

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA



**TÉCNICAS DE CONTROLADORES AVANZADOS PARA
EL CONTROL DEL SISTEMA TORRE DE
PERFORACIÓN PARA BOMBEO DEL PETRÓLEO**

INFORME DE SUFICIENCIA

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO ELECTRÓNICO

PRESENTADO POR:

VÍCTOR PEDRO UTURUNCO CONDORI

PROMOCIÓN

2005 - II

LIMA – PERÚ
2011

**TÉCNICAS DE CONTROLADORES AVANZADOS PARA
EL CONTROL DEL SISTEMA TORRE DE PERFORACIÓN
PARA BOMBEO DEL PETRÓLEO**

Este trabajo lo dedico a mi amada esposa Kathia Luz,
por todo su amor, paciencia, y comprensión.

SUMARIO

El presente informe de suficiencia consiste en el uso de técnicas de control avanzado para una estación de bombeo y una torre de perforación de petróleo, el cual es recomendado usar en pozos petroleros donde la presión del depósito carece de la fuerza suficiente para elevar de manera natural el petróleo hacia la superficie.

Asimismo, se demostrará que el flujo de petróleo producido puede ser controlado a través de varias técnicas que emplean algoritmos lineales de control, esto considerando la dinámica del sistema de bombeo es altamente no lineal, hecho que complica en demasía el diseño de los sistemas de control. Sin embargo, los sistemas de control en estudio deben ser capaces de hacer que las variables controladas sigan la evolución de las referencias con mínimo sobre impulso, mínimo tiempo de estabilización y error en estado estable nulo.

Finalmente se mostrará las ventajas y limitaciones que puede ofrecer el uso de cada técnica de control para el bombeo de petróleo.

ÍNDICE

PROLOGO	1
CAPÍTULO I	
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
1.1. El Petróleo y su Extracción	3
1.2. Antecedentes y Formulación del Problema	5
1.3. Objetivos.....	7
CAPÍTULO II	
MARCO TEORICO CONCEPTUAL	8
2.1. Descripción del Sistema	8
2.2. Modelo Dinámico del Sistema de Bombeo	10
2.3. La Ecuación de Estado del Sistema.....	12
2.3.1. Controlabilidad.....	16
2.3.2. Observabilidad.....	17
2.4. Parámetros Valorados del Sistema	20
CAPÍTULO III	
CONTROL ÓPTIMO DEL BOMBEO	23
3.1. Introducción.....	23
3.2. Resolviendo el Problema del Control Óptimo.....	23
3.3. El Regulador Óptimo Proporcional Integral.....	26
CAPÍTULO IV	
CONTROL PREDICTIVO DEL BOMBEO	29
4.1. Principios del Control Predictivo	29
4.2. El Modelo CARIMA del Sistema de Succión.....	31
4.3. El Controlador Predictivo.....	32
CAPÍTULO V	
CONTROL ADAPTIVO DEL BOMBEO	38
5.1. Introducción.....	38
5.2. Estimación de los Parámetros del Sistema	39
5.4. Control Adaptivo del Sistema de Bombeo	41

CAPÍTULO VI

ANÁLISIS COMPARATIVO	43
6.1. Introducción	43
6.2. Simulaciones del Control Óptimo	43
6.3. Simulaciones del Control Predictivo	45
6.4. Simulaciones del Control Adaptivo	46
6.5. Comparación de Simulaciones	48
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	49
ANEXO A	
Programa en Matlab: Discretización y Respuesta al Escalón	50
ANEXO B	
Programa en Matlab: Control Óptimo Proporcional-Integral	52
ANEXO C	
Programa en Matlab: Control Predictivo con Fuerza de Control Escalar	55
ANEXO D	
Programa en Matlab: Control Predictivo con Fuerza de Control Matricial.....	59
ANEXO E	
Programa en Matlab: Control Adaptivo.....	63
BIBLIOGRAFIA.....	68

PRÓLOGO

Durante los últimos años muchas técnicas diferentes han sido desarrolladas para obtener los parámetros óptimos, especialmente técnicas de control avanzado por ser ellas más robustas en relación a técnicas convencionales o clásicas PID.

El proceso consiste de una estación de bombeo y una torre de perforación y su empleo se recomienda para aquellos pozos petroleros en donde la presión del depósito carece de la fuerza suficiente para elevar de manera natural el petróleo hacia la superficie ya que la estación de bombas produce un torque de entrada, que es capaz de balancear una viga dinámica montada sobre un punto pivote al extremo superior de la torre de perforación. Esta viga acciona un cable metálico muy largo que está introducido en el pozo de petróleo, el cual posee la forma de tubo cilíndrico muy profundo.

El presente informe de suficiencia demostrará que el flujo de petróleo producido va a ser controlado a través de varias técnicas que emplean algoritmos lineales de control, esto considerando la dinámica del sistema de bombeo es altamente no lineal, hecho que complica en demasía el diseño de los sistemas de control. Sin embargo, los sistemas de control en estudio deben ser capaces de hacer que las variables controladas sigan la evolución de las referencias con mínimo sobre impulso, mínimo tiempo de estabilización y error en estado estable nulo.

El presente informe de suficiencia se ha dividido en 6 capítulos como serían detallados a continuación.

El capítulo I, se hace una introducción al informe suficiencia, se describen los antecedentes y la formulación del problema, y finalmente se tratan los objetivos del sistema en estudio.

El capítulo II, describe brevemente el sistema de succión de petróleo, aborda luego la determinación del modelo dinámico del sistema de succión y discute la forma en que se obtuvieron los parámetros del sistema. Como las técnicas de control a emplearse son del tipo discreto, este capítulo presenta también la transformación del

modelo del sistema en el tiempo continuo al modelo correspondiente en el tiempo discreto.

El capítulo III, trata sobre el control del flujo de petróleo producido, empleando la técnica de control óptimo cuadrático en su versión proporcional–integral. Se realizaran las pruebas de simulación para evaluar las características de la señal de control.

El capítulo IV, aborda el control del flujo de petróleo producido aplicando la técnica de control predictivo basado en modelos. El algoritmo de control se presenta en sus dos versiones: escalar y matricial. Se realiza la simulación para medir las performances del control.

El capítulo V, trata sobre el control del flujo de petróleo producido empleando la técnica de control adaptivo con autosintonización. En este caso se desarrollara las simulaciones y se evaluara la acción de control que desarrolla la técnica de control.

El capítulo VI, se desarrollará un análisis comparativo empleando las simulaciones de las técnicas empleadas en este informe.

Finalmente se presentan las conclusiones del presente estudio y se presenta un apéndice en donde se listan los programas fuente escritos en código MATLAB empleados en las simulaciones.

CAPÍTULO I PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. El Petróleo y su extracción

El petróleo es el fluido más abundante en la corteza terrestre, después del agua. Sin embargo, nadie conoce con exactitud su real naturaleza. La teoría, más aceptada, establece que el petróleo se originó en los restos de miles de millones de diminutos animales que, a medida que morían, se acumulaban en el fondo de los mares, mezclándose con el barro. Allí se sumaban a vegetales de origen marino y a fragmentos de plantas terrestres. El conjunto fue enterrándose cada vez más profundamente, comprimido por el peso de los nuevos sedimentos y suavemente recalentado por el calor de la tierra. Este calor, transformado a lo largo de los siglos, dio origen a lo que hoy conocemos como petróleo. Empujado por la presión de los estratos rocosos, subiendo desde las profundidades, el petróleo migró hacia rocas menos compactas, hasta toparse con algún estrato totalmente impermeable.

No importa cuán fuertes sean los indicios hallados por geólogos y geofísicos: la única forma de determinar la real existencia de hidrocarburos es realizar la perforación de un pozo. El método más utilizado en la actualidad es la perforación rotativa, que emplea una torre de perforación.

Si la búsqueda de petróleo es coronada por el éxito, y los volúmenes de hidrocarburos encontrados justifican su explotación económica, es necesario poner el pozo en producción. El petróleo crudo entrampado en el subsuelo (que puede estar mezclado con gas y agua) se mantiene allí bajo presión. Si las presiones son altas, el petróleo es obligado a desplazarse desde el fondo del pozo y fluye hacia arriba. Una vez terminada la perforación, se instala una cañería de producción que posee una serie de válvulas que permiten cerrar y abrir el pozo a voluntad, regulando su surgencia. El petróleo llega a la superficie y luego es bombeado hacia una planta de procesamiento que separa el gas del petróleo.

El período natural de un pozo es el de menor costo de producción, dado que toda la energía utilizada es aportada por el mismo yacimiento. Cuando esta energía deja de ser superficie, es necesario recurrir a métodos artificiales para continuar extrayendo el petróleo. Los métodos artificiales para extraer petróleo son: bombeo por accionamiento mecánico, bombeo con accionamiento hidráulico, extracción con gas, extracción con pistón accionado a gas, y extracción con bomba centrífuga.

El bombeo por accionamiento mecánico (ver Figura 1.1) es el más utilizado y es el que emplearemos en este estudio. El vástago de la bomba se baja hasta el fondo de la tubería de producción y se acciona por varillas unidas a manera de un cable dinámico, el cual es movido por una viga dinámica que actúa como balancín, imprimiéndosele un movimiento de vaivén.



Figura 1.1: Bombeo por accionamiento mecánico.

El bombeo con accionamiento hidráulico es una variante del anterior, en la que la bomba es accionada sin varillas, desde una estación de bombeo hidráulico. La extracción con gas, también llamada surgencia artificial, consiste en inyectar gas a presión dentro de la tubería, para aligerar la columna de petróleo y llevarlo a la superficie. La extracción con pistón accionado a gas, consiste en un pistón viajero empujado por el gas propio del pozo, que lleva a la superficie el petróleo que se acumula entre viajes del pistón. La extracción mediante bomba centrífuga con motor eléctrico sumergible utiliza una bomba de paletas, accionada por un

motor eléctrico. El conjunto se baja con una tubería especial, y permite bombear grandes volúmenes.

1.2. Antecedentes y Formulación del Problema

Teniendo en cuenta que el flujo de petróleo extraído es proporcional a su velocidad de desplazamiento, entonces el control del bombeo de petróleo empleando accionamiento mecánico se logra mediante dos métodos.

En el primer método se fijan los RPM (revoluciones por minuto) del accionamiento mecánico, sin tener en cuenta las mediciones de posición del vástago de la bomba o de la viga dinámica. Este tipo de control se denomina a lazo abierto o no realimentado, y en realidad no asegura una producción constante del flujo extraído.

El otro tipo de control del sistema de extracción de petróleo, denominado realimentado o a lazo cerrado, sí considera permanentemente las mediciones de la posición, las cuales son usadas para formar una ley de control que aplicada sobre el sistema, asegure una producción constante del flujo de petróleo. Vale entonces enfatizar que este método de control requiere que las variables de estado del sistema estén disponibles (que sean medibles y que tales mediciones puedan ser procesadas). En el caso muy frecuente en que no se dispusieran de algunas de las variables de estado, entonces se requiere estimarlos. Sin embargo, ésta no es nuestra situación, dado que la posición del vástago de la bomba y de la viga dinámica pueden ser detectadas empleando sensores de posición muy confiables. Las otras dos variables de estado del sistema de succión: las velocidades del vástago y de la viga, pueden ser computadas mediante un software de derivación apropiado. Por consiguiente, no necesitamos implementar observadores de estado en nuestro caso.

Este estudio enfrenta el problema del control del flujo de petróleo extraído mediante bombeo por accionamiento mecánico, empleando técnicas de control digital por realimentación para ser implementadas en el dominio discreto, es decir en forma digital. Las técnicas de control a ser empleadas son: control óptimo proporcional–integral, control predictivo con leyes de control escalar y matricial, y control adaptivo con autosintonización.

No existen antecedentes reportados relacionados con este estudio. Normalmente los sistemas de control realimentados existentes, emplean

controladores convencionales del tipo proporcional–integral que trabajan tanto en el dominio del tiempo continuo como en el discreto. Los sistemas de control a diseñar en este estudio, no pretenden reemplazar a los sistemas existentes, pero sí pretenden ser una gran alternativa de solución en los casos que, los sistemas controlados convencionalmente, no logren satisfacer plenamente las especificaciones de diseño. Estos casos pueden ocurrir por ejemplo, cuando las instalaciones son de naturaleza compleja y requieran para su descripción de un modelo dinámico altamente no lineal; aquí los controladores convencionales son menos eficientes que los controladores digitales a diseñar en este estudio, [1].

El diseño del sistema relativamente simple, por ello, las especificaciones de diseño del flujo de petróleo tratado como una señal, es decir debe de tener consideraciones de diseño (ver Figura 1.2) con tiempo de estabilización menor de 5 segundos ya que es importante bombear un pozo a muy baja presión (dependiendo de la profundidad y el caudal), la otra consideración de diseño es un sobre impulso menor del 7 %, esta consideración se da en virtud que se desea reducir el transitorio que pueda ocurrir en la señal de control, por ello, es necesario que la respuesta del sistema sea suave.

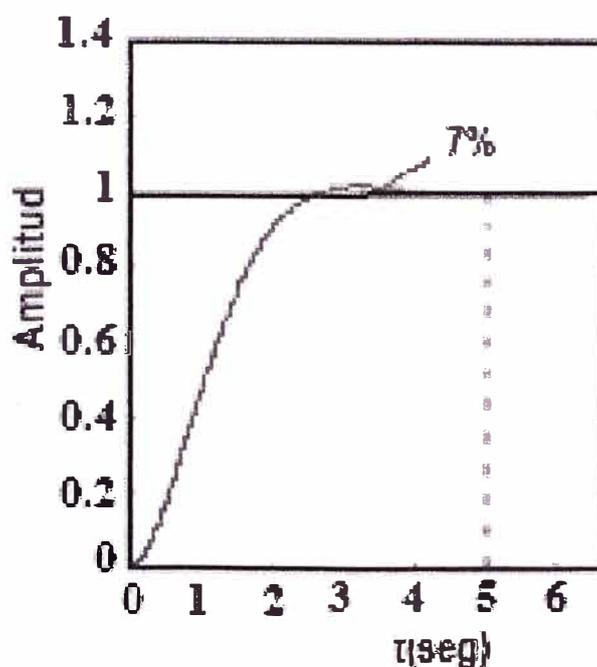


Figura 1.2: Características de la respuesta del sistema.

La señal de control, en este caso el torque proporcionado por el sistema de bombeo y necesario para lograr el movimiento del vaivén debe ser menor que

4000 N–m. Accionamientos mayores se pueden lograr lógicamente con bombas más potentes, [3].

1.3. Objetivos

Las técnicas de control digital a emplearse para el control del flujo extraído requieren de un modelo matemático, que sea capaz de capturar las características dinámicas del sistema. Además, como tales técnicas se implementan en el dominio discreto, entonces es importante determinar el período de muestreo apropiado, de modo tal que las especificaciones de diseño sean satisfechas. Por los considerandos anteriores, los objetivos de este estudio son:

1. Deducir el modelo dinámico del sistema de succión de petróleo.
2. Diseñar sistemas de control de bombeo, que sean capaces de estabilizar el flujo de petróleo extraído en un tiempo de estabilización menor que 5 segundos y con un sobre impulso menor que 7 %, empleando técnicas de control avanzado.
3. Proponer en una de las conclusiones, el esquema de implementación del sistema de control de bombeo con mejor rendimiento.

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

2.1. Descripción del Sistema

El sistema en estudio es la versión simplificada del sistema de elevación en un pozo petrolero, que se logra mediante la torre de extracción [2]. Dicha torre de extracción (ver Figura 2.1) se emplea para bombear el petróleo, desde aquellos pozos en los cuales la presión del depósito de petróleo no es la suficiente como para elevar de manera natural el petróleo hasta la superficie. La inversión necesaria para lograr que el petróleo llegue a la superficie en forma normal, puede resultar antieconómica e inconveniente. Por ello, a fin de aplicar otro sistema de elevación del petróleo, es que, se requiere modelar el sistema en consideración.

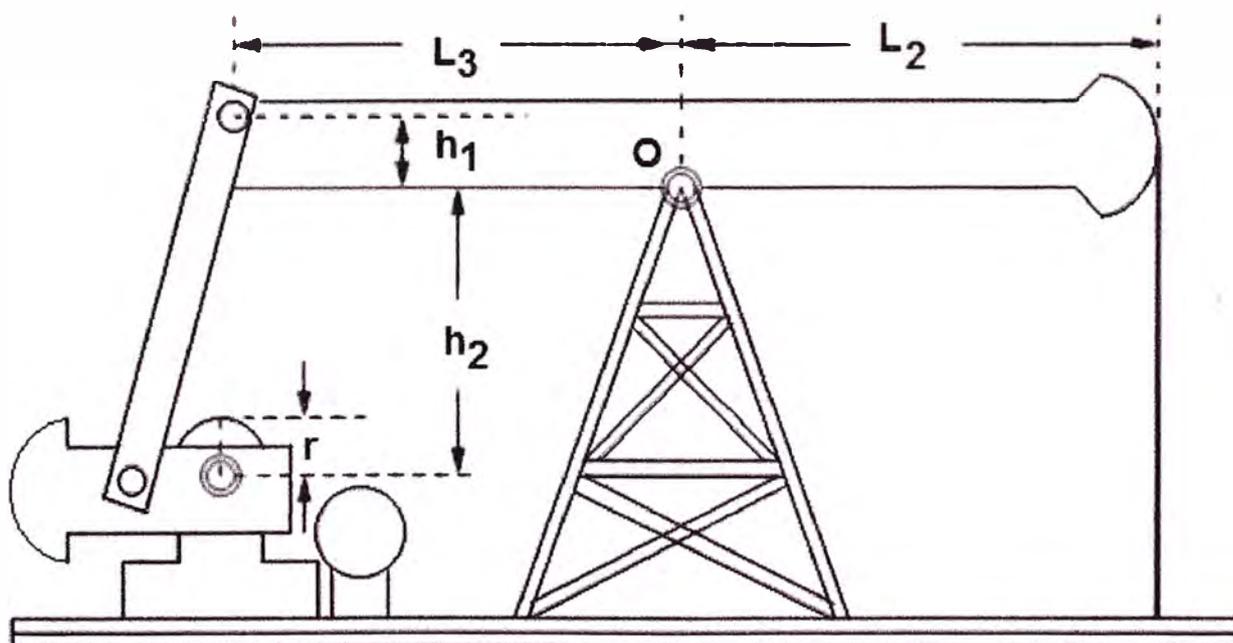


Figura 2.1: Torre de perforación para el bombeo de petróleo.

Para propósitos de simplificación, la maquinaria impulsora que aparece en la Figura 2.1 se puede reemplazar mediante un par de torsión (o torque) de entrada T_{in} , tal como se muestra en la Figura 2.2. Dicho torque actúa sobre una viga móvil de masa m_1 y momento de inercia J_1 , la cual puede girar alrededor del punto pivote O, ubicado en la parte superior de la torre de perforación, [4].

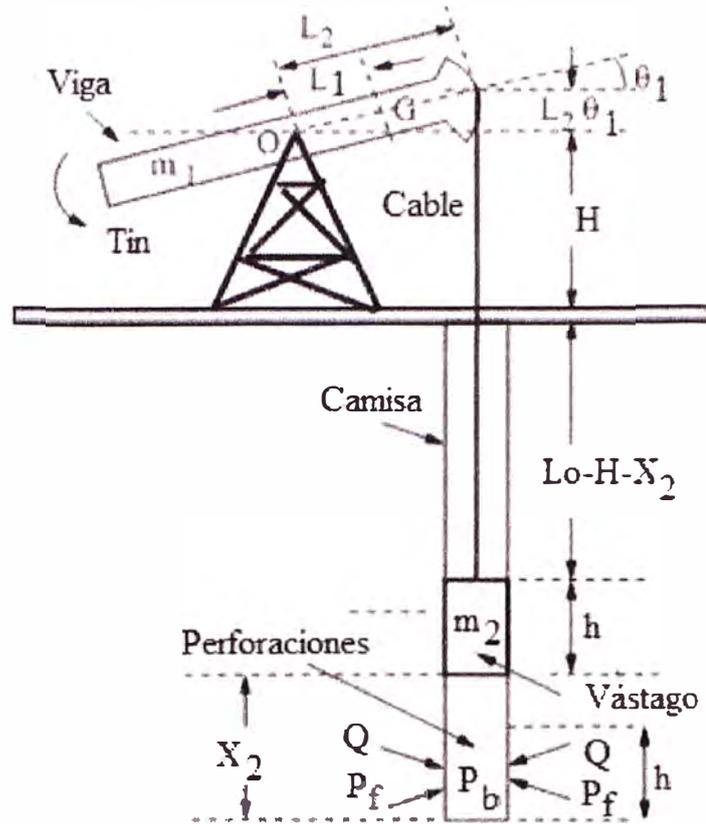


Figura 2.2: Torre de perforación sin maquinaria impulsora.

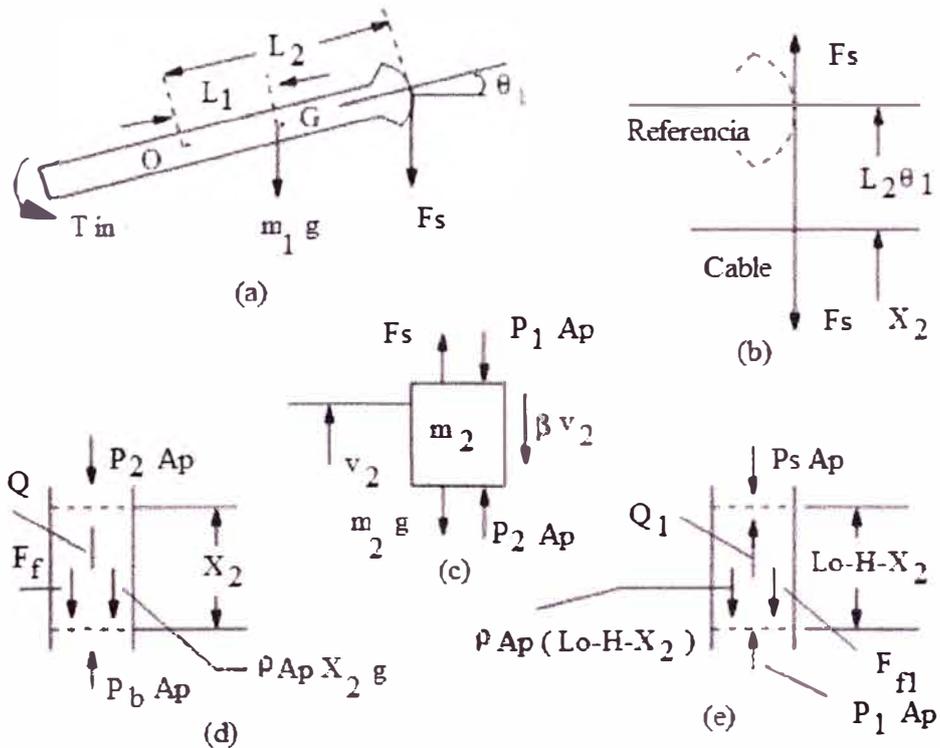


Figura 2.3: Diagramas de cuerpo libre de los componentes de la torre de bombeo. (a) Viga; (b) cable; (c) vástago de succión; (d) tramo de tubería debajo del vástago; (e) tramo de tubería encima del vástago.

Los diagramas de cuerpo libre (ver Figura 2.3) de los componentes de la torre de

bombeo, a saber:

- La viga móvil de masa m_1 de la Figura 2.3(a).
- El cable metálico largo montado en la viga móvil de la Figura 2.3(b))
- El vástago de la bomba de masa m_2 de la Figura 2.3(c).
- Los diagramas de cuerpo libre para la parte superior e inferior del vástago de la bomba, se ilustran en las Figuras (2.3(d), 2.3(e)), respectivamente.

Se debe tener en cuenta, que el pozo ubicado debajo del vástago incluye la formación rocosa perforada que lo rodea. Desde allí fluye el petróleo, a través de la camisa del pozo y hacia arriba, a medida en que el vástago se desplaza hacia arriba. La presión P_f en la formación rocosa (llamada también depósito de formación), se considera fija.

2.2. Modelo Dinámico del Sistema de Bombeo

El modelo dinámico del sistema de bombeo, es decir, el movimiento ascendente del vástago de bombeo, asume las consideraciones siguientes: los ángulos de desplazamiento de la viga son pequeños, el petróleo es un fluido incomprensible, el flujo de petróleo ascendente por el pozo es laminar y dicho pozo es bastante profundo. Si aplicamos la segunda ley de Newton aplicada a la viga móvil (ver Figura 2.3(a)), produce:

$$J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = T_m - m_1 g L_1 \cos \theta_1 - F_s L_2 \quad (2.1)$$

Donde ω_1 es la velocidad angular desarrollada por la viga, L_1 y L_2 son las distancias del punto O y del punto G (el centro de gravedad de la viga) al árbol de levas de dicha viga, g es la aceleración de la gravedad, θ_1 es el desplazamiento angular de la viga y F_s es la fuerza de tensión ejercida por el cable del perforador. Como el desplazamiento angular θ_1 es pequeño, entonces es válido que: $\cos \theta_1 \cong \theta_1$. Por consiguiente, la ecuación (2.1) resulta:

$$J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = T_m - m_1 g L_1 \theta_1 - F_s L_2 \quad (2.2)$$

Para el cable dinámico (ver Figuras 2.2 y 2.3(b)) valen las relaciones siguientes:

$$F_s = \frac{A_c E \Delta L}{L} \quad \Delta L = L_2 \theta_1 - X_2 \quad L = L_0 - X_2$$

Donde F_s es la fuerza de estiramiento del cable, A_c es el área de la sección transversal del cable, E es el módulo de elasticidad para el material de dicho cable, $L_2 \theta_1$ es la distancia aproximadamente vertical recorrida por el cabezal ubicado al extremo

derecho de la viga móvil, L_0 es la distancia entre la línea horizontal trazada a través del punto pivote O y el fondo del pozo, pero excluyendo la longitud h del vástago de succión de masa m_2 . Luego:

$$F_s = A_c E \left[\frac{L_2 \theta_1 - X_2}{L_0 - X_2} \right] \quad (2.3)$$

La segunda ley de Newton aplicada a la masa m_2 del vástago (ver Figura 2.3(c)) resulta:

$$m_2 \frac{dv_2}{dt} = P_2 A_p + F_s - P_1 A_p - \beta v_2 - m_2 g \quad (2.4)$$

Donde A_p es el área de la sección transversal del pozo perforado, β es la constante de amortiguamiento viscoso con relación al vástago de la bomba, P_1 y P_2 son las presiones ejercidas encima y debajo del vástago, y v_2 es la velocidad de desplazamiento del vástago.

Aplicando la ley de conservación de la materia para el tramo de tubería (de longitud bastante considerable) debajo del vástago (ver Figura 2.3(d)) se obtiene:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{A_p}{\rho X_2} (P_b - P_2) + \frac{A_p g}{X_2} (0 - X_2) - \frac{F_f}{\rho X_2} \quad (2.5)$$

Donde Q es el flujo de petróleo circundante, ρ es la densidad de dicho flujo y P_b es la presión en el fondo del pozo perforado, el cual posee un diámetro d . La fuerza de fricción F_f representa la resistencia al paso del flujo Q a través de la tubería. La ecuación de Darcy-Weisbach es una ecuación ampliamente usada en hidráulica. Permite el cálculo de la pérdida de carga debida a la fricción dentro de una tubería. La fuerza F_f producida por la fricción de un flujo laminar a través de una tubería circular, como en el caso que nos ocupa, es de la forma:

$$F_f = \frac{32 \mu X_2 Q}{d^2}$$

Donde μ es la viscosidad del fluido y d es el la diámetro de tubería circular. Por tanto, la ecuación (2.5) toma la forma:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{A_p}{\rho X_2} (P_b - P_2) - A_p g - \frac{32 \mu X_2 Q}{d^2} \quad (2.6)$$

Aplicando la ley de la conservación de la materia para el tramo de tubería encima del vástago (ver Figura 2.3(e)) se obtiene:

$$\frac{dQ_1}{dt} = \frac{A_p}{\rho[L_0 - H - X_2]}(P_1 - P_s) - A_p g - \frac{32\mu Q_1}{\rho d^2} \quad (2.7)$$

Donde Q_1 es el flujo laminar del fluido en el tramo en estudio, H es la altura de la torre de perforación (ver Figura 2.2) y P_s la presión generada en la superficie del vástago de succión, la cual se supone conocida.

2.3. La Ecuación de Estado del Sistema

Para determinar la ecuación de estado del sistema, debemos de seleccionar convenientemente las variables de estado del mismo. Una asignación adecuada se muestra en la Tabla 2.1. En esta tabla también se presenta las señales de entrada y salida del sistema. La señal de salida ha sido seleccionada teniendo en cuenta que se desea conocer la cantidad de petróleo que produce el sistema de succión, es decir:

$$y = Q = A_p v_2 = A_p x_2.$$

Tabla 2.1: Variables de estado del sistema de succión.

Variable	Descripción
$u = T_{in}$	Entrada del sistema (torque de succión)
$x_1 = X_2$	Desplazamiento ascendente del vástago de succión
$x_2 = v_2 = \frac{dX_2}{dt}$	Velocidad ascendente del vástago de succión
$x_3 = \theta_1$	Desplazamiento angular de la viga
$x_4 = \omega_1$	Velocidad angular de la viga
$y = Q = A_p x_2$	Salida del sistema (petróleo succionado)

Asumiendo que no existen fugas a través del vástago de succión (la válvula en realidad) durante la carrera ascendente, y teniendo presente que estamos tratando con un flujo incomprensible, se cumple:

$$Q = A_p v_2 = Q_1 \quad (2.8)$$

Si ahora asumimos que tanto la roca como la camisa perforada actúan como una especie de resistencia tipo tapón poroso al flujo, entonces:

$$R_f Q = P_f - P_b \quad P_f: \text{ constante} \quad (2.9)$$

Donde R_f es la resistencia al paso del flujo Q . Para el flujo radial de petróleo en la formación rocosa, teniendo en cuenta su geometría cilíndrica, entonces podemos

formular la conocida ley de Darcy [2]:

$$\frac{Q_r}{2\pi rh} = -\left(\frac{k}{\mu}\right) \frac{dP}{dr} \quad (2.10)$$

Donde μ es la viscosidad del fluido, k es una medida de la conductividad del fluido del medio poroso llamada permeabilidad, r es la distancia radial, h es la altura (longitud) del cilindro, dP/dr es el gradiente de presión en la dirección del flujo y Q_r es un flujo radial, que por convención es positivo en el sentido de adentro hacia afuera. Integrando la ecuación (2.10) entre un radio interno r_1 y un radio externo r_0 resulta:

$$\frac{\mu \ln(r_0/r_1)}{2\pi kh} Q_r = P_1 - P_0 \quad (2.11)$$

Comparando las ecuaciones (2.9) y (2.11) se puede concluir que:

$$R_f = \frac{\mu \ln(r_0/r_1)}{2\pi kh} \quad (2.12)$$

Para nuestro caso en particular, r_i constituye el radio del pozo perforado de diámetro $d = 2r_i$ y r_0 es supuestamente igual al radio r_e (extensión radial) del depósito de petróleo. También la relación $Q = -Q_r$ por consiguiente:

$$\frac{\mu \ln(2r_e/d)}{2\pi kh} Q_r = P_f - P_b$$

$$R_f = \frac{\mu \ln(2r_e/d)}{2\pi kh} \quad (2.13)$$

Resolviendo las ecuaciones (2.4), (2.5), (2.6), (2.7), (2.8) y (2.9) para P_1 y P_2 obtenemos:

$$P_1 = \frac{\left\{ \frac{A_p}{m_2} (P_f - R_f A_p v_2) + \left(\frac{A_p}{m_2} + \frac{1}{\rho X_2} \right) U P_s + \left(\frac{32\mu}{\rho d^2} - \frac{\beta}{m_2} \right) v_2 + \frac{A_c E}{m_2} \left[\frac{L_2 \theta_1 - X_2}{L_0 - X_2} \right] \right\}}{\left\{ \frac{A_p}{m_2} + \left(\frac{A_p}{m_2} + \frac{1}{\rho X_2} \right) U \right\}} \quad (2.14)$$

$$P_2 = P_f - R_f A_p v_2 + U(P_s - P_1)$$

$$U = \frac{X_2}{L_0 - H - X_2} \quad (2.15)$$

Podemos observar que las ecuaciones (2.14) y (2.15) son tremendamente no lineales, lo cual complica el diseño de sistemas de control de elevación de petróleo a desarrollar en los siguientes capítulos. Con el propósito de encontrar relaciones lineales para P_1 y P_2 , procederemos como sigue:

1. Operamos algebraicamente en las expresiones de P_1 y P_2 para simplificarlas.
2. Eliminaremos los productos de variables de segundo orden o más.
3. Como el pozo perforado es bien profundo, sólo luego del paso (2).

Asumiremos:

$$L_0 - X_2 \cong L_0 \qquad L_0 - H - X_2 \cong L_0$$

De este modo la diferencia $P_2 - P_1$ resulta:

$$P_2 - P_1 = \left(\frac{P_f - P_s}{L_0 - H} \right) X_2 - R_f A_p v_2 + P_f - \frac{\rho A_p (L_0 - H) P_f + m_2 P_s}{\rho A_p (L_0 - H) + m_2}$$

$$P_2 - P_1 = \left(\frac{P_f - P_s}{L_0 - H} \right) x_1 - R_f A_p x_2 + P_f - \frac{\rho A_p (L_0 - H) P_f + m_2 P_s}{\rho A_p (L_0 - H) + m_2} \quad (2.16)$$

En la segunda ecuación hemos usado las variables de estado definidas en la tabla 2.1. Empleando la notación $dx/dt \equiv \dot{x}_1$, podemos entonces formular la primera ecuación de estado:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.17)$$

Reemplazando la ecuación (2.3) en (2.4) y usando luego la ecuación (2.16) obtendremos la segunda ecuación de estado:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \frac{1}{m_2} \left[(P_2 - P_1) A_p + (A_c E) \left(\frac{L_2 \theta_1 - X_2}{L_0 - X_2} \right) - \beta v_2 - m_2 g \right] \\ &= \frac{1}{m_2} \left[(P_2 - P_1) A_p + (A_c E) \left(\frac{L_2 x_3 - x_1}{L_0 - x_1} \right) - \beta x_2 - m_2 g \right] \\ &\cong \left[\frac{A_p (P_f - P_s)}{m_2 (L_0 - H)} - \frac{A_c E}{L_0 m_2} \right] x_1 - \frac{A_p^2 R_f}{m_2} x_2 + \frac{A_c E L_2}{L_0 m_2} x_3 + V \\ V &= \frac{A_p}{m_2} \left(P_f - \frac{\rho A_p P_f (L_0 - H) + m_2 P_s}{\rho A_p (L_0 - H) + m_2} \right) - \frac{\beta}{m_2} - g \end{aligned} \quad (2.18)$$

La tercera ecuación de estado toma la forma:

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (2.19)$$

Mientras que la cuarta ecuación de estado se deduce reemplazando la ecuación (2.3) en (2.2):

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 &= \frac{1}{J_1} \left\{ T_i - m_1 g L_1 - (L_2 A_c E) \left[\frac{L_2 \theta_1 - X_2}{L_0 - X_2} \right] \right\} \\ &\cong \frac{1}{J_1} \left\{ T_i - m_1 g L_1 - (L_2 A_c E) \left[\frac{L_2 \theta_1 - X_2}{L_0} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$= \frac{L_2 A_c E}{J_1 L_0} x_1 - \frac{L_2^2 A_c E}{J_1 L_0} x_3 + \frac{1}{J_1} u - \frac{m_1 g L_1}{J_1} \quad (2.20)$$

Las formas matriciales de las ecuaciones de entrada y de salida son:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Fw \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (2.21)$$

El diagrama de bloques del modelo en variables estado es mostrado en la Figura 2.4:

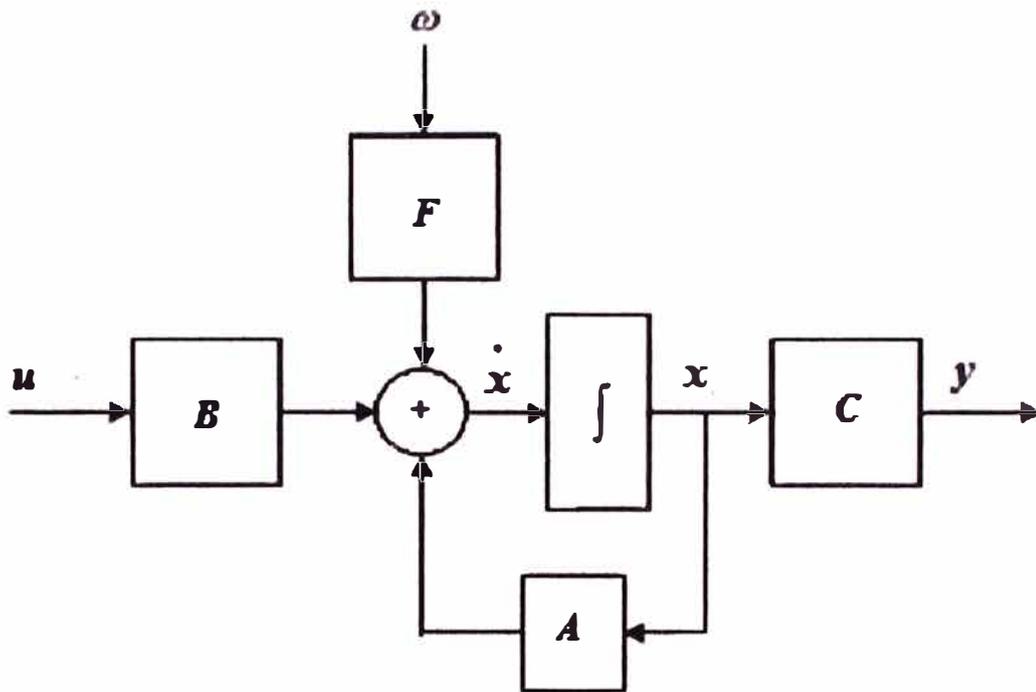


Figura 2.4: Modelo en variables espacio estado.

Donde w es un disturbio del tipo escalón unitario, y las matrices de estado vienen dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \left[\frac{A_p(P_f - P_s)}{m_2(L_0 - H)} - \frac{A_c E}{L_0 m_2} \right] & -\frac{A_p^2 R_f}{m_2} & \frac{A_c E L_2}{L_0 m_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{L_2 A_c E}{J_1 L_0} & 0 & -\frac{L_2^2 A_c E}{J_1 L_0} & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_1} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ V \\ 0 \\ -\frac{m_1 g L_1}{J_1} \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 8,64 A_p \quad 0 \quad 0]$$

2.3.1. Controlabilidad

Consideremos al sistema en tiempo continuo:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2.22)$$

en donde:

\mathbf{x} = vector de estado (vector de orden n)

\mathbf{u} = vector de control (de orden r)

\mathbf{A} = matriz de estado de orden $n \times n$

\mathbf{B} = matriz de entrada de orden $n \times r$.

Se dice que el sistema dado por la ecuación anterior es de estado controlable en $t = t_0$ si es posible construir r señales de control sin restricción alguna que transfieran un estado inicial a cualquier otro estado finito en un intervalo de tiempo finito $t_0 \leq t \leq t_1$. Si todos los estados son controlables, se dice que el sistema es de estado completamente controlable. Ahora obtendremos la condición para una controlabilidad completa del estado. Sin perder la generalidad, suponemos que el estado final es el origen en el espacio de estados y que el tiempo inicial es cero, o $t_0 = 0$. La solución de la ecuación (2.22) es:

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t} + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (2.23)$$

Aplicando la controlabilidad completa, tenemos:

$$\mathbf{x}(t_1) = 0 = e^{\mathbf{A}t_1} + \int_0^{t_1} e^{\mathbf{A}(t_1-\tau)} \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (2.24)$$

o bien.

$$\mathbf{x}(0) = - \int_0^{t_1} e^{\mathbf{A}\tau} \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (2.25)$$

Refiriéndonos al teorema de Cayley-Hamilton, podemos escribir $e^{-\mathbf{A}\tau}$ como:

$$e^{-\mathbf{A}\tau} = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k(\tau) \mathbf{A}^k \quad (2.26)$$

Sustituimos $e^{-\mathbf{A}\tau}$ de (2.26) en (2.25).

$$\mathbf{x}(0) = - \sum_{k=0}^{n-1} \mathbf{A}^k \mathbf{B} \int_0^{t_1} \alpha_k(\tau) \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (2.27)$$

Definamos:

$$\mathbf{U}_k = \int_0^{t_1} \alpha_k(\tau) \mathbf{u}(\tau) d\tau$$

donde cada \mathbf{U}_k es un vector columna de orden r . Así, la ecuación (2.27) se convierte en:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(0) &= -\sum_{k=0}^{n-1} \mathbf{A}^k \mathbf{B} \mathbf{U}_k \\ &= \left[\mathbf{B} : \mathbf{A}\mathbf{B} : \dots : \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0 \\ \mathbf{U}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{n-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Si el sistema es de estado completamente controlable, entonces dado cualquier estado inicial $\mathbf{x}(0)$, la ecuación (2.28) debe satisfacerse. Esto requiere que el rango de la matriz de n filas y nr columnas.

$$\left[\mathbf{B} : \mathbf{A}\mathbf{B} : \dots : \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \right]$$

sea de rango n , o que contenga n vectores columna linealmente independientes. La matriz:

$$\mathbf{M} = \left[\mathbf{B} : \mathbf{A}\mathbf{B} : \dots : \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \right]$$

recibe el nombre de *matriz de controlabilidad*.

2.3.2. Observabilidad

Analizaremos ahora la observabilidad de los sistemas lineales. Consideremos el sistema sin excitación descrito por las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.29)$$

en donde:

\mathbf{x} = vector de estado (vector de orden n)

\mathbf{y} = vector de salida (de orden m)

\mathbf{A} = matriz del sistema de orden $n \times n$

\mathbf{C} = matriz de salida de orden $n \times r$.

Se dice que el sistema es completamente observable si el estado $\mathbf{x}(t)$ se determina a partir de la de $\mathbf{y}(t)$ durante medición un intervalo de tiempo finito $t_0 \leq t \leq t_1$. Por tanto el sistema es completamente observable si todas las transiciones de estado afectan eventualmente a todos los elementos del vector de salida.

El concepto de observabilidad es útil al resolver el problema de reconstruir señales o variables de estado no medibles a partir de variables que si son medibles en un tiempo lo menor posible. En estas notas trataremos con sistemas lineales e invariantes en el tiempo; por lo que sin perder generalidad supondremos que t_0 es 0.

El concepto de observabilidad es muy importante porque, en el terreno práctico, la dificultad que se encuentra con el control mediante retroalimentación del estado es que algunas variables de estado no son asequibles para una medición directa, por lo que se hace necesario estimar las variables de estado no medibles para formar las señales de control. Más adelante se demostrará que tales estimaciones de las variables de estado son posibles si y sólo si el sistema es completamente observable.

Al estudiar las condiciones de observabilidad consideramos el sistema sin excitación como el que se obtiene mediante la ecuación (2.29). La razón de esto es la siguiente: si el sistema se describe mediante:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ y &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u\end{aligned}\quad (2.30)$$

entonces

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t) &= e^{\mathbf{A}t} + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B}u(\tau) d\tau \quad y \\ y(t) &= \mathbf{C}e^{\mathbf{A}t} + \mathbf{C} \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B}u(\tau) d\tau + \mathbf{D}u\end{aligned}$$

Dado que las matrices **A**, **B**, **C** y **D** se conocen al igual que $u(t)$, los dos últimos términos del segundo miembro de la ecuación anterior son cantidades conocidas. Por tanto se pueden restar del valor observado $y(t)$. Así, a fin de investigar una condición necesaria y suficiente para la observabilidad completa, basta considerar el sistema descrito por la ecuación (2.29).

La observabilidad completa de sistemas en tiempo continuo, analizamos la ecuación (2.29), el vector de salida viene dado por:

$$y(t) = \mathbf{C}e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}(0)$$

Refiriéndonos a la ecuación (2.26) tenemos que:

$$y(t) = \mathbf{C}e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}(0) = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k(t) \mathbf{C}\mathbf{A}^k \mathbf{x}(0)$$

o bien

$$y(t) = \alpha_0(t) \mathbf{C}\mathbf{x}(0) + \alpha_1(t) \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(0) + \dots + \alpha_{n-1}(t) \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1} \mathbf{x}(0) \quad (2.31)$$

Así, si el sistema es completamente observable, dada la salida $y(t)$ durante un intervalo de tiempo $0 \leq t \leq t_1$, $\mathbf{x}(0)$ se determina únicamente a partir de la ecuación (2.31). Se demuestra que esto requiere que el rango de la matriz de nm filas y n columnas:

$$N = \begin{vmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{vmatrix}$$

La matriz N recibe el nombre de *matriz de observabilidad*.

Probaremos la controlabilidad y la observabilidad del sistema torre de perforación de petróleo usando el software de simulación de Matlab.

% Parametros

beta = 100; rho = 900; d = 0.128; mu = 10.5e-3; m2 = 40; m1 = 300;

L2 = 1.5; L1 = 1; Lo = 1000; H = 6; Ac = 0.785; Ap = 128.7;

E = 20.6e6; J1 = 150.6 ; Pf = 176.6; Ps = 100; Rf = 150; g = 9.81;

V = (Ap/m2)*(Pf - (rho*Ap*Pf*(Lo-H)+m2*Ps)/(rho*Ap*(Lo-H)+m2))-...

beta/m2 - g;

Amp = 1;

% Modelo VEE

A = [0 1 0 0

(Ap*(Pf-Ps)/m2/(Lo-H)-Ac*E/Lo/m2) -Ap^2*Rf/m2 Ac*E*L2/Lo/m2 0

0 0 0 1

L2*Ac*E/J1/Lo 0 -L2^2*Ac*E/J1/Lo 0];

B = [0;0;0;Amp/J1]; F = [0;V;0;-m1*g*L1/J1];

C = [0 8.64*Ap 0 0]; D = [0];

% Controlabilidad

Co = ctrb(A,B);

Rango_Co=rank(Co);

% Observabilidad

Ob = obsv(A,C);

Rango_Ob=rank(Ob);

disp('Controlabilidad')Rango_Co)

% Condición de controlabilidad 4

disp('Observabilidad')

disp(Rango_Ob)

% Observabilidad 2

El resultado nos demuestra que el sistema es completamente controlable y es solamente observable en dos de sus estados. Lo que implica que al sistema es posible aplicarle técnicas de control moderno.

En el dominio discreto, las ecuaciones de estado y de salida toman la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{G}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}u(k) + \mathbf{E}w \\ y(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Donde k es el tiempo discreto definido como $k = t/T$, siendo T el tiempo de discretización.

El programa MATLAB y sus herramientas de control, [5] nos permite pasar fácilmente de una representación a la otra y sirve para determinar la respuesta del sistema de bombeo a un escalón de entrada como se muestra en la Figura 2.5. Podemos observar en dicha figura que el sistema de succión de petróleo es muy oscilatorio (inestable), dado que posee un eigenvalor (valor propio) en el origen y dos eigenvalores ($\pm 16i$) en el eje imaginario.

La siguiente sección describe brevemente la obtención de las unidades físicas de los parámetros del sistema.

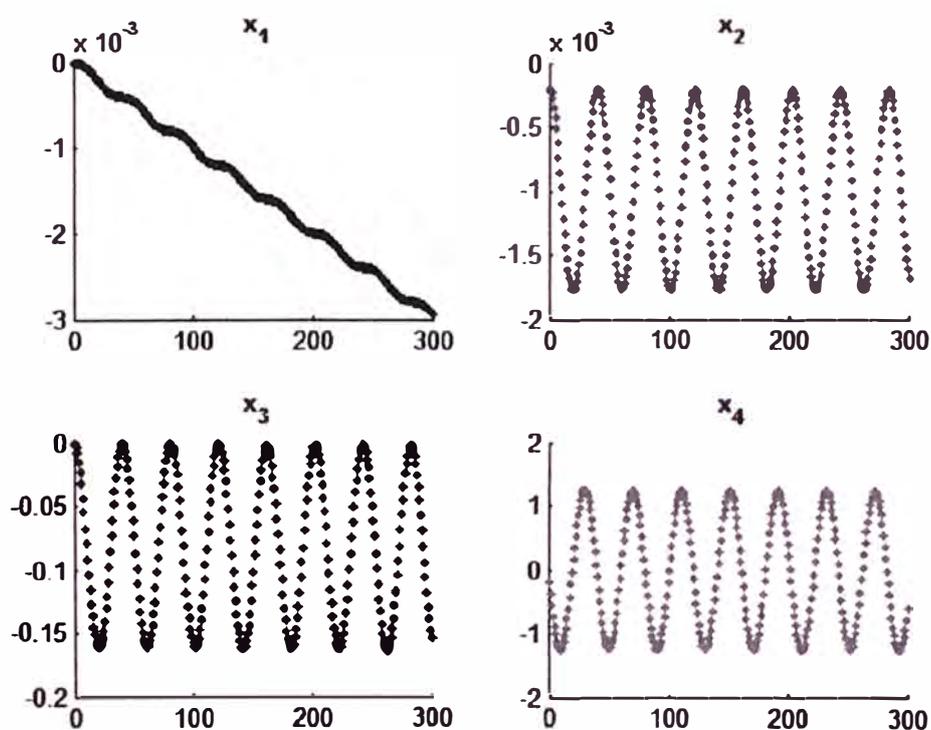


Figura 2.5: Respuesta de los estados a una escalón del sistema de succión.

2.4. Parámetros Valorados del Sistema

Los parámetros valorados del sistema en estudio (ver Tabla 2.2) nos presentan la densidad

ρ del petróleo varía de 0.92 a 0.87 gr/cm³ a 15 °C ; hemos tomado el valor de 0.9, cuyo equivalente en kg/m³ es 0.9×10^3 . Las presiones se dan normalmente en kg-f/cm² o bar; por conveniencia las presiones las hemos convertido a N/cm², que se logra multiplicando los kg-f/cm² por $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. El valor original de la viscosidad μ del petróleo es 6 cp (centipoise), lo cual equivale a $6 \times 10^{-3} \text{ N-s/m}^2$. El valor original del módulo de elasticidad E para el cable de acero es $20.6 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$; el valor que aparece en la tabla está en N/cm². Los parámetros presentados en la Tabla 2.2 para el sistema torre de perforación de petróleo considera valores tomados en cuenta un sistema prototipo. Las unidades de la resistencia R_f que aparece en la tabla, ha sido determinada de modo tal que, el producto $R_f \cdot A_p \cdot x_2$, resulte en N/cm², que son las unidades de presión que estamos empleando en las ecuaciones, [6].

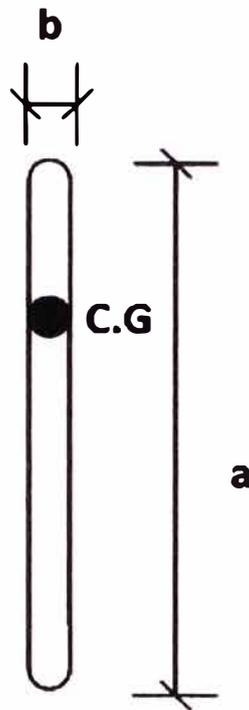


Figura 2.6: Momento de inercia de la viga.

El momento de inercia J_1 de la viga dinámica se ha calculado aproximadamente con la fórmula, [4]:

$$J_1 = \frac{1}{12} m_1 (a^2 + b^2) \quad \text{kg-m}^2$$

Asumiendo que $a = 3 \text{ m}$ es su longitud y $b = 0.2 \text{ m}$ es su ancho (ver Figura 2.6). La expresión $Q = A_p \cdot x_2$ define el caudal de petróleo extraído, donde A_p se expresa en cm² y x_2 en m/s. Para obtener caudales en m³/día, el proceso de conversión dicta que debemos multiplicar al producto $A_p \cdot x_2$ por el factor 8.64.

Tabla 2.2: Parámetros valorados del sistema de succión de petróleo.

Símbolo	Descripción	Valor	Unidades
β	Amortiguamiento viscoso	100	N-s/m
ρ	Densidad del petróleo	0.9×10^3	kg/m ³
d	Diámetro del pozo	0.128	m
μ	Viscosidad del petróleo	0.006	N-s/m ²
m_2	Masa del vástago	80	kg
m_1	Masa de la viga	200	kg m
L_2	Longitud pivote-cabezal de la viga	1.5	m
L_1	Longitud pivote-C.G. de la viga	1	m
L_0	Longitud pivote-fondo del tubo	900	m
H	Altura de la torre	5	m
A_p	Sección del pozo	128.7	cm ²
A_c	Sección del cable	0.785	m ²
E	Módulo de elasticidad del cable	20.6×10^6	N/cm ²
J_1	Momento de inercia de la viga	150.6	kg-m ²
P_f	Presión en formación rocosa	176.6	N/cm ²
P_s	Presión sobre el vástago	100	N/cm ²
R_f	Resistencia al paso del flujo	245	N s/(cm ⁴ m)
Q_{ref}	Flujo por producir	100	m ³ /día
Q	Flujo actual	$8.64 A_p x_2$	m ³ /día
g	Aceleración de la gravedad	9.81	m/s ²

CAPÍTULO III CONTROL ÓPTIMO DEL BOMBEO

3.1. Introducción

Sabemos que el control óptimo se ocupa de determinar el “mejor” sistema de control, empleando una técnica óptima de diseño. El procedimiento de diseño del sistema de control óptimo consiste en encontrar un extremo (un mínimo o un máximo, dado el caso) de una función de costo, con el propósito de determinar los parámetros óptimos de una ley de control; de allí la denominación óptimo.

Para sistemas de control discretos, la función de costo generalmente posee la forma siguiente:

$$J = \sum_{k=0}^N L(x(k), r(k), u(k)) \quad (3.1)$$

donde k es el tiempo discreto, N es el tiempo discreto final, $\mathbf{x}(k)$ es el vector de estado, $\mathbf{r}(k)$ es el vector de referencia (entrada al sistema de control) y $\mathbf{u}(k)$ es el vector de control óptimo. Esta ley de control (denominada también fuerza o señal de control) constituye la entrada al proceso a controlar.

Este capítulo desarrolla el procedimiento para diseñar el sistema de control óptimo estacionario, usando una ley de control óptima cuadrática discreta, que emplea las señales del proceso medidas directamente. La configuración usada para el diseño del sistema de control de bombeo de petróleo es la del regulador óptimo proporcional-integral. Esta configuración añade un integrador al controlador, con el propósito de reducir el error en estado estable. El resultado del diseño proporciona una matriz de ganancia, que multiplicada por el vector de estado (real o estimado) del proceso, resulta en una ley de control óptima cuadrática, [7].

3.2. Resolviendo el Problema del Control Óptimo

El problema del control óptimo cuadrático discreto estacionario, consiste en encontrar una adecuada ley de control óptima que sea capaz de trasladar la dinámica del

proceso desde un estado inicial $\mathbf{x}(0)$, hacia un estado final deseado $\mathbf{x}(N)$. La fuerza de control óptima $\mathbf{u}(k)$ se determina a partir de la minimización de una función de costo cuadrática discreta. Esta fuerza de control aplicada al proceso a controlar, provoca que dicho proceso responda en forma óptima (o lo más cercano al óptimo). El control óptimo cuadrático discreto estacionario, se basa en la siguiente función de costo:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{R} \mathbf{u}(k)] \quad (3.2)$$

Donde $\mathbf{x}(k)$ es el vector de estado de dimensión n y $\mathbf{u}(k)$ es el vector de control de dimensión r . La matriz simétrica semidefinida positiva \mathbf{Q} (de dimensión $n \times n$) pondera la importancia del vector de estado $\mathbf{x}(k)$, y la matriz simétrica definida positiva \mathbf{R} (de dimensión $r \times r$) pondera la importancia de la señal de control $\mathbf{u}(k)$. Una matriz es definida positiva cuando todos sus eigenvalores (valores propios) son positivos, mientras que una matriz es semidefinida positiva cuando sus eigenvalores pueden ser positivos o nulos.

La ley del control óptima a usar emplea la realimentación del vector de estado $\mathbf{x}(k)$ en su formulación y posee la forma siguiente:

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{K} \mathbf{x}(k) \quad (3.3)$$

Donde \mathbf{K} (de dimensión $r \times n$) es la matriz de ganancia del controlador, denominada también matriz de realimentación de estados. Una condición necesaria para poder aplicar el control por realimentación de estados es que el proceso sea completamente controlable. Por consiguiente, será necesario verificar dicha condición en el proceso antes de iniciar el procedimiento de diseño.

La realimentación de estados requiere además, que todos los estados sean disponibles y medibles. Si en el sistema a controlar existieran estados que no pudieran ser medidos directamente, será necesario estimarlos. Esta estimación puede ser realizada empleando la técnica de observación de estados. El requerimiento en esta parte es que el proceso sea completamente observable.

Sabemos por la ecuación (2.32) que el proceso puede ser modelado, mediante la siguiente ecuación de estado discreta:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G} \mathbf{x}(k) + \mathbf{H} \mathbf{u}(k)$$

Donde G es la matriz de estado de dimensión $n \times n$ y H es la matriz de control de dimensión $n \times r$. El proceso debe ser de estado completamente controlable; es decir, que en un tiempo finito, sus estados puedan ser transferidos desde un estado inicial arbitrario a cualquier otro estado deseado. La condición necesaria y suficiente para que el proceso sea completamente controlable es que la siguiente matriz de controlabilidad M :

$$M = \begin{bmatrix} H & GH & \dots & G^{n-1}H \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Posea rango completo, es decir, el rango de M debe ser igual al orden n del sistema. Del mismo modo, un proceso es completamente observable, cuando sus estados se pueden reconstruir completamente usando las observaciones (mediciones del proceso), lo que matemáticamente implica que la siguiente matriz N de observabilidad:

$$N = \begin{bmatrix} C & CG & \dots & CG^{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

La matriz de observabilidad N , también debe poseer un rango completo.

La solución al problema del control óptimo cuadrático estacionario está dada por la siguiente matriz de ganancia del controlador:

$$K = [R + H^T P H]^{-1} H^T P G \quad (3.6)$$

Donde P es una matriz simétrica definida positiva de dimensión $n \times n$. Dicha matriz es solución de la siguiente ecuación matricial de Riccati:

$$P = Q + G^T P G - G^T P H [R + H^T P H]^{-1} H^T P G \quad (3.7)$$

Una forma de obtener la matriz P de la ecuación matricial anterior es mediante la siguiente fórmula recursiva:

$$P(k+1) = Q + G^T P(k)G - G^T P(k)H [R + H^T P(k)H]^{-1} H^T P(k)G \quad (3.8)$$

El diagrama de bloques del control óptimo de estado estacionario se representa en la Figura 3.1, en donde se asume que todos los estados se encuentran disponibles. Para operación satisfactoria del sistema de lazo cerrado mostrada en dicha figura, todos los eigenvalores, de su ecuación característica:

$$\det[zI - G + HK] = 0 \quad (3.9)$$

Deben posicionarse dentro del círculo unitario. Observar que en el diagrama de bloques de la Figura 3.1, no aparece explícitamente la señal de referencia.

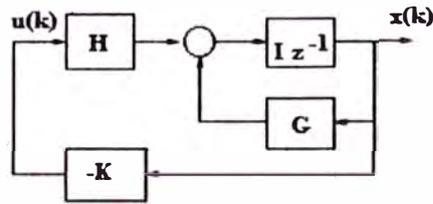


Figura 3.1: Sistema de control óptimo a lazo cerrado.

Es por ello que, en aplicaciones prácticas, se prefiere usar la configuración del regulador óptimo proporcional-integral (o sistema de control óptimo proporcional-integral) que describiremos en la siguiente sección de este trabajo.

3.3. El Regulador Óptimo Proporcional Integral

La configuración del regulador óptimo proporcional-integral (ver Figura 3.2) que incluye acción integral en el sistema de control mediante un integrador con señal de salida $v(k)$ y una ganancia integral K_I asociada, [3], [1].

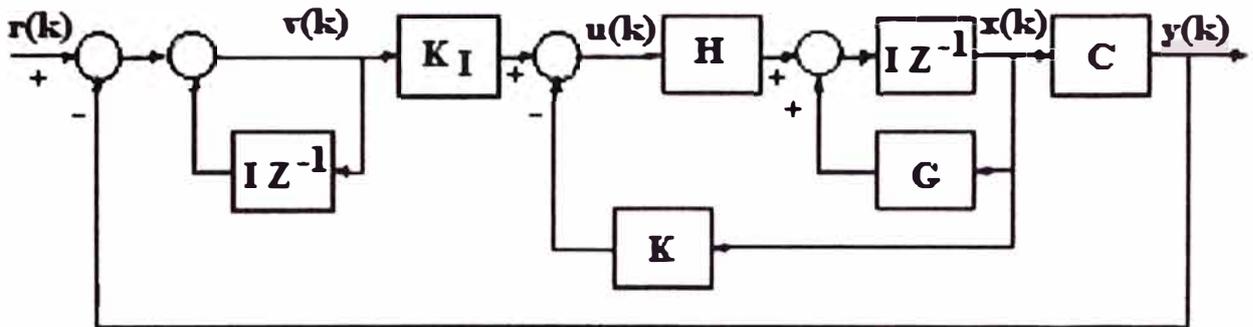


Figura 3.2: El regulador proporcional integral.

Siendo la señal de referencia $r(k)$ un escalón unitario, de la Figura 3.2 podemos deducir que las ecuaciones de estado y de salida del proceso son:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Gx(k) + Hu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (3.10)$$

La señal de control $u(k)$ tiene la forma:

$$u(k) = -Kx(k) + K_I v(k) \quad (3.11)$$

Donde la matriz de ganancia del controlador viene dada por:

$$K = [K_1 \quad K_2 \cdots K_n] \quad (3.12)$$

Podemos observar que la ecuación para el integrador resulta:

$$v(k) = v(k-1) + r(k) - y(k) \quad (3.13)$$

De donde se puede obtener:

$$\begin{aligned} v(k+1) &= v(k) + r(k+1) - y(k+1) \\ &= v(k) + r(k+1) - C[Gx(k) + Hu(k)] \end{aligned}$$

$$= (1 - CHK_l)v(k) + (-CG + CHK)x(k) + r(k + 1) \quad (3.14)$$

Empleando las ecuaciones (3.10) y (3.11) deducimos que:

$$\begin{aligned} x(k + 1) &= Gx(k) + H[-Kx(k) + K_l v(k)] \\ &= (G - HK)x(k) + HK_l v(k) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Y de las ecuaciones (3.14) y (3.15) determinamos:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK & HK_l \\ -CG + CHK & 1 - CHK_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(k+1) \quad (3.16)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

En el estado de equilibrio, es decir, cuando $k \rightarrow \infty$, las variables $x(k)$, $u(k)$ y $v(k)$ toman valores estacionarios $x(\infty)$, $u(\infty)$ y $v(\infty)$. Así la ecuación (3.16) toma la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} x(\infty) \\ v(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK & HK_l \\ -CG + CHK & 1 - CHK_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\infty) \\ v(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Definiendo:

$$x(k) - x(\infty) = x_e(k) \quad (3.19)$$

$$v(k) - v(\infty) = v_e(k) \quad (3.20)$$

Y restando ahora la ecuación (3.18) de (3.16), y luego usando las relaciones (3.19) y (3.20) podemos obtener:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ v_e(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G - HK & HK_l \\ -CG + CHK & 1 - CHK_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} G & 0 \\ -CG & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K & K_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Notar que la ecuación (3.21) puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} \xi(k+1) &= \tilde{G}\xi(k) + \tilde{H}w(k) \\ w(k) &= -\tilde{K}\xi(k) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Donde:

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} \quad \tilde{G}(k) = \begin{bmatrix} G & 0 \\ -CG & I \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\tilde{H}(k) = \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} \quad \tilde{K}(k) = \begin{bmatrix} K & -K_l \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Observar que la inclusión de un integrador en el sistema de control, aumenta en uno el orden del sistema; es decir, si n es el orden del sistema original, el nuevo orden del sistema con un integrador es $(n + 1)$. En otras palabras, el vector de estado $x(k)$ del sistema original posee dimensión n , mientras que el vector de estado $\zeta(k)$ del regulador proporcional integral posee dimensión $(n + 1)$.

Las relaciones anteriores requieren que se formule la siguiente función de costo:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\zeta(k)^T \tilde{Q} \zeta(k) + w^2(k) \tilde{R}] \quad (3.25)$$

Debemos entonces, calcular una matriz \tilde{K} adecuada de forma tal que minimice la función de costo dada en la ecuación (3.25). La ecuación de Riccati y la ecuación de ganancia del controlador \tilde{K} se formulan como sigue:

$$\tilde{P} = \tilde{Q} + \tilde{G}^T \tilde{P} \tilde{G} - \tilde{G}^T \tilde{P} \tilde{H} [\tilde{R} + \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{H}]^{-1} \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{G} \quad (3.26)$$

$$\tilde{K} = [\tilde{R} + \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{H}]^{-1} \tilde{H}^T \tilde{P} \tilde{G} \quad (3.27)$$

El algoritmo de control óptimo resuelve el problema del control de bombeo. Este programa emplea las ecuaciones deducidas líneas arriba para el caso específico de la dinámica correspondiente al sistema de succión. Dicho programa es autoexplicativo y el resultado del control se ilustra en la Figura 3.3. Podemos observar que a pesar que el controlador proporcional-integral logra estabilizar la salida del sistema al valor de referencia de producción de $100 \text{ m}^3/\text{día}$, se requiere una torque muy grande, lo que puede hacer impracticable en la vida real.

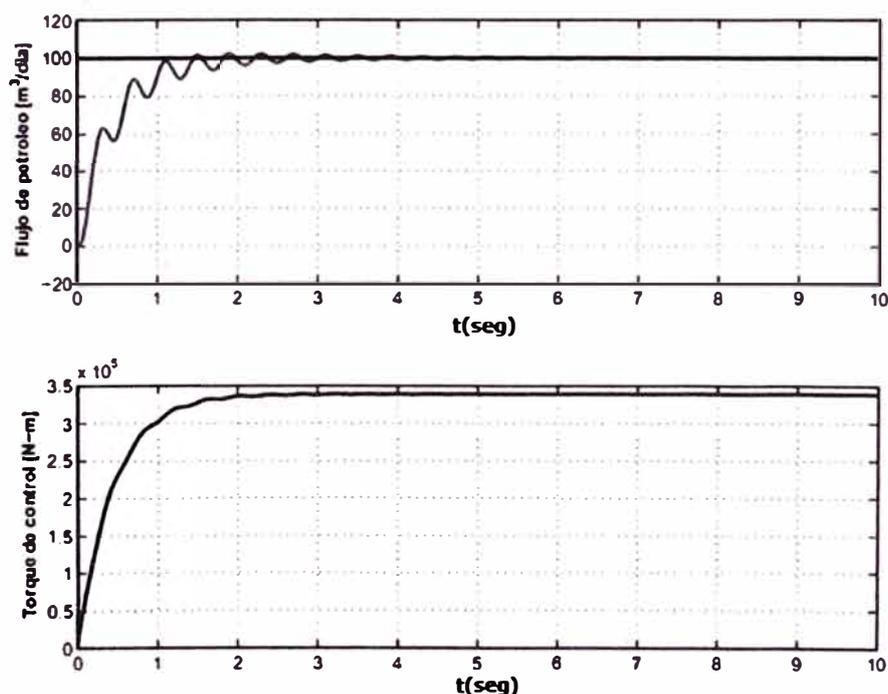


Figura 3.3: Control óptimo del bombeo de petróleo.

CAPÍTULO IV CONTROL PREDICTIVO DEL BOMBEO

4.1. Principios del Control Predictivo

En este capítulo se desarrolla un procedimiento para diseñar un sistema de control de bombeo, empleando la técnica de control predictivo basado en modelos. El algoritmo de control predictivo empleado, es el denominado control matricial dinámico, cuya versión más simple es una ley de control escalar. En nuestra aplicación emplearemos ambos algoritmos.

El Control Predictivo Basado en Modelos es una técnica de control que usa el modelo del sistema para calcular y optimizar las predicciones de las acciones de control y de la salida controlada. Los diferentes tipos de control predictivo basados en modelos, difieren principalmente en el modelo usado para representar el proceso con sus perturbaciones y en las funciones de costo a ser minimizadas (con o sin restricciones), [8].

Debemos indicar que el control predictivo ya cuenta con muchas contribuciones, tanto en lo académico como también en el mundo industrial. Muchas aplicaciones del control predictivo son usadas hoy en todos los campos de la actividad industrial. El buen rendimiento de tales aplicaciones es muy apreciada; por ello, actualmente existe un creciente interés en esta metodología, a pesar que el trabajo pionero se inició hace dos décadas y media.

El control predictivo pronostica la salida de la planta en un horizonte de tiempo de duración N_2 . Dicha predicción depende de las salidas y entradas pasadas, pero también del escenario del control futuro. La deducción de un modelo dinámico que capture lo más fielmente posible la dinámica del sistema, es de vital importancia para tener éxito en las aplicaciones, [9].

La notación usada en el control predictivo es como sigue: t es el tiempo discreto ($t = 0, 1, 2, \dots$); $u(t)$ es la entrada al proceso y constituye la señal de control; $y(t)$ es la salida del proceso y constituye la variable controlada; $w(t)$ es la trayectoria deseada (o

“set point”); $r(t)$ denota la trayectoria referencial; $u(t + k/t)$ son los valores futuros de la entrada en el tiempo $t + k$ postulados en el tiempo t ; $y(t + k/t)$, son los valores futuros de la salida basado en las mediciones disponibles en el tiempo t :

$$\{y(t), y(t - 1), \dots, u(t - 1), u(t - 2), \dots\}$$

Y en los valores futuros de la entrada postulados en el tiempo t :

$$\{u(t/t), u(t + 1/t), \dots\}$$

La estrategia del control predictivo se puede caracterizar con relación a la Figura 4.1, como sigue:

1. En cada tiempo t , la salida del proceso $y(t + k)$ se pronostica sobre un horizonte $k = 1 \dots N_2$. Los valores pronosticados se denominan $y(t + k/t)$ y N_2 es el horizonte de predicción. La predicción se realiza usando el modelo del sistema. Dicho pronóstico depende de las entradas y salidas pasadas, pero también del escenario del control futuro $u(t + k/t)$, $k = 0, \dots, N_2 - 1$; es decir, de las acciones de control que a aplicar a partir del tiempo t .
2. Una trayectoria de referencia $r(t + k/t)$, $k = 1, \dots, N_2$, que se inicia en $r(t/t) = y(t)$ y se define sobre el horizonte de predicción. Esta trayectoria sirve para guiar la salida del proceso desde su valor actual $y(t)$ hasta la trayectoria deseada $w(t)$.

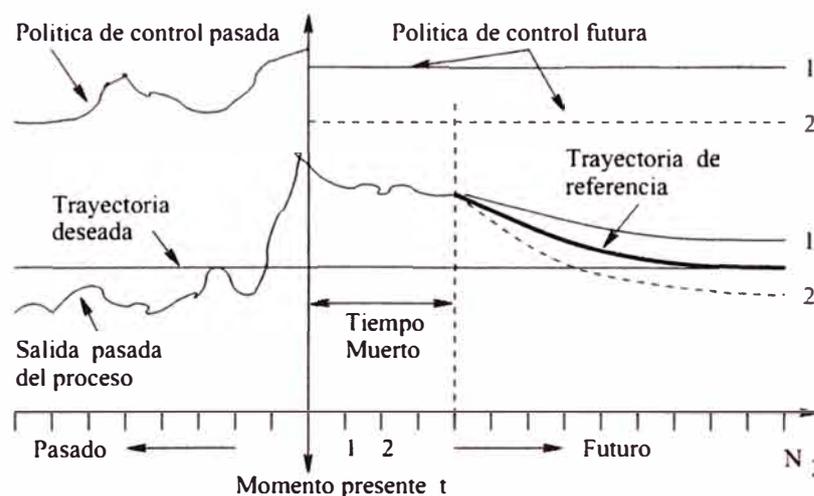


Figura 4.1: Estrategia del control predictivo.

3. El vector de control $u(t + k/t)$, $k = 0, \dots, N_2 - 1$, el cual se calcula para minimizar una función de costo específica que depende del error del control predictivo $r(t + k/t) - y(t + k/t)$, $k = 1, \dots, N_2$.
4. Al proceso actual sólo se le aplica el primer elemento del vector de control calculado $u(t + k/t)$, $k = 0, \dots, N_2 - 1$, mientras que los demás elementos se dejan de lado. En el próximo instante de muestreo, todas las secuencias temporales se desplazan para dar cabida a las

nuevas mediciones de la salida $y(t + 1)$ y a las del vector de control $u(t + k + 1/t + 1)$, cuyo primer elemento es generalmente diferente al primer elemento del vector $u(t + k/t)$, previamente calculado. Este principio se denomina estrategia del “horizonte retroactivo”.

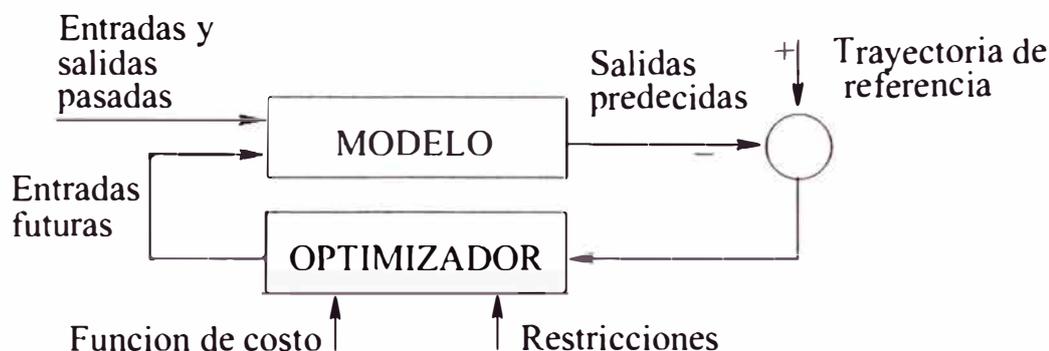


Figura 4.2: Estrategia del control predictivo basado en modelos.

Concluyendo, la estrategia del control predictivo comprende: el proceso de predicción a través del modelo del proceso, la especificación de una trayectoria de referencia, la estructuración de la futura ley de control, la definición de la función de costo (y sus restricciones) y el cálculo del escenario de control óptimo (ver Figura 4.2.)

4.2. El Modelo CARIMA del Sistema de Succión

Un sistema de una entrada y una salida, probablemente no lineal, puede modelarse como:

$$y(t) = x(t) + n(t) \quad (4.1)$$

La señal de disturbio $n(t)$ puede incluir todos los efectos no deseados en la salida $y(t)$. Esta señal representa el efecto conjunto de todos los disturbios sobre el proceso, otras entradas no medibles, ruido de medición, errores de modelado, incertidumbres, etc. En nuestro caso, esta señal es parte del modelo y es de tipo determinístico.

El modelo CARIMA, del inglés “Controlled Autoregressive Integrated Moving Average”, es un modelo lineal básico y es el que emplearemos en este estudio.

El modelo CARIMA del sistema puede ser representado por:

$$A(z^{-1})y(t) = \frac{B(z^{-1})}{P(z^{-1})}u(t) + \frac{D(z^{-1})}{Q(z^{-1})}e(t) \quad (4.2)$$

Donde:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b}$$

$$Q(z^{-1}) = 1 + q_1 z^{-1} + \dots + q_{n_q} z^{-n_q}$$

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_{n_d} z^{-n_d}$$

$$P(z^{-1}) = 1 + p_1 z^{-1} + \dots + p_{n_p} z^{-n_p}$$

Por ejemplo, para el sistema de succión de petróleo (sección 2.3) se determinó

que sus ecuaciones de estado y de salida desde la ecuación (2.21) son:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + B u + F n \\ y &= C\mathbf{x}\end{aligned}$$

Y su correspondiente representación discreta (ecuación (2.32)) es:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k + 1) &= G\mathbf{x}(k) + H u(k) + E n \\ y(k) &= C\mathbf{x}\end{aligned}$$

La representación CARIMA para este sistema toma la forma:

$$\begin{aligned}y(t) = x(t) + n(t) &= \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(t) + \frac{D(z^{-1})}{A(z^{-1})} n(t) \\ &= \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4}} u(t) + \\ &\quad \frac{d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3} + d_4 z^{-4}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4}} n(t)\end{aligned}\quad (4.3)$$

Donde z es el operador de desplazamiento (transformada z). La relación anterior conduce a la ecuación de diferencias:

$$\begin{aligned}y(t) &= -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - a_3 y(t-3) - a_4 y(t-4) \\ &\quad + b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + b_3 u(t-3) + b_4 u(t-4) \\ &\quad + d_1 n(t-1) + d_2 n(t-2) + d_3 n(t-3) + d_4 n(t-4)\end{aligned}\quad (4.4)$$

4.3. El Controlador Predictivo

El controlador predictivo tiene como finalidad determinar el vector de control $\mathbf{u}(t + k/t)$, $k = 0, \dots, N_2 - 1$, que minimice la siguiente función de costo:

$$J = \sum_{k=N_1}^{N_2} [r(t+k/t) - y(t+k/t)]^2 + \lambda \sum_{k=0}^{N_u-1} [\Delta u(t+k/t)]^2 \quad (4.5)$$

Donde por definición:

$$\Delta u(t+k/t) = u(t+k/t) - u(t+k-1/t) \quad (4.6)$$

Siendo $\Delta u(t+k/t) = 0$ para $k \geq N_u$. La trayectoria de referencia está representada por la relación:

$$r(t+k/t) = \alpha r(t+k-1/t) + (1-\alpha)w(t+k/t) \quad (4.7)$$

Será evaluada para $k = 1, \dots, N_2$, con $r(t/t) = y(t)$. Los parámetros de diseño son los siguientes: N_1 : horizonte de predicción mínimo; N_2 : horizonte de predicción máximo (por defecto: $N_2 = N_1 + 1, \dots, N_1 + 10$); N_u horizonte de control (por defecto: $N_u = 1$); N_1, \dots, N_2 horizonte de coincidencia (por defecto: el

tiempo muerto N_1); λ parámetro de sintonización (por defecto: $\lambda = 0$); y α : parámetro de filtraje (por defecto: $\alpha = 0$).

Es importante observar que la trayectoria de referencia dada en (4.7) es un filtro de primer orden para $w(t)$, de la forma:

$$\frac{r(z)}{w(z)} = \frac{1-\alpha}{1-\alpha z^{-1}} = \frac{z(1-\alpha)}{z-\alpha} \quad (4.8)$$

La ley de control predictiva requiere en su formulación de las denominadas respuestas libre $y_{libre}(t+k/t)$ y forzada $y_{forz}(t+k/t)$. Dichas respuestas constituyen los componentes de respuesta futura $y(t+k/t)$:

$$y(t+k/t) = y_{libre}(t+k/t) + y_{forz}(t+k/t) \quad (4.9)$$

La respuesta libre $y_{libre}(t+k/t)$ puede ser calculada notando que es la respuesta del sistema asumiendo que las señales de control futuras igualan al control previo $u(t-1)$; es decir:

$$u(t/t) = u(t-1), \quad u(t+1/t) = u(t-1), \quad u(t+2/t) = u(t-1), \dots$$

Y que sólo los incrementos antes del instante t , es decir, $\Delta u(t-1)$, $\Delta u(t-2)$, .., aparecen en dicha respuesta. Esto significa que:

$$\Delta u(t/t) = \Delta u(t+1/t) = \dots = \Delta u(t+N_u-1/t) = 0$$

Como ejemplo, planteamos un modelo CARIMA proveniente de un sistema de cuarto orden. La respuesta libre del sistema de succión de petróleo se obtiene partiendo de la ecuación (4.4) sin considerar perturbaciones:

$$\begin{aligned} y(t) &= -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - a_3 y(t-3) - a_4 y(t-4) \\ &\quad + b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + b_3 u(t-3) + b_4 u(t-4) \\ y(t+1) &= -a_1 y(t) - a_2 y(t-1) - a_3 y(t-2) - a_4 y(t-3) \\ &\quad + b_1 u(t) + b_2 u(t-1) + b_3 u(t-2) + b_4 u(t-3) \\ y(t+1) - y(t-1) &= -a_1 y(t) - (a_2 - a_1)y(t-1) - (a_3 - a_2)y(t-2) \\ &\quad - (a_4 - a_3)y(t-3) + a_4 y(t-4) \\ &\quad + b_1 u(t) + (b_2 - b_1)u(t-1) + (b_3 - b_2)u(t-2) \\ &\quad + (b_4 - b_3)u(t-3) - b_4 u(t-4) \\ y(t+1) &= (1 - a_1)y(t) - (a_2 - a_1)y(t-1) - (a_3 - a_2)y(t-2) \\ &\quad - (a_4 - a_3)y(t-3) + a_4 y(t-4) \\ &\quad + b_1 \Delta u(t) + b_2 \Delta u(t-1) + b_3 \Delta u(t-2) + b_4 \Delta u(t-3) \end{aligned}$$

En la última ecuación podemos eliminar el término donde aparece $\Delta u(t)$. Operando en forma similar, en la ecuación correspondiente a $y(t+2)$ eliminaremos los términos donde aparecen $\Delta u(t)$ y $\Delta u(t+1)$, y así sucesivamente, tal como lo demuestran las simulaciones.

La componente forzada $y_{forz}(t + k/t)$ aparece debido al resultado de dos efectos. El primero, causado por la acción del control futuro; es decir, causado por las señales $\Delta u(t/t), \Delta u(t + 1/t), \dots, \Delta u(t + N_u - 1/t)$. El segundo efecto se debe a las respuestas del proceso a una secuencia de entradas escalón. Así, un escalón con amplitud $\Delta u(t/t)$ aplicado al proceso en el tiempo t , resulta en una contribución $g_k \Delta u(t/t)$ en la salida del proceso en el tiempo $t + k$ (ver Figura 4.3(a)); un escalón con amplitud $\Delta u(t + 1/t)$ aplicado al proceso en el tiempo $t + 1$, resulta en una contribución $g_k \Delta u(t + 1/t)$ para la salida del proceso en el tiempo $t + k - 1$ (ver Figura 4.3(b)), [8].

Por consiguiente, el efecto acumulativo de todos los escalones es:

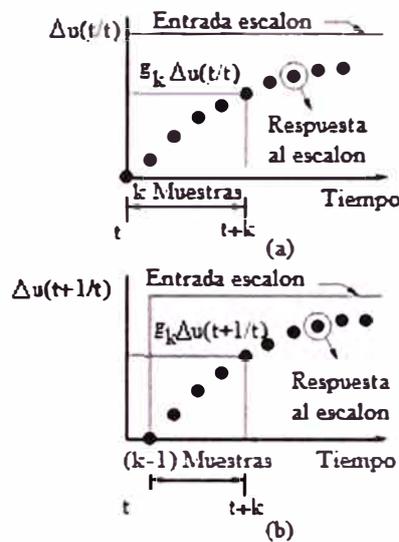


Figura 4.3: El efecto de las entradas tipo escalón en la salida forzada.

$$y_{forz}(t+k/t) = g_k \Delta u(t/t) + g_{k-1} \Delta u(t+1/t) + \dots + g_{k-N_u+1} \Delta u(t+N_u-1/t) \quad (4.10)$$

Donde los parámetros g_1, \dots, g_{N2} son los coeficientes de la respuesta del sistema al escalón unitario.

Para el sistema de succión, su respuesta forzada se determina como sigue. Partiendo de la ecuación (4.4) sin considerar perturbaciones:

$$y(t) = -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - a_3 y(t-3) - a_4 y(t-4) \\ + b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + b_3 u(t-3) + b_4 u(t-4)$$

Por definición, la entrada escalón $u(t) = 1$ para $t \geq 0$ y $u(t) = 0$ para $t < 0$. Por tanto, la ecuación que determina la respuesta al escalón correspondiente a $y(t)$ resulta:

$$y(t) = -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - a_3 y(t-3) - a_4 y(t-4) = 0 = g_0$$

Dado que $y(t-1) = y(t-2) = y(t-3) = y(t-4) = 0$. Para el caso $y(t+1)$, con $u(t) = 1$ tenemos:

$$y(t+1) = -a_1y(t) - a_2y(t-1) - a_3y(t-2) - a_4y(t-3) \\ + b_1u(t) + b_2u(t-1) + b_3u(t-2) + b_4u(t-3) = b_1 = g_1$$

Expandiendo la ecuación (4.10) se obtiene la siguiente expresión para la componente forzada:

$$\mathbf{Y}_{forz} = \mathbf{GU} \quad (4.11)$$

Donde:

$$\mathbf{Y}_{forz} = [y_{forz}(t+N_1/t) \quad y_{forz}(t+N_1+1/t) \quad \dots \quad y_{forz}(t+N_2/t)]^T \\ G = \begin{bmatrix} gN_1 & gN_1-1 & \dots & \dots \\ gN_1+1 & gN_1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ gN_2 & gN_2-1 & \dots & gN_2-N_u+1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U} = [\Delta u(t/t) \quad \Delta u(t+1/t) \quad \dots \quad \Delta u(t+N_u-1/t)]^T$$

Empleando la ecuación (4.9), podemos escribir:

$$\mathbf{Y} = \bar{\mathbf{Y}} + \mathbf{GU} \quad (4.12)$$

Donde:

$$\mathbf{Y} = [y(t+N_1/t) \dots y(t+N_2/t)]^T; \quad \mathbf{U} = [\Delta u(t/t) \dots \Delta u(t+N_u-1/t)]^T \\ \bar{\mathbf{Y}} = [y_{libre}(t+N_1/t) \dots y_{libre}(t+N_2/t)]^T$$

También:

$$\mathbf{R} = [r(t+N_1/t) \dots r(t+N_2/t)]^T$$

Empleando la notación anterior, la función de costo (ecuación (4.5)) resulta:

$$(\mathbf{R} - \mathbf{Y})^T (\mathbf{R} - \mathbf{Y}) + \lambda \mathbf{U}^T \mathbf{U} = [(\mathbf{R} - \bar{\mathbf{Y}}) - \mathbf{GU}]^T [(\mathbf{R} - \bar{\mathbf{Y}}) - \mathbf{GU}] + \lambda \mathbf{U}^T \mathbf{U} \quad (4.13)$$

La cual es cuadrática en \mathbf{U} , y cuya minimización por diferenciación resulta en:

$$\mathbf{U}^* = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{R} - \mathbf{Y}) \quad (4.14)$$

Es importante indicar que solamente el primer elemento $\Delta u(t/t)$ de \mathbf{U}^* es necesario para computar la entrada de control actual $u(t) = u(t-1) + \Delta u(t/t)$. El mismo procedimiento se repite para la nueva medición $y(t+1)$ en el próximo instante de tiempo $t+1$. Este procedimiento se denomina el principio del “horizonte retroactivo”.

Por otra parte, la matriz $[\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}]$ a ser invertida tiene dimensión $N_u \times N_u$.

Para el caso por defecto, es decir, para $N_u = 1$, se obtiene una ley de control escalar (con muy buenos resultados en muchos casos prácticos) de la forma:

$$\Delta u(t) = \frac{\sum_{k=N_1}^{N_2} g_k [r(t+k/t) - y_{libre}(t+k/t)]}{\sum_{k=N_1}^{N_2} g_k^2 + \lambda} \quad (4.15)$$

El problema de control presentado en la sección anterior, es que fue formulado bajo condiciones de control sin restricciones; es decir, considerando que todas las señales poseen rango ilimitado. Sin embargo, esto no es realista. En la práctica, todos los procesos están sujetos a restricciones. Por ejemplo, en el caso de un servosistema no lineal, si la señal de control $u(t)$ es demasiado grande, entonces el amplificador del voltaje de armadura se puede saturar, produciéndose su deterioro.

En presencia de restricciones no es posible la solución analítica del problema de minimización, debiendo recurrirse a dos posibles soluciones. La primera solución es tratar a todas las variables como si no tuvieran restricciones. Posteriormente, conforme a rangos previamente especificados (las restricciones), proceder mediante software, con el corte o la limitación de las magnitudes de las variables con restricciones. La otra solución requiere el empleo de técnicas numéricas, tales como la programación cuadrática (no será tratada esta alternativa).

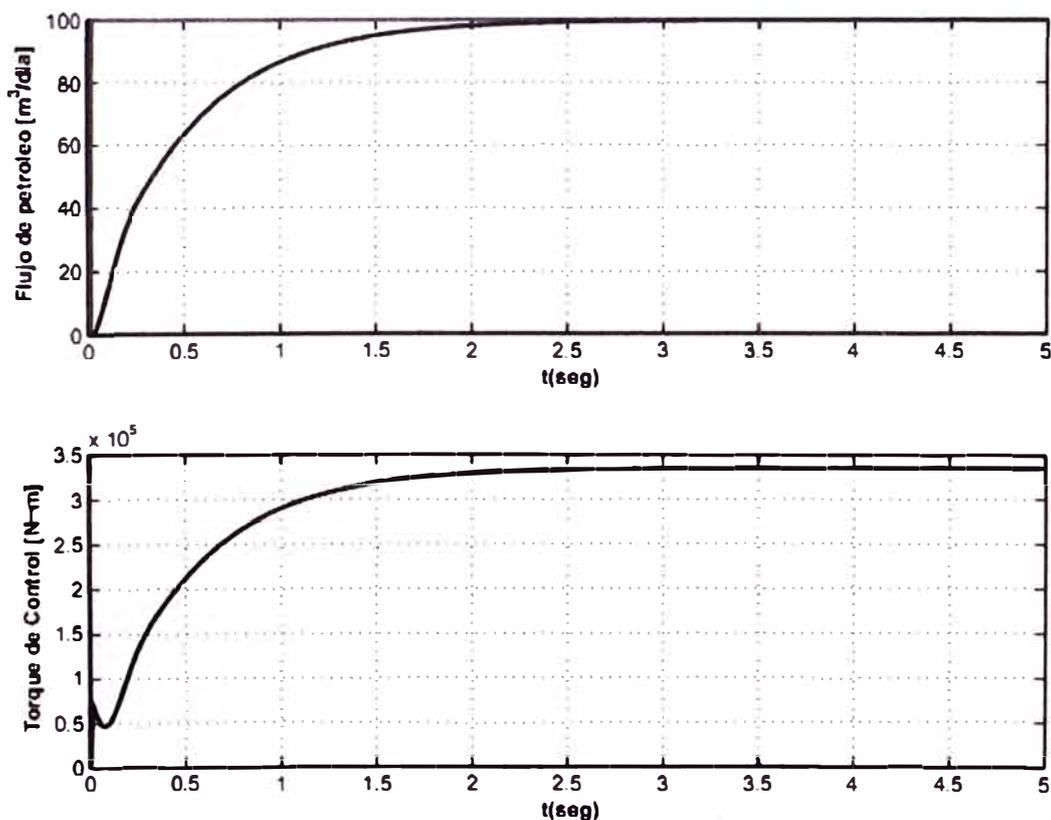


Figura 4.4: Control predictivo del sistema de bombeo empleando ley de control escalar.

Los resultados de las simulaciones que se muestran en la Figura 4.4. no resuelve el problema del control de bombeo usando la técnica de control predictivo en su versión escalar (ecuación (4.15)). Podemos observar que las especificaciones de diseño están satisfechas en tanto se obtiene un tiempo de establecimiento menor que 5 segundos y no presenta mínimo sobre impulso, debemos destacar que no es realizable ya que el torque requerido es muy alto.

Mientras que los resultados de las simulaciones que se muestran en la Figura 4.5 resuelven el problema del control de bombeo usando la técnica de control predictivo en su versión matricial. Podemos observar que las especificaciones de diseño están satisfechas en tanto se obtiene un tiempo de establecimiento menor que 5 segundos y no presenta mínimo sobre impulso, y lo que es más importante, es realizable ya que el torque es el requerido.

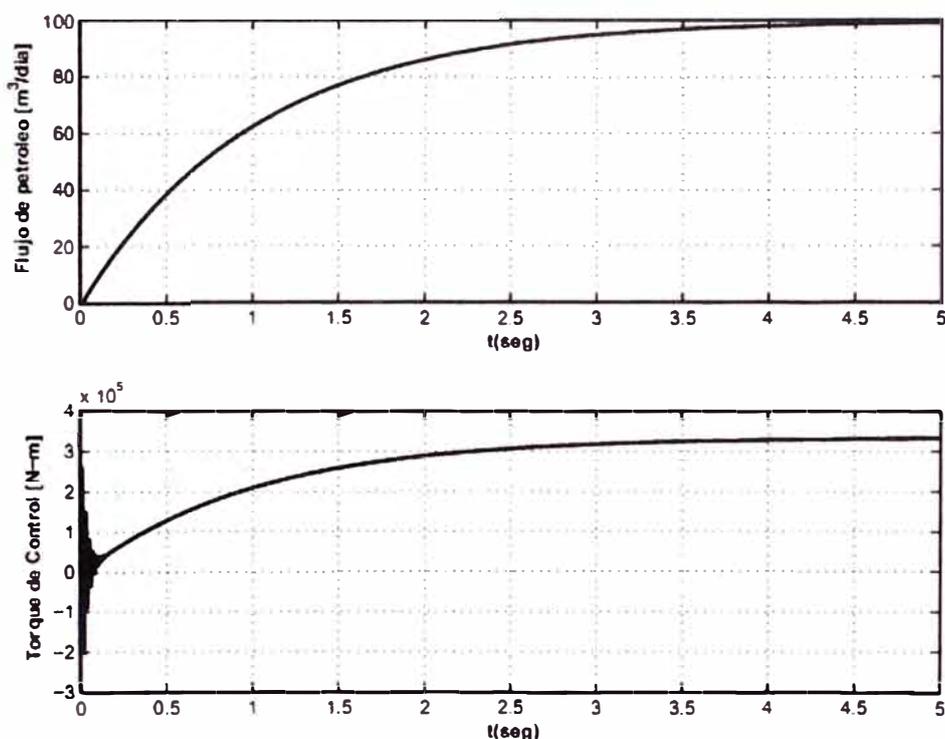


Figura 4.5: Control predictivo del sistema de bombeo empleando ley de control matricial.

CAPÍTULO V CONTROL ADAPTIVO DEL BOMBEO

5.1. Introducción

Los sistemas de control adaptivo, ajustan su comportamiento a las cambiantes propiedades del proceso controlado y de las señales que interactúan sobre dicho proceso. Por el contrario, los sistemas de control fijos se caracterizan por la presencia de una ley de control invariable con el tiempo. La investigación sobre controladores adaptivos se ha centrado en dos grupos principales: controladores adaptivos con un modelo referencial y controladores con autosintonización. En este capítulo se emplea la configuración de un sistema de control adaptivo (ver Figura 5.1) con autosintonización, [1].

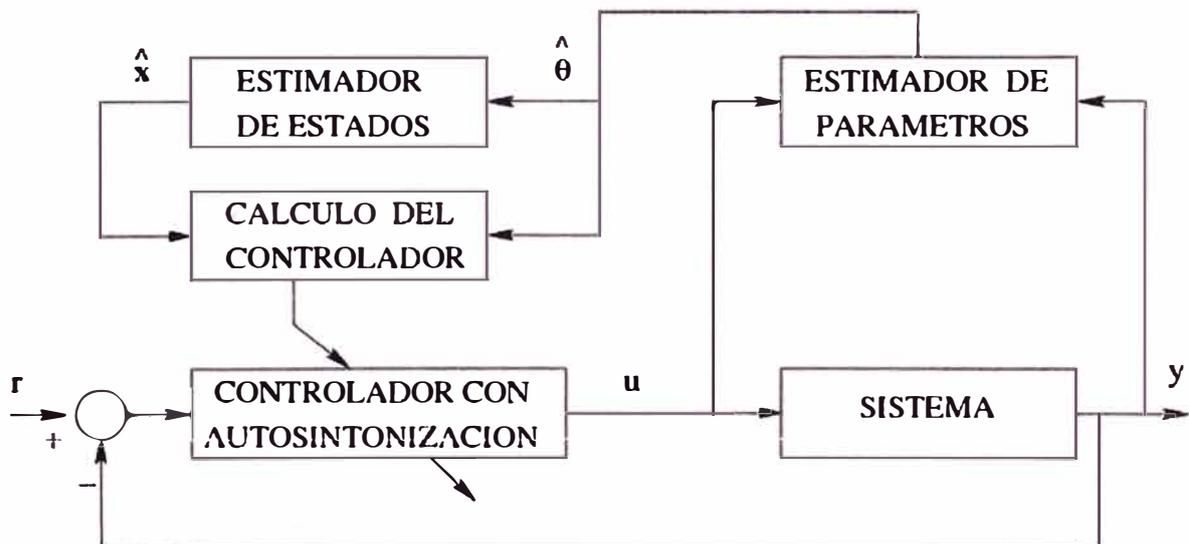


Figura 5.1: Configuración del sistema de control con autosintonización.

Tal sistema combina en su diseño un método de estimación de los parámetros (método de los mínimos cuadrados recursivo mejorado), una técnica de estimación óptima de estados, una representación lineal del modelo del proceso y una ley de control (el controlador óptimo proporcional-integral). El objetivo del control es determinar una fuerza de control, capaz de minimizar la diferencia entre la salida del proceso y la señal de referencia.

El sistema de control con autosintonización mostrado en la Figura 5.1 opera como sigue: luego de cada tiempo de muestreo, el vector estimado de parámetros $\hat{\theta}$ se actualiza empleando los datos proporcionados por la entrada U del proceso y por la salida Y del mismo. Luego, los elementos de $\hat{\theta}$ se usan para recuperar el modelo lineal del proceso, lo cual permite estimar el vector de estado del modelo del proceso \hat{x} . Tales resultados se usan luego para computar la ley de control U .

El modelo dinámico del sistema de succión está dado por la ecuación (2.32):

$$x(k+1) = Gx(k) + H u(k) + E w \quad (5.1)$$

$$y(k) = Cx \quad (5.2)$$

Y su ecuación de diferencias es (ver ecuación (4.4):

$$\begin{aligned} y(t) = & -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - a_3 y(t-3) - a_4 y(t-4) \\ & + b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + b_3 u(t-3) + b_4 u(t-4) \\ & + d_1 n(t-1) + d_2 n(t-2) + d_3 n(t-3) + d_4 n(t-4) \end{aligned} \quad (5.3)$$

La correspondiente ecuación polinomial (modelo CARIMA) toma la forma:

$$A(z^{-1})y(z) = B(z^{-1})u(z) + D(z^{-1})n(z) \quad (5.4)$$

Donde z es el operador de desplazamiento, con:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n} \\ B(z^{-1}) &= b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n} \\ D(z^{-1}) &= d_1 z^{-1} + \dots + d_n z^{-n} \end{aligned} \quad (5.5)$$

5.2. Estimación de los Parámetros del Sistema

Para estimar los parámetros del modelo del sistema se usan las señales $u(k)$ e $y(k)$.

La descripción ilustrada en (5.3) tiene que ser reordenada como:

$$y(k) = \psi^T(k) \hat{\theta}(k) \quad (5.6)$$

Donde el vector de información (o de medición) ψ contiene los valores presentes y pasados de la entrada u y de la salida y como sigue:

$$\psi^T(k) = [y(k-1) \dots y(k-n) \quad y(k-1) \dots u(k-n)] \quad (5.7)$$

Y el vector $\hat{\theta}$ contiene los parámetros a ser estimados, a saber:

$$\hat{\theta}(k) = [-\hat{a}_1(k) \dots -\hat{a}_n(k) \quad \hat{b}_1(k) \dots \hat{b}_n(k)]^T \quad (5.8)$$

Los parámetros en juego pueden estimarse empleando el algoritmo básico de los mínimos cuadrados recursivos. Sin embargo, tal algoritmo puede presentar problemas

potenciales de carácter numérico que podrían afectar el diseño final del controlador con autosintonización. Por tal motivo, en este capítulo se emplea el método de los mínimos cuadrados recursivo mejorado propuesto en [7], el cual puede implementarse en la forma siguiente:

1. Obtener el vector de parámetros inicial $\hat{\theta}(0)$ usando los parámetros valorados del modelo del proceso dadas en la ecuación (5.4).
2. La matriz de covarianza inicial P puede tener la forma $P = \alpha I$, donde I es la matriz identidad y $\alpha \gg 1$.
3. Tomar nuevas mediciones de $Y(k)$ y de $U(K)$ en el proceso, para obtener una nueva ecuación de la forma dada en (5.6).
4. Computar: $\rho(k) = \max(1, \|\psi(k)\|)$; $\psi_n = \psi/\rho(k)$.
5. Determinar la matriz $N(k)$ aplicando factorización Cholesky en:

$$N(k)N(k)^T = P(k)$$

6. Determinar la matriz diagonal de escalamiento $S(k)$ con elementos s_{jj} . Tal matriz minimiza el número condicional del producto $S(k)N(k)$, siempre que $s_{jj} = 1/n_{jj}$, donde cada n_{jj} se obtiene tomando el valor absoluto de la suma de los elementos de la fila j de $N(k)$.
7. Computar:

$$P_S(k) = S(k)P(k)S(k)$$

$$\psi_{nS} = [S(k)]^{-1} \psi_n$$

$$r(k) = 1 + \psi_{nS}^T(k)P_S(k-1)\psi_{nS}(k)$$

$$\lambda(k) = 1 - \frac{1}{2} \left[r(k) - \sqrt{r^2(k) - \frac{4\|P_S(k-1)\psi_{nS}(k)\|^2}{\text{tr}P_S(k-1)}} \right]$$

$$e_n(k) = Y(k) / \rho(k) - \psi_n^T(k)\hat{\theta}(k-1)$$

$$j(k) = \left[\psi_{nS}^T(k+1)P_S(k)\psi_{nS}(k+1) + \lambda(k) \right]$$

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + S^{-1}(k)P_S(k)\psi_{nS}(k)e_n(k+1) / j(k)$$

$$H_{nS}(k+1) = P_S(k)\psi_{nS}(k+1) \times \left[\psi_{nS}^T(k+1)P_S(k)\psi_{nS}(k+1) + \lambda(k) \right]^{-1}$$

$$P_S(k+1) = \left[I - H_{nS}(k+1)\psi_{nS}^T(k+1) \right] P_S(k) / \lambda(k)$$

$$tt = \text{abs} \left[\frac{\max \text{eig}(P_S)}{\min \text{eig}(P_S)} \right]$$

8. Implementar el criterio para detener la estimación y encontrar la nueva matriz de escalamiento N_{new} como sigue: sabiendo que tt es el número condicionante de P_S , si $tt \leq \tau$ (cota inferior), parar la estimación; en otro caso, si $tt \geq \kappa$ (cota superior), determinar $N_{new}(k)$ (a partir de la relación $P_S = N_{new} N_{new}^T$), calcular los elementos $n_{new,ji}$ (valor absoluto de la suma de los elementos de las filas de $N_{new}(k)$), determinar la matriz diagonal S_{new} con elementos $s_{new,ji} = 1/n_{new,ji}$, y calcular la matriz $P_{new,S} = S_{new} P_S S_{new}$. Finalmente, actualizar: $P = P_{new,S}$.

Detalles computacionales de este algoritmo, se ilustran en el programa conopt.m presentado más adelante.

5.3. Estimación de Estados

El procedimiento de estimación descrito en la sección anterior nos proporciona el vector de parámetros estimado del proceso $\hat{\theta}(k)$. Usando los elementos de dicho vector de parámetros, podemos reconstruir las matrices estimadas $\hat{G}(k)$, $\hat{H}(k)$ y $\hat{C}(k)$.

El vector de estado estimado $\hat{x}(k)$ puede ser obtenido mediante el siguiente observador óptimo, cuya ecuación de observación es [1]:

$$\hat{x}(k) = \hat{G}(k)\hat{x}(k) + \hat{H}(k)u(k) + K_o(k)[y(k) - \hat{C}(k)\hat{x}(k)] \quad (5.9)$$

En la ecuación (5.9), la matriz de ganancia $K_o(k)$ se calcula de:

$$K_o(k) = P_o(k)\hat{C}^T(k)[\hat{C}(k)P_o(k)\hat{C}^T(k) + R_o]^{-1} \quad (5.10)$$

Donde $P_o(k)$ es una matriz simétrica definida positiva, solución única de la siguiente ecuación matricial discreta asociada de Riccati:

$$P_o(k+1) = Q_o + \hat{G}^T(k)P_o(k)\hat{G}(k) - \hat{G}^T(k)K_o(k)\hat{C}(k)P_o(k)\hat{G}(k) \quad (5.11)$$

Donde Q_o y R_o son matrices de covarianza definidas positivas y asociada a disturbios estocásticos, que pueden afectar los estados y la salida del sistema.

5.4. Control Adaptivo del Sistema de Bombeo

La ley de control proporcional–integral, que forma parte de la configuración del sistema de control adaptivo con autosintonización, ya fue determinada en la sección 3.3. Esta ley de control tiene la forma dada en (3.21).

El resultado de la simulación (ver Figura 5.2) resuelve el problema del control adaptivo con auto sintonización del sistema de bombeo ya que son satisfechas las

consideraciones de diseño como son tiempo de establecimiento menor que 5 segundos y presenta mínimo sobre impulso. Esto significa que a pesar que los parámetros del sistema pueden cambiar (por ejemplo, cambio en las presiones P_s o P_f , debido a un cambio de bomba, o intercambio de la viga metálica por otro de mayor momento de inercia, etc.), el sistema no requiere nueva sintonización de las matrices de ponderación Q_a , R_a , Q_o y R_o .

Sin embargo podemos destacar que los parámetros nos conducen a obtener un alto torque que lo imposibilita usarlo ya que es irreal. Sin embargo la robustez del control adaptivo puede ser superado siempre y cuando se pueda recalcular los parámetros de sintonía hasta obtener las consideraciones deseadas.

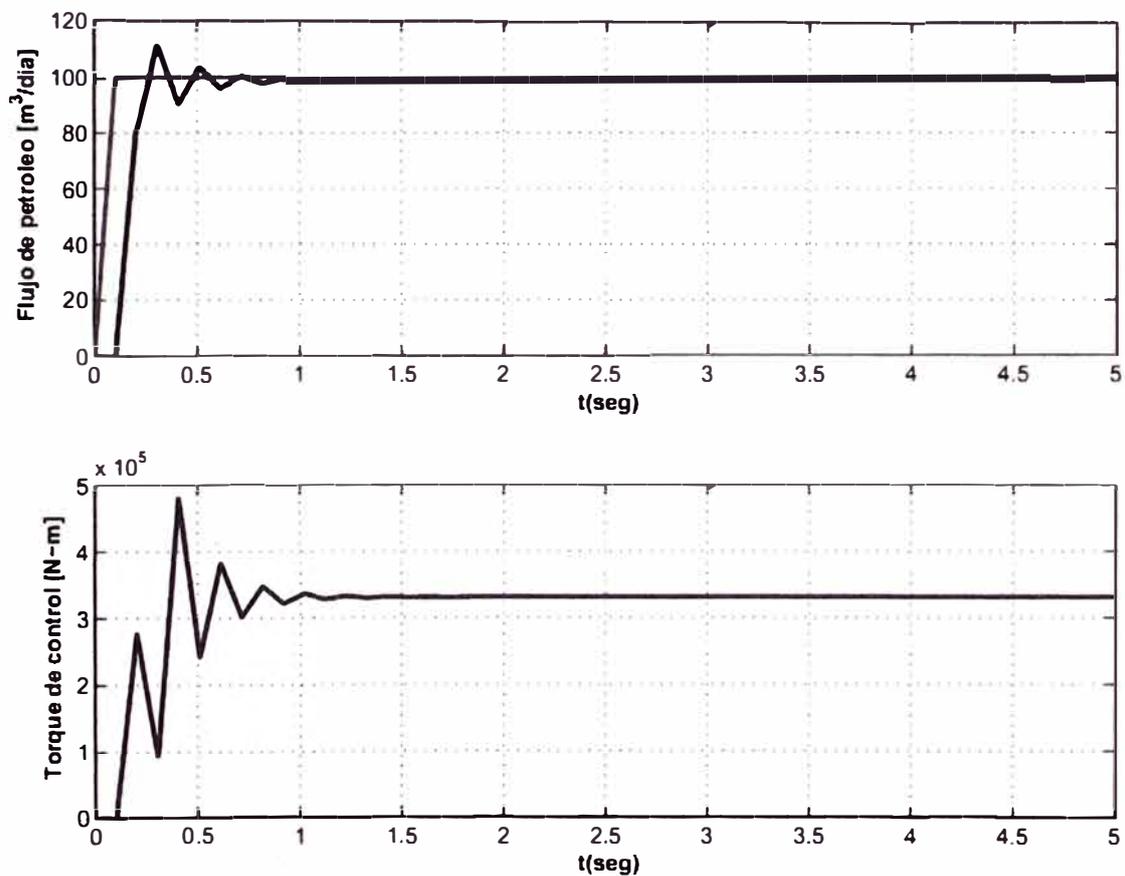


Figura 5.2: Control adaptivo del sistema de bombeo.

CAPÍTULO VI ANÁLISIS COMPARATIVO

6.1. Introducción

Como mencionamos anteriormente, las técnicas de control avanzado a emplearse para el control del flujo extraído requieren de un modelo matemático, que sea capaz de capturar las características dinámicas del sistema. Además, como tales técnicas se implementan en el dominio discreto, entonces es importante determinar el período de muestreo apropiado, de modo tal que las especificaciones de diseño sean satisfechas. De ese modo fue necesario deducir el modelo dinámico del sistema de succión de petróleo. Así mismo, realizar el diseño del sistemas de control de bombeo, que sean capaces de estabilizar el flujo de petróleo extraído en un tiempo de estabilización menor que 5 segundos y con un sobre impulso menor que 7 %, empleando las técnicas de control avanzado. En esta sección propondremos las simulaciones de las técnicas empleadas en este informe como son:

1. Técnica de control óptimo
2. Técnica de control predictivo
3. Técnica de control

Los programas correspondientes a las simulaciones emplean el programa MATLAB. El desarrollo de las simulaciones se ha dividido en dos partes: la primera parte presenta las simulaciones considerando la respuesta del sistema debido a una entrada escalón unitario para cada técnica de control expuesta. La segunda parte presenta simulaciones considerando la señal de control del sistema según las técnicas de control expuestas en el informe.

6.2. Simulaciones del Control Óptimo

La técnica de control optimo considera modificación de los pesos (q,r) para encontrar la performance, es decir las matrices de ponderación serán modificadas para encontrar respuestas que muestren evolución de las señales encontrando los resultados según las consideraciones de diseño impuestas.

$$Q = [1 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ q];$$

$$R = [r];$$

Para la simulación de este caso vamos a considerar dos cambios en la matriz de pesos a valores $R = 0.01$ y $Q = 1000$, los resultados son mostrados en la Figura 6.1.

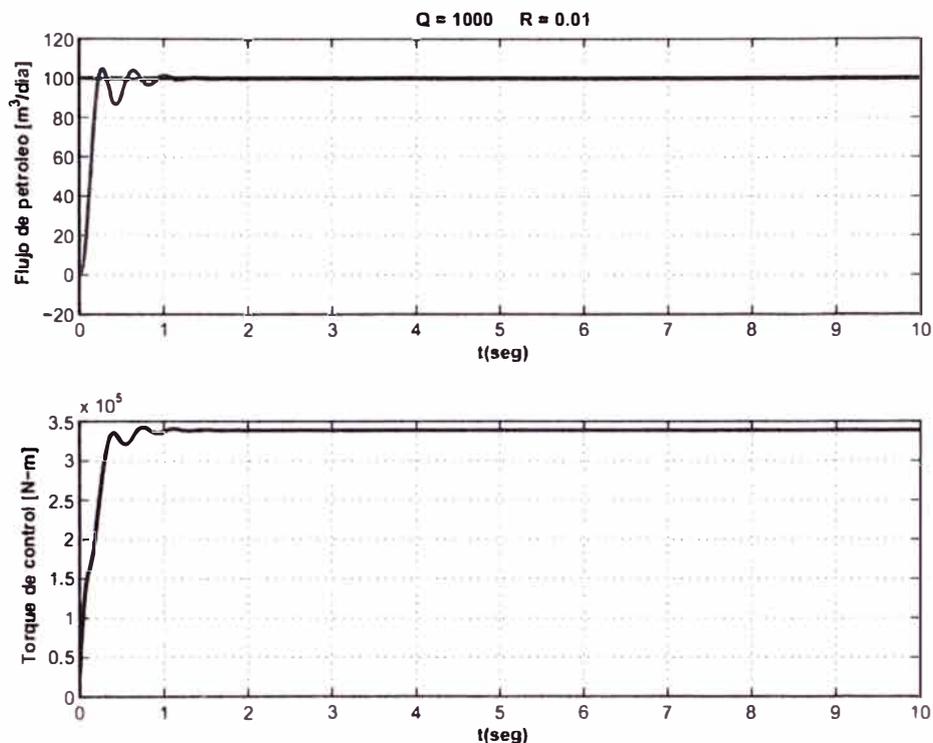


Figura 6.1: Simulaciones del control óptimo para peso $R = 0.01$ y $Q = 1000$.

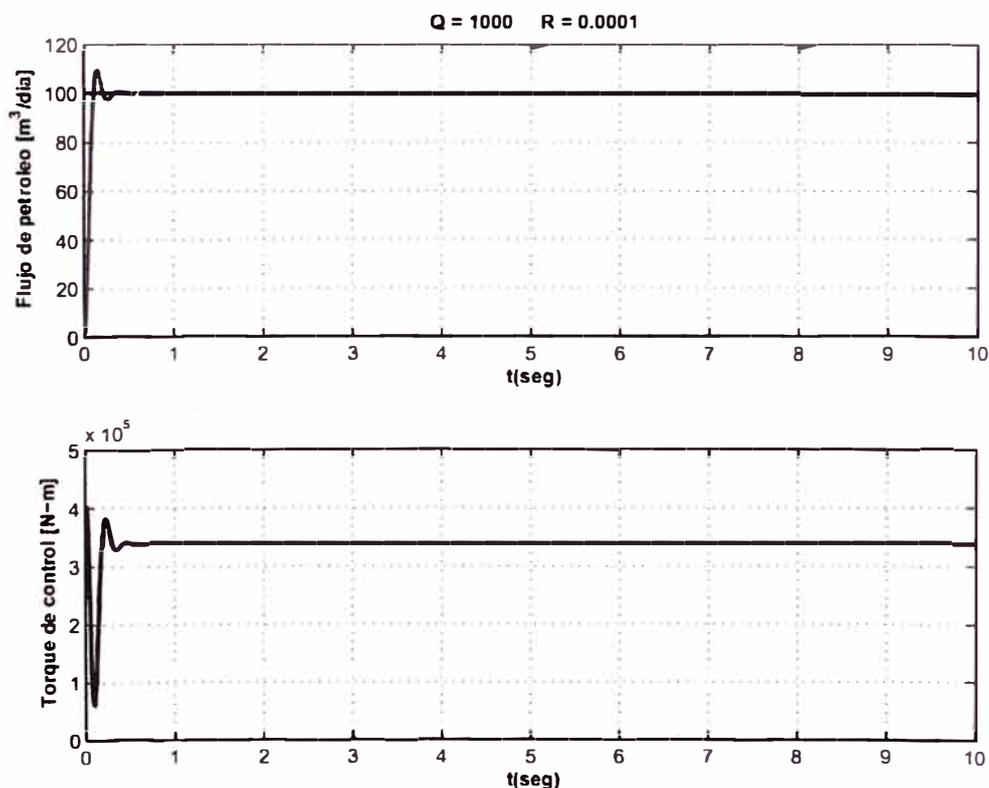


Figura 6.2: Simulaciones del control óptimo para peso $R = 0.001$ y $Q = 1000$.

En forma análoga, la simulación de este caso vamos a considerar dos cambios en la matriz de pesos a valores $R = 0.001$ y $Q = 1000$, los resultados son mostrados en la Figura 6.2. Podemos concluir que la performance en relación al cambio de ponderación de pesos hace que la respuesta varíe significativamente en relación a las consideraciones de diseño como lo demuestran las simulaciones.

6.3. Simulaciones del Control Predictivo

La técnica de control predictivo trae consigo los parámetros de sintonía $\gamma = 0$ (valor considerado por defecto) y el parámetro que es el que vamos a modificar para encontrar la performance de las respuestas que muestren evolución de las señales encontrando los resultados según las consideraciones de diseño impuestas.

El parámetro de sintonía a elegir está considerado dentro del rango $0 < \alpha < 1$, en este caso escogemos un valor en la vecindad de valor $\alpha = 0.98$. Los resultados de la simulación muestran un mínimo sobre impulso y un esfuerzo de control moderado según se muestra en la Figura 6.3.

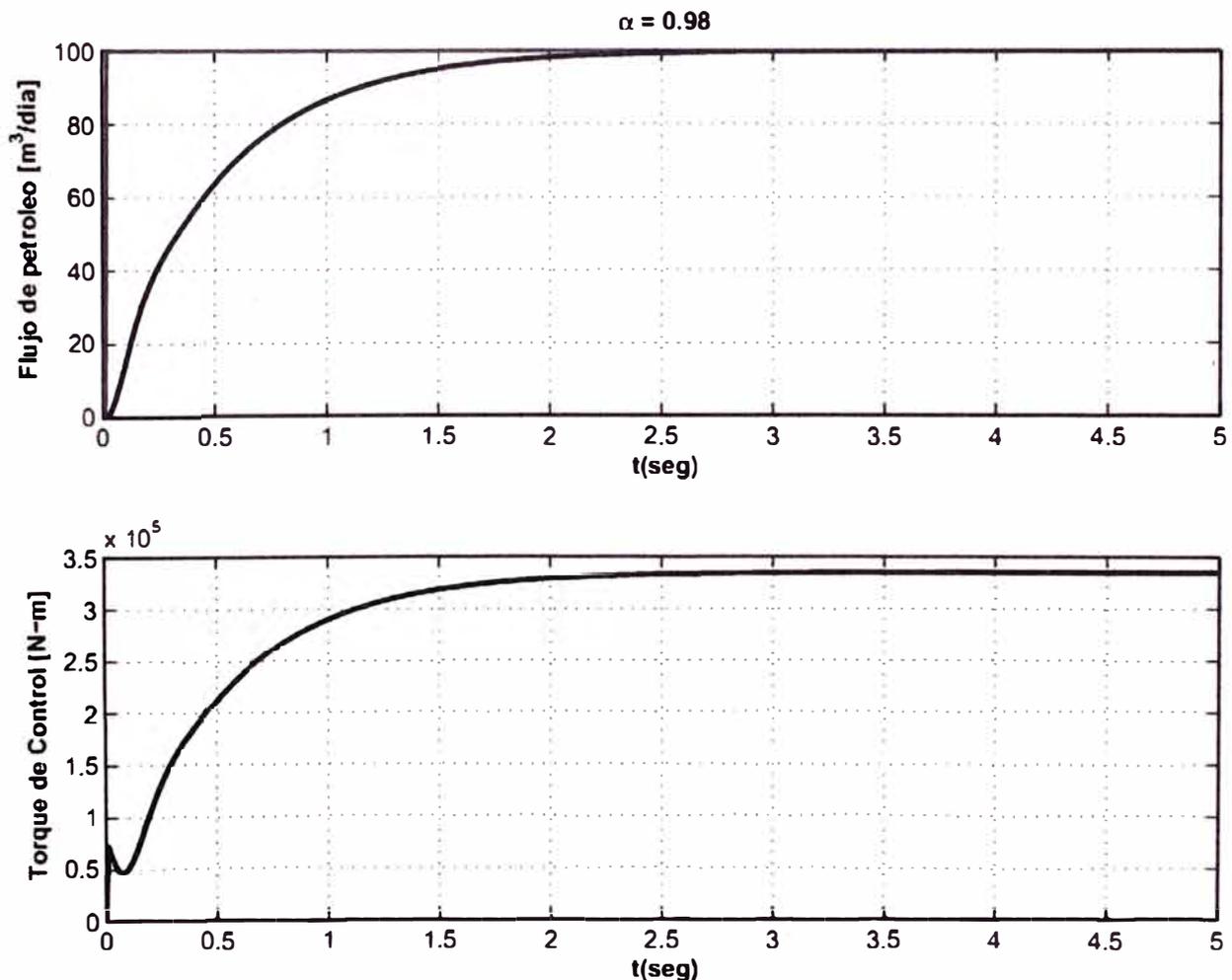


Figura 6.3: Simulaciones del control predictivo para la sintonía $\alpha = 0.98$.

En forma análoga, la simulación de este caso vamos a considerar dos cambios en el parámetros de sintonía $\alpha = 0.1$, los resultados son mostrados en la Figura 6.4. Podemos concluir que la performance en relación al cambio de parámetro de sintonía hace que la respuesta varíe significativamente en relación a las consideraciones de diseño como lo demuestran las simulaciones.

6.4. Simulaciones del Control Adaptivo

La técnica de control adaptivo considera modificación de los pesos (q,r) para encontrar la performance, es decir las matrices de ponderación serán modificadas para encontrar respuestas que muestren evolución de las señales encontrando los resultados según las consideraciones de diseño impuestas.

$$Q_a = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ q];$$

$$R_a = r_a;$$

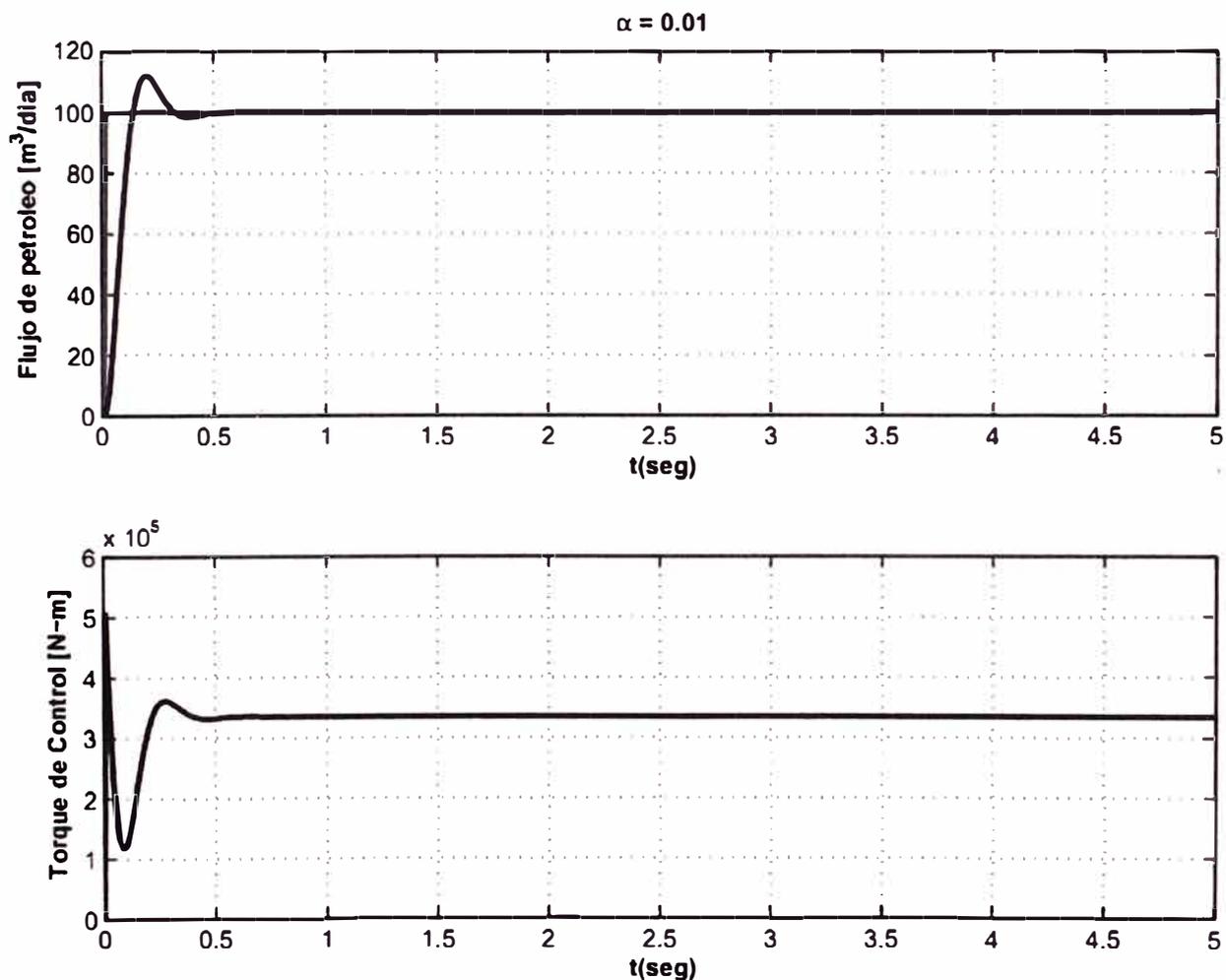


Figura 6.4: Simulaciones del control predictivo para la sintonía $\alpha= 0.1$.

Para la simulación de este caso vamos a considerar dos cambios en la matriz de pesos a valores $Q = 10e9$ y $R = 1$, los resultados son mostrados en la Figura 6.5.

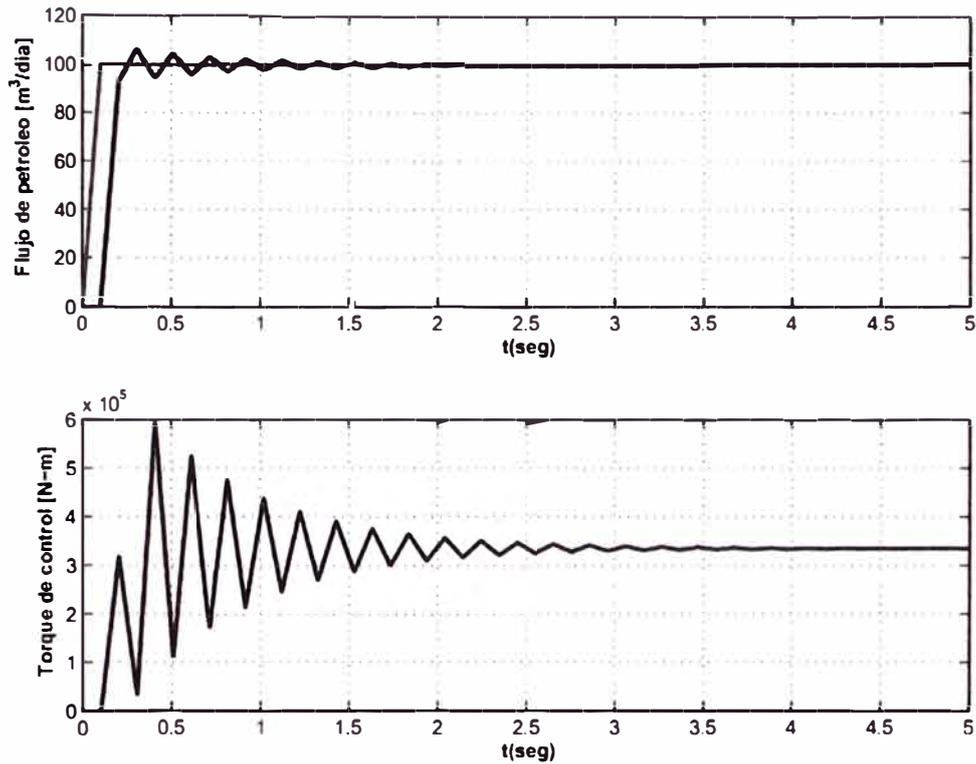


Figura 6.5: Simulaciones del control adaptivo para p eso $R = 1$ y $Q = 10e9$.

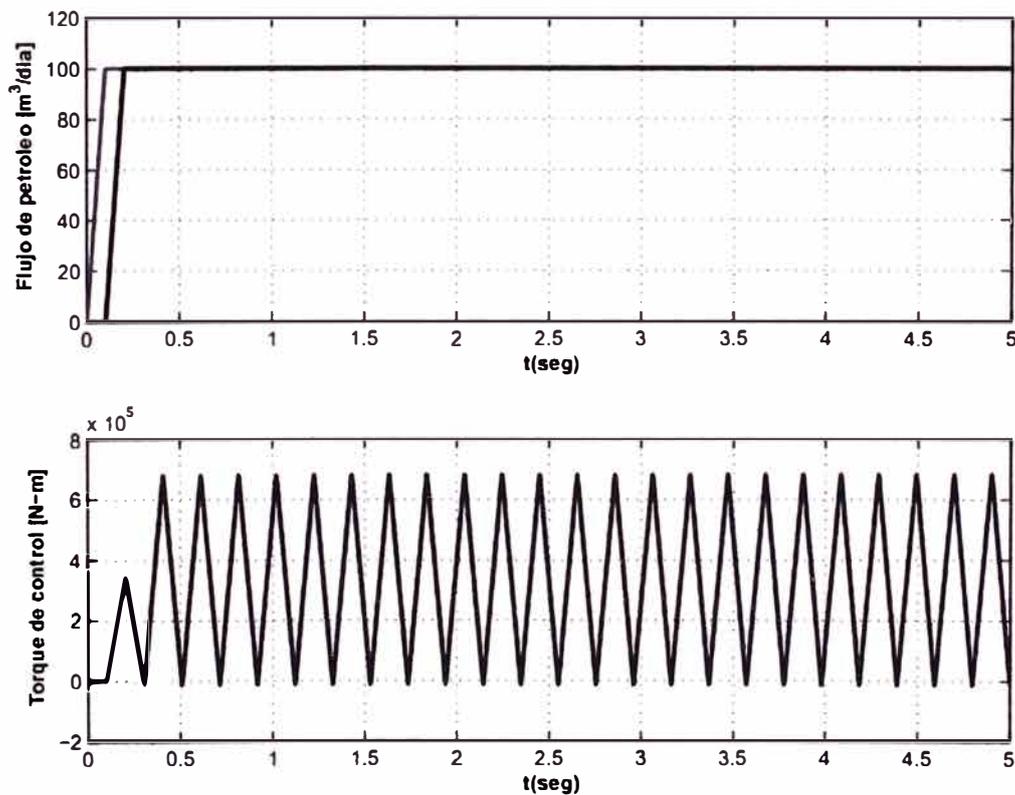


Figura 6.6: Simulaciones del control adaptivo para peso $R = 0.001$ y $Q = 10e12$.

En forma análoga, la simulación de este caso vamos a considerar dos cambios en la matriz de pesos a valores $Q = 10e12$ y $R = 0.001$, los resultados son mostrados en la Figura 6.6. Podemos concluir que la performance en relación al cambio de ponderación de pesos

hace que la respuesta varíe significativamente en relación a las consideraciones de diseño como lo demuestran las simulaciones.

6.5. Comparación de Simulaciones

Los resultados obtenidos en este trabajo con relación al control del flujo de petróleo extraído o producido como se observa en la Figura 6.7. Podemos observar que en todos los casos se cumplen las especificaciones de diseño: la señal del flujo producido no posee sobreimpulso y se estabiliza en menos de 5 segundos.

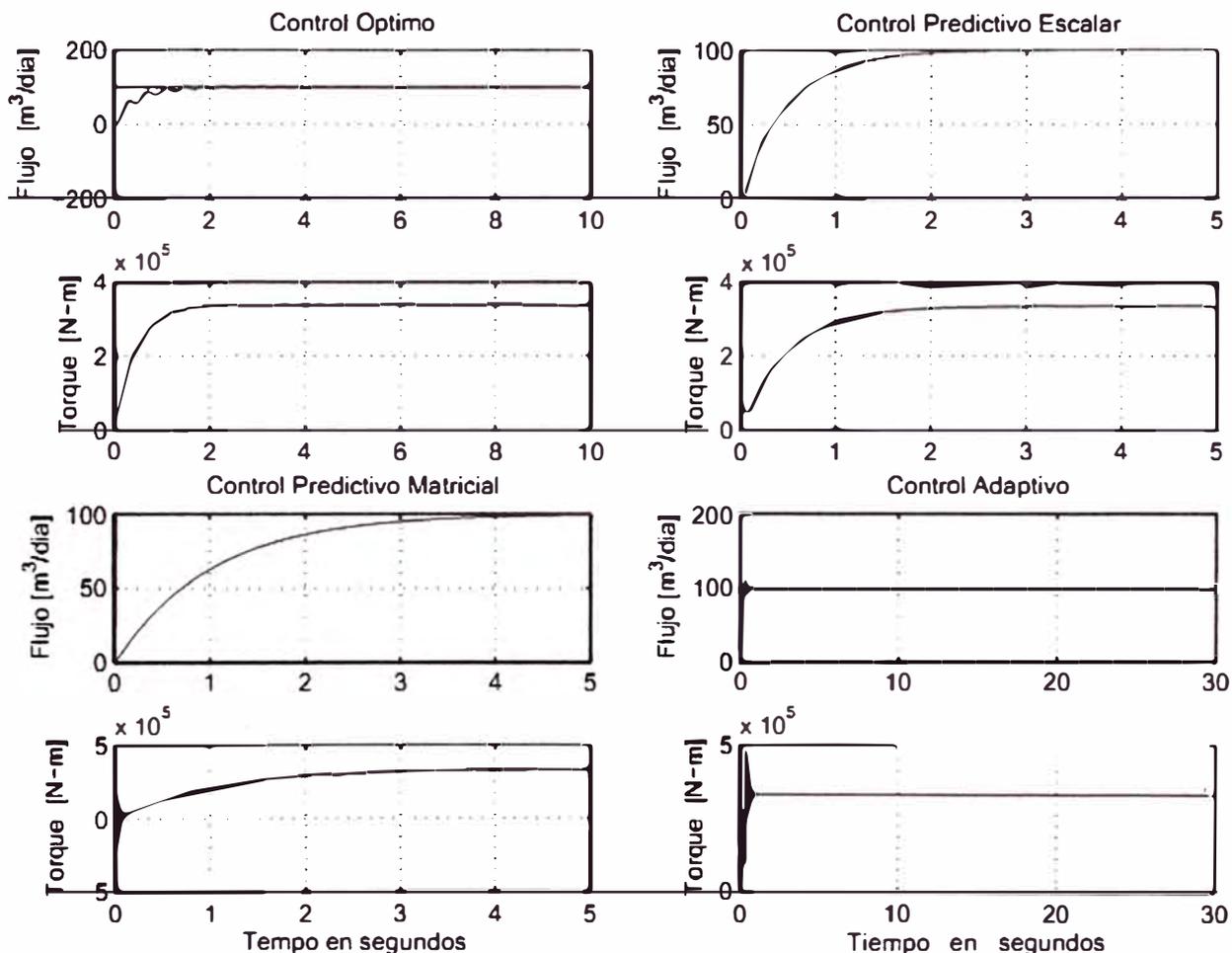


Figura 6.7: Sistemas de control de bombeo desarrollados.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

(1) Con respecto al período de muestreo, las técnicas de control óptimo y predictivo hacen uso del mismo tiempo: $T = 0.01$ s, mientras que la técnica de control óptimo emplea un tiempo de discretización de 0.1, exigido por el propio algoritmo. Ambos tiempos de muestreo, son adecuados para futuras implementaciones en tiempo real de los algoritmos de control estudiados.

(2) Con respecto al torque de entrada, las técnicas de control óptimo y predictivo escalar son las menos exigentes, por consiguiente, las más económicas debido a que el sistema de bombeo para estas situaciones es más pequeño comparado con el sistema de bombeo requerido por las técnica de control adaptivo y predictivo vectorial.

(3) Sin embargo, tenemos que mencionar que la respuesta controlada obtenida con la técnica de control predictivo escalar, es mejor manipulable que la respuesta controlada, obtenida con la técnica de control adaptivo. En otras palabras, es mucho más fácil sintonizar la respuesta deseada empleando la técnica de control predictivo.

(4) Por las razones expuestas y para este caso en particular, es que este estudio concluye recomendando el uso de la técnica de control predictivo con ley de control escalar, para resolver el problema del control de la producción de petróleo mediante extracción mecánica.

ANEXO A
Programa en Matlab: Discretización y Respuesta al Escalón

```

% PARAMETROS DEL PROCESO
beta = 100; rho = 900; d = 0.128; mu = 10.5e-3; m2 = 40; m1 =
300; L2 = 1.5; L1 = 1; Lo = 1000; H = 6; Ac = 0.785; Ap = 128.7;
E = 20.6e6; J1 = 150.6 ; Pf = 176.6; Ps = 100; Rf = 150; g = 9.81;
V = (Ap/m2)*(Pf - (rho*Ap*Pf*(Lo-H)+m2*Ps)/(rho*Ap*(Lo-H)+m2))- ...
beta/m2 - g; Amp = 1;

% MODELO LINEAL
A = [0 1 0 0
(Ap*(Pf-Ps)/m2/(Lo-H)-Ac*E/Lo/m2) -Ap^2*Rf/m2 Ac*E*L2/Lo/m2 0
0 0 0 1
L2*Ac*E/J1/Lo 0 -L2^2*Ac*E/J1/Lo 0]; B = [0;0;0;Amp/J1];
F = [0;V;0;-m1*g*L1/J1]; C = [0 8.64*Ap 0 0]; D =
[0];
% ESTABILIDAD DEL SISTEMA
eigA = eig(A);
% CONVERSION AL ESPACIO DISCRETO T = 0.01; % TIEMPO DE MUESTREO
[G,H,C,D] = c2dm(A,B,C,D,T,'zoh'); [G,EE,C,D] =
c2dm(A,F,C,D,T,'zoh');
% RESPUESTAS AL ESCALON
x=[0;0;0;0]; M = 300;
for k = 1:M
    u(k) = 1;
    x = G*x + H*u(k) + EE;
    y(k) = C*x;
end
t = linspace(0,size(y,2)*T,size(y,2));
plot(t,y)
grid
xlabel('TIEMPO EN SEGUNDOS')
ylabel('RESPUESTA y(t)')

```

ANEXO B
Programa en Matlab: Control Óptimo Proporcional-Integral

```
% PARAMETROS DEL PROCESO
```

```
beta = 100; rho = 900; d = 0.128; mu = 10.5e-3; m2 = 40; m1 = 300;
L2 = 1.5; L1 = 1; Lo = 1000; H = 6; Ac = 0.785; Ap = 128.7;
E = 20.6e6; J1 = 150.6 ; Pf = 176.6; Ps = 100; Rf = 150; g = 9.81;
```

```
V = (Ap/m2)*(Pf-(rho*Ap*Pf*(Lo-H)+m2*Ps)/(rho*Ap*(Lo-H)+m2))-
... beta/m2 - g; Amp = 1;
```

```
% MODELO LINEAL
```

```
A = [0 1 0 0
      Ap*(Pf-Ps)/m2/(Lo-H)-Ac*E/Lo/m2 -Ap^2*Rf/m2 Ac* *1.2/Lo/m2 0
      0 0 0 1
      L2*Ac*E/J1/Lo 0 -L2^2*Ac*E/J1/Lo 0];
B = [0;0;0;Amp/J1];
F = [0;V;0;-m1*g*L1/J1]; C = [0 8.64*Ap 0 0];
D = [0];
```

```
% CONTROLABILIDAD Y OBSERVABILIDAD DEL PROCESO
```

```
rAB = rank(ctrb(A,B)); % rAB = 4 => cc rAC = rank(observ(A,C));
% rAC = 2 => nco
```

```
% PROCESO
```

```
DISCRETO
```

```
T=0.01;
```

```
[num1, den1]=ss2tf(A,B,C,D); [G,H]=c2d(A,B,T);
```

```
[G,EE]=c2d(A,F,T);
```

```
% ADICIONANDO ACCION INTEGRAL
```

```
G1 = [G zeros(4,1);-C*G 1]; H1 = [H;-C*H];
```

```
% MATRICES DE
```

```
PONDERACION Q = [1 0 0
```

```
0 0
```

```
0 1 0 0 0
```

```
0 0 1 0 0
```

```
0 0 0 1 0
```

```
0 0 0 0 100]; R = [0.01];
```

```
% EQUACION DE RICATTI
```

```
P = diag(0,4);
```

```
for i = 1:40
```

```
    P = Q + G1'*P*G1 - G1'*P*H1*inv(R+H1'*P*H1)*H1'*P*G1;
```

```
end
```

```
% CALCULO DE LA GANANCIA K DEL
```

```
CONTROLADOR
```

```
KK = inv(R+H1'*P*H1)*H1'*P*G1;
```

```
K = [KK(1) KK(2) KK(3) KK(4)]; KI = -KK(5);
```

```

% LAZO DE CONTROL
x=[0;0;0;0]; v=0;
Y=0; N = 1000;
for k=1:N
    r(k)=100; Ref=r(k);
    v = v + Ref - Y;
    U = - K*x + KI*v;
    x = G*x + II*U +
    EE; Y = C*x;
    y(k) = Y; u(k) = U;
end

% GRAFICOS
t=linspace(0,N*T,N);
subplot(2,1,1)
plot(t,y(1:N),t,r),
grid
ylabel('Flujo de petroleo [m^3/día]') xlabel('Tiempo en...
segundos')

subplot(2,1,2)
plot(t,u(1:N)), grid xlabel('TIEMPO EN SEGUNDOS')
ylabel('Torque de control [N-m]')

```

ANEXO C

Programa en Matlab: Control Predictivo con Fuerza de Control Escalar

```
% PARAMETROS DEL PROCESO
```

```
beta = 100; rho = 900; d = 0.128; mu = 10.5e-3; m2 = 40; m1 =
300; L2 = 1.5; L1 = 1; Lo = 1000; H = 6; Ac = 0.785; Ap = 128.7;
E = 20.6e6; JI = 150.6 ; Pf = 176.6; Ps = 100; Rf = 150; g = 9.81;
V = (Ap/m2)*(Pf-(rho*Ap*Pf*(Lo-H)+m2*Ps)/(rho*Ap*(Lo-H)+m2))-
... beta/m2 - g; Amp = 1;
```

```
% MODELO LINEAL
```

```
A = [0 1 0 0
      Ap*(Pf-Ps)/m2/(Lo-H)-Ac*E/Lo/m2 -Ap^2*Rf/m2 Ac*E*L2/Lo/m2 0
      0 0 0 1
      L2*Ac*E/JI/Lo 0 -L2^2*Ac*E/JI/Lo 0];
B = [0;0;0;Amp/J1];
F = [0;V;0;-m1*g*L1/J1]; C = [0 8.64*Ap 0 0];
D = [0];
```

```
% PROCESO EN TIEMPO DISCRETO
```

```
tm=0.01; [G,H]=c2d(A,B,tm);
[numd,dend]=ss2tf(G,H,C,D);
a1=dend(2); a2=dend(3); a3=dend(4); a4=dend(5);
b1=numd(2); b2=numd(3); b3=numd(4);
b4=numd(5); [G,EE]=c2d(A,F,tm);
[numdd,dendd]=ss2tf(G,EE,C,D);
d1=numdd(2); d2=numdd(3); d3=numdd(4); d4=numdd(5);
```

```
% HORIZONTES
```

```
N1 =1; N2 =10; Nu =1;
```

```
% RESPUESTA AL ESCALON
```

```
g(1) = b1; g(2) = -a1*b1 + b1 + b2;
g(3) = - a1*g(2) - a2*g(1) + b1 +b2+b3;
g(4) = - a1*g(3) - a2*g(2)-a3*g(1) + b1+b2+b3+b4;
for k=5:N2
    g(k) = -a1*g(k-1)-a2*g(k-2)-a3*g(k-3)-a4*g(k-4)+b1+b2+b3+b4;
end
```

```
% CONDICIONES INICIALES
```

```
for k=1:6
    yf(k)=0; y(k)=0; r(k)=0; u(k)=0; du(k)=0;
end
alf =0.98; lambda = 0.00;
```

```
% BUCLE DE CONTROL MM=500;
```

```
fort =6:MM+5;
for k=1:N2
    W(t+k)=100;%-3*sign(sin(0.02*t));
end
```

% REFERENCIA

$r(t+0)=\alpha r(t-1)+(1-\alpha)W(t+0)$; $r(t+1)=\alpha r(t+0)+(1-\alpha)W(t+1)$;
 $r(t+2)=\alpha r(t+1)+(1-\alpha)W(t+2)$; $r(t+3)=\dots$
 $\alpha r(t+2)+(1-\alpha)W(t+3)$; $r(t+4)=\alpha r(t+3)+(1-\alpha)W(t+4)$;
 $r(t+5)=\alpha r(t+4)+(1-\alpha)W(t+5)$; $r(t+6)=\alpha r(t+5)+(1-\dots$
 $\alpha)W(t+6)$; $r(t+7)=\alpha r(t+6)+(1-\alpha)W(t+7)$; $r(t+8)=\alpha r(t+7)+\dots$
 $(1-\alpha)W(t+8)$; $r(t+9)=\alpha r(t+8)+(1-\alpha)W(t+9)$; $r(t+10)=\dots$
 $\alpha r(t+9)+(1-\alpha)W(t+10)$;
 $R=[r(t+1) r(t+2) r(t+3) r(t+4) r(t+5) r(t+6) r(t+7)$
 $r(t+8)\dots r(t+9) r(t+10)]'$;

% RESPUESTA LIBRE

$y_f(t)=(1-a_1)y_f(t-1)-(a_2-a_1)y_f(t-2)-(a_3-a_2)y_f(t-3)\dots$
 $-(a_4-a_3)y_f(t-4)+a_4y_f(t-5)+b_1du(t-1)+b_2du(t-2)+b_3du(t-3)\dots$
 $+b_4du(t-4)$;

$y_f(t+1)=(1-a_1)y_f(t)-(a_2-a_1)y_f(t-1)-(a_3-a_2)y_f(t-2)\dots$
 $-(a_4-a_3)y_f(t-3)+a_4y_f(t-4)+b_2du(t-1)+b_3du(t-2)\dots$
 $+b_4du(t-3)$; % $+b_1u(t)$;

$y_f(t+2)=(1-a_1)y_f(t+1)-(a_2-a_1)y_f(t)-(a_3-a_2)y_f(t-1)\dots$
 $-(a_4-a_3)y_f(t-2)+a_4y_f(t-3)+b_3du(t-1)\dots$
 $+b_4du(t-2)$; % $+b_1du(t+1)+b_2du(t)$;

$y_f(t+3)=(1-a_1)y_f(t+2)-(a_2-a_1)y_f(t+1)-(a_3-a_2)y_f(t)\dots$
 $-(a_4-a_3)y_f(t-1)+a_4y_f(t-2)\dots$
 $+b_4du(t-1)$; % $+b_1du(t+2)+b_2du(t+1)+b_3du(t)$;

$y_f(t+4)=(1-a_1)y_f(t+3)-(a_2-a_1)y_f(t+2)-(a_3-a_2)y_f(t+1)\dots$
 $-(a_4-a_3)y_f(t)+a_4y_f(t-1)$; % $+b_1du(t+3)+b_2du(t+2)+b_3du(t+1)\dots$

$y_f(t+5)=(1-a_1)y_f(t+4)-(a_2-a_1)y_f(t+3)-(a_3-a_2)y_f(t+2)\dots$
 $-(a_4-a_3)y_f(t+1)+a_4y_f(t)$; % $+b_1du(t+4)+b_2du(t+3)+b_3du(t+2)\dots$

$y_f(t+6)=(1-a_1)y_f(t+5)-(a_2-a_1)y_f(t+4)-(a_3-a_2)y_f(t+3)\dots$
 $-(a_4-a_3)y_f(t+2)+a_4y_f(t+1)$; % $+b_1du(t+5)+b_2du(t+4)+b_3du(t+3)\dots$

$y_f(t+7)=(1-a_1)y_f(t+6)-(a_2-a_1)y_f(t+5)-(a_3-a_2)y_f(t+4)\dots$
 $-(a_4-a_3)y_f(t+3)+a_4y_f(t+2)$; % $+b_1du(t+6)+b_2du(t+5)+b_3du(t+4)\dots$

$y_f(t+8)=(1-a_1)y_f(t+7)-(a_2-a_1)y_f(t+6)-(a_3-a_2)y_f(t+5)\dots$
 $-(a_4-a_3)y_f(t+4)+a_4y_f(t+3)$; % $+b_1du(t+7)+b_2du(t+6)+b_3du(t+5)\dots$

$y_f(t+9)=(1-a_1)y_f(t+8)-(a_2-a_1)y_f(t+7)-(a_3-a_2)y_f(t+6)\dots$
 $-(a_4-a_3)y_f(t+5)+a_4y_f(t+4)$; % $+b_1du(t+8)+b_2du(t+7)+b_3du(t+6)\dots$

$y_f(t+10)=(1-a_1)y_f(t+9)-(a_2-a_1)y_f(t+8)-(a_3-a_2)y_f(t+7)\dots$
 $-(a_4-a_3)y_f(t+6)+a_4y_f(t+5)$; % $+b_1du(t+9)+b_2du(t+8)+b_3du(t+7)\dots$

```

YF=[yf(t+1) yf(t+2) yf(t+3) yf(t+4) yf(t+5) ...
yf(t+6) yf(t+7) yf(t+8) yf(t+9) yf(t+10)]';

% LEY DE CONTROL
du(t)=(g(1)*(r(t+1)-yf(t+1))+g(6)*(r(t+6)-yf(t+6))+ ...
g(2)*(r(t+2)- yf(t+2)) + g(7)*(r(t+7)- yf(t+7)) + ...
g(3)*(r(t+3) - yf(t+3)) + g(8)*(r(t+8)- yf(t+8)) + ...
g(4)*(r(t+4) - yf(t+4)) + g(9)*(r(t+9) - yf(t+9)) + ...
g(5)*(r(t+5) - yf(t+5)) +g(10)*(r(t+10)- yf(t+10)))/...
(g(1)^2 + g(2)^2 + g(3)^2 + g(4)^2 + g(5)^2 + g(6)^2 +
g(7)^2 + g(8)^2 + g(9)^2 + g(10)^2 + lambda);
u(t) = u(t-1) + du(t);

% PROCESO
y(t+1)=-a1*y(t)-a2*y(t-1)-a3*y(t-2)-a4*y(t-3)...
      +b1*u(t)+b2*u(t-1)+b3*u(t-2)+b4*u(t-3)...;
      +d1 +d2 +d3 +d4;
end

% GRAFICOS ejex=linspace(0,MM*tm,MM-4);
subplot(2,1,1) plot(ejex,W(5:MM),ejex,y(5:MM));
grid
ylabel('Flujo de petroleo [m^3/dia]')
xlabel('TIEMPO EN SEGUNDOS')
subplot(2,1,2)
plot(ejex,u(5:MM)); grid xlabel('TIEMPO EN SEGUNDOS')
ylabel('Torque de Control [N-m]')

```

ANEXO D

Programa en Matlab: Control Predictivo con Fuerza de Control Matricial

```

% PARAMETROS DEL PROCESO

beta = 100; rho = 900; d = 0.128; mu = 10.5e-3; m2 = 40; m1 =
300; L2 = 1.5; L1 = 1; Lo = 1000; H = 6; Ac = 0.785; Ap = 128.7;
E = 20.6e6; J1 = 150.6 ; Pf = 176.6; Ps = 100; Rf = 150; g = 9.81;

V = (Ap/m2)*(Pf-(rho*Ap*Pf*(Lo-H)+m2*Ps)/(rho*Ap*(Lo-H)+m2))-
... beta/m2 - g; Amp = 1;
% MODELO LINEAL

A = [0 1 0 0
      Ap*(Pf-Ps)/m2/(Lo-H)-Ac*E/Lo/m2 -Ap^2*Rf/m2 Ac*E*L2/Lo/m2 0
      0 0 0 1
      L2*Ac*E/J1/Lo 0 -L2^2*Ac*E/J1/Lo 0];
B = [0;0;0;Amp/J1];
F = [0;V;0;-m1*g*L1/J1]; C = [0 8.64*Ap 0 0];
D = [0];
% PROCESO EN TIEMPO DISCRETO

tm=0.01; [G,H]=c2d(A,B,tm);
[numd,dend]=ss2tf(G,H,C,D);
a1=dend(2); a2=dend(3); a3=dend(4);
a4=dend(5); b1=numd(2); b2=numd(3);
b3=numd(4); b4=numd(5); [G,EE]=c2d(A,F,tm);
[numdd,dendd]=ss2tf(G,EE,C,D);
d1=numdd(2); d2=numdd(3); d3=numdd(4); d4=numdd(5);

% HORIZONTES
N1 =1; N2 =10; Nu =5;
% RESPUESTA AL ESCALON

g1 = b1; g2 = -a1*b1 + b1 + b2;
g3 = - a1*g2 - a2*g1 + b1 +b2+b3;
g4 = - a1*g3 - a2*g2-a3*g1 + b1
+b2+b3+b4; g5=-a1*g4-a2*g3-a3*g2-
a4*g1+b1+b2+b3+b4; g6=-a1*g5-a2*g4-a3*g3-
a4*g2+b1+b2+b3+b4;
g7=-a1*g6-a2*g5-a3*g4-a4*g3+b1+b2+b3+b4;
g8=-a1*g7-a2*g6-a3*g5-a4*g4+b1+b2+b3+b4;
g9=-a1*g8-a2*g7-a3*g6-a4*g5+b1+b2+b3+b4;
g10=-a1*g9-a2*g8-a3*g7-a4*g6+b1+b2+b3+b4;

% MATRIZ DE GANANCIA DE RESPUESTA AL ESCALON

GG=[g1 0 0 0 0
     g2 g1 0 0 0

```

```

    g3  g2  g1  0  0
    g4  g3  g2  g1  0
    g5  g4  g3  g2  g1
    g6  g5  g4  g3  g2
    g7  g6  g5  g4  g3
    g8  g7  g6  g5  g4
    g9  g8  g7  g6  g5
    g10 g9 g8  g7  g6];

% CONDICIONES INICIALES
yf(1)=0; yf(2)=0; yf(3)=0; yf(4)=0; yf(5)=0;
y(1)=0; y(2)=0; y(3) = 0; y(4)=0; y(5)=0;
y(6)=0; r(1) =0; r(2) =0; r(3)=0; r(4)=0; r(5)=0;
u(1) =0; u(2) =0; u(3)=0; u(4)=0; u(5)=0;
du(1) =0; du(2) =0; du(3)=0; du(4)=0; du(5)=0;
alf =0.99; lambda =0.0;
I=eye(5,5); MM=500;

% BUCLE DE
CONTROL for t
=6:MM+5; for
k=1:N2
    W(t+k)=100;%-3*sign(sin(0.02*t));
end

% REFERENCIA
r(t+0) = alf*r(t-1) + (1-alf)*W(t+0);
r(t+1) = alf*r(t+0) + (1-alf)*W(t+1);
r(t+2) = alf*r(t+1) + (1-alf)*W(t+2);
r(t+3) = alf*r(t+2) + (1-alf)*W(t+3);
r(t+4) = alf*r(t+3) + (1-alf)*W(t+4);
r(t+5) = alf*r(t+4) + (1-alf)*W(t+5);
r(t+6) = alf*r(t+5) + (1-alf)*W(t+6);
r(t+7) = alf*r(t+6) + (1-alf)*W(t+7);
r(t+8) = alf*r(t+7) + (1-alf)*W(t+8);
r(t+9) = alf*r(t+8) + (1-alf)*W(t+9);
r(t+10) = alf*r(t+9) + (1-alf)*W(t+10);
R=[r(t+1)r(t+2) r(t+3) r(t+4) r(t+5) r(t+6)...
r(t+7) r(t+8) r(t+9) r(t+10)]';

% RESPUESTA LIBRE
yf(t) =(1-a1)*yf(t-1)-(a2-a1)*yf(t-2)-(a3-a2)*yf(t-3)...
-(a4-a3)*yf(t-4)+a4*yf(t-5)+b1*du(t-1)+b2*du(t-2)+b3*du(t-3)...
+b4*du(t-4);

```

```

yf(t+1)=(1-a1)*yf(t)-(a2-a1)*yf(t-1)-(a3-a2)*yf(t-2)...
-(a4-a3)*yf(t-3)+a4*yf(t-4)+b2*du(t-1)+b3*du(t-2)...
+b4*du(t-3);%+b1*u(t);
yf(t+2)=(1-a1)*yf(t+1)-(a2-a1)*yf(t)-(a3-a2)*yf(t-1)...
-(a4-a3)*yf(t-2)+a4*yf(t-3)+b3*du(t-1)...
+b4*du(t-2);%+b1*du(t+1)+b2*du(t);
yf(t+3)=(1-a1)*yf(t+2)-(a2-a1)*yf(t+1)-(a3-a2)*yf(t)...
-(a4-a3)*yf(t-1)+a4*yf(t-2)...
+b4*du(t-1);%+b1*du(t+2)+b2*du(t+1)+b3*du(t);
yf(t+4)=(1-a1)*yf(t+3)-(a2-a1)*yf(t+2)-(a3-a2)*yf(t+1)...
-(a4-a3)*yf(t)+a4*yf(t-1);%+b1*du(t+3)+b2*du(t+2)+b3*du(t+1)...
yf(t+5)=(1-a1)*yf(t+4)-(a2-a1)*yf(t+3)-(a3-a2)*yf(t+2)...
-(a4-a3)*yf(t+1)+a4*yf(t);%+b1*du(t+4)+b2*du(t+3)+b3*du(t+2)...
yf(t+6)=(1-a1)*yf(t+5)-(a2-a1)*yf(t+4)-(a3-a2)*yf(t+3)...
-(a4-a3)*yf(t+2)+a4*yf(t+1);%+b1*du(t+5)+b2*du(t+4)+b3*du(t+3)...
yf(t+7)=(1-a1)*yf(t+6)-(a2-a1)*yf(t+5)-(a3-a2)*yf(t+4)...
a4-a3)*yf(t+3)+a4*yf(t+2);%+b1*du(t+6)+b2*du(t+5)+b3*du(t+4)...
yf(t+8)=(1-a1)*yf(t+7)-(a2-a1)*yf(t+6)-(a3-a2)*yf(t+5)...
-(a4-a3)*yf(t+4)+a4*yf(t+3);%+b1*du(t+7)+b2*du(t+6)+b3*du(t+5)...
yf(t+9)=(1-a1)*yf(t+8)-(a2-a1)*yf(t+7)-(a3-a2)*yf(t+6)...
-(a4-a3)*yf(t+5)+a4*yf(t+4);%+b1*du(t+8)+b2*du(t+7)+b3*du(t+6)...
yf(t+10)=(1-a1)*yf(t+9)-(a2-a1)*yf(t+8)-(a3-a2)*yf(t+7)...
-(a4-a3)*yf(t+6)+a4*yf(t+5);%+b1*du(t+9)+b2*du(t+8)+b3*du(t+7)...
YF=[yf(t+1) yf(t+2) yf(t+3) yf(t+4) yf(t+5) ...
yf(t+6) yf(t+7) yf(t+8) yf(t+9) yf(t+10)]';

```

```

% LEY DE CONTROL U=inv(GG'*GG+lambda*I)*GG'*(R-YF);
du(t)=U(1); u(t) = u(t-1) + du(t);

```

```

% PROCESO
y(t+1)=-a1*y(t)-a2*y(t-1)-a3*y(t-2)-a4*y(t-3)+...
b1*u(t)+b2*u(t-1)+b3*u(t-2)+b4*u(t-3)+...
d1 + d2 + d3 + d4;
end

```

```

% GRAFICOS ejex=linspace(0,MM*tm,MM-4);
subplot(2,1,1)
plot(ejex,W(5:MM),ejex,y(5:MM)),
grid ylabel('Flujo de petroleo
[m^3/dia]') subplot(2,1,2)
plot(ejex,u(5:MM)), grid xlabel('TIEMPO...
[segundos]') ylabel('Torque de Control [N-m]')

```

ANEXO E
Programa en Matlab: Control Adaptivo

```
% PARAMETROS GENERALES
```

```
nn = 4; r=1; % nn: orden del proceso; r: NUMERO DE SALIDAS NN = 8;
      % ORDEN DEL VECTOR ESTIMADO DE PARAMETROS
```

```
% MATRICES DE PONDERACION DEL OBSERVADOR Ko
```

```
Qo = [1 0 0 0
      0 1 0 0
      0 0 1 0
      0 0 0 1]; Ro = [1];
```

```
% MATRICES DE PONDERACION DEL CONTROLADOR Ke
```

```
Qa = [1 0 0 0 0
      0 1 0 0 0
      0 0 1 0 0
      0 0 0 1 0
      0 0 0 0 1000000000]; Ra = [1];
```

```
% PARAMETROS DEL PROCESO
```

```
beta = 100; rho = 900; d = 0.128; mu = 10.5e-3; m2 = 40; m1 =
300; L2 = 1.5; L1 = 1; Lo = 1000; H = 6; Ac = 0.785; Ap = 128.7;
E = 20.6e6; J1 = 150.6 ; Pf = 176.6; Ps = 100; Rf = 150; g = 9.81;
```

```
V = (Ap/m2)*(Pf-(rho*Ap*Pf*(Lo-H)+m2*Ps)/(rho*Ap*(Lo-H)+m2))-...
beta/m2 - g; Amp = 1;
```

```
% MODELO DEL PROCESO
```

```
A = [0 1 0 0
      Ap*(Pf-Ps)/m2/(Lo-H)-Ac*E/Lo/m2 -Ap^2*Rf/m2 Ac*E*L2/Lo/m2 0
      0 0 0 1
      L2*Ac*E/J1/Lo 0 -L2^2*Ac*E/J1/Lo 0]; B = [0;0;0;Amp/J1];
FF = [0;V;0;-m1*g*L1/J1]; C = [0 8.64*Ap 0 0];
D = [0]; T = 0.1;
```

```
% MODELO DISCRETO [G,H,C,D]=c2dm(A,B,C,D,T,'zoh');
```

```
[num,den]=ss2tf(G,H,C,D);
a1 = den(2); a2 = den(3); a3=den(4);
a4=den(5); b1 = num(2); b2 = num(3);
b3=num(4); b4=num(5); [G,EE]=c2d(A,FF,T);
```

```

[numdd,dendd]=ss2tf(G,E,C,D);
d1=numdd(2); d2=numdd(3); d3=numdd(4); d4=numdd(5);

% CONDICIONES INICIALES

Ref = 100; % MAGNITUD DE LA SENAL DE REFERENCIA
thi = [-a1 -a2 -a3 -a4 b1 b2 b3 b4]'; % PARAMETROS

alfa = 1000; Pi = alfa*eye(NN); % MATRIZ
P INICIAL lamb=0.98; lamb0 = 0.99; % FACTOR DE
MEMORIA Y(1) = 0; Y(2) = 0; Y(3) = 0; Y(4) = 0;
U(1) = 0; U(2) = 0; U(3) = 0; U(4) = 0;

x = [0;0;0;0]; % VECTOR DE ESTADO INICIAL

z = 0; % ACCION INTEGRAL INICIAL

% BUCLE DE CONTROL MM = 300;
for t = 1:MM

g(t+4) = Ref; % REFERENCIA

% MODELO DEL PROCESO
Y(t+4)=[Y(t+3) Y(t+2) Y(t+1) Y(t)
U(t+3) U(t+2) U(t+1) U(t) 1 1 1 1]*...
[-a1 -a2 -a3 -a4 b1 b2 b3 b4 d1 d2 d3 d4]';

% ESTIMACION DE PARAMETROS (METODO MCRM)
psi = [Y(t+3) Y(t+2) Y(t+1) Y(t) U(t+3) U(t+2) U(t+1) U(t)]';
rho = max(1,norm(psi));
psin = psi/rho;

Nn = chol(Pi');
% Nn'*Nn = Pi => Nn*N' = Pi' S= inv(diag(Nn*ones(NN,1),0));
Ps = S*Pi*S;

psins = inv(S)*psin;
rt = 1 + psins'*Ps*psins;

lamb = 1 - (rt-sqrt(rt^2-4*norm(Ps*psins)^2/trace(Ps)))/2;

e = Y(t+4)/rho - psin'*thi;
j = psins'*Ps*psins + lamb;

```

```

th = thi +
e*inv(S)*Ps*psins/j; Hns =
Ps*psins/j;
Ps = (Ps - Hns*psins'*Ps)/lamb;

tt = abs(max(eig(Ps))/min(eig(Ps)) );
cmax = 100; cmin = 15;

if tt <= cmin,

    Pi = Ps; thi = th;
elseif tt >= cmax,
    Nnew = chol(Ps');
    Nnew*Nnew' = Ps' Snew = inv(diag(Nnew*ones(NN,1),0));
    Psnew = Snew*Ps*Snew;
    Pi = Psnew; thi = th;
end

% RECUPERACION DE LA ECUACION CANONICA CONTROLABLE ae1 =-th(1);
ae2 =-th(2); ae3=-th(3); ae4 =-th(4); be1 = th(5);be2 = th(6);
be3= th(7); be4 = th(8); nume = [0 be1 be2 be3 be4];
dene = [1 ae1 ae2 ae3 ae4]; [GE,HE,CE,DE] = tf2ss(nume,dene);

% CALCULO DE LA GANACIA Ko DEL OBSERVADOR

% EQUACION DE RICATTI
Po = diag(0,3);
for i = 1:20
Po = Qo + GE*Po*GE' - GE'*Po*CE'*inv(Ro+CE*Po*CE')*CE*Po*GE';
end
Ko = inv(Ro+CE*Po*CE')*CE*Po*GE';

% ESTIMACION DE ESTADOS

x = GE*x + HIE*U(t+3) + Ko'*(Y(t+4)-CE*x);

% CALCULO DE LA GANANCIA Ka DEL CONTROLADOR
Ga = [GE zeros(nn,r);-CE*GE eye(r,r)];
Ha = [HE;-CE*HE];

% EQUACION DE RICATTI
Pa = diag(0,4);

```

```

for i = 1:20
    Pa = Qa + Ga'*Pa*Ga -
        a'*Pa*Ha*inv(Ra+Ha'*Pa*Ha)*Ha'*Pa*Ga;
end

Ka = inv(Ra+Ha'*Pa*Ha)*Ha'*Pa*Ga; K = [Ka(1) Ka(2) Ka(3) Ka(4)];
KI = -Ka(5);

    % CALCULO DE LA LEY DE CONTROL
z = z + g(t+4) - Y(t+4); U(t+4) = - K*x + KI*z;
end

% GRAFICOS

ejex = linspace(0,MM*T,MM);

subplot(2,1,1)

plot(ejex,g(4:MM+3),ejex,Y(4:MM+3)),
grid ylabel('Flujo de petroleo [m^3/dia]')
xlabel('Tiempo en segundos')
subplot(2,1,2), grid
plot(ejex,U(3:MM+2)), grid xlabel('Tiempo en segundos')
ylabel('Torque de control [N-m]')

```

BIBLIOGRAFIA

- [1] Arturo Rojas-Moreno. *Control Avanzado-Diseño y Aplicaciones en Tiempo Real*. Publicación Independiente, 2001.
- [2] Eronini Umez-Eronini. *Dinámica de Sistemas y Control*. International Thomson Editores, 2001.
- [3] Katushito Ogata. *Designing Linear Control Systems with MATLAB*. Prentice Hall Englewood Cliffs New Jersey, 1994.
- [4] Juan Carlos Inzunza. *Introducción a la Mecánica*. Publicación Independiente, 2007.
- [5] Inc. MathWorks. *MATLAB Reference Guide*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1996.
- [6] Antonio Egido López. *Project a Perforation Tower Pultrusion*. Publicación Independiente, España, 1998.
- [7] Katsuhiko Ogata. *Sistemas de Control en Tiempo Discreto*. Prentice Hall Hispanoamericana S.A. México, segunda edición, 1996.
- [8] R. De Keyser. A gentle introduction to model based predictive control. *IPAD12 Int. Conference on Control Eng. and Signal Processing*, Piura, Perú, 1998.
- [9] Carlos Camacho, Eduardo F. y Bordons. *Model Predictive Control*. Springer–Verlag Berlin Heidelberg New York, 1999.
- [10] D. Grant Sripada, N. Rao y Fisher. Improved least squares identification. *Int. J. Control*, vol. 46, no. 6, pages 1889–1913, Dic 1987.