ de\ sibinacocha} + V_{Requerido\ Pomacanchis} + V_{requerido\ Langui\ Layo} = MMC$$

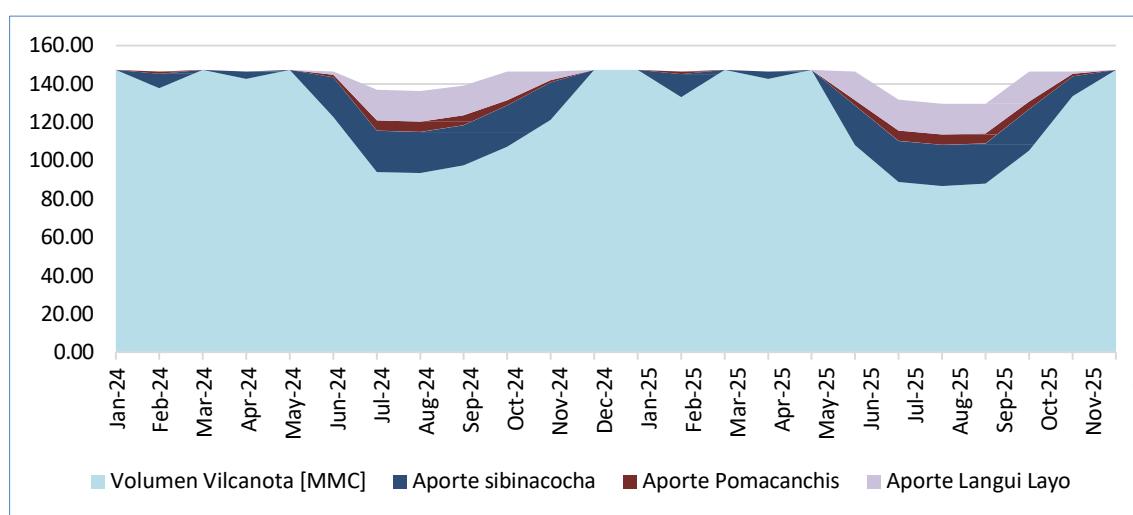


Figura 142. Volumen del río Vilcanota y aportes de los Embalses

Tabla 97. Optimización de los volúmenes del río Vilcanota y de los Embalses

Mes	Energía Requerida GWh	Caudal Vilcanota m3/s	Volumen Vilcanota (MMC)	Aporte sibinacocha (MMC)	Aporte Pomacanchis (MMC)	Aporte Langui Layo (MMC)
Ene-24	126	55	147.31	0	0	0
Feb-24	126	55	137.81	7.52	1.19	0
Mar-24	126	55	147.31	0	0	0
Apr-24	126	55	142.56	3.91	0.05	0
May-24	126	55	147.31	0	0	0
Jun-24	126	47.37	122.78	20.74	1.30	1.70
Jul-24	126	35.11	94.04	21.43	5.36	16.07
Aug-24	126	34.88	93.42	21.43	5.36	16.07
Sep-24	126	37.65	97.59	20.74	5.18	15.55
Oct-24	126	40.04	107.24	21.43	2.68	15.16
Nov-24	126	46.78	121.25	19.44	1.30	4.52
Dec-24	126	55	147.31	0	0	0
Ene-25	126	55	147.31	0	0	0
Feb-25	126	55	133.06	12.1	1.21	0.15
Mar-25	126	55	147.31	0	0	0
Apr-25	126	55	142.56	3.91	0.05	0
May-25	126	55	147.31	0	0	0
Jun-25	126	41.68	108.03	20.74	2.59	15.15
Jul-25	126	33.16	88.82	21.43	5.36	16.07
Aug-25	126	32.37	86.70	21.43	5.36	16.07
Sep-25	126	33.97	88.05	20.74	5.18	15.55
Oct-25	126	39.3	105.26	21.43	4.02	15.81
Nov-25	126	51.56	133.64	10.37	1.30	1.20
Dec-25	126	55	147.31	0	0	0

4.10.4 Energía producida en el año 2024 – 2025 con aporte de los Embalses

En la Tabla 98 se presenta la energía proyectada para los años 2024 y 2025, tomando como base al río Vilcanota y el aporte de los embalses de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo. Esta proyección proporciona información de la generación eléctrica en función de los recursos hídricos disponibles. En la Tabla 97 se detalló el aporte específico de cada embalse, que se utilizará para la producción de energía. Durante los meses de avenida, se puede alcanzar la máxima capacidad de generación. Sin embargo, durante la época de estiaje, se identifica un déficit del 12 % en la producción de energía, lo que resalta la vulnerabilidad del sistema ante la disminución del caudal.

Tabla 98. Energía producida haciendo uso de los Embalses

Mes	Energía Requerida GWh	CAUDAL Vilcanota m3/s	Generación de Energía GWh	Energía faltante GWh
Jan-24	126	55	126	
Feb-24	126	55	126	
Mar-24	126	55	126	
Apr-24	126	55	126	
May-24	126	55	126	
Jun-24	126	47.37	126	
Jul-24	126	35.11	117.73	8.27
Aug-24	126	34.88	117.20	8.80
Sep-24	126	37.65	119.59	6.41
Oct-24	126	40.04	126	
Nov-24	126	46.78	126	
Dec-24	126	55	126	
Jan-25	126	55	126	
Feb-25	126	55	126	
Mar-25	126	55	126	
Apr-25	126	55	126	
May-25	126	55	126	
Jun-25	126	41.68	126	
Jul-25	126	33.16	113.27	12.73
Aug-25	126	32.37	111.42	14.58
Sep-25	126	33.97	111.39	14.61
Oct-25	126	39.3	126	
Nov-25	126	51.56	126	
Dec-25	126	55	126	

En la Figura 143, se observa con claridad que, durante los años 2024 y 2025, en los meses de avenida, se alcanza la máxima producción de energía. Sin embargo, durante la época de estiaje en ambos años analizados, se evidencia que no se logra producir el 100 % de la energía, a pesar de contar con el aporte de los embalses de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo.

Este análisis resalta no solo la relevancia de los embalses en la generación de energía, sino también la necesidad urgente de desarrollar estrategias efectivas para mitigar la escasez durante períodos críticos. La implementación de tecnologías que optimicen el uso del agua, como sistemas avanzados de gestión de recursos hídricos y métodos de almacenamiento más eficientes, será esencial para asegurar un suministro energético sostenible.

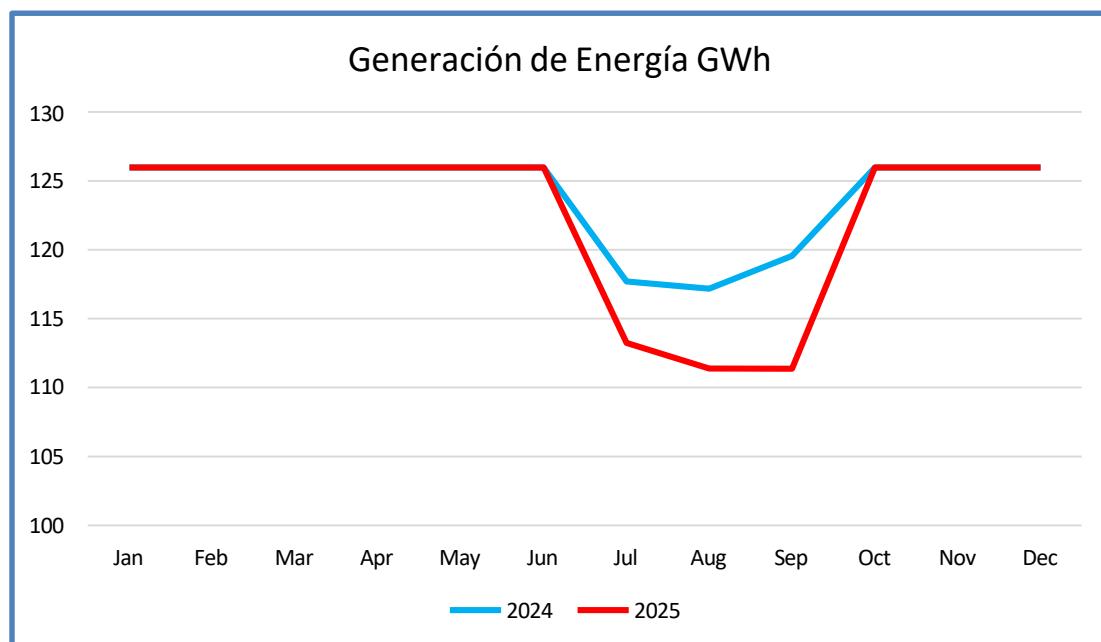


Figura 143. Energía producida haciendo uso del río Vilcanota y los embalses de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo.

CAPITULO V:CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

- El análisis de la serie temporal de caudales del río Vilcanota, realizado a lo largo de 9 años, ha mostrado que los datos son estacionarios en la media, pero no en varianza. El modelo predictivo más adecuado es el ARIMA (1,0,0)x(1,1,0)s, utilizando la transformación a logaritmo natural. Este modelo se valida con un BIC de 8.02 y muestra errores incorrelacionados dentro de la banda de confianza del 95%. Además, supera la prueba de normalidad de residuos y presenta los menores valores de estadísticos de error en comparación con otros modelos analizados.
- La predicción del caudal del río Vilcanota indica una notable disminución tanto en los caudales máximos como mínimos entre 2024 y 2025. En 2024, el caudal máximo alcanzó los 285.25 m³/s, mientras que en 2025 se prevé que descienda a 193 m³/s, lo que equivale a una reducción del 32.3%. Por otro lado, el caudal mínimo pasará de 34.88 m³/s en 2024 a 32.37 m³/s en 2025, evidenciando una disminución de 7.2%. Al comparar estos datos con años anteriores, se observa una reducción general del 34% en el caudal del río. Este cambio podría tener importantes implicaciones para la gestión de recursos hídricos y la generación de energía hidroeléctrica.
- En un escenario de operación a plena carga, se requiere un caudal de 55 m³/s en la bocatoma. Las fuentes actuales no son suficientes durante la época de estiaje, ya que existe en promedio un faltante de 120,000,000 m³ de agua. Se presentan dos alternativas: operar a carga variable durante los meses de estiaje o realizar obras adicionales para aumentar el afianzamiento de caudales en la cuenca. Almacenar los volúmenes necesarios permitiría a la C.H. Machupicchu operar a plena carga, generando ingresos adicionales en promedio de hasta 7,201,000 USD anuales, lo que justificaría la inversión en obras de afianzamiento.
- La cuenca del río Vilcanota - Urubamba alberga varias lagunas altoandinas. Se realizó un análisis hidrológico utilizando el programa WEAP (Water Evaluation

and planning System), mostro que las lagunas de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo tienen, en promedio, una buena capacidad de almacenamiento, con de 100 MMC, 40 MMC y 120 MMC, respectivamente. Por lo tanto, estos embalses podrían contribuir al incremento del caudal del río Vilcanota, especialmente durante la época de estiaje.

- Se llevó a cabo la predicción de los volúmenes de los embalses de Sibinacocha y Langui Layo mediante el uso del modelo estocástico ARIMA. Se emplearon datos históricos desde 1998 hasta 2017 para ambos embalses, permitiendo así una proyección precisa que abarca desde 2018 hasta 2026. Para la laguna de Sibinacocha, el volumen máximo estimado alcanzó los 111 MMC, mientras que el volumen mínimo de almacenamiento se proyectó en 79 MMC. Para la laguna de Pomacanchis el volumen máximo es de 44 MMC y el volumen mínimo es 11 MMC. En el caso de Langui Layo, se anticipó un volumen máximo de 144 MMC y un mínimo de 41 MMC.
- Además, se desarrolló un modelo matemático energético basado en la primera ley de la termodinámica para evaluar la producción de energía eléctrica, considerando la gestión de los volúmenes de agua de los embalses durante los períodos de estiaje. La nueva propuesta permitió incrementar la producción de energía en un 18%, utilizando el software Solver para su implementación.
- Al aplicar la ecuación matemática propuesta en el software Solver para determinar y optimizar el aporte de los volúmenes de agua de los embalses de Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo, se obtuvo el siguiente resultado: durante la época de avenidas, sería suficiente utilizar el agua del río Vilcanota. Sin embargo, en la época de estiaje, a pesar de que los embalses contribuyan al caudal del río Vilcanota, se prevé un déficit del 12%.
- Los resultados obtenidos son fundamentales para la planificación y gestión de recursos hídricos, ya que permiten anticipar variaciones en la disponibilidad de agua y optimizar su uso, especialmente durante los períodos de estiaje. Además, la información obtenida puede ser valiosa para implementar estrategias de regulación y almacenamiento, lo que contribuye a una gestión más sostenible y eficiente de los recursos hídricos en la región Cusco.

5.2 Recomendaciones

- Es crucial promover la ejecución de estudios en modelado y planificación energética que empleen procesos estocásticos, ya sean invariadas o multivariados. Estas metodologías son especialmente relevantes para las centrales hidroeléctricas, ya que permiten prever y optimizar la producción de energía en función de variables hidrológicas y climáticas.
- Además, la incorporación de técnicas de redes neuronales puede ofrecer una capacidad analítica avanzada, mejorando la precisión en las proyecciones de caudal y la gestión del recurso hídrico.
- Utilizar herramientas como el programa WEAP para simular la operación de embalses y determinar los volúmenes de agua necesarios para satisfacer las demandas propuestas. Esto permite una planificación más precisa y equilibrada entre oferta y demanda de agua.
- Otras herramientas que se pueden utilizar para modelado del flujo de los ríos incluyen RIVERPOOL, MIKE SHE, OpenFOAM, las cuales podrían ser valiosas para futuras investigaciones.
- Para futuros estudios se podrían analizar más embalses situados alrededor del río Vilcanota tales como la laguna de Huaypo, laguna de Piuray y laguna de Chincheros. Con la finalidad de aumentar el caudal del río Vilcanota
- Implementar políticas y regulaciones que promuevan un uso sostenible del agua, incluyendo incentivos para la adopción de tecnologías y prácticas que reduzcan el consumo de agua en actividades productivas.
- Fortalecer la gestión integrada de los recursos hídricos, considerando las necesidades espaciales y temporales de manera coordinada entre todos los sectores involucrados.

REFERENCIAS

- Agencia Internacional de Energía (AIE). (2023). *Renewables 2023: Analysis and Forecast to 2028*. Recuperado de <https://www.iea.org/reports/renewables>
- ANA-MINAGRI. (2015). *Evaluación de los Recursos Hídricos de la Cuenca Urubamba*. Recuperado de <https://www.ana.gob.pe/autores/minagri>
- Aparicio , F. (1989). *Fundamentos de Hidrología de Superficie*, 1ra ed. México. Pág.27.
- Aparicio, F. (1989). *Fundamentos de Hidrología de Superficie*, 1ra ed. México.Pág.69.
- Bello Chirinos, C. (2019). Tesis: *Cuantificación de la alteración hidrológica en la cuenca del río Vilcanota para el periodo 1965- 2016*. Universidad Nacional Agraria La Molina.
- Box, G.E.P.and Jenkins, G.M. *Time Series Analysis: Forecasting and Control, Holden Day*, San Francisco, USA.
- Buguña Hernández, N. (2019). *Aplicación de modelos hidrológicos para la estimación de caudales mensuales en la subcuenca del río Bigote*.
- Cañari Quispe, G. (2019). *Determinación de la Precipitación Media mediante el software Hydracces en la cuenca Vilcanota, Pisac*
- Castro, L. M., & Escobar, Y. C. (2010). *Análisis de tendencia y homogeneidad de series climatológicas. Ingeniería de Recursos Naturales y del Ambiente*.
- Catalán Esparza, C. (2016). *Series Temporales*. España. Pag.19.
- Centro de Cambio Global-Universidad Católica de Chile. (2009). *Guía Metodológica WEAP*. Stockholm Environment Institute.
- Córdova Gonzales, J. D. (2016). *Determinación del volumen útil del embalse Purapa en la Subcuenca Vichaycocha*.
- DNV. (2024). *Energy Transition Outlook 2024*. Recuperado de <https://www.dnv.com/energy-transition-outlook-2024/>
- EGEMSA.(2023). Gerencia Comercial-Div-Centro de Control. *Plan de descarga de la laguna de Sibinacocha*. CUSCO-PERU. Pág 3.
- EGEMSA.(2023). *Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia.13ava ed*. CUSCO-PERU. Recuperado de <https://web.egemsa.com.pe/>.
- Escalante Varona, M. (2016). *Simulacion Hidrológica de la laguna Aricota y optimización de la Central Hidroeléctrica Aricota III*.

- ESRI. (1969). *Environmental Systems Research Institute*. Recuperado de ArcGIS. www.esri.com
- González Chávez, S. (2007). *Predicciones Energéticas Mediante Análisis de Series Temporales*. Ed. Asturias, Depósito Legal AS-322298, ISBN 84-92334541, España.
- González Chávez, S. (2007). *Metodología y Pronóstico de la Demanda Global del SEIN mediante Análisis Estocástico ARIMA*. COES-SINAC. Lima, Perú.
- González Chávez, S. (2010). *Pronóstico de las Ventas de Energía Eléctrica del SEIN mediante Análisis ARIMA*. COES-SINAC. Lima, Perú.
- González Chávez, S., Et. Al. *Análisis de la demanda y expansión de los sistemas eléctricos de generación y transmisión del sistema eléctrico interconectado nacional (SEIN) y de los sistemas aislados mayores*. Dirección General de Electricidad-MINEM, Lima, Perú.
- Gurobi Optimization. (2024). *Gurobi optimizer*. <https://www.gurobi.com>
- Goyburo Peña Andrés. (2021). Tesis. *Reconstrucción histórica y proyecciones de cambio climático de la seguridad hídrica en la cuenca del Vilcanota*. Universidad Nacional Agraria La Molina.
- Guevara, M. (1991). Estructuras Hidráulicas: Embalses.
- Gutiérrez Caiza, C. (2014). Hidrología básica y aplicada
- Hervis Granda, G., López Seijas, T. (2014). “Aplicación del modelo WEAP para la planeación hidrológica de la cuenca San Diego, Municipio los palacios, provincia del Río, Cuba”. Ministerio de agricultura La Habana – Cuba.
- IMA – Instituto de manejo de agua y medio ambiente. (2005). *Gestión de ecosistemas lacustres de alta montaña- caso de la Subcuenca Pomacanchis*.
- Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC). (2021). *Sixth Assessment Report*. Recuperado de <https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/>
- Jirawadee, P., Vũ Anh, N., Surapon, Ch. (2021). *Forecasting Models for Hydropower Production Using ARIMA Method*. International electrical engineering congress.
- Lai, C. D., Xie, M., & Murthy, D. N. P. (2003). *A modified Weibull distribution*. IEEE Transactions on reliability.
- López, P., Seoane, R., Fornero, L., Rodríguez, J., & Nuñez, M. (2007). Análisis de tendencia en series autocorrelacionadas.
- Microsoft. (2024). *Solver in Excel*. Recuperado de <http://www.solver.com>

- Ministerio del ambiente. (2020). *Diagnóstico de servicios ecosistémicos en la Cuenca del Alto Urubamba*. Para la implementación de un mecanismo de retribución por servicios Ecosistémicos. Recuperado de <https://www.gob.pe/minam>
- Ministerio de energía y minas. (2024). *Principales indicadores del sector eléctrico a nivel nacional*. Cifras preliminares al mes de mes de mayo. Recuperado de <https://www.gob.pe/minem>.
- Mintegui, J., López, F. (1990). *La ordenación agrohidrológica en la planificación*. Servicio central de publicaciones del gobierno Vasco. pp 306.
- Mite Leon, M., Barzola Monteses, J. (2018). “Statistical model for the forecast of hydropower production in Ecuador”. Journal of renewable energy Research. <https://www.Researchgate.net/publication/326065435>
- Muhammad Ali Musarat, Wesam Salh Alloul, Nikolay Vatin, et all. “Kabul River Flow Prediction Using Automated ARIMA Forecasting: A Machine Learning Approach”. Sustainability 2021, 13, 10720. <https://doi.org/10.3390/su131910720>
- Monteses Barzola Julio, “Statistical model for the forecast of hydropower production in Ecuador”. Journal of renewable energy Research. <https://www.Researchgate.net/publication/326065435>.
- OSINERMING. (2005). Compendio de Presas de Centrales Hidráulicas, Pág.24. Recuperado de <https://www.osinergmin.gob.pe/>
- Google..Earth..(2024)..*Laguna de Sibinacocha*. Recuperado de <https://earth.google.com/web/Central+Hidroelectrica+Machu+Picchu+II>
- Municipalidad de Langui Layo. (2024). Recuperado. <https://www.munilangui.gob.pe>,
- Municipalidad de Pomacanchis. (2024). Recuperado. <https://www.gob.pe/munipomacanchis>.
- Senamhi. (2023). Recuperado de <https://www.senamhi.gob.pe/main.php=monitoreo-hidrologico.Cusco>
- Ozturk, S., Ozturk, F. (2018). *Forecasting energy consumption of turkey by ARIMA model*. Journal of Asian Scientific Research. DOI: 10.18488/journal.2.2018.82.52.60
- Página.web.<https://support.microsoft.com/es-es/office/definir-y-resolver-un-problema-con-solver-5d1a388f-079d-43ac-a7eb-f63e45925040>

- Salinas Villafaña. Paz Rada, O. (2019). *Aplicación del Modelo de Planificación Hídrica de Cuencas WEAP al proyecto: Aducción de recursos Hídricos Mururata.* Universidad Mayos de San Andrés.
- Samaniego Huayanay, J. (2023). Tesis: *Análisis del sistema hidrológico para la generación de energía hidroeléctrica en el río Muyo distrito de San Juan Cutervo Cajamarca.* Universidad Nacional Agraria La Molina.
- Smart, S., Akwasi, A. (2022). *Forecasting Hydropower Generation in Ghana Using ARIMA Models*. Canadian Center of Science and Education. DOI: 10.5539/ijsp.vlln5p30.
- Sánchez Delgado, M. (2007). *La Ingeniería de sistemas en los recursos hídricos.* Universidad Nacional Agraria La Molina.
- Universidad Católica de Chile. (2009). Guía Metodológica – Modelación Hidrológica y de Recursos Hídricos con el Modelo WEAP.
- Velásquez Sergio, Durrego Paola, Viscaya Luis. (2017). *Desarrollo de una aplicación para el modelado y simulación Energética de las Centrales Hidroeléctricas del bajo Caroní.* ISSN 2542-3401.
- Villareal Escate Luis. (2021). Tesis: *El modelo estocástico univariante ARIMA como herramienta predictiva de la demanda de energía eléctrica residencia del sistema eléctrico Cusco.* Universidad Nacional de Ingeniería.
- Vörösmarty, C. J., Pahl-Wostl, C., & Hutton, P. (2010). *Global threats to human water security and river biodiversity.* *Nature*, 467(7315), 555-561. <https://doi.org/10.1038/nature09440>
- ZhiXiang, L., JiChang, Ch. (2021). *Forecast of Hydroelectricity Generation in Guangxi Based on ARIMA Model.* Libro Modern Industrial Lot, Big Data and Suply Chain. Chapter 18. Pag. 179.
- Zhi-Yu, W., Jun, Q. y Fang-Fang L. (2018). Hybrid Models Combining EMD/EEMD and ARIMA for Long-Term Streamflow Forecasting.

ANEXOS

APÉNDICES

Apéndice A: Parámetros de uso de suelo dentro de WEAP.

A continuación, se muestra los parámetros obtenidos para la calibración del modelo, los cuales son utilizados de manera inicial para las microcuenca.

Parámetros	Nombre
Kc	Coeficiente de cultivo
Sw	Capacidad de almacenamiento de agua en la zona de raíces
Dw	Capacidad de almacenamiento de agua en la zona profunda
RRF	Factor de resistencia a la escorrentía
Ks	Conductividad de zona de raíces
Kd	Conductividad de zona profunda
f	Dirección preferencial de flujo
Z1	Nivel de humedad en la zona de raíces
Z2	Nivel de humedad en la zona profunda

Apéndice B: Registro Histórico Total Mensual de Precipitación, Completado y Extendido.

ESTACIÓN		POMACANCHI												
Variable		Precipitación Acumulada 1 Mes (mm)												
WGS 84 Geográficas		Latitud: -14.027778 / Longitud: -71.535797 / Altitud(msnm): 3700												
Tipo		Convencional / Climática												
Ámbito Político		Dpto: Cusco / Prov: Acomayo / Dist.: Acopia												
Unidad Hidrográfica		Cuenca Urubamba: ALA Sicuani												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC	TOTAL	
1997	236.6	159.5	172.5	66.8	16.0	13.0	5.0	12.5	6.5	65.0	121.0	103.5	977.9	
1998	129.8	119.8	132.3	40.3	0.0	12.3	7.5	12.8	1.0	71.0	93.0	71.5	691.3	
1999	156.9	130.5	123.0	85.0	9.2	0.0	3.4	0.0	16.9	33.8	36.5	106.3	701.5	
2000	106.9	181.9	109.3	30.4	6.6	14.6	6.0	16.1	22.5	91.9	41.3	125.6	753.1	
2001	246.0	158.5	177.3	45.2	15.7	3.3	21.3	15.8	15.0	67.6	71.0	196.8	1033.5	
2002	128.0	235.1	174.2	68.3	13.7	0.6	26.0	17.3	62.3	65.5	108.4	120.9	1020.3	
2003	167.2	150.2	144.9	63.5	16.4	8.7	0.0	6.0	17.1	64.4	50.2	104.2	792.8	
2004	260.9	174.6	81.5	51.2	25.4	10.2	7.0	16.9	71.5	55.4	65.7	164.0	984.3	

2005	85.8	130.3	146.8	51.1	2.1	0.0	0.2	4.3	2.6	68.1	101.5	105.6	698.4
2006	163.2	227.0	78.5	137.7	1.1	11.1	0.0	7.3	4.3	80.2	101.3	147.9	959.6
2007	169.6	175.4	226.5	77.3	14.1	12.0	4.8	0.0	4.0	52.5	99.7	100.7	936.6
2008	158.6	140.8	128.3	30.6	10.1	1.9	0.0	3.1	17.0	77.9	78.3	129.5	776.1
2009	136.7	105.6	80.5	41.8	8.6	13.5	14.1	0.0	11.0	18.2	277.6	111.1	818.7
2010	292.1	88.4	116.6	53.8	2.4	0.0	0.0	12.8	5.3	58.9	42.1	156.7	829.1
2011	119.1	151.8	135.7	60.2	9.3	4.7	7.1	8.9	56.5	50.9	42.8	189.7	836.7
2012	184.7	232.7	100.4	63.9	2.6	10.2	1.1	2.9	34.9	38.3	95.5	172.6	939.8
2013	188.2	167.1	91.8	46.2	8.9	1.3	0.0	19.9	22.3	60.5	105.1	210.3	921.6
2014	131.0	124.7	94.0	39.0	7.5	4.0	3.2	2.5	43.4	92.8	54.3	142.6	739.0
2015	184.3	136.4	151.0	80.6	14.7	5.8	11.2	7.9	6.6	32.4	115.3	142.3	888.5
2016	149.2	273.5	73.3	74.9	7.1	0.0	7.0	3.2	17.2	67.4	47.9	75.5	796.2
2017	124.7	104.0	125.4	42.6	25.0	0.6	2.2	13.0	22.4	40.3	70.7	109.9	680.8
Promedio	163.08	162.404	130.636	58.252	10.008	6.12	8.928	8.676	19.876	62.86	93.42	134.6	
Máximo	292.10	273.50	226.50	137.70	25.40	15.00	79.50	27.30	71.50	135.20	277.60	230.90	
Mínimo	85.80	88.40	73.30	30.40	0.00	0.00	0.00	1.00	18.20	36.50	71.50		

ESTACIÓN		SICUANI											
Variable		Precipitación Acumulada 1 Mes (mm)											
WGS 84 Geográficas		Latitud: -14.253333 / Longitud: -71.236944 / Altitud(msnm): 3574											
Tipo		Convencional / Climática											
Ámbito Político		Dpto: Cusco / Prov: Canchis / Dist.: Sicuani											
Ámbito Administrativo		AAA: Urubamba Vilcanota / ALA: Sicuani											
Unidad Hidrográfica		Cuenca Urubamba											
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC	TOTAL
1997	163.0	88.9	116.2	57.4	0.0	1.2	2.0	9.8	27.1	66.0	136.4	114.1	782.1
1998	126.4	142.4	128.4	72.9	18.8	0.3	0.0	1.2	9.3	50.5	81.0	127.4	758.6
1999	107.4	101.1	131.3	72.5	3.1	1.2	2.8	7.8	16.6	36.0	91.7	114.6	686.1
2000	121.3	112.0	155.5	42.7	16.3	12.4	0.0	12.0	24.5	54.2	61.6	115.7	728.2
2001	226.7	173.8	176.9	49.9	3.5	4.8	5.2	15.2	8.9	45.1	135.5	64.6	910.1
2002	102.3	131.0	97.8	15.5	0.0	3.8	0.0	4.2	1.7	92.2	67.4	89.2	605.1
2003	131.4	145.4	83.4	77.7	17.6	0.0	0.3	6.9	44.1	24.4	38.5	127.2	696.9
2004	110.4	180.0	121.9	15.6	7.2	6.0	4.4	1.7	18.6	76.4	25.2	92.6	660.0
2005	213.0	158.1	176.9	55.3	25.9	1.2	13.9	10.5	34.7	48.3	76.2	134.4	948.4
2006	185.4	296.7	220.1	78.5	25.6	16.9	76.0	9.9	59.8	105.8	114.8	170.8	1360.3
2007	170.3	180.4	215.1	23.9	7.0	7.5	0.0	31.2	10.8	65.1	39.1	173.0	923.4
2008	251.7	182.5	53.1	47.8	2.5	26.9	25.7	11.1	35.2	51.9	63.8	122.8	875.0
2009	109.3	97.1	88.6	35.6	1.8	0.0	3.8	11.8	9.0	30.6	64.6	129.6	581.8
2010	212.6	143.8	143.5	68.8	0.3	13.6	0.0	1.6	5.4	68.4	100.9	117.8	876.7
2011	115.8	86.9	174.2	45.1	5.3	0.0	9.0	0.0	15.2	60.7	77.0	73.8	663.0
2012	137.3	133.5	117.9	21.6	7.0	0.7	0.6	0.6	2.6	84.1	61.6	149.0	716.5
2013	89.8	140.6	85.8	37.6	5.7	3.6	6.2	0.0	11.1	32.2	129.0	121.1	662.7
2014	161.0	95.8	118.0	48.4	2.6	0.0	0.0	5.7	2.4	62.8	46.6	125.1	668.4
2015	107.6	118.4	156.4	132.7	14.4	2.9	4.4	7.5	51.9	25.3	29.0	131.9	782.4
2016	155.2	184.8	103.0	49.0	0.5	3.2	0.8	0.0	14.2	36.4	38.7	149.8	735.6
2017	167.0	157.7	78.9	23.5	7.2	7.1	0.0	11.2	1.8	38.1	66.2	162.7	721.4
Promedio	148.392	142.264	126.62	49.704	8.408	4.896	7.256	7.812	19.02	54.948	74.012	121.656	

Maximo	251.70	296.70	220.10	132.70	25.90	26.90	76.00	31.20	59.80	105.80	136.40	173.00
Minimo	89.80	63.00	53.10	15.50	0.00	0.00	0.00	0.00	1.70	24.40	25.20	53.70

ESTACIÓN		CCATCCA											
Variable		Precipitación Acumulada 1 Mes (mm)											
WGS 84 Geográficas		Latitud: -13.61 / Longitud: -71.5603 / Altitud(msnm): 3729											
Tipo		Convencional / Climática											
Ámbito Político		Dpto: Cusco / Prov: Quispicanchi / Dist.: Ccatca											
Unidad Hidrográfica		Cuenca Urubamba – ALA Cusco											
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC	TOTAL
1997	195.1	115.1	57.1	27.7	25.5	0.0	8.9	59.6	38.8	27.0	65.5	141.8	762.1
1998	117.3	108.7	68.2	62.0	6.7	4.2	6.3	4.4	17.2	52.2	35.6	114.5	597.3
1999	108.4	83.6	136.9	19.2	105.2	0.0	0.0	1.7	11.7	7.2	47.2	58.6	579.7
2000	190.8	166.9	101.3	31.6	12.2	58.0	5.9	61.0	26.4	41.6	6.9	43.7	746.3
2001	117.4	96.9	110.5	81.3	52.5	0.4	0.8	60.1	15.3	17.0	20.5	75.0	647.7
2002	111.8	91.8	72.6	11.4	0.0	29.1	0.0	0.3	2.9	30.2	45.4	64.1	459.6
2003	96.9	159.7	82.4	75.0	2.8	1.0	2.0	0.7	41.5	40.5	6.1	91.0	599.6
2004	205.4	154.8	119.0	36.0	21.4	13.4	4.6	11.0	7.1	54.9	3.6	49.2	680.4
2005	180.2	136.2	136.8	85.4	13.5	1.5	15.7	34.6	6.7	65.3	68.3	50.2	794.4
2006	89.8	144.8	118.1	76.3	1.5	11.0	55.0	9.6	20.1	33.0	49.6	109.5	718.3
2007	105.6	128.1	102.6	47.4	159.0	3.6	3.4	19.3	14.5	29.3	31.3	113.6	757.7
2008	141.5	70.3	88.2	25.0	13.1	8.3	43.3	42.8	16.4	27.0	34.6	98.7	609.2
2009	63.3	124.0	79.2	28.0	25.1	8.6	1.2	46.2	15.6	16.8	32.8	61.5	502.3
2010	153.0	70.1	86.0	33.2	0.0	5.8	10.3	16.5	6.5	64.7	82.1	124.1	652.3
2011	131.4	66.9	133.2	49.9	14.3	1.1	2.5	6.8	3.5	43.7	31.8	99.0	584.1
2012	126.9	112.6	75.4	24.2	3.2	22.0	2.4	2.8	6.9	36.2	38.8	119.6	571.0
2013	114.7	138.4	97.2	22.8	20.8	7.1	5.7	10.4	12.2	7.2	89.0	79.4	604.9
2014	136.6	161.4	158.9	80.9	1.3	22.2	4.4	3.8	10.3	50.4	68.4	133.6	832.2
2015	145.4	139.0	147.1	77.6	5.6	1.8	21.9	5.4	24.4	44.9	28.5	167.6	809.2
2016	113.6	184.2	90.5	54.4	3.2	2.2	13.1	10.8	29.9	18.4	43.8	214.8	778.9
2017	146.9	168.0	114.5	28.3	19.7	11.7	2.2	35.0	9.3	114.3	49.8	123.0	822.7
Nº Registro	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	
Promedio	130.2704	122.584	100.28	48.896	23.22	9.412	9.884	22.904	14.672	38.692	42.736	101.8	
Máximo	205.40	184.20	158.90	124.40	159.00	58.00	55.00	61.00	41.50	114.30	89.00	214.80	
Mínimo	41.50	60.00	23.90	11.40	0.00	0.00	0.00	0.30	0.00	7.20	3.60	26.10	

ESTACIÓN		CAYCAY											
Variable		Precipitación Acumulada 1 Mes (mm)											
Operador		Estudio											
WGS 84 Geográficas		Latitud: -13.600278 / Longitud: -71.700278 / Altitud(msnm): 3150											
Tipo		Convencional / Climática											
Ámbito Político		Dpto: Cusco / Prov: Quispicanchi / Dist.: Andahuayllas											
Ámbito Administrativo		AAA: Urubamba Vilcanota / ALA: Cusco											
Unidad Hidrográfica		Cuenca Urubamba											
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC	TOTAL
1997	63.3	74.9	98.6	7.5	3.0	10.5	8.4	3.5	6.8	15.0	54.4	31.4	377.3

1998	14.6	72.6	35.4	7.1	0.0	3.4	0.0	4.5	9.6	6.5	26.9	59.5	240.1
1999	72.3	102.3	82.7	52.3	0.8	0.0	4.9	0.0	17.6	16.2	24.6	106.6	480.3
2000	149.4	77.0	81.9	2.9	1.8	11.6	9.0	3.1	3.7	32.6	17.7	77.0	467.7
2001	250.8	155.0	140.4	29.6	17.7	0.0	20.6	24.4	19.0	93.5	71.2	80.0	902.2
2002	91.1	186.0	98.4	22.7	6.0	0.0	29.0	4.6	16.3	29.8	48.7	95.8	628.4
2003	159.0	157.2	225.0	28.6	2.5	6.2	0.0	17.3	10.4	7.0	19.5	155.7	788.4
2004	120.9	106.9	72.2	18.7	2.8	34.8	19.6	11.4	10.4	26.0	62.0	63.2	548.9
2005	72.6	139.6	85.2	30.8	3.8	0.0	0.0	5.9	10.6	28.9	46.6	90.0	514.0
2006	186.9	86.0	107.8	52.7	0.0	8.5	4.3	8.2	7.2	76.9	80.8	71.9	691.2
2007	156.2	114.5	167.1	37.0	4.5	6.5	10.8	1.4	0.0	40.7	74.2	54.7	667.6
2008	141.6	128.8	41.5	10.7	14.7	16.2	0.0	9.2	7.2	52.3	75.6	159.6	657.4
2009	109.5	89.3	62.6	35.5	6.5	10.7	4.5	2.0	6.7	5.7	80.5	78.1	491.6
2010	197.7	92.6	73.1	1.3	14.9	4.9	2.0	7.8	8.7	56.7	24.0	140.5	624.2
2011	121.3	229.8	95.5	68.0	0.3	4.5	5.5	0.0	19.7	53.1	63.0	99.6	760.3
2012	83.3	160.9	24.6	5.3	1.9	0.8	3.0	1.7	9.7	6.0	84.3	138.0	519.5
2013	168.7	116.9	102.7	22.2	3.9	3.6	6.0	5.7	4.5	105.0	81.5	136.2	756.9
2014	143.2	105.2	58.7	45.9	7.8	8.1	3.8	0.8	12.5	52.5	15.3	89.4	543.2
2015	143.8	104.2	62.4	74.6	13.1	0.0	10.0	6.9	6.4	16.2	37.3	104.7	579.6
2016	86.6	97.8	50.8	28.0	7.8	0.7	8.1	2.1	14.8	61.7	16.8	45.4	420.6
2017	66.0	79.5	154.1	49.1	22.8	5.2	0.0	6.2	15.8	26.6	82.2	61.7	569.2
Nº Registro	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	
Promedio	118.872	120.588	93.024	29.372	6.804	6.932	7.212	6.504	9.948	39.808	53.236	92.144	
Maximo	250.80	229.80	225.00	74.60	22.80	34.80	29.00	24.40	19.70	105.00	103.40	173.00	
Minimo	14.60	57.90	24.60	1.30	0.00	0.00	0.00	0.00	5.70	15.30	11.70		

ESTACIÓN	ANTA												
Variable	Precipitación Acumulada 1 Mes (mm)												
WGS 84 Geográficas	Latitud: -13.468056 / Longitud: -72.215556 / Altitud(msnm): 3340												
Tipo	Convencional / Climática												
Ámbito Político	Dpto: Cusco / Prov: Anta / Dist.: Zurite												
Unidad Hidrográfica	Cuenca Urubamba – ALA CUSCO												
AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC	TOTAL
1997	184.6	126.9	158.9	26.4	8.8	0.0	0.8	15.5	7.1	67.5	165.3	362.8	1124.6
1998	163.7	128.6	145.6	30.8	0.0	3.4	8.4	0.3	11.5	62.8	60.6	65.1	680.8
1999	294.2	341.0	193.1	73.3	0.8	17.9	0.2	6.2	60.9	91.5	110.4	211.3	1400.8
2000	188.0	210.7	143.8	40.8	1.6	18.5	0.6	5.4	13.9	147.7	43.6	189.7	1004.3
2001	324.8	186.2	404.9	33.7	9.1	16.8	40.0	37.0	19.4	150.1	89.3	135.4	1446.7
2002	185.4	296.7	220.1	78.5	25.6	16.9	8.6	10.6	59.8	105.8	114.8	170.8	1293.6
2003	170.3	180.4	215.1	23.9	7.0	7.5	0.0	31.2	10.8	65.1	39.1	173.0	923.4
2004	251.7	190.5	53.4	40.2	2.5	6.8	25.7	11.1	35.2	51.9	86.2	122.8	878.0
2005	109.3	97.3	88.6	35.6	1.8	0.0	4.0	11.8	9.0	30.6	64.6	129.6	582.2
2006	212.6	176.5	143.5	68.8	0.3	13.6	0.0	1.6	25.4	68.4	100.9	117.8	929.4
2007	121.3	160.0	92.7	95.1	30.4	12.4	0.8	0.0	2.6	71.0	89.9	184.4	860.6
2008	146.7	124.4	89.7	18.1	8.2	1.5	0.0	8.5	14.6	122.8	161.0	117.7	813.2
2009	162.9	173.1	96.3	11.0	14.9	10.4	19.3	9.8	17.5	34.8	288.7	133.3	972.0
2010	289.0	194.2	148.5	26.4	1.2	5.2	3.4	3.5	14.8	89.6	54.7	184.9	1015.4
2011	139.5	269.3	214.8	36.5	13.6	10.3	11.0	16.6	52.2	89.4	72.8	152.5	1078.5
2012	136.3	177.8	110.6	47.5	1.8	2.8	4.4	0.0	45.1	26.8	135.3	197.7	886.1

2013	178.4	151.1	75.6	7.0	1.9	6.1	0.1	18.3	3.2	104.5	110.3	158.9	815.4
2014	136.0	122.0	71.1	46.3	8.9	8.2	0.0	15.2	11.5	62.9	37.6	169.4	689.1
2015	183.0	113.2	81.5	79.2	2.9	2.3	6.2	7.2	31.5	50.9	82.9	110.0	750.8
2016	146.5	240.1	70.9	25.0	7.3	0.3	3.0	17.7	18.2	71.6	88.1	98.8	787.5
2017	107.9	116.5	166.9	69.2	7.5	15.8	1.8	17.4	11.0	71.9	86.0	92.1	764.0
Promedio	185.964	185.18	140.852	40.1	7.944	8.28	6.624	12.2	20.668	73.548	97.676	153.196	
máximo	414.50	359.50	404.90	95.10	32.00	24.20	40.00	37.00	60.90	150.10	288.70	362.80	
mínimo	107.90	97.30	53.40	7.00	0.00	0.00	0.00	2.60	26.80	37.60	65.10		

Apéndice C: Registro Histórico Total Mensual de Temperatura, Completado y Extendido.

ESTACIÓN		POMACANCHI											
Variable		Temperatura Acumulada 1 Mes (°C)											
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL
2002	13.7	13.9	13.6	12.6	11.9	11.7	11.2	12.9	13.6	14.5	15.8	14.8	160.2
2003	14.1	13.5	13.9	13.8	12.2	11.7	11.3	13.3	13.9	15.0	15.0	14.8	162.5
2004	14.3	14.7	14.4	14.2	13.3	12.3	12.1	12.6	14.6	14.6	15.5	14.6	167.2
2005	14.2	13.4	13.6	13.6	12.6	11.7	11.2	13.1	12.9	14.5	16.1	14.1	161.0
2006	13.9	13.3	13.5	13.2	12.4	11.1	11.8	12.1	13.5	15.0	15.8	14.5	160.1
2007	14.2	14.2	14.2	13.7	12.7	11.0	10.9	12.2	13.5	14.6	15.8	14.6	161.6
2008	14.2	14.6	13.9	13.5	12.3	12.3	11.6	12.2	13.2	14.5	15.9	15.2	163.4
2009	14.0	14.2	14.0	12.9	12.8	12.1	11.5	13.0	14.5	15.2	15.5	15.0	164.7
2010	16.1	15.4	15.5	14.8	13.2	12.0	12.2	13.2	14.3	14.8	15.5	15.2	172.2
2011	14.1	14.2	13.8	13.5	12.7	12.3	12.0	13.1	13.3	14.6	15.1	15.0	163.7
2012	14.6	14.1	14.2	13.9	12.5	11.5	11.4	12.1	14.4	15.3	15.8	15.4	165.2
2013	15.4	13.8	14.7	13.8	13.0	12.4	11.8	12.5	14.2	15.0	15.4	15.7	167.4
2014	15.5	14.8	15.1	14.1	12.8	12.2	13.5	12.4	14.0	14.7	16.4	15.8	171.3
2015	15.0	14.4	14.6	13.9	12.6	12.1	12.0	12.3	14.9	15.2	15.8	16.0	168.8
2016	15.2	13.9	14.8	13.5	12.4	12.1	11.8	13.5	14.3	15.1	15.2	14.9	166.7
2017	15.1	13.8	14.7	13.2	12.6	12.5	12.3	15.3	15.8	16.7	16.2	16.8	175.0
Nº Registro	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	
Promedio	14.6	14.1	14.3	13.6	12.6	11.9	11.8	12.9	14.1	15.0	15.7	15.1	
Máximo	16.10	15.40	15.50	14.80	13.30	12.50	13.50	15.30	15.80	16.70	16.40	16.80	
mínimo	13.70	13.30	13.50	12.60	11.90	11.00	10.90	12.10	12.90	14.50	15.00	14.10	

ESTACIÓN		SICUANI											
Variable		Temperatura Acumulada 1 Mes (°C)											
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL
2002	12.3	12.7	12.9	13.6	13.6	13.2	13.6	14.5	14.9	13.9	15.5	14.9	165.6
2003	13.0	13.2	13.0	13.4	13.8	13.1	12.9	13.8	14.9	15.2	14.8	14.2	165.3
2004	13.9	13.7	13.6	14.4	14.0	13.9	13.6	14.3	15.4	15.0	15.5	13.4	170.7
2005	12.8	12.4	12.5	13.0	13.6	13.0	12.7	14.3	14.4	14.9	15.3	14.0	162.9
2006	13.9	12.3	12.9	12.7	13.2	12.5	12.8	13.8	14.3	15.3	16.0	13.5	163.2
2007	14.2	13.6	13.4	14.4	14.2	12.8	12.8	13.7	14.6	15.2	15.3	13.3	167.5
2008	13.6	13.9	12.9	13.5	13.8	13.9	12.9	13.4	14.1	14.6	16.0	15.2	167.8

2009	13.7	13.8	12.8	14.5	13.7	13.8	12.5	13.6	14.2	13.9	14.7	16.1	167.3
2010	12.9	12.7	13.1	13.9	14.3	13.7	13.6	12.4	13.9	14.5	15.1	13.5	163.7
2011	13.8	13.2	13.3	13.8	14.1	13.6	13.3	14.5	14.9	15.1	15.9	15.0	170.5
2012	13.8	12.5	13.8	13.7	13.7	11.9	12.6	13.2	14.3	15.4	15.2	15.0	165.1
2013	14.9	12.6	14.3	14.0	14.1	13.4	13.3	13.9	14.1	14.8	14.8	15.0	169.2
2014	14.8	13.8	14.5	14.1	15.3	13.5	14.0	14.8	14.5	14.7	15.3	14.2	173.4
2015	14.0	13.1	13.6	13.3	13.1	12.7	13.3	14.0	14.5	15.7	14.6	15.3	167.2
2016	14.2	12.8	14.2	13.9	14.4	12.3	13.8	14.3	14.8	15.9	16.0	14.6	171.3
2017	14.3	12.8	14.1	14.1	13.7	13.1	14.3	14.9	14.9	16.4	15.5	16.0	174.1
Nº Registro	16												
Promedio	13.8	13.1	13.4	13.8	13.9	13.1	13.3	14.0	14.5	15.0	15.3	14.6	
Máximo	14.88	13.90	14.54	14.50	15.25	13.90	14.30	14.92	15.40	16.40	16.00	16.10	
Mínimo	12.30	12.30	12.50	12.70	13.12	11.89	12.50	12.40	13.90	13.90	14.60	13.30	

ESTACIÓN		CCATCCA											
Variable		Temperatura Acumulada 1 Mes (°C)											
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL
2003	13.5	13.3	13.6	13.8	13.2	12.5	12.1	14.3	14.7	15.8	14.6	14.3	165.7
2004	13.6	13.7	13.7	14.1	13.4	13.1	13.3	14.2	15.1	15.4	16.7	14.1	170.4
2005	14.3	12.4	13.3	13.6	12.9	12.2	12.3	13.8	13.9	15.6	16.6	13.7	164.6
2006	13.8	12.8	13.3	13.0	12.7	11.9	12.5	13.8	15.5	15.8	15.8	13.4	164.3
2007	13.4	13.4	13.8	14.2	14.0	11.7	12.1	13.3	15.0	14.7	16.0	13.7	165.3
2008	13.7	13.7	14.0	13.9	13.0	13.6	12.4	13.8	14.7	16.0	17.4	15.0	171.2
2009	13.9	14.0	13.9	13.0	12.8	13.2	14.8	14.3	15.4	16.3	16.9	14.7	173.2
2010	16.1	14.6	16.2	14.3	13.9	12.9	13.8	12.8	15.8	15.5	17.0	15.3	178.2
2011	14.2	14.7	13.6	13.4	12.9	12.8	13.1	14.0	15.2	15.9	16.4	15.3	171.5
2012	13.8	12.8	13.7	13.5	12.2	7.5	7.2	13.6	14.2	14.8	15.7	15.1	154.1
2013	14.6	12.8	14.5	13.7	13.5	12.5	12.5	13.7	14.7	15.6	14.4	14.8	167.3
2014	14.9	13.8	13.6	13.8	13.3	12.2	12.1	13.8	13.9	15.2	16.0	14.9	167.5
Nº Registro	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	
Promedio	14.2	13.5	13.9	13.7	13.2	12.2	12.4	13.8	14.8	15.6	16.1	14.5	
Máximo	16.10	14.70	16.20	14.30	14.00	13.60	14.80	14.30	15.80	16.30	17.40	15.30	
Mínimo	13.40	12.40	13.30	13.00	12.20	7.50	7.20	12.80	13.90	14.70	14.40	13.40	

ESTACIÓN		CAYCAY											
Variable		Temperatura Acumulada 1 Mes (°C)											
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL
2002	8.8	8.9	8.7	7.8	6.6	5.7	4.7	5.9	7.4	9.2	8.8	10.3	92.8
2003	9.8	8.5	8.9	8.2	7.2	5.7	4.6	5.9	6.5	8.7	9.8	9.6	93.4
2004	9.8	9.9	10.0	8.9	8.3	4.5	5.1	6.3	6.0	8.0	8.7	9.6	95.1
2005	10.3	9.3	8.3	8.2	7.4	5.3	4.3	5.3	6.1	7.0	8.9	9.6	90.0
2006	10.2	9.2	8.2	8.1	6.4	4.3	5.0	5.6	6.3	7.7	10.3	9.6	90.9
2007	10.7	9.7	8.8	8.2	5.2	2.4	4.7	5.3	7.7	8.7	8.9	10.3	90.6
2008	10.1	10.8	9.2	7.9	5.8	5.8	5.6	5.2	8.3	9.9	10.6	10.1	99.3
2009	10.2	10.6	10.3	9.8	6.2	3.8	4.2	4.7	6.2	7.5	8.6	10.5	92.6
2010	10.0	9.9	9.0	7.6	5.2	2.6	4.3	5.0	7.5	8.0	9.8	10.9	89.8
2011	10.4	11.0	11.2	9.4	7.9	5.6	4.9	5.2	6.8	8.0	8.9	10.9	100.2
2012	8.8	9.6	8.6	7.3	5.1	4.1	4.1	5.1	7.0	6.8	8.6	10.6	85.7
Nº Registro	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	
Promedio	9.9	9.8	9.2	8.3	6.5	4.5	4.7	5.4	6.9	8.1	9.3	10.2	

Máximo	10.70	11.00	11.20	9.80	8.30	5.80	5.60	6.30	8.30	9.90	10.60	10.90
Mínimo	8.80	8.50	8.20	7.30	5.10	2.40	4.10	4.70	6.00	6.80	8.60	9.60

ESTACIÓN		ANTA											
Variable		Temperatura Acumulada 1 Mes (°C)											
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL
2003	12.3	11.7	12.6	11.6	9.4	7.0	8.1	8.4	9.4	11.2	12.1	13.0	126.8
2004	11.2	12.4	12.2	11.6	8.9	7.9	7.3	9.4	9.8	12.3	13.0	13.3	129.3
2005	13.1	12.6	12.0	12.0	9.8	9.5	7.7	9.7	10.8	12.5	11.9	12.7	134.3
2006	12.1	12.3	11.4	11.3	9.6	8.3	7.9	8.9	10.1	12.4	13.2	13.7	131.1
2007	12.1	11.5	10.6	10.9	9.5	8.2	7.6	8.8	10.4	12.9	13.8	14.3	130.6
2008	12.5	11.6	10.5	11.0	9.7	8.1	7.6	8.3	10.0	12.4	13.3	14.1	128.9
2009	12.4	11.6	10.6	11.0	9.3	7.9	7.6	8.2	9.9	12.2	13.2	13.9	127.6
2010	12.5	11.7	11.3	11.0	9.1	7.1	7.4	8.6	9.9	11.9	12.8	13.6	126.8
2011	12.2	12.3	12.1	11.3	9.1	7.4	7.5	8.7	9.6	11.7	12.5	13.2	127.2
2012	12.1	12.2	12.3	11.6	9.1	7.8	7.6	9.1	10.2	12.0	12.5	13.1	129.6
2013	12.2	12.2	12.1	11.6	9.4	8.2	7.7	9.1	10.0	12.1	12.6	13.2	130.4
2014	12.1	12.2	11.6	11.5	9.4	8.5	7.6	9.2	10.3	12.5	13.0	13.5	131.3
2015	12.4	12.0	11.1	11.3	9.6	8.5	7.7	8.9	10.3	12.5	13.0	13.7	131.2
2016	12.3	11.7	10.8	11.0	9.5	8.1	7.7	8.5	10.1	12.5	13.4	14.0	129.5
Nº Registro	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	
Promedio	12.2	12.0	11.5	11.3	9.4	8.0	7.6	8.8	10.0	12.2	12.9	13.5	
Máximo	13.10	12.60	12.60	12.00	9.80	9.50	8.10	9.70	10.80	12.88	13.75	14.33	
Minimo	11.20	11.50	10.45	10.93	8.90	7.00	7.30	8.18	9.40	11.20	11.90	12.70	

Apéndice D: Registro Histórico Total Mensual de Humedad Relativa, Completado y Extendido.

ESTACIÓN		POMACANCHI											
Variable		Humedad Relativa Acumulada 1 Mes (%)											
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL
2000	75.3	72.9	70.4	68.0	58.5	62.8	60.3	61.6	65.4	58.6	61.9	70.6	786.4
2001	71.1	76.6	74.9	75.4	55.5	51.0	53.1	62.7	59.5	65.0	60.7	71.0	776.3
2002	77.1	74.7	74.6	73.1	59.1	58.6	51.4	56.7	52.7	57.1	66.0	70.8	771.8
2003	74.2	76.1	80.6	74.0	73.3	53.4	60.9	66.3	55.9	59.3	60.6	79.7	814.3
2004	85.4	75.2	73.1	67.0	59.3	53.1	53.2	51.7	53.6	53.4	59.7	57.1	741.8
2005	75.8	77.9	74.1	73.2	61.4	50.8	53.2	60.9	53.8	53.1	64.0	69.2	767.4
2006	74.8	74.7	75.4	65.5	61.0	56.2	49.2	47.1	53.8	56.4	54.1	73.1	741.3
2007	70.8	82.5	79.4	70.7	58.1	62.2	58.4	57.4	62.6	60.0	60.3	72.4	794.8
2008	72.8	76.5	74.7	74.4	60.8	60.1	55.3	49.9	52.5	55.6	62.3	76.8	771.7
2009	75.1	77.5	75.0	60.8	59.8	64.4	56.7	56.0	53.4	63.5	63.6	75.6	781.4
2010	80.0	78.5	75.2	71.5	67.4	59.1	62.7	67.8	78.2	81.6	77.8	83.2	883.0
2011	85.7	88.9	89.5	89.2	87.6	83.8	85.7	80.5	79.6	77.5	79.5	81.9	1009.3
2012	79.6	80.5	76.6	79.8	77.5	76.5	76.6	72.4	75.2	73.1	67.5	82.6	917.9
2013	80.7	79.7	84.4	82.7	81.9	82.4	81.1	76.8	77.5	70.3	71.2	75.2	943.7
Nº Registro	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	
Promedio	77.0	78.0	77.0	73.2	65.8	62.5	61.3	62.0	62.4	63.2	64.9	74.2	
Máximo	85.71	88.87	89.49	89.23	87.60	83.83	85.67	80.50	79.58	81.62	79.52	83.19	

Mínimo	70.80	72.89	70.41	60.80	55.48	50.80	49.20	47.10	52.50	53.10	54.10	57.10
--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

ESTACIÓN		SICUANI													
Variable		Humedad Relativa Acumulada 1 Mes (%)													
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL		
2002	78.9	77.4	79.3	77.2	69.8	65.8	69.1	73.2	69.4	66.6	70.9	69.9	867.5		
2003	61.2	54.8	55.7	75.5	44.6	40.7	39.5	34.3	44.9	36.1	33.0	42.6	562.9		
2004	53.7	79.5	48.7	44.4	32.9	32.8	28.8	30.0	29.7	41.0	36.8	54.8	513.1		
2005	53.6	62.2	80.4	74.0	50.9	37.4	43.0	35.6	50.4	49.3	51.1	54.8	642.7		
2006	62.8	63.7	61.8	57.1	49.7	46.7	31.4	41.0	42.1	43.1	38.3	57.8	595.5		
2007	59.1	92.4	90.1	91.6	84.1	83.8	82.9	82.0	81.6	79.9	82.3	80.5	990.3		
2008	84.9	84.1	80.2	82.6	75.2	79.1	75.0	79.1	73.3	68.3	75.0	81.0	937.8		
2009	81.5	84.4	83.1	81.2	76.4	78.3	81.6	83.6	71.0	73.6	71.7	75.9	942.3		
2010	77.5	76.7	79.1	77.5	73.4	72.6	72.9	73.8	73.3	76.4	72.2	75.0	900.4		
2011	74.6	81.8	83.4	82.0	83.0	81.7	79.9	79.9	79.2	78.9	78.1	79.1	961.7		
2012	78.5	81.0	79.6	80.4	78.3	78.7	79.7	77.7	78.6	60.5	72.4	70.1	915.4		
2013	81.8	82.3	81.9	82.1	81.2	79.6	76.1	76.2	75.4	72.4	71.5	71.1	931.6		
2014	74.5	77.0	76.9	76.8	77.1	76.1	76.4	75.4	72.4	71.4	68.0	74.1	896.0		
2015	75.4	76.4	79.3	76.5	74.9	77.1	75.1	76.5	77.3	75.5	75.2	75.7	914.8		
2016	76.9	78.3	72.6	86.5	72.4	60.5	75.8	76.2	78.6	79.3	77.8	79.8	914.7		
Nº Registro	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15		
Promedio	71.7	76.8	75.5	76.4	68.3	66.1	65.8	66.3	66.5	64.8	65.0	69.5			
Máximo	84.90	92.40	90.10	91.60	84.10	83.80	82.90	83.60	81.60	79.90	82.30	81.00			
Mínimo	53.60	54.80	48.70	44.40	32.90	32.80	28.80	30.00	29.70	36.10	33.00	42.60			

ESTACIÓN		CCATCCA													
Variable		Humedad Relativa Acumulada 1 Mes (%)													
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL		
2000	75.3	72.9	70.4	68.0	58.5	62.8	60.3	61.6	65.4	58.6	61.9	70.6	786.4		
2001	71.1	76.6	74.9	79.3	55.5	51.0	53.1	62.7	59.5	65.0	60.7	71.0	780.2		
2002	77.1	74.7	74.6	73.1	59.1	58.6	51.4	56.7	52.7	57.1	66.0	70.8	771.8		
2003	74.2	76.1	80.6	74.0	73.3	53.4	60.9	66.3	55.9	59.3	60.6	79.7	814.3		
2004	85.4	75.2	73.1	67.0	59.3	53.1	53.2	51.7	53.6	53.4	59.7	57.1	741.8		
2005	75.8	77.9	74.1	73.2	61.4	50.8	53.2	50.4	53.8	53.1	64.0	69.2	756.9		
2006	74.8	74.7	75.4	65.5	61.0	56.2	49.2	47.1	53.8	56.4	54.1	73.1	741.3		
2007	70.8	82.5	79.4	70.7	58.1	62.2	58.4	57.4	62.6	60.0	60.3	72.4	794.8		
2008	72.8	76.5	74.7	74.4	60.8	60.1	55.3	49.9	52.5	55.6	62.3	76.8	771.7		
2009	75.1	77.5	75.0	60.8	59.8	64.4	56.7	56.0	53.4	63.5	63.6	75.6	781.4		
2010	80.0	78.5	75.2	71.5	67.4	59.1	62.7	67.8	78.2	81.6	77.8	83.2	883.0		
2011	85.7	88.9	89.5	89.2	87.6	83.8	85.7	80.5	79.6	77.5	79.5	81.9	1009.3		
2012	79.6	76.4	76.6	79.8	77.5	76.5	76.6	60.3	75.2	73.1	67.5	80.4	899.5		
Nº Registro	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13		
Promedio	76.7	77.6	76.4	72.8	64.6	60.9	59.7	59.1	61.2	62.6	64.5	74.0			
Maximo	85.71	88.87	89.49	89.23	87.60	83.83	85.67	80.50	79.58	81.62	79.52	83.19			
Minimo	70.80	72.89	70.41	60.80	55.48	50.80	49.20	47.10	52.50	53.10	54.10	57.10			

ESTACIÓN		CAYCAY												
Variable		Humedad Relativa Acumulada 1 Mes (%)												
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL	
2002	62.0	63.0	65.0	54.0	46.0	48.0	45.0	47.0	49.0	42.0	48.0	56.0	625.0	
2003	64.0	65.0	66.0	55.0	48.0	47.0	43.0	42.0	51.0	43.0	47.0	58.0	629.0	
2004	66.0	66.0	64.0	56.0	49.0	50.0	46.0	45.0	51.0	44.0	51.0	57.0	645.0	
2005	65.0	67.0	66.0	59.0	50.0	48.0	48.0	46.0	52.0	44.0	50.0	59.0	654.0	
2006	65.0	67.0	67.0	58.0	55.0	46.0	44.0	48.0	55.0	45.0	52.0	61.0	663.0	
2007	66.0	69.0	66.0	56.0	52.0	47.0	42.0	48.0	56.0	46.0	53.0	58.0	659.0	
2008	65.0	65.0	64.0	57.0	53.0	49.0	42.0	46.0	54.0	50.0	53.0	57.0	655.0	
2009	63.0	67.0	65.0	55.0	56.0	48.0	43.0	47.0	55.0	50.0	52.0	57.0	658.0	
2010	63.0	68.0	62.0	58.0	57.0	46.0	40.0	44.0	56.0	49.0	53.0	58.0	654.0	
2011	62.0	64.0	64.0	56.0	55.0	44.0	40.0	42.0	54.0	50.0	53.0	54.0	638.0	
2012	64.0	85.0	81.0	75.0	46.0	20.0	27.0	35.0	49.0	63.0	45.0	65.0	655.0	
2013	73.0	70.0	70.0	59.0	28.0	15.0	15.0	17.0	49.0	42.0	49.0	66.0	553.0	
2014	84.0	82.0	65.0	60.0	57.0	49.0	51.0	52.0	56.0	60.0	63.0	65.0	744.0	
Nº Registro	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	
Promedio	66.3	69.1	66.5	58.3	50.2	42.8	40.5	43.0	52.8	48.3	51.5	59.3		
Máximo	84.00	85.00	81.00	75.00	57.00	50.00	51.00	52.00	56.00	63.00	63.00	66.00		
Minimo	62.00	63.00	62.00	54.00	28.00	15.00	15.00	17.00	49.00	42.00	45.00	54.00		

ESTACIÓN		ANTA												
Variable		Humedad Relativa Acumulada 1 Mes (%)												
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL	
2000	60.0	58.0	47.0	32.0	30.0	32.0	37.0	57.0	45.0	44.0	34.0	44.0	520.0	
2001	35.0	63.0	72.0	66.0	40.0	49.0	77.0	88.0	67.0	59.0	75.0	75.0	766.0	
2002	53.0	79.0	58.0	39.0	60.0	47.0	42.0	36.0	32.0	35.0	34.0	25.0	540.0	
2003	37.0	55.0	52.0	42.0	40.0	39.0	43.0	41.0	42.0	42.0	23.0	47.0	503.0	
2004	57.0	62.0	58.0	37.0	51.0	43.0	36.0	28.0	34.0	32.0	48.0	34.0	520.0	
2005	65.0	49.0	45.0	35.0	28.0	28.0	45.0	34.0	32.0	26.0	23.0	36.0	446.0	
2006	52.0	58.0	56.0	48.0	44.0	43.0	47.0	39.0	40.0	31.0	34.0	54.0	546.0	
2007	57.0	63.0	63.0	53.0	47.0	32.0	32.0	51.0	45.0	34.0	34.0	53.0	564.0	
2008	60.0	58.0	58.0	44.0	39.0	58.0	36.0	37.0	33.0	30.0	42.0	48.0	543.0	
2009	54.0	54.0	59.0	52.0	49.0	31.0	35.0	43.0	47.0	42.0	45.0	43.0	554.0	
2010	59.0	63.0	60.0	58.0	40.0	41.0	44.0	51.0	38.0	41.0	38.0	46.0	579.0	
2011	54.0	62.0	64.0	53.0	45.0	47.0	42.0	41.0	51.0	49.0	45.0	55.0	608.0	
2012	55.0	54.0	57.0	59.0	45.0	52.0	38.0	43.0	47.0	43.0	30.0	29.0	552.0	
Nº Registro	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	
Promedio	53.7	59.8	57.6	47.5	42.9	41.7	42.6	45.3	42.5	39.1	38.8	45.3		
Maximo	65.00	79.00	72.00	66.00	60.00	58.00	77.00	88.00	67.00	59.00	75.00	75.00		
Minimo	35.00	49.00	45.00	32.00	28.00	28.00	32.00	28.00	32.00	26.00	23.00	25.00		

Apéndice E: Registro Histórico Total Mensual de Velocidad del Viento Completado y Extendido.

ESTACIÓN		POMACANCHI												
Variable		Velocidad del Viento Acumulada 1 Mes (m/s)												
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL	
2000	4.1	4.2	4.0	3.9	3.9	4.1	4.3	4.3	4.5	4.0	4.1	4.1	49.4	
2001	6.1	5.8	6.1	6.6	6.2	6.3	6.6	6.1	6.3	7.1	6.6	5.4	75.2	
2002	6.1	4.8	5.5	5.4	5.8	5.3	5.3	5.4	6.8	6.4	5.7	5.6	68.0	
2003	5.9	5.7	5.9	5.4	6.1	5.4	4.6	5.2	5.1	5.5	5.1	5.0	64.8	
2004	3.0	3.0	2.8	2.8	2.7	2.6	2.3	2.9	3.4	3.6	3.2	3.0	35.2	
2005	3.5	3.5	3.2	3.4	3.4	3.5	3.8	3.4	4.3	4.9	4.5	3.6	44.9	
2006	6.0	5.4	5.8	5.8	6.1	5.7	5.5	5.6	6.0	6.4	5.8	5.3	69.3	
2007	5.0	4.5	4.8	4.5	4.9	4.4	4.1	4.5	5.1	5.2	4.7	4.5	56.0	
2008	4.1	4.1	4.0	3.9	4.0	3.8	3.6	3.8	4.2	4.7	4.3	3.9	48.3	
2009	4.2	4.0	3.9	4.0	4.0	3.9	3.9	3.9	4.6	5.0	4.5	4.0	49.8	
2010	4.8	4.5	4.6	4.6	4.8	4.5	4.5	4.5	5.1	5.5	5.0	4.5	56.7	
2011	5.0	4.7	4.9	4.7	5.0	4.6	4.4	4.6	5.1	5.4	4.9	4.6	57.9	
2012	4.4	4.2	4.2	4.1	4.3	4.1	3.8	4.1	4.6	4.9	4.5	4.1	51.4	
2013	4.4	4.2	4.2	4.1	4.3	4.1	4.0	4.1	4.6	5.0	4.6	4.1	51.6	
2014	4.7	4.4	4.5	4.4	4.6	4.3	4.1	4.3	4.8	5.1	4.6	4.3	54.1	
Promedio	4.7	4.4	4.5	4.5	4.7	4.4	4.3	4.4	5.0	5.2	4.8	4.4		
Máximo	6.07	5.84	6.08	6.62	6.20	6.26	6.62	6.11	6.81	7.07	6.63	5.57		
Minimo	3.03	2.97	2.79	2.80	2.65	2.57	2.32	2.90	3.36	3.61	3.23	3.01		

ESTACIÓN		SICUANI											
Variable		Velocidad del Viento Acumulada 1 Mes (m/s)											
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL
2004	3.9	3.8	3.8	3.5	3.9	4.2	3.6	3.5	4.1	3.8	3.5	3.4	45.0
2005	4.7	3.9	3.4	4.0	3.6	4.1	3.6	3.4	4.0	3.9	4.3	3.5	46.4
2006	3.6	4.0	3.8	3.9	4.0	3.6	3.5	4.3	4.1	3.8	3.9	3.9	46.4
2007	3.7	3.6	3.7	3.7	4.0	3.5	3.6	4.2	3.9	4.1	4.4	4.1	46.5
2008	3.8	4.2	4.1	3.8	3.9	4.0	4.2	3.8	4.5	4.0	4.1	4.6	49.0
2009	4.0	4.2	3.6	3.9	3.6	3.9	4.0	4.4	4.2	4.2	3.6	3.7	47.3
2010	4.0	4.0	3.9	3.5	3.6	3.6	3.7	3.8	4.1	3.8	4.2	3.8	46.0
2011	3.5	3.6	3.5	3.7	3.9	3.7	3.4	4.1	3.6	3.8	4.8	3.8	45.4
2012	4.0	3.5	3.7	3.6	3.7	3.6	4.2	3.9	4.1	4.6	4.7	3.3	46.9
2013	4.4	4.4	3.7	4.3	4.3	3.6	4.3	3.7	4.4	4.4	4.5	3.5	49.5
Nº Registro	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	
Promedio	4.0	3.9	3.7	3.8	3.9	3.8	3.8	3.9	4.1	4.0	4.2	3.8	
Máximo	4.70	4.40	4.10	4.30	4.30	4.20	4.30	4.40	4.50	4.60	4.80	4.60	
Minimo	3.50	3.50	3.40	3.50	3.60	3.50	3.40	3.40	3.60	3.80	3.50	3.30	

ESTACIÓN CCATCCA													
Variable	Velocidad del Viento Acumulada 1 Mes (m/s)												
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL

2003	3.1	3.1	2.9	3.4	3.0	3.2	3.6	3.6	3.8	4.1	4.4	4.2	42.4
2004	3.8	3.8	3.5	3.2	3.3	3.2	3.2	3.5	3.5	3.3	3.5	2.9	40.7
2005	3.6	3.6	2.9	2.5	2.5	2.4	3.0	2.8	3.0	2.8	3.4	3.0	35.5
2006	3.1	3.1	3.1	3.2	3.2	3.4	3.5	3.6	3.2	2.9	3.2	3.2	38.7
2007	3.4	3.4	3.3	3.1	3.6	3.3	3.2	3.2	3.2	3.2	3.3	3.4	39.6
2008	3.2	3.2	3.1	3.0	3.1	3.1	3.1	2.8	3.2	2.8	3.1	3.1	36.8
2009	2.3	2.3	2.4	2.7	2.9	2.8	2.7	2.6	3.0	2.6	2.6	2.4	31.3
2010	3.5	2.4	2.7	2.9	3.0	3.3	2.7	4.5	4.5	3.5	2.8	4.0	39.8
2011	2.4	3.6	3.0	3.1	3.1	2.9	3.1	2.9	3.6	5.1	4.1	3.8	40.7
Promedio	3.2	3.2	3.0	3.0	3.1	3.1	3.1	3.3	3.4	3.4	3.4	3.3	
Máximo	3.80	3.80	3.50	3.40	3.60	3.40	3.60	4.50	4.50	5.10	4.40	4.20	
Mínimo	2.30	2.30	2.40	2.50	2.50	2.40	2.70	2.60	3.00	2.60	2.60	2.40	

Apéndice F: Registro Histórico Total Mensual de Horas de Sol Completado y Extendido.

ESTACIÓN POMACANCHI													
	Variable Horas de sol Acumulada 1 Mes												
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL
2001	5.3	4.3	5.1	6.8	6.1	6.1	6.1	7.0	7.2	6.8	7.6	7.3	75.6
2002	6.5	4.3	5.6	5.4	6.2	5.8	5.3	6.8	6.3	6.7	6.8	6.1	71.9
2003	5.8	5.8	4.9	6.9	6.5	6.3	6.7	6.6	7.1	8.0	8.1	4.9	77.5
2004	5.8	5.8	5.2	6.7	7.1	5.6	5.5	6.1	6.9	7.0	7.8	6.6	76.1
2005	6.3	6.3	6.4	7.1	7.3	6.7	6.6	8.1	7.2	7.0	7.2	5.6	81.7
2006	4.9	6.7	5.4	5.8	7.3	5.9	7.0	6.9	7.8	6.7	6.2	5.1	75.8
2007	6.2	4.7	4.4	4.7	6.1	6.3	5.5	7.5	6.4	5.9	6.9	5.2	69.9
2008	3.8	6.2	5.6	6.9	6.1	6.3	6.4	7.0	8.4	7.2	8.3	5.2	77.3
2009	4.5	4.9	4.9	5.8	6.4	5.8	5.5	7.1	6.6	7.2	5.8	4.4	68.6
2010	5.1	4.7	4.3	5.3	5.2	5.2	6.2	6.5	6.8	6.0	7.4	4.4	67.2
2011	4.9	3.4	3.8	5.6	5.3	4.8	5.2	6.4	6.0	6.3	6.9	4.7	63.2
2012	5.1	4.4	5.3	5.6	6.8	6.5	7.4	8.2	6.6	6.8	5.6	3.2	71.7
Nº Registro	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	
Promedio	5.3	5.1	5.1	6.0	6.4	5.9	6.1	7.0	7.0	6.8	7.1	5.2	
Máximo	6.45	6.74	6.40	7.13	7.27	6.65	7.43	8.24	8.45	7.97	8.25	7.28	
Mínimo	3.80	3.40	3.85	4.75	5.24	4.78	5.18	6.13	6.00	5.93	5.65	3.22	

ESTACIÓN SICUANI		SICUANI											
		Variable Horas de sol Acumulada 1 Mes											
Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL
2001	4.0	4.2	4.4	6.1	7.8	8.1	8.2	7.9	6.9	6.1	5.7	4.3	73.6
2002	5.3	5.2	5.1	6.0	6.4	5.9	6.1	7.0	7.0	6.8	7.1	5.2	73.1
2003	5.8	4.8	5.2	6.4	6.2	6.1	6.0	6.8	6.9	7.2	7.5	6.1	75.0

2004	6.1	5.2	5.2	6.3	6.6	5.9	5.8	6.5	6.7	7.2	7.6	5.9	75.2
2005	5.7	6.0	5.5	6.9	6.9	6.2	6.3	7.0	7.1	7.3	7.7	5.7	78.3
2006	5.8	6.4	5.7	6.5	7.2	6.1	6.4	7.1	7.3	6.9	7.1	5.8	78.1
2007	5.3	5.9	5.4	5.9	6.9	6.3	6.4	7.5	7.2	6.5	6.7	5.3	75.3
2008	4.8	5.7	5.1	5.8	6.5	6.2	6.3	7.1	7.6	6.6	7.1	5.2	74.1
2009	4.9	5.3	5.0	5.8	6.2	6.2	5.8	7.2	7.2	6.8	7.0	4.9	72.1
2010	4.6	5.3	4.9	6.0	5.9	5.8	6.0	6.8	7.3	6.8	7.1	4.7	71.2
2011	4.9	4.3	4.4	5.5	5.6	5.3	5.6	6.7	6.5	6.5	6.7	4.5	66.4
2012	5.8	4.1	4.5	5.5	5.8	5.5	6.3	7.0	6.5	6.3	6.7	4.1	68.1
Nº Registro	12												
Promedio	5.3	5.2	5.0	6.1	6.5	6.1	6.3	7.1	7.0	6.8	7.0	5.1	
Máximo	6.08	6.36	5.65	6.91	7.77	8.05	8.17	7.90	7.58	7.31	7.72	6.09	
Mínimo	4.03	4.10	4.35	5.49	5.63	5.26	5.60	6.52	6.47	6.08	5.71	4.11	

ESTACIÓN	CCATCCA	
Variable	Horas de sol Acumulada 1 Mes	

Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic	TOTAL
2001	2.6	3.7	4.3	6.7	6.5	7.8	7.6	8.3	7.2	5.9	6.0	5.1	71.6
2002	5.7	2.7	4.2	5.4	7.5	6.9	6.2	7.2	5.9	5.5	5.6	3.9	66.6
2003	3.6	4.2	3.5	6.6	7.5	7.9	8.8	7.8	7.1	6.7	6.8	3.8	74.3
2004	4.4	5.6	5.1	6.8	8.2	6.7	6.9	6.8	6.8	6.4	5.4	4.6	73.7
2005	5.0	4.6	5.6	7.2	8.5	8.8	9.1	8.7	7.0	4.8	6.0	4.9	80.1
2006	3.5	5.4	5.3	6.1	9.2	7.4	8.6	7.6	7.7	5.9	5.0	3.9	75.7
2007	4.9	4.2	3.4	5.2	7.0	8.7	7.6	8.7	6.1	5.7	5.5	3.3	70.2
2008	3.2	3.9	4.6	6.5	8.0	8.4	8.6	8.3	7.5	5.7	4.7	3.4	72.9
2009	2.8	3.5	4.6	6.1	7.4	8.3	7.4	8.4	6.3	6.4	3.8	3.4	68.3
2010	2.8	3.6	4.3	6.4	6.8	7.7	9.1	8.4	7.3	5.1	4.8	3.3	69.6
2011	2.9	2.1	3.2	6.0	7.2	7.8	7.6	7.3	6.0	6.0	6.3	2.9	65.3
2012	3.7	2.6	4.1	4.8	8.0	7.7	8.4	8.4	7.0	6.3	5.2	4.0	70.1
Nº Registro	12												
Promedio	3.8	3.8	4.3	6.1	7.6	7.8	8.0	8.0	6.8	5.9	5.4	3.9	
Maximo	5.75	5.64	5.58	7.15	9.25	8.83	9.10	8.72	7.72	6.74	6.79	5.10	
Minimo	2.63	2.09	3.21	4.83	6.51	6.71	6.24	6.75	5.88	4.85	3.77	2.86	

Apéndice G: Caudales Medios Mensuales Generados en WEAP, en microcuenca Sibinacocha, Pomacanchis y Langui Layo

A.- Microcuenca: Sibinacocha

CAUDALES MEDIOS MENSUALES GENERADOS (m ³ /s) - SIBINACOCHA												
AÑOS	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC
1998	15.37	10.96	9.15	5.45	2.70	2.36	1.81	1.54	1.49	2.39	2.60	3.98
1999	4.81	8.79	6.25	2.51	0.44	0.28	0.47	0.18	2.71	1.54	1.35	3.99
2000	7.18	11.86	7.62	1.38	0.36	0.80	0.84	0.86	0.77	4.10	1.66	4.27
2001	10.37	7.09	7.83	2.28	2.51	0.46	0.73	1.28	1.01	1.43	1.96	3.31
2002	3.59	7.28	6.48	2.01	0.91	0.30	1.18	0.77	1.58	1.84	2.73	3.96
2003	4.99	7.45	7.52	2.63	0.68	0.37	0.23	1.16	1.64	1.22	1.25	4.28
2004	4.38	7.47	3.88	2.15	0.41	0.58	1.34	0.69	1.46	1.12	1.83	4.56
2005	4.29	4.39	5.01	1.28	0.28	0.12	0.38	0.34	1.24	2.91	1.97	5.26
2006	8.79	6.33	6.78	1.71	0.22	0.29	0.12	0.37	0.73	1.88	3.59	3.23
2007	4.71	5.47	7.88	2.02	0.63	0.13	0.45	0.32	0.57	1.79	1.98	6.27
2008	7.88	6.93	3.68	1.80	0.62	0.39	0.13	0.20	0.46	1.54	1.35	3.41
2009	6.23	7.24	4.88	2.87	0.52	0.13	0.66	0.21	0.36	1.22	3.24	3.19
2010	6.78	6.47	3.54	1.74	0.80	0.15	0.15	0.44	1.04	1.49	1.21	4.59
2011	11.53	11.30	5.75	2.37	0.52	0.29	0.49	0.40	1.26	1.23	2.67	3.58
2012	7.45	14.18	7.45	3.56	0.65	0.49	0.50	0.32	1.22	1.73	1.08	10.48
2013	7.05	8.71	5.00	0.78	0.52	0.81	0.78	1.76	0.87	1.30	1.27	5.20
2014	10.42	5.55	5.95	2.05	1.93	0.17	0.48	0.24	1.85	2.31	1.06	3.67
2015	6.34	8.39	7.20	1.90	0.81	0.24	0.50	1.19	0.57	1.61	2.04	4.97
2016	3.64	9.18	3.22	1.92	0.27	0.34	0.44	0.56	0.41	1.60	1.60	2.59
2017	9.09	8.32	6.68	2.67	1.04	0.22	0.28	0.34	1.20	1.99	1.92	4.51
Min	3.59	4.39	3.22	0.78	0.22	0.12	0.12	0.18	0.36	1.12	1.06	2.59
Max	15.37	14.18	9.15	5.45	2.70	2.36	1.81	1.76	2.71	4.10	3.59	10.48
Promedio	7.25	8.17	6.09	2.25	0.84	0.45	0.60	0.66	1.12	1.81	1.92	4.47

B. Microcuenca: Langui Layo

CAUDALES MEDIOS MENSUALES GENERADOS (m ³ /s) - LANGUI LAYO												
AÑOS	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC
1998	49.94	37.41	30.40	18.76	9.70	8.01	6.18	5.22	4.89	6.96	7.76	11.88
1999	14.61	27.95	20.87	9.01	1.98	0.99	1.27	0.57	7.12	4.58	3.87	11.47
2000	22.38	38.93	26.24	5.88	1.46	2.18	2.33	2.38	2.09	11.35	5.24	12.43
2001	32.63	24.32	25.67	8.62	7.75	1.85	1.99	3.44	2.77	3.85	5.36	9.35
2002	10.87	22.66	21.11	7.36	2.99	1.00	3.06	2.12	4.17	5.12	7.78	11.63
2003	15.31	23.56	24.58	9.41	2.50	1.11	0.59	2.83	4.38	3.37	3.37	12.15
2004	13.43	23.53	13.09	7.08	1.55	1.53	3.52	1.93	3.84	3.02	4.89	13.05
2005	13.32	13.97	15.66	4.77	1.05	0.35	0.82	0.76	3.08	7.87	5.68	15.46
2006	27.57	21.43	21.99	6.55	1.04	0.72	0.26	0.78	1.66	4.89	10.05	9.68
2007	14.27	17.41	25.26	7.62	2.19	0.46	1.01	0.72	1.30	4.51	5.44	18.20

2008	25.05	23.04	12.33	5.97	1.99	1.04	0.31	0.37	0.96	3.80	3.57	9.45
2009	18.80	23.38	16.18	9.56	2.04	0.43	1.54	0.51	0.78	2.99	8.93	9.35
2010	20.51	21.17	11.77	5.73	2.47	0.51	0.31	0.93	2.48	3.81	3.23	13.03
2011	36.27	38.03	19.71	8.34	1.96	0.80	1.15	0.92	3.07	3.16	7.25	10.40
2012	22.61	46.42	25.63	12.42	2.59	1.38	1.21	0.71	2.93	4.54	2.90	31.10
2013	23.38	28.47	16.81	3.31	1.52	2.05	1.97	4.62	2.40	3.34	3.33	14.83
2014	32.67	19.05	19.10	7.28	5.82	0.80	1.11	0.51	4.60	6.42	3.02	10.22
2015	19.25	27.05	23.71	7.11	2.64	0.72	1.15	2.95	1.48	4.04	5.50	14.29
2016	11.59	28.63	11.52	6.29	1.09	0.80	0.99	1.29	0.93	4.00	4.31	7.30
2017	27.47	27.70	22.13	9.37	3.46	0.76	0.64	0.72	2.87	5.27	5.33	13.01
Min	10.87	13.97	11.52	3.31	1.04	0.35	0.26	0.37	0.78	2.99	2.90	7.30
Max	49.94	46.42	30.40	18.76	9.70	8.01	6.18	5.22	7.12	11.35	10.05	31.10
Promedio	22.60	26.71	20.19	8.02	2.89	1.37	1.57	1.71	2.89	4.85	5.34	12.91

C. Microcuenca: Pomacanchis

CAUDALES MEDIOS MENSUALES GENERADOS (m ³ /s) - POMACANCHI												
AÑOS	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC
1998	27.85	21.19	17.24	11.19	6.48	5.40	4.20	3.51	3.19	3.98	4.34	6.33
1999	7.22	14.00	10.28	4.30	1.07	0.71	0.83	0.53	3.64	2.40	2.06	5.84
2000	11.40	20.02	13.25	3.03	1.18	1.56	1.61	1.62	1.49	6.05	2.96	6.58
2001	17.07	12.47	13.39	4.67	4.46	1.66	1.72	2.39	2.08	2.55	3.30	5.25
2002	5.97	12.00	11.11	4.16	2.19	1.33	2.22	1.77	2.75	3.16	4.48	6.39
2003	8.22	12.48	12.97	5.22	2.01	1.45	1.17	2.15	2.91	2.36	2.36	6.69
2004	7.29	12.47	7.02	4.16	1.55	1.58	2.47	1.69	2.60	2.16	3.07	7.13
2005	7.19	7.53	8.40	2.94	1.28	1.01	1.14	1.09	2.15	4.49	3.39	8.29
2006	14.55	11.20	11.64	3.82	1.36	1.27	1.02	1.18	1.58	3.07	5.67	5.40
2007	7.71	9.30	13.35	4.29	1.86	1.14	1.32	1.16	1.41	2.88	3.34	9.79
2008	13.23	12.12	6.70	3.68	1.81	1.42	1.04	1.02	1.26	2.54	2.44	5.31
2009	10.04	12.31	8.58	5.34	1.76	1.11	1.54	1.05	1.16	2.12	5.06	5.23
2010	10.93	11.16	6.36	3.49	1.97	1.11	0.97	1.20	1.91	2.52	2.23	7.08
2011	19.18	19.93	10.38	4.81	1.84	1.38	1.47	1.33	2.32	2.32	4.32	5.85
2012	12.11	24.69	13.52	6.90	2.21	1.76	1.62	1.35	2.35	3.08	2.28	16.71
2013	12.42	15.22	9.15	2.56	1.81	2.07	1.96	3.19	2.11	2.50	2.49	8.20
2014	17.48	10.16	10.35	4.41	3.81	1.46	1.55	1.25	3.14	3.99	2.32	5.84
2015	10.43	14.41	12.63	4.24	2.24	1.41	1.53	2.33	1.64	2.79	3.51	7.89
2016	6.39	15.28	6.26	3.88	1.44	1.35	1.37	1.46	1.29	2.67	2.83	4.25
2017	14.64	14.54	11.70	5.29	2.54	1.35	1.25	1.24	2.23	3.35	3.37	7.18
Min	5.97	7.53	6.26	2.56	1.07	0.71	0.83	0.53	1.16	2.12	2.06	4.25
Max	27.85	24.69	17.24	11.19	6.48	5.40	4.20	3.51	3.64	6.05	5.67	16.71
Promedio	12.07	14.13	10.71	4.62	2.24	1.58	1.60	1.63	2.16	3.05	3.29	7.06

Apéndice H: Artículo SCOPUS. Stochastic Analysis of the Flow of the Vilcanota River in the Machupicchu Hydroelectric Power Plant using ARIMA MODELS 2023.



1 of 1

[Download](#) [Print](#) [Save to PDF](#) [Save to list](#) [Create bibliography](#)

Proceedings of the LACCEI International Multi-conference for Engineering, Education and Technology • 2024 • 22nd LACCEI International Multi-Conference for Engineering, Education and Technology, LACCEI 2024 • Hybrid, San Jose • 17 July 2024 through 19 July 2024 • Code 202044

Document type

Conference Paper

Source type

Conference Proceedings

ISSN

24146390

ISBN

978-628952078-1

DOI

10.18687/LACCEI2024.I.I.1126

[View more](#) ▾

Stochastic Analysis of the Flow of the Vilcanota River in the Machupicchu Hydroelectric Power Plant using ARIMA models 2023

[Análisis Estocástico del Caudal del Río Vilcanota en la central Hidroeléctrica de Machupicchu mediante modelos ARIMA 2023]

[Moscoso, Margarita Chevarria^a](#) ; [Rey, Josue Eliezer Alata^a](#)

[Segura, Jorge Bojórquez^b](#) ; [Serna-Landívar, José^c](#)

^a Universidad Nacional Agraria La Molina, Peru

^b Universidad Privada del Norte SAC, Peru

^c Universidad Tecnológica del Perú, Peru