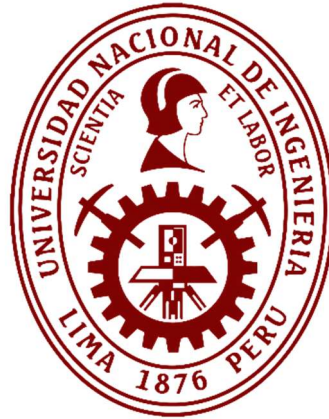


Universidad Nacional de Ingeniería

Facultad de Ingeniería Civil



TESIS

Análisis paramétrico de losas planas esviadas sometidas a cargas gravitacionales

Para obtener el título profesional de Ingeniero Civil.

Elaborado por

Carlos Augusto Ramirez Caballero

 [0000-0001-6476-7313](https://orcid.org/0000-0001-6476-7313)

Asesor

Dr. Hugo Victor Luis Scaletti Farina

 [0000-0001-6479-1508](https://orcid.org/0000-0001-6479-1508)

LIMA – PERÚ

2025

Citar/How to cite	Ramirez Caballero [1]
Referencia/Reference	[1] C. Ramirez Caballero, " <i>Análisis paramétrico de losas planas esviadas sometidas a cargas gravitacionales</i> " [Tesis de pregrado]. Lima (Perú): Universidad Nacional de Ingeniería, 2025.
Estilo/Style: IEEE (2020)	

Citar/How to cite	(Ramirez, 2025)
Referencia/Reference	Ramirez, C. (2025). <i>Análisis paramétrico de losas planas esviadas sometidas a cargas gravitacionales</i> . [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Ingeniería]. Repositorio institucional Cybertesis UNI.
Estilo/Style: APA (7ma ed.)	

Resumen

Las losas esviadas se diseñan debido a la necesidad de construirlas sobre apoyos que no son paralelos, es decir, apoyos esviados. Actualmente el análisis se realiza mediante el uso de software en oficinas de diseño y la información de su comportamiento es escasa y poco conocida.

Con el objetivo de evaluar el comportamiento de losas esviadas que están sometidas a cargas gravitacionales, en el presente trabajo se utilizó el análisis paramétrico para obtener las respuestas estructurales (deflexión, momentos flectores y momentos torsores) de una familia de losas esviadas de un solo tramo y losas esviadas continuas.

Para lo cual se definieron modelos de losas esviadas con diferentes parámetros geométricos y mecánicos. Luego mediante un análisis de sensibilidad se identificó los parámetros que tienen influencia en sus respuestas estructurales. Posteriormente se obtuvieron las respuestas de estos modelos mediante un análisis elástico lineal.

Y finalmente, con la información de las respuestas y los parámetros se propuso un método simplificado mediante la obtención de expresiones que permiten calcular de manera directa las respuestas estructurales.

Con lo cual se concluyó que los parámetros que tienen más influencia en el comportamiento de losas esviadas son el ángulo de esviaje, la razón de aspecto y el índice de rigidez relativa entre losa y viga, los cuales distribuyen las fuerzas internas de forma muy diferente a las losas rectangulares e inclusive formando concentración de fuerzas cerca de las esquinas obtusas

Palabras clave — Losas esviadas, ángulo de esviaje, análisis paramétrico, método simplificado.

Abstract

Skew slabs are designed due to the need to build them on non-parallel supports, i.e., offset supports. Currently, the analysis is performed using software in design offices, and information on their behavior is scarce and poorly understood.

To evaluate the behavior of skew slabs subjected to gravitational loads, this work used parametric analysis to obtain the structural responses (deflection, bending moments, and torsional moments) of a family of single-span skew slabs and continuous skew slabs.

To this end, skew slab models were defined with different geometric and mechanical parameters. Then, A sensitivity analysis was used to identify the parameters that influence their structural responses. Subsequently, the responses of these models were obtained by using linear elastic analysis.

Finally, with the information on the responses and parameters, a simplified method was proposed, obtaining expressions that allow direct calculation of the structural responses.

It was concluded that the parameters that most influence the behavior of skew slabs are the angle of deflection, the aspect ratio, and the relative stiffness index between slab and beam, which distribute internal forces very differently than rectangular slabs and even form force concentrations near obtuse corners.

Keywords — Skew slabs, skew angle, parametric analysis, simplified method.

Tabla de Contenido

	Pág.
Resumen	iii
Abstract	iv
Capítulo I. Introducción	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Descripción del problema	4
1.3 Objetivos	5
1.3.1 Objetivo general	5
1.3.2 Objetivos específicos	5
1.4 Organización	6
Capítulo II. Marcos teórico y conceptual	7
2.1 Losas esviadas	7
2.1.1 Principales características	7
2.1.2 Teoría de losas	8
2.1.3 Métodos de solución	16
2.2 Análisis paramétrico	18
2.2.1 Parámetros de losas esviadas	18
Capítulo III. Análisis de losas esviadas	20
3.1 Descripción del modelo	20
3.2 Definición de parámetros	22
3.2.1 Parámetros geométricos	22
3.2.2 Parámetros mecánicos	24
3.3 Generación de casos paramétricos	24
3.3.1 Casos paramétricos	24
3.4 Análisis elástico lineal	26

3.4.1 Análisis de sensibilidad	28
3.4.2 Análisis de los modelos paramétricos.....	42
Capítulo IV. Resultados y método simplificado.....	72
4.1 Resumen de resultados.....	72
4.1.1 Deflexión	72
4.1.2 Momento longitudinal	75
4.1.3 Momento transversal.....	79
4.1.4 Momento torsor	85
4.2 Método simplificado.....	88
4.2.1 Expresiones simplificadas	88
4.2.2 Validación del método	94
Conclusiones.....	85
Recomendaciones.....	88
Referencias bibliográficas	88
Anexos.....	94

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1: Parámetros para el modelado de losa esviada de un solo tramo.....	25
Tabla 2: Parámetros para el modelado de losa esviada continua.....	25
Tabla 3: Deflexiones adimensionales para diferentes valores de n , razón de aspecto y ángulo de esviaje.	31
Tabla 4: Momentos longitudinales adimensionales para diferentes valores de n , razón de aspecto y ángulo de esviaje.....	32
Tabla 5: Deflexión en el centro de una losa esviada con $a/b=1.41$ y $\theta=45^\circ$ para diferentes densidades de malla y la deflexión de Timoshenko y Woinowsky-Krieger (1959).	32
Tabla 6: Deflexión en el centro de una losa esviada con $a/b=1.00$ y $\theta=30^\circ$ para diferentes densidades de malla y la deflexión de Morley (1963)...	33
Tabla 7: Valores máximos para deflexión adimensional K_w	43
Tabla 8: Valores máximos para momento longitudinal adimensional K_{mx}	43
Tabla 9: Valores máximos para momento transversal adimensional K_{my}	44
Tabla 10: Valores máximos para momento torsor adimensional K_{mxy}	44
Tabla 11: Valores máximos para deflexión adimensional K_w	49
Tabla 12: Valores máximos para momento longitudinal positivo adimensional K_{mx+}	49
Tabla 13: Valores máximos para momento longitudinal negativo adimensional K_{mx-}	50
Tabla 14: Valores máximos para momento transversal positivo adimensional K_{my+}	50
Tabla 15: Valores máximos para momento transversal negativo adimensional K_{my-}	51
Tabla 16: Valores máximos para momento torsor adimensional K_{mxy}	51
Tabla 17: Valores máximos para deflexión adimensional K_w	56
Tabla 18: Valores máximos para momento longitudinal adimensional K_{mx}	56

Tabla 19: Valores máximos para momento transversal adimensional K_{my}	57
Tabla 20: Valores máximos para momento torsor adimensional K_{mxy}	57
Tabla 21: Valores máximos para momento longitudinal positivo adimensional K_{mx+}	62
Tabla 22: Valores máximos para momento longitudinal negativo adimensional K_{mx-}	64
Tabla 23: Valores máximos para momento transversal positivo adimensional K_{my+}	66
Tabla 24: Valores máximos para momento transversal negativo adimensional K_{my-}	68
Tabla 25: Factor de transformación para deflexión y momentos.....	89
Tabla 26: Comparativo entre respuestas del método simplificado y SAP2000 del ejemplo 01.	97
Tabla 27: Comparativo entre respuestas del método simplificado y SAP2000 del ejemplo 02.	99
Tabla 28: Comparativo entre respuestas del método simplificado y SAP2000 del ejemplo 03.	100

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1: Descripción de un puente losa esviada.	7
Figura 2: Fuerzas aplicadas en losas	8
Figura 3: Deformación del plano medio de una losa.....	9
Figura 4: Distribución de esfuerzos.	13
Figura 5: Convenio de signos para fuerzas.	13
Figura 6: Sistema de coordenadas oblicuas.	16
Figura 7: Modelo de losas esviadas analizadas.	20
Figura 8: Modelo de losa esviada de un solo tramo.....	21
Figura 9: Modelo de losa esviada continua.	21
Figura 10: Sección de losa y viga.....	23
Figura 11: Modelos de elementos 2D.....	26
Figura 12: Convención de ejes y dirección positiva para momentos flectores, momentos torsores y deflexión.	27
Figura 13: Mallado típico para análisis de losas esviadas.	29
Figura 14: Convergencia de malla para la deflexión adimensional en el centro de la losa esviada.....	30
Figura 15: Convergencia de malla para el momento longitudinal adimensional en el centro de la losa esviada.	30
Figura 16: Convergencia de malla para la deflexión de Timoshenko y Woinowsky-Krieger (1959) en el centro de la losa esviada con $a/b=1.41$ y $\theta=45^\circ$	33
Figura 17: Convergencia de malla para la deflexión de Morley (1963) en el centro de la losa esviada con $a/b=1.00$ y $\theta=30^\circ$	33
Figura 18: Deflexión adimensional (K_w) vs razón de aspecto (a/b).	34
Figura 19: Deflexión adimensional (K_w) vs ángulo de esviaje (θ).	35
Figura 20: Deflexión adimensional (K_w) vs espesor de losa (h).	35
Figura 21: Deflexión adimensional (K_w) vs coeficiente de Poisson (ν).	36

Figura 22: Momento longitudinal (K_{mx}), transversal (K_{my}) y torsor (K_{mxy}) adimensional vs razón de aspecto (a/b).	36
Figura 23: Momento longitudinal (K_{mx}), transversal (K_{my}) y torsor (K_{mxy}) adimensional vs ángulo de esviaje (θ).	37
Figura 24: Momento longitudinal (K_{mx}), transversal (K_{my}) y torsor (K_{mxy}) adimensional vs espesor de losa (h).	38
Figura 25: Momento longitudinal (K_{mx}), transversal (K_{my}) y torsor (K_{mxy}) adimensional vs coeficiente de Poisson (ν).	39
Figura 26: Momento longitudinal (K_{mx}) y transversal (K_{my}) adimensional vs ángulo de esviaje (θ).	40
Figura 27: Momento longitudinal (K_{mx}) y transversal (K_{my}) adimensional vs índice de rigidez relativa (I).	41
Figura 28: Modelo de losa esviada <i>SLSL</i> .	43
Figura 29: Respuesta deflexión losa esviada <i>SLSL</i> (w).	45
Figura 30: Respuesta momento longitudinal losa esviada <i>SLSL</i> (M_x).	46
Figura 31: Respuesta momento transversal esviada <i>SLSL</i> (M_y).	47
Figura 32: Respuesta momento torsor losa esviada <i>SLSL</i> (M_{xy}).	48
Figura 33: Modelo de losa esviada <i>EEEE</i> .	50
Figura 34: Respuesta deflexión losa esviada <i>EEEE</i> (w).	52
Figura 35: Respuesta momento longitudinal losa esviada <i>EEEE</i> (M_x).	53
Figura 36: Respuesta momento transversal losa esviada <i>EEEE</i> (M_y).	54
Figura 37: Respuesta momento torsor losa esviada <i>EEEE</i> (M_{xy}).	55
Figura 38: Modelo de losa esviada <i>SSSS</i> .	57
Figura 39: Respuesta deflexión losa esviada <i>SSSS</i> (w).	58
Figura 40: Respuesta momento longitudinal losa esviada <i>SSSS</i> (M_x).	59
Figura 41: Respuesta momento longitudinal losa esviada <i>SSSS</i> (M_y).	60

Figura 42: Respuesta momento torsor losa esviada <i>SSSS</i> (M_{xy}).	61
Figura 43: Respuesta momento longitudinal losa esviada continua (M_x).	70
Figura 44: Respuesta momento transversal losa esviada continua (M_y).	71
Figura 45: Influencia del parámetro razón de aspecto (a/b) sobre la deflexión adimensional (K_w).	73
Figura 46: Influencia del parámetro razón de aspecto (a/b) sobre la deflexión adimensional (K_w).	74
Figura 47: Influencia del parámetro razón de aspecto (a/b) sobre el momento longitudinal adimensional (K_{mx}).	75
Figura 48: Influencia del parámetro ángulo de esviaje (θ) sobre el momento longitudinal adimensional (K_{mx}).	77
Figura 49: Influencia del parámetro índice de rigidez relativa (I) sobre el momento longitudinal adimensional (K_{mx}).	79
Figura 50: Influencia del parámetro razón de aspecto (a/b) sobre el momento transversal adimensional (K_{my}).	80
Figura 51: Influencia del parámetro ángulo de esviaje (θ) sobre el momento transversal adimensional (K_{my}).	82
Figura 52: Influencia del parámetro índice de rigidez relativa (I) sobre el momento transversal adimensional (K_{my}).	84
Figura 53: Influencia del parámetro razón de aspecto (a/b) sobre el momento torsor adimensional (K_{mxy}).	85
Figura 54: Influencia del parámetro ángulo de esviaje (θ) sobre el momento torsor adimensional (K_{mxy}).	87
Figura 55: Planta y sección de losa esviada <i>SLSL</i> .	95
Figura 56: Planta y sección de losas esviadas <i>SSSS</i> y <i>EEEE</i> .	98
Figura 57: Planta y sección de losa esviada continua.	99

LISTA DE SIMBOLOS Y SIGLAS

a	Lado no esviado de losa
b	Lado esviado de losa
B	Ancho de la viga
D	Rigidez flexional de la losa
E	Módulo de elasticidad
h	Espesor de losa
H	Altura o peralte de la viga
I	Rigidez relativa entre losa y viga
K_w	Deflexión adimensional
K_{mx}	Momento longitudinal adimensional
K_{mx+}	Momento longitudinal positivo adimensional
K_{mx-}	Momento longitudinal negativo adimensional
K_{my}	Momento transversal adimensional
K_{my+}	Momento transversal positivo adimensional
K_{my-}	Momento transversal negativo adimensional
K_{mxy}	Momento torsor adimensional
M_x	Momento longitudinal máximo en dirección al eje x
M_y	Momento transversal máximo en dirección al eje y
M_{xy}	Momento torsor máximo
M_{xd}	Momento longitudinal de diseño
n	Número de elementos de una malla de elementos finitos
q	Carga uniformemente distribuida
$r, a/b$	Razón de aspecto

R	Factor de reducción de fuerzas para puentes esviados
w	Deflexión o flecha en la dirección z
θ	Ángulo de esviaje
ν	Coeficiente de Poisson
$\% \Delta$	Porcentaje o variación del error

Capítulo I. Introducción

1.1 Antecedentes

Se presentan algunas investigaciones previas respecto al análisis de losas esviadas para tener un panorama general de las contribuciones de otros autores. Entre los primeros estudios del comportamiento elástico de losas esviadas se puede mencionar el trabajo de Brigatti (1938), quien utilizó el método de Marcus para resolver las ecuaciones en derivadas parciales mediante el método de diferencias finitas y lo aplicó a losas con cuatro bordes simplemente apoyados o empotrados, sometidas a carga uniformemente distribuida.

Luego, Anzelius (1939) obtuvo una solución en forma de series con funciones hiperbólicas y trigonométricas para la ecuación diferencial parcial de cuarto orden de losas esviadas simplemente apoyadas en dos bordes y con los otros bordes libres. Jensen (1941) desarrolló expresiones para el cálculo de las deflexiones, los momentos flectores longitudinales, transversales y los momentos torsores máximos y mínimos en diversos puntos de losas esviadas, haciendo variar las condiciones de borde y el ángulo de esviaje, considerando cargas uniformemente repartidas, así como cargas vehiculares; incluyendo también en su trabajo la determinación de las superficies de influencia de momentos flectores.

Favre (1942) empleó en su estudio coordenadas oblicuas para reescribir las ecuaciones diferenciales parciales y aplicando el principio de trabajo virtual dedujo expresiones aproximadas para el cálculo de la deflexión y esfuerzos de una losa empotrada en los cuatro bordes sometida a carga distribuida. Obtuvo una función adimensional para la deflexión, que únicamente depende de la razón de aspecto y el ángulo de esviaje. Lardy (1949) planteó una solución en series trigonométricas para una losa esviada con carga uniformemente repartida y los cuatro bordes empotrados. Posteriormente, Morley (1963) publicó un estudio más detallado sobre flexión de losas esviadas en sistema de coordenadas oblicuas, presentando expresiones para la deflexión en función de series

trigonométricas, así como su cálculo usando energía de deformación para ciertas condiciones de carga y contorno.

Los estudios por esa época se limitaban a determinar respuestas de losas esviadas para algunos casos con condiciones específicas, debido a la dificultad de encontrar una solución analítica general o al tedioso trabajo de resolver múltiples casos con algún método numérico. A partir de los años sesenta, con el uso de herramientas computacionales más potentes y la relativa facilidad de programación de métodos tales como el de diferencias o elementos finitos, se pudo realizar múltiples estudios sobre losas esviadas.

Deepak y Sabeena (2015) estudiaron el comportamiento de losas de concreto armado con apoyos simples y diferentes ángulos de esviaje, usando una herramienta computacional. Señalaron que su comportamiento depende de la razón entre la diagonal corta y la luz de la losa. Concluyeron que al aumentar el ángulo de esviaje aumenta también la capacidad de carga de la losa, así como el levantamiento de la esquina aguda, y disminuye la deflexión. Naresh y Mhutu (2017), modelaron 18 losas esviadas de concreto armado simplemente apoyadas, realizando análisis no lineales y comparándolos con resultados experimentales. Dentro de su método teórico se tiene una expresión para la deflexión de losas esviadas que depende de la razón de aspecto y el ángulo de esviaje. Srinivasa et al. (2018), compararon algunos modelos de elementos finitos con estudios previos realizados para flexión de losas esviadas, usando como parámetros de investigación el ángulo de esviaje, la razón de aspecto y la razón longitud-espesor, para entregar como resultados los coeficientes de deflexión adimensional tanto para carga uniforme como para carga puntual en el centro de la losa y con cuatro bordes simplemente apoyados. En el caso de Sharma et al. (2019), indicaron que se han encontrado los parámetros que controlan la respuesta de losas esviadas tales como la razón de aspecto, el ángulo de esviaje, las condiciones de apoyo, etc. También se mencionó que para ángulos de esviaje pequeños el comportamiento se asemeja al de una losa rectangular, siendo las principales diferencias la inducción de momentos torsores significativos, reducción de momentos longitudinales y aumento de momentos transversales. En su

investigación se presentó una formulación teórica para predecir la capacidad máxima de flexión de losas esviadas de concreto armado sometidas a cargas transversales, que se validó experimental y numéricamente. Un estudio reciente lo realizaron Shukla et al. (2021), donde se usó como parámetros la razón de aspecto, el ángulo de esviaje y el espesor y se obtuvo la variación de las deflexiones, momentos flectores y torsores y la fuerza cortante en los apoyos para una losa con todos sus bordes empotrados.

Se puede indicar adicionalmente tres estudios paramétricos para el caso de losas esviadas usadas en puentes. Menassa et al. (2007), estudiaron el efecto del esviaje en puentes tipo losa de concreto armado simplemente apoyados de un solo vano y usaron como parámetros la longitud, el ancho y el ángulo de esviaje. Se modeló un total de 96 puentes y mediante un análisis de elementos finitos se obtuvo como resultados, para el caso de momentos flectores longitudinales con ángulo de esviaje menores a 20° , respuestas similares a las de las losas rectangulares y a medida que el esviaje aumenta, dicho momento flector disminuye. También se verificó el aumento del momento flector transversal y la disminución de la deflexión frente a una losa rectangular al incrementar el ángulo de esviaje. Se recomendó además un análisis tridimensional de elementos finitos cuando el ángulo de esviaje sea superior a 20° .

Théoret et al. (2012), realizaron un estudio paramétrico de 390 puentes esviados de concreto armado, simplemente apoyados, con cargas móviles y uniformes, con luces que varían de 3 a 20m y con esviajes de 0° hasta 60° . Analizaron las losas usando el método de grilla equivalente con un mallado ortogonal y no ortogonal y obtuvieron resultados más satisfactorios con el mallado no ortogonal comparado con el método de elementos finitos. Con los resultados obtenidos propusieron expresiones simplificadas para el momento y cortante de diseño para este tipo de puentes. Se propuso además un enfoque simplificado para calcular las reacciones en las esquinas de la losa. Como conclusión se obtuvo el aumento de las fuerzas cortantes, aumento de momentos flectores transversales y reducción de momentos flectores longitudinales a medida que se aumenta el ángulo de esviaje.

Moya y Lantsoght (2021) realizaron un análisis paramétrico de un grupo de 80 puentes de losa esviada para distintas longitudes, anchos y ángulos de esviaje, comparando sus resultados con los procedimientos del AASHTO LRFD. Se concluyó que los resultados son comparables solo hasta un ángulo de esviaje de 15°. Para ángulos mayores, la norma AASHTO LRFD mostró resultados conservadores para momentos flectores longitudinales mientras que para momentos transversales y fuerzas cortantes presentó resultados poco conservadores frente a un análisis por elementos finitos. Finalmente, recomendaron el uso de análisis por elementos finitos, ya que generalmente llevan a una reducción del peso de acero para el diseño en comparación con el enfoque de AASHTO LRFD.

1.2 Descripción del problema

Las losas son elementos estructurales utilizados comúnmente como pisos de edificios o tableros de puentes. Debido a las condiciones propias del terreno o por razones arquitectónicas, estas pueden tener una forma no rectangular. Las losas esviadas se utilizan con mayor frecuencia en puentes. La geometría esviada hace que su comportamiento sea diferente respecto al de una losa rectangular (Sharma et al, 2021).

El comportamiento estructural de una losa esviada depende de varios parámetros tales como el ángulo de esviaje, la relación de aspecto, las condiciones de contorno y las condiciones de carga; siendo el ángulo de esviaje el parámetro que lo diferencia principalmente de las losas rectangulares, ya que para ángulos de esviaje pequeños (menores a 20°) el comportamiento es similar al de una losa rectangular (Sharma et al, 2019).

En la actualidad el análisis de losas esviadas se realiza con ayuda de herramientas computacionales que aplican en la mayoría de los casos el método de elementos finitos para su posterior diseño o evaluación. Si bien algunos autores como Menassa et al (2007) y Nouri & Ahmadi (2012), recomiendan un análisis tridimensional, este implica un proceso poco práctico en la etapa de pre-dimensionamiento. Además, en las normas nacionales

actuales para el caso de edificaciones no existen métodos simplificados para poder calcular las respuestas máximas en este tipo de estructuras.

Debido a la motivación que existe por realizar cálculos de una manera práctica y a la poca información en este aspecto sobre losas esviadas, esta investigación busca evaluar el comportamiento de este tipo de losas mediante el uso del análisis paramétrico y un software de elementos finitos para obtener las respuestas elásticas máximas (deflexión, momento flector y momento torsor) y deducir expresiones que faciliten el cálculo de tales respuestas de una forma más sencilla y directa.

De esta manera, esta tesis contribuye a ampliar la información respecto al comportamiento estructural de losas esviadas con un análisis elástico lineal, considerando cargas gravitacionales; así como facilitar el análisis o evaluación, por medio de expresiones simples de estructuras tipo losa esviada con parámetros más generales.

1.3 Objetivos

1.3.1 *Objetivo general*

Evaluar el comportamiento de losas esviadas mediante la obtención de respuestas máximas (deflexión, momento flector y momento torsor) en el análisis lineal elástico de una familia paramétrica sometidas a diferentes condiciones de carga.

1.3.2 *Objetivos específicos*

- Identificar los parámetros más incidentes en las respuestas máximas (deflexión, momento flector y momento torsor) de losas esviadas.
- Analizar cuantitativamente la influencia en las respuestas elásticas (deflexión, momento flector y momento torsor) de los parámetros establecidos.
- Desarrollar expresiones simplificadas para la obtención de respuestas elásticas máximas (deflexión, momento flector y momento torsor) de losas esviadas. ste subcapítulo se le identifica como encabezado de tercer nivel.

1.4 Organización

En el capítulo II se presenta una revisión de la teoría de losas y los métodos de solución disponibles para realizar el análisis de losas esviadas bajo cargas gravitacionales. En el capítulo III se describen los parámetros más importantes que influyen en las respuestas máximas (deflexión, momentos flectores y momentos torsores) de losas esviadas; además se generan los casos paramétricos y se realiza el análisis estructural con apoyo del software SAP2000. En el capítulo IV se analizan los resultados obtenidos realizando gráficos de acuerdo a los parámetros seleccionados, que ayuden a describir su comportamiento frente a las cargas impuestas. Finalmente se presenta un método simplificado para calcular las respuestas máximas de losas esviadas mediante el uso de expresiones en función de los parámetros

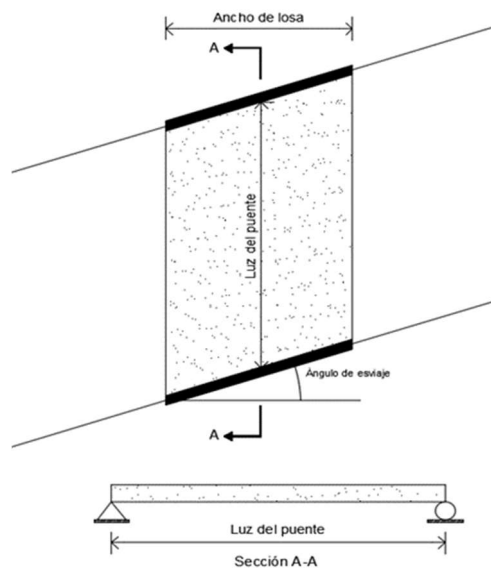
Capítulo II. Marcos teórico y conceptual

2.1 Losas esviadas

Las losas esviadas son elementos planos cuya principal diferencia con las losas rectangulares es su geometría, ya que estas tienen forma de paralelogramo (ver figura 1). También son llamadas losas esviajadas u oblicuas. Como elemento estructural se utilizan comúnmente en losas de entrepiso y en losas de puentes. El comportamiento estructural es diferente al de las losas rectangulares debido al ángulo de esviaje.

Figura 1

Descripción de un puente losa esviada.



Nota: Adaptado de Menassa et al. (2007).

2.1.1 Principales características

Por el tipo de cargas que soportan este tipo de losas, usualmente cargas uniformes y cargas vehiculares, el comportamiento a flexión es el que predomina. Las cargas son distribuidas directamente de la losa a los apoyos o a las vigas en caso de tenerlas. En las losas rectangulares las cargas son distribuidas en forma perpendicular hacia los apoyos, mientras en el caso de una losa esviada la trayectoria de las fuerzas inducidas es más

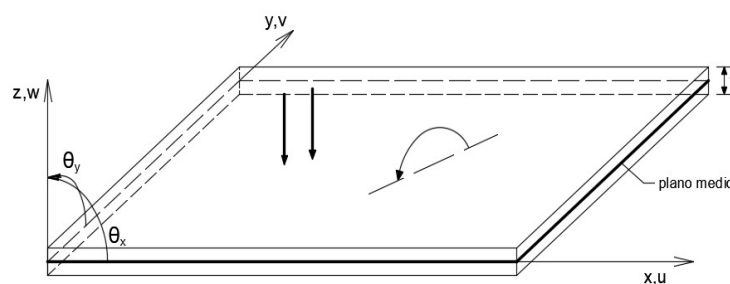
compleja, pues las cargas son distribuidas primero hacia el apoyo más cercano, es decir hacia el ángulo obtuso (Kumar, 2013). Según Sharma (2011) y Kar et al (2012), esta distribución particular de las fuerzas internas en las losas esviadas se puede resumir con las siguientes características: altos momentos de torsión en el centro de la losa, disminución del momento longitudinal, aumento del momento transversal, concentración de esfuerzos y momentos negativos en la esquina obtusa y posibilidad de levantamiento de la esquina aguda. Por lo tanto, esto dificulta el análisis y diseño.

2.1.2 Teoría de losas

La teoría de losas clásica o de losas delgadas (teoría de Kirchhoff) se basa en las hipótesis fundamentales de Kirchhoff planteadas en 1850. Posteriormente, en 1945 y 1951 se introdujo por parte de Reissner y Mindlin respectivamente una relajación de las hipótesis de Kirchhoff ampliando el uso para losas gruesas (teoría de Reissner-Mindlin), cuya diferencia principal es que el giro de un plano normal al plano medio de la losa se mantiene normal a la deformada en el caso de la teoría de Kirchhoff mientras que dicha ortogonalidad no es exigida en la teoría de Reissner-Mindlin. La losa es un sólido paralelepípedo con superficie plana en la que una de sus dimensiones (espesor) es más pequeña que las otras dos. Se define además un estado de placa donde las fuerzas que actúan en la losa son normales al plano medio y momentos cuyos ejes están contenidos en dicho plano (ver figura 2).

Figura 2

Fuerzas aplicadas en losas



Además, se considera para la teoría clásica de flexión para losas delgadas, pequeñas deflexiones, espesor uniforme y material elástico, lineal y homogéneo.

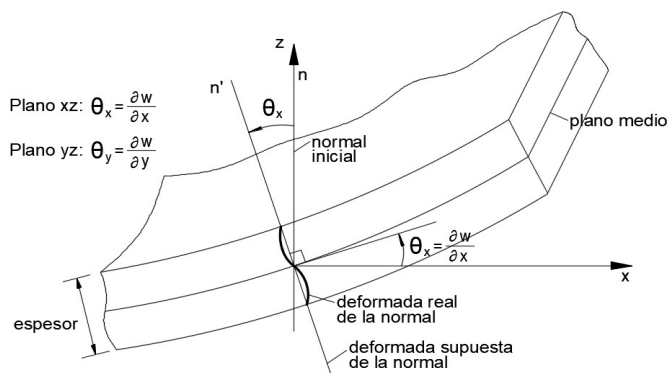
Las hipótesis sobre las que se basa la teoría de losas de Kirchhoff son las siguientes:

1. La deflexión del plano medio es pequeña en comparación con el espesor de la losa. De igual modo, es asimismo muy pequeña la pendiente de la superficie elástica.
2. No hay deformación en la superficie elástica de la losa. Esta superficie permanece neutra durante la flexión debido a que solo se aplican cargas perpendiculares al plano medio.
3. Los esfuerzos normales en la dirección perpendicular al plano de la losa son despreciables. De este modo, se puede considerar en cada plano horizontal la existencia de un estado plano de esfuerzos.
4. Los puntos situados inicialmente en una línea normal al plano medio de la losa, permanecen después de la flexión sobre una recta perpendicular a la superficie elástica de la losa deformada; además, las distancias entre dichos puntos se mantienen invariables.

La primera y segunda hipótesis hacen referencia al comportamiento lineal de la losa, además se consideran despreciables los desplazamientos ($u = 0, v = 0$) y esfuerzos ($\sigma_x = 0, \sigma_y = 0$) en el plano medio. La tercera hipótesis supone despreciable el esfuerzo normal ($\sigma_z = 0$) en comparación con los esfuerzos de flexión. La cuarta hipótesis equivale a despreciar los esfuerzos de corte verticales ($\gamma_{xz} = 0, \gamma_{yz} = 0$) solo se consideran deformaciones por flexión.

Figura 3

Deformación del plano medio de una losa.



- **Campo de desplazamientos**

De las hipótesis planteadas anteriormente se obtienen:

$$u(x, y, z) = -z\theta_x(x, y)$$

$$v(x, y, z) = -z\theta_y(x, y)$$

$$w(x, y, z) = w(x, y)$$

Donde w es el desplazamiento vertical de los puntos del plano medio y θ_x y θ_y son los ángulos que definen el giro de la normal, contenidos en los planos xz e yx , respectivamente. El vector:

$$u = [w, \theta_x, \theta_y]^T$$

Se denomina vector de movimientos (contiene los desplazamientos y giros) de un punto del plano medio de la losa.

De la hipótesis cuatro y la figura 3 se deduce que:

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial x} \text{ y } \theta_y = \frac{\partial w}{\partial y}$$

Es decir, los giros de la normal en un punto coinciden con la pendiente del plano medio en ese punto. Por consiguiente, el campo de desplazamientos de la placa se puede expresar como:

$$u(x, y, z) = -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial x}$$

$$v(x, y, z) = -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial y}$$

$$w(x, y, z) = w(x, y)$$

Y el vector de movimientos se escribe como:

$$u = \left[w, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y} \right]^T$$

- **Ecuaciones de compatibilidad (Deformación – Desplazamiento)**

De las expresiones de la elasticidad tridimensional y del campo de desplazamiento, se deduce:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0$$

Además, se deduce que la cuarta hipótesis de Kirchhoff conduce a que las deformaciones transversales γ_{xz} y γ_{yz} son nulas. Por consiguiente, los esfuerzos tangenciales transversales no contribuyen a la deformación de la losa. Esto no quiere decir que el valor de dichos esfuerzos sea insignificante. Dicho valor, de hecho, puede calcularse posteriormente utilizando las ecuaciones de equilibrio entre momentos flectores y fuerzas cortantes. Finalmente, es interesante destacar que la hipótesis tres conduce a que el trabajo de deformación $\sigma_z \varepsilon_z$ es nulo, por lo que puede prescindirse de la deformación en el análisis, pudiendo obtenerse su valor luego en función de ε_x y ε_y .

Se tiene por tanto el siguiente vector de deformaciones:

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}$$

- **Ecuaciones constitutivas (Esfuerzo - Deformación)**

De la teoría de elasticidad para un material isotrópico y de las hipótesis de Kirchhoff, se tiene las siguientes relaciones:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \quad \gamma_{xz} = 0$$

$$\varepsilon_z \approx 0 \quad \gamma_{yz} = 0$$

Donde $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

Despejando los esfuerzos en función de las deformaciones se tiene:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\nu\varepsilon_x + \varepsilon_y)$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy}$$

Se obtiene el correspondiente vector de esfuerzos

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix}$$

Además, se considera las siguientes fuerzas por unidad de longitud:

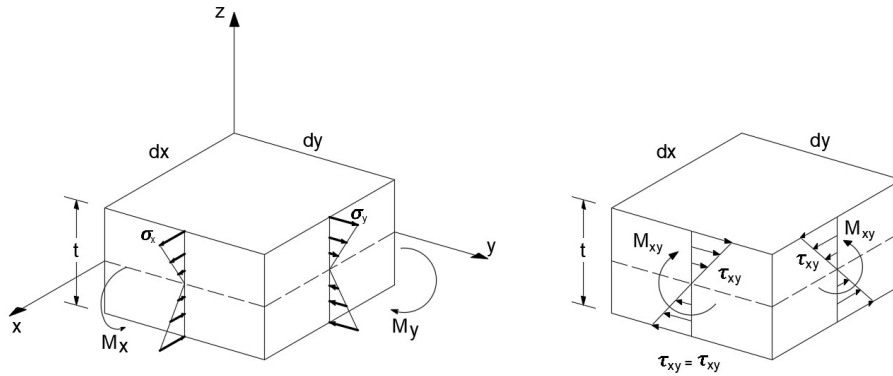
$$M_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x z dz \quad Q_x = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xz} dz$$

$$M_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y z dz \quad Q_y = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{yz} dz$$

$$M_{xy} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} z dz$$

Figura 4

Distribución de esfuerzos.

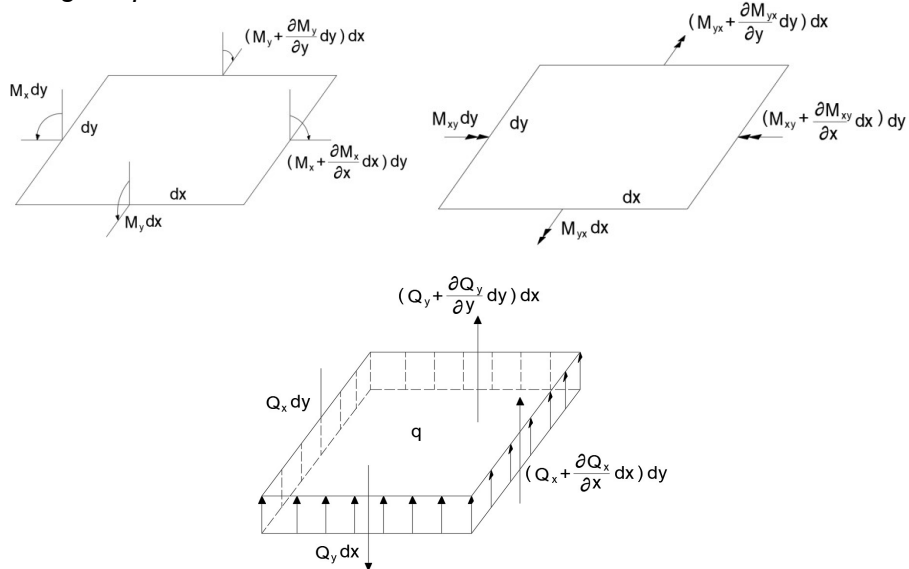


- **Ecuaciones de equilibrio**

En la teoría de Kirchhoff es particularmente interesante encontrar las ecuaciones de equilibrio en función de las fuerzas.

Figura 5

Convenio de signos para fuerzas.



Por equilibrio de fuerzas verticales se tiene (ver figura 5):

$$\sum F_z = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} dx \right) dy + \left(\frac{\partial Q_y}{\partial y} dy \right) dx + q dx dy = 0$$

Y dividiendo por $dx dy$:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0$$

Por equilibrio de momentos se tiene (ver figura 5):

$$\begin{aligned} \sum M_x = 0 &\rightarrow \left(\frac{\partial M_y}{\partial y} dy \right) dx + \left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx \right) dy \\ &- \left(Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy \right) dx dy - \left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} dx \right) dy \frac{dy}{2} + q dx dy \frac{dy}{2} = 0 \\ \sum M_y = 0 &\rightarrow \left(\frac{\partial M_x}{\partial x} dx \right) dy + \left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial y} dy \right) dx \\ &- \left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx \right) dx dy - \left(\frac{\partial Q_y}{\partial y} dy \right) dx \frac{dx}{2} + q dx dy \frac{dx}{2} = 0 \end{aligned}$$

Y despreciando términos de segundo orden:

$$\begin{aligned} Q_x &= \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \\ Q_y &= \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \end{aligned}$$

Reemplazando en la expresión obtenida del equilibrio de fuerzas verticales, se tiene:

$$\frac{\partial^2 M_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_x}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = -q$$

- **Ecuación diferencial de losa en flexión**

Reemplazando las ecuaciones de compatibilidad en las ecuaciones constitutivas se tiene los siguientes esfuerzos en función de los desplazamientos:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y &= -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \tau_{xy} &= -\frac{Ez}{1+\nu} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \end{aligned}$$

Sustituyendo ahora en las expresiones definidas de fuerzas por unidad de longitud:

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_y = -D \left(\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_{xy} = -D(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$Q_x = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right)$$

$$Q_y = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right)$$

Donde $D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)}$, y se le conoce como rigidez flexionante de losa.

Finalmente reemplazando en la ecuación de equilibrio se obtiene la ecuación diferencial de la losa:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} = \nabla^2 \nabla^2 w$$

Donde $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ es el operador de Laplace.

Para el caso de losas esviadas, se puede realizar un cambio de variable usando el sistema de coordenadas oblicuas de la siguiente manera:

De la figura 2.6 se deduce que:

$$m = x - y \tan \theta$$

$$n = \frac{1}{\cos \theta} y$$

Se calcula las derivadas primeras y segundas para w y se obtiene:

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial n} \frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial m}$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial n} \frac{\partial n}{\partial y} = -\tan\theta \frac{\partial w}{\partial m} + \frac{1}{\cos\theta} \frac{\partial w}{\partial n}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 w}{\partial m^2}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{1}{\cos^2\theta} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial m^2} - 2\sin\theta \frac{\partial^2 w}{\partial m \partial n} + \frac{\partial^2 w}{\partial n^2} \right)$$

Ahora se halla el Laplaciano de w:

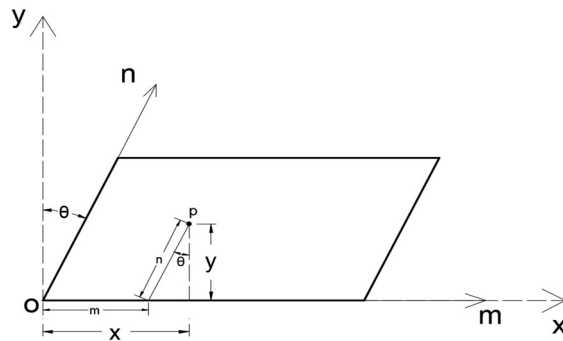
$$\nabla^2 w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{1}{\cos^2\theta} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial m^2} - 2\sin\theta \frac{\partial^2 w}{\partial m \partial n} + \frac{\partial^2 w}{\partial n^2} \right)$$

Luego de aplicar nuevamente el operador Laplaciano a la expresión anterior y haciendo algunas operaciones, se obtiene la ecuación diferencial para losas esviadas, expresada de la siguiente manera:

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{1}{\cos^4\theta} \left[\frac{\partial^4 w}{\partial m^4} + 2(1 + 2\sin^2\theta) \frac{\partial^4 w}{\partial m^2 \partial n^2} - 4\sin\theta \left(\frac{\partial^4 w}{\partial m^3 \partial n} + \frac{\partial^4 w}{\partial m \partial n^3} \right) + \frac{\partial^4 w}{\partial n^4} \right] = \frac{q}{D}$$

Figura 6

Sistema de coordenadas oblicuas.



2.1.3 Métodos de solución

Se pueden dividir en métodos analíticos y métodos numéricos. La solución analítica para algunos casos particulares de condiciones de contorno y carga, se puede encontrar en autores como Anzelius (1939), Favre (1942), Lardy (1949) y Morley (1963).

Dentro de los métodos numéricos más conocidos para la solución de losas esviadas simplemente apoyadas dentro del rango elástico-lineal se puede mencionar al método de tiras finitas, método de diferencias finitas y el método de elementos finitos (Kumar, 2013).

2.1.3.1 Método de tiras finitas.

Para este método la losa se idealiza como un conjunto de tiras de longitud igual a luz de la losa y un ancho arbitrario. Las incógnitas son los desplazamientos de la línea que une dos tiras contiguas. Utiliza una serie de funciones armónicas continuas que cumple con las condiciones de contorno en la dirección longitudinal y funciones polinómicas en la dirección transversal, para aproximar la solución exacta. Los grados de libertad con los desplazamientos y los giros de la línea que une las tiras y la matriz de rigidez se determina por medio del principio de mínima energía potencial. Esto genera un sistema de ecuaciones para su solución, es también útil para usarlo computacionalmente. Se utiliza tanto para el análisis de losas rectangulares como para losas esviadas. Se pueden ver algunas aplicaciones en los trabajos de Cheung (1968), Mukopashyay, (1976) y Tham et al (1986).

2.1.3.2 Método de diferencias finitas.

Este método consiste en discretizar la losa por medio de una malla. Luego las derivadas parciales de la ecuación diferencial de la losa son aproximadas por diferencias finitas en cada punto de la malla. Esto genera que la ecuación diferencial se transforme en un sistema de ecuaciones algebraicas, en función del desplazamiento transversal. Además, se debe considerar una modificación o artificio adicional en los puntos de la malla que forman los contornos o apoyos de la losa. Un amplio estudio para losas esviadas simplemente apoyadas usando el método de diferencias finitas, se encuentra en el artículo de Jensen (1941).

2.1.3.3 Método de elementos finitos.

Dentro de los métodos mencionados, este es el método más versátil para el análisis de losas de geometría y condiciones generales. Este método consiste en dividir la estructura en elementos más pequeños que están unidos mediante nodos. Cada elemento

se denomina elemento finito y forman una malla de elementos. En estos nodos se encuentran las incógnitas que generalmente son los desplazamientos. Se emplean las funciones de forma para interpolar el comportamiento de la losa dentro de cada elemento en función de los valores nodales. Las ecuaciones diferenciales de la losa son llevadas a su forma integral por medio de la minimización de la energía potencial, generando las matrices de rigidez de los elementos. Las condiciones de contorno, que especifican cómo se soporta o carga la losa en sus bordes, se aplican a los nodos apropiados en la malla. Las ecuaciones de los elementos individuales se ensamblan en una matriz de rigidez global, que describe el comportamiento de todo el sistema. Las cargas aplicadas se convierten en un vector de carga que tiene en cuenta los efectos de las distribuciones de carga. El sistema de ecuaciones, a menudo en forma de ecuación matricial, se resuelve numéricamente para determinar los desplazamientos nodales y las reacciones. Una vez obtenidos los desplazamientos nodales, se realiza un post-procesamiento para extraer información relevante como deflexiones y fuerzas internas. Se puede ver algunos modelos de elementos finitos para losas esviadas en los trabajos de (Kumar, 2013) y Sharma (2011)

2.2 Análisis paramétrico

El análisis paramétrico es una herramienta valiosa en la ingeniería estructural, que permite explorar cómo diferentes parámetros afectan el comportamiento de estructuras complejas. En este contexto, la aplicación de análisis paramétricos a las losas esviadas puede proporcionar una visión más profunda de cómo las variables geométricas, materiales, condiciones de carga y contorno influyen en su comportamiento a flexión.

2.2.1 Parámetros de losas esviadas

Dentro de los parámetros más importantes en el análisis de losas esviadas está el ángulo de esviaje, que es el ángulo formado entre el eje del lado esviado y el eje perpendicular al lado no esviado de la losa; la razón de aspecto, siendo esta la relación entre el lado no esviado y el lado esviado; las condiciones de apoyo y las cargas (Sharma, 2020)

Además, se puede mencionar los parámetros relacionados al material de la losa esviada como el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson, así como también las condiciones de contorno y las condiciones de carga. Otros parámetros no considerados en este estudio son las variaciones térmicas, la disposición del acero de refuerzo, elementos de apoyo adicional como por ejemplo vigas, número de tramos como en una losa continua, entre otros.

Capítulo III. Análisis de losas esviadas

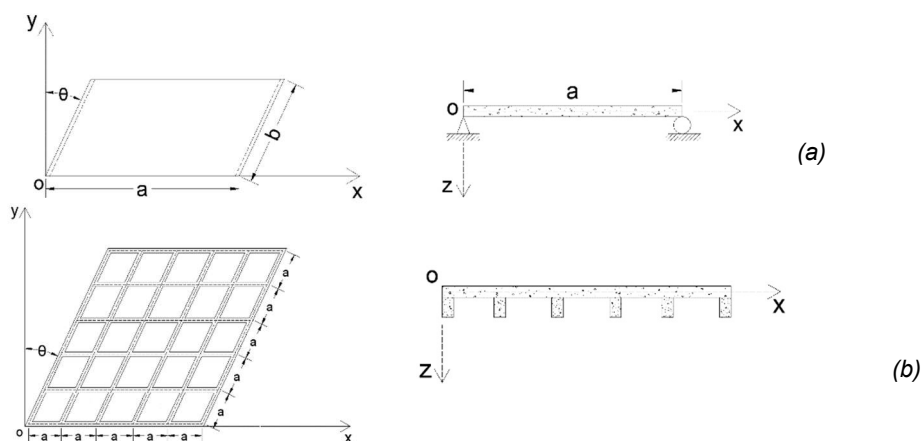
3.1 Descripción del modelo

Con el fin de evaluar el comportamiento estructural de las losas esviadas, se realizó un análisis paramétrico sobre un conjunto de este tipo de estructuras. De manera general, este análisis implica principalmente variar diferentes parámetros, ya sean estos los que definen la geometría, las características del material, el tipo de cargas, las condiciones de contorno, entre otras; para comprender su influencia en las respuestas de interés de estructuras cuyo comportamiento es poco conocido o complejo. La combinación de cada valor de los parámetros definidos genera una gran cantidad de casos para su respectivo análisis.

En este estudio se evaluó el comportamiento a flexión de losas esviadas sometidas a cargas gravitacionales considerando un comportamiento elástico lineal y un análisis bidimensional. Los modelos analizados fueron losas esviadas de un solo tramo y losas esviadas continuas apoyadas sobre vigas, de concreto armado y de espesor constante, como se puede observar en la figura 7

Figura 7

Modelo de losas esviadas analizadas.



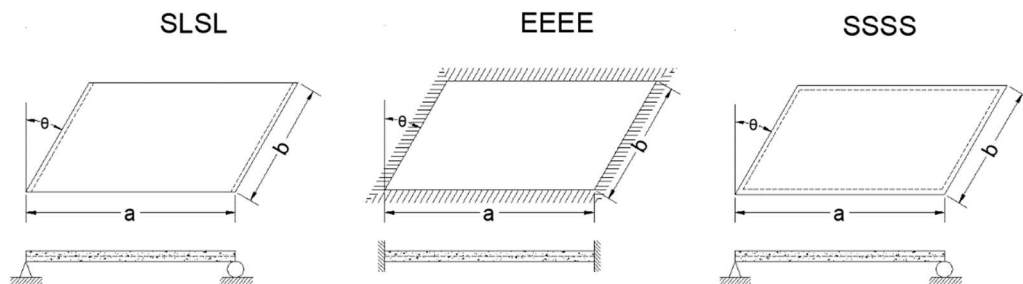
Nota: a) Losa esviada de un solo tramo simplemente apoyada, b) Losa esviada continua apoyada sobre vigas.

- **Losa esviada de un solo tramo**

Se utilizaron tres condiciones de contorno para analizar losas esviadas de un solo tramo (figura 8): dos bordes simplemente apoyados y dos bordes libres (*SLSL*), cuatro bordes empotrados (*EEEE*) y cuatro bordes simplemente apoyados (*SSSS*). La variación principal de los parámetros para el análisis fue en las dimensiones en planta y el ángulo de esviaje.

Figura 8

Modelo de losa esviada de un solo tramo.



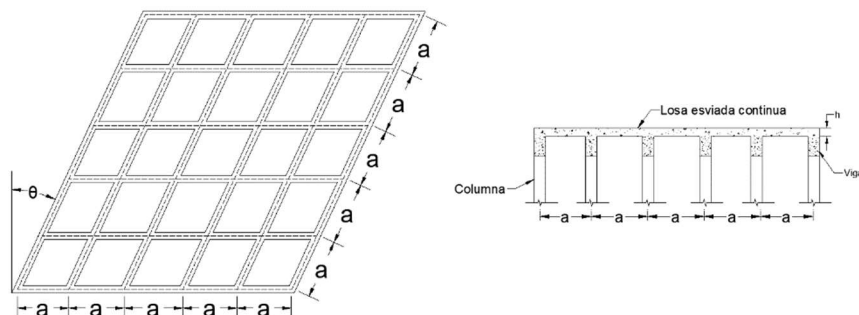
Nota: *E* (borde empotrado), *S* (borde simplemente apoyado), *L* (borde libre).

- ***Losa esviada continua apoyada sobre vigas***

Para este caso se modelaron losas esviadas de cinco paños de igual dimensión apoyadas sobre vigas y columnas (figura 9). Se variaron principalmente las dimensiones en planta, el ángulo de esviaje y el espesor de la losa.

Figura 9

Modelo de losa esviada continua.



Nota: *h* (espesor de la losa), *a* (distancia entre ejes).

3.2 Definición de parámetros

Como parte del análisis paramétrico la definición de parámetros tiene un papel fundamental. Estos resumen las características geométricas y mecánicas que gobiernan el comportamiento de la losa en diferentes condiciones. Es esencial identificar, definir y comprender el significado de cada parámetro. En algunas investigaciones (Menassa et al, 2007; Théoret et al, 2012; Moya y Lantsoght, 2021) se pueden encontrar los parámetros que influyen en las respuestas de losas esviadas, los cuales son principalmente la razón de aspecto, el ángulo de esviaje, el espesor de la losa, el coeficiente de Poisson y el módulo de elasticidad. Si bien la mayoría de estudios se basan en losas esviadas para puentes, es decir considerando una losa simplemente apoyada en ambos extremos, se pueden analizar otros casos de condiciones de apoyo de manera similar. En este estudio se definen dos grupos de parámetros (geométricos y mecánicos) para realizar el análisis estructural.

3.2.1 *Parámetros geométricos*

Estos parámetros definen la forma de la superficie media de la losa. Dentro de este grupo de parámetros se presentan los siguientes:

3.2.1.1 Razón de aspecto (a/b).

Es la relación existente entre el lado no esviado (a) y el lado esviado (b) de una losa. Es el parámetro adimensional que representa que tan corta o alargada es la losa.

Se definió este parámetro para cubrir una gran cantidad de combinaciones de luces y anchos de losa. Para el caso de losas esviadas de un solo tramo el rango de valores elegidos va desde 0.50 hasta 1.50 con incrementos de 0.10, como se muestra en la tabla 1. Para el caso de losas esviadas continuas se modelaron paños con razón de aspecto igual a 1 es decir que las dimensiones de cada paño son iguales en ambos sentidos.

3.2.1.2 Ángulo de esviaje (θ).

Es el parámetro principal que define la inclinación de los apoyos de la losa con respecto a su orientación ortogonal diferenciando a este tipo de losas de las rectangulares. Generalmente este ángulo se expresa en grados sexagesimales y tiene un profundo

impacto en la geometría general y la distribución de carga de la losa esviada. Es un parámetro crítico para analizar la respuesta estructural de losas esviadas en escenarios del mundo real, donde las geometrías no ortogonales son comunes.

El rango de ángulos de esviaje considerados en los modelos es de 10° hasta 60° con incrementos de 5° en el caso de losas de un solo tramo y de 10° en el caso de losas continuas, como se muestra en la tabla 1 y tabla 2 respectivamente.

3.2.1.3 Espesor de losa (h).

Es la dimensión más pequeña de la losa, cuya influencia principal se encuentra en la modificación de la rigidez flexional de la losa, relacionada directamente con las deflexiones y momentos flectores. Para todos los modelos de losa de un solo tramo se utilizó un espesor de 0.10m.

3.2.1.4 Índice de rigidez relativa (I).

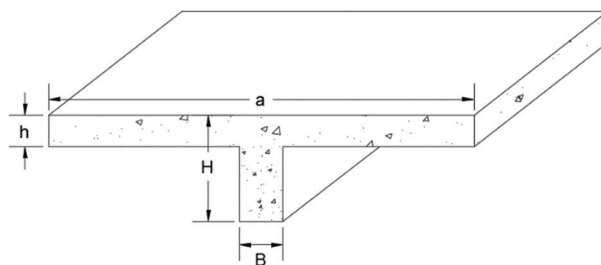
Para el caso de losas esviadas continuas este parámetro relaciona el momento de inercia de la losa entre el momento de inercia de la viga de acuerdo a la siguiente expresión:

$$I = \frac{a}{B} \left(\frac{h}{H} \right)^3 \quad (3.1)$$

Donde (a) es el largo de la losa, (h) es el espesor de losa, (B) es el ancho de la viga y (H) es la altura de la viga como se muestra la figura 10

Figura 10

Sección de losa y viga.



Nota: Los valores de la sección de la viga y la losa se muestran en la tabla 2. (espesor de la losa), a (distancia entre ejes).

3.2.2 Parámetros mecánicos

Las propiedades del material definen las características mecánicas de la estructura utilizados en losas esviadas. Para los casos de estudio se usó como material el concreto, con un comportamiento elástico, lineal e isotrópico. Por lo tanto, se pueden mencionar los siguientes parámetros:

3.2.2.1 Módulo de elasticidad (E).

Este parámetro indica qué tan rígido o que tan flexible es un material y también indica cómo responde a la deformación bajo carga. En el caso de un análisis a flexión, este parámetro influye directamente en la rigidez flexional de la losa.

3.2.2.2 Coeficiente de Poisson (ν).

Este parámetro relaciona la deformación transversal con la longitudinal de un elemento en un ensayo con carga axial. En el caso de flexión de losas también tiene influencia en la rigidez flexional. Como se mostrará en la sección 3.4.1, además tiene influencia directa sobre las respuestas adimensionales de la losa, así que se define un solo valor para este parámetro.

Las variaciones en las propiedades de los materiales pueden dar lugar a diferencias en el comportamiento estructural. En la tabla 2 se muestran los valores numéricos para los parámetros mecánicos definidos.

3.3 Generación de casos paramétricos

3.3.1 Casos paramétricos

Teniendo definidos los parámetros y sus respectivos valores, para generar los casos paramétricos, se procedieron a realizar una combinación de los mismos. Para losas de un solo tramo se generaron un total de 363 casos y para la losa continua un total de 576 que sirvieron como familia de análisis (ver tabla 1 y tabla.2).

Cabe mencionar que al mantener constantes los parámetros mecánicos, es decir tener un solo valor numérico, el comportamiento estructural dependerá únicamente de los

parámetros geométricos de la losa esviada, que son la razón de aspecto, el ángulo de esviaje, el espesor de losa y el índice de rigidez relativa.

Tabla 1

Parámetros para el modelado de losa esviada de un solo tramo.

Razón de aspecto	Ángulo de esviaje	Espesor de losa	Módulo de Elasticidad	Coefficiente de Poisson	Carga	Condiciones de contorno	Nº de casos	
a/b	θ	h (m)	E (t/m2)	ν	q (t/m2)	-	-	
0.50	10°	0.1	2100000	0.2	1	SLSL	363	
0.60	15°							
0.70	20°							
0.80	25°							
0.90	30°					EEEE		
1.00	35°					SSSS		
1.10	40°							
1.20	45°							
1.30	50°							
1.40	55°							
1.50	60°							

Nota: Elaboración propia.

Tabla 2

Parámetros para el modelado de losa esviada continua.

Razón de aspecto	Ángulo de esviaje	Longitud de losa	Espesor de losa	Ancho de viga	Altura de viga	Módulo de Elasticidad	Coefficiente de Poisson	Carga	Nº de casos
a/b	θ	a (m)	h (m)	B (m)	H (m)	E (t/m ²)	ν	q (t/m ²)	-
1.00	10°	3	0.08	0.25	0.50	2100000	0.20	1	576
	20°								
	30°								
	40°								
	50°								
	55°								
	60°								

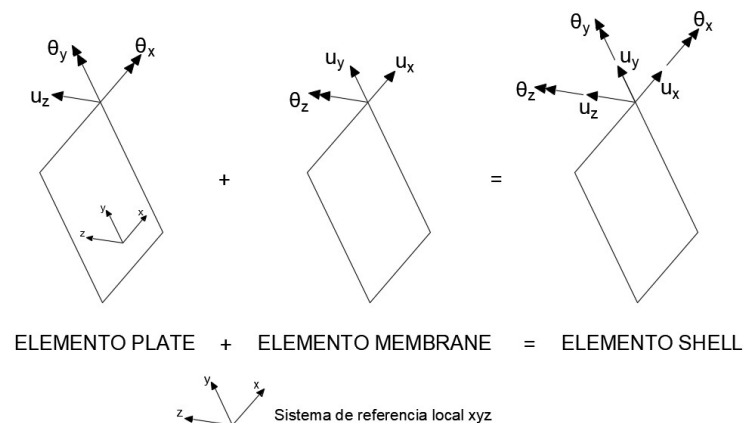
Nota: Elaboración propia.

3.4 Análisis elástico lineal

Definidos los casos paramétricos de losas esviadas y los valores de sus parámetros dentro del rango propuesto, se modelaron estos mediante el software comercial SAP2000. Se consideró a la losa esviada como una estructura formada por elementos de área. Dentro de la biblioteca de elementos finitos del software se pueden encontrar varios tipos como son: Shell-Thin, Shell-Thick, Plate-Thin, Plate-Thick y Membrane (figura 11). Para los casos analizados se usaron el elemento Plate-Thin para representar losas delgadas, considerando sólo los efectos de la flexión, ignorando la deformación por cortante y cuya formulación está basada en el elemento DKT de Batoz (1982).

Figura 11

Modelos de elementos 2D.



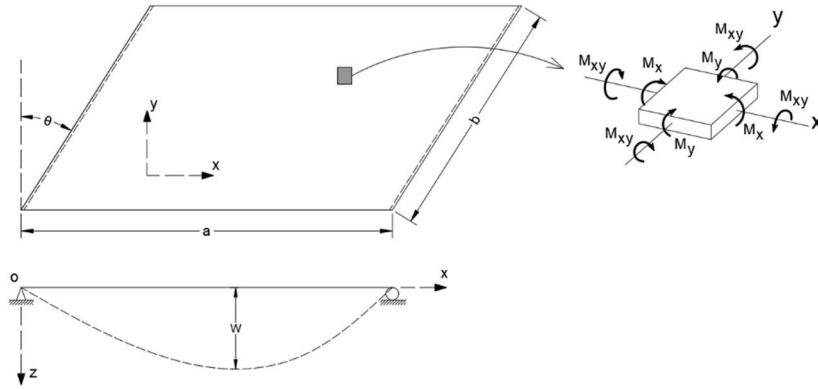
Nota: La figura muestra los grados de libertad que contiene un elemento placa (plate), membrana (membrane) y cáscara (shell).

La cantidad de elementos, nombrada aquí como mallado de la losa esviada y la influencia de los parámetros sobre las respuestas de la estructura, se definieron por medio de un análisis de sensibilidad como se muestra en la siguiente sección.

Se empleó la siguiente convención de ejes (ver figura 12).

Figura 12

Convención de ejes y dirección positiva para momentos flectores, momentos torsores y deflexión.



Nota: Donde M_x se define como momento longitudinal, M_y como momento transversal, M_{xy} como momento torsor y w es la deflexión que son obtenidos del análisis por elementos finitos.

Los valores seleccionados serán los máximos para cada respuesta, por lo que queda sobrentendido al no ser mencionados.

Se puede mencionar además las expresiones indicadas por Timoshenko y Woinowsky-Krieger (1959) para losas esviadas:

$$w = K_w \frac{qa^4}{D} \quad (3.2)$$

$$M = K_m qa^2 \quad (3.3)$$

Donde " K_m " son los momentos flectores adimensionales y " K_w " las deflexiones adimensionales, " q " la carga uniformemente distribuida, " a " la longitud del lado no esviado y " D " la rigidez flexional de la losa.

De lo anterior se deduce las expresiones, que son usadas durante todas las secciones y capítulos siguientes para las respuestas en su forma adimensional:

$$\text{Deflexión adimensional: } K_w = \frac{wD}{qa^4} \quad (3.4)$$

$$\text{Momento longitudinal adimensional: } K_{mx} = \frac{M_x}{qa^2} \quad (3.5)$$

$$\text{Momento transversal adimensional: } K_{my} = \frac{M_y}{qa^2} \quad (3.6)$$

$$\text{Momento torsor adimensional: } K_{mxy} = \frac{M_{xy}}{qa^2} \quad (3.7)$$

3.4.1 Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad es un aspecto crucial del análisis estructural, particularmente cuando se trata de estructuras complejas como losas esviadas. De manera general se puede entender como la relación del cambio de una variable de análisis y la respuesta de interés. Se realizaron dos tipos de análisis, el primero fue un análisis de sensibilidad de la malla de elementos finitos y el segundo, un análisis de sensibilidad de los parámetros de las losas esviadas.

3.4.1.1 Análisis de sensibilidad de la malla.

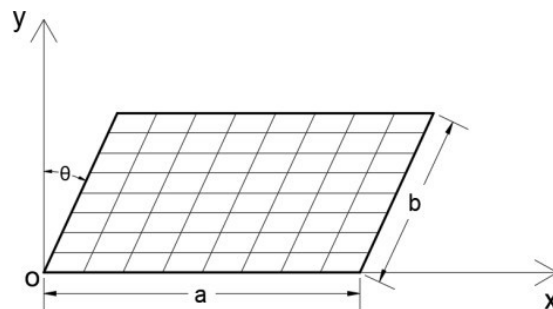
Este análisis se realizó para estandarizar la división del modelo de losa esviada en elementos (densidad de la malla) y usarla posteriormente como el mallado para el análisis estructural y cálculo de las respuestas de interés de todos los casos de losas. En este análisis la variable se entiende como el número de elementos que forman la malla de la losa esviada, mientras las respuestas de interés están conformadas por la deflexión y los momentos longitudinales en el centro de la losa. De la teoría de elementos finitos se puede indicar que a medida que se aumenta el número de elementos en la malla converge la respuesta de interés, siendo en este estudio el indicador principal para seleccionar la densidad de la malla.

Los elementos seleccionados para el mallado fueron de la forma regular $n \times n$, donde n es el número de elementos por cada lado de la losa y cada elemento tiene la geometría de la losa es decir cada lado del elemento es paralelo a cada lado de la losa como se muestra en la figura 13.

Se calcularon la deflexión y el momento longitudinal en el centro de una losa esviada simplemente apoyada, haciendo variar el mallado (para $n = 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$), la razón de aspecto (para $a/b = 0.50, 1.00$ y 1.50) y el ángulo de esviaje ($\theta = 10^\circ, 30^\circ$ y 60°).

Figura 13

Mallado típico para análisis de losas esviadas.



Nota: La figura muestra el mallado de una losa esviada de la forma $n \times n$, en este caso $n = 8$.

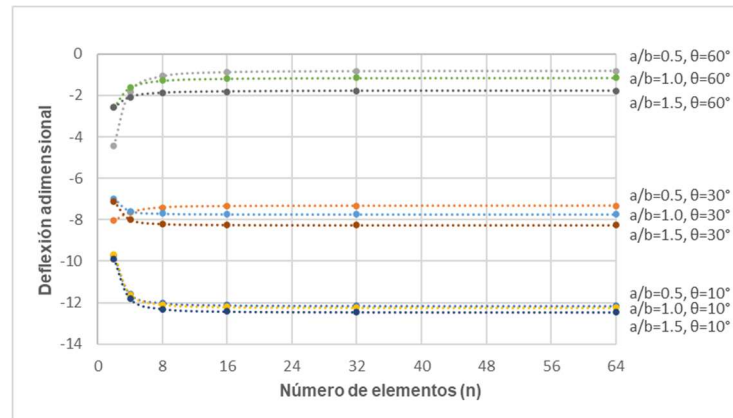
Los resultados y su variación porcentual se muestran en las figuras 14 y 15 y las tablas 3 y 4. Las respuestas están expresadas en su forma adimensional y se puede observar claramente la tendencia a medida que se aumenta el número de elementos de la malla. Cuando el aumento en la densidad de la malla tiene un cambio poco significativo en las respuestas obtenidas, se dice que la malla converge.

Se puede indicar según las tablas 3 y 4 que para un $n = 16$ la diferencia de las respuestas es alrededor del 5% y por lo tanto se tienen valores ingenierilmente aceptables para este valor de n .

Adicionalmente a este análisis, se realizó un comparativo de las deflexiones en el centro de una losa esviada simplemente apoyada obtenidas para diferentes mallados y otros autores. Para el caso de la deflexión calculada por Timoshenko y Woinowsky-Krieger ver la tabla 5 y la figura 16 y para el caso de la deflexión calculada por Morley ver la tabla 6 y la figura 17.

Figura 14

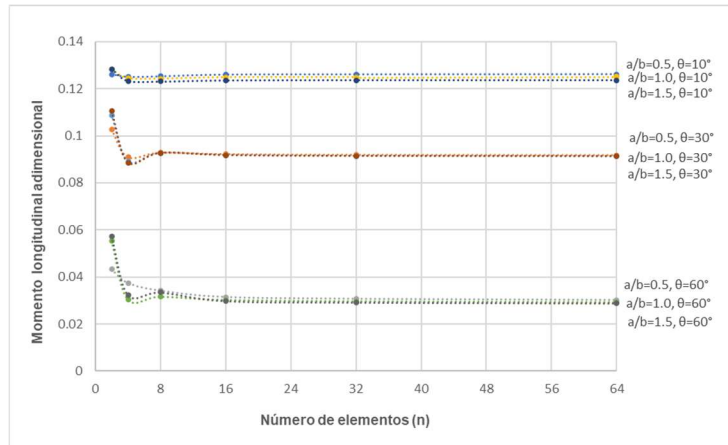
Convergencia de malla para la deflexión adimensional en el centro de la losa esviada.



Nota: Se observa gráficamente la tendencia del valor de la deflexión a medida que se aumenta el número de elementos de la malla.

Figura 15

Convergencia de malla para el momento longitudinal adimensional en el centro de la losa esviada.



Nota: Se observa gráficamente la tendencia del valor del momento longitudinal a medida que se aumenta el número de elementos de la malla.

Tabla 3

Deflexiones adimensionales para diferentes valores de n , razón de aspecto y ángulo de esviaje.

$a/b = 0.5$						
n	$\theta = 10^\circ$	$\% \Delta$	$\theta = 30^\circ$	$\% \Delta$	$\theta = 60^\circ$	$\% \Delta$
2	-9.705	25.20	-8.041	8.89	-4.416	81.55
4	-11.594	4.80	-7.635	4.04	-1.831	55.49
8	-12.011	1.16	-7.405	1.05	-1.072	23.97
16	-12.117	0.29	-7.346	0.26	-0.877	7.13
32	-12.143	0.07	-7.331	0.06	-0.829	1.74
64	-12.150	0.01	-7.328	0.01	-0.817	0.31
128	-12.151	-	-7.327	-	-0.815	-

$a/b = 1.0$						
n	$\theta = 10^\circ$	$\% \Delta$	$\theta = 30^\circ$	$\% \Delta$	$\theta = 60^\circ$	$\% \Delta$
2	-9.673	26.638	-6.981	10.786	-2.587	55.637
4	-11.608	5.529	-7.579	2.049	-1.622	29.235
8	-12.090	1.324	-7.699	0.457	-1.289	10.948
16	-12.210	0.324	-7.727	0.101	-1.190	3.539
32	-12.241	0.076	-7.733	0.021	-1.160	1.084
64	-12.248	0.015	-7.734	0.002	-1.151	0.301
128	-12.250	-	-7.734	-	-1.148	-

$a/b = 1.5$						
n	$\theta = 10^\circ$	$\% \Delta$	$\theta = 30^\circ$	$\% \Delta$	$\theta = 60^\circ$	$\% \Delta$
2	-9.874	26.231	-7.112	15.947	-2.590	30.881
4	-11.815	5.496	-7.983	3.297	-2.073	13.649
8	-12.303	1.316	-8.186	0.742	-1.883	4.938
16	-12.424	0.323	-8.233	0.168	-1.821	1.692
32	-12.455	0.078	-8.244	0.035	-1.794	0.244
64	-12.463	0.016	-8.246	0.007	-1.790	0.020
128	-12.465	-	-8.247	-	-1.790	-

Nota: En la tabla el símbolo $\% \Delta$ representa la variación de la deflexión adimensional calculada para un mallado de 128x128 ($n=128$) con respecto de otro mallado menos refinado.

De las comparaciones realizadas con respecto a las deflexiones calculadas por otros autores, se puede indicar que para un mallado con $n=8$ se obtiene una diferencia menor que 5%.

Por consiguiente, de los dos análisis revisados previamente, se decidió usar un mallado con $n=32$ en cada paño de losa para realizar el análisis estructural de todos los casos paramétricos.

Tabla 4

Momentos longitudinales adimensionales para diferentes valores de n , razón de aspecto y ángulo de esviaje.

$a/b = 0.5$						
n	$\theta = 10^\circ$	$\% \Delta$	$\theta = 30^\circ$	$\% \Delta$	$\theta = 60^\circ$	$\% \Delta$
2	0.1261	0.01	0.1026	10.64	0.0432	30.53
4	0.1251	0.80	0.0909	0.88	0.0375	19.92
8	0.1253	0.66	0.0928	1.23	0.0342	12.19
16	0.1260	0.11	0.0922	0.55	0.0315	4.73
32	0.1261	0.02	0.0919	0.24	0.0307	2.31
64	0.1261	0.02	0.0918	0.11	0.0302	0.69
128	0.1261	-	0.0917	-	0.0300	-

$a/b = 1.0$						
n	$\theta = 10^\circ$	$\% \Delta$	$\theta = 30^\circ$	$\% \Delta$	$\theta = 60^\circ$	$\% \Delta$
2	0.1281	2.45	0.1088	16.16	0.0553	47.42
4	0.1245	0.33	0.0890	2.48	0.0303	4.25
8	0.1243	0.54	0.0927	1.60	0.0315	7.89
16	0.1249	0.06	0.0918	0.64	0.0302	3.71
32	0.1249	0.02	0.0914	0.23	0.0296	1.76
64	0.1250	0.02	0.0913	0.08	0.0292	0.55
128	0.1250	-	0.0912	-	0.0291	-

$a/b = 1.5$						
n	$\theta = 10^\circ$	$\% \Delta$	$\theta = 30^\circ$	$\% \Delta$	$\theta = 60^\circ$	$\% \Delta$
2	0.1283	3.62	0.1105	17.41	0.0572	50.00
4	0.1233	0.25	0.0886	2.96	0.0324	11.75
8	0.1231	0.46	0.0927	1.60	0.0334	14.39
16	0.1235	0.09	0.0918	0.59	0.0298	3.96
32	0.1237	0.01	0.0914	0.20	0.0292	1.95
64	0.1237	0.01	0.0913	0.07	0.0288	0.62
128	0.1237	-	0.0913	-	0.0266	-

Nota: En la tabla el símbolo $\% \Delta$ representa la variación de la deflexión adimensional calculada para un mallado de 128×128 ($n=128$) con respecto de otro mallado menos refinado.

Tabla 5

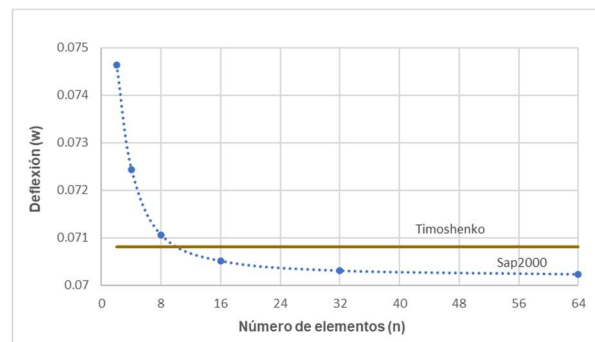
Deflexión en el centro de una losa esviada con $a/b = 1.41$ y $\theta = 45^\circ$ para diferentes densidades de malla y la deflexión de Timoshenko y Woinowsky-Krieger (1959).

$n \times n$	w	$\% \Delta$
2x2	0.0746	5.14
4x4	0.0724	2.25
8x8	0.0710	0.35
16x16	0.0705	0.42
32x32	0.0703	0.71
64x64	0.0702	0.82

Nota: En la tabla el símbolo $\% \Delta$ representa la variación porcentual de la deflexión.

Figura 16

Convergencia de malla para la deflexión de Timoshenko y Woinowsky-Krieger (1959) en el centro de la losa esviada con $a/b = 1.41$ y $\theta = 45^\circ$.



Nota: Se puede observar gráficamente como la deflexión usando elementos finitos tiende al valor de la deflexión de referencia.

Tabla 6

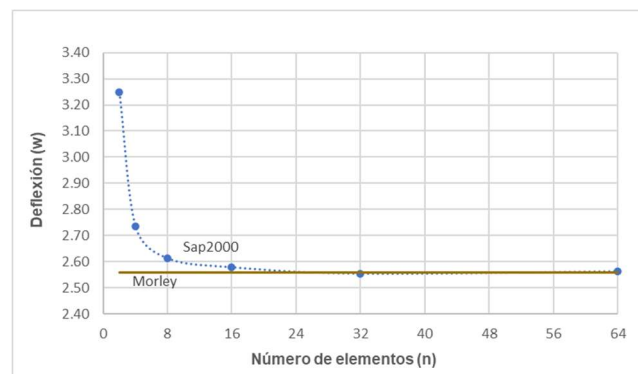
Deflexión en el centro de una losa esviada con $a/b = 1.00$ y $\theta = 30^\circ$ para diferentes densidades de malla y la deflexión de Morley (1963).

$n \times n$	w	$\% \Delta$
2x2	3.248	21.18
4x4	2.736	6.43
8x8	2.614	2.05
16x16	2.579	0.75
32x32	2.555	0.19
64x64	2.563	0.14
Morley (1963)	2.560	

Nota: En la tabla el símbolo $\% \Delta$ representa la variación porcentual de la deflexión.

Figura 17

Convergencia de malla para la deflexión de Morley (1963) en el centro de la losa esviada con $a/b = 1.00$ y $\theta = 30^\circ$.



Nota: Se puede observar gráficamente como la deflexión usando elementos finitos tiende al valor de la deflexión de referencia.

De las comparaciones realizadas con respecto a las deflexiones calculadas por otros autores, se puede indicar que para un mallado con $n=8$ se obtiene una diferencia menor que 5%.

Por consiguiente, de los dos análisis revisados previamente, se decidió usar un mallado con $n=32$ en cada paño de losa para realizar el análisis estructural de todos los casos paramétricos.

3.4.1.2 Análisis de sensibilidad de parámetros de losas esviadas.

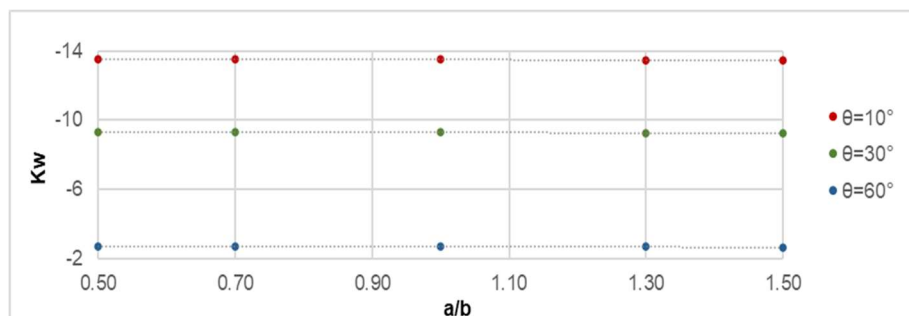
Adicionalmente al análisis de la malla se realizó también el análisis de sensibilidad de los parámetros que influyen en la variación de las respuestas de losas esviadas. Las variables fueron los parámetros seleccionados previamente y las respuestas de interés fueron las deflexiones, los momentos longitudinales, transversales y torsores en su forma adimensional (K_w , K_{mx} , K_{my} y K_{mxy} respectivamente).

- **Caso: Losas de un solo tramo**

Se analizó inicialmente la sensibilidad de K_w con respecto a la variación de los parámetros razón de aspecto (a/b), ángulo de esviaje (θ), espesor de losa (h), coeficiente de Poisson (ν) y módulo de elasticidad (E). Estos se muestran en las figuras 18, 19, 20 y 21.

Figura 18

Deflexión adimensional (K_w) vs razón de aspecto (a/b).



Nota: Se puede observar gráficamente como la deflexión usando elementos finitos tiende al valor de la deflexión de referencia.

De las figuras mostradas se puede indicar que K_w es una función del ángulo de esviaje (θ) y del coeficiente de Poisson (ν).

Figura 19

Deflexión adimensional (K_w) vs ángulo de esviaje (θ).

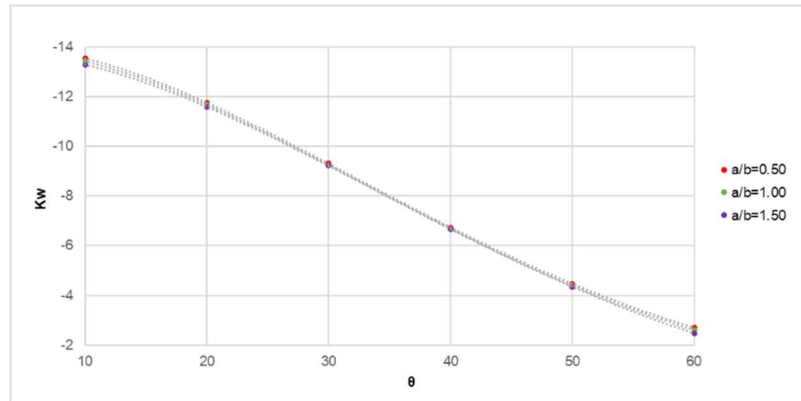
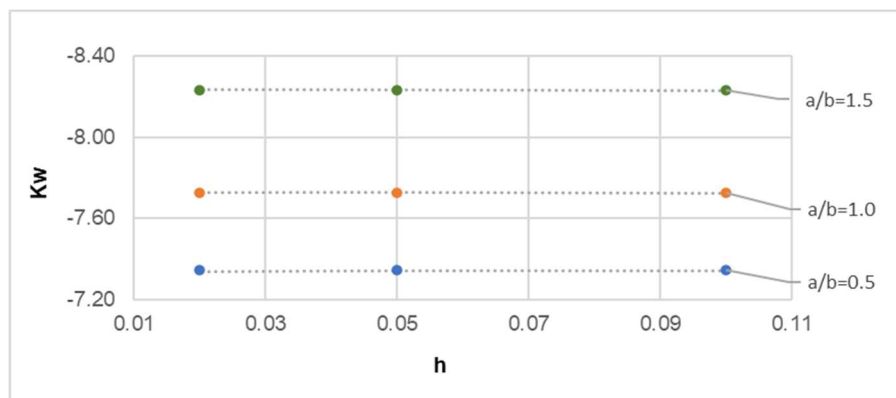


Figura 20

Deflexión adimensional (K_w) vs espesor de losa (h).

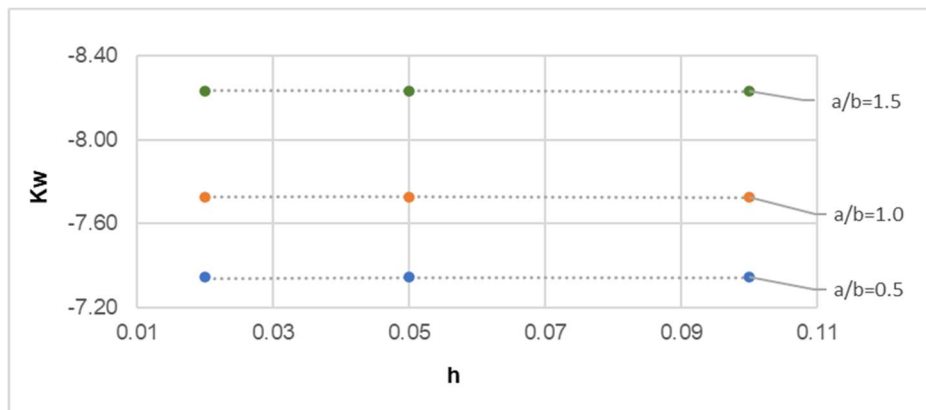


Nota: Los valores en el gráfico mostrado consideran $\theta=30^\circ$. Para otros valores de θ , el comportamiento es similar.

Luego se analizó la sensibilidad de, K_{mx} , K_{my} y K_{mxy} con respecto a la variación de los parámetros razón de aspecto (a/b), ángulo de esviaje (θ), espesor de losa (h) y coeficiente de Poisson (ν). Estos se muestran en las figuras 21, 22, 23 y 24.

Figura 21

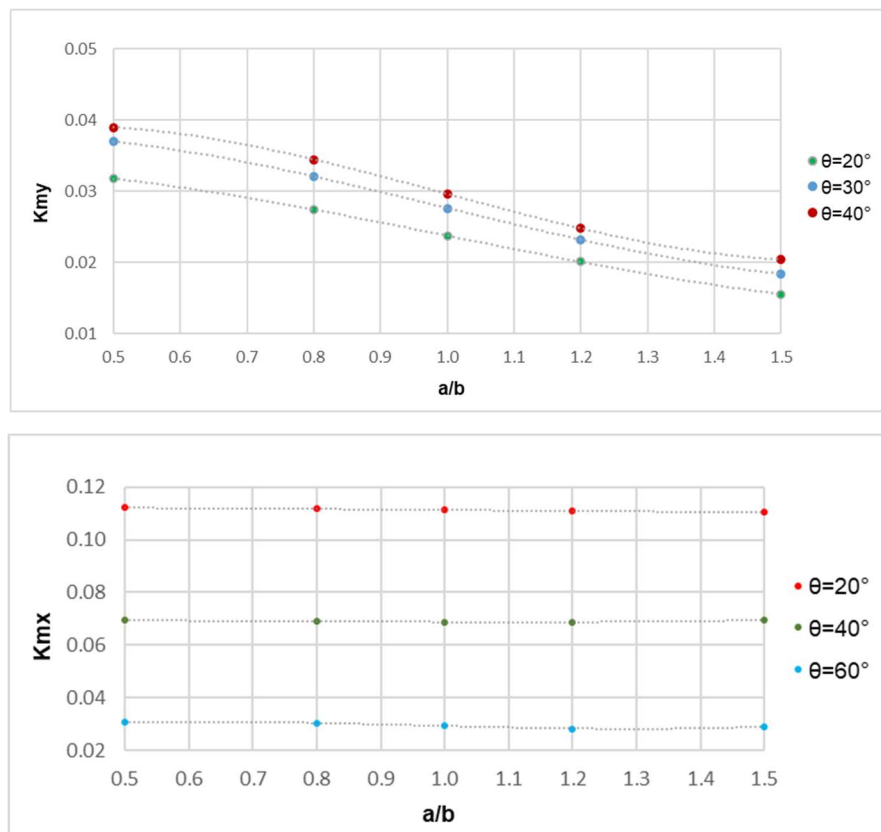
Deflexión adimensional (K_w) vs coeficiente de Poisson (ν).

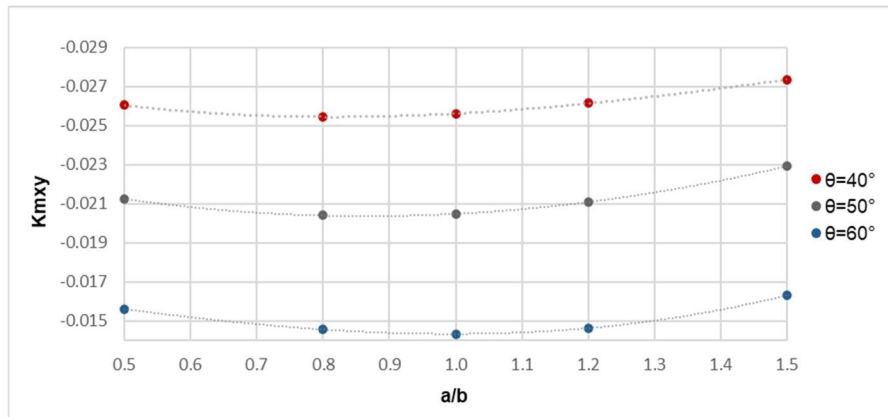


Nota: Los valores de las respuestas en el gráfico mostrado consideran $\theta=30^\circ$. Para otros valores de θ el comportamiento es similar.

Figura 22

Momento longitudinal (K_{mx}), transversal (K_{my}) y torsor (K_{mxy}) adimensional vs razón de aspecto (a/b).

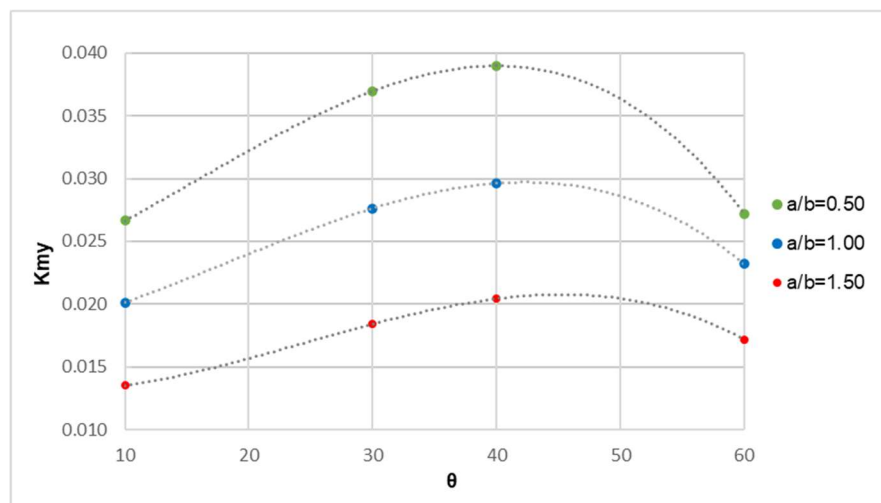
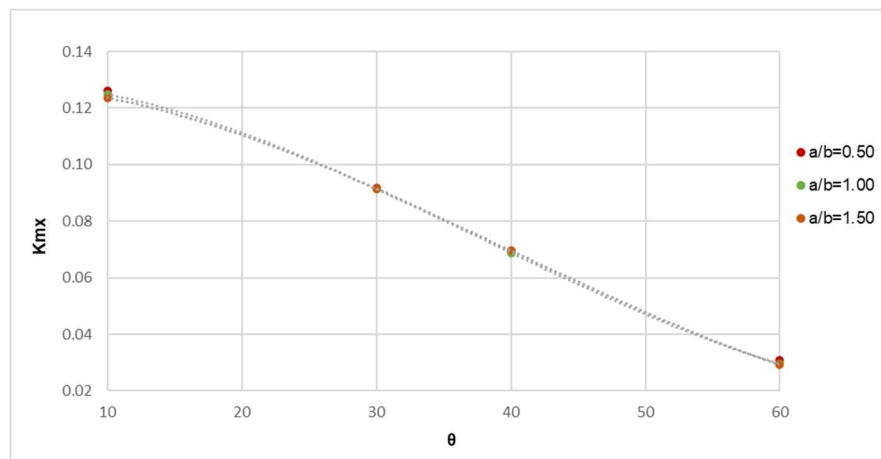


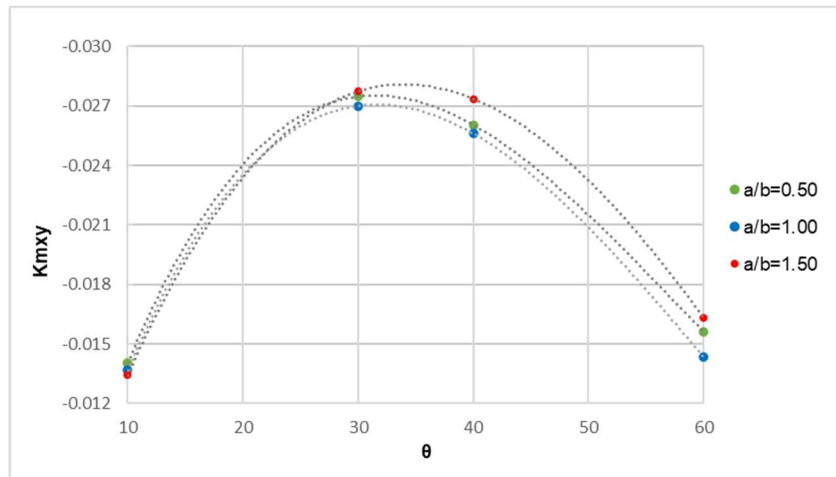


Nota: Los valores de las respuestas en el gráfico mostrado consideran θ según lo indicado.

Figura 23

Momento longitudinal (K_{mx}), transversal (K_{my}) y torsor (K_{mxy}) adimensional vs ángulo de esviaje (θ)

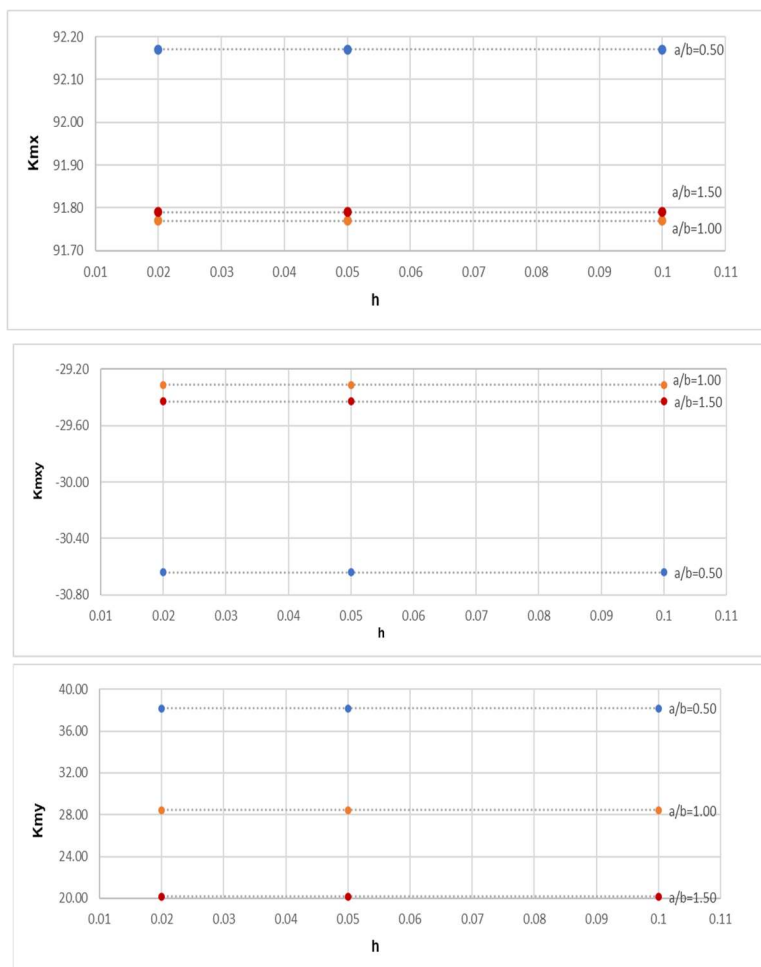




Nota: Los valores de las respuestas en el gráfico mostrado consideran a/b según lo indicado.

Figura 24

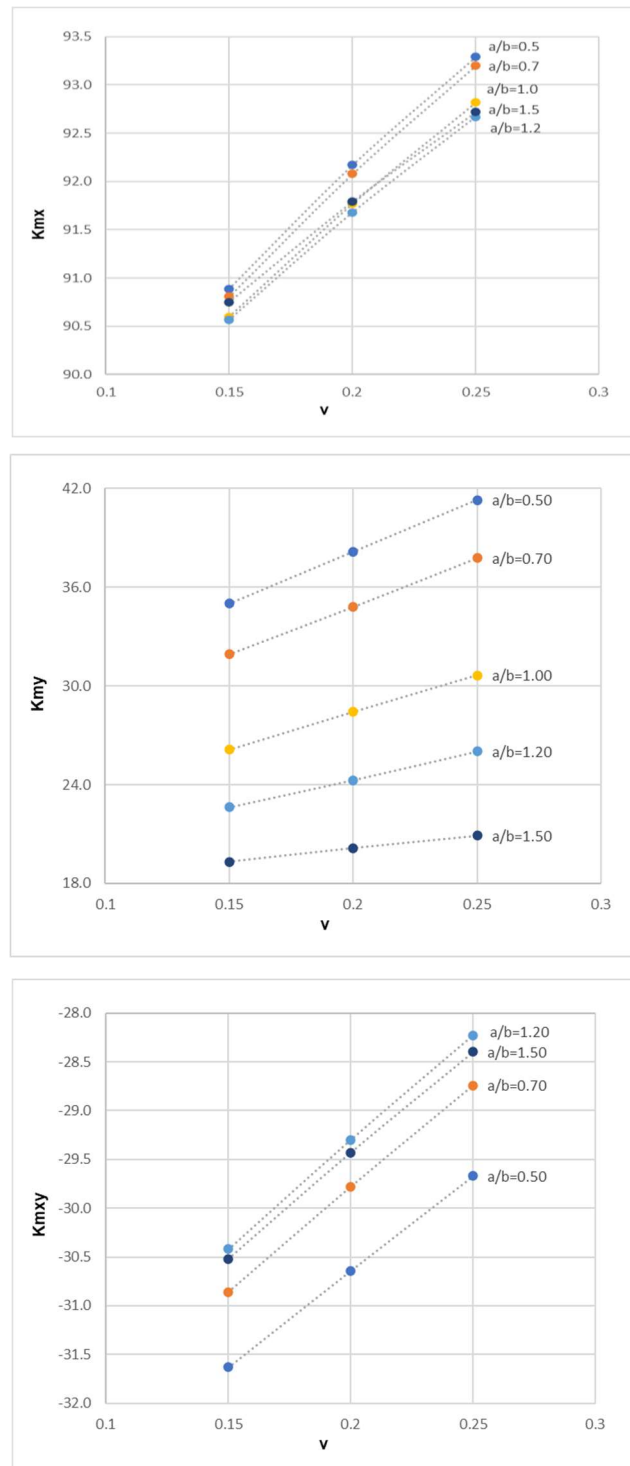
Momento longitudinal (K_{mx}), transversal (K_{my}) y torsor (K_{mxy}) adimensional vs espesor de losa (h).



Nota: Los valores de las respuestas en el gráfico mostrado consideran $\theta = 30^\circ$, para otros valores de θ el comportamiento es similar.

Figura 25

Momento longitudinal (K_{mx}), transversal (K_{my}) y torsor (K_{mxy}) adimensional vs coeficiente de Poisson (ν).



Nota: Los valores de las respuestas en el gráfico mostrado consideran $\theta = 30^\circ$. Para otros valores de θ el comportamiento es similar.

De las figuras mostradas se puede indicar lo siguiente: K_{mx} es una función del ángulo de esviaje (θ) y del coeficiente de Poisson (ν), mientras que K_{my} y K_{mxy} dependen de la razón de aspecto (a/b), ángulo de esviaje (θ) y del coeficiente de Poisson (ν). Si bien el coeficiente de Poisson es un parámetro influyente en las respuestas, solo se usó el valor de 0.2 en este estudio de acuerdo a la tabla 3.1.

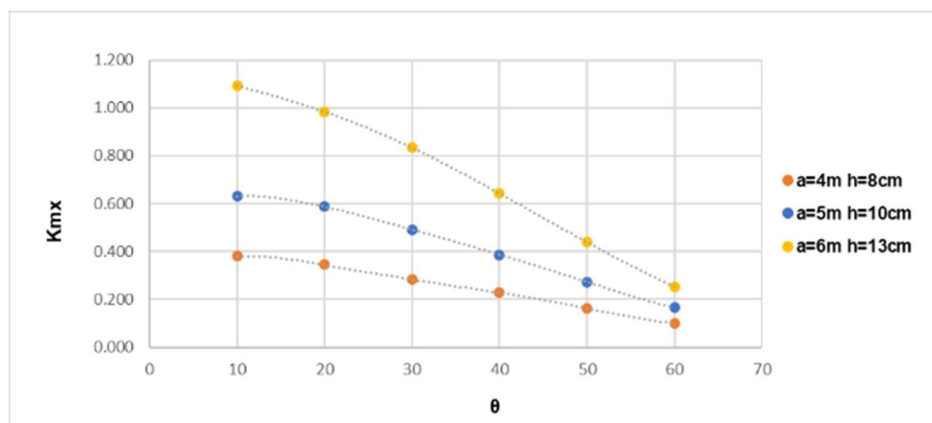
- **Caso: Losas continuas apoyadas sobre vigas**

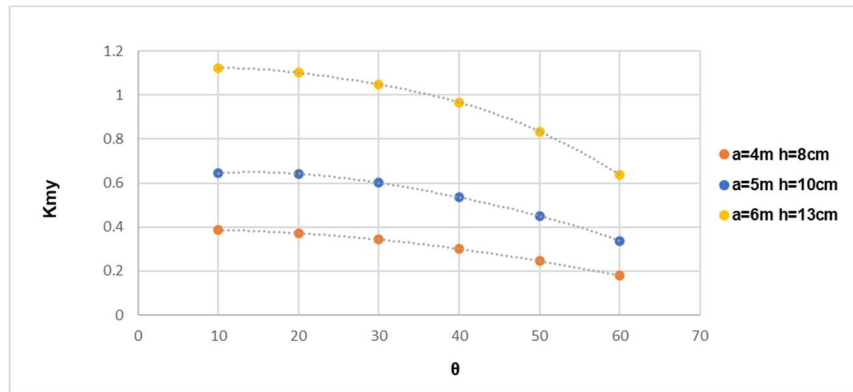
En el caso de losas continuas se analizó la sensibilidad de K_{mx} y K_{my} del paño más desfavorable con respecto a la variación de los parámetros ángulo de esviaje (θ) y el índice de rigidez relativa (I). Los resultados se muestran en las figuras 26 y 27.

De las figuras mostradas se puede indicar lo siguiente: K_{mx} y K_{my} son función del ángulo de esviaje (θ) y del índice de rigidez relativa (I). En todos los casos el coeficiente de Poisson y el módulo de elasticidad son los indicados en la tabla 2.

Figura 26

Momento longitudinal (K_{mx}) y transversal (K_{my}) adimensional vs ángulo de esviaje (θ).

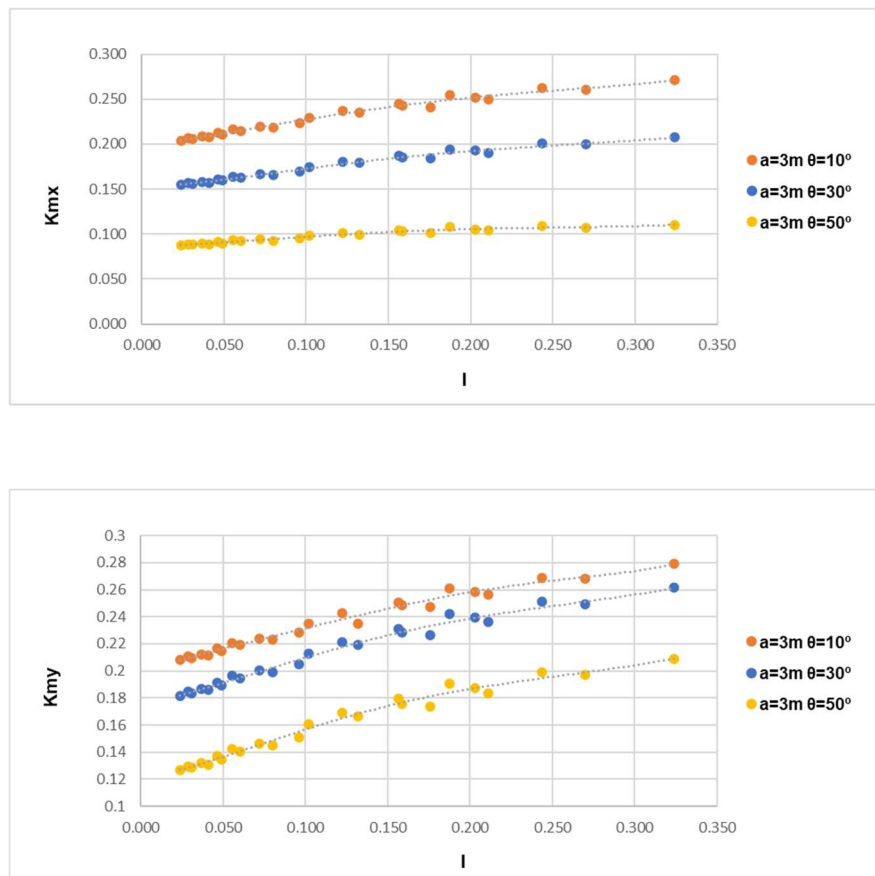




Nota: Los valores de las respuestas en el gráfico mostrado consideran a y h según lo indicado.

Figura 27

Momento longitudinal (K_{mx}) y transversal (K_{my}) adimensional vs índice de rigidez relativa (I).



Nota: Los valores de las respuestas en el gráfico mostrado consideran a y θ según lo indicado.

3.4.2 Análisis de los modelos paramétricos

Definidos los valores de los parámetros geométricos y mecánicos, según la tabla 1 y 2, se realizó el análisis elástico lineal de todos los casos usando el software SAP2000.

Para cumplir con el objetivo de evaluar el comportamiento de losas esviadas se obtuvieron para cada caso las respuestas adimensionales según las expresiones 3.4, 3.5, 3.6 y 3.7.

En el caso de losas de un solo tramo primero se definió la geometría de cada losa dando un valor numérico al parámetro a y usando el parámetro razón de aspecto se calculó el parámetro b quedando definida la geometría de la losa. Luego se ingresaron los valores de los parámetros mecánicos según la tabla 1 para cada condición de contorno.

Posteriormente se extrajeron los valores máximos de deflexiones, momentos flectores y momentos torsores mostradas en la tabla 7 hasta la tabla 20 y gráficamente en las figuras 29 hasta la 42.

El análisis de losas esviadas continuas se realizó con los datos de la tabla 2 para definir la geometría de las losas y las vigas. Estas se apoyaron sobre columnas de sección 0.30x0.30m empotradas en la base. Se obtuvieron los valores de momentos flectores longitudinales y transversales tanto positivos como negativos en el paño más desfavorable, indicados en las tablas 21, 22, 23 y 24 así como gráficamente en las figuras 43 y 44.

3.4.2.1 Respuestas máximas.

- **Caso: Losa esviada *SLSL***

En las siguientes figuras y tablas se muestran las respuestas (deflexiones, momentos longitudinales, momentos transversales y momentos torsores) obtenidas del software SAP2000 analizando losas de un solo tramo con condición de contorno *SLSL*.

Figura 28

Modelo de losa esviada SLSL.

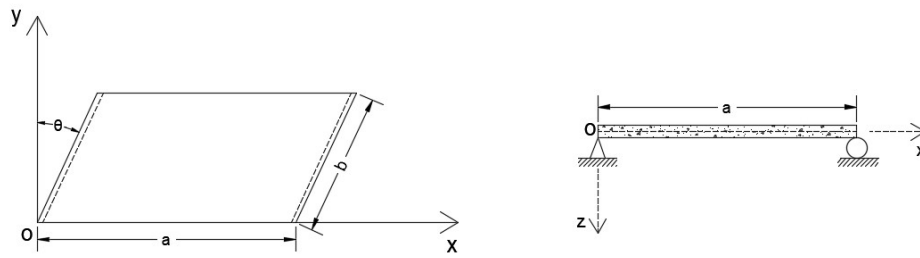


Tabla 7

Valores máximos para deflexión adimensional K_w .

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	-13.550	-11.762	-9.310	-6.739	-4.475	-2.692
	0.60	-13.535	-11.750	-9.300	-6.727	-4.462	-2.681
	0.70	-13.514	-11.734	-9.288	-6.715	-4.449	-2.671
	0.80	-13.488	-11.715	-9.275	-6.702	-4.434	-2.657
	0.90	-13.459	-11.695	-9.261	-6.689	-4.414	-2.634
	1.00	-13.429	-11.674	-9.248	-6.676	-4.392	-2.602
	1.10	-13.399	-11.654	-9.238	-6.666	-4.370	-2.565
	1.20	-13.370	-11.635	-9.229	-6.659	-4.352	-2.528
	1.30	-13.343	-11.619	-9.224	-6.657	-4.341	-2.500
	1.40	-13.317	-11.604	-9.222	-6.660	-4.340	-2.482
	1.50	-13.293	-11.591	-9.222	-6.668	-4.346	-2.475

Tabla 8

Valores máximos para momento longitudinal adimensional K_{mx} .

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	0.126	0.112	0.092	0.069	0.048	0.031
	0.60	0.126	0.112	0.092	0.069	0.048	0.031
	0.70	0.126	0.112	0.092	0.069	0.048	0.031
	0.80	0.125	0.112	0.092	0.069	0.048	0.031
	0.90	0.125	0.111	0.091	0.069	0.048	0.030
	1.00	0.125	0.111	0.091	0.069	0.047	0.030
	1.10	0.125	0.111	0.091	0.069	0.047	0.029
	1.20	0.124	0.111	0.091	0.069	0.047	0.028
	1.30	0.124	0.111	0.091	0.069	0.047	0.028
	1.40	0.124	0.111	0.091	0.069	0.047	0.028
	1.50	0.124	0.110	0.091	0.070	0.048	0.029

Tabla 9*Valores máximos para momento transversal adimensional K_{my} .*

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	0.027	0.032	0.037	0.069	0.035	0.027
	0.60	0.026	0.031	0.036	0.069	0.034	0.027
	0.70	0.025	0.029	0.034	0.069	0.034	0.026
	0.80	0.023	0.027	0.032	0.069	0.032	0.026
	0.90	0.022	0.026	0.030	0.069	0.031	0.025
	1.00	0.020	0.024	0.028	0.069	0.028	0.023
	1.10	0.019	0.022	0.025	0.069	0.026	0.022
	1.20	0.017	0.020	0.023	0.069	0.024	0.020
	1.30	0.016	0.018	0.021	0.069	0.022	0.018
	1.40	0.015	0.017	0.020	0.069	0.021	0.017
	1.50	0.013	0.016	0.018	0.070	0.020	0.017

Tabla 10*Valores máximos para momento torsor adimensional K_{mxy} .*

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	-0.0141	-0.0237	-0.0275	-0.0260	-0.0212	-0.0156
	0.60	-0.0140	-0.0235	-0.0272	-0.0257	-0.0209	-0.0152
	0.70	-0.0139	-0.0233	-0.0271	-0.0255	-0.0206	-0.0148
	0.80	-0.0138	-0.0232	-0.0270	-0.0255	-0.0204	-0.0146
	0.90	-0.0137	-0.0231	-0.0270	-0.0255	-0.0204	-0.0144
	1.00	-0.0137	-0.0231	-0.0270	-0.0256	-0.0205	-0.0143
	1.10	-0.0136	-0.0230	-0.0271	-0.0258	-0.0207	-0.0144
	1.20	-0.0136	-0.0230	-0.0272	-0.0261	-0.0211	-0.0146
	1.30	-0.0135	-0.0230	-0.0274	-0.0265	-0.0216	-0.0150
	1.40	-0.0135	-0.0230	-0.0276	-0.0269	-0.0222	-0.0156
	1.50	-0.0134	-0.0230	-0.0277	-0.0274	-0.0229	-0.0163

Figura 29

Respuesta deflexión losa esviada SLSL (w).

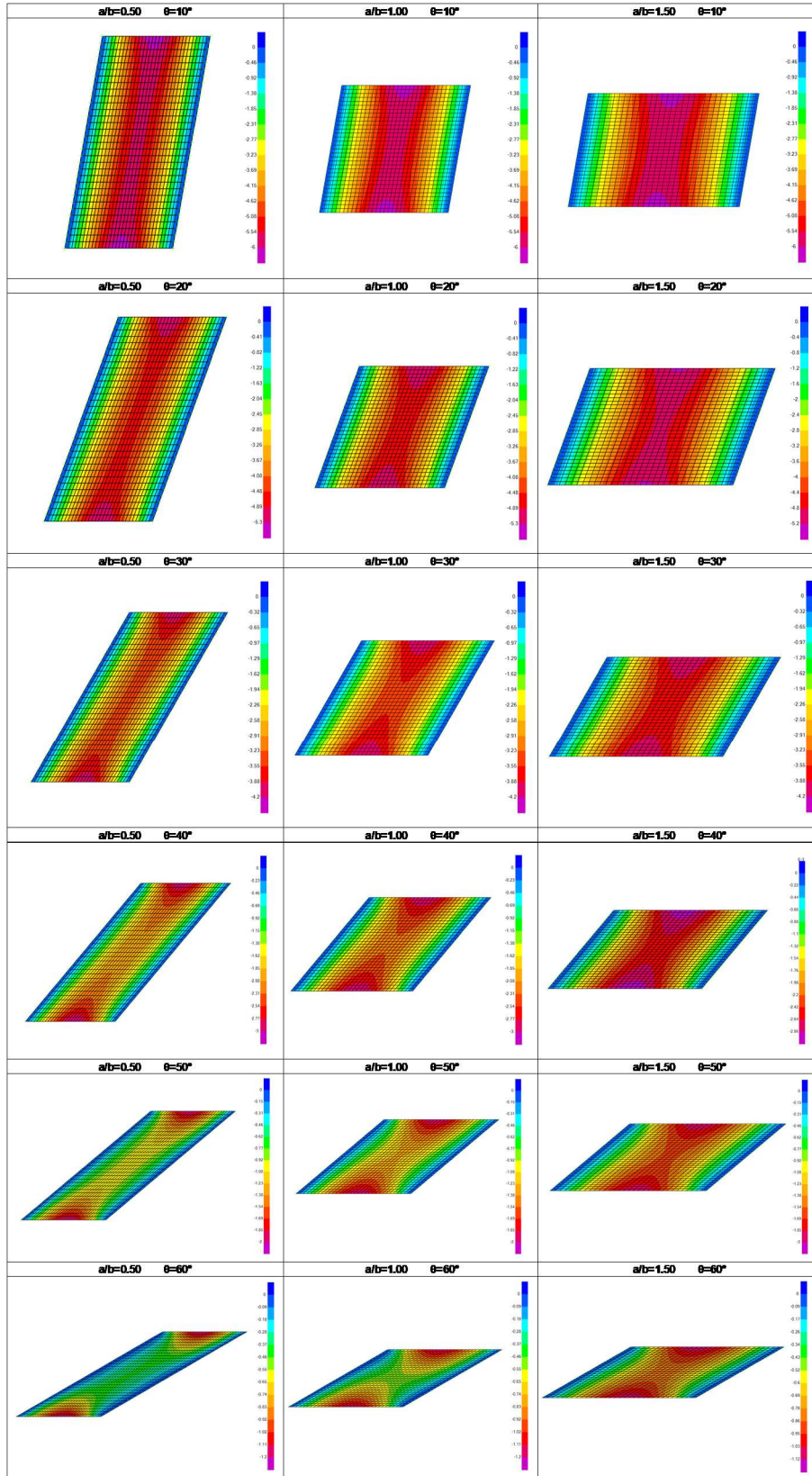


Figura 30

Respuesta momento longitudinal losa esviada SLSL (M_x).

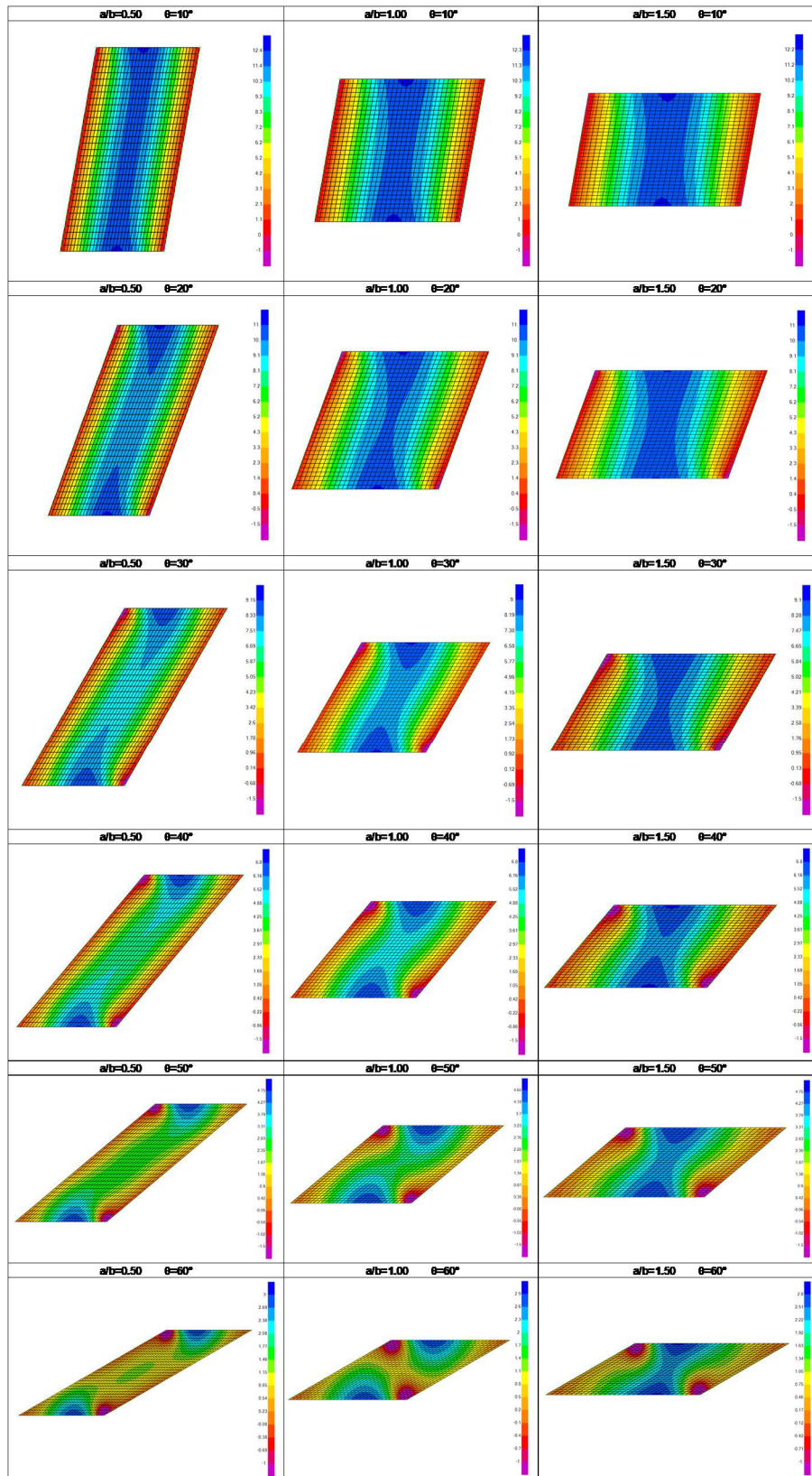


Figura 31

Respuesta momento transversal esviada SLSL (M_y).

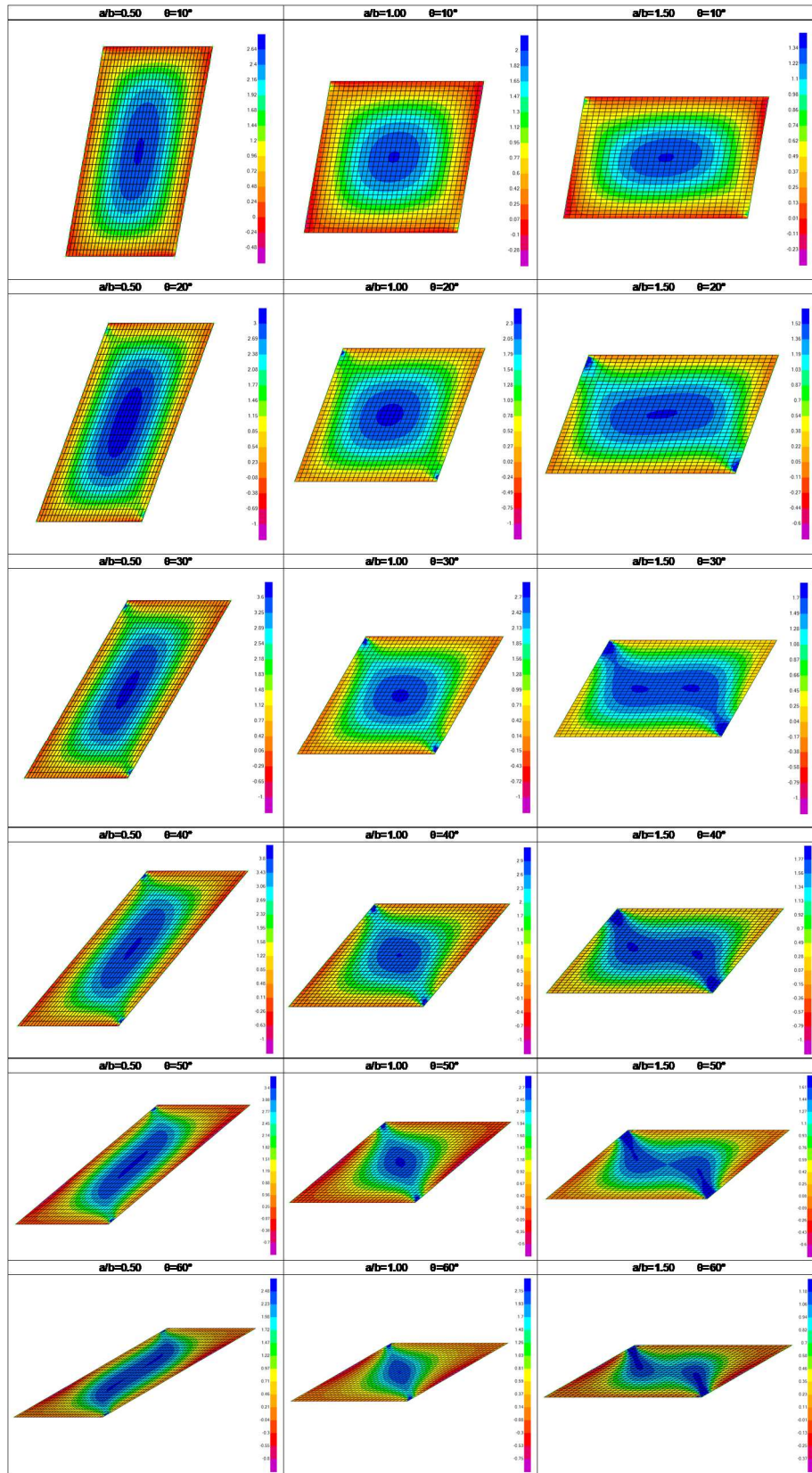
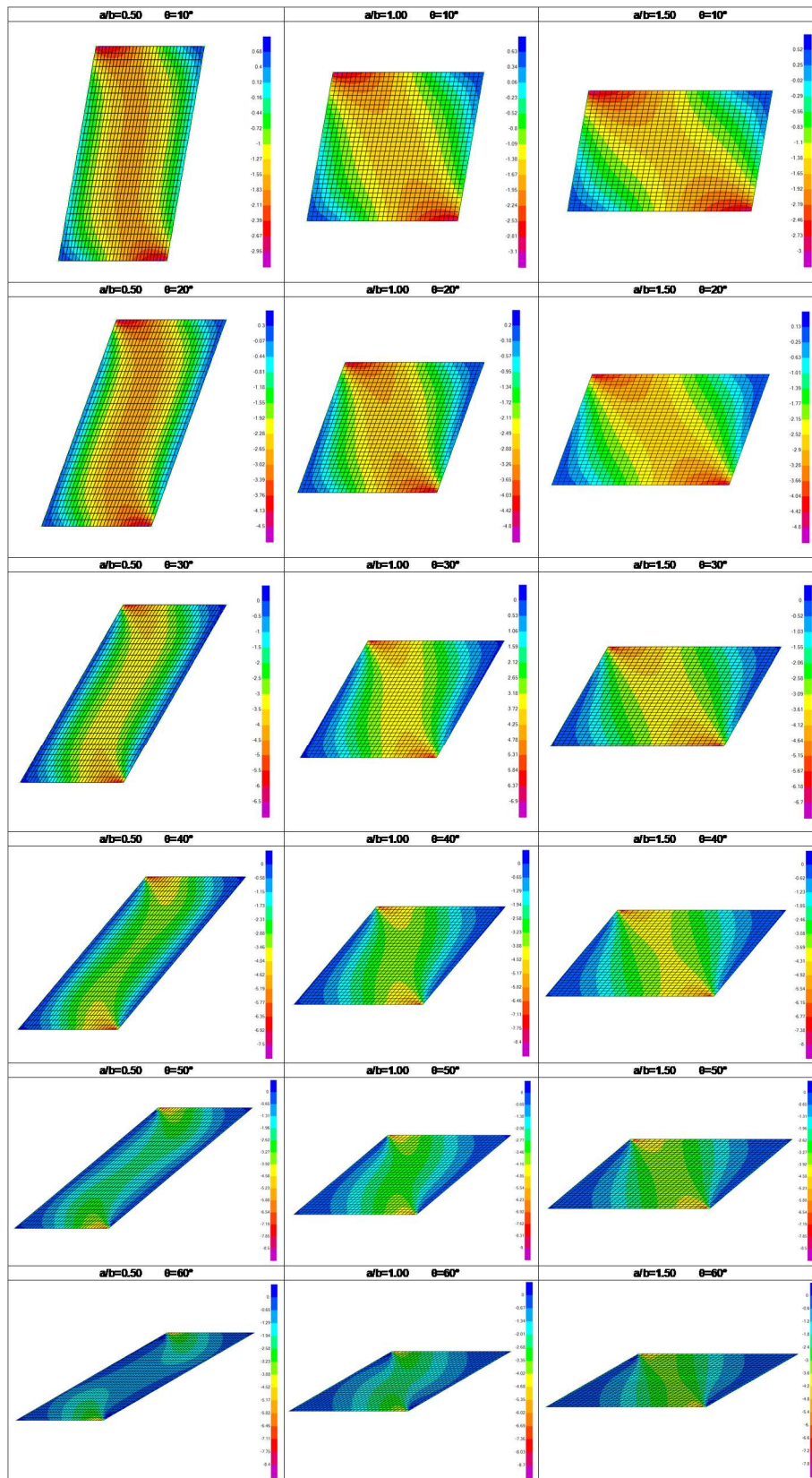


Figura 32

Respuesta momento torsor losa esviada SLSL (M_{xy}).



- **Caso: Losa esviada EEEE**

En las siguientes figuras y tablas se muestran las respuestas (deflexiones, momentos longitudinales positivos y negativos, momentos transversales positivos y negativos y momentos torsores) obtenidas del software SAP2000 analizando losas de un solo tramo con condición de contorno EEEE.

Tabla 11

Valores máximos para deflexión adimensional K_w .

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	-2.3935	-2.0010	-1.4636	-0.9136	-0.4664	-0.1810
	0.60	-2.2325	-1.8775	-1.3866	-0.8766	-0.4532	-0.1765
	0.70	-2.0005	-1.6916	-1.2612	-0.8084	-0.4256	-0.1690
	0.80	-1.7320	-1.4706	-1.1043	-0.7158	-0.3831	-0.1555
	0.90	-1.4590	-1.2416	-0.9364	-0.6111	-0.3304	-0.1363
	1.00	-1.2041	-1.0254	-0.7743	-0.5064	-0.2748	-0.1140
	1.10	-0.9800	-0.8341	-0.6292	-0.4108	-0.2222	-0.0918
	1.20	-0.7910	-0.6722	-0.5057	-0.3287	-0.1767	-0.0722
	1.30	-0.6360	-0.5394	-0.4043	-0.2613	-0.1392	-0.0561
	1.40	-0.5111	-0.4325	-0.3228	-0.2073	-0.1094	-0.0436
	1.50	-0.4116	-0.3474	-0.2583	-0.1648	-0.0862	-0.0340

Tabla 12

Valores máximos para momento longitudinal positivo adimensional K_{mx+} .

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	0.0389	0.0333	0.0254	0.0170	0.0100	0.0053
	0.60	0.0366	0.0318	0.0247	0.0170	0.0101	0.0052
	0.70	0.0331	0.0291	0.0232	0.0165	0.0101	0.0052
	0.80	0.0289	0.0257	0.0208	0.0153	0.0098	0.0053
	0.90	0.0246	0.0220	0.0180	0.0135	0.0089	0.0050
	1.00	0.0205	0.0183	0.0152	0.0114	0.0077	0.0045
	1.10	0.0168	0.0150	0.0125	0.0094	0.0064	0.0037
	1.20	0.0136	0.0122	0.0101	0.0076	0.0051	0.0030
	1.30	0.0110	0.0099	0.0081	0.0061	0.0042	0.0025
	1.40	0.0089	0.0080	0.0066	0.0050	0.0035	0.0022
	1.50	0.0073	0.006	0.0054	0.0042	0.0030	0.0019

Figura 33

Modelo de losa esviada EEEE.

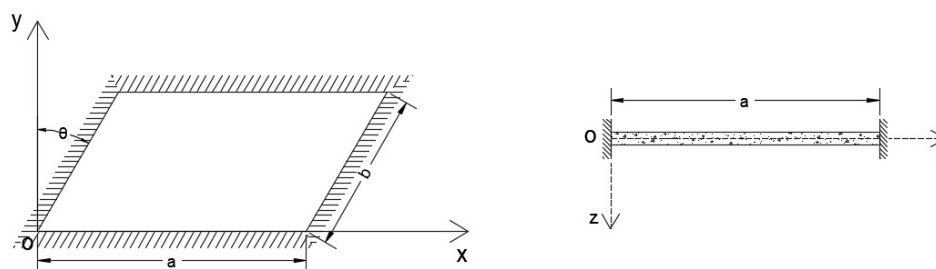


Tabla 13

Valores máximos para momento longitudinal negativo adimensional K_{mx-} .

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	-0.0788	-0.0678	-0.0523	-0.0359	-0.0216	-0.0111
	0.60	-0.0755	-0.0653	-0.0508	-0.0353	-0.0215	-0.0111
	0.70	-0.0702	-0.0610	-0.0479	-0.0337	-0.0209	-0.0110
	0.80	-0.0635	-0.0553	-0.0438	-0.0312	-0.0196	-0.0106
	0.90	-0.0562	-0.0491	-0.0391	-0.0280	-0.0179	-0.0098
	1.00	-0.0491	-0.0430	-0.0343	-0.0247	-0.0158	-0.0088
	1.10	-0.0425	-0.0372	-0.0297	-0.0215	-0.0138	-0.0077
	1.20	-0.0367	-0.0322	-0.0257	-0.0186	-0.0120	-0.0067
	1.30	-0.0318	-0.0279	-0.0223	-0.0161	-0.0104	-0.0058
	1.40	-0.0276	-0.0242	-0.0194	-0.0140	-0.0091	-0.0051
	1.50	-0.0242	-0.0212	-0.0170	-0.0123	-0.0080	-0.0046

Tabla 14

Valores máximos para momento transversal positivo adimensional K_{my+} .

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	0.0156	0.0164	0.0165	0.0153	0.0127	0.0090
	0.60	0.0161	0.0167	0.0165	0.0152	0.0125	0.0088
	0.70	0.0178	0.0176	0.0169	0.0152	0.0124	0.0087
	0.80	0.0196	0.0189	0.0175	0.0152	0.0122	0.0084
	0.90	0.0207	0.0196	0.0178	0.0152	0.0119	0.0081
	1.00	0.0208	0.0196	0.0176	0.0148	0.0114	0.0077
	1.10	0.0203	0.0191	0.0170	0.0141	0.0108	0.0071
	1.20	0.0194	0.0181	0.0160	0.0132	0.0100	0.0065
	1.30	0.0182	0.0169	0.0149	0.0122	0.0091	0.0059
	1.40	0.0169	0.0157	0.0137	0.0112	0.0082	0.0052
	1.50	0.0156	0.0144	0.0125	0.0101	0.0074	0.0046

Tabla 15*Valores máximos para momento transversal negativo adimensional K_{my-} .*

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	-0.0552	-0.0515	-0.0456	-0.0379	-0.0287	-0.0190
	0.60	-0.0554	-0.0516	-0.0456	-0.0377	-0.0285	-0.0187
	0.70	-0.0554	-0.0515	-0.0455	-0.0375	-0.0283	-0.0185
	0.80	-0.0545	-0.0508	-0.0449	-0.0371	-0.0280	-0.0183
	0.90	-0.0528	-0.0492	-0.0435	-0.0361	-0.0273	-0.0180
	1.00	-0.0501	-0.0468	-0.0414	-0.0343	-0.0260	-0.0172
	1.10	-0.0469	-0.0437	-0.0386	-0.0319	-0.0242	-0.0159
	1.20	-0.0434	-0.0404	-0.0356	-0.0293	-0.0220	-0.0144
	1.30	-0.0397	-0.0369	-0.0324	-0.0266	-0.0198	-0.0128
	1.40	-0.0361	-0.0335	-0.0294	-0.0239	-0.0177	-0.0113
	1.50	-0.0328	-0.0304	-0.0265	-0.0215	-0.0158	-0.0099

Tabla 16*Valores máximos para momento torsor adimensional K_{mxy} .*

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	0.0122	0.0182	0.0213	0.0196	0.0166	0.0128
	0.60	0.0124	0.0175	0.0206	0.0193	0.0158	0.0119
	0.70	0.0121	0.0163	0.0194	0.0183	0.0149	0.0112
	0.80	0.0117	0.0148	0.0176	0.0169	0.0136	0.0104
	0.90	0.0109	0.0131	0.0157	0.0151	0.0120	0.0094
	1.00	0.0100	0.0114	0.0137	0.0132	0.0106	0.0082
	1.10	0.0090	0.0098	0.0118	0.0114	0.0092	0.0070
	1.20	0.0080	0.0085	0.0101	0.0098	0.0079	0.0059
	1.30	0.0070	0.0073	0.0087	0.0084	0.0068	0.0050
	1.40	0.0062	0.0063	0.0076	0.0073	0.0059	0.0043
	1.50	0.0054	0.0055	0.0066	0.0064	0.0052	0.0038

Figura 34

Respuesta deflexión losa esviada EEEE (w).

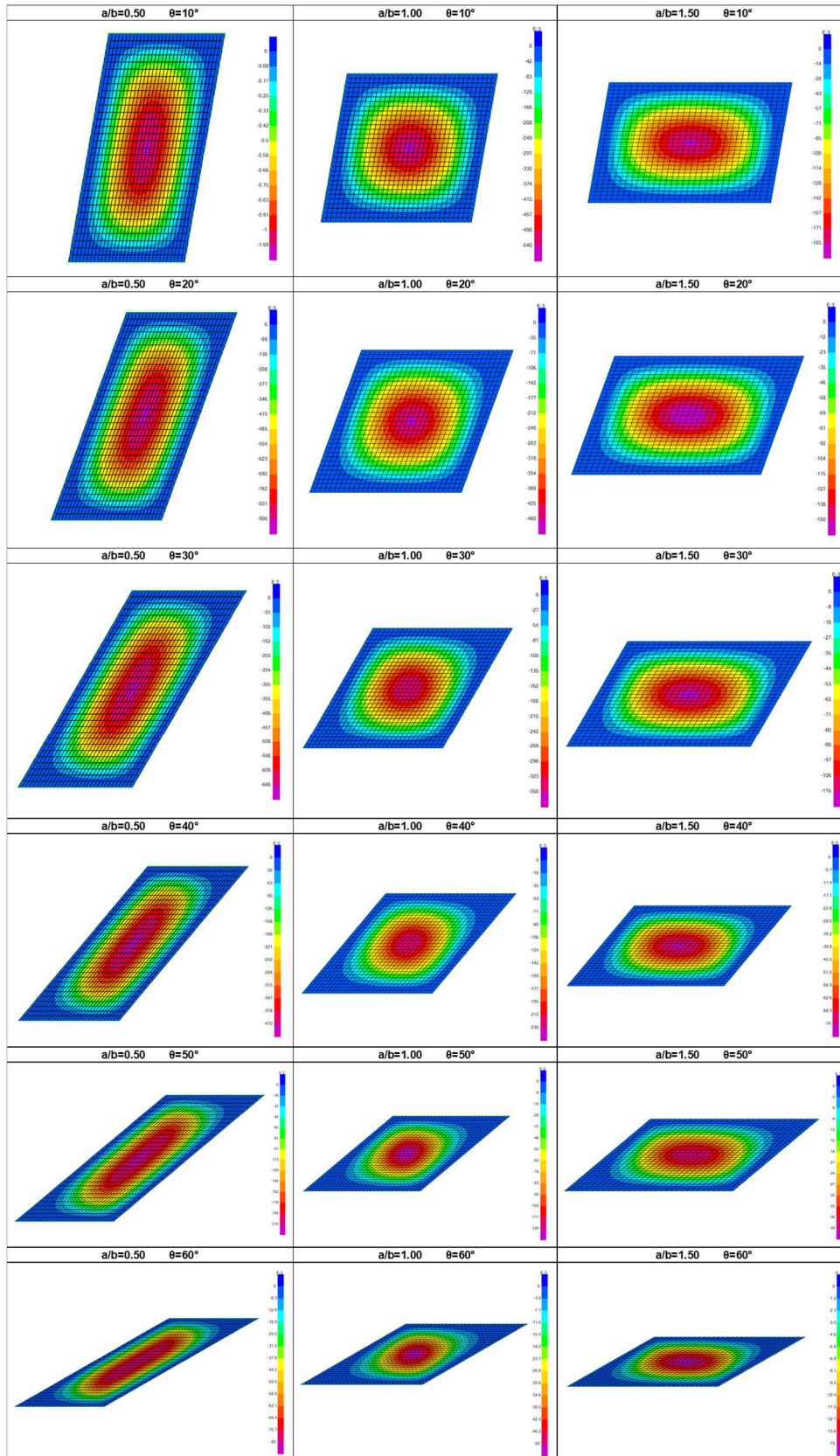


Figura 35

Respuesta momento longitudinal losa esviada $EEEE (M_x)$.

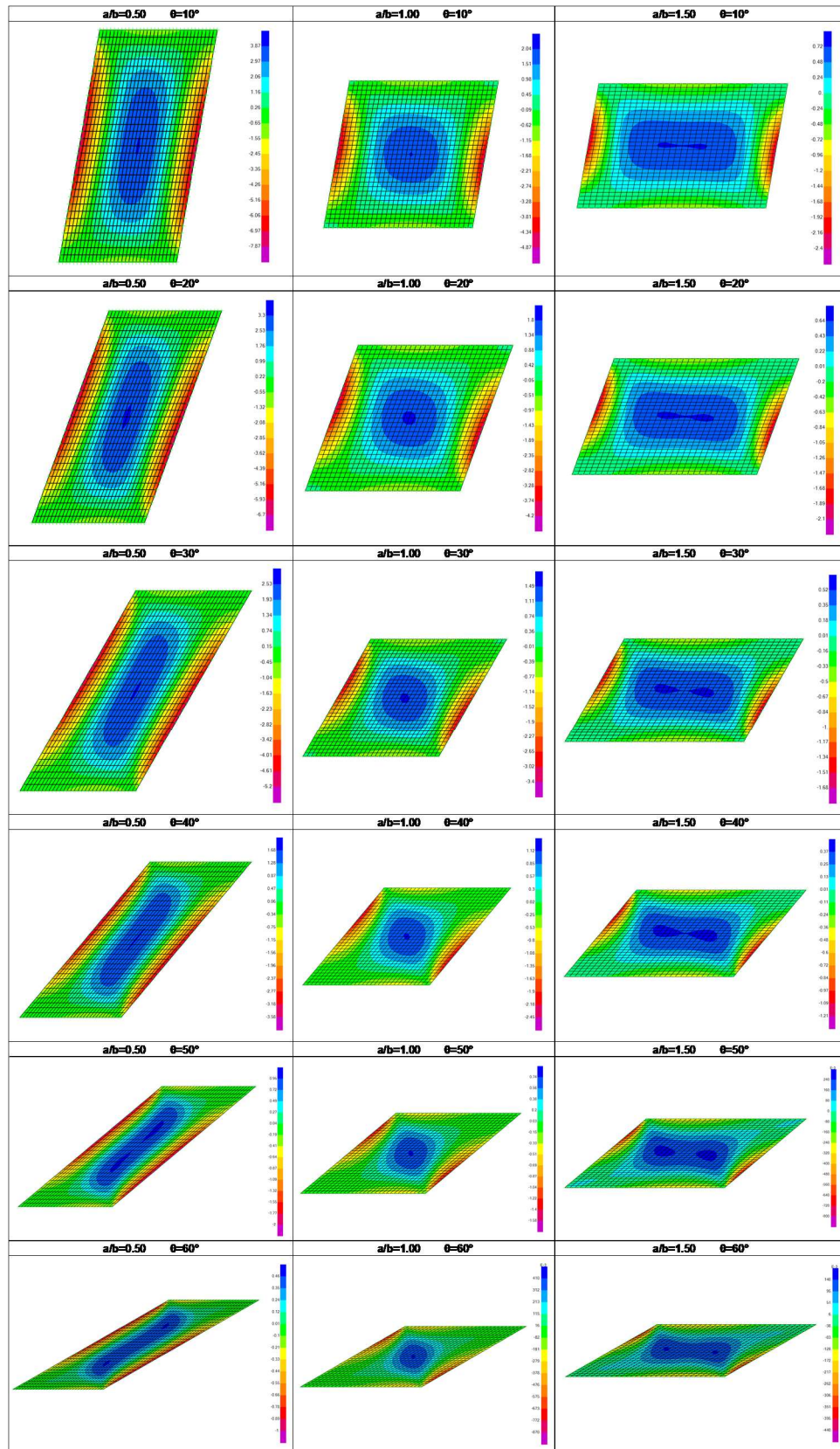


Figura 36

Respuesta momento transversal losa esviada EEEE (M_y).

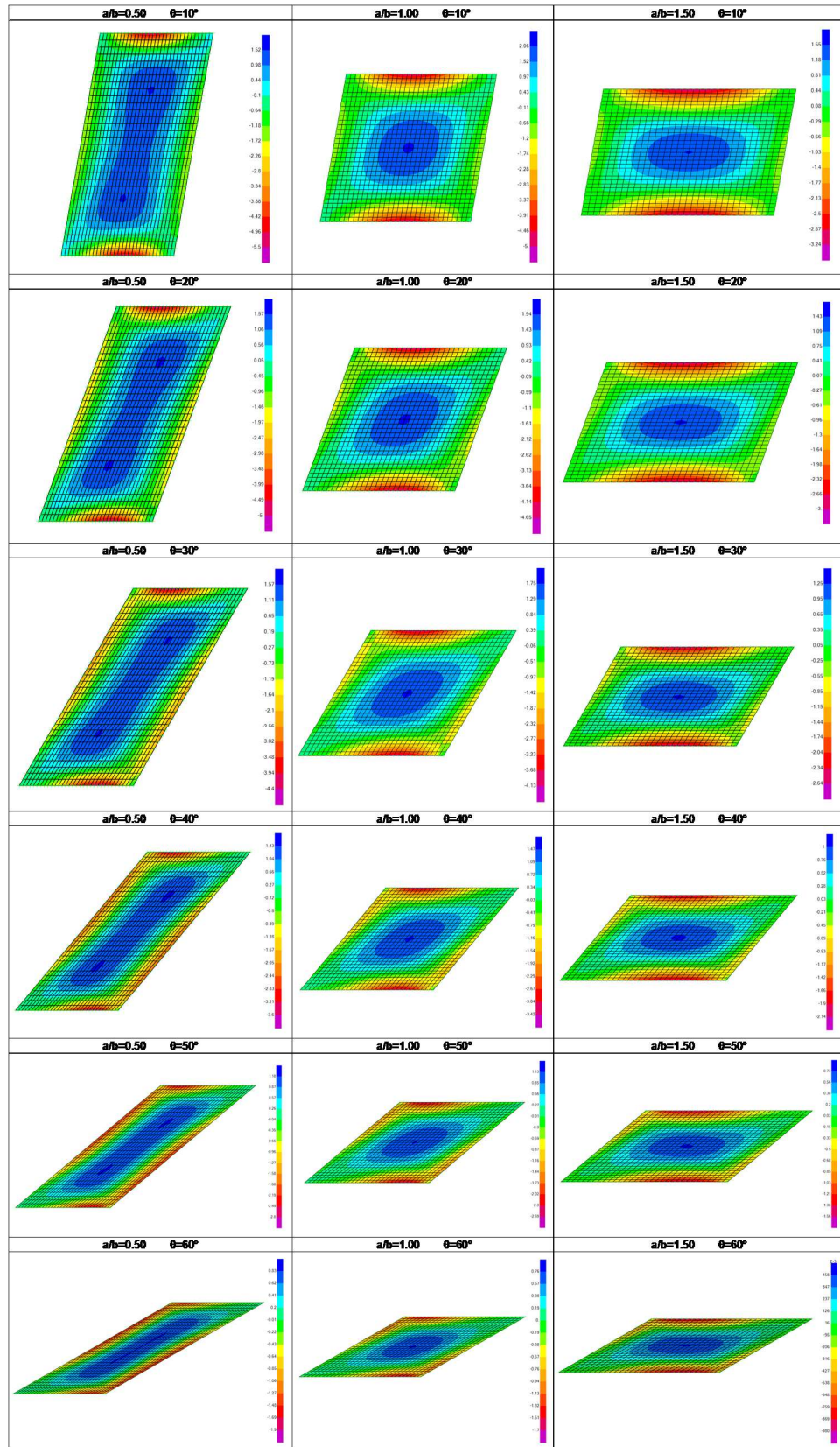
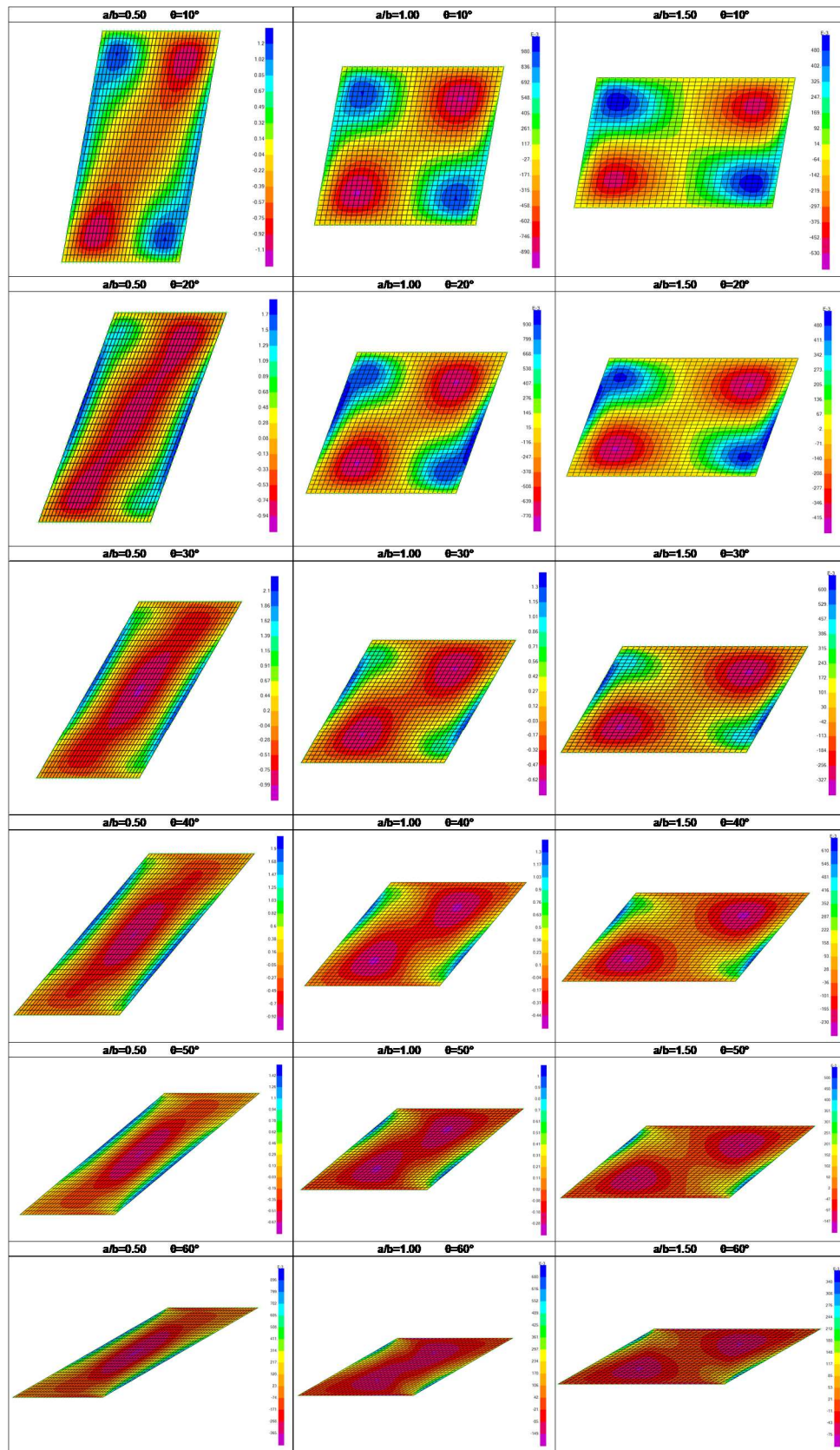


Figura 37

Respuesta momento torsor losa esviada $EEEE$ (M_{xy}).



- **Caso: Losa esviada SSSS**

En las siguientes tablas y figuras se muestran las respuestas (deflexiones, momentos longitudinales, momentos transversales y momentos torsores) obtenidas del software SAP2000 analizando losas de un solo tramo con condición de contorno SSSS .

Tabla 17

Valores máximos para deflexión adimensional K_w .

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	-9.599	-8.138	-6.091	-3.920	-2.061	-0.802
	0.60	-8.230	-7.021	-5.315	-3.482	-1.878	-0.754
	0.70	-6.916	-5.928	-4.526	-3.007	-1.658	-0.687
	0.80	-5.737	-4.931	-3.787	-2.541	-1.423	-0.606
	0.90	-4.721	-4.065	-3.131	-2.112	-1.194	-0.516
	1.00	-3.869	-3.333	-2.570	-1.736	-0.985	-0.428
	1.10	-3.167	-2.727	-2.101	-1.418	-0.802	-0.347
	1.20	-2.594	-2.232	-1.716	-1.154	-0.649	-0.278
	1.30	-2.130	-1.829	-1.403	-0.939	-0.524	-0.221
	1.40	-1.754	-1.504	-1.150	-0.765	-0.423	-0.176
	1.50	-1.450	-1.241	-0.945	-0.625	-0.342	-0.141

Tabla 18

Valores máximos para momento longitudinal adimensional K_{mx} .

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	0.0957	0.0836	0.0660	0.0460	0.0272	0.0128
	0.60	0.0835	0.0738	0.0595	0.0428	0.0265	0.0130
	0.70	0.0716	0.0639	0.0524	0.0388	0.0251	0.0131
	0.80	0.0606	0.0545	0.0452	0.0343	0.0230	0.0128
	0.90	0.0510	0.0460	0.0385	0.0296	0.0203	0.0118
	1.00	0.0428	0.0387	0.0325	0.0251	0.0174	0.0103
	1.10	0.0359	0.0324	0.0273	0.0210	0.0146	0.0086
	1.20	0.0301	0.0272	0.0228	0.0176	0.0121	0.0070
	1.30	0.0254	0.0229	0.0192	0.0146	0.0099	0.0056
	1.40	0.0215	0.0194	0.0161	0.0122	0.0082	0.0045
	1.50	0.0183	0.0164	0.0136	0.0103	0.0068	0.0037

Figura 38

Modelo de losa esviada SSSS .

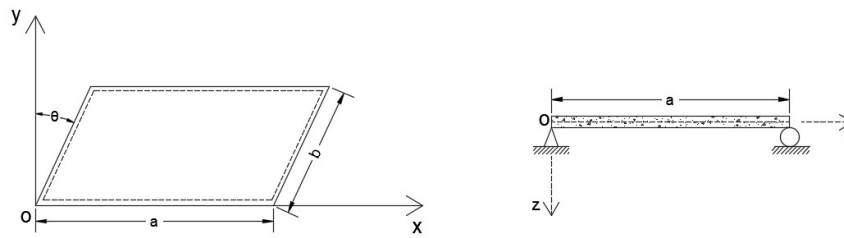


Tabla 19

Valores máximos para momento transversal adimensional K_{my} .

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	0.0395	0.0416	0.0422	0.0396	0.0340	0.0249
	0.60	0.0411	0.0419	0.0415	0.0385	0.0326	0.0239
	0.70	0.0431	0.0423	0.0407	0.0370	0.0310	0.0226
	0.80	0.0442	0.0427	0.0399	0.0355	0.0292	0.0212
	0.90	0.0443	0.0423	0.0390	0.0341	0.0277	0.0198
	1.00	0.0435	0.0414	0.0378	0.0327	0.0262	0.0186
	1.10	0.0422	0.0399	0.0362	0.0311	0.0247	0.0173
	1.20	0.0404	0.0381	0.0344	0.0294	0.0231	0.0160
	1.30	0.0384	0.0362	0.0325	0.0275	0.0215	0.0147
	1.40	0.0363	0.0341	0.0305	0.0257	0.0199	0.0134
	1.50	0.0341	0.0320	0.0285	0.0239	0.0183	0.0122

Tabla 20

Valores máximos para momento torsor adimensional K_{mxy} .

		θ					
		10°	20°	30°	40°	50°	60°
a/b	0.50	0.0779	0.0960	0.1037	0.0942	0.0682	0.0349
	0.60	0.0767	0.0957	0.1053	0.0977	0.0726	0.0384
	0.70	0.0735	0.0923	0.1031	0.0973	0.0740	0.0404
	0.80	0.0688	0.0868	0.0977	0.0934	0.0723	0.0405
	0.90	0.0633	0.0798	0.0903	0.0869	0.0680	0.0388
	1.00	0.0575	0.0723	0.0819	0.0789	0.0620	0.0356
	1.10	0.0518	0.0648	0.0732	0.0704	0.0551	0.0315
	1.20	0.0464	0.0577	0.0649	0.0620	0.0482	0.0272
	1.30	0.0414	0.0512	0.0572	0.0543	0.0417	0.0231
	1.40	0.0370	0.0453	0.0503	0.0473	0.0360	0.0196
	1.50	0.0330	0.0401	0.0442	0.0413	0.0310	0.0167

Figura 39

Respuesta deflexión losa esviada SSSS (w).

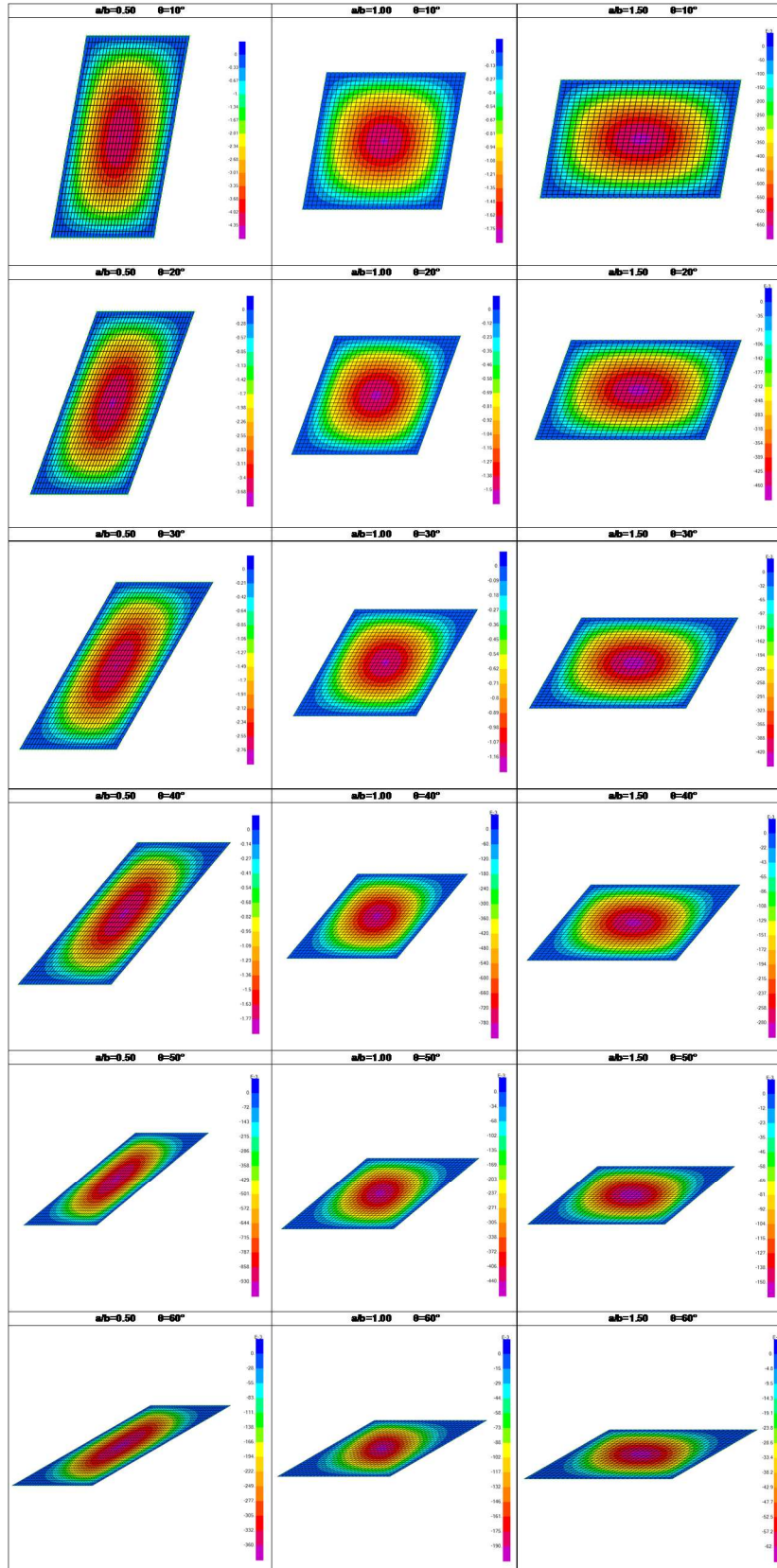


Figura 40

Respuesta momento longitudinal losa esviada SSSS (M_x).

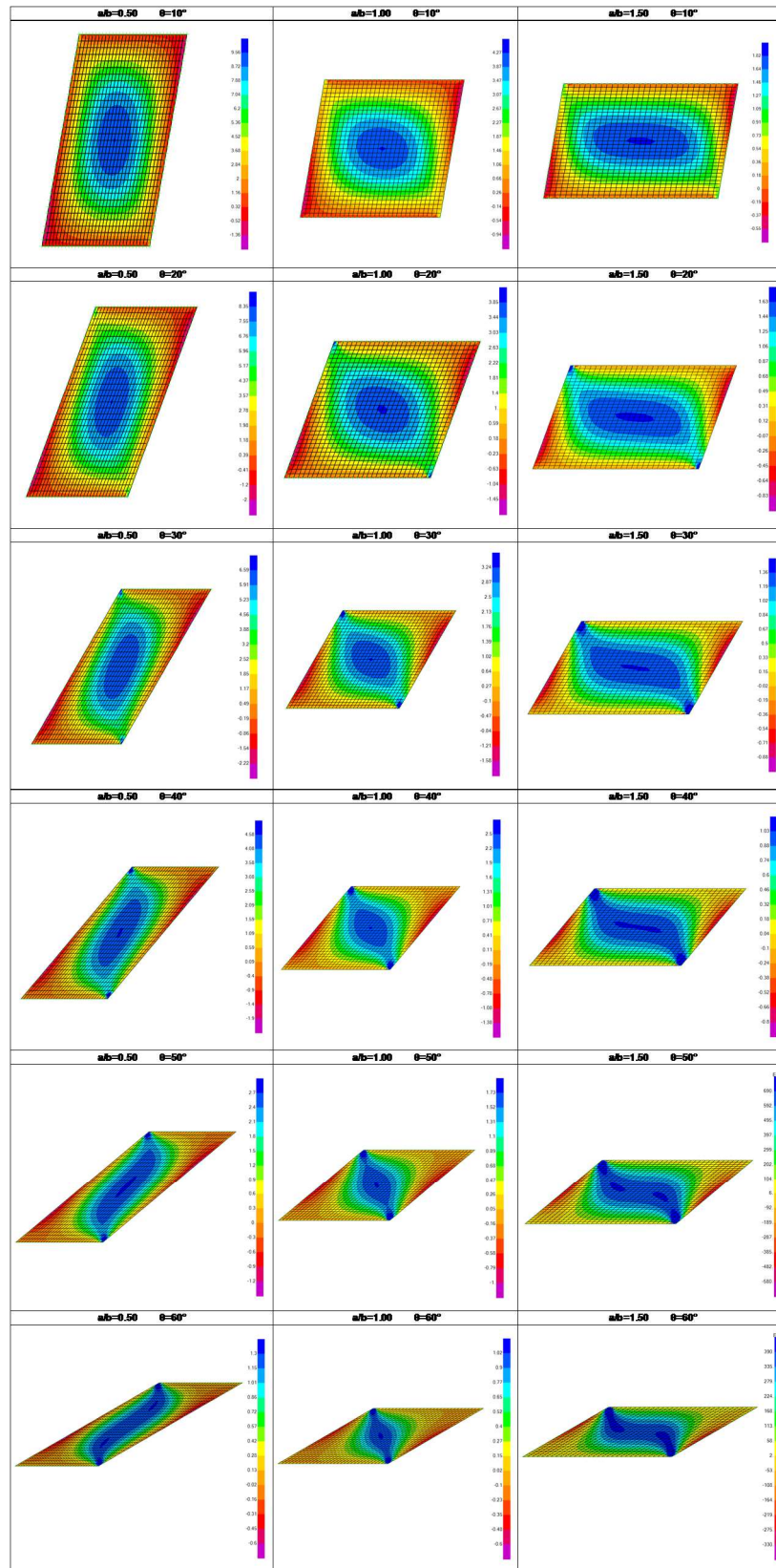


Figura 41

Respuesta momento longitudinal losa esviada SSSS (M_y).

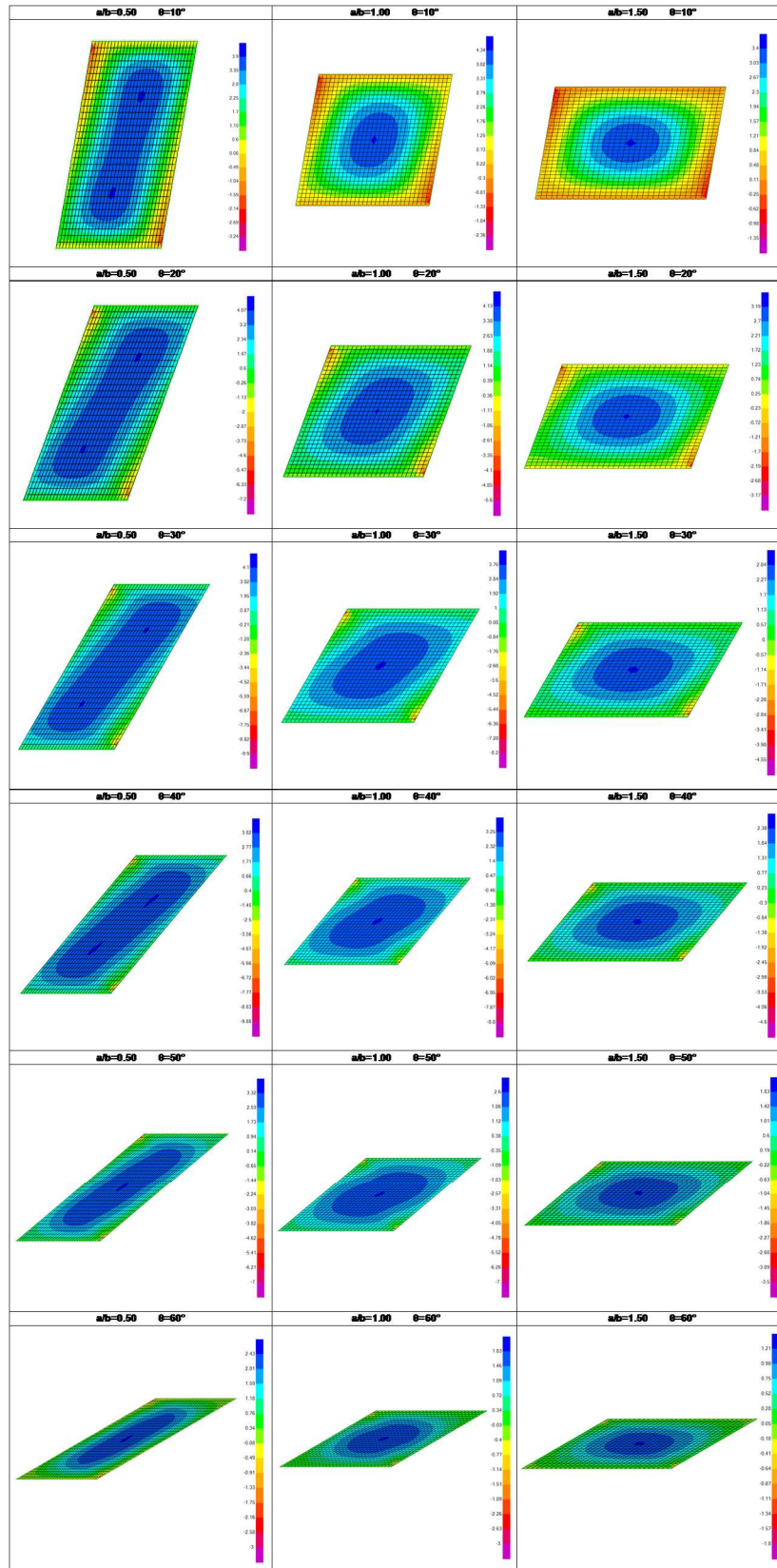
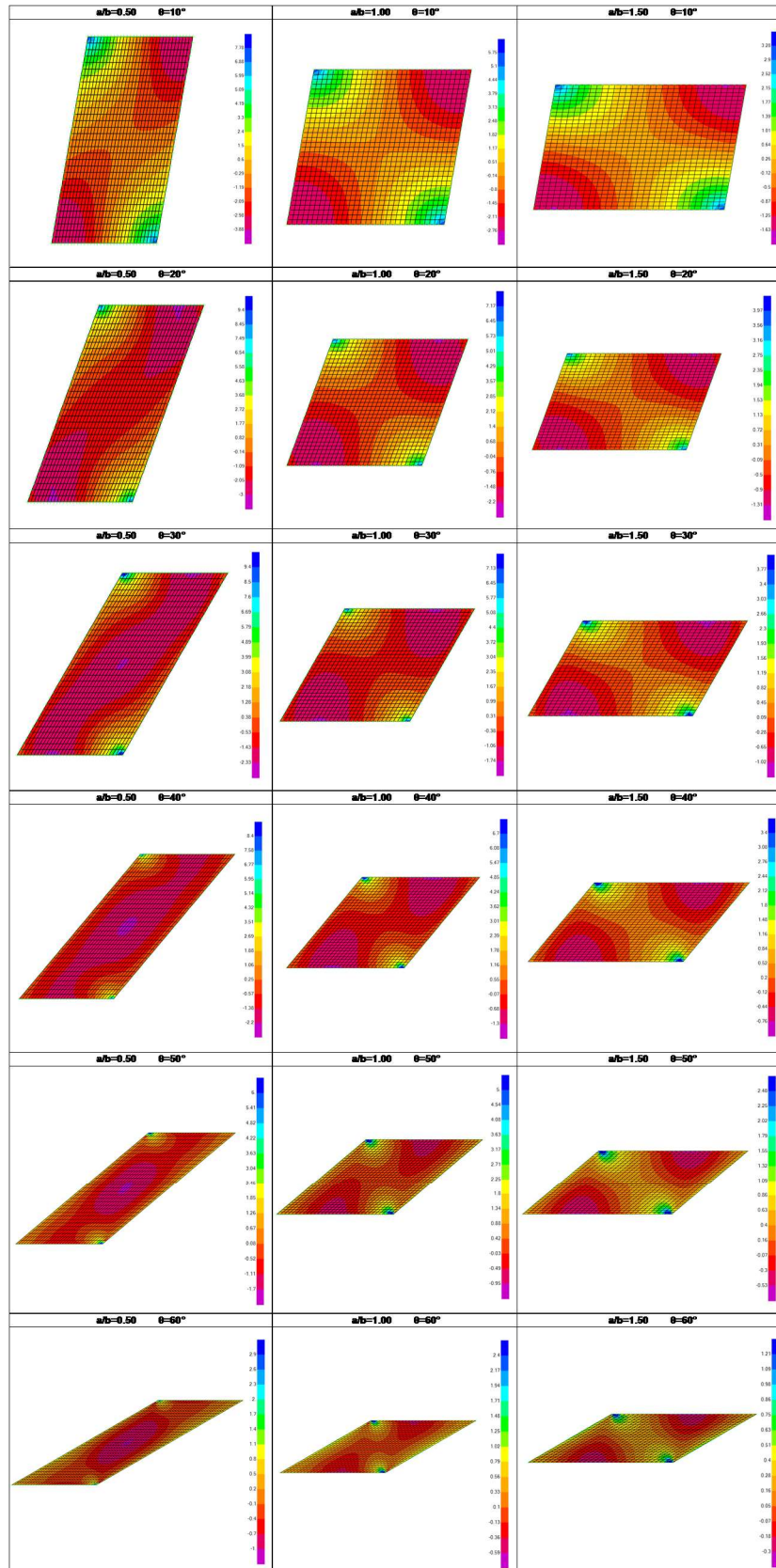


Figura 42

Respuesta momento torsor losa esviada *SSSS* (M_{xy}).



- **Caso: Losa esviada continua**

En las siguientes tablas y figuras se muestran las respuestas (momentos longitudinales y momentos transversales tanto positivo como negativo) del paño más desfavorable, obtenidas del software SAP2000 analizando losas continuas apoyadas sobre vigas y columnas.

Tabla 21

Valores máximos para momento longitudinal positivo adimensional K_{mx+} .

a	h	B	H	I	K_{mx+}					
					1Ø	2Ø	3Ø	4Ø	5Ø	6Ø
3	0.08	0.25	0.50	0.04915	0.02342	0.02117	0.01772	0.01399	0.00999	0.00619
			0.55	0.03693	0.02318	0.02096	0.01756	0.01386	0.00993	0.00617
			0.60	0.02844	0.02298	0.02078	0.01743	0.01375	0.00987	0.00615
		0.30	0.50	0.04096	0.02308	0.02085	0.01746	0.01380	0.00986	0.00610
			0.55	0.03077	0.02287	0.02067	0.01733	0.01369	0.00980	0.00609
			0.60	0.02370	0.02270	0.02052	0.01722	0.01359	0.00975	0.00607
	0.10	0.25	0.50	0.09600	0.02485	0.02246	0.01880	0.01485	0.01054	0.00646
			0.55	0.07213	0.02442	0.02209	0.01848	0.01463	0.01044	0.00646
			0.60	0.05556	0.02407	0.02178	0.01825	0.01444	0.01034	0.00643
		0.30	0.50	0.08000	0.02428	0.02192	0.01839	0.01453	0.01032	0.00634
			0.55	0.06011	0.02389	0.02160	0.01809	0.01433	0.01023	0.00633
			0.60	0.04630	0.02358	0.02132	0.01786	0.01416	0.01014	0.00630
	0.13	0.25	0.50	0.21091	0.02779	0.02508	0.02116	0.01655	0.01156	0.00690
			0.55	0.15846	0.02701	0.02443	0.02056	0.01619	0.01143	0.00694
			0.60	0.12206	0.02637	0.02387	0.02004	0.01585	0.01128	0.00693
		0.30	0.50	0.17576	0.02683	0.02419	0.02046	0.01601	0.01121	0.00672
			0.55	0.13205	0.02611	0.02359	0.01990	0.01567	0.01108	0.00674
			0.60	0.10171	0.02552	0.02308	0.01943	0.01537	0.01094	0.00673
4	0.08	0.25	0.50	0.06554	0.02379	0.02151	0.01767	0.01421	0.01013	0.00626
			0.55	0.04924	0.02350	0.02126	0.01752	0.01406	0.01007	0.00626
			0.60	0.03793	0.02327	0.02106	0.01739	0.01393	0.01000	0.00624
		0.30	0.50	0.05461	0.02338	0.02113	0.01767	0.01399	0.00999	0.00618
			0.55	0.04103	0.02313	0.02091	0.01752	0.01386	0.00992	0.00617
			0.60	0.03160	0.02293	0.02073	0.01739	0.01375	0.00986	0.00615
	0.10	0.25	0.50	0.12800	0.02479	0.02302	0.01881	0.01519	0.01076	0.00657
			0.55	0.09617	0.02434	0.02260	0.01846	0.01496	0.01066	0.00658
			0.60	0.07407	0.02426	0.02225	0.01818	0.01474	0.01056	0.00657
		0.30	0.50	0.10667	0.02479	0.02240	0.01881	0.01484	0.01053	0.00645
			0.55	0.08014	0.02434	0.02202	0.01846	0.01462	0.01043	0.00644
			0.60	0.06173	0.02398	0.02170	0.01818	0.01443	0.01033	0.00642
	0.13	0.25	0.50	0.28122	0.02878	0.02596	0.02195	0.01710	0.01187	0.00702
			0.55	0.21128	0.02792	0.02526	0.02129	0.01673	0.01177	0.00710
			0.60	0.16274	0.02720	0.02465	0.02071	0.01637	0.01162	0.00712
		0.30	0.50	0.23435	0.02772	0.02499	0.02118	0.01654	0.01152	0.00686

		0.55	0.17607	0.02691	0.02432	0.02056	0.01617	0.01140	0.00691
		0.60	0.13562	0.02624	0.02375	0.02003	0.01584	0.01125	0.00690
5	0.08	0.50	0.08192	0.02365	0.02181	0.01822	0.01438	0.01024	0.00631
		0.55	0.06155	0.02380	0.02154	0.01804	0.01423	0.01018	0.00632
		0.60	0.04741	0.02354	0.02131	0.01787	0.01409	0.01011	0.00630
		0.50	0.06827	0.02365	0.02137	0.01787	0.01415	0.01009	0.00623
		0.55	0.05129	0.02337	0.02113	0.01770	0.01401	0.01002	0.00622
		0.60	0.03951	0.02314	0.02093	0.01755	0.01388	0.00996	0.00621
	0.10	0.50	0.16000	0.02526	0.02350	0.01967	0.01547	0.01091	0.00663
		0.55	0.12021	0.02546	0.02305	0.01926	0.01523	0.01083	0.00666
		0.60	0.09259	0.02501	0.02266	0.01898	0.01500	0.01073	0.00666
		0.50	0.13333	0.02526	0.02281	0.01917	0.01510	0.01068	0.00651
		0.55	0.10018	0.02476	0.02240	0.01879	0.01487	0.01059	0.00653
		0.60	0.07716	0.02436	0.02205	0.01847	0.01466	0.01049	0.00651
	0.13	0.50	0.35152	0.02850	0.02670	0.02260	0.01752	0.01207	0.00704
		0.55	0.26410	0.02872	0.02597	0.02191	0.01716	0.01200	0.00718
		0.60	0.20343	0.02794	0.02532	0.02130	0.01679	0.01188	0.00723
		0.50	0.29293	0.02850	0.02568	0.02180	0.01695	0.01174	0.00692
		0.55	0.22009	0.02764	0.02497	0.02114	0.01659	0.01164	0.00700
		0.60	0.16952	0.02691	0.02436	0.02056	0.01623	0.01151	0.00703
6	0.08	0.50	0.09830	0.02443	0.02208	0.01842	0.01452	0.01031	0.00633
		0.55	0.07386	0.02408	0.02179	0.01823	0.01437	0.01026	0.00635
		0.60	0.05689	0.02379	0.02154	0.01806	0.01423	0.01020	0.00635
		0.50	0.08192	0.02390	0.02160	0.01806	0.01428	0.01016	0.00626
		0.55	0.06155	0.02360	0.02134	0.01786	0.01414	0.01011	0.00626
		0.60	0.04741	0.02334	0.02112	0.01771	0.01401	0.01004	0.00625
	0.10	0.50	0.19200	0.02649	0.02392	0.02002	0.01570	0.01102	0.00664
		0.55	0.14425	0.02591	0.02345	0.01959	0.01546	0.01096	0.00671
		0.60	0.11111	0.02543	0.02304	0.01927	0.01523	0.01087	0.00672
		0.50	0.16000	0.02568	0.02318	0.01949	0.01532	0.01079	0.00654
		0.55	0.12021	0.02515	0.02275	0.01909	0.01509	0.01072	0.00658
		0.60	0.09259	0.02471	0.02237	0.01874	0.01487	0.01062	0.00658
	0.13	0.50	0.42182	0.03037	0.02732	0.02315	0.01785	0.01219	0.00701
		0.55	0.31692	0.02942	0.02658	0.02245	0.01751	0.01217	0.00721
		0.60	0.24411	0.02861	0.02591	0.02181	0.01715	0.01208	0.00730
		0.50	0.35152	0.02919	0.02627	0.02233	0.01729	0.01189	0.00693
		0.55	0.26410	0.02828	0.02554	0.02165	0.01693	0.01183	0.00706
		0.60	0.20343	0.02751	0.02490	0.02104	0.01658	0.01171	0.00711

Tabla 22

Valores máximos para momento longitudinal negativo adimensional K_{mx-} .

a	h	B	H	I	K_{mx-}					
					10°	20°	30°	40°	50°	60°
3	0.08	0.25	0.50	0.04915	-0.04853	-0.04517	-0.03861	-0.03121	-0.02359	-0.01530
			0.55	0.03693	-0.04867	-0.04516	-0.03860	-0.03097	-0.02342	-0.01523
		0.30	0.60	0.02844	-0.04874	-0.04512	-0.03855	-0.03076	-0.02328	-0.01516
			0.50	0.04096	-0.04835	-0.04513	-0.03857	-0.03114	-0.02350	-0.01523
		0.60	0.55	0.03077	-0.04845	-0.04509	-0.03852	-0.03090	-0.02334	-0.01516
			0.60	0.02370	-0.04850	-0.04503	-0.03845	-0.03070	-0.02320	-0.01509
	0.10	0.25	0.50	0.09600	-0.04829	-0.04531	-0.03873	-0.03215	-0.02422	-0.01556
			0.55	0.07213	-0.04864	-0.04537	-0.03880	-0.03177	-0.02398	-0.01547
		0.30	0.60	0.05556	-0.04884	-0.04537	-0.03880	-0.03144	-0.02376	-0.01538
			0.50	0.08000	-0.04814	-0.04539	-0.03884	-0.03211	-0.02416	-0.01551
		0.60	0.55	0.06011	-0.04840	-0.04533	-0.03883	-0.03173	-0.02392	-0.01541
			0.60	0.04630	-0.04854	-0.04533	-0.03877	-0.03141	-0.02370	-0.01531
	0.13	0.25	0.50	0.21091	-0.04788	-0.04496	-0.04034	-0.03375	-0.02512	-0.01573
			0.55	0.15846	-0.04817	-0.04525	-0.03946	-0.03311	-0.02476	-0.01563
		0.30	0.60	0.12206	-0.04837	-0.04539	-0.03875	-0.03258	-0.02444	-0.01552
			0.50	0.17576	-0.04803	-0.04537	-0.04031	-0.03378	-0.02512	-0.01572
		0.60	0.55	0.13205	-0.04828	-0.04553	-0.03947	-0.03317	-0.02477	-0.01561
			0.60	0.10171	-0.04828	-0.04557	-0.03895	-0.03265	-0.02445	-0.01550
4	0.08	0.25	0.50	0.06554	-0.04858	-0.04516	-0.03866	-0.03142	-0.02381	-0.01550
			0.55	0.04924	-0.04880	-0.04521	-0.03870	-0.03116	-0.02364	-0.01544
		0.30	0.60	0.03793	-0.04892	-0.04520	-0.03868	-0.03094	-0.02349	-0.01537
			0.50	0.05461	-0.04839	-0.04519	-0.03869	-0.03142	-0.02378	-0.01547
		0.60	0.55	0.04103	-0.04855	-0.04515	-0.03868	-0.03115	-0.02361	-0.01540
			0.60	0.03160	-0.04864	-0.04539	-0.03863	-0.03093	-0.02345	-0.01532
	0.10	0.25	0.50	0.12800	-0.04818	-0.04516	-0.03863	-0.03244	-0.02453	-0.01585
			0.55	0.09617	-0.04869	-0.04533	-0.03881	-0.03202	-0.02428	-0.01576
		0.30	0.60	0.07407	-0.04901	-0.04539	-0.03888	-0.03167	-0.02405	-0.01567
			0.50	0.10667	-0.04808	-0.04590	-0.03890	-0.03252	-0.02457	-0.01586
		0.60	0.55	0.08014	-0.04847	-0.04546	-0.03898	-0.03211	-0.02431	-0.01576
			0.60	0.06173	-0.04871	-0.04545	-0.03897	-0.03175	-0.02408	-0.01566
	0.13	0.25	0.50	0.28122	-0.04740	-0.04446	-0.04081	-0.03427	-0.02565	-0.01619
			0.55	0.21128	-0.04786	-0.04493	-0.03981	-0.03354	-0.02524	-0.01608
		0.30	0.60	0.16274	-0.04828	-0.04520	-0.03900	-0.03293	-0.02488	-0.01597
			0.50	0.23435	-0.04772	-0.04509	-0.04091	-0.03441	-0.02574	-0.01625
		0.60	0.55	0.17607	-0.04806	-0.04542	-0.03998	-0.03373	-0.02535	-0.01614
			0.60	0.13562	-0.04824	-0.04559	-0.03922	-0.03316	-0.02501	-0.01603
5	0.08	0.25	0.50	0.08192	-0.04853	-0.04508	-0.03860	-0.03155	-0.02393	-0.01560
			0.55	0.06155	-0.04884	-0.04518	-0.03870	-0.03128	-0.02376	-0.01554
		0.30	0.60	0.04741	-0.04901	-0.04521	-0.03872	-0.03104	-0.02361	-0.01548
			0.50	0.06827	-0.04834	-0.04518	-0.03871	-0.03161	-0.02396	-0.01561
		0.60	0.55	0.05129	-0.04858	-0.04522	-0.03875	-0.03133	-0.02378	-0.01554
			0.60	0.03951	-0.04871	-0.04521	-0.03872	-0.03110	-0.02362	-0.01546

6	0.10	0.50	0.16000	-0.04786	-0.04490	-0.03854	-0.03263	-0.02471	-0.01598
		0.25	0.55	0.12021	-0.04858	-0.04517	-0.03867	-0.03218	-0.02444
		0.60	0.09259	-0.04902	-0.04531	-0.03882	-0.03180	-0.02421	-0.01582
		0.50	0.13333	-0.04786	-0.04525	-0.03879	-0.03280	-0.02481	-0.01604
		0.30	0.55	0.10018	-0.04840	-0.04541	-0.03897	-0.03236	-0.02455
		0.60	0.07716	-0.04873	-0.04547	-0.03903	-0.03198	-0.02431	-0.01585
	0.13	0.50	0.35152	-0.04686	-0.04475	-0.04126	-0.03466	-0.02598	-0.01642
		0.25	0.55	0.26410	-0.04747	-0.04448	-0.04013	-0.03385	-0.02553
		0.60	0.20343	-0.04792	-0.04487	-0.03922	-0.03317	-0.02514	-0.01620
		0.50	0.29293	-0.04730	-0.04465	-0.04139	-0.03485	-0.02611	-0.01652
		0.30	0.55	0.22009	-0.04778	-0.04514	-0.04037	-0.03411	-0.02570
		0.60	0.16952	-0.04807	-0.04541	-0.03954	-0.03349	-0.02534	-0.01630
	0.08	0.50	0.09830	-0.04843	-0.04496	-0.03848	-0.03164	-0.02401	-0.01565
		0.25	0.55	0.07386	-0.04882	-0.04512	-0.03864	-0.03136	-0.02384
		0.60	0.05689	-0.04906	-0.04519	-0.03871	-0.03112	-0.02368	-0.01554
		0.50	0.08192	-0.04825	-0.04512	-0.03867	-0.03176	-0.02409	-0.01569
		0.30	0.55	0.06155	-0.04856	-0.04521	-0.03876	-0.03147	-0.02390
		0.60	0.04741	-0.04874	-0.04523	-0.03876	-0.03122	-0.02374	-0.01555
	0.10	0.50	0.19200	-0.04460	-0.04460	-0.03873	-0.03279	-0.02483	-0.01605
		0.25	0.55	0.14425	-0.04496	-0.04496	-0.03846	-0.03230	-0.02455
		0.60	0.11111	-0.04517	-0.04517	-0.03868	-0.03190	-0.02430	-0.01589
		0.50	0.16000	-0.04505	-0.04505	-0.03895	-0.03302	-0.02498	-0.01614
		0.30	0.55	0.12021	-0.04560	-0.04530	-0.03887	-0.03255	-0.02471
		0.60	0.09259	-0.04542	-0.04542	-0.03900	-0.03215	-0.02446	-0.01597
	0.13	0.50	0.42182	-0.04632	-0.04531	-0.04171	-0.03502	-0.02624	-0.01656
		0.25	0.55	0.31692	-0.04705	-0.04400	-0.04046	-0.03412	-0.02575
		0.60	0.24411	-0.04755	-0.04450	-0.03945	-0.03338	-0.02532	-0.01633
		0.50	0.35152	-0.04685	-0.04511	-0.04183	-0.03521	-0.02638	-0.01667
		0.30	0.55	0.26410	-0.04746	-0.04478	-0.04072	-0.03441	-0.02594
		0.60	0.20343	-0.04785	-0.04516	-0.03982	-0.03375	-0.02556	-0.01646

Tabla 23

Valores máximos para momento transversal positivo adimensional K_{my+} .

a	h	B	H	I	K_{my+}					
					10°	20°	30°	40°	50°	60°
3	0.08		0.50	0.04915	0.02386	0.02285	0.02103	0.01835	0.01493	0.01078
		0.25	0.55	0.03693	0.02360	0.02257	0.02074	0.01807	0.01464	0.01054
			0.60	0.02844	0.02339	0.02234	0.02051	0.01783	0.01440	0.01034
			0.50	0.04096	0.02352	0.02248	0.02065	0.01795	0.01453	0.01041
		0.30	0.55	0.03077	0.02329	0.02224	0.02039	0.01770	0.01428	0.01020
			0.60	0.02370	0.02311	0.02205	0.02019	0.01750	0.01407	0.01002
	0.10		0.50	0.09600	0.02537	0.02446	0.02275	0.02012	0.01675	0.01241
		0.25	0.55	0.07213	0.02491	0.02397	0.02224	0.01962	0.01625	0.01201
			0.60	0.05556	0.02453	0.02357	0.02183	0.01921	0.01583	0.01168
			0.50	0.08000	0.02478	0.02384	0.02210	0.01945	0.01608	0.01180
		0.30	0.55	0.06011	0.02437	0.02305	0.02164	0.01900	0.01564	0.01144
			0.60	0.04630	0.02404	0.02305	0.02128	0.01864	0.01527	0.01114
	0.13		0.50	0.21091	0.02848	0.02779	0.02625	0.02379	0.02039	0.01554
		0.25	0.55	0.15846	0.02765	0.02691	0.02536	0.02280	0.01952	0.01488
			0.60	0.12206	0.02696	0.02618	0.02460	0.02207	0.01879	0.01432
			0.50	0.17576	0.02749	0.02675	0.02517	0.02267	0.01929	0.01457
		0.30	0.55	0.13205	0.02609	0.02593	0.02434	0.02177	0.01849	0.01396
			0.60	0.10171	0.02609	0.02527	0.02365	0.02110	0.01783	0.01344
4	0.08		0.50	0.06554	0.02423	0.02324	0.02144	0.01877	0.01534	0.01115
		0.25	0.55	0.04924	0.02393	0.02291	0.02111	0.01844	0.01500	0.01087
			0.60	0.03793	0.02368	0.02265	0.02083	0.01816	0.01472	0.01064
			0.50	0.05461	0.02382	0.02280	0.02099	0.01831	0.01489	0.01073
		0.30	0.55	0.04103	0.02355	0.02229	0.02069	0.01801	0.01459	0.01048
			0.60	0.03160	0.02334	0.02409	0.02045	0.01777	0.01434	0.01028
	0.10		0.50	0.12800	0.02599	0.02511	0.02343	0.02080	0.01742	0.01298
		0.25	0.55	0.09617	0.02546	0.02455	0.02285	0.02024	0.01684	0.01253
			0.60	0.07407	0.02502	0.02409	0.02237	0.01976	0.01636	0.01214
			0.50	0.10667	0.02530	0.02440	0.02268	0.02004	0.01669	0.01232
		0.30	0.55	0.08014	0.02483	0.02389	0.02216	0.01954	0.01616	0.01191
			0.60	0.06173	0.02444	0.02348	0.02173	0.01911	0.01573	0.01156
	0.13		0.50	0.28122	0.02949	0.02885	0.02734	0.02493	0.02145	0.01638
		0.25	0.55	0.21128	0.02857	0.02787	0.02635	0.02383	0.02047	0.01565
			0.60	0.16274	0.02779	0.02705	0.02551	0.02297	0.01964	0.01503
			0.50	0.23435	0.02840	0.02771	0.02617	0.02373	0.02028	0.01538
		0.30	0.55	0.17607	0.02754	0.02679	0.02523	0.02270	0.01937	0.01468
			0.60	0.13562	0.02682	0.02603	0.02445	0.02191	0.01860	0.01410
5	0.08		0.50	0.08192	0.02457	0.02360	0.02182	0.01914	0.01571	0.01147
		0.25	0.55	0.06155	0.02423	0.02324	0.02144	0.01878	0.01533	0.01116
			0.60	0.04741	0.02395	0.02294	0.02113	0.01847	0.01502	0.01090
			0.50	0.06827	0.02410	0.02310	0.02130	0.01863	0.01522	0.01102
		0.30	0.55	0.05129	0.02380	0.02278	0.02097	0.01830	0.01488	0.01075
			0.60	0.03951	0.02356	0.02252	0.02070	0.01803	0.01460	0.01051

6	0.10	0.50	0.16000	0.02578	0.02570	0.02404	0.02139	0.01802	0.01348
		0.25	0.55	0.12021	0.02597	0.02509	0.02341	0.02079	0.01298
		0.60	0.09259	0.02549	0.02458	0.02288	0.02027	0.01685	0.01256
		0.50	0.13333	0.02578	0.02491	0.02322	0.02058	0.01723	0.01279
		0.30	0.55	0.10018	0.02526	0.02435	0.02264	0.02002	0.01665
		0.60	0.07716	0.02482	0.02389	0.02216	0.01955	0.01617	0.01194
	0.13	0.50	0.35152	0.03038	0.02977	0.02829	0.02596	0.02238	0.01711
		0.25	0.55	0.26410	0.02939	0.02874	0.02724	0.02476	0.02133
		0.60	0.20343	0.02856	0.02785	0.02633	0.02378	0.02043	0.01566
		0.50	0.29293	0.02922	0.02857	0.02706	0.02469	0.02117	0.01609
		0.30	0.55	0.22009	0.02828	0.02758	0.02605	0.02357	0.02018
		0.60	0.16952	0.02750	0.02675	0.02520	0.02266	0.01934	0.01470
	0.08	0.50	0.09830	0.02489	0.02393	0.02216	0.01948	0.01605	0.01175
		0.25	0.55	0.07386	0.02452	0.02354	0.02176	0.01909	0.01542
		0.60	0.05689	0.02421	0.02321	0.02142	0.01876	0.01529	0.01114
		0.50	0.08192	0.02436	0.02338	0.02160	0.01892	0.01552	0.01128
		0.30	0.55	0.06155	0.02403	0.02303	0.02123	0.01857	0.01515
		0.60	0.04741	0.02376	0.02274	0.02093	0.01827	0.01484	0.01073
	0.10	0.50	0.19200	0.02706	0.02623	0.02458	0.02192	0.01855	0.01391
		0.25	0.55	0.14425	0.02643	0.02558	0.02391	0.02128	0.01787
		0.60	0.11111	0.02591	0.02503	0.02334	0.02073	0.01730	0.01294
		0.50	0.16000	0.02622	0.02537	0.02370	0.02106	0.01773	0.01320
		0.30	0.55	0.12021	0.02565	0.02477	0.02308	0.02047	0.01710
		0.60	0.09259	0.02518	0.02427	0.02257	0.01996	0.01657	0.01229
	0.13	0.50	0.42182	0.03116	0.03059	0.02912	0.02687	0.02319	0.01773
		0.25	0.55	0.31692	0.03012	0.02950	0.02802	0.02560	0.02209
		0.60	0.24411	0.02924	0.02857	0.02707	0.02452	0.02114	0.01622
		0.50	0.35152	0.02995	0.02933	0.02784	0.02555	0.02196	0.01672
		0.30	0.55	0.26410	0.02895	0.02829	0.02679	0.02435	0.02091
		0.60	0.20343	0.02812	0.02741	0.02588	0.02334	0.02001	0.01525

Tabla 24

Valores máximos para momento transversal negativo adimensional K_{my-} .

a	h	B	H	I	K_{mx-}					
					10°	20°	30°	40°	50°	60°
3	0.08	0.25	0.50	0.04915	-0.04899	-0.04779	-0.04293	-0.03803	-0.03029	-0.02034
			0.55	0.03693	-0.04913	-0.04779	-0.04293	-0.03781	-0.03016	-0.02031
		0.60	0.02844	0.04919	-0.04919	-0.04776	-0.04289	-0.03762	-0.03003	-0.02027
			0.50	0.04096	-0.04881	-0.04779	-0.04297	-0.03803	-0.03031	-0.02038
		0.30	0.55	0.03077	-0.04890	-0.04776	-0.04292	-0.03781	-0.03016	-0.02033
			0.60	0.02370	-0.04895	-0.04771	-0.04286	-0.03762	-0.03002	-0.02027
	0.10	0.25	0.50	0.09600	-0.04900	-0.04748	-0.04343	-0.03876	-0.03065	-0.02022
			0.55	0.07213	-0.04812	-0.04793	-0.04299	-0.03843	-0.03048	-0.02022
		0.60	0.05556	0.04931	-0.04931	-0.04794	-0.04300	-0.03814	-0.03030	-0.02018
			0.50	0.08000	-0.04898	-0.04799	-0.04348	-0.03888	-0.03080	-0.02038
		0.30	0.55	0.06011	-0.04903	-0.04796	-0.04315	-0.03853	-0.03059	-0.02034
			0.60	0.04630	-0.04902	-0.04796	-0.04310	-0.03823	-0.03039	-0.02028
	0.13	0.25	0.50	0.21091	-0.04877	-0.04726	-0.04529	-0.03982	-0.03085	-0.01949
			0.55	0.15846	-0.04910	-0.04761	-0.04454	-0.03931	-0.03062	-0.01953
		0.60	0.12206	0.04927	-0.04927	-0.04779	-0.04391	-0.03887	-0.03040	-0.01954
			0.50	0.17576	-0.04896	-0.04782	-0.04435	-0.04016	-0.03123	-0.01985
		0.30	0.55	0.13205	-0.04925	-0.04803	-0.04361	-0.03964	-0.03098	-0.01987
			0.60	0.10171	-0.04925	-0.04809	-0.04298	-0.03917	-0.03073	-0.01985
4	0.08	0.25	0.50	0.06554	-0.04904	-0.04774	-0.04290	-0.03816	-0.03045	-0.02050
			0.55	0.04924	-0.04925	-0.04780	-0.04297	-0.03795	-0.03034	-0.02050
		0.60	0.03793	0.04937	-0.04937	-0.04781	-0.04297	-0.03776	-0.03022	-0.02048
			0.50	0.05461	-0.04885	-0.04783	-0.04306	-0.03828	-0.03058	-0.02064
		0.30	0.55	0.04103	-0.04901	-0.04781	-0.04306	-0.03805	-0.03043	-0.02060
			0.60	0.03160	-0.04909	-0.04791	-0.04301	-0.03784	-0.03029	-0.02055
	0.10	0.25	0.50	0.12800	-0.04880	-0.04759	-0.04361	-0.03890	-0.03083	-0.02042
			0.55	0.09617	-0.04916	-0.04781	-0.04310	-0.03858	-0.03069	-0.02046
		0.60	0.07407	0.04947	-0.04947	-0.04791	-0.04299	-0.03830	-0.03053	-0.02046
			0.50	0.10667	-0.04888	-0.04793	-0.04377	-0.03921	-0.03115	-0.02072
		0.30	0.55	0.08014	-0.04901	-0.04803	-0.04331	-0.03886	-0.03097	-0.02072
			0.60	0.06173	-0.04917	-0.04805	-0.04326	-0.03855	-0.03078	-0.02069
	0.13	0.25	0.50	0.28122	-0.04822	-0.04713	-0.04554	-0.04008	-0.03115	-0.01985
			0.55	0.21128	-0.04872	-0.04714	-0.04471	-0.03954	-0.03094	-0.01993
		0.60	0.16274	0.04904	-0.04904	-0.04748	-0.04402	-0.03907	-0.03073	-0.01997
			0.50	0.23435	-0.04859	-0.04743	-0.04527	-0.04061	-0.03172	-0.02036
		0.30	0.55	0.17607	-0.04897	-0.04782	-0.04448	-0.04009	-0.03150	-0.02043
			0.60	0.13562	-0.04918	-0.04803	-0.04382	-0.03961	-0.03127	-0.02045
5	0.08	0.25	0.50	0.08192	-0.04880	-0.04760	-0.04282	-0.03820	-0.03048	-0.02050
			0.55	0.06155	-0.04929	-0.04774	-0.04295	-0.03800	-0.03039	-0.02054
		0.60	0.04741	0.04946	-0.04946	-0.04779	-0.04300	-0.03781	-0.03028	-0.02054
			0.50	0.06827	-0.04880	-0.04778	-0.04305	-0.03842	-0.03071	-0.02072
		0.30	0.55	0.05129	-0.04898	-0.04784	-0.04310	-0.03819	-0.0358	-0.02072
			0.60	0.03951	-0.04916	-0.04785	-0.04309	-0.03798	-0.03044	-0.02068

6	0.10	0.50	0.16000	-0.04871	-0.04724	-0.04363	-0.03892	-0.03083	-0.02039
		0.25	0.55	0.12021	-0.04904	-0.04757	-0.04314	-0.03860	-0.02047
		0.60	0.09259	-0.04948	-0.04775	-0.04282	-0.03832	-0.03057	-0.02050
		0.50	0.13333	-0.04871	-0.04773	-0.04397	-0.03937	-0.03128	-0.02081
		0.30	0.55	0.10018	-0.04892	-0.04794	-0.04348	-0.03903	-0.02085
		0.60	0.07716	-0.04920	-0.04802	-0.04325	-0.03872	-0.03096	-0.02084
	0.13	0.50	0.35152	-0.04761	-0.04748	-0.04463	-0.04019	-0.03121	-0.01988
		0.25	0.55	0.26410	-0.04827	-0.04656	-0.04403	-0.03960	-0.01998
		0.60	0.20343	-0.04871	-0.04703	-0.04328	-0.03911	-0.03078	-0.02005
		0.50	0.29293	-0.04811	-0.04749	-0.04539	-0.04083	-0.03187	-0.02047
		0.30	0.55	0.22009	-0.04864	-0.04743	-0.04455	-0.04029	-0.02058
		0.60	0.16952	-0.04897	-0.04777	-0.04385	-0.03981	-0.03146	-0.02063
	0.08	0.50	0.09830	-0.04888	-0.04743	-0.04276	-0.03819	-0.03044	-0.02044
		0.25	0.55	0.07386	-0.04927	-0.04763	-0.04296	-0.03800	-0.02050
		0.60	0.05689	-0.04950	-0.04773	-0.04305	-0.03782	-0.03029	-0.02053
		0.50	0.08192	-0.04871	-0.04769	-0.04306	-0.03850	-0.03076	-0.02073
		0.30	0.55	0.06155	-0.04902	-0.04780	-0.04317	-0.03828	-0.02076
		0.60	0.04741	-0.04919	-0.04784	-0.04320	-0.03807	-0.03052	-0.02074
	0.10	0.50	0.19200	-0.04825	-0.04686	-0.04368	-0.03890	-0.03076	-0.02029
		0.25	0.55	0.14425	-0.04883	-0.04729	-0.04316	-0.03858	-0.02039
		0.60	0.11111	-0.04939	-0.04755	-0.04274	-0.03829	-0.03054	-0.02045
		0.50	0.16000	-0.04849	-0.04747	-0.04411	-0.03946	-0.03131	-0.02078
		0.30	0.55	0.12021	-0.04879	-0.04777	-0.04360	-0.03912	-0.02086
		0.60	0.09259	-0.04914	-0.04793	-0.04318	-0.03881	-0.03103	-0.02088
	0.13	0.50	0.42182	-0.04750	-0.04681	-0.04497	-0.04029	-0.03121	-0.01981
		0.25	0.55	0.31692	-0.04780	-0.04659	-0.04468	-0.03965	-0.01993
		0.60	0.24411	-0.04835	-0.04654	-0.04387	-0.03911	-0.03075	-0.02000
		0.50	0.35152	-0.04762	-0.04789	-0.04589	-0.04097	-0.03191	-0.02044
		0.30	0.55	0.26410	-0.04828	-0.04698	-0.04527	-0.04040	-0.02057
		0.60	0.20343	-0.04871	-0.04743	-0.04452	-0.03991	-0.03152	-0.02065

Figura 43

Respuesta momento longitudinal losa esviada continua (M_x).

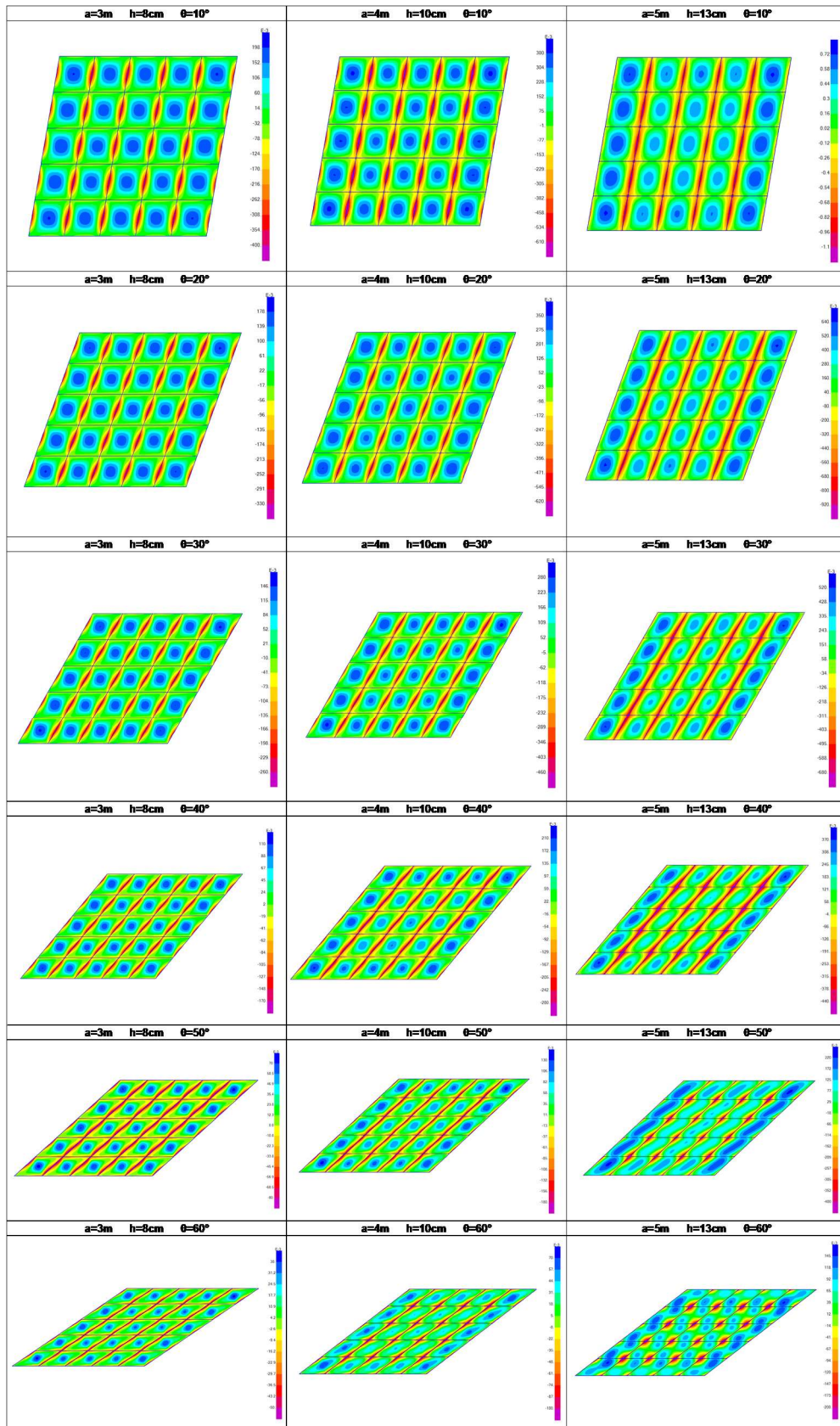
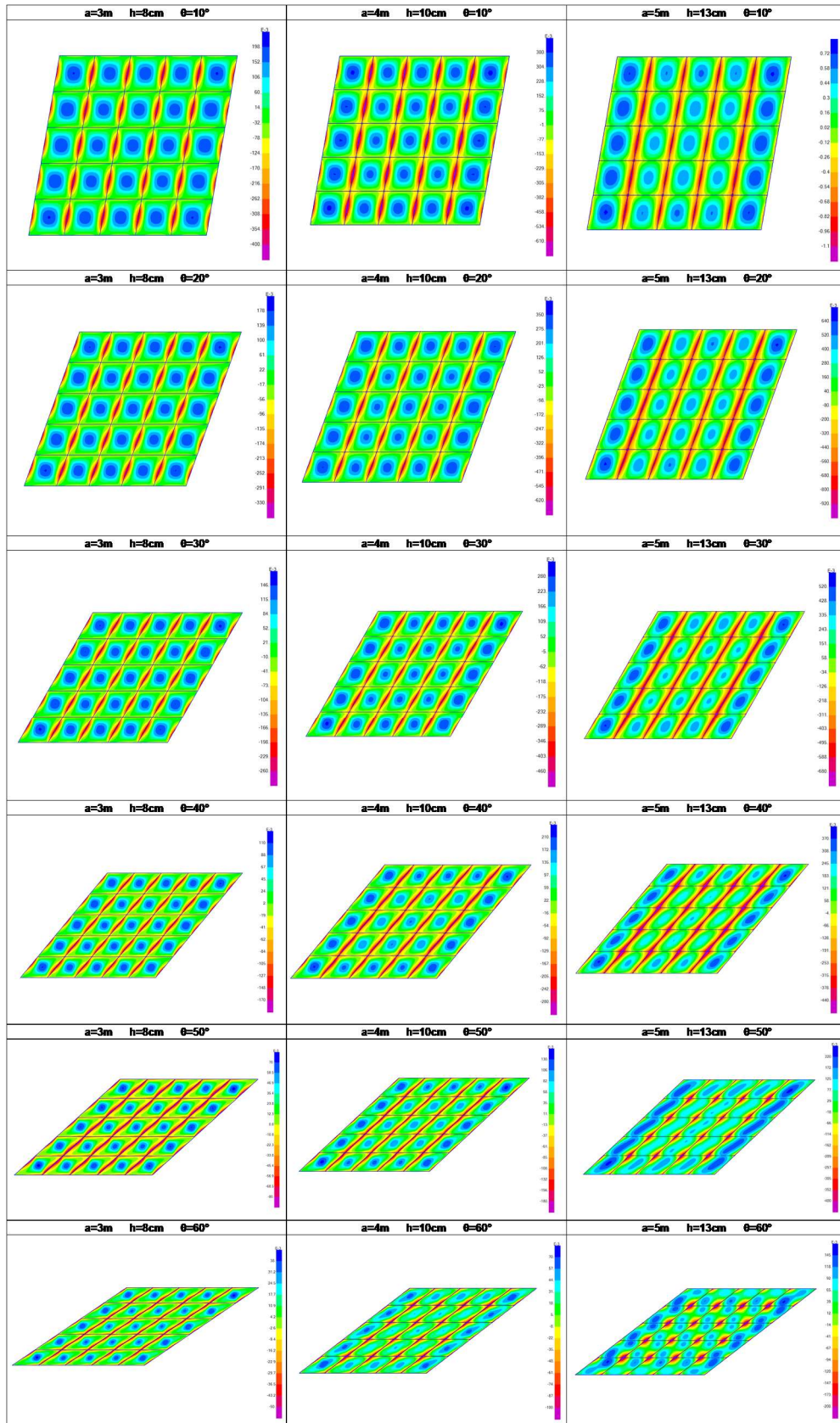


Figura 44

Respuesta momento transversal losa esviada continua (M_y).



Capítulo IV. Resultados y método simplificado

4.1 Resumen de resultados

Del análisis paramétrico previamente realizado se muestran los resultados mediante un resumen detallado de estos en forma de gráficos que ayuden a comprender de manera cualitativa y cuantitativa el comportamiento de las losas esviadas y la influencia de cada parámetro sobre las respuestas en su forma adimensional (deflexión, momentos longitudinales, momentos transversales y momentos torsores). En el presente análisis de resultados, los parámetros se eligieron como las variables independientes mientras que las respuestas adimensionales se seleccionaron como variables dependientes manteniendo constante el resto de valores de los parámetros. Por ejemplo, para determinar la influencia del parámetro ángulo de esviaje (θ) sobre la deflexión adimensional (K_w) se varió el parámetro θ entre los valores de 10° y 60° y se obtuvo el valor de K_w para cada valor de θ , mientras permaneció constante un valor para la razón de aspecto (a/b) y luego se representó de manera gráfica. El mismo razonamiento se aplica para determinar la influencia del resto de parámetros sobre las deflexiones (K_w), momentos longitudinales (K_{mx}), momentos transversales (K_{my}) y momentos torsores (K_{mxy}) en su forma adimensional.

4.1.1 Deflexión

4.1.1.1 Influencia del parámetro a/b .

- **Losas esviadas de un solo tramo**

En la figura 45 se muestra la variación de deflexión adimensional (K_w) en función de la razón de aspecto (a/b) para los tres casos de condición de contorno.

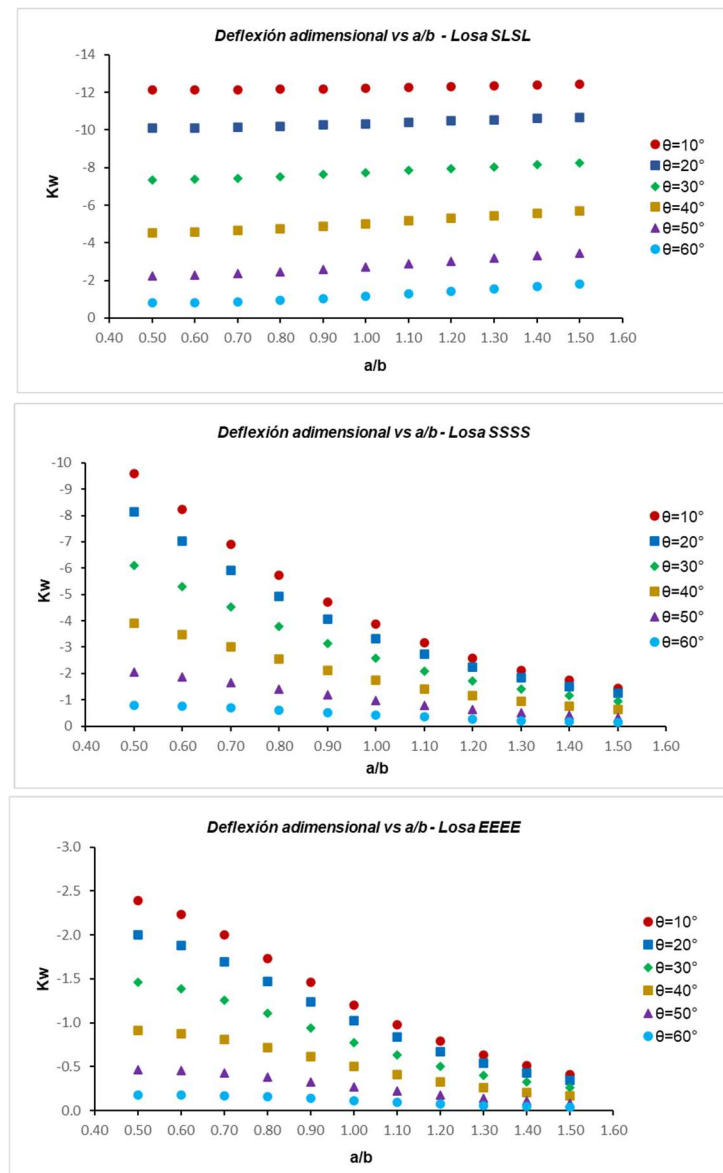
Para el caso de losa esviada *SLSL* se tiene un valor casi constante de K_w a medida que el parámetro a/b aumenta siendo la variación máxima porcentual de la deflexión menor al 5% para ángulos entre 10° a 50° y una variación menor al 10% para

ángulos de 60° . Por lo tanto, se considera que la razón de aspecto no es incidente en la variación de la deflexión adimensional.

Mientras que para el caso de losa esviada *EEEE* y losa esviada *SSSS* se puede apreciar como K_w disminuye a medida que el parámetro a/b aumenta, debido a que estos se encuentran apoyados en sus cuatro bordes.

Figura 45

Influencia del parámetro razón de aspecto (a/b) sobre la deflexión adimensional (K_w).



Nota: La figura muestra gráficamente la variación de K_w para diferentes valores del parámetro a/b considerando todos los valores del parámetro θ .

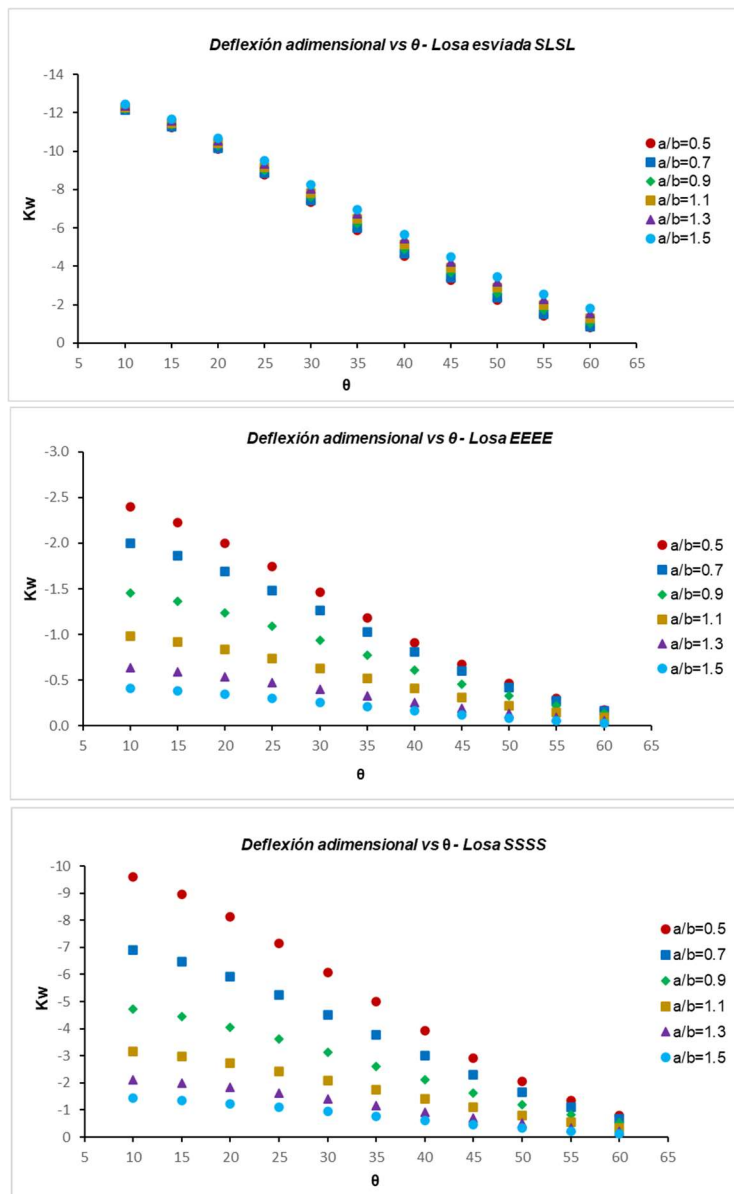
4.1.1.2 Influencia del parámetro.

- **Losas esviadas de un solo tramo θ**

En la figura 46 se muestra la variación de deflexión adimensional (K_w) en función del ángulo de esviaje (θ) para las condiciones de contorno *SLSL*, *EEEE* y *SSSS*. Se observa que en cualquier caso un aumento del valor de θ genera la disminución de la deflexión.

Figura 46

Influencia del parámetro razón de aspecto (a/b) sobre la deflexión adimensional (K_w).



Nota: La figura muestra gráficamente la variación de K_w para diferentes valores del parámetro θ .

4.1.2 Momento longitudinal

4.1.2.1 Influencia del parámetro a/b .

- **Losas esviadas de un solo tramo**

En la figura 47 se muestra la variación del momento longitudinal adimensional (K_{mx}) en función de la razón de aspecto (a/b), para los distintos valores del ángulo de esviaje (θ) y condiciones de contorno.

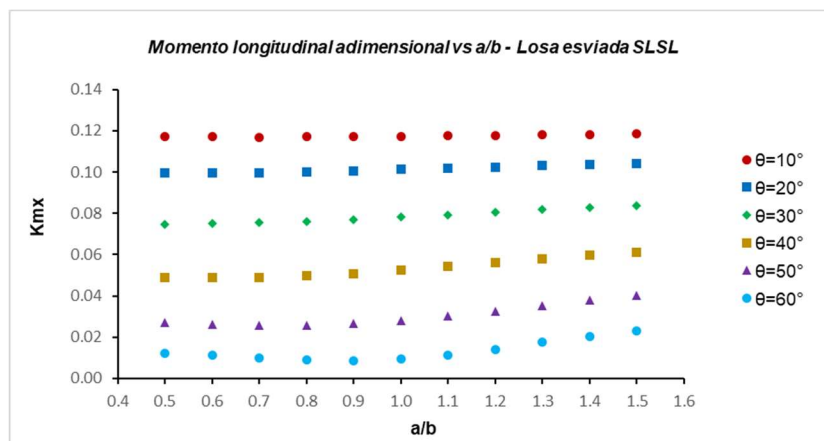
Para el caso de losa esviada *SLSL* se observa un valor casi constante de K_{mx} a medida que el parámetro a/b aumenta para valores de θ menores a 30° mientras para valores mayores existe una variación máxima del 10% por lo tanto se consideró que el parámetro a/b no es incidente en la variación del momento longitudinal adimensional.

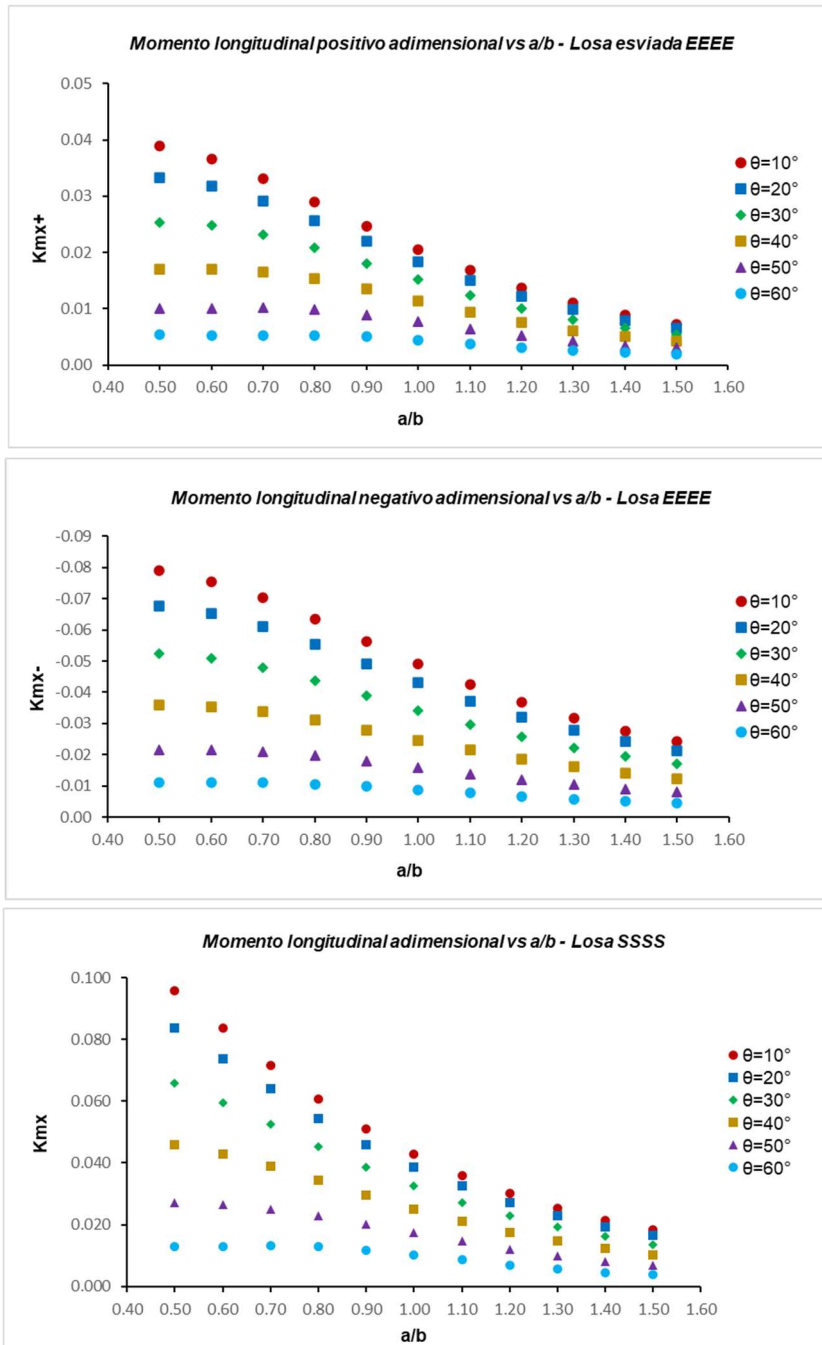
Mientras que para el caso de losa esviada *EEEE* y losa esviada *SSSS* se puede apreciar disminución de K_{mx} a medida que el parámetro a/b aumenta debido a que estos se encuentran apoyados sobre sus cuatro bordes.

Además, para el caso de losa esviada *EEEE* se dividieron los momentos longitudinales en momento longitudinal positivo (K_{mx+}) considerando el momento flector en el centro de la losa y momento longitudinal negativo (K_{mx-}) considerando el momento flector en los apoyos extremos empotrados.

Figura 47

Influencia del parámetro razón de aspecto (a/b) sobre el momento longitudinal adimensional (K_{mx}).





Nota: La figura muestra gráficamente la variación de K_{mx} para diferentes valores del parámetro a/b , considerando todos los valores del parámetro θ .

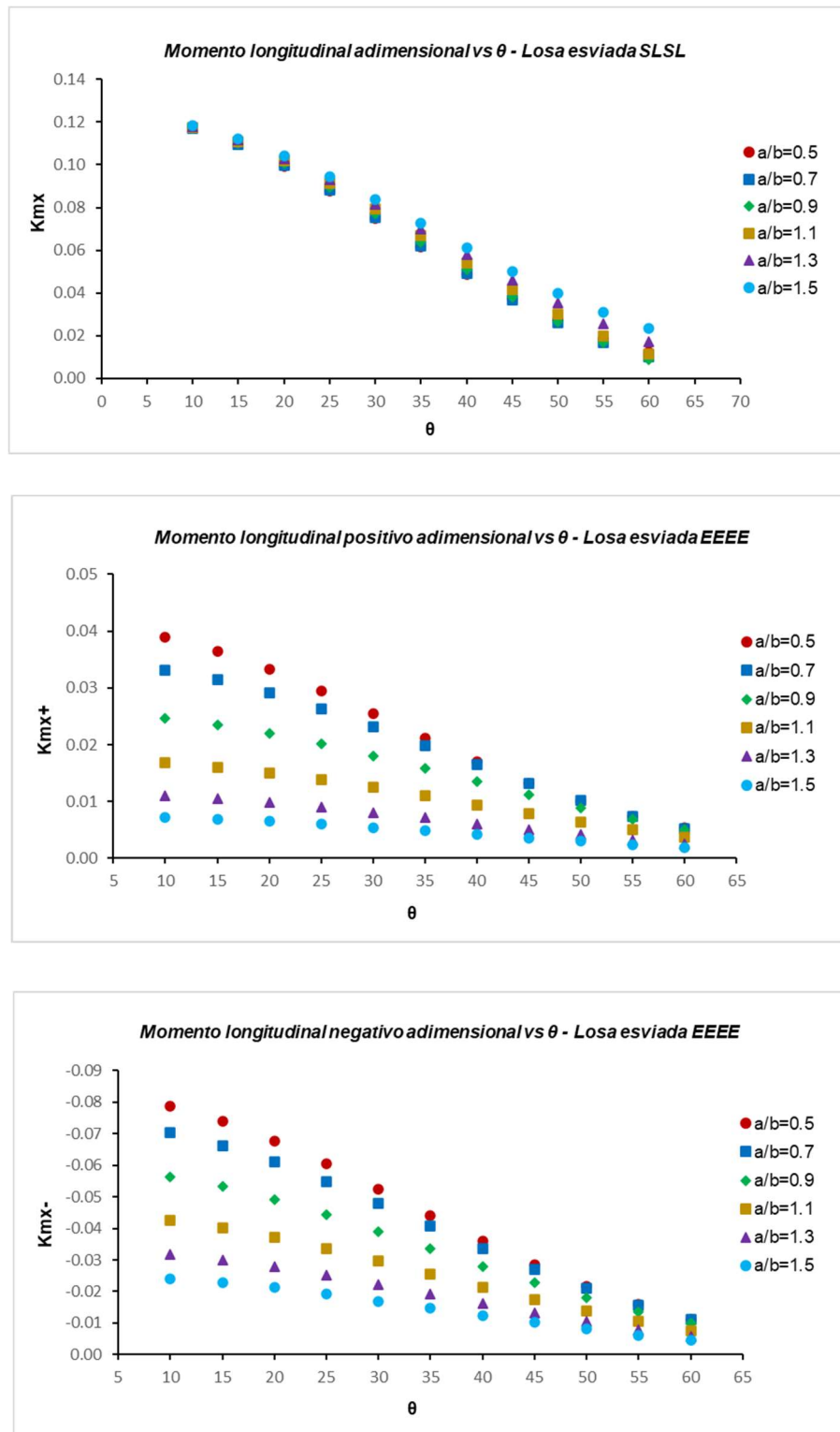
4.1.2.2 Influencia del parámetro θ .

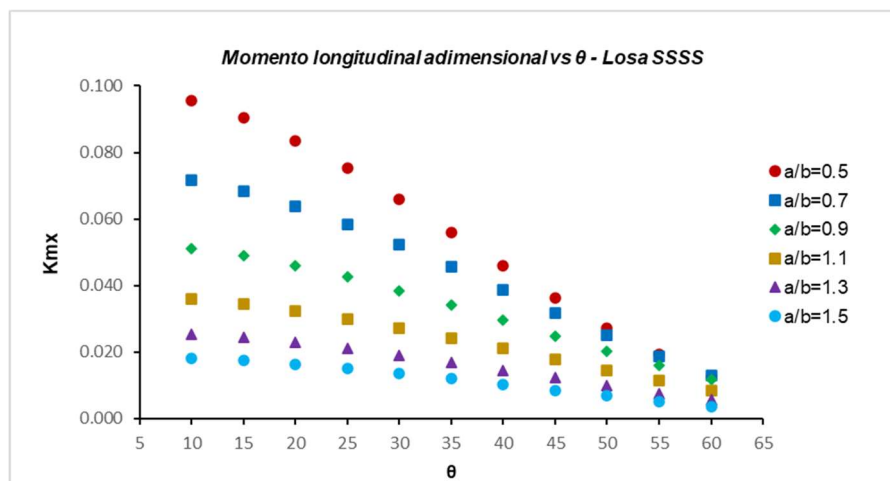
- **Losas esviadas de un solo tramo**

En la figura 48 se muestra la variación del momento longitudinal adimensional (K_{mx}) en función del ángulo de esviaje (θ). Se aprecia la disminución casi lineal de K_{mx} con el aumento del valor de θ en los tres casos de losas esviadas analizadas.

Figura 48

Influencia del parámetro ángulo de esviaje (θ) sobre el momento longitudinal adimensional (K_{mx}).





Nota: La figura muestra gráficamente la variación de K_{mx} para diferentes valores del parámetro θ .

4.1.2.3 Influencia del parámetro I .

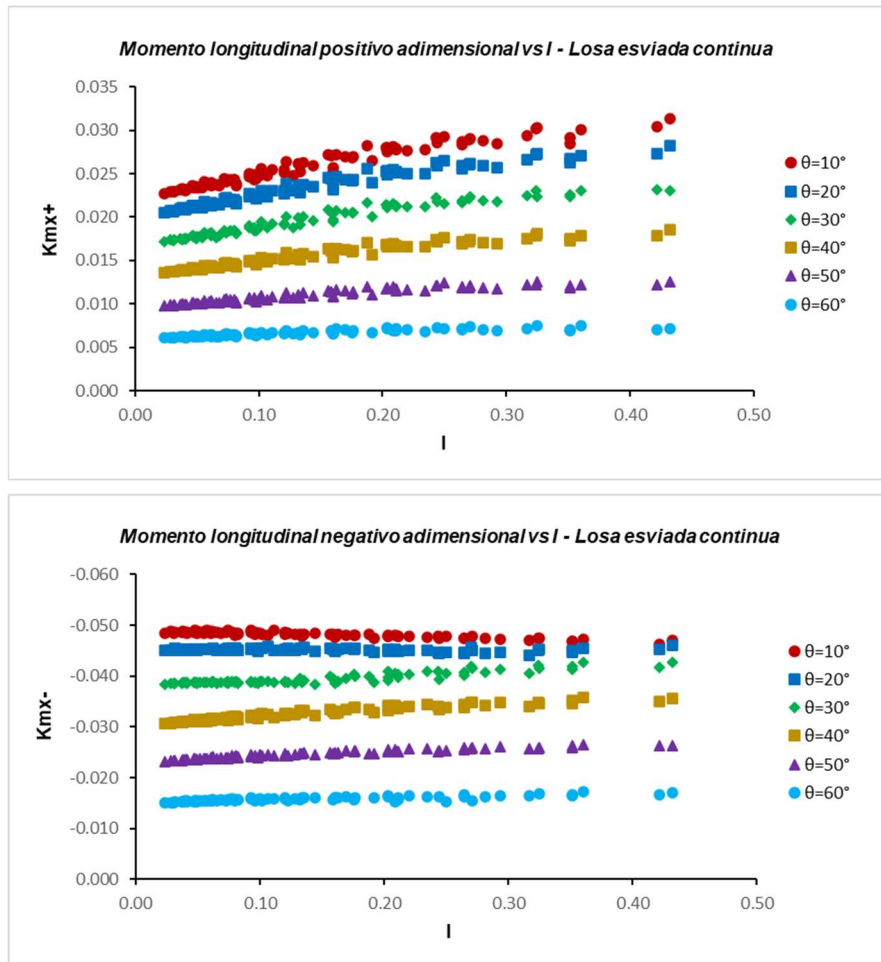
- Losas esviadas continuas apoyadas sobre vigas***

En la figura 49 se muestra la variación del momento longitudinal positivo adimensional (K_{mx+}) calculado en el centro de losa y del momento longitudinal negativo adimensional (K_{mx-}) calculado en la viga de apoyo en función del índice de rigidez relativa (I) para distintos valores del ángulo de esviaje (θ) en el paño más desfavorable de la losa continua.

Se observa que al incrementar el valor del parámetro I el momento longitudinal positivo también incrementa su valor debido al aumento de la rigidez de la losa y a la disminución de la rigidez de la viga. Por el contrario, el valor del momento longitudinal negativo disminuye para valores de θ menores a 30° y aumenta para valores de θ mayores a 30° al incrementar el valor del parámetro I .

Figura 49

Influencia del parámetro índice de rigidez relativa (I) sobre el momento longitudinal adimensional (K_{mx}).



Nota: La figura muestra gráficamente la variación de K_{mx+} y K_{mx-} para diferentes valores del parámetro I .

4.1.3 Momento transversal

4.1.3.1 Influencia del parámetro a/b .

- **Losas esviadas de un solo tramo**

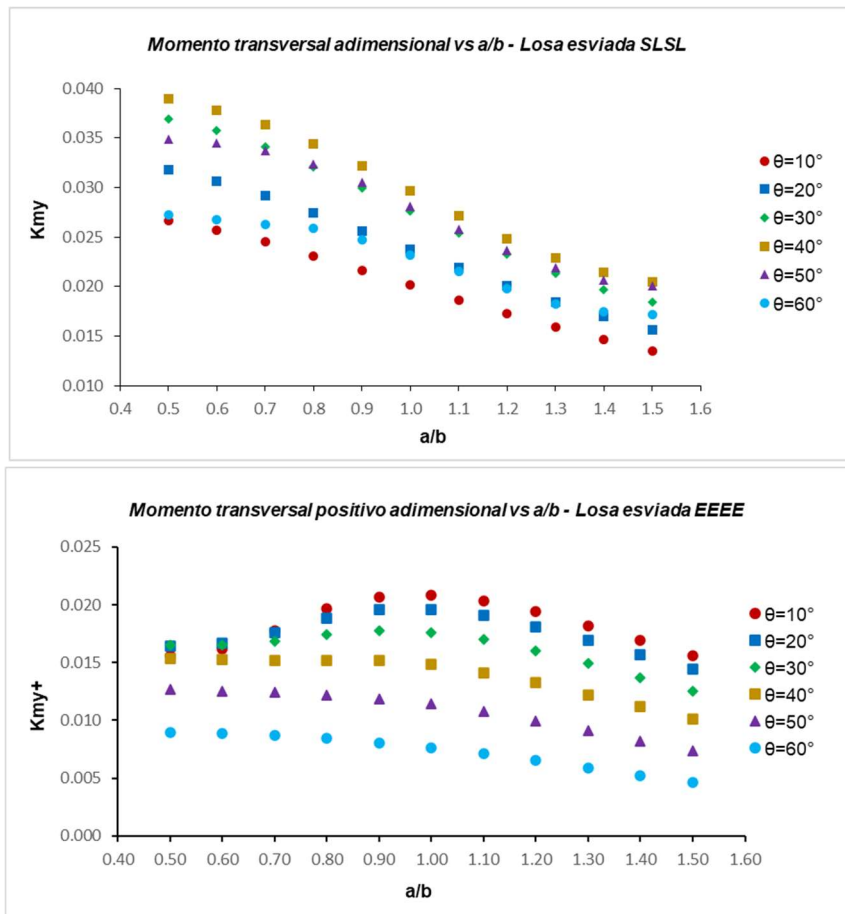
En la figura 50 se muestra la variación del momento transversal adimensional (K_{my}) para los tres casos de condiciones de contorno al hacer variar la razón de aspecto (a/b) de la losa.

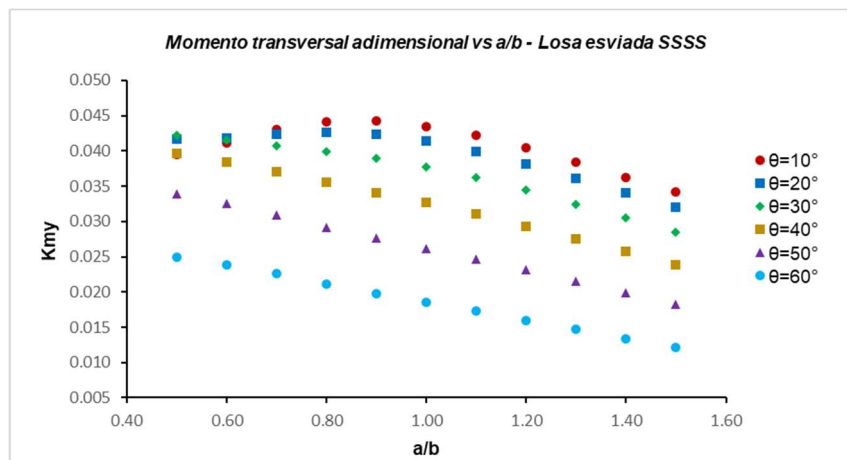
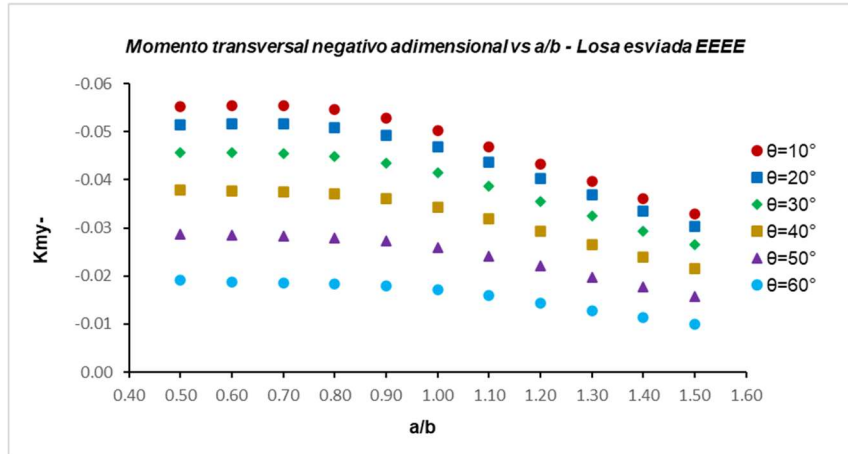
Se puede observar que para una losa esviada *SLSL* el valor de K_{my} disminuye al aumentar el valor de a/b . Mientras que para el caso de una losa esviada *EEEE* el valor

de K_{my+} aumenta para valores de a/b menores a 1.00 y disminuye para valores de a/b mayores a 1.00. mientras el esviaje sea menor de 30° ; K_{my+} solo disminuye al aumentar el valor de a/b para esviajes mayores a 30° y en K_{my-} se observa una disminución al incrementar el valor de a/b .

Figura 50

Influencia del parámetro razón de aspecto (a/b) sobre el momento transversal adimensional (K_{my}).





Nota: La figura muestra gráficamente la variación de K_{my} para diferentes valores del parámetro a/b .

Para el caso de una losa esviada *SSSS* el valor de K_{my} aumenta para valores de a/b menores a 0.90 y disminuye para valores de a/b mayores a 0.90. mientras el esviaje sea menor de 30° y K_{my} solo disminuye al aumentar el valor de a/b para esviajes mayores a 30° .

4.1.3.2 Influencia del parámetro θ .

- **Losas esviadas de un solo tramo**

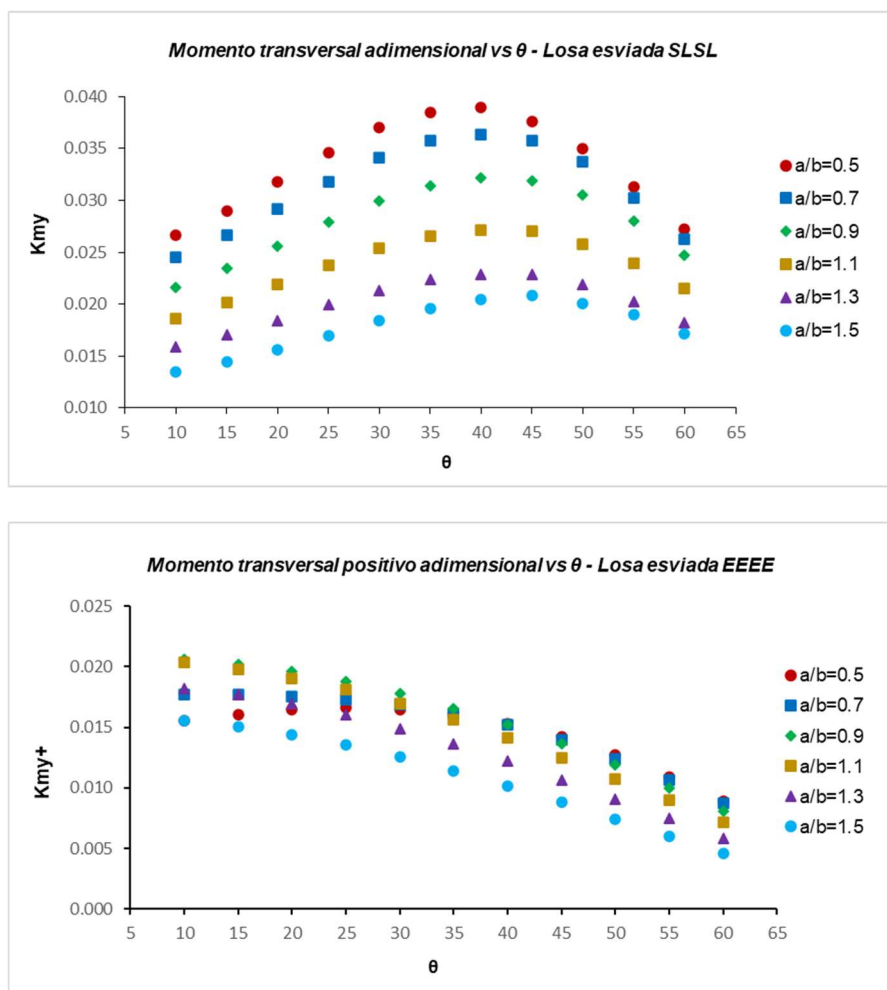
En la figura 51 se muestra la variación del momento transversal adimensional (K_{my}) en función del ángulo de esviaje (θ) manteniendo constante la razón de aspecto.

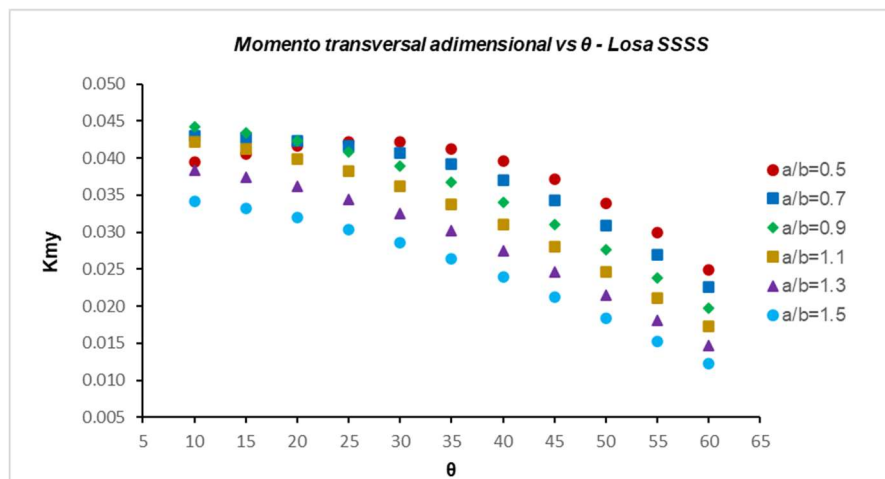
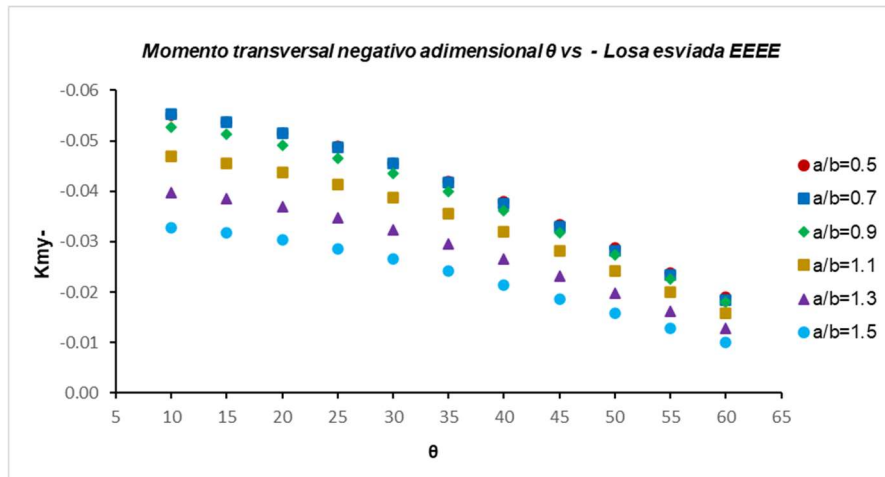
Se aprecia para una losa esviada *SLSL* el incremento de K_{my} en un 50% para valores de θ entre 10° y 40° para luego disminuir en un 40% para valores de θ entre 40° y

60°. Para el caso de una losa esviada *EEEE* se observa que el momento transversal negativo adimensional (K_{my-}) disminuye cuando el esviaje aumenta y el momento transversal positivo (K_{my+}) aumenta para esviajes menores a 20° y luego disminuye para esviajes mayores a 20° cuando la razón de aspecto es menor a 0.7 y el valor de K_{my+} solo disminuye cuando crece θ para razones de aspecto mayores a 0.7.

Figura 51

Influencia del parámetro ángulo de esviaje (θ) sobre el momento transversal adimensional (K_{my})





Nota: La figura muestra gráficamente la variación de K_{my} para diferentes valores del parámetro θ .

Algo similar ocurre en una losa esviada *SSSS* el valor de K_{my} aumenta para esviajes menores a 30° y luego disminuye para esviajes mayores a 30° cuando la razón de aspecto es menor a 0.5 y el valor de K_{my} solo disminuye cuando crece θ para razones de aspecto mayores a 0.5.

4.1.3.3 Influencia del parámetro I

- **Losas esviadas continuas apoyadas sobre vigas**

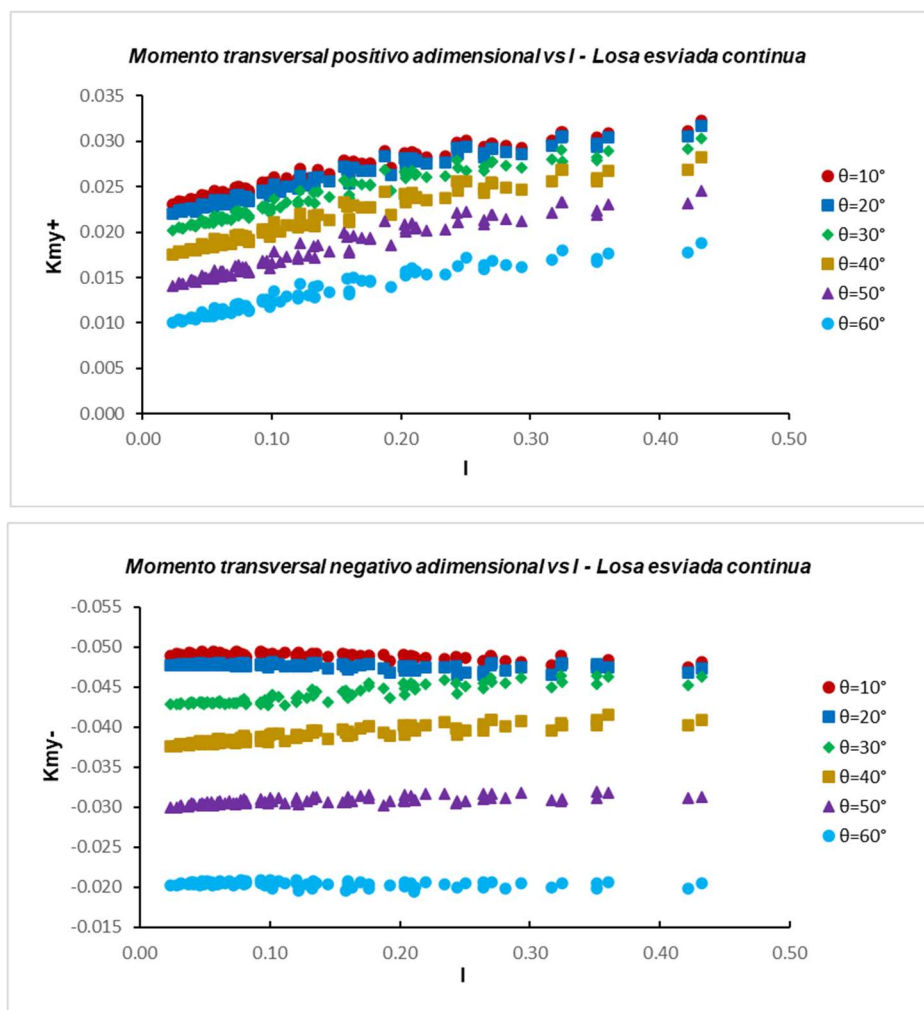
En la figura 52 se muestra la variación del momento transversal positivo adimensional (K_{my+}) calculado en el centro de losa y del momento transversal negativo

adimensional (K_{my-}) calculado en la viga de apoyo en función del índice de rigidez relativa (I) para distintos valores del ángulo de esviaje (θ) igualmente sobre el paño más desfavorable de la losa continua en estudio.

Se puede observar que al incrementar el valor del parámetro I el momento transversal positivo también incrementa su valor debido al aumento de la rigidez de la losa y a la disminución de la rigidez de la viga. Por el contrario, el valor del momento transversal negativo disminuye para valores de θ menores a 20° y aumenta para valores de θ mayores a 20° al incrementar el valor del parámetro I .

Figura 52

Influencia del parámetro índice de rigidez relativa (I) sobre el momento transversal adimensional (K_{my})



Nota: La figura muestra gráficamente la variación de K_{my+} y K_{my-} para diferentes valores del parámetro I .

4.1.4 Momento torsor

4.1.4.1 Influencia del parámetro a/b .

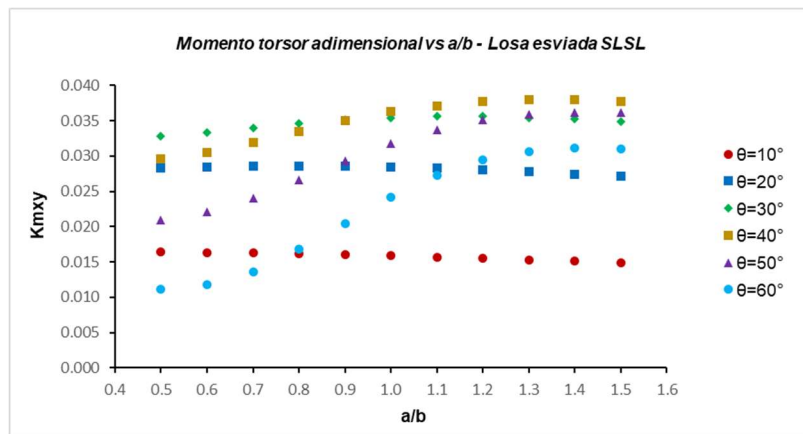
- **Losas esviadas de un solo tramo**

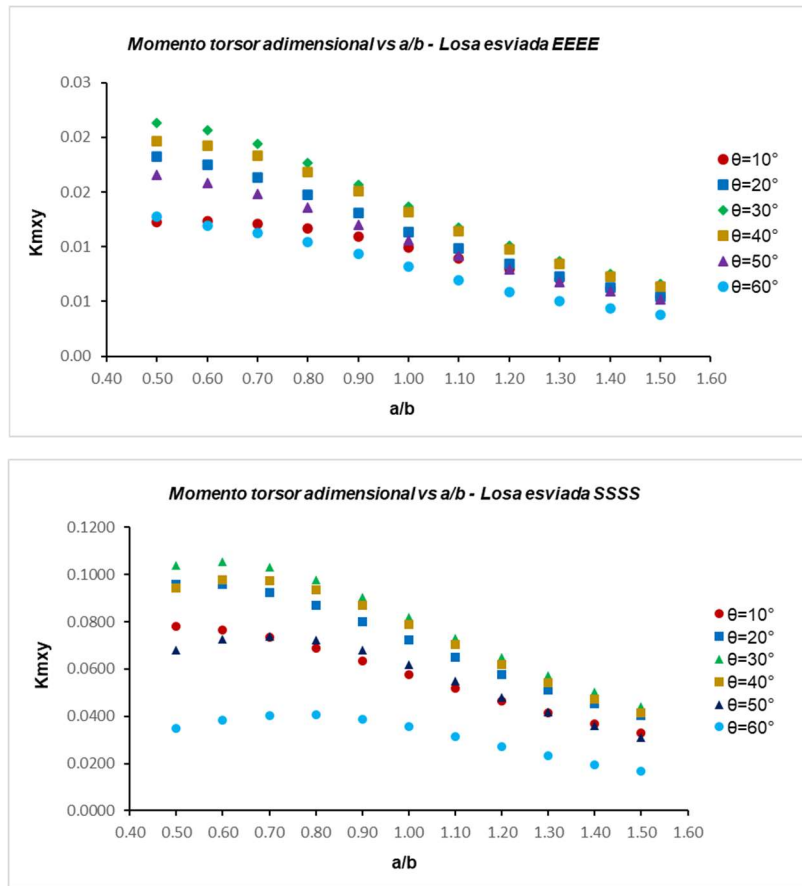
En la figura 53 se muestra la variación del momento torsor adimensional (K_{mxy}) en función de la razón de aspecto (a/b), para los distintos valores del ángulo de esviaje.

En el caso de una losa esviada *SLSL* el valor de K_{mxy} disminuye para esviajes menores a 20° y aumenta para esviajes mayores a 20° a media que a/b se incrementa. Para una losa esviada *EEEE* se observa que K_{mxy} disminuye para cualquier valor de a/b . Y en una losa esviada *SSSS* se observa un incremento de K_{mxy} para valores de a/b menores a 0.7 y una disminución de K_{mxy} para valores de a/b mayores a 0.7 mientras el esviaje sea menor de 30° y solo muestra una disminución de K_{mxy} para esviajes mayores a 30° .

Figura 53

Influencia del parámetro razón de aspecto (a/b) sobre el momento torsor adimensional (K_{mxy}).





Nota: La figura muestra gráficamente la variación de K_{mxy} para diferentes valores del parámetro a/b .

4.1.4.2 Influencia del parámetro.

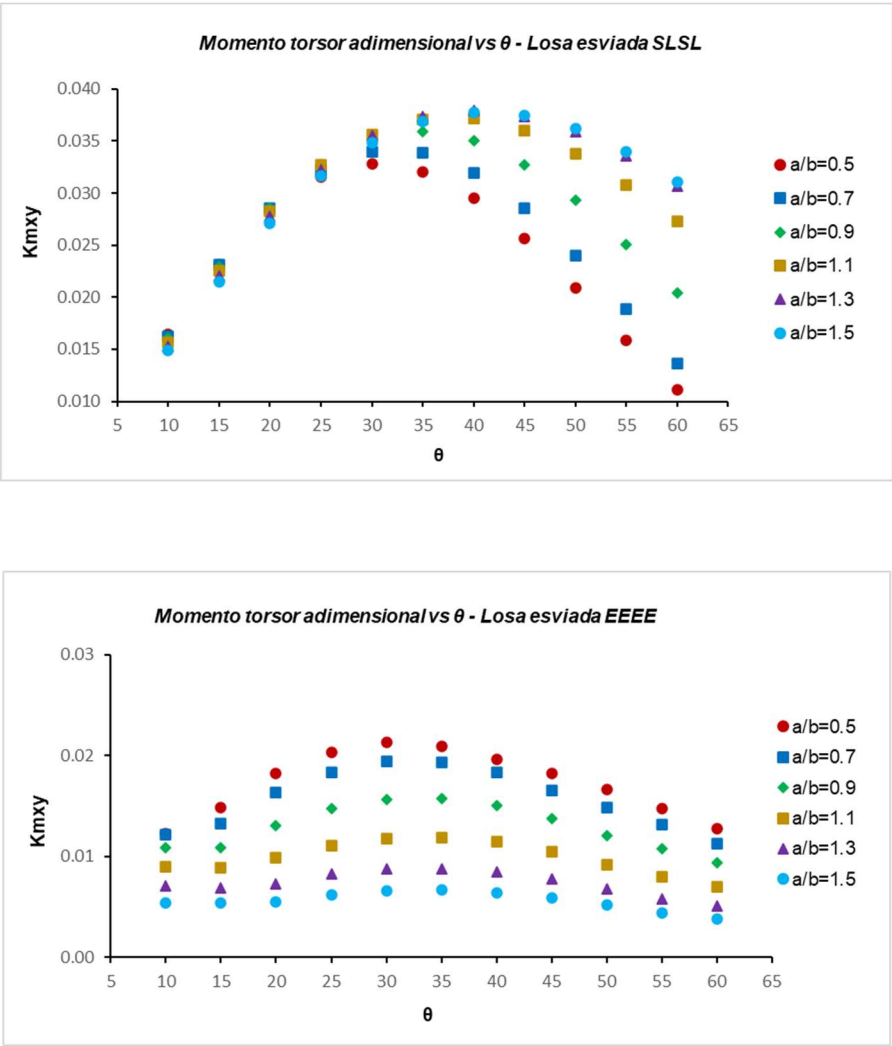
- **Losas esviadas de un solo tramo**

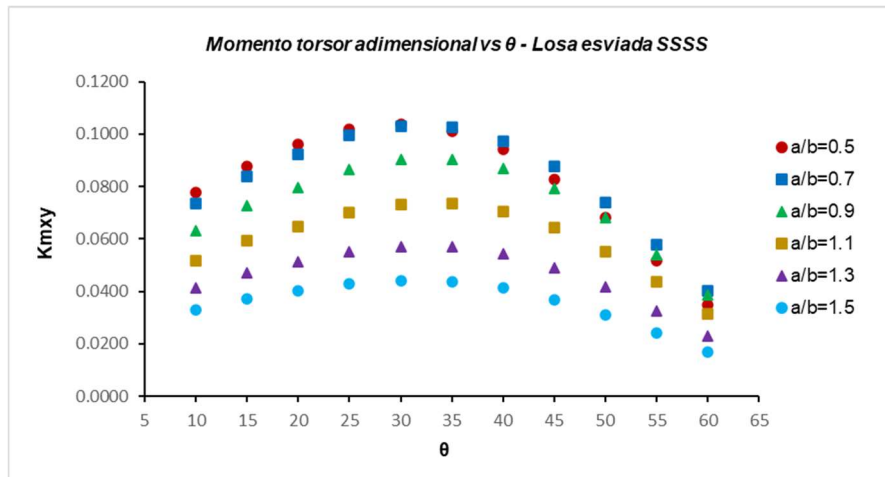
En la figura 54 se muestra la variación del momento torsor adimensional (K_{mxy}) en función del ángulo de esviaje (θ) para diferentes razones de aspecto (a/b).

Para todos los casos de losas se observa un incremento del valor de K_{mxy} para esviajes menores a 30° y luego una disminución para esviajes mayores a 30°

Figura 54

Influencia del parámetro ángulo de esviaje (θ) sobre el momento torsor adimensional (K_{mxy}).





Nota: La figura muestra gráficamente la variación de K_{mxy} para diferentes valores del parámetro θ .

4.2 Método simplificado

En esta sección se muestran expresiones simplificadas para calcular las respuestas estructurales de losas esviadas en función de los parámetros estudiados, las cuales serán de utilidad al facilitar una estimación rápida del valor de las deflexiones, así como de momentos flectores y torsores máximos de losas de un solo tramo y los momentos flectores para losas continuas con cierto ángulo de esviaje que estén sometidas a carga uniforme.

4.2.1 Expresiones simplificadas

De manera general las expresiones para las respuestas son calculadas como se indica a continuación:

$$\text{Respuesta} = (\text{Forma Adimensional}) \times (\text{Factor de Transformación})$$

Los factores de transformación se resumen en la tabla 25. mientras que las expresiones para las formas adimensionales se deducen al realizar el ajuste correspondiente a los gráficos de la sección 4.1 e indicada en el anexo 1.

Algunas consideraciones a tener en cuenta respecto a las expresiones presentadas:

- La razón de aspecto a partir de esta sección será denominada r .
- La variación o rango de uso de los parámetros para losas esviadas de un solo tramo y continuas apoyadas sobre vigas se indican en la tabla 3.1 y 3.2.
- Rango de aplicabilidad: $r \in [0.5, 1.5]$, $\theta \in [10^\circ, 60^\circ]$, $\nu = 0.2$ para losas de un solo tramo y $r = 1$, $\theta \in [10^\circ, 60^\circ]$, $a \in [3m, 6m]$, $h \in [8cm, 15cm]$, $B \in [25cm, 30cm]$, $H \in [50cm, 60cm]$, $\nu = 0.2$ para losas continuas apoyadas sobre vigas.
- Las unidades de las respuestas dependerán de las dimensiones usadas en el factor de transformación.

Tabla 25

Factor de transformación para deflexión y momentos.

Respuesta	Factor de transformación
Deflexión	$\frac{qa^4}{D}$
Momento longitudinal	qa^2
Momento transversal	qa^2
Momento torsor	qa^2

Nota: q : carga uniforme, a : longitud de lado no esviado y D : rigidez flexional de la losa.

4.2.1.1 Estimación de la deflexión (w).

Para este caso la expresión resultante se obtuvo como el producto de la forma adimensional de la deflexión K_w por el factor de transformación usando la tabla 4.1

$$w = K_w \cdot \frac{qa^4}{D} \quad 4.1$$

Donde:

Para losas esviadas *SLSL*

$$K_w = -(0.216\theta - 15.463) \quad 4.2$$

Para losas esviadas *EEEE*

$$K_w = A\theta + B \quad 4.3$$

$$A = 0.0165r^2 - 0.074r + 0.0811$$

$$B = -0.8427r^2 + 4.184r - 4.8341$$

Para losas esviadas *SSSS*

$$K_w = A\theta + B \quad 4.4$$

$$A = 0.1379r^2 - 0.4338r + 0.3695$$

$$B = -7.9096r^2 + 25.66r - 22.505$$

4.2.1.2 Estimación del momento longitudinal (M_x).

Para este caso la expresión resultante se obtuvo como el producto de la forma adimensional K_{mx} por el factor de transformación para el momento longitudinal, usando la tabla 4.1 se obtiene la siguiente expresión:

$$M_x = K_{mx} \cdot qa^2 \quad 4.5$$

Donde:

Para losas esviadas *SLSL*

$$K_{mx} = -0.0019\theta + 0.1447 \quad 4.6$$

Para losas esviadas *EEEE*

$$K_{mx+} = A\theta + B \quad 4.7$$

$$A = -0.000289r^2 + 0.001208r - 0.001265$$

$$B = 0.010488r^2 - 0.061131r + 0.075912$$

$$K_{mx-} = A\theta + B \quad 4.8$$

$$A = 0.000270r^2 - 0.001609r + 0.002201$$

$$B = -0.009482r^2 + 0.088261r - 0.138603$$

Para losas esviadas *SSSS*

$$K_{mx} = A\theta + B \quad 4.9$$

$$A = -0.001398r^2 + 0.004218r - 0.003505$$

$$B = 0.070325r^2 - 0.235035r + 0.216861$$

Para losas esviadas continuas

$$K_{mx+} = AI + B \quad 4.10$$

$$A = 0.00001909\theta^2 - 0.00154952\theta + 0.02043392$$

$$B = 0.00000406\theta^2 + 0.00040492\theta - 0.05394542$$

$$K_{mx-} = AI + B \quad 4.11$$

$$A = 0.00001909\theta^2 - 0.00154952\theta + 0.02043392$$

$$B = 0.00000406\theta^2 + 0.00040492\theta - 0.05394542$$

4.2.1.3 Estimación del momento transversal (M_y).

Para este caso la expresión resultante se obtuvo como el producto de la forma adimensional K_{my} por el factor de transformación para el momento transversal, usando la tabla 4.1 se obtiene la siguiente expresión:

$$M_y = K_{my} \cdot qa^2 \quad 4.12$$

Donde:

Para losas esviadas *SLSL*

$$K_{my} = K_{mx}(A\theta^2 + B\theta + C) \quad 4.13$$

$$A = 0.06r + 0.09$$

$$B = -9.30r + 10.60$$

$$C = 5.00r + 125.00$$

Para lasas esviadas *EEEE*

$$K_{my+} = A\theta^2 + B\theta + C \quad 4.14$$

$$A = -0.00000348r^2 + 0.00001088r - 0.00001069$$

$$B = 0.00057509r^2 - 0.00152698r + 0.00092450$$

$$C = -0.02549446r^2 + 0.05488234r - 0.00840834$$

$$K_{my-} = A\theta^2 + B\theta + C \quad 4.15$$

$$A = -0.00000358r^2 + 0.00000367r + 0.00000686$$

$$B = -0.00002865r^2 + 0.00002227r + 0.00019286$$

$$C = 0.02490086r^2 - 0.02538928r - 0.05239723$$

Para lasas esviadas *SSSS*

$$K_{my} = \frac{K_{mx}}{(A\theta + B)} \quad 4.16$$

$$A = -0.052r^2 + 0.1363r - 0.0934$$

$$B = 2.3107r^2 - 6.7333r + 5.5396$$

Para lasas esviadas continuas

$$K_{my+} = AI^2 + BI + C \quad 4.17$$

$$A = 0.00000872\theta^2 - 0.00075973\theta - 0.02749905$$

$$B = -0.0000965\theta^2 + 0.00074356\theta + 0.02965570$$

$$C = -0.00000347\theta^2 - 0.00002072\theta + 0.02275262$$

$$K_{my-} = 0.00000909\theta^2 - 0.00005939\theta - 0.04979 \quad 4.18$$

4.2.1.4 Estimación del momento torsor (M_{xy}).

Para este caso la expresión resultante se obtuvo como el producto de la forma adimensional K_{mxy} por el factor de transformación para el momento torsor, usando la tabla 4.1 se obtiene la siguiente expresión:

$$M_{xy} = K_{mxy} \cdot qa^2 \quad 4.19$$

Donde:

Para losas *SLSL*

$$K_{mxy} = -\left(A\theta^3 + B\theta^2 + C\theta + D\right)\left(10^{-3}\right) \quad 4.20$$

$$A = 0.000261r^2 - 0.000804r + 0.000684$$

$$B = -0.023873r^2 + 0.085806r - 0.103458$$

$$C = 0.353364r^2 - 1.678565r + 3.781307$$

$$D = -2.547205r^2 + 10.013925r - 12.400735$$

Para losas *EEEE*

$$K_{mxy} = A\theta^2 + B\theta + C \quad 4.21$$

$$A = -0.00000235r^2 + 0.00001585r - 0.00002142$$

$$B = 0.00019757r^2 - 0.00118484r + 0.00151221$$

$$C = -0.00342789r^2 + 0.00568772r + 0.00248584$$

Para losas *SSSS*

$$K_{mxy} = A\theta^2 + B\theta + C \quad 4.22$$

$$A = 0.00002578r^2 - 0.0000057r - 0.00007761$$

$$B = -0.00258323r^2 + 0.00250236r + 0.00369158$$

$$C = 0.01840144r^2 - 0.06187599r + 0.06927768$$

4.2.2 Validación del método

Las expresiones simplificadas para el cálculo de las respuestas máximas se validaron para estimar el nivel de precisión de las ecuaciones propuestas con ejemplos prácticos considerando el rango de valores que toman los parámetros definidos. Los modelos de ejemplo se evaluaron en el software SAP2000 para su posterior comparación con los resultados obtenidos de las expresiones simplificadas.

Se consideraron losas esviadas de un solo tramo con condiciones de borde tipo *SLSL*, *EEEE* y *SSSS* así como una losa esviada continua con carga uniformemente distribuida para los ejemplos de aplicación en todos los casos.

- EJEMPLO 01

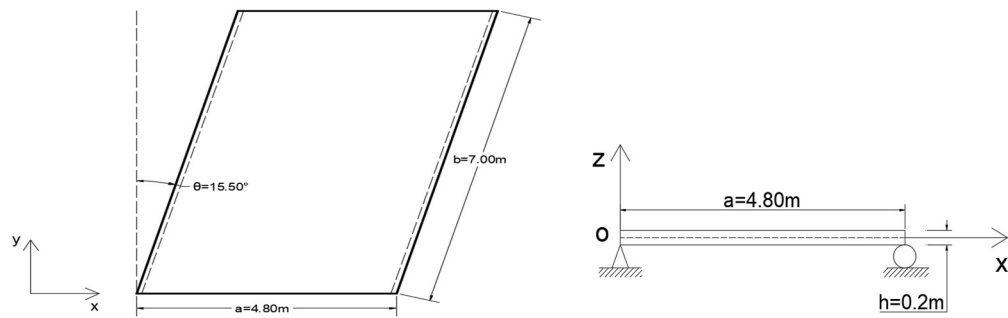
Se tiene una losa esviada simplemente apoyada con una geometría mostrada en la figura 55 con las siguientes características mecánicas: $E = 210000 \text{ ton} / \text{m}^2$, $\nu = 0.2$ (concreto), sometida a una carga uniforme de $q = 1 \text{ ton} / \text{m}^2$. Se necesita calcular la deflexión, así como los momentos longitudinales, transversal y torsor máximos.

En este ejemplo se identifica los valores para los parámetros geométricos: $a = 4.80 \text{ m}$, $b = 7.00 \text{ m}$, $h = 0.20 \text{ m}$, $\theta = 15.50^\circ$ por lo tanto $r = 0.686$. Además, los parámetros mecánicos son: $E = 210000 \text{ ton} / \text{m}^2$, $\nu = 0.2$.

Con los valores paramétricos definidos se procede a calcular las respuestas de la losa esviada usando las expresiones simplificadas según la respuesta correspondiente.

Figura 55

Planta y sección de losa esviada SLSL.



Estimación de la deflexión (w)

Se reemplaza los datos en la expresión 4.1 y 4.2 para el cálculo de w :

$$w = K_w \frac{qa^4}{D}$$

$$w = -(0.216\theta - 15.463) \frac{qa^4}{D}$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = 4921.88 \text{ ton} - m$$

$$w = -(0.216 \times 15.50 - 15.463) \frac{(1 \text{ ton} / m^2)(4.80m)^4}{4912.88 \text{ ton} - m}$$

$$w = 1.30 \text{ mm}$$

Estimación del momento longitudinal (M_x)

Se reemplaza los datos en la expresión 4.5 y 4.6 para el cálculo de M_x :

$$M_x = (-0.0019\theta + 0.1447)qa^2$$

$$M_x = (-0.0019 \times 15.50 + 0.1447)(1 \text{ ton} / m^2)(4.80m)^2$$

$$M_x = 2.65 \text{ ton} - m / m$$

Estimación del momento transversal (M_y)

Se reemplaza los datos en la ecuación 4.12 y 4.13, para el cálculo de M_y :

$$M_y = M_x(A\theta^2 + B\theta + C)10^{-3}$$

$$A = 0.06\left(\frac{3.25}{4.75}\right) + 0.09 = 0.131$$

$$B = -9.30\left(\frac{3.25}{4.75}\right) + 10.60 = 4.237$$

$$C = 5.00\left(\frac{3.25}{4.75}\right) + 125.00 = 128.421$$

$$M_y = (2.65\text{ton} - m/m)(0.131 \times 15.5^2 + 4.237 \times 15.5 + 128.421)(10^{-3})$$

$$M_y = 0.60\text{ton} - m/m$$

Estimación del momento torsor (M_{xy})

Se reemplaza los datos en la ecuación 4.19 y 4.20 para el cálculo de M_{xy}

$$M_{xy} = -(A\theta^3 + B\theta^2 + C\theta + D) \cdot 10^{-3} \cdot qa^2$$

$$A = 0.000261(0.686)^2 - 0.000804(0.686) + 0.000684 = 0.000255$$

$$B = -0.023873(0.686)^2 + 0.085806(0.686) - 0.103458 = -0.05583$$

$$C = 0.353364(0.686)^2 - 1.678565(0.686) + 3.781307 = 2.796103$$

$$D = -2.547205(0.686)^2 + 10.013925(0.686) - 12.400735 = -6.729887$$

$$M_{xy} = -0.56\text{ton} - m/m$$

Estas respuestas se compararon con las obtenidas por medio del software SAP2000 para poder calcular el porcentaje de error en cada caso, como se muestra en la tabla 26.

Tabla 26

Comparativo entre respuestas del método simplificado y SAP2000 del ejemplo 01.

Respuestas máximas	Método simplificado	SAP2000	Error (%)
Losa <i>SLSL</i> $r = 0.686 \quad \theta = 15.50^\circ$			
Deflexión (mm)	1.60	1.36	4.62
Momento longitudinal (ton-m/m)	2.65	2.75	3.77
Momento transversal (ton-m/m)	0.60	0.62	3.33
Momento torsor (ton-m/m)	-0.56	-0.55	-1.79

Nota: El error estimado no excede el 10% en ningún caso.

Una observación importante es que de acuerdo a la norma AASHTO LRFD (2017), en la sección 2.6.4.2.3 dentro de los métodos de análisis aproximados, se indica un factor de reducción “ R ” usado en el caso de puentes esviados tipo losa para la reducción de las solicitaciones longitudinales, esta expresión se encuentra en función del parámetro ángulo de esviaje como se muestra a continuación:

$$R = 1.05 - 0.25 \tan(\theta) < 1.00 \quad 4.23$$

Se aplica ahora este factor de reducción en el ejemplo mostrado para obtener el momento longitudinal de diseño.

Considerando la losa como una viga simplemente apoyada de ancho unitario, se puede calcular el momento máximo con la siguiente expresión:

$$M_x = \frac{qa^2}{8} \rightarrow M_x = \frac{(1)(4.80)^2}{8} = 2.88 \text{ ton} - m / m$$

Aplicando el factor de reducción (ecuación 4.23) por el esviaje de la losa:

$$R = 1.05 - 0.25 \tan\left(15.5 \times \frac{\pi}{180}\right) = 0.98 < 1.00$$

Por lo tanto, el momento longitudinal de diseño es:

$$M_{xd} = R \frac{qa^2}{8} = (0.98)(2.88 \text{ ton} - m / m) = 2.82 \text{ ton} - m / m$$

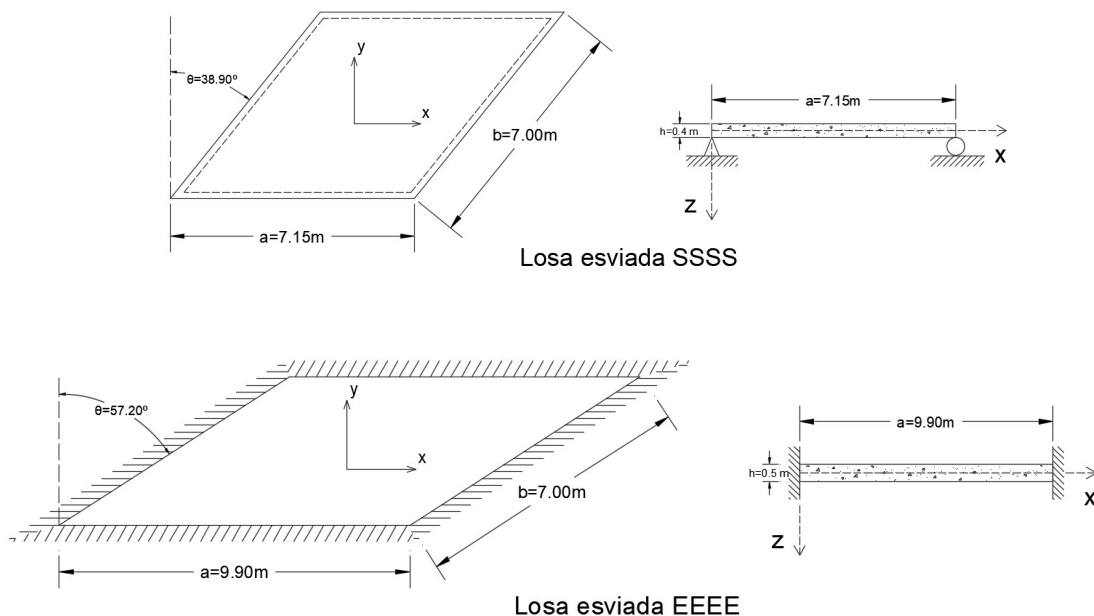
Si bien los momentos calculados según la AASHTO y el método simplificado son similares, la AASHTO no especifica ningún factor de corrección para el momento transversal y tampoco para el momento torsor.

- EJEMPLO 02

Se muestran dos losas esviadas una con los cuatro bordes simplemente apoyados ($r = 1.02$) y otra con los cuatro bordes empotrados ($r = 1.41$) como se muestra la figura 56 y cuyos espesores son $h = 0.40m$ y $h = 0.50m$ respectivamente. Para el material se consideran las siguientes características mecánicas: $E = 2100000 \text{ ton}/m^2$, $\nu = 0.2$, sometidas ambas a una carga uniforme de $q = 1 \text{ ton}/m^2$. Se necesita calcular la deflexión máxima, así como los momentos longitudinales, momentos transversales y momentos torsores máximos.

Figura 56

Planta y sección de losas esviadas SSSS.y EEEE



En estos casos se tiene ángulos de esviaje más elevados. La aplicación de las expresiones es similar al ejemplo anterior por lo que se mostrará directamente los valores obtenidos y comparados con los calculados mediante el software SAP2000 (ver tabla 27).

Tabla 27

Comparativo entre respuestas del método simplificado y SAP2000 del ejemplo 02.

Respuestas máximas	Método simplificado	SAP2000	Error (%)
Losa <i>SSSS</i> $r = 1.02 \quad \theta = 38.90^\circ$			
Deflexión (mm)	0.406	0.392	-3.45
Momento longitudinal (ton-m/m)	1.261	1.240	-1.67
Momento transversal (ton-m/m)	1.694	1.686	-0.47
Momento torsor (ton-m/m)	3.983	3.993	0.25
Losa <i>EEEE</i> $r = 1.41 \quad \theta = 57.20^\circ$			
Deflexión (mm)	0.026	0.024	-7.69
Momento longitudinal + (ton-m/m)	0.242	0.24	-0.83
Momento longitudinal - (ton-m/m)	-0.599	-0.592	-1.17
Momento transversal + (ton-m/m)	0.584	0.583	-0.17
Momento transversal - (ton-m/m)	-1.269	-1.258	-0.87
Momento torsor (ton-m/m)	0.471	0.448	-4.88

Nota: El error estimado no excede el 10% en ningún caso.

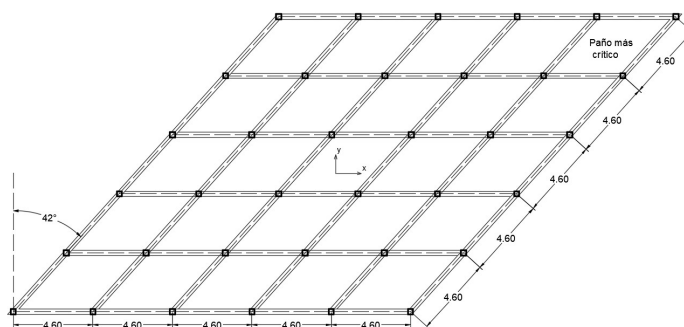
Para el caso de la losa esviada *EEEE* se utilizaron las expresiones 4.3, 4.7, 4.8, 4.13, 4.14, y 4.21 para estimar las respuestas y para el caso de la losa esviada *SSSS* se usaron las expresiones 4.4, 4.9, 4.15 y 4.22.

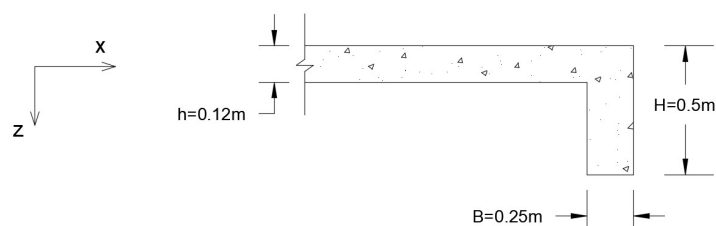
- EJEMPLO 03

Se tiene una losa esviada continua que se apoya sobre vigas peraltadas cuyas dimensiones se muestran en la figura 57, con carga uniforme de 0.80 ton/m^2 . Se solicita los momentos flectores del paño de losa más crítico.

Figura 57

Planta y sección de losa esviada continua.





Sección de losa esviada continua

Las expresiones simplificadas para el caso de losas esviadas continuas dan como resultado los momentos flectores positivos máximos en el centro de la losa y los momentos flectores negativos máximos en las vigas de apoyo del paño de esquina.

Usando las expresiones 4.10, 4.11, 4.17 y 4.18 se muestran los resultados obtenidos en la tabla 28

Tabla 28

Comparativo entre respuestas del método simplificado y SAP2000 del ejemplo 03.

Respuestas máximas	Método simplificado	SAP2000	Error (%)
$I = 0.25 \quad \theta = 42^\circ$			
Momento longitudinal + (ton-m/m)	0.273	0.265	-2.93
Momento longitudinal - (ton-m/m)	-0.551	-0.546	-0.91
Momento transversal + (ton-m/m)	0.408	0.396	-2.94
Momento transversal - (ton-m/m)	-0.614	-0.647	5.37

Nota: El error estimado no excede el 10% en ningún caso.

Con el método simplificado es posible estimar de manera directa las respuestas máximas de una losa esviada tanto el momento longitudinal como para el momento transversal, el momento torsor y las deflexiones elásticas.

Conclusiones

Desarrollado el trabajo de investigación para evaluar el comportamiento de losas esviadas mediante análisis paramétrico y teniendo en consideración los resultados se presentan las siguientes conclusiones:

De los parámetros de losas esviadas

Con ayuda del análisis de sensibilidad se determinó que los parámetros que tienen influencia directa en las respuestas estructurales de losas esviadas son el ángulo de esviaje, la razón de aspecto, el coeficiente de Poisson y en el caso de losas continuas apoyadas en vigas también es incidente el parámetro índice de rigidez relativa entre la losa y las vigas.

Además, el parámetro que no tiene influencia en las respuestas estructurales adimensionales en el caso de losas de un solo tramo es el espesor de la losa y en el caso particular de una losa esviada SLSL no tiene influencia la razón de aspecto y el ángulo de esviaje en la deflexión y momento longitudinal adimensional, ya que la losa se sigue comportando como una viga simplemente apoyada

Del análisis estructural de losas esviadas

En la mayoría de casos analizados la deflexión, el momento longitudinal, el momento transversal y el momento torsor máximos disminuyen al aumentar la razón de aspecto y el esviaje de las losas.

Los momentos torsores en el centro de la losa esviada tienen un valor diferente de cero, ubicándose sus valores máximos cerca de las esquinas agudas y obtusas. Solo para

el caso de losas esviadas EEEE y SSSS con razón de aspecto alrededor de 0.5 y ángulos de esviaje mayores a 30° los máximos momentos torsores se encuentran en el centro de la losa.

Los máximos momentos longitudinales y transversales se producen cerca de la zona central de la losa, independientemente de su razón de aspecto y esviaje. Sin embargo, en el caso de losas esviadas continuas con ángulos de esviaje mayores a 50° , los momentos longitudinales tienen a acercarse a la esquina aguda.

Se genera concentración de fuerzas debido al esviaje de las losas. Para el caso de losas esviadas SLSL y SSSS la concentración de momentos longitudinales y transversales se observa cerca de las esquinas obtusas. Si bien en el caso de losas esviadas EEEE y losas esviadas continuas no se genera concentración de fuerzas, los momentos longitudinales y transversales negativos máximos tienden a generarse más cerca de la esquina obtusa a medida que el esviaje de la losa crece.

Del método simplificado

Las expresiones deducidas ayudan a determinar las respuestas estructurales en losas esviadas de forma directa y sirven para realizar un análisis preliminar, deflexiones, momentos flectores y torsores para losas esviadas de un solo tramo y momentos flectores en losas esviadas continuas.

Los errores relativos de los valores en las respuestas estructurales del método simplificado son menores al 10% y por tanto son considerados como ingenierilmente aceptables.

Recomendaciones

Los parámetros que se analizaron influyen en las respuestas estructurales de losas esviadas. Sin embargo, se recomienda ampliar los estudios para otras condiciones de apoyo, así como otros tipos de carga.

Se recomienda utilizar las expresiones solo para un realizar un análisis previo dentro del rango de valores paramétricos establecidos. Si se desea utilizarlos para el diseño se sugiere investigar métodos como el de Wood-Armer (Bartók, 2016) para calcular los momentos de diseño en concreto armado.

Se sugiere incluir en el análisis estructural el efecto de la concentración de fuerzas en la zona de los ángulos obtusos utilizando otro tipo de mallado para dichas zonas.

Si bien en este estudio no se analizaron losas con ángulos de esviaje mayores a 60° , se recomienda utilizar análisis específicos para este tipo de losas ya que la distribución de las fuerzas tiende a ser diferente con ángulos de esviaje muy grandes.

Referencias bibliográficas

- Anzelius, A. (1939). Über die elastische deformation parallelogrammformiger platten. *Der Bauingenieur*, 20(35/36), 478.
- Brigatti, C, V. (1938). Applicazione del metodo di H. Marcus al calcolo della piastra parallelogrammica. *Ricerche di Ingegneria*, 16(2), 42.
- Bartók, A. (2016). Design of concrete slabs reinforcement-Methods of FEM results interpretation incorporating twisting moments, *Key Engineering Materials*, 691, 388-397. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.691.388>.
- Batoz, J. (1982). Evaluation of a new quadrilateral thin plate bending element, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 18 (11), 1655-1677. <https://doi.org/10.1002/nme.1620181106>.
- Cheung, Y. (1968). The finite strip method in the analysis of elastic plates with two opposite simply supported ends. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 40(1), 1-7. doi:10.1680/iicep.1968.7709.
- Deepak, C., Sabeena, M. (2015). Effect of skew angle on uplift and deflection of RCC skew slab. *International Journal of Research in Engineering and Technology*, 04(05), 105–111. <https://ijret.org/volumes/2015v04/i05/IJRE T20150405020>.
- Favre, H. (1942). Contribution à l'étude des plaques obliques. *Bulletin Technique de la Suisse Romande*, 68(20), 229-236. <http://doi.org/10.5169/seals-51822>.
- Jensen, V.P. (1941). Analysis of skew slabs, *Engineering Experiment Station Bulletin*. 39(3), 332. University of Illinois. <https://www.ideals.illinois.edu/items/5187>.
- Kar, A., Khatri, V., Maiti, P., & Singh, P. (2012). Study on effect of skew angle in skew bridges, *International Journal of Engineering Research and Development*, 2(12), 13–18. https://www.idc-online.com/technical_references/pdfs/civil_engineering/Study%20on%20Effect.pdf.
- Kumar, S. (2013). Finite element modeling of skew slab with edge supports.

- [Tesis de Maestría, Universidad de Thapar]. Repositorio Institucional Universidad de Thapar. <https://tudr.thapar.edu:8080/jspui/handle/10266/2278>.
- Lardy, P. (1949). Die strenge lösung des problems der schiefen platte. *Schweizerische Bauzeitung*, 67(15), 207-209. <http://doi.org/10.5169/seals-84034>.
- Menassa, C., Mabsout, M., Tarhini, K., & Frederick, G. (2007). Influence of skew angle on reinforced concrete slab bridges. *Journal of Bridge Engineering*, 12(2). DOI:10.1061/(ASCE)1084-0702(2007)12:2(205).
- Morley, L. (1963). *Skew Plates and Structures*. Pergamon Press, Oxford.
- Moya, L., Lantsoght, E. O. L. (2021). Parametric Study on the Applicability of AASHTO LRFD for Simply Supported Reinforced Concrete Skewed Slab Bridges. *Infrastructures*, 6(88), 1-23. <https://doi.org/10.3390/infrastructur-es6060088>.
- Mukopashyay, M. (1976). Finite strip method of analysis of clamped skew plates in bending. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 61(1), 189–195. doi:10.1680/iicep.1976.3510.
- Naresh, R. & Muthu, K. (2017). Analysis of simply supported reinforced concrete skew slabs. *International Journal of Civil Engineering and Technology*, 8(11), 121-128. <http://iaeme.com/Home/issue/IJCIET?Volume=8&Issue=11>.
- Nouri, G. & Ahmadi, Z. (2012). Influence of skew angle on continuous composite girder bridge. *Journal of Bridge Engineering*, 17(4), 617-623. doi/10.1061/%28ASCE%29BE.1943-5592.0000273#bibliography.
- Sap2000, *Structural Analysis and Design (Trial Version)* [software]. Computers and Structures, Inc. <https://www.csiamerica.com>.
- Sharma, M. (2011). Finite element modelling of reinforced cement concrete skew slab. [Tesis de Maestría, Universidad de Thapar]. *Repositorio Institucional Universidad de Thapar*. <https://tudr.thapar.edu:8080/jspui/handle/10266/1605>.
- Sharma, M., Kwatra, N. & Singh, H. (2019). Predictive Modelling of RC Skew Slabs: Collapse Load. *Structural Engineering International*, 29(3), 443–452. <https://doi.org/10.1080/10168664.2019.1607648>.

- Sharma, M., Kwatra, N., & Singh, H. (2020). Modelling of flexural response of simply supported RC skew slab. *Current Science*, 118(12), 1911-1921. DOI:10.18520/cs/v118/i12/1911-1921.
- Sharma, M., Singh, H. & Kwatra, N. (2021). Behaviour of simply supported RC skew slabs stiffened with shallow beams. *Advances in Structural Engineering*, 24(14), 3252–3266. <https://doi.org/10.1177/13694332211022071>.
- Shukla, A. K., Philip, V. K., & Maiti, P. R. (2021). Analysis of moment and torsion in skew plates using Abaqus. 81, 185–202. https://doi.org/10.1007/978-981-15-5235-9_14.
- Srinivasa, C. Suresh, Y. Prema, W. & Banagar, A. (2018). Bending behavior of simply supported skew plates. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 9(5), 21-26. <https://www.researchgate.net/publication/325344116>
- Tham, L., Li, W., Cheung, Y., & Chen, M. (1986). Bending of skew plates by spline-finite-strip method. *Computers & structures*. 22(1), 31-38. doi:10.1016/0045-7949(86)90082-9.
- Théoret, P., Massicotte, B., & Conciatori, D. (2012). Analysis and Design of Straight and Skewed Slab Bridges. *Journal of Bridge Engineering*, 17(2), 289–301. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)be.1943-5592.0000249](https://doi.org/10.1061/(asce)be.1943-5592.0000249).
- Timoshenko, S. & Woinowsky-Krieger, S. (1959). Theory of Plates and Shells. Editorial McGraw-Hill.

Anexos

Anexo 1: Deducción de formas adimensionales.....	1
--	---

Anexo 1

Deducción de formas adimensionales

Dada la expresión general mostrada y planteada en el capítulo IV se pueden obtener las formas adimensionales para las respuestas estructurales de losas esviadas

$$\text{Respuesta} = (\text{Forma Adimensional}) \times (\text{Factor de Transformación})$$

Los factores de transformación se muestran en la tabla A1 y las respuestas (deflexión, momento flector longitudinal, momento flector transversal y momento torsor) son calculadas en el software SAP2000.

Tabla A1

Factor de transformación para deflexión y momentos.

Respuesta	Factor de transformación
Deflexión	$\frac{qa^4}{D}$
Momento longitudinal	qa^2
Momento transversal	qa^2
Momento torsor	qa^2

Nota: q : carga uniforme, a : longitud de lado no esviado y D : rigidez flexional de la losa.

Por lo tanto, se deduce que la forma adimensional en general es:

$$\text{Forma Adimensional} = \frac{\text{Factor de Transformación}}{\text{Respuesta}}$$

Se muestra a continuación la deducción de las formas adimensionales para cada respuesta.

A.1 Deducción de la forma adimensional para la deflexión (K_w)

Al despejarse la expresión 4.1 se obtiene la forma adimensional K_w

$$w = K_w \frac{qa^4}{D} \longrightarrow K_w = \left(\frac{D}{qa^4} \right) w$$

donde D , q y a representan la rigidez a la flexión de losas, la carga uniforme y el lado no esviado respectivamente y son valores independientes mientras que w es la deflexión que se obtiene del software SAP2000. De esta forma se calculó los valores de K_w y se graficó en función de los parámetros razón de aspecto ($r = a/b$) y ángulo de esviaje (θ)

- Losa esviada *SLSL*

En este caso se muestra gráficamente los resultados de K_w vs θ (figura A.1) como una función lineal que depende únicamente del valor de θ , debido a la poca influencia que tiene el parámetro a/b , de la siguiente forma:

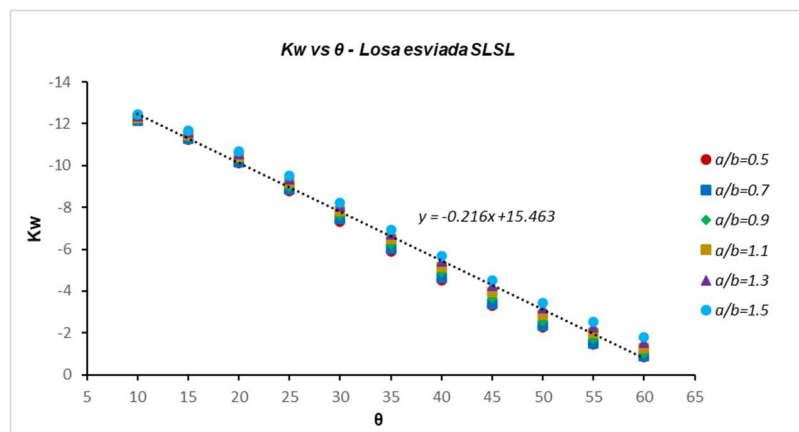
$$K_w = A\theta + B$$

Al realizar el ajuste correspondiente se obtienen los valores de los coeficientes A y B . Por lo tanto, la expresión para la forma adimensional K_w resulta

$$K_w = -(0.216\theta - 15.463)$$

Figura A1

*Ajuste de K_w en función de θ para losas esviadas *SLSL*.*



- Losa esviada *EEEE*

En este caso se muestra gráficamente los resultados de K_w vs θ (figura A.2) como una función lineal que depende del valor de θ de la siguiente forma:

$$K_w = A\theta + B$$

Figura A2

Ajuste de K_w en función de θ para losas esviadas EEEE.

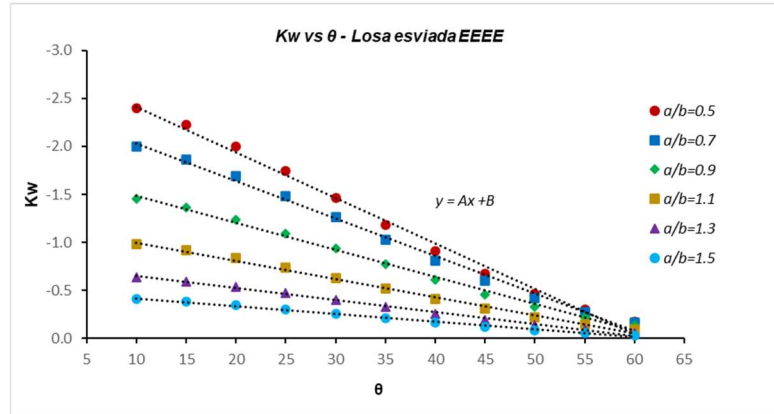
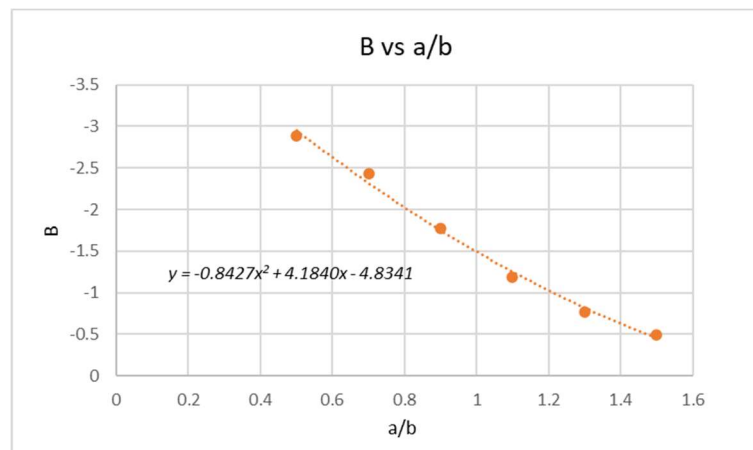
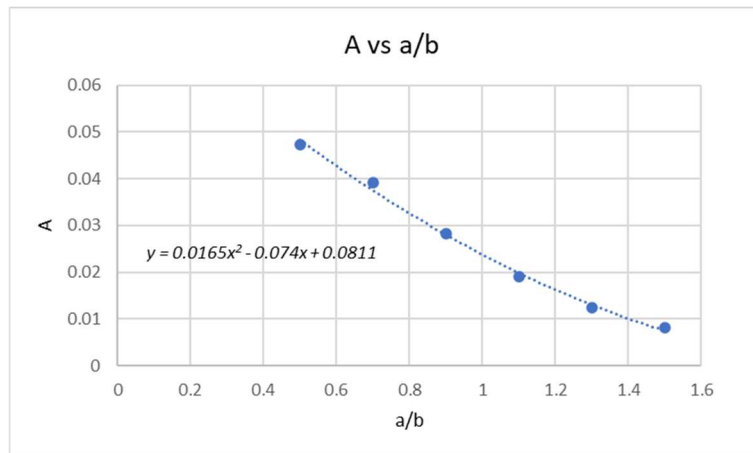


Figura A3

Ajuste de los coeficientes A y B en función de θ $r = a/b$.



En la figura A3 se muestran los ajustes de los coeficientes A y B , donde:

$$A = 0.0165r^2 - 0.074r + 0.0811$$

$$B = -0.8427r^2 + 4.184r - 4.8341$$

- Losa esviada $SSSS$

En este caso se muestra gráficamente los resultados de K_w vs θ (figura A.4) como una función lineal que depende del valor de θ de la siguiente forma:

$$K_w = A\theta + B$$

Figura A4

Ajuste de K_w en función de θ para losas esviadas $SSSS$.

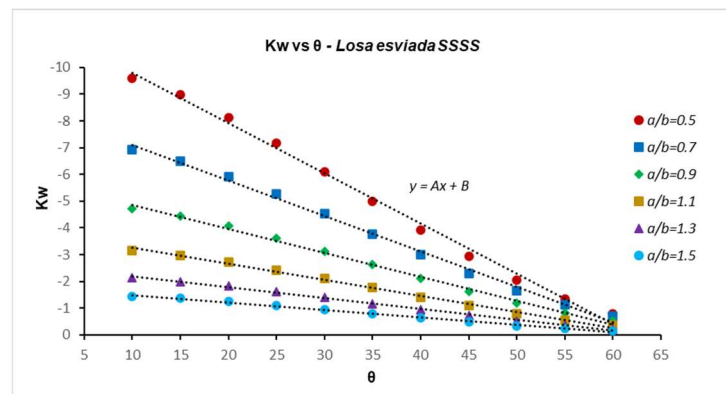
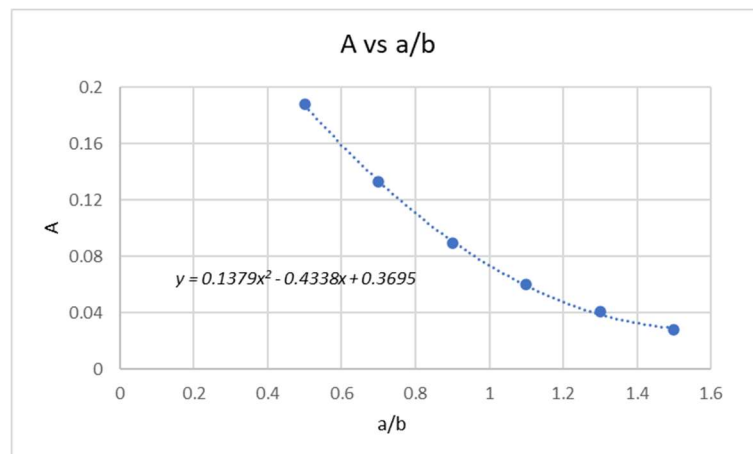
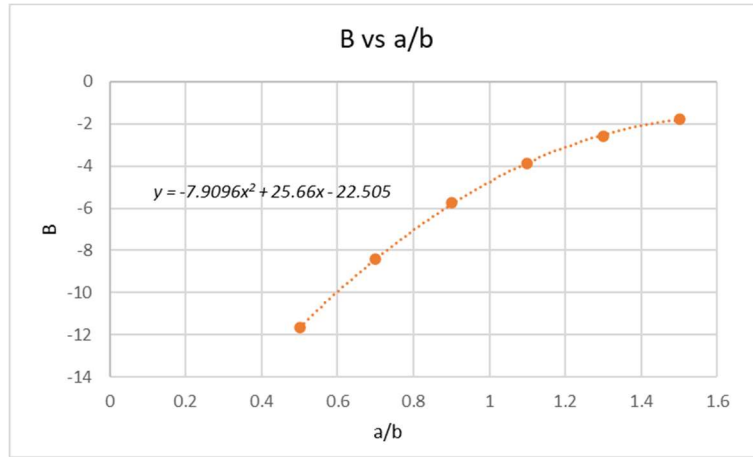


Figura A5

Ajuste de los coeficientes A y B en función de θ $r = a/b$.





En la figura A.5 se muestran los ajustes de los coeficientes A y B, donde

$$A = 0.13795r^2 - 0.4338r + 0.3695$$

$$B = -7.9096r^2 + 25.66r - 22.505$$

A.2 Deducción de la forma adimensional para el momento flector longitudinal (K_{mx})

Al despejarse la expresión 4.5 se obtiene la forma adimensional K_{mx}

$$M_x = K_{mx} \cdot qa^2 \longrightarrow K_{mx} = \frac{qa^2}{M_x}$$

donde q y a representan la carga uniforme y el lado no esviado respectivamente y son valores independientes mientras que M_x es el momento flector longitudinal que se obtiene del software SAP2000.

De esta forma se obtienen los valores de K_{mx} y se grafican en función de los parámetros razón de aspecto ($r = a/b$), el ángulo de esviaje (θ) y el índice de rigidez relativa (I).

- Losa esviada *SLSL*

En este caso se muestra gráficamente los resultados de K_{mx} vs θ (figura A.6) como una función lineal que depende únicamente del valor de θ , debido a la poca influencia que tiene el parámetro a/b , de la siguiente forma:

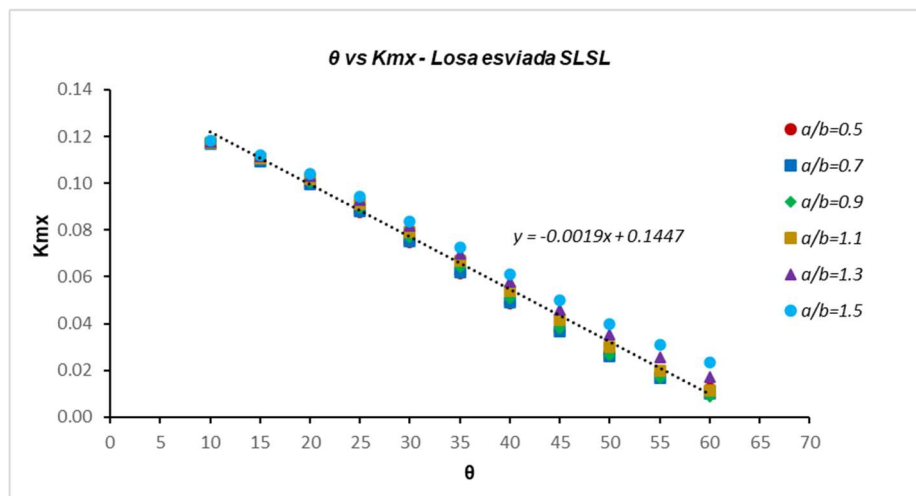
$$K_{mx} = -0.0019\theta + 0.1447$$

Al realizarse el ajuste correspondiente se obtiene los valores de los coeficientes A y B . Por lo tanto, la expresión para la forma adimensional K_{mx} es

$$K_{mx} = -0.0019\theta + 0.1447$$

Figura A6

*Ajuste de K_w en función de θ para losas esviadas *SLSL*.*



- Losa esviada *EEEE*

En este caso se muestra gráficamente los resultados de K_{mx+} y K_{mx-} vs θ (figura A.7) como una función lineal que depende del valor de θ de la siguiente forma:

$$K_{mx+} = A\theta + B \text{ y } K_{mx-} = C\theta + D$$

En la figura A.8 se muestran los ajustes de los coeficientes A , B , C y D , donde:

$$A = -0.000289r^2 + 0.001208r - 0.001265$$

$$B = 0.010488r^2 - 0.061131r + 0.075912$$

$$C = 0.000270r^2 - 0.001609r + 0.002201$$

$$D = -0.009482r^2 + 0.088261r - 0.138603$$

Figura A7

Ajuste de K_{mx+} y K_{mx-} en función de θ para losas esviadas EEEE.

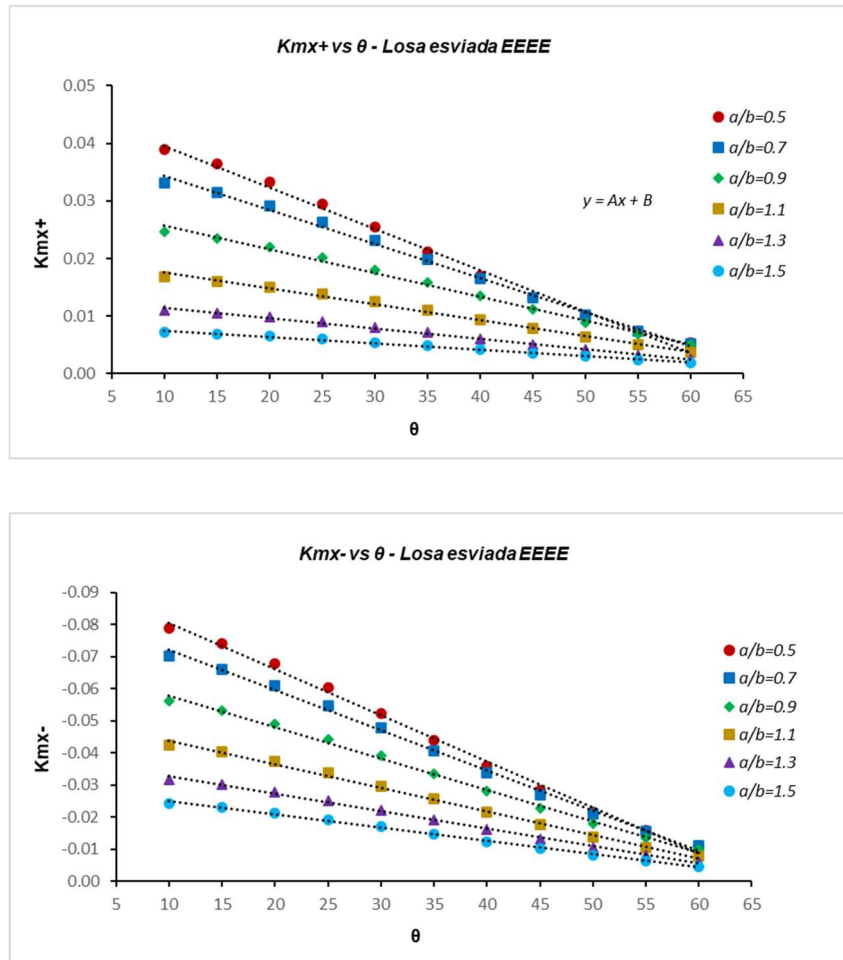
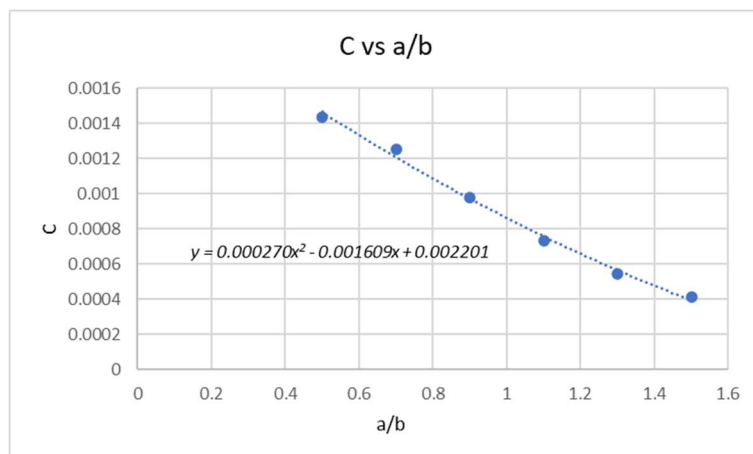
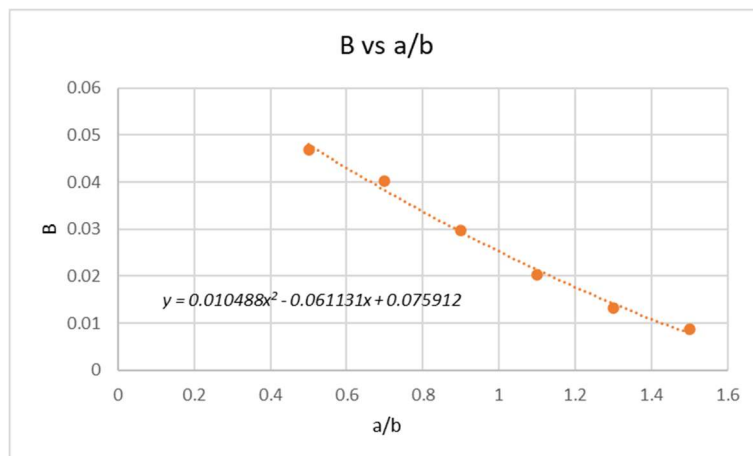
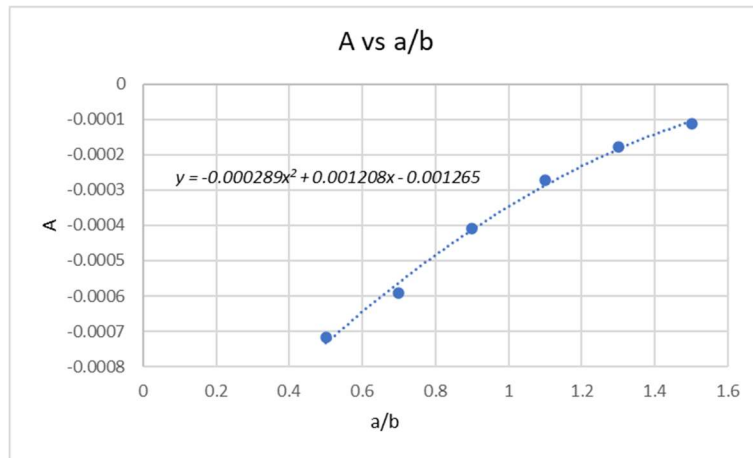
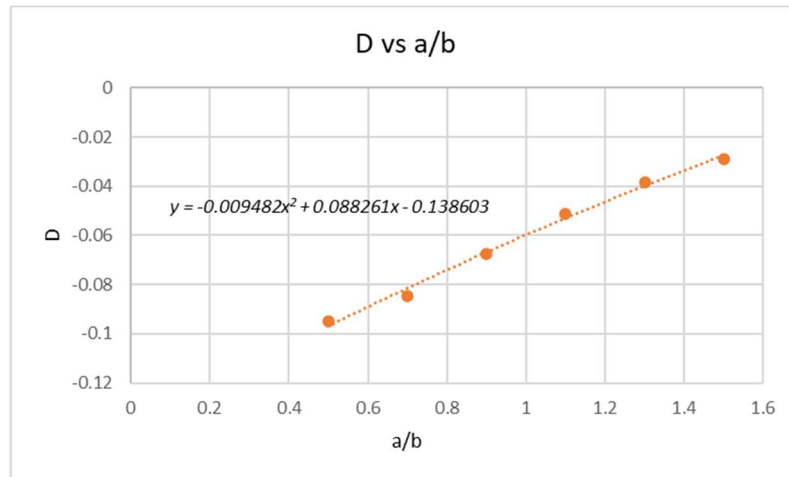


Figura A8

Ajuste de los coeficientes A , B , C y D en función de $r = a/b$.





- Losa esviada SSSS

En este caso se muestra gráficamente los resultados de K_{mx} vs θ (figura A.9) como una función lineal que depende del valor de θ de la siguiente forma:

$$K_{mx} = A\theta + B$$

En la figura A.10 se muestran los ajustes de los coeficientes A y B donde

$$A = -0.001398r^2 + 0.004218r - 0.003505$$

$$B = 0.070325r^2 - 0.235035r + 0.216861$$

Figura A9

Ajuste de K_{mx} en función de θ para losas SSSS.

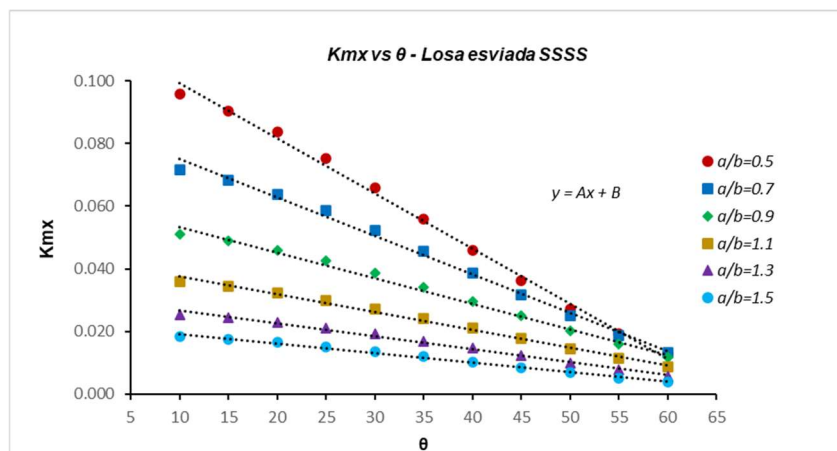
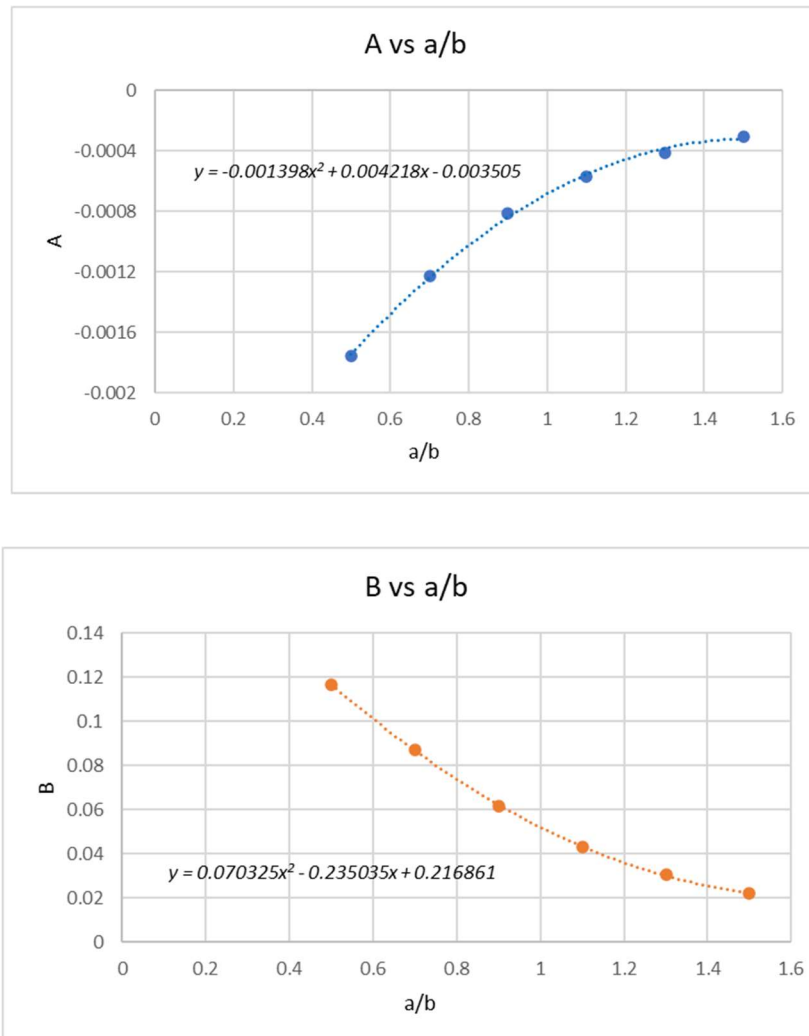


Figura A10

Ajuste de los coeficientes A y B en función de $r = a/b$.



- Losa esviada continua apoyadas sobre vigas

En el caso de losas continuas se graficó K_{mx+} y K_{mx-} en función del índice de rigidez relativa I como se muestra en la figura A.11 de la siguiente forma:

$$K_{mx+} = AI + B$$

$$K_{mx-} = CI + D$$

En la figura A.12 se muestran los ajustes de los coeficientes A , B , C y D para los momentos longitudinales positivos y negativos, donde:

$$A = -0.00000377\theta^2 - 0.00012288\theta + 0.02388440$$

$$B = -0.00000165\theta^2 - 0.00022058\theta + 0.02520280$$

$$C = 0.00001909\theta^2 - 0.00154952\theta + 0.02043392$$

$$D = 0.00000406\theta^2 + 0.00040492\theta - 0.05394542$$

Figura A11

Ajuste de K_{mx+} y K_{mx-} en función de I para losas esviadas continuas.

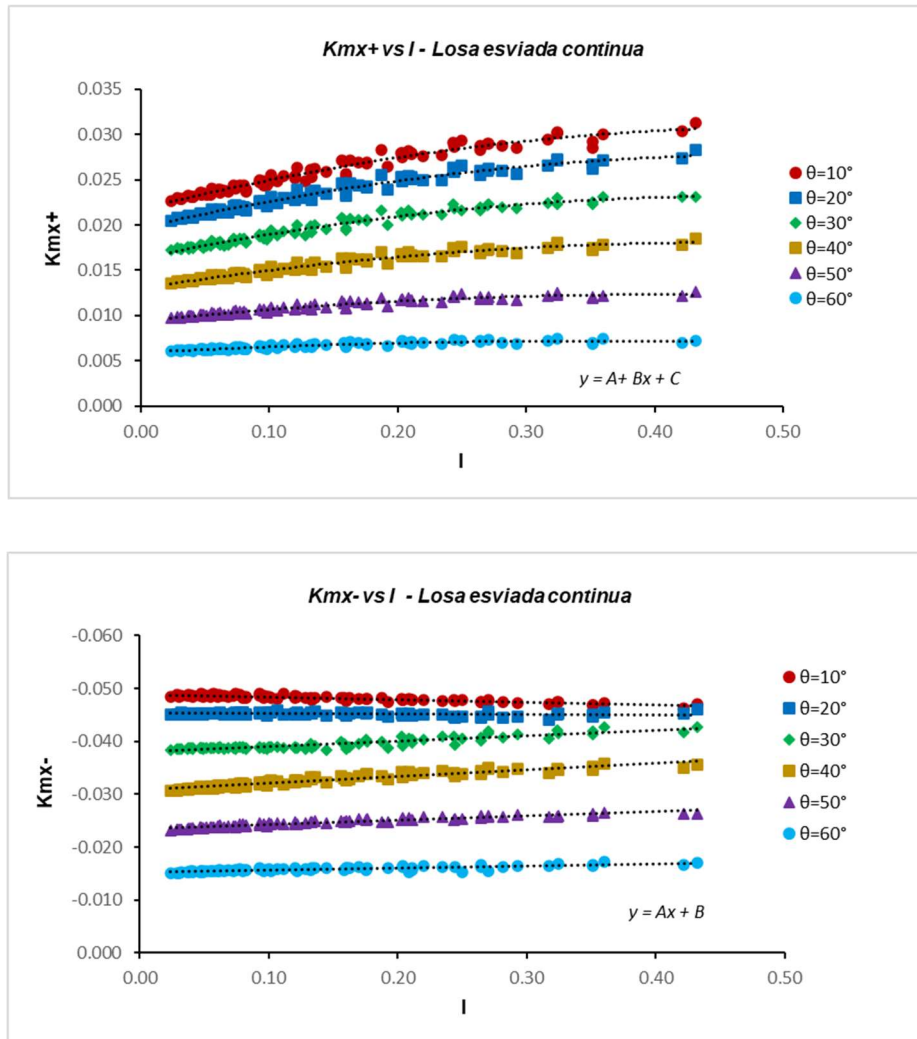
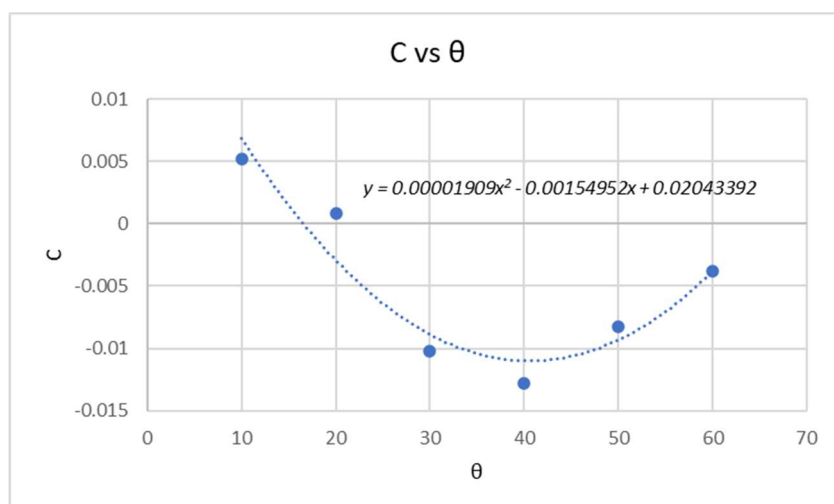
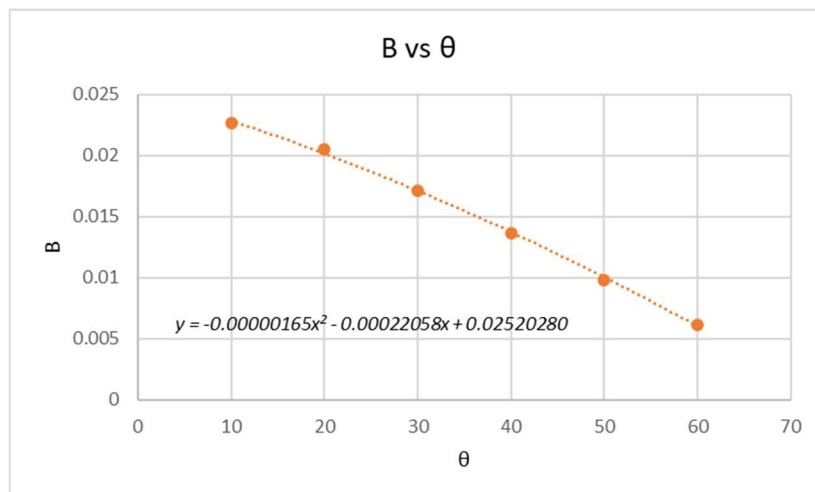
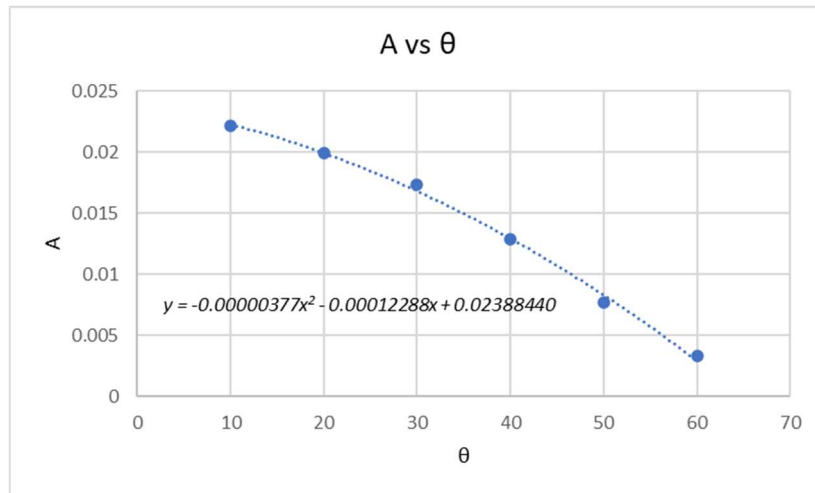
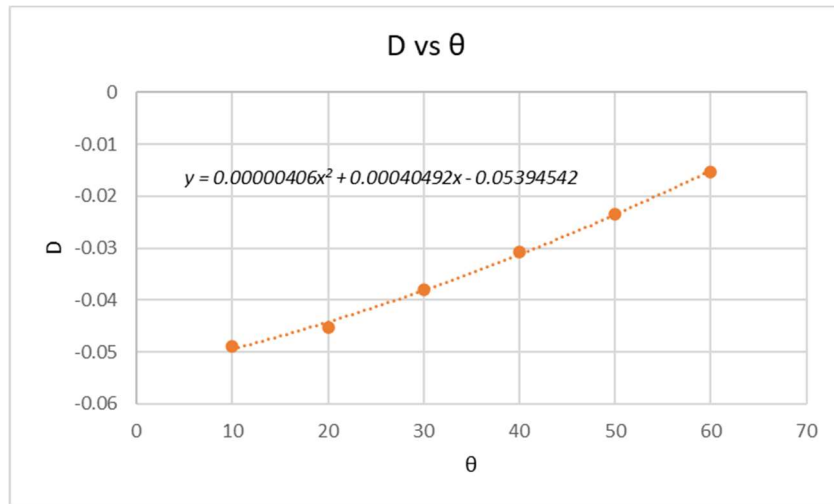


Figura A12

Ajuste de los coeficientes A , B , C y D en función de θ .





A.3 Deducción de la forma adimensional para el momento flector transversal (K_{my})

Al despejar la expresión 4.12 se obtiene la forma adimensional K_{my}

$$M_y = K_{my} \cdot q a^2 \longrightarrow K_{my} = \frac{q a^2}{M_y}$$

donde q y a representan la carga uniforme y el lado no esviado respectivamente y son valores independientes mientras que M_y es el momento flector transversal que se obtiene del software SAP2000.

De esta forma se obtienen los valores de K_{my} y se grafican en función de los parámetros razón de aspecto ($r = a/b$), ángulo de esviaje (θ) y el índice de rigidez relativa (I).

- Losa esviada *SLSL*

En este caso se muestra gráficamente los resultados de K_{my}/K_{mx} vs θ (figura A.13) como una función cuadrática de la siguiente forma:

$$K_{my}/K_{mx} = A\theta^2 + B\theta + C$$

$$K_{my} = K_{mx}(A\theta^2 + B\theta + C)$$

Figura A13

Ajuste de K_{mx} en función de θ para losas esviadas SLSL.

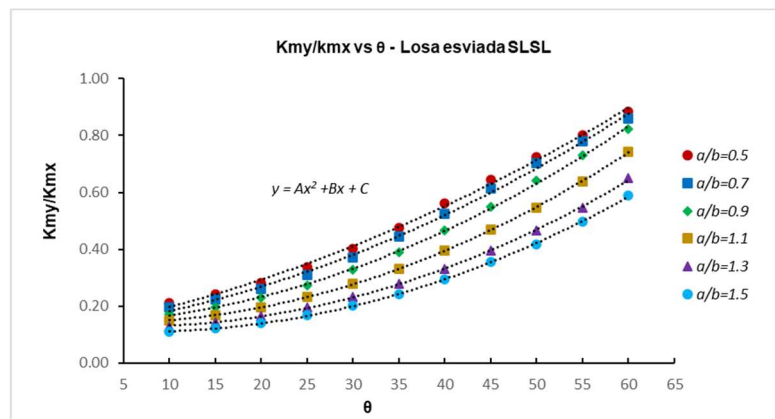
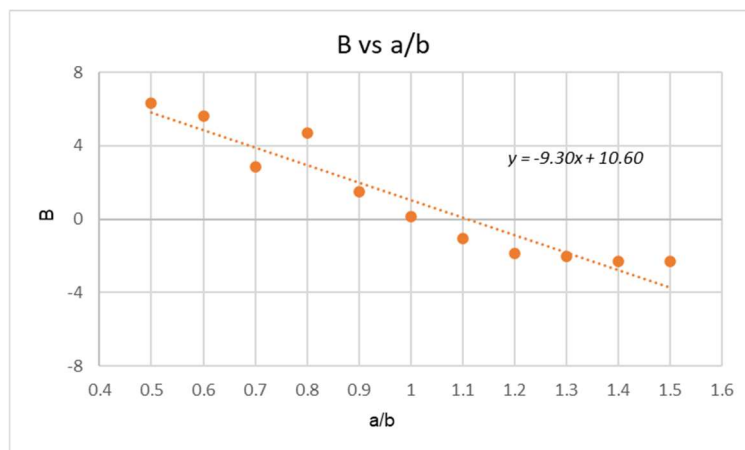
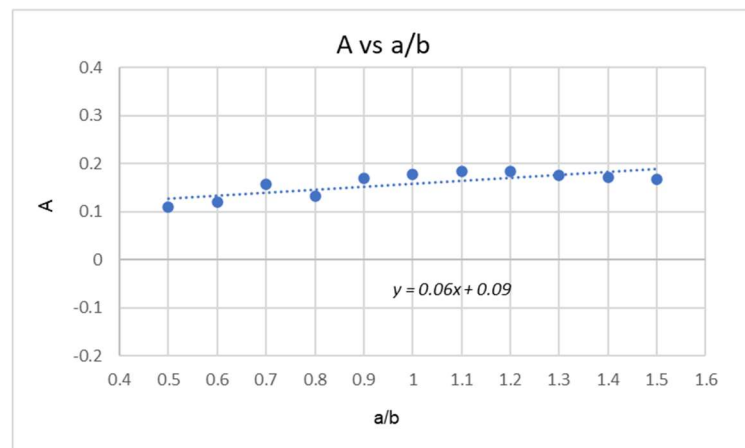
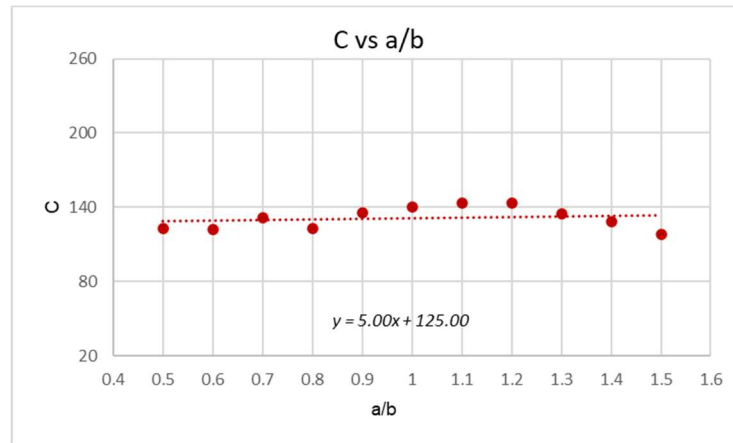


Figura A14

Ajuste de los coeficientes A , B y C en función de $r = a/b$.





En la figura A.14 se muestran los ajustes de los coeficientes A , B y C , donde:

$$A = 0.06r + 0.09$$

$$B = -9.30r + 10.60$$

$$C = 5.00r + 125.00$$

- Losa esviada $EEEE$

En este caso se muestra gráficamente los resultados de K_{mx+} y K_{mx-} vs θ (figura A.15) como una función cuadrática que depende del valor de θ de la siguiente forma:

$$K_{my+} = A\theta^2 + B\theta + C \text{ y } K_{my-} = D\theta^2 + E\theta + F$$

En la figura A.16 se muestran los ajustes de los coeficientes A , B , C , D , E y F , donde:

$$A = -0.00000348r^2 + 0.00001088r - 0.00001069$$

$$B = 0.00057509r^2 - 0.00152698r + 0.00092450$$

$$C = -0.02549446r^2 + 0.05488234r - 0.00840834$$

$$D = -0.00000358r^2 + 0.00000367r + 0.00000686$$

$$E = -0.00002865r^2 + 0.00002227r + 0.00019286$$

$$F = 0.02490086r^2 - 0.02538928r - 0.05239723$$

Figura A15

Ajuste de K_{mx+} y K_{mx-} en función de θ para losas esviadas EEEE.

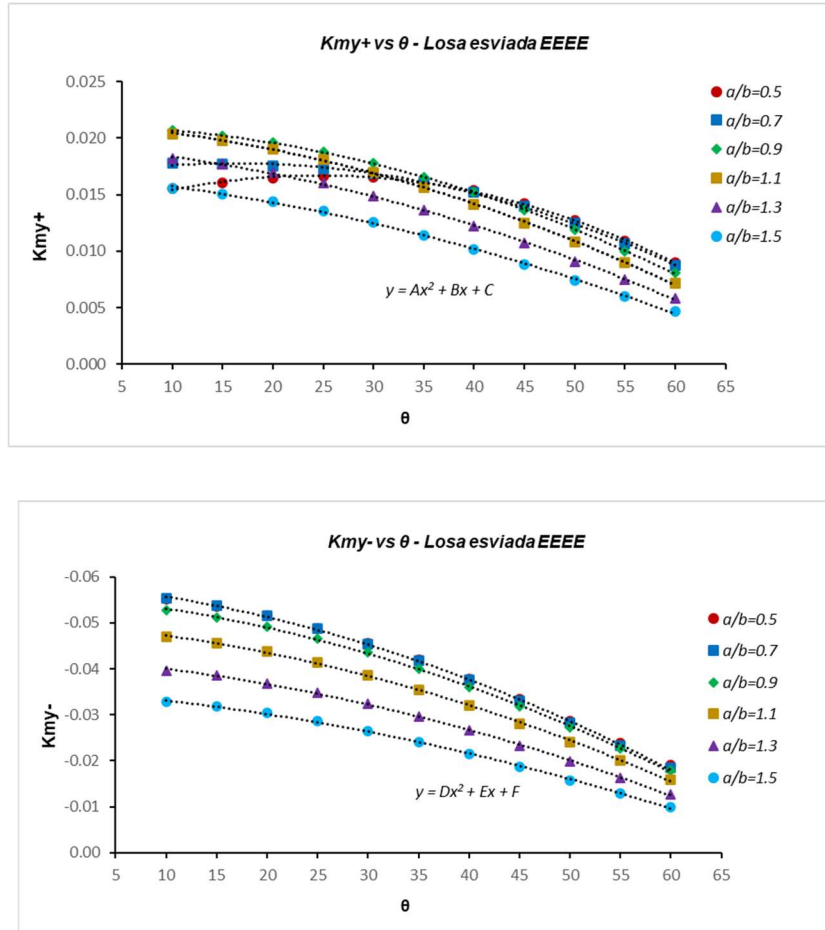
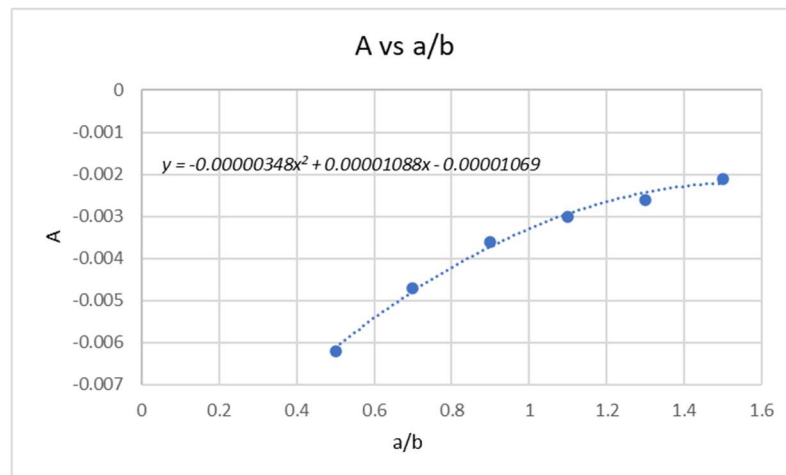
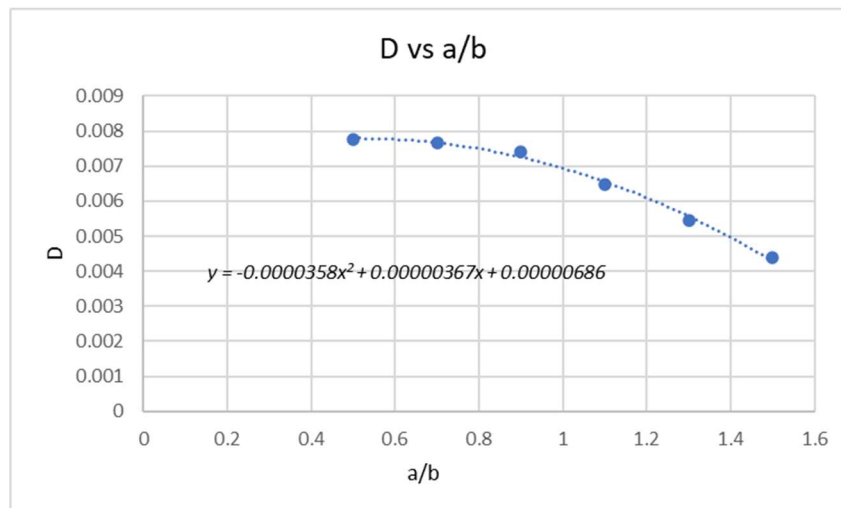
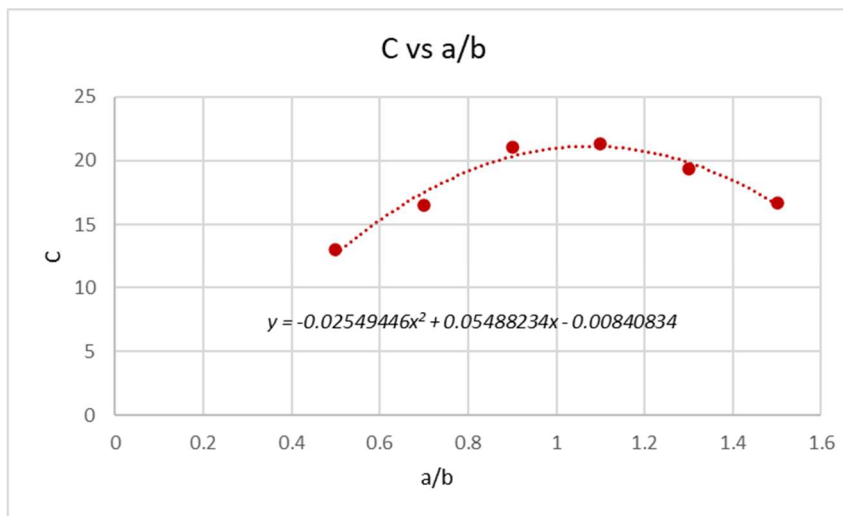
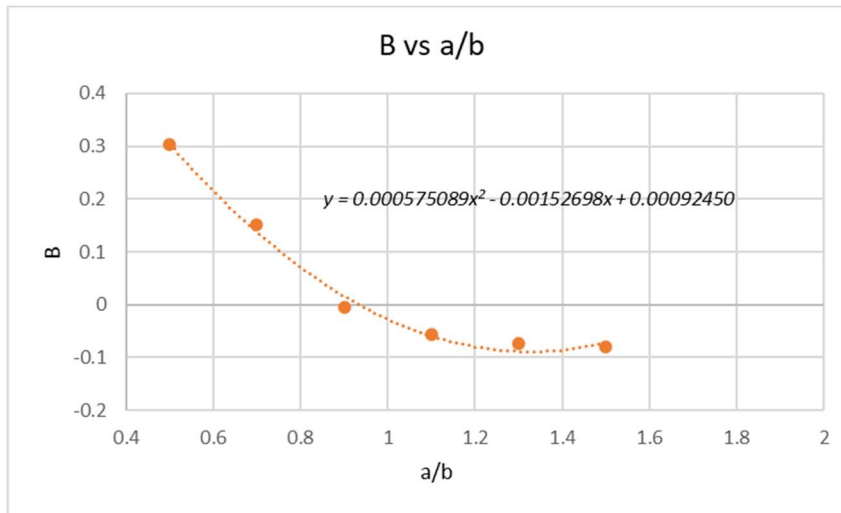
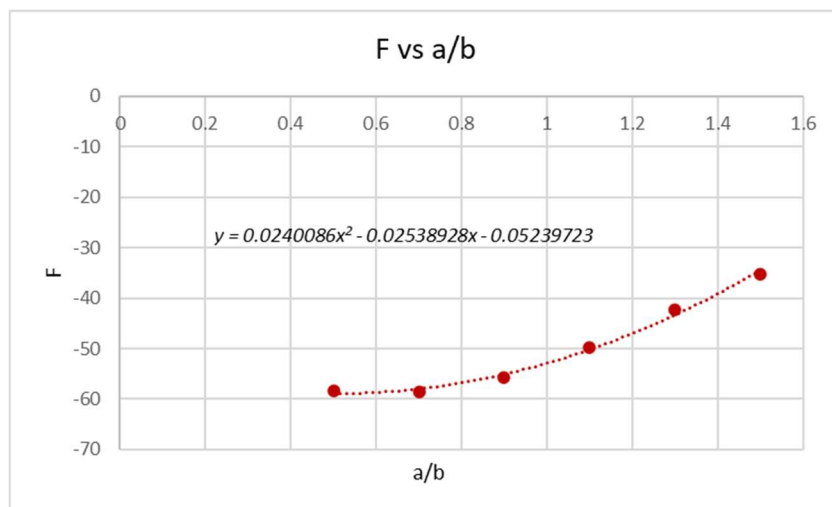
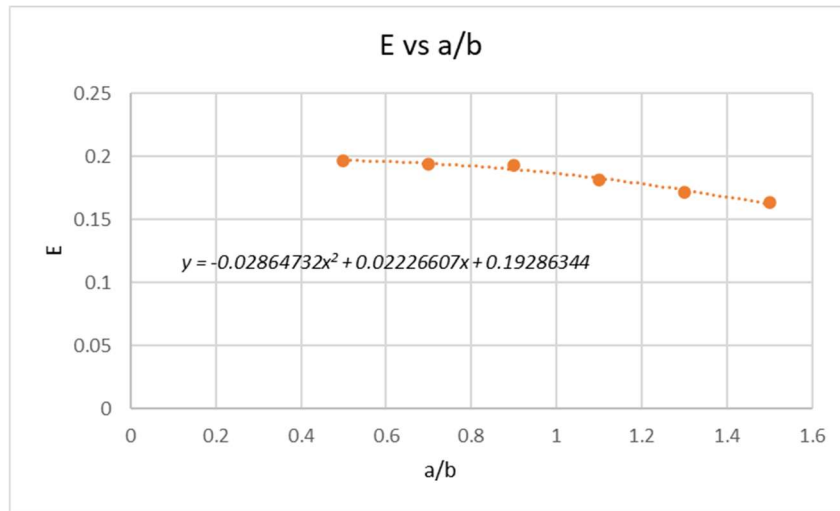


Figura A16

Ajuste de los coeficientes A , B , C , D , E y F , en función de $r = a/b$.







- Losa esviada *SSSS*

En este caso se muestra gráficamente los resultados de K_{my} / K_{mx} vs θ (figura A.17) como una función lineal que depende del valor de θ de la siguiente forma:

$$K_{mx} / K_{my} = A\theta + B$$

$$K_{my} = \frac{K_{mx}}{(A\theta + B)}$$

En la figura A.18 se muestran los ajustes de los coeficientes A y B , donde:

$$A = -0.052r^2 + 0.1363r - 0.0934$$

$$B = 2.3107r^2 - 6.7333r + 5.5396$$

Figura A17

Ajuste de K_{my}/K_{mx} en función de θ para losas esviadas SSSS.

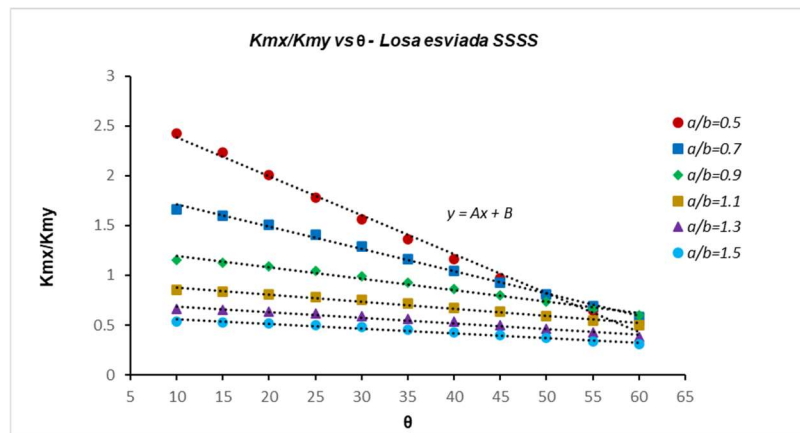
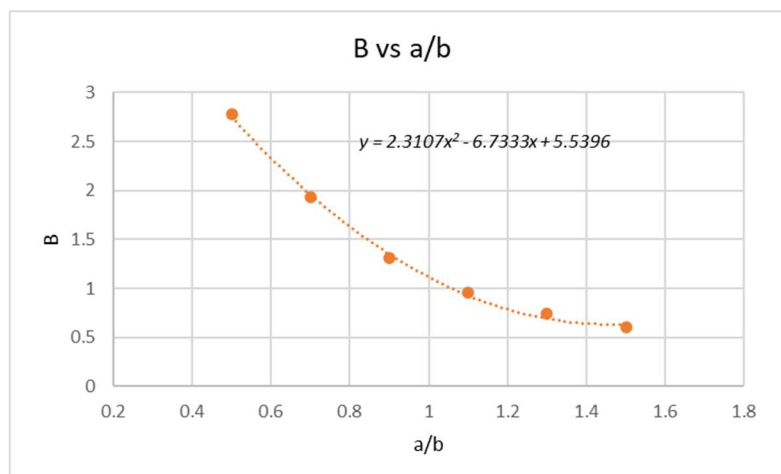
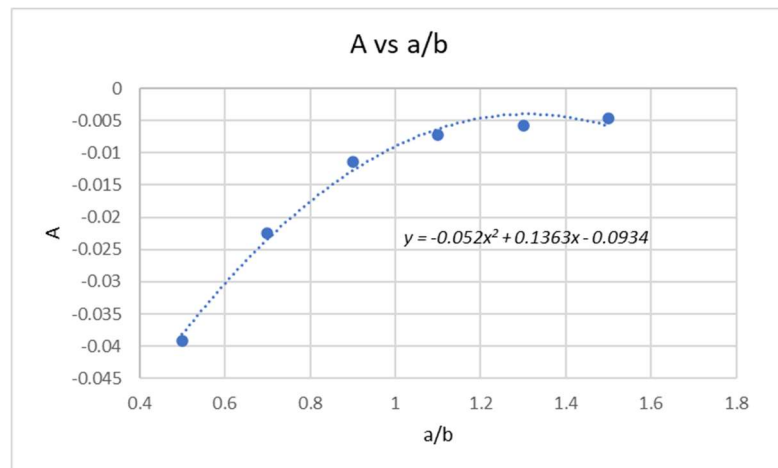


Figura A18

Ajuste de los coeficientes A y B en función de $r = a/b$.



- Losa esviada continua apoyadas sobre vigas

En el caso de losas continuas se graficó K_{mx+} y K_{mx-} en función del índice de rigidez relativa I como se muestra en la figura A.19 de la siguiente forma:

$$K_{my+} = A\theta^2 + B\theta + C$$

$$K_{my-} = D$$

Figura A19

Ajuste de K_{mx+} y K_{mx-} en función de I para losas esviadas continuas.

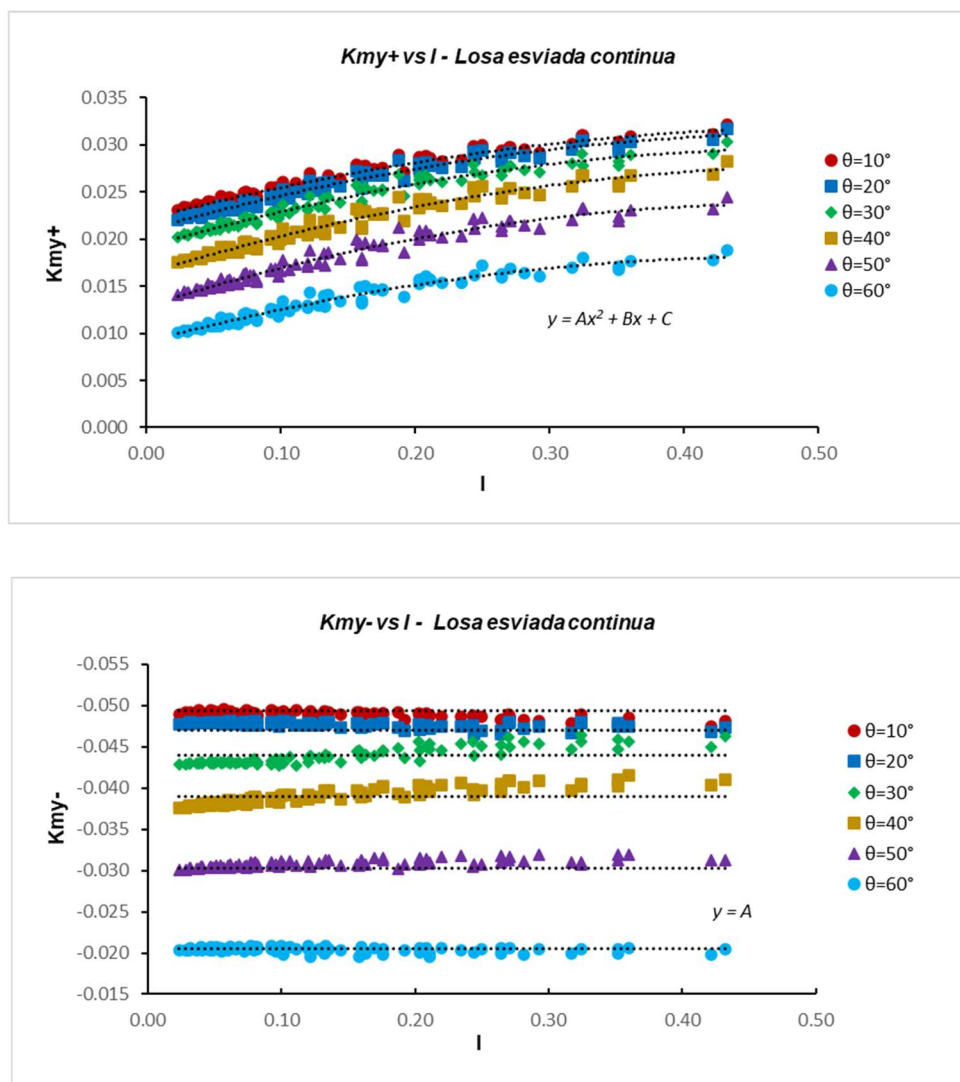
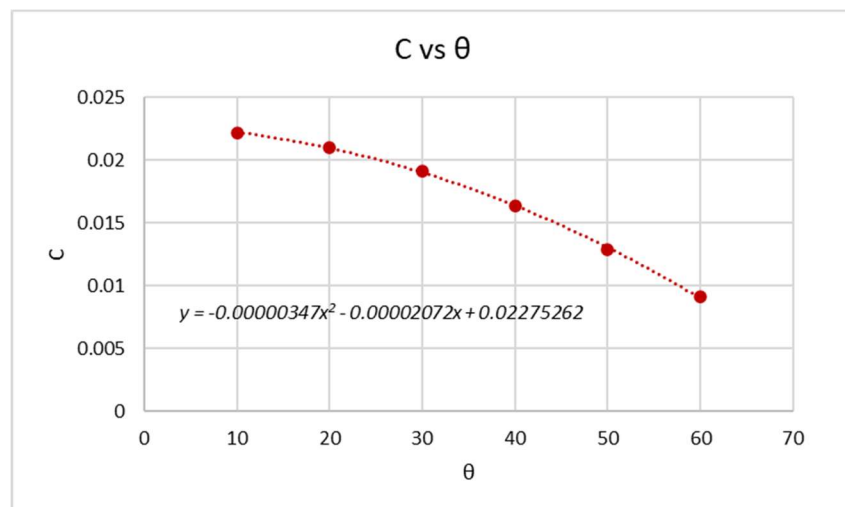
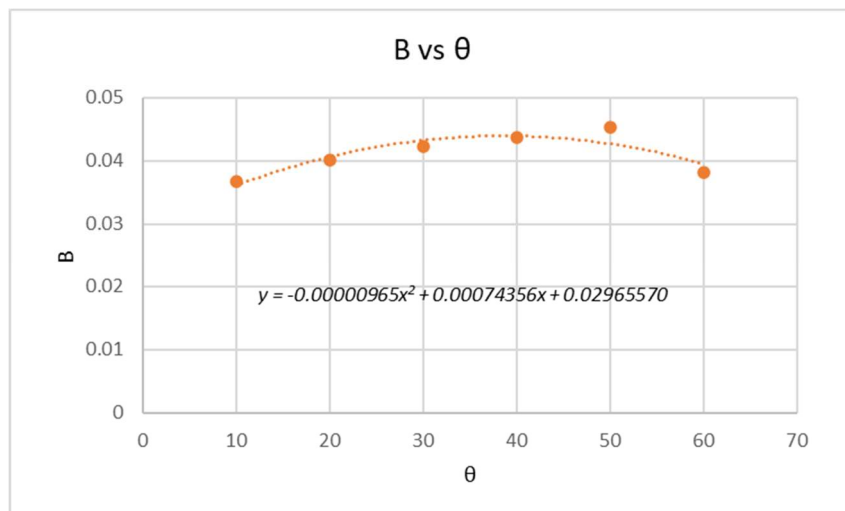
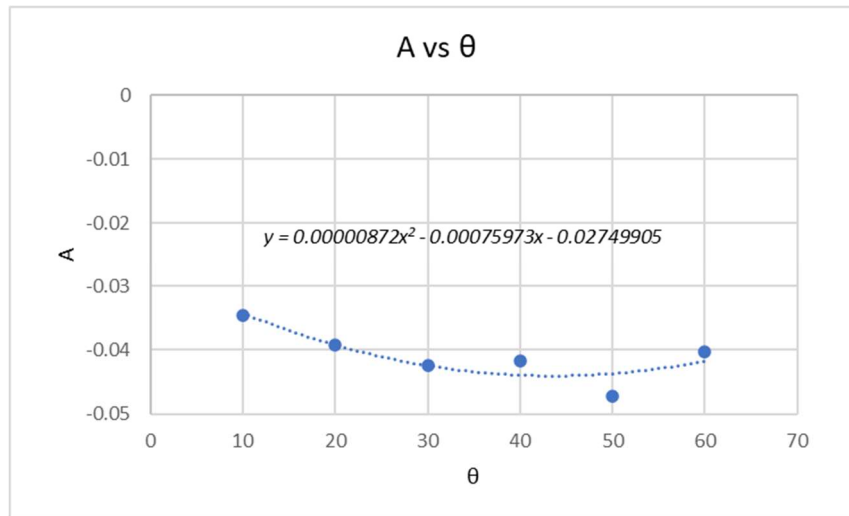
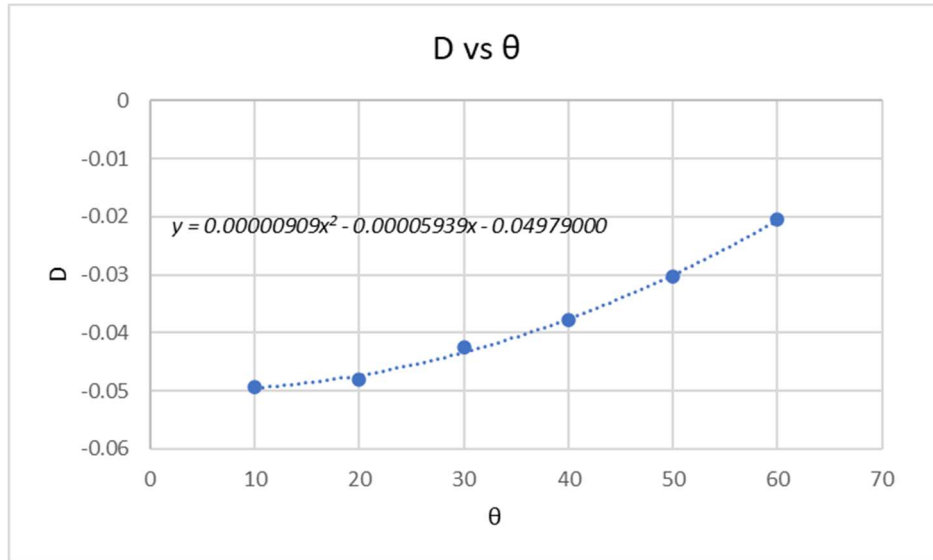


Figura A20

Ajuste de los coeficientes A , B , C , y D en función de θ .





En la figura A.20 se muestran los ajustes de los coeficientes A , B , C , y D para los momentos transversales positivos y negativos, donde:

$$A = 0.00000872\theta^2 - 0.00075973\theta - 0.02749905$$

$$B = -0.0000965\theta^2 + 0.00074356\theta + 0.02965570$$

$$C = -0.00000347\theta^2 - 0.00002072\theta + 0.02275262$$

$$D = 0.00000909\theta^2 - 0.00005939\theta - 0.04979$$

A.4 Deducción de la forma adimensional para el momento torsor (K_{mxy})

Al despejar la expresión 4.19 se obtiene la forma adimensional K_{mxy}

$$M_{xy} = K_{mxy} \cdot qa^2 \longrightarrow K_{mxy} = \frac{qa^2}{M_{xy}}$$

Donde q y a representan la carga uniforme y el lado no esviado respectivamente y son valores independientes mientras que M_{xy} es el momento torsor que se obtiene del software SAP2000.

De esta forma se obtiene los valores de K_{mxy} y se grafica en función de los parámetros razón de aspecto ($r = a/b$) y ángulo de esviaje (θ).

- Losa esviada *SLSL*

En este caso se muestra gráficamente los resultados de K_{mxy} vs θ (figura A.21)

como una función cúbica de la siguiente forma:

$$K_{mxy} = -\left(A\theta^3 + B\theta^2 + C\theta + D\right)\left(10^{-3}\right)$$

Figura A21

*Ajuste de K_{mxy} en función de θ para losas esviadas *SLSL*.*

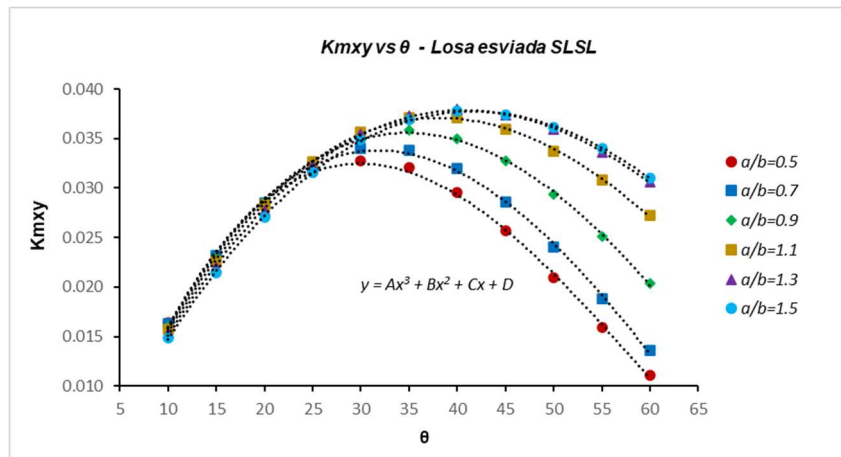
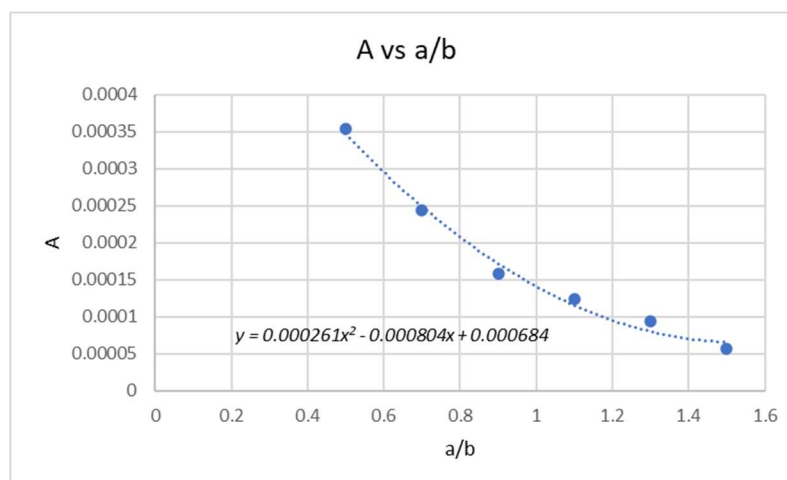
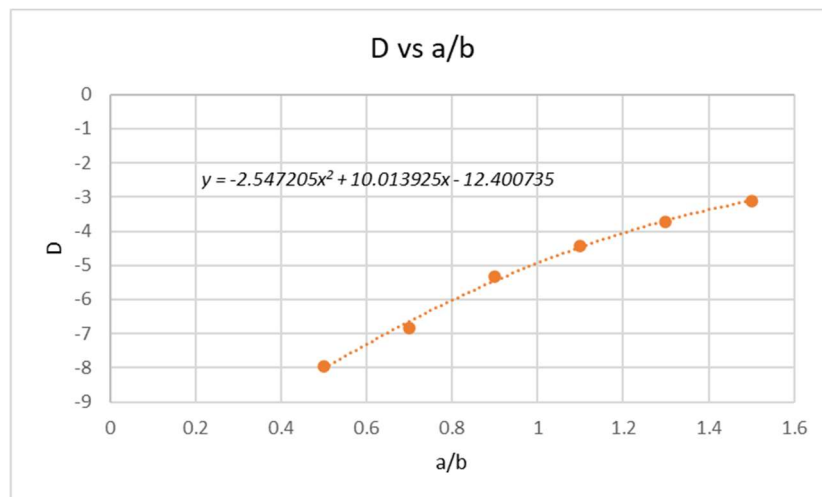
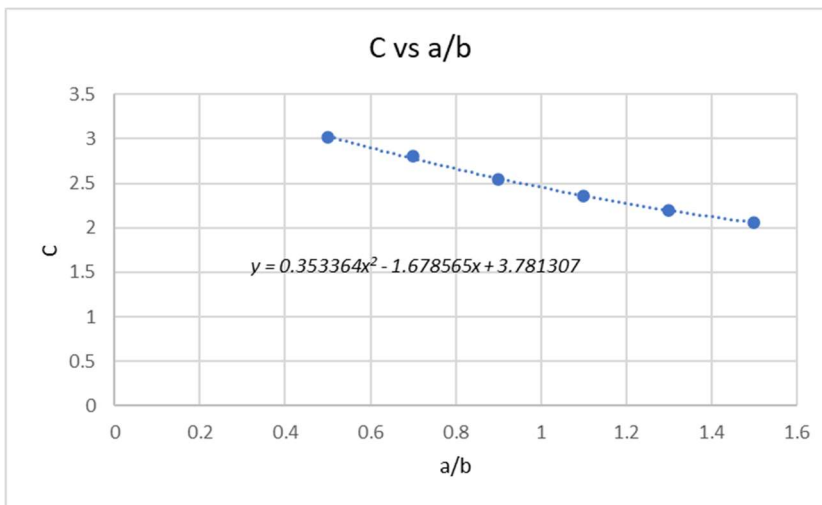
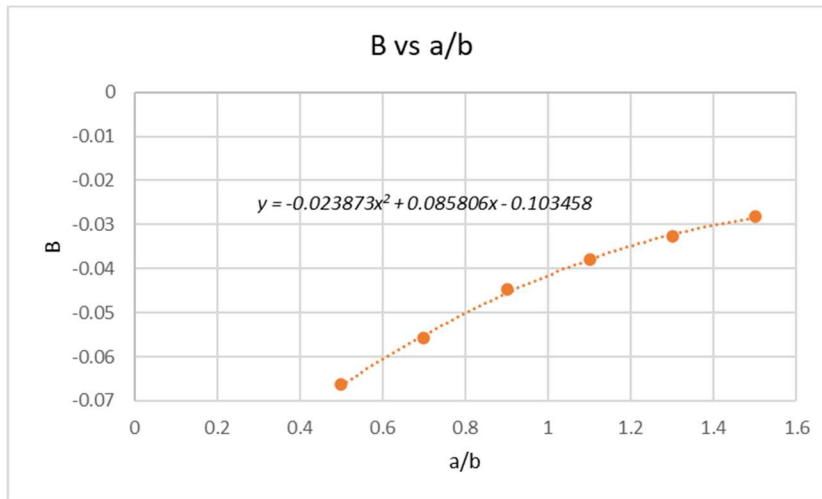


Figura A22

Ajuste de los coeficientes A , B , C , y D en función de $r = a/b$.





En la figura A.22 se muestran los ajustes de los coeficientes A , B , C , y D , donde:

$$A = 0.000261r^2 - 0.000804r + 0.000684$$

$$B = -0.023873r^2 + 0.085806r - 0.103458$$

$$C = 0.353364r^2 - 1.678565r + 3.781307$$

$$D = -2.547205r^2 + 10.013925r - 12.400735$$

- Losa esviada *EEEE*

En este caso se muestra gráficamente los resultados de K_{mxy} vs θ (figura A.23) como una función cuadrática que depende del valor de θ de la siguiente forma:

$$K_{mxy} = A\theta^2 + B\theta + C$$

En la figura A.24 se muestran los ajustes de los coeficientes A , B y C , donde:

$$A = -0.00000235r^2 + 0.00001585r - 0.00002142$$

$$B = 0.00019757r^2 - 0.00118484r + 0.00151221$$

$$C = -0.00342789r^2 + 0.00568772r + 0.00248584$$

Figura A23

Ajuste de K_{mxy} en función de θ para losas esviadas *EEEE*.

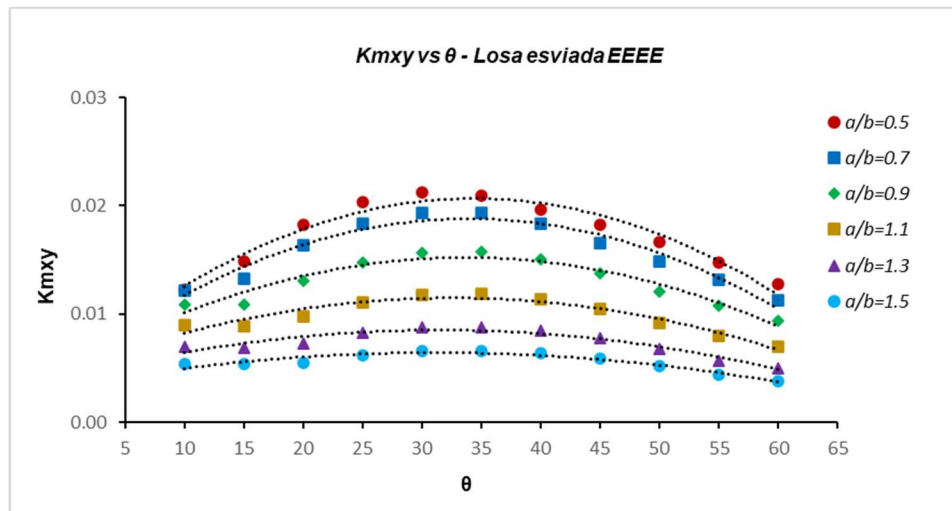
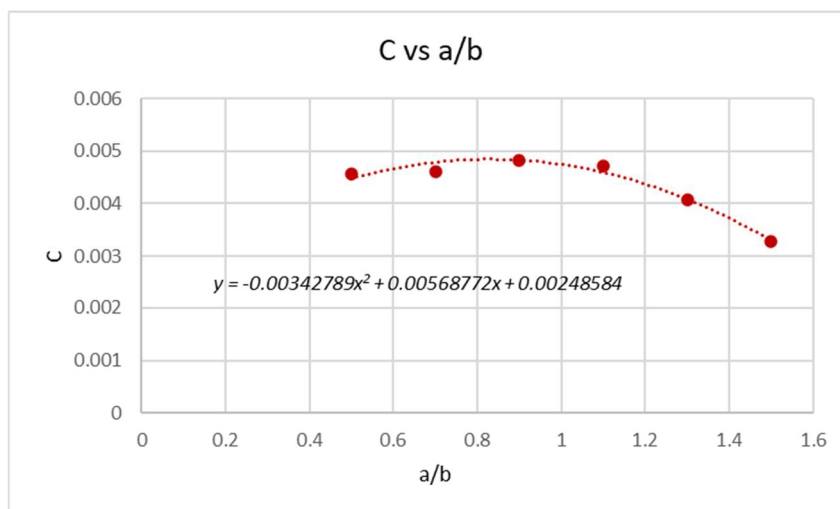
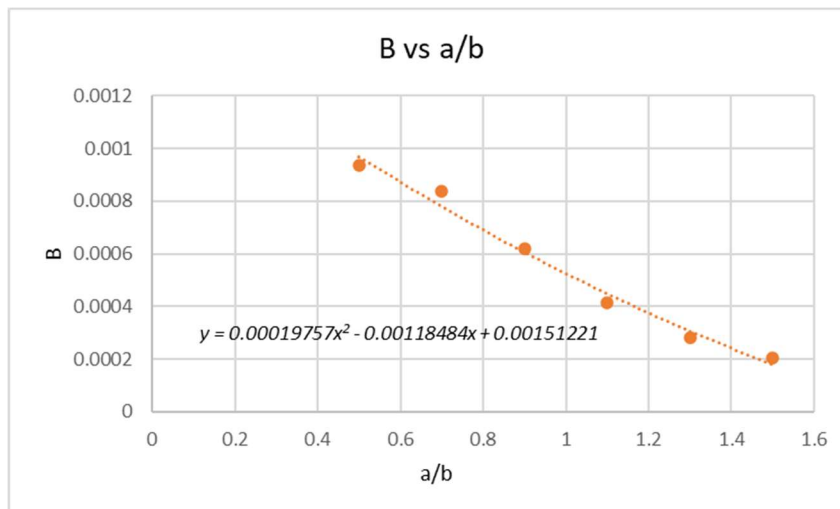
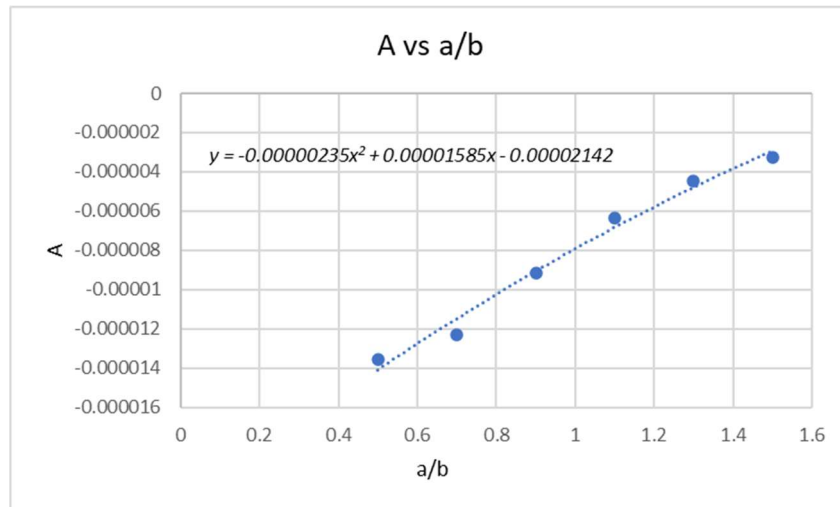


Figura A24

Ajuste de los coeficientes A , B y C en función de $r = a/b$.



- Losa esviada SSSS

En este caso se muestra gráficamente los resultados de K_{mxy} vs θ (figura A.25) como una función cuadrática que depende del valor de θ de la siguiente forma:

$$K_{mxy} = A\theta^2 + B\theta + C$$

Figura A25

Ajuste de K_{mxy} en función de θ para losas esviadas SSSS.

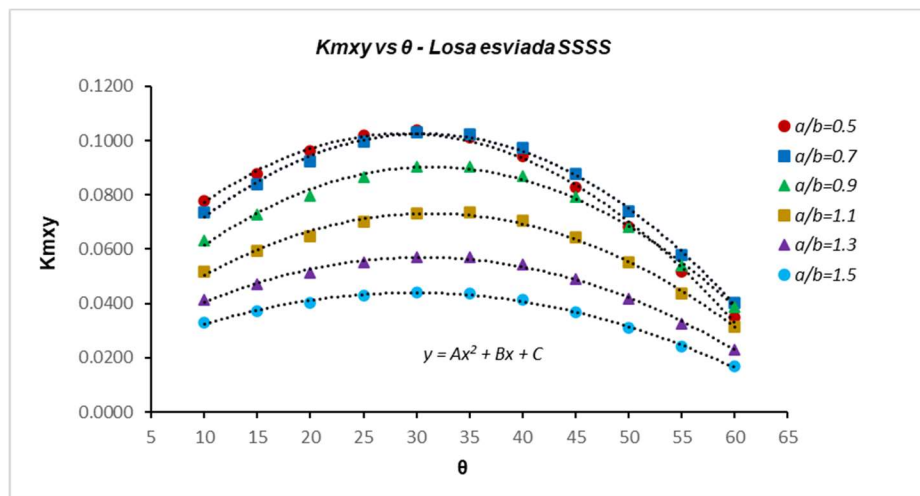
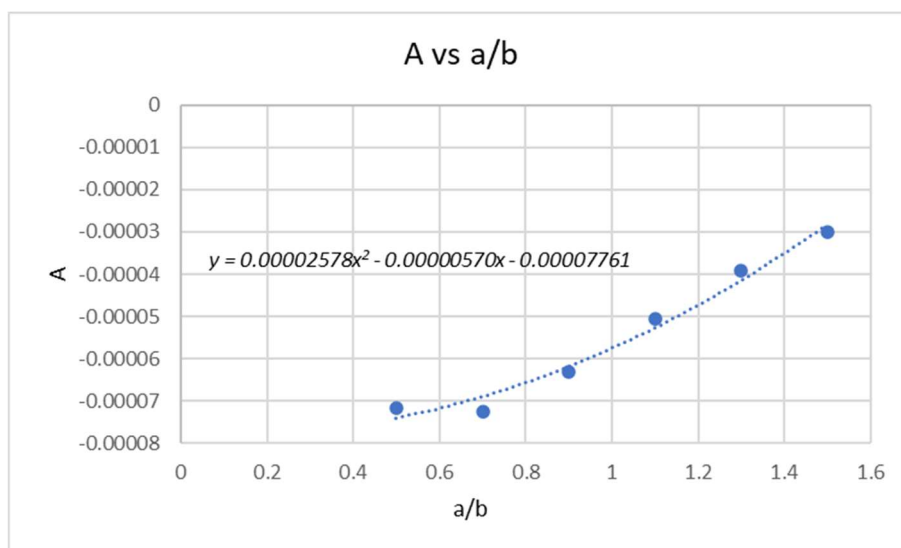
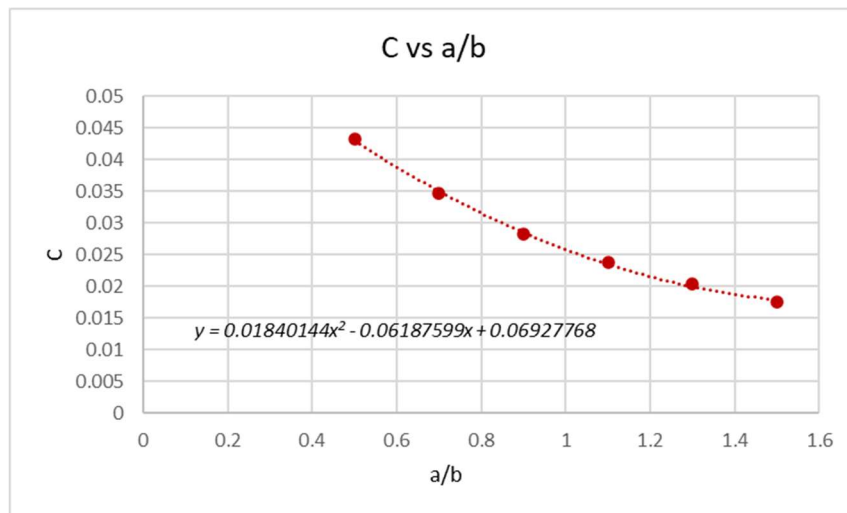
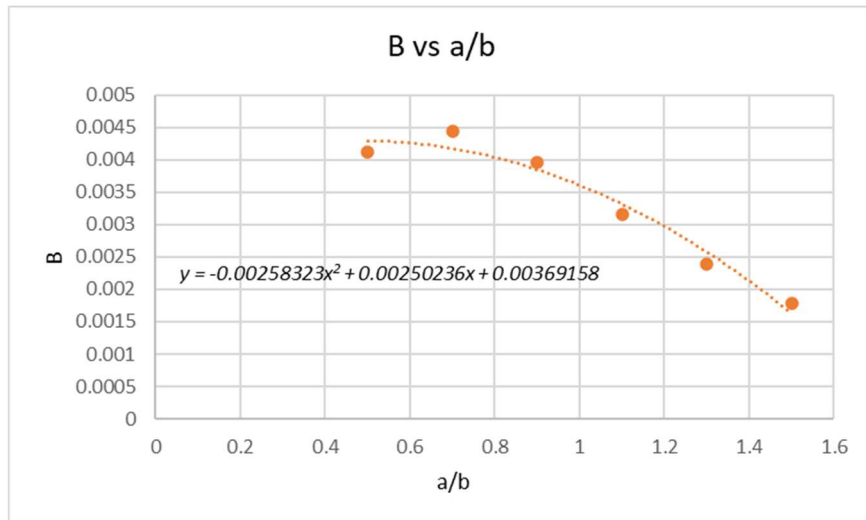


Figura A26

Ajuste de los coeficientes A , B y C en función de $r = a/b$.





En la figura A.26 se muestran los ajustes de los coeficientes A , B y C donde:

$$A = 0.00002578r^2 - 0.0000057r - 0.00007761$$

$$B = -0.00258323r^2 + 0.00250236r + 0.00369158$$

$$C = 0.01840144r^2 - 0.06187599r + 0.06927768$$